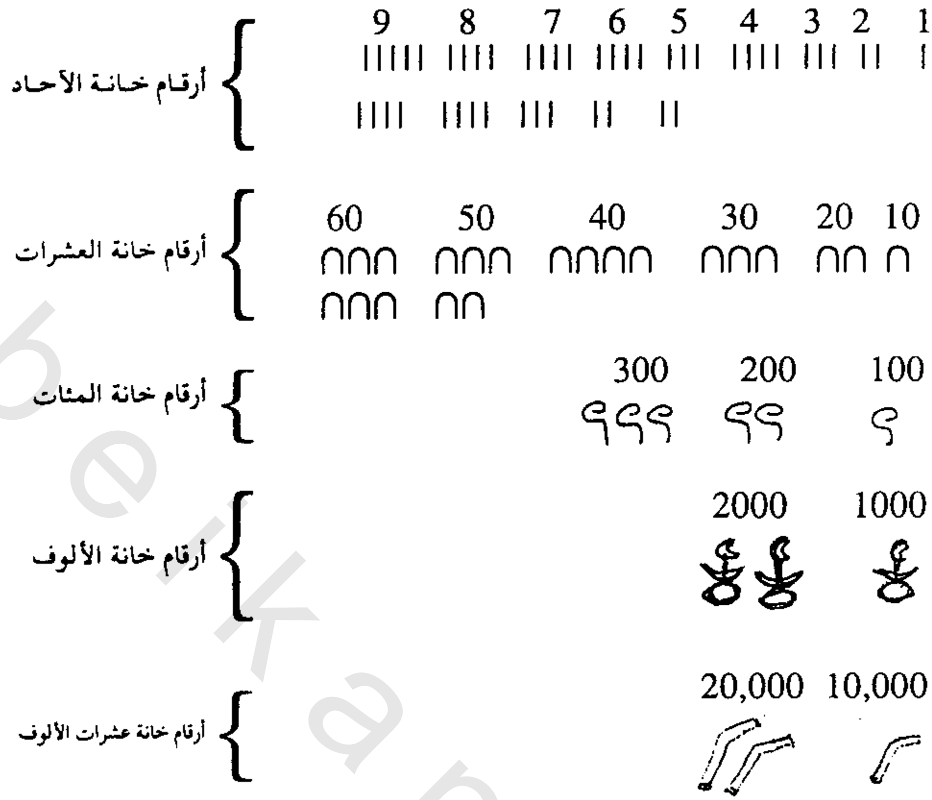
الفصل الأول
علم الحساب عند قدماء المصريين

لنهر النيل الأثر الكبير في نشأة الحضارة في مصر ، فكان قدماء المصريين يهتمون بمسح الأرض الزراعية الغنية بمحصولها الغذائي ، كما وضعوا التقاويم لمعرفة فيضان النيل . لذا نرى أن لهم أيضاً دوراً عظيماً في الهندسة المعمارية وذلك لعنايتهم البالغة في بناية المعابد .

أما موضوع معلوماتنا الرياضية التي نعرفها عن قدماء المصريين فمصدرها أوراق البردي[1] المعروف باسم رايند (Rhind) ومؤلفها أحمس (Ahmes) تقريباً سنة (١٦٠٠ قبل الميلاد) وتحتوي على قرابة (٨٥) مسألة رياضية ، وهذه المجموعة موجودة في المتحف البريطاني بلندن ، وكذلك يوجد أوراق البردي لأحمس في موسكو وتعرف باسم أوراق بردي موسكو) (Golenischev or Moscow papyrus) والتي اشْتريت من مصر سنة ١٣١١ هجرية ، وتتضمن بردية موسكو حوالي ٢٥ مسألة ، وجميع البرديات كتبت باللغة الهيروغليفية .

كانت الكتابة عند قدماء المصريين من اليمين لليسار ، أي : مطابقة للغة العربية بعكس اللغة اللاتينية . لذا نلاحظ ذلك عند كتابة الأرقام التي استخدموا لها رموزاً خاصة مثل :

(١) ورق البردي مستخرج من القصب الذي يعيش في الماء . حيث يقطع ويلقى في الماء مدة من الزمن ثم يوضع طبقة فوق طبقة ويضغط ويترك في الشمس ، فتلتصق هذه الطبقات بواسطة المادة الصمغية الموجودة في النبات لتكون صحيفة صالحة للكتابة .



مثال لكتابة الرقم 21223 =

ولقد طور قدماء المصريين إشارات خاصة بهم للجمع والطرح مثل (+) و (–) أما الإشارة الخاصة بيساوي فهي = ، وكل ذلك يظهر واضحاً وجلياً في أوراق البردي الخاصة بأحمس والموجودة في المتحف البريطاني .

واستعمل قدماء المصريين الكسور التي بسطها الواحد بجانب الكسر $\frac{٢}{٣}$ ، كما أنهم استفادوا من الرموز التي أعطوها الأرقام في كتابة الكسور مع وضع علامة فوق العدد ليدل على أنه كسر مثل $\frac{١}{٣}$ = ، $\frac{١}{٣٠}$ = ، $\frac{١}{١٢}$ = .

أما $\frac{\text{٢}}{\text{٣}}$ فقد استخدموا علامة خاصة بالكهنة في مصر آنذاك وهي « γ » .
وفي بعض الأحيان يستعمل مؤرخو الرياضيات الرمز ليدل على الكسر $\frac{\text{٢}}{\text{٣}}$ ، والمجمع عليه هو الرمز .

ولقد كانت كتابة الكسور ذات البسط الواحد عملية متعبة ، بل مزعجة جداً ، لذا نجد قدماء المصريين صنعوا لها القوانين والجداول التي تعين طلاب العلوم الرياضية . ويظهر ذلك في برديات قدماء المصريين الموجودة في المتحف البريطاني وموسكو ، ومن هذه الدساتير :

$$(\text{١})\quad \frac{\text{٢}}{\text{ب}} = \frac{\text{١}}{\frac{\text{١} + \text{ب}}{\text{٢}}} + \frac{\text{١}}{\text{ب}\,\frac{(\text{ب} + \text{١})}{\text{٢}}} \text{ ،}$$

مثال (١) :

$$\frac{\text{٢}}{\text{١١}} = \frac{\text{١}}{\frac{\text{١١} + \text{١}}{\text{٢}}} + \frac{\text{١}}{\text{١١}\,\frac{(\text{١١} + \text{١})}{\text{٢}}} = \frac{\text{١}}{\text{٦}} + \frac{\text{١}}{\text{٦٦}}$$

مثال (٢) : :

$$\frac{\text{٢}}{\text{٩}} = \frac{\text{١}}{\frac{\text{٩} + \text{١}}{\text{٢}}} + \frac{\text{١}}{\text{٩}\,\frac{(\text{١} + \text{٩})}{\text{٢}}} = \frac{\text{١}}{\text{٥}} + \frac{\text{١}}{\text{٤٥}}$$

$$(\text{٢})\quad \frac{\text{٢}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{١}}{\text{حـ}\,\frac{(\text{ب} + \text{حـ})}{\text{٢}}} + \frac{\text{١}}{\text{ب}\,\frac{(\text{ب} + \text{حـ})}{\text{٢}}}$$

مثال :

$$\frac{\text{٢}}{\text{٥}} = \frac{\text{٢}}{(\text{١})(\text{٥})} = \frac{\text{١}}{\text{٥}\,\frac{(\text{٥} + \text{١})}{\text{٢}}} + \frac{\text{١}}{\text{١}\,\frac{(\text{٥} + \text{١})}{\text{٢}}} = \frac{\text{١}}{\text{١٥}} + \frac{\text{١}}{\text{٣}}$$

$$\frac{٢}{١٥} = \frac{٢}{\underset{\underset{ب}{\downarrow}}{٣} \times \underset{\underset{حـ}{\downarrow}}{٥}} = \frac{١}{٥\,\frac{(٣+٥)}{٢}} + \frac{١}{٣\,\frac{(٣+٥)}{٢}} = \frac{١}{٢٠} + \frac{١}{١٢}$$

$$(٣)\quad \frac{٢}{٣ب} = \frac{١}{٢ب} + \frac{١}{٦ب}$$

مثال : $\frac{٢}{٩} = \frac{٢}{٣ \times ٣} = \frac{١}{٦} + \frac{١}{١٨}$ ، $\frac{٢}{٣٣} = \frac{٢}{٣ \times ١١} = \frac{١}{٢٢} + \frac{١}{٦٦}$

يتضح مما تقدم أن الدستور الثاني أكثر عمومية ، وأن كلاً من الدستور الأول والثالث يعتبران نتيجتين للدستور الثاني .

(٤) وفي حالة أن بسط الكسر غير العدد «٢» فإن قدماء المصريين استعملوا بكل نجاح طريقة قسمة المقام على البسط بحيث يكون اختيار الناتج الجزئي أكثر من المقسوم مباشرة ، والاستمرار على هذا المنوال حتى تنتهي عملية القسمة بواحد أو بصفر .

مثال (١) : (أ) $\frac{٣}{٥}$

$$\begin{array}{r|c|l} ٥ & ٣ & ٢ \\ & ٦ & \\ & ١ & ٥ \end{array}$$

إذن $\frac{٣}{٥} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{١٠}$

(ب) $\frac{٤}{٧}$

$$\begin{array}{r|c|l} ٧ & ٤ & ٢ \\ & ٨ & \\ & ١ & ٧ \end{array}$$

إذن $\frac{٤}{٧} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{١٤}$

(جـ) $\frac{١٣}{٢٣}$

٢	١٣	٢٣
	٢٦	
٨	٣	
	٢٤	
٢٣	١	

$$\therefore \frac{١٣}{٢٣} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{١٦} + \frac{١}{٣٦٨}$$

مثال (٢) : : (أ) $\frac{١١}{١٢}$

٢	١١	١٢
	٢٢	
٢	١٠	
	٢٠	
٢	٨	
	١٦	
٣	٤	
	١٢	
	٠	

$$\therefore \frac{١١}{١٢} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٨} + \frac{١}{٢٤}$$

(ب) $\frac{١٥}{٢٣}$

٢	١٥	٢٣
	٣٠	
٤	٧	
	٢٨	
٥	٥	
	٢٥	
١٢	٢	
	٢٤	
٢٣	١	

$$\therefore \frac{١٥}{٢٣} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٨} + \frac{١}{٤٠} + \frac{١}{٤٨٠} + \frac{١}{٤٨٠ \times ٢٣}$$

مثال (٣) : كيف كان قدماء المصريين يكتبون الكسور :

(أ) $\frac{٢١}{٢٣}$

٢	٢١	٢٣
	٤٢	
٢	١٩	
	٣٨	
٢	١٥	
	٣٠	
٤	٧	
	٢٨	
٥	٥	
	٢٥	
١٢	٢	
٢٣	٢٤	
	١	

$$\therefore \frac{٢١}{٢٣} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٨} + \frac{١}{٣٢} + \frac{١}{١٦٠} + \frac{١}{١٩٢٠} + \frac{١}{٤٤١٦٠}$$

(ب) $\frac{٥}{٢١}$

٥	٥	٢١
	٢٥	
٦	٤	
	٢٤	
٧	٣	
	٢١	
	٠	

$$\therefore \frac{٥}{٢١} = \frac{١}{٥} + \frac{١}{٣٠} + \frac{١}{٢١٠}$$

(جـ) $\frac{٧}{٢٣}$

٢٣	٧	٤
	٢٨	
	٥	٥
	٢٥	
	٢	١٢
	٢٤	
	١	٢٣

$\therefore \frac{٧}{٢٣} = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٢٠} + \frac{١}{٢٤٠} + \frac{١}{٥٥٢٠}$

(د) $\frac{١٣}{٢٤}$

٢٤	١٣	٢
	٢٦	
	٢	١٢
	٢٤	
	٠	

$\therefore \frac{١٣}{٢٤} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢٤}$

(هـ) $\frac{٢٥}{٢٧}$

٢٧	٢٥	٢
	٥٠	
	٢٣	٢
	٤٦	
	١٩	٢
	٣٨	
	١١	٣
	٣٣	
	٦	٥
	٣٠	
	٣	٩
	٢٧	
	٠	

$\therefore \frac{٢٥}{٢٧} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٨} + \frac{١}{٢٤} + \frac{١}{١٢٠} + \frac{١}{١٠٨٠}$

مثال (٤) : كيف كان قدماء المصريين يكتبون الكسر $\frac{١٧}{٣٥}$ ؟

الحـل :

٣٥	١٧	٣
	٥١	
	١٦	٣
	٤٨	
	١٣	٣
	٣٩	
	٤	٩
	٣٦	
	١	٣٥

$$\therefore \frac{١٧}{٣٥} = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٩} + \frac{١}{٢٧} + \frac{١}{٢٤٣} + \frac{١}{٨٥٠٥}$$

عمل قدماء المصريين الجداول الرياضية للكسور معتمدين على القوانين الأربعة سالفة الذكر . وأما القسمة المطولة ، فهي عكس الطريقة العادية المعروفة لدينا في وقتنا الحاضر والتي سنتحدث عنها قريباً . وقد ورث هذه الثروة العظيمة علماء اليونان واستفادوا منها في تطوير طرقهم الحسابية .

وعندما فكر قدماء المصريين في الحصول على الجذر التربيعي رمزوا له بالعلامة $\sqrt{}$ ، واستخدموا المتوسط العددي لأقرب جذر للعدد وللعدد مقسوم على أقرب جذر ، فمثلاً $\sqrt{ب}$ ، افرض أن أقرب جذر للعدد $\sqrt{ب} = حـ$ ،

لذا المتوسط العددي للرقمين حـ ، $\frac{ب}{حـ} = \frac{حـ + \frac{ب}{حـ}}{٢}$.

مثال (١) : $\sqrt{١١}$ أقرب جذر للعدد ١١ هو ٣

ولكن ١١ = ٣ × $\frac{١١}{٣}$

إذن المتوسط العددي للرقمين ٣ ، $\frac{١١}{٣}$ هو $\frac{٣ + \frac{١١}{٣}}{٢} = \frac{٩ + ١١}{٦} = \frac{٢٠}{٦} =$

$$\frac{١٠}{٣} = ٣\frac{١}{٣} = ٣,٣٣\overline{٣}$$

إذن $٣\frac{١}{٣}$ أقرب جذر من ٣

ولكن ١١ = $\frac{١٠}{٣} \times \frac{٣٣}{١٠}$

إذن المتوسط العددي للعاملين $\frac{١٠}{٣}$ ، $\frac{٣٣}{١٠}$ هو $\frac{\frac{١٠}{٣} + \frac{٣٣}{١٠}}{٢} = \frac{١٠٠ + ٩٩}{٦٠} =$

$$\frac{١٩٩}{٦٠} = ٣\frac{١٩}{٦٠} = ٣,٣١\overline{٦}$$

إذن $٣\frac{١٩}{٦٠}$ أقرب جذر من $٣\frac{١}{٣}$ ($٣\frac{١٩}{٦٠} = ٣,٣١٧$) وهكذا .

مثال (٢) : أوجد الجذر التربيعي للعدد ٢٣ بطريقة قدماء المصريين .

الحل : $\sqrt{٢٣}$ أقرب جذر للعدد ٢٣ هو ٥ .

ولكن ٢٣ = ٥ × $\frac{٢٣}{٥}$ المتوسط العددي للعاملين ٥ ، $\frac{٢٣}{٥}$ هو

$$\frac{٥ + \frac{٢٣}{٥}}{٢} = \frac{٢٥ + ٢٣}{١٠} = \frac{٤٨}{١٠} = \frac{٢٤}{٥} = ٤\,\frac{٤}{٥} = ٤,٨$$

إذن ٤ $\frac{٤}{٥}$ أقرب جذر من ٥ .

ولكن ٢٣ = $\frac{٢٤}{٥} \times \frac{١١٥}{٢٤}$ المتوسط العددي للعاملين $\frac{٢٤}{٥}$ ، $\frac{١١٥}{٢٤}$ هو

$$\frac{\frac{٢٤}{٥} + \frac{١١٥}{٢٤}}{٢} = \frac{٥٧٥ + ٥٧٦}{٢٤٠} = \frac{١١٥١}{٢٤٠} = ٤\,\frac{١٩١}{٢٤٠} = ٤,٧٩٦$$

عندما حاول قدماء المصريين إجراء عملية الضرب والقسمة لجؤوا لاستخدام فكرة التضعيف المتتالي :

(١) في حالة الضرب يأخذ العدد الكبير ويقابله العدد واحد ، ويظهر ذلك من الأمثلة الآتية :

مثال (١) : اضرب ٢١٥ × $\underline{\underline{٨}}$.

الحـل :

١	٢١٥
٢	٤٣٠
٤	٨٦٠
$\underline{\underline{٨}}$	١٧٢٠

إذن حاصل ضرب ٢١٥ × ٨ = ١٧٢٠ كما هو واضح في العمود الأيسر .

مثال (٢) : (أ) اضرب ٢١٥ × ٦

الحــل :

١	٢١٥
٢ ✓	٤٣٠
٤ ✓	٨٦٠

٤٣٠ + ٨٦٠ = ١٢٩٠ وهو حاصل الضرب ٢١٥ × ٦

(ب) اضرب ٧ × ٥١٣

١✓	٥١٣
٢ ✓	١٠٢٦
٤ ✓	٢٠٥٢
	٣٥٩١

∴ ٧ × ٥١٣ = ٣٥٩١

ويلاحظ في المثال الثاني ، أن قدماء المصريين جمعوا ٢ + ٤ = ٦ في العمود الأيمن وهذا عبارة عن المضروب فيه . فيكون مجموع الأعداد المناظرة للعددين ٢ ، ٤ في العمود الأيسر وهما ٤٣٠ + ٨٦٠ = ١٢٩٠ هو حاصل الضرب ٢١٥ × ٦ . وبقيت طريقة قدماء المصريين مستعملة لمدة طويلة .

مثال (٢) : (أ) اضرب ٢١٥ × ١٩

الحــل :

١ ✓	١٢٥
٢ ✓	٢٥٠
٤	٥٠٠
٨	١٠٠٠
١٦ ✓	٢٠٠٠
١٩	٢٣٧٥

وهو حاصل ضرب ١٢٥× ١٩ المطلوب

(ب) اضرب ٢٧ × ٢٣

١✓	٢٧
٢ ✓	٥٤
٤ ✓	١٠٨
٨	٢١٦
١٦ ✓	٤٣٢
	٦٢١

∴ ٢٧ × ٢٣ = ٦٢١

أو	١ ✓	٢٣
	٢ ✓	٤٦
	٤	٩٢
	٨ ✓	١٨٤
	١٦ ✓	٣٦٨
	٢٧	٦٢١

أو	١ ✓	٢٣
	٢	٤٦
	٤ ✓	٩٢
	٨	١٨٤
	١٦٠	٣٦٨
	٣٢ ✓	٧٣٦

٢٧ = ٥ – ٣٢

∴ ٢٣ × ٢٧ = ٧٣٦ – ١١٥ = ٦٢١

(٢) أما في حالة القسمة فقد أخذوا العدد الصغير (المقسوم عليه) ومقابله العدد واحد ، ويظهر ذلك من الأمثلة الآتية :

مثال (٤) : (أ) اقسم ٢٥٦ ÷ ١٦

الحـــل :

١	١٦	
٢	٣٢	
٤	٦٤	
٨	١٢٨	
١٦	٢٥٦	لذا العدد ١٦ خارج القسمة

(ب) ٢١٧ ÷ ٧

١	٧	✓
٢	١٤	✓
٤	٢٨	✓
٨	٥٦	✓
١٦	١١٢	✓
٣١	٢١٧	لذا خارج القسمة ٣١

(جـ) ٢٢٥ ÷ ١٥

١	١٥	✓
٢	٣٠	✓
٤	٦٠	✓
٨	١٢٠	✓
١٥	٢٢٥	خارج القسمة ١٥

يلاحظ في المثال الرابع أن قدماء المصريين أخذوا المقسوم عليه ١٦ ووضعوه في العمود الأيسر والرقم واحد في العمود الأيمن وبدؤوا يضعّفون الطرفين حتى حصلوا على العدد ٢٥٦ في العمود الأيسر وهذا الرقم المقسوم . لذا العدد ١٦ وهو المناظر للعدد ٢٥٦ هو خارج القسمة وهو المطلوب .

مثال (٥) : (أ) اقسم ٣٩٠ ÷ ١٣

الحـل : ١	١٣	
٢	٢٦	✓
٤	٥٢	✓
٨	١٠٤	✓
١٦	٢٠٨	✓
٣٠	٣٩٠	
١٩	٢٣٧٥	

إذن خارج القسمة ٣٠ وهو المطلوب .

(ب) اقسم ٣٧٥ ÷ ١٥

١	١٥	✓
٢	٣٠	✓
٤	٦٠	✓
٨	١٢٠	
١٦	٢٤٠	
٣٢	٤٨٠	✓

لذا ٤٨٠ - (١٠٥) = ٣٧٥

∴ خارج القسمة = ٣٢ - (١ + ٢ + ٤) = ٢٥

(جـ) ٣٧٥ ÷ ١٥

١	١٥	✓
٢	٣٠	
٤	٦٠	
٨	١٢٠	✓
١٦	٢٤٠	✓
٢٥	٣٧٥	

∴ خارج القسمة ٢٥

مثال (٦) : اقسم ١١٢٥ ÷ ١٥

الحـــل :

١	١٥	✓
٢	٣٠	✓
٤	٦٠	
٨	١٢٠	✓
١٦	٢٤٠	
٣٢	٤٨٠	
٦٤	٩٦٠	✓
٧٥	١١٢٥	

يلاحظ أن قدماء المصريين جمعوا ١٥ + ٣٠ + ١٢٠ + ٩٦٠ = ١١٢٥ في العمود الأيسر لكي يحصلوا على المقسوم. لذا أيضاً جمعوا الأعداد المناظرة لها في العمود الأيمن ١ + ٢ + ٨ + ٦٤ = ٧٥ وهذا خارج القسمة.

مثال (٧): اقسم ١١٣٣ ÷ ١١

الحـل:

١	١١	✓ -
٢	٢٢	
٤	٤٤	
٨	٨٨	✓
١٦	١٧٦	
٣٢	٣٥٢	✓
٦٤	٧٠٤	✓

يبدو واضحاً أن قدماء المصريين جمعوا ٨٨ + ٣٥٢ + ٧٠٤ = ١١٤٤ ثم طرحوا ١١٤٤ - ١١ = ١١٣٣، لذا أيضاً جمعوا الأعداد المناظرة في العمود الأيمن ٨ + ٣٢ + ٦٤ = ١٠٤ وطرحوا ١٠٤ - ١ = ١٠٣ وهذا خارج القسمة.