الفصل الثالث عشر

الاختبارات غير المعلمية

(١٣ ـ ١) مقدمـــة

يختار بعض الباحثين اختبارًا احصائيًا بعد التأكد من أن المعلومات والبيانات التي يريدون فحصها تتبع توزيعًا ما ولو بصورة تقريبية مثل التوزيع الطبيعي، أو توزيع ذي الحدين، أو توزيع بواسون. . . الخ ولكننا نواجه في كثير من الأحيان بيانات واقعية في بعض البحوث الاجتماعية، أو اللغوية، أو الزراعية يصعب فيها التعرف على الطبيعة أو الصيغة الدالية للتوزيع الاحتمالي الذي تتبعه. في مثل هذه الحالات نلجأ عادة إلى ما يسمى الاختبارات غير المعلمية أو طرق التوزيع الحر.

والاختبارات غير المعلمية لا تستلزم الإلمام بالتوزيع الاحتمالي الذي يحكم مجتمع البيانات المسحوبة منها العينة، كما أنها تتميز ببساطة استيعابها وسهولة حسابها كما يستحسن عادة استخدامها عندما يكون حجم بيانات العينة قليلاً نسبيًا.

وسنستعرض فيما يلي أهم الاختبارات غير المعلمية بصورة مبسطة مع استخدام الأمثلة في التوضيح.

(١٣ ـ ٢) اختبار الإشارة

تكـون البيانات في كثير من الأحيان على صورة زوج من القراءات مثل دخل الزوجين في عينة من الأسر السعودية مثلاً، أو كمية الأمطار الشهرية الساقطة على مدينة

الـرياض في عاميْ ١٣٩٠ و ١٤٠٠هـ مثلًا، وحالـة ضربـات القلب لعينـة من الأشخاص قبل وبعد استخدام علاج ما، قيل: إن له تأثيراً على تغيير عدد ضربات القلب. . . الخ.

ولفحص وجود اختلاف بين دخل الزوجين أو كميات الأمطار الشهرية الساقطة على مدينة الرياض في عامين أو تأثير العقار على ضربات القلب نستخدم اختبار الإشارة الـذي يمكن اعتباره أسلوبًا جيدًا لفحص زوج من القراءات، ولتوضيح ذلك نورد المثال التالي.

مثال (١)

استخدم عقار جديد لعلاج مرض السكر، والمطلوب معرفة ما إذا كان له تأثير على ضربات القلب فأعطي العلاج لاثني عشر مريضًا وكان عدد ضربات القلب في الدقيقة لكل منهم كمايلي:

ضربات القلب قبل العلاج وبعده لاثني عشر مريضًا

رقم المريض	قبل العلاج	بعد العلاج	الإشارة
١	٧٦	٧٨	+
٢	٨٠	٨١	+
٣	٩١	٩٢	+
٤	٧٥	٧٤	−
٥	٨١	٨٤	+
٦	٧٧	٧٧	٠
٧	٧٩	٧٨	−
٨	٨٢	٨٣	+
٩	٨٨	٨٣	−
١٠	٨١	٨٠	−
١١	٧٨	٧٩	+
١٢	٨٥	٨٥	٠

من الجدول السابق نلاحظ أننا نضع إشارة (+) إذا زادت ضربات القلب بعد العلاج كما نضع إشارة (−) إذا نقصت ضربات القلب بعد العلاج ونضع صفرًا إذا تساوت ضربات القلب للمريض قبل وبعد العلاج. نستبعد القراءتين رقم ٦، ١٢ من الدراسة وبالتالي نتعامل فقط مع عشر الحالات الباقية. لو لم يوجد تأثير للعقار على ضربات القلب فإن احتمال زيادة ضربات القلب أو نقصانها يكون متساويًا أي أن عدد الإشارات (+) يساوي عدد الإشارات (−) أوح (+) = ح (−) = $\frac{١}{٢}$ وذلك بعد استبعاد القيم الصفرية في عمود الإشارات. تصبح المسألة بعد ذلك عبارة عن توزيع ذي الحدين يكون فيها المطلوب معرفة احتمال الحصول على ٦ إشارات (+) أو أكثر بالصدفة فقط أي أن يكون للعقار تأثير في زيادة ضربات القلب.

وحيث إن:

متوسط توزيع ذي الحدين هو ن ح وانحرافه المعياري هو $\sqrt{\text{ن ح (١ − ح)}}$

فإن الوسط = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ = ٥

والانحراف المعياري = $\sqrt{١٠ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}}$ = ١,٥٨

ونود الآن معرفة إمكانية الحصول على ست قيم أو أكثر من ست قيم موجبة (+) بالصدفة فقط.

نحسب الحد الأدنى الفعلي للرقم ٦ ويكون ٥,٥، وتكون القيمة المعيارية (أو الإحصائية) ص المحسوبة كالتالي:

$$\text{ص} = \frac{٥,٥ - ٥}{١,٥٨} = ٠,٣١٦٥$$

وهذه القيمة أقل مما يجب لنرفض الفرضية الأولية أو بعبارة أخرى نستبعد أن يكون للعقار أي تأثير وذلك لأن القيمة المناظرة من جدول التوزيع الطبيعي لفحص ذو جهة

واحدة لمقدار ٥٪ العليا هي ص = ١,٦٤ وهي قيمة ص المناظرة لمساحة تحت المنحنى الطبيعي مقدارها ٠,٩٥ .

ولتوضيح استخدام اختبار الإشارة بصورة مختصرة نورد المثال التالي .

مثـال (٢)

اتبـع ستـة عشر مريضا نوعين من الحمية (طريقة التغذية) فكانت التغيرات النـاتجـة في وزن كل منهم (بعد وزنهم باستخدام الحمية الأولى ومن ثم وزنهم بعد استخدام الحمية الثانية) هي :

+١، -٦، +٩، +٤، -٤، +٨، -٩، +٧، -٣، +٩، +٥، +٦، +١، -٦، +٤، +٢

والمطلوب اثبات ما إذا كان للحمية الثانية تأثير ملموس في زيادة وزن المرضى .

الحـل

نلاحظ أن عدد الإشارات الموجبة (+) هي ١١ من بين ١٦ قراءة وبالتالي فإن :

المتوسط = ١٦ × $\frac{١}{٢}$ = ٨

والانحراف المعياري = $\sqrt{١٦ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}}$ = ٢

ومن ذلك نوجد قيمة ص المحسوبة وهي ص كالتالي :

$$ص = \frac{١٠,٥ - ٨}{٢} = ١,٢٥$$

أما قيمة ص من الجدول المناظر لأكثر من ١٠٪ فهي ص = ١,١٩ ، أي أنه يوجـد فرق بين الحميتين أو أن الحمية الأولى تزيد في الوزن بصورة ملموسة مقارنة بالحمية الثانية لأن قيمة ص المحسوبة أكبر من قيمة ص الجدولية .

نلاحظ أننا لو أخذنا على سبيل المثال قيم ص الجدولية المناظرة للنقطة ٥٪ العليا لوجدنا أن ص = ١,٦٥ أي لا يوجد فرق بين الحميتين لأن قيمة ص المحسوبة الأولى أقل من قيمة ص الجدولية في هذه الحالة.

(١٣ - ٣) اختبار مان ويتني (يو)

سنشير إلى هذا الاختبار يو اختصارًا. ويستخدم عادة عند الرغبة في فحص الفرق بين عينتين مختارتين ومستقلتين عن بعضهما. ويعتبر اختبار يو البديل الآخر لاختبار تي في حالة عدم معرفة التوزيع الاحتمالي الذي تتبعه الظاهرة المطلوبة دراستها.

وسنوضح طريقة تطبيق استخدام اختبار يو أو اختبار مان ويتني (Mann Whitney) بالمثال التالي.

مثال (٣)

يود شخص معرفة ما إذا كان يوجد فرق بين دخل فئتين من عمال البناء وعمال السباكة على سبيل المثال. أخذت عينة من ١١ عامل بناء و ١٠ عمال سباكة وسجلنا دخل كل منهم كما في الجدول الآتي.

الدخل السنوي بآلاف الريالات والرتب المناظرة لفئتين من العمال

الدخل السنوي لعمال السباكة (س$_1$)	٢٠	٢٠,٥	٢١,٥	٢١	٩٥	٢٢	٢٧,٥	٣٠	١٥,٥	١٥	
الرتبة (ر$_1$)	٨	٧	٥	٦	١	٤	٣	٢	١٤	١٥	
الدخل السنوي لعمال البناء (س$_2$)	٨	٨,٥	١٠	١٠,٥	١٩,٥	١٩	١٨	١٧,٥	١٧	١٤,٥	١٤
الرتبة (ر$_2$)	٢١	٢٠	١٩	١٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٦	١٧

ولأن المنحنى التكراري لدخل المجتمع بصفة عامة ملتو (غير متماثل حول المتوسط) فالقراءات الناتجة لا يتوقع أن تتبع التوزيع الطبيعي. وبالتالي نستخدم اختبار

يو غير المعلمي لمثل هذه الحالات، نجد الرتبة المناظرة لكل قراءة من بين **٢١** قراءة مجتمعة كما هو موضح في الجدول وبنفس الطريقة التي حددنا فيها الرتب عند حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان. والهدف من هذا الاجراء هو معرفة ما إذا كانت إحدى مجموعات الرتب تقل بصورة ملموسة عن المجموعة الأخرى.

وتكون الفرضية الأولية هي $\text{فر}_{٠} : \text{ر}_{١} = \text{ر}_{٢}$

وتكون الفرضية البديلة هي $\text{فر}_{١} : \text{ر}_{١} \neq \text{ر}_{٢}$

ولحساب مقدار يو نحتاج إلى المقادير التالية:

عدد عمال السباكة $\text{ن}_{١} = ١٠$

عدد عمال البنـاء $\text{ن}_{٢} = ١١$

مجموع رتب عمال السباكة $\text{مجـ ر}_{١} = ٦٥$

ونعرِّف مقدار يو بالعلاقة التالية:

$$\text{يو} = \text{ن}_{١}\,\text{ن}_{٢} + \frac{\text{ن}_{١}(\text{ن}_{١} + ١)}{٢} - \text{مجـ ر}_{١}$$

وبالتعويض عن قيم المقادير $\text{ن}_{١}$، $\text{ن}_{٢}$ و $\text{مجـ ر}_{١}$ نجد أن:

$$\text{يو} = ١٠ \times ١١ + \frac{١٠ \times ١١}{٢} - ٦٥$$

$$= ١١٠ + ٥٥ - ٦٥ = ١٠٠$$

بعد ذلك نجد قيمة الإحصائية ص المناظرة للمقدار يو من العلاقة التالية:

$$\text{ص} = \frac{\text{يو} - \frac{\text{ن}_{١}\,\text{ن}_{٢}}{٢}}{\sqrt{\frac{\text{ن}_{١}\,\text{ن}_{٢}(\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢} + ١)}{١٢}}}$$

$$\text{ص} = \frac{١٠٠ - \frac{١٠ \times ١١}{٢}}{\sqrt{\frac{١٠ \times ١١ \times (١٠ + ١١ + ١)}{١٢}}}$$

$$= \frac{١٠٠ - ٥٥}{\sqrt{٢٠١,٦٧}}$$

$$= \frac{٤٥}{١٤,٢} = ٣,١٧$$

وحيث إن قيمة ص من جدول التوزيع الطبيعي في حالة أن أ = ٥٪ أو أ = ١٪ هي كالتالي:

$$ص_{٠,٠٢٥} = \pm ١,٩٦$$

$$ص_{٠,٠٠٥} = \pm ٢,٥٨$$

ولأن قيمة ص الجدولية < ص المحسوبة فإننا نرفض الفرضية الأولية وهي أن $ر_{١} = ر_{٢}$ أي أنه يوجد فرق بين الدخل السنوي لعمال السباكة والدخل السنوي لعمال البناء أي نقبل فرضية البديلة $ر_{١} \neq ر_{٢}$. وكذلك لأن مجموع رتب الدخل السنوي لعمال البناء منذ البداية كان أكبر حيث إن مجـ $ر_{٢}$ = ١٦٦ أي أن عمال البناء يحصلون على دخل لا يساوي دخل عمّال السباكة.

يلاحظ أنه لا يمكن استخدام اختبار يو في حالة أن حجم أي من العينتين أقل من ٩ قراءات وسيستخدم في ذلك جدولاً خاصًا لن نتعرض له في مستوى الكتاب الحالي.

(١٣ ـ ٤) اختبـار ولكوكسـون (Wilcoxon)

يستخـدم اختبـار ولكـوكسـون لاختبـار ما إذا كان يوجد فرق بين مجموعتين مرتبطتين من القراءات. أي فحص البيانات الأولية لمجموعتين من الأزواج المتناظرة أي قد تكون القراءات عبارة عن دخل زوجين في مجموعة من الأسر، أو وزنهما مثلاً، يستخـدم اختبـار ولكـوكسـون كذلك لفحص مدى جدوى تطبيق طرق جديدة في التعليم، أو تطبيق عقوبات معينة من قبل اجراءات المرور، أو عقوبة بعض المخالفات الإدارية... الخ.

ولتوضيح كيفية استخدام اختبار ولكوكسون نورد المثال التالي.

مثال (٤)

اقترح أحد التربويين طريقة جديدة لتدريس أحد دروس مقرر الرياضيات في السنة الثانية من المرحلة المتوسطة. ولفحص جدوى هذه الطريقة أخذنا عينة مكونة من عشرين طالبًا على صورة عشرة أزواج بحيث أن كل زوج يتكون من طالبين لهما نفس درجة الرياضيات في المرحلة السابقة (السنة الأولى). أُلقِيَ الدرس على عشرة من الطلاب بالطريقة الجديدة، وعلى العشرة الآخرين بالطريقة المعتادة، وأُجْرِيَ امتحان بعد ذلك فكانت نتائجهم كما في الجدول التالي (لاحظ أن رقم الزوج تعني الطالبين اللذين حصلا على نفس الدرجة في المرحلة السابقة).

رقم الزوج	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
درجات الطلاب حسب الطريقة الجديدة ($س_1$)	٧٠	٩٠	٨١	٩١	٧٩	٨٨	٩٢	٨٩	٩٤	٩٦
درجات الطلاب حسب الطريقة المعتادة ($س_2$)	٧١	٩٥	٨٥	٩٣	٧٩	٩٠	٩٥	٩٥	٨٧	٨٦
الفرق ($س_1 - س_2$)	−١	−٥	−٤	−٢	صفر	−٢	−٣	−٦	+٧	+١٠
القيمة المطلقة للفرق	١	٥	٤	٢	—	٢	٣	٦	٧	١٠
رتبة الفرق	١	٦	٥	٢,٥	—	٢,٥	٤	٧	٨	٩

لاحظ أننا استبعدنا القراءة الناتجة من الزوج صفر لعدم وجود فرق بين الطريقتين في تلك القراءة أي نحصر دراستنا على بقية الأزواج وعددها ٩.

نجد الفرق بين $س_1 - س_2$ كما في الصف الرابع. ثم نوجد القيمة المطلقة للفرق كما هو موضح في الصف الخامس نوجد الرتبة المناظرة لكل قيمة مطلقة من قيم الفـروق كما في الصف السادس.

لاحظ أن الزوجين رقم ٤ ، ورقم ٦ لهما نفس قراءة الفرق ٢ ، وبالتالي فإن رتبة كل منهما هي $\frac{٢ + ٣}{٢}$ = ٢,٥ لأن أحدهما لابد وأن يأخذ الرتبة الثانية والآخر يأخذ الرتبة الثالثة وبالتالي فإن كلاً منهما يأخذ متوسط الرتبتين ٢ ، ٣ (كما سبق عند دراسة معامل ارتباط الرتب). نحسب بعد ذلك مجموع الرتب للفروق الموجبة أو السالبة ونختار دائمًا الإشارة الأقل تكرارًا. ففي مثالنا الحالي نأخذ الإشارة الموجبة (+) حيث تتكرر مرتين فقط ومن ذلك نجد أن قيمة احصائية ولكوكسون و هي :

و = مجموع الرتب الناتجة من الزوجين رقمي ٩ و ١٠

= ٨ + ٩ = ١٧

أما قيمة و من جدول ولكوكسون [جدول رقم (٦) آخر الكتاب] لتسع قراءات وتحت ٠,٠٥ هي :

$$\text{و}_{\text{ج}\,(٠,٠٥)} = ٦$$

نلاحظ أن و الجدولية < و المحسوبة وبالتالي فإننا نقبل الفرضية الأولية (وهي أن قراءات الطريقتين الجديدة والمعتادة لهما نفس التوزيع) ونلاحظ أنه على عكس الاختبارات الأخرى فإننا نرفض الفرضية الأولية في اختبار ولكوكسون فقط إذا كانت قيمة و المحسوبة أقل أو تساوي قيمة و الناتجة من الجدول.

نلاحظ كذلك أن الجدول رقم (٦) يعطي القراءات من ٦ إلى ٢٥ زوجًا من القراءات أما عندما يكون لدينا أكثر من ٢٥ زوجًا من القراءات فإننا نستخدم التقريب التالي للقيمة (و) ويمكن مقارنتها باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري حيث الإحصائية ص في هذه الحالة هي :

$$\text{ص} = \frac{\text{و} - \frac{\text{ن}\,(\text{ن} + ١)}{٤}}{\sqrt{\frac{\text{ن}\,(\text{ن} + ١)\,(٢\text{ن} + ١)}{٢٤}}}$$

حيث إن ن عدد الفروق غير الصفرية.

وبذلك نقارن قيمة ص المحسوبة مع ص = ± ١,٩٦ لمستوى معنوية ٠,٠٥ أو ص = ± ٢,٥٨ لمستوى معنوية ٠,٠١.

(١٣ ـ ٥) اختبار كروسكال واليس (Kruskal - Wailis)

يمكن اعتبار اختبار كروسكال واليس على أنه تعميم لاختبار مان ويتني الذي درسناه في البند السابق حيث هذا الإختبار يدرس م عيّنة بدل من عينتين أو مجموعتين من القراءات.

لنفرض أن العينات المطلوب دراستها هي :

س_{11} ، س_{21} ، . . . . ، $\text{س}_{\text{ن}_1 1}$ العينة الأولى وحجمها ن_1 .

س_{12} ، س_{22} ، . . . . ، $\text{س}_{\text{ن}_2 2}$ العينة الثانية وحجمها ن_2 .

. . . .

$\text{س}_{1\text{م}}$ ، $\text{س}_{2\text{م}}$ ، . . . . ، $\text{س}_{\text{ن}_\text{م} \text{م}}$ العينة رقم م وحجمها $\text{ن}_\text{م}$.

والفرضية الأولية المطلوب فحصها هي أن توزيع المتغيرات $\text{س}_{.1}$ ، $\text{س}_{.2}$ ، . . . ، $\text{س}_{.\text{م}}$ متساوية.

ولتطبيق اختبار كروسكال واليس نرتب العينة المختلطة من جميع المتغيرات، ولنفرض أن ر ($\text{س}_{.\text{ص}}$) هو مجموع رتب المتغير $\text{س}_{.\text{ص}}$ حيث ١ < ص < م ويكون معدل رتب المتغير $\text{س}_{.\text{ص}}$ هو $\bar{\text{ر}}$ ($\text{س}_{.\text{ص}}$) = $\frac{\text{ر}(\text{س}_{.\text{ص}})}{\text{ن}_\text{ص}}$ ومن ذلك يمكن ملاحظة أنه لو كانت توزيعات المتغيرات متساوية فإنه يمكن اعتبار رتب المتغير $\text{س}_{.\text{ص}}$ وكأنها عينة مقدارها $\text{ن}_\text{ص}$ مأخوذة من ن قراءة حيث ن = $\text{ن}_1 + \text{ن}_2 + \cdots + \text{ن}_\text{م}$

ومن ذلك نجد أن :

$$\text{تباين } \bar{\text{ر}}_\text{ص} = \frac{\text{ن} - \text{ن}_\text{ص}}{\text{ن} - 1} \cdot \frac{\sigma^2}{\text{ن}_\text{ص}}$$

ويكــون :

$$\text{متوسط } \bar{ر}_{ص} = \mu$$

حيث إن :

$$\sigma^2 = \frac{ن^{٢} - ١}{١٢} \quad ، \quad \mu = \frac{ن + ١}{٢}$$

ويمكن رفض الفرضية الأولية إذا كان تباين $\bar{ر}_{ص}$ كبيراً .

عادة ما تستخدم الكمية المرجحة $\sum_{ص = ١}^{م} ن_{ص} \left(\bar{ر}_{ص} - \frac{ن + ١}{٢}\right)^{٢}$
التي سيكون توقعها هو:

$$(م - ١) \; \frac{ن\,(ن + ١)}{١٢}$$

وبالتالي فإن اختبار كروسكال واليس للإحصائية ك هو:

$$ك = \frac{٤٢}{ن\,(ن + ١)} \sum_{ص = ١}^{م} ن_{ص} \left(ر_{ص} - \frac{ن + ١}{٢}\right)^{٢}$$

أو:

$$ك = \frac{١٢}{ن\,(ن + ١)} \sum_{ص = ١}^{م} \frac{ر^{٢}_{ص}}{ن_{ص}} - ٣\,(ن + ١)$$

حيث إن القيمة المتوقعة للمقدار ك هي كا^{٢} (م − ١)، والمقدار ك يتبع توزيع مربع كاى بدرجة حرية (م − ١) ولتوضيح تطبيق اختبار كروسكال واليس نورد المثال التالي .

مثـال (٥)

كانت درجات ثلاثة إخوة في مادة الرياضيات في خمس سنوات كما في الجدول التالي :

درجات ثلاثة إخوة في مادة الرياضيات خلال خمس سنوات

الاسم / السنة	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	المتغير
محمد	٨٠	٨٥	٧٤	٦٠	-	$س_1$
علي	٧٠	٨٥	٩٥	٨٦	٩٠	$س_2$
سعيد	٩١	٧٢	٨١	-	-	$س_3$

عدم وجود رقم يشير إلى أنه لا توجد قراءة أي أن درجات محمد كانت لأربع سنوات وعلي لخمس سنوات وسعيد لثلاث سنوات. والمطلوب فحص ما إذا كان يوجد أية فروق بين درجات الإخوة الثلاثة أم لا. نرتب القراءات مجتمعة تصاعديًا، ونحدد المتغير المناظر لكل حالة كمايلي:

القراءة	الرتبة	المتغير	القراءة	الرتبة	المتغير
٦٠	١	$س_1$	٨٥	٧,٥	$س_1$
٧٠	٢	$س_2$	٨٥	٧,٥	$س_2$
٧٢	٣	$س_3$	٨٦	٩	$س_2$
٧٤	٤	$س_1$	٩٠	١٠	$س_2$
٨٠	٥	$س_1$	٩١	١١	$س_3$
٨١	٦	$س_3$	٩٥	١٢	$س_2$

مجموع الرتب هي:

$$ر_1 = ١ + ٤ + ٥ + ٧,٥ = ١٧,٥$$

$$ر_2 = ٢ + ٧,٥ + ٩ + ١٠ + ١٢ = ٤٠,٥$$

$$ر_3 = ٣ + ٦ + ١١ = ٢٠$$

$$\underset{\text{ص}=1}{\overset{3}{\text{مجـ}}} \frac{\text{ر}^2_{\text{ص}}}{\text{ن}_{\text{ص}}} = \frac{(17,5)^2}{4} + \frac{(40,5)^2}{5} + \frac{(20)^2}{3}$$

$$= 537,945$$

ومن ذلك نجد باستخدام العلاقة الثانية للإحصائية ك أن:

$$\text{ك} = \frac{12}{12 \times 13}(537,945) - 3 \times 13$$

$$= 2,38$$

ومن جدول مربع كاى أو كا² نجد أن:

$$\text{ك} \leqslant \text{كا}^2_{0,05\,,\,2} = 5,99$$

حيث إن عدد درجات الحرية تساوي عدد المجموعات المراد اختبارها مطروحًا منه واحد. ولأن قيمة ك المحسوبة < $\text{كا}^2_{0,05\,,\,2}$، الجدولية فإننا نقبل الفرضية الأولية وهي أن $\text{كا}^2_{0,05\,,\,2}$ توزيعات درجات الإخوة الثلاثة متساوية.

(١٣ ـ ٦) تمارين

١ ـ استخدم اختبار الإشارة في مستوى ٥٪ لفحص ما إذا كان لمجموعة من الفيتامينات تأثير في زيادة الوزن إذا استخدمها ١٠ أشخاص، وكانت أوزانهم قبل استخدامها وبعده كمايلي:

أوزان عشرة أشخاص قبل وبعد استخدام الفيتامينات

الوزن قبل استخدام الفيتامينات	٨٠	٧٥	٩٠	٦٠	٧٤	٧٥	٥٥	٥٩	٦٠	٧١
الوزن بعد استخدام الفيتامينات	٨٢	٧٢	٩٤	٦٣	٧٥	٧١	٥٦	٥٩	٦٥	٧٠

٢ ـ استخدم اختبار ولكوكسون لفحص تأثير مجموعة الفيتامينات على الوزن في تمرين (١).

٣ ـ لقد وجد أن ساعات خارج الدوام التي يطالب بالتعويض عنها موظفان من إحدى الشركات في كل شهر لمدة سنة كما يلي:

ساعات خارج الدوام لموظفين من إحدى الشركات خلال عام

الشهـــر	عدد ساعات الموظف الأول	عدد ساعات الموظف الثاني
محـــرم	٧٠	٦٠
صفـــر	٧٩	٤٨
ربيع الأول	٥٠	٦٥
ربيع الآخر	٧١	٧٢
جمادى الأولى	٣٠	٥٥
جمادى الآخرة	٦٢	٦٢
رجـــب	٤٨	٤٧
شعبـــان	٥٠	٥٢
رمضـــان	٤١	٤١
شـــوال	٥١	٥٤
ذو القعدة	٦٣	٥١
ذو الحجة	٣٨	٤٠

استخدم اختبار ولكوكسون لفحص ما إذا كان يوجد فرق في توزيع ساعات خارج الدوام التي يطالب بها الموظفان.

٤ ـ استخدم اختبار مان ويتني (يو) لفحص مايلي:

أ) إذا كان للفيتامينات تأثير في زيادة الوزن في تمرين (١).

ب) إذا كان لساعات خارج الدوام للموظفين في تمرين (٣) نفس التوزيع.

٥ - في إحـدى المؤسسات الخاصة العاملة في مجال الدراسات الاقتصادية أخذت ٣ عينات لموظفين فيها مكونة من السعوديين وحجمها ٥ والباكستانيين وحجمها ٤ والأمريكيين وحجمها ٣ من خمسة أقسام مختلفة والمراد معرفة ما إذا كانت توزيعات أعمار الموظفين للعينات الثلاثة متساوية، إذا كانت البيانات كما في الجدول التالي:

توزيعات ثلاث جنسيات في خمسة أقسام في إحدى المؤسسات

القسم / الجنسية	١	٢	٣	٤	٥
السعوديون	٢٩	٢٧	٣٠	٣٣	٢٨
الباكستانيون	٢٨	٢٦	٣٦	٣٩	-
الأمريكيون	٤٣	٢٤	٣٥	-	-

حيث إن (-) في أي خانة تعني لا توجد قراءة.

(استخدم اختبار كروسكال واليس)

٦ - إذا كانت عدد خلايا الدم الحمراء (مليون لكل ملليمتر مكعب) لتسعة من الرجال والنساء هي كمايلي:

رجال ٤,٧٠، ٥,١٥، ٥,٣٥، ٤,٥٠، ٤,٦٠، ٥,٥٥، ٥,١٠، ٤,٣٠، ٦,٦٠

نساء ٤,١٠، ٤,٧٥، ٤,٢٠، ٤,٤٠، ٤,٥٥، ٤,١٠، ٤,٣٠، ٤,٦٠، ٤,٥٠

فاستخدم اختبار مان ويتني لفحص ما إذا كان يوجد فرق بين الجنسين بالنسبة لخلايا الدم الحمراء.

٧ - كانت عدد الحوادث المرورية بين السيارات لمدة ١٢ شهرًا في إحدى المدن قبل تطبيق نظام المرور (الجديد) وبعده كمايلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع الأول	ربيع الآخر	جمادى الأولى	جمادى الآخرة	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذو القعدة	ذو الحجة
عدد الحوادث قبل تطبيق النظام	٩٠	٧٥	٨٥	١٣٠	٦٥	٨٩	٤٩	٩٠	١٤٠	٨٥	٨٣	٧٤
عدد الحوادث بعد تطبيق النظام	٩٤	٥٥	٧٠	١٠٥	٨٠	٦٠	٥٥	٦٧	١٢٠	٩٢	٨٣	٧١

استخدم اختبار ولكوكسون للتعليق على جدوى النظام الجديد للمرور.

٨ ـ تقديرات ٣ مجموعات من الطلبة (من خريجي ثلاث ثانويات مختلفة) في مادة الرياضيات هي كمايلي:

المجموعة الأولى: أ ، جـ ، ب + ، جـ +، د

المجموعة الثانية: ب ، هـ ، جـ + ، أ ، أ ، ب ، ب

المجموعة الثالثة: أ ، ب ، أ ، أ ، هـ ، هـ ، جـ + ، د ، ب +

ادرس ما إذا كان يوجد فرق معنوي بين مجموعات الطلاب الثلاث في مادة الرياضيات.