

الجزء الرابع

الهندسة

GEOMETRY

الكورس الثامن عشر

التمثيل البياني للمعادلات

Graphs of equations

[١٨ - ١] مقدمة :

من خلال دراستنا للتمثيل البياني للنقط بالدرس السابق فإنه يمكن تمثيل بعض الأشكال الهندسية والخطوط المستقيمة الممثلة بمعادلات جبرية والأمثلة التالية توضح ذلك .

[١٨ - ٢] أمثلة على الخطوط المستقيمة :

● مثال (١) :

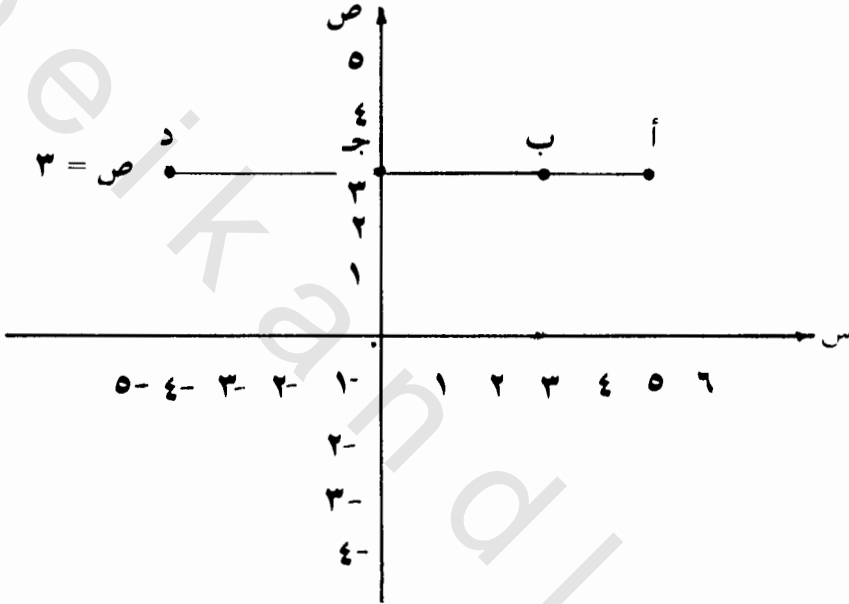
مثل مجموعة النقط التالية بيانياً ، ثم اذكر ما تلاحظه عنها :

النقطة (١) (٣ ، ٥) ، النقطة ب (٣ ، ٣) ، النقطة جـ (٣ ، ٥) ، النقطة د (٣ ، ٤-) ، النقطة هـ (٣ ، ٥)

● الحل :

يُلاحظ من الرسم البياني بشكل (١٨ - ١) أن النقاط الأربعة كلها تقع على خط مستقيم واحد (ا د) وأن الإحداثي الصادي لكل النقاط الأربعة هو (٣) أي $v = 3$

وبالتالي فالمستقيم ا د يوازي محور السينات .



شكل [١٨ - ١]

ويقال للمستقيم ا د أن معادلته هي $v = 3$

أي أن جميع النقط الواقعة عليه ، إحداثيها الصادي هو « ٣ » وبنفس الطريقة فإن محور السينات ، تكون معادلته $v = 3$

أي أن جميع النقط الواقعة عليه ، إحداثيها الصادي هو « صفر »

● مثال (٢) :

النقاط التالية ا ، ب ، ج ، د ، إحداثياتها على الترتيب كالتالي :

[ا] (١- ، ٤) ، [ب] (١- ، ١) ، [ج] (١- ، صفر) ،

[د] (١- ، ٣)

باستخدام التمثيل البياني للنقط ، وضح هذه النقاط واكتب معادلة الخط المستقيم ا د .

● الحل :

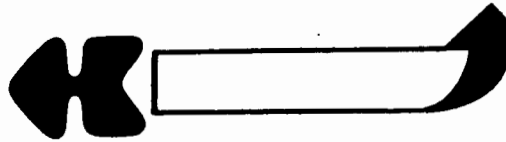
انظر شكل (١٨ - ٢) ، نلاحظ أن النقاط الأربع كلها تقع على استقامة واحدة ويضمها معاً الخط المستقيم (ا د) ولأن كل نقطة على الخط ، إحداثياتها السيني هو (١-) أى (س = ١-) لذلك نلاحظ أن المستقيم (ا د) يوازي محور الصادات ويبعد عنه بعداً عمودياً ثابتاً مقداره واحد (الوحدة) .

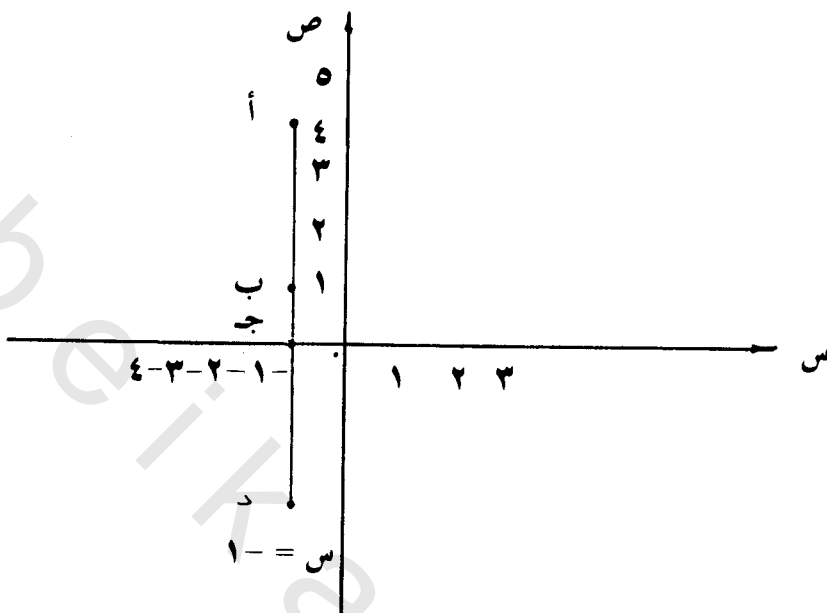
وعلى هذا فمعادلة الخط المستقيم (ا د) هي :

$$س = ١-$$

وبنفس الطريقة فإن معادلة محور الصادات هي س = صفر

لأن جميع النقط الواقعة عليه يكون إحداثياتها السيني مساوياً للصفر .





شكل [٢ - ١٨]

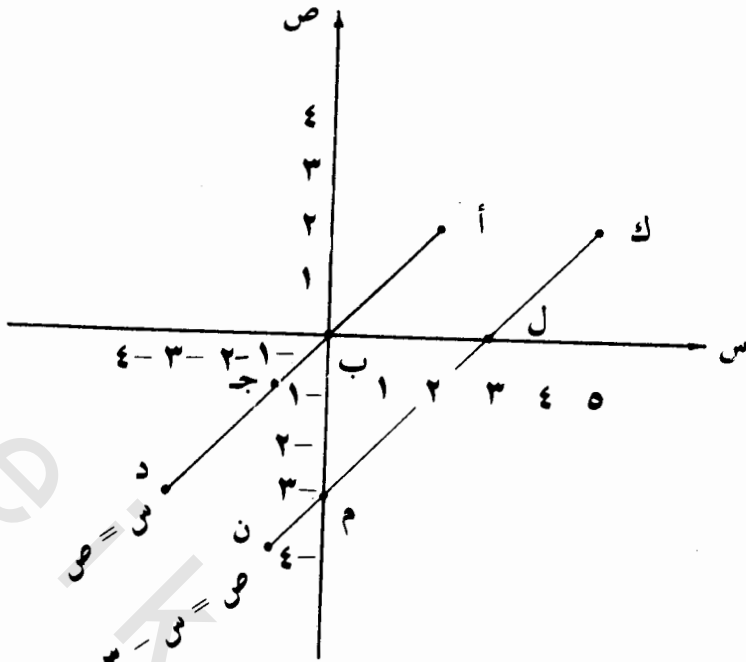
● مثال (٣) :

مثل النقاط التالية على ورقة الرسم البياني :

- [١] (٢ ، ٢) ، [ب] (صفر ، صفر) ، جـ (-١ ، -١) ،
 [د] (-٣ ، -٣) . ثم صل بينها لتكون خطاً مستقيماً .

● الحل :

انظر شكل (١٨ - ٣) ، ويلاحظ أن الإحداثي السيني لكل نقطة يساوي
 الإحداثي الصادي لها وأن النقاط الأربع تقع كلها على خط مستقيم واحد .



شكل [١٨ - ٣]

وعلى ذلك فمعادلة هذا الخط المستقيم هي :

$$ص = س$$

● مثال (٤) :

على نفس الرسم السابق مثل بياناً النقاط التالية [ك] (٥ ، ٢) ،
[ل] (٣ ، صفر) ، [م] (صفر ، ٣-) ، [ن] (١- ، ٤-) .

● الحل :

من الرسم يتضح لنا أن النقاط الأربع تقع على خط مستقيم واحد هو
ك ن .

وإذا قارنا الإحداثي الصادي بالإحداثي السيني لكل نقطة منهم نلاحظ
أن الإحداثي السيني لكل نقطة يزيد عن الإحداثي الصادي لها بمقدار ٣
وحدات .

فمثلاً النقطة ل (٣ ، ٠) ، س = ٣ ، ص = ٠ .

$$\therefore \text{س} - \text{ص} = ٣$$

والنقطة ن (-١ ، -٤) ، س = -١ ، ص = -٤

$$\therefore \text{س} - \text{ص} = -١ - (-٤) = ٣$$

وهكذا بالنسبة لباقي النقط .

\therefore فمعادلة المستقيم ك ن هي $\text{ص} = (\text{س} - ٣)$

[المستقيم ا د معادلته $\text{ص} = \text{س}$]

ويتضح كذلك من الرسم أن المستقيم (ك ن) يوازي المستقيم (ا د) لذلك فدرجة ميل كل من المستقيمين واحدة .

غير أن المستقيم $\text{ص} = \text{س}$ يقطع محور الصادات عند $\text{ص} = \text{صفر}$ بينما

المستقيم $\text{ص} = \text{س} - ٣$ يقطع محور الصادات عند $\text{ص} = -٣$

وعلى هذا :

فمعادلة المستقيم ا د :

$$\text{ص} = \text{س} + \text{صفر}$$

[أى يقطع محور الصادات عند $\text{ص} = \text{صفر}$]

ومعادلة المستقيم ك ن :

$$\text{ص} = \text{س} - ٣$$

(أى يقطع محور الصادات عند $\text{ص} = -٣$) ، وهكذا فإذا كان هناك

مستقيم معادلته هي :

$$\text{ص} = \text{س} - ٥$$

فإن هذا المستقيم يوازي المستقيمين السابقين ولكنه يقطع محور

الصادات عند النقطة (٠ ، -٥) .

● مثال (٥) :

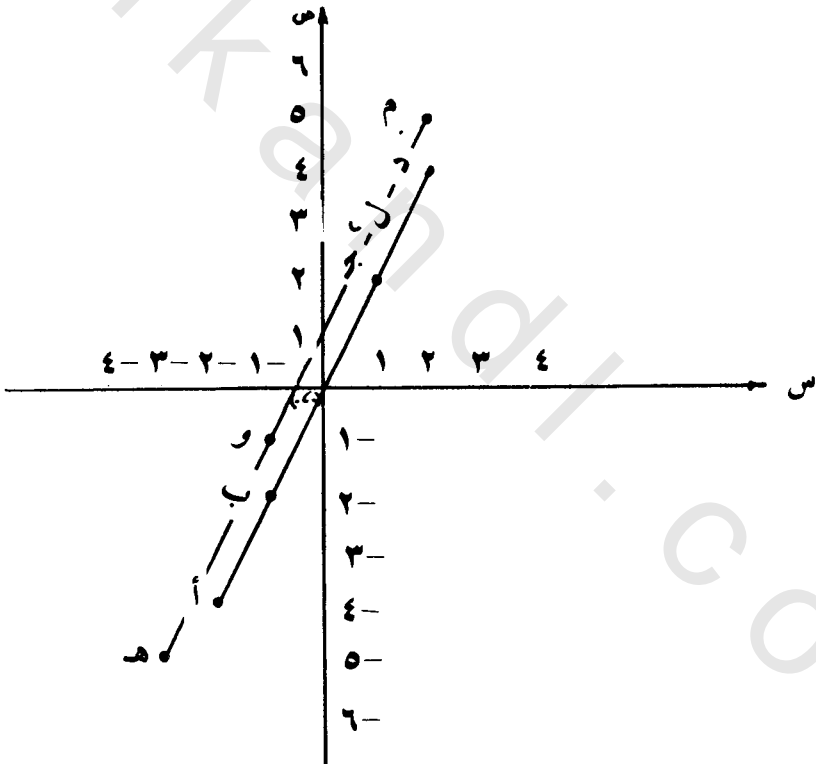
مثل بياناً النقاط التالية :

١ (٢- ، ٤-) ، ب (١- ، ٢-) ، ج (١ ، ٢) ، د (٢ ، ٤)

وعلى نفس الصفحة ارسم مجموعة النقاط الأخرى التالية :

هـ (٣- ، ٥-) ، و (١- ، ١-) ، ل (١ ، ٣) ، م (٢ ، ٥)

● الحل :



شكل [٤ - ١٨]

مرة أخرى نلاحظ أن المستقيمين متوازيان فدرجة الميل لهما واحدة .
والفارق الوحيد بينهما هو في نقطة التقاطع مع محور الصادات فالمستقيم
ا د يقطع محور الصادات عند نقطة الأصل أى عند ص = صفر
بينما المستقيم ه م ، يقطع محور الصادات عند ص = ١ أى عند النقطة
(صفر ، ١) .

وبمقارنة الإحداثيات السينية بالإحداثيات الصادية للمستقيم ا د نلاحظ
أنه عند النقطة ا (٢- ، ٤-) :

$$\therefore \text{ص} = ٤- = ٢- \times ٢ = ٢ \text{ س}$$

وبالمثل النقطة ب (١- ، ٢-) :

$$\therefore \text{ص} = ٢- = ١- \times ٢ = ٢ \text{ س} \text{ كذلك .}$$

\therefore معادلة المستقيم ا ب هي : ص = ٢ س

وهي نفسها معادلة المستقيم ا د

أما بالنسبة للمستقيم ه م

فالنقطة ه (٣- ، ٥-) :

$$\therefore \text{ص} = ٥- = ١ + ٣- \times ٢ = ١ + ٢ \text{ س}$$

والنقطة و (١- ، ١-) :

$$\therefore \text{ص} = ١- = ١ + ١- \times ٢ = ١ + ٢ \text{ س}$$

\therefore معادلة المستقيم ه و هي نفسها معادلة المستقيم ه م :

$$\text{ص} = ١ + ٢ \text{ س}$$

وعلى ذلك فالفارق بين معادلتى المستقيمين هو نقطة تقاطع كليهما مع
محور الصادات.

وعلى ذلك فمعادلة المستقيم 1 d يمكن كتابتها كما يلي :

$$ص = 2س + صفر$$

[أى أن المستقيم 1 d يقطع محور الصادات عند $ص = صفر$ أى عند النقطة (صفر ، صفر)]

أما المستقيم $هـ م$:

$$ص = 2س + 1$$

[أى يقطع محور الصادات عند $ص = 1+$ ، أى عند النقطة (صفر ، 1)]

وبالمثل لو كان هناك مستقيم معادلته :

$$ص = 2س - 6$$

فإنه يكون موازياً للمستقيمين السابقين ولكن يقطع محور الصادات عند $ص = 6-$ أى عند النقطة (صفر ، $6-$) .

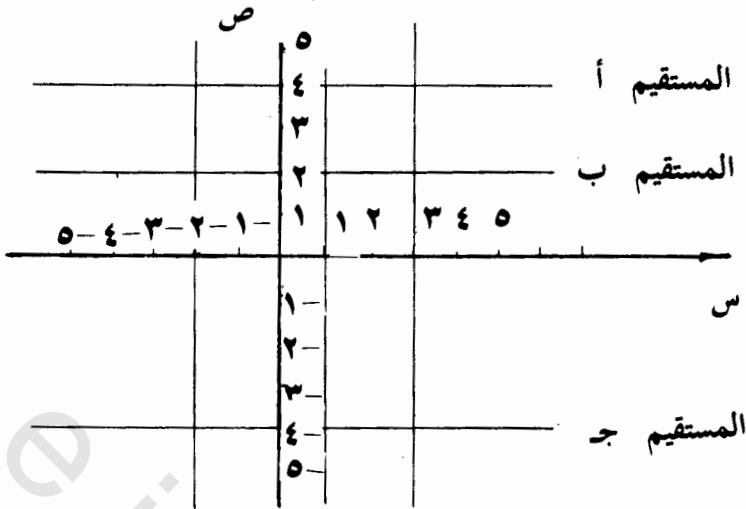
[١٨ - ٣] تدريبات :

(١) فى شكل (١٨ - ٥) مجموعة من المستقيمات ، بعضها يوازي محور السينات وبعضها الآخر يوازي محور الصادات ، تأمل هذه المستقيمات واختر لكل مستقيم معادلته من بين المعادلات الآتية :

$$ص = 3- ، ص = 2 ، ص = 1 ، ص = 4-$$

$$ص = 2- ، ص = 4 ، ص = 2 ، ص = 1-$$

$$ص = 2- ، ص = 3$$



المستقيم و المستقيم المستقيم د
هـ

شكل [١٨ - ٥]

(٢) ارسم محورى الإحداثيات س ، ص وقم بتدريج المحور السينى من $(0-)$ ، إلى $(0+)$ والمحور الصادى من $(7-)$ إلى $(12+)$ ثم مثل مجموعات النقط الآتية مع توصيل كل مجموعة منها معاً على حدة .

المجموعة الأولى : $(0, 0)$ ، $(2, 1)$ ، $(4, 2)$ ، $(6, 3)$ ، $(8, 4)$ ، $(10, 5)$ ، $(12, 6)$ ، $(14, 7)$ ، $(16, 8)$ ، $(18, 9)$ ، $(20, 10)$ ، $(22, 11)$ ، $(24, 12)$ ، $(26, 13)$ ، $(28, 14)$ ، $(30, 15)$ ، $(32, 16)$ ، $(34, 17)$ ، $(36, 18)$ ، $(38, 19)$ ، $(40, 20)$ ، $(42, 21)$ ، $(44, 22)$ ، $(46, 23)$ ، $(48, 24)$ ، $(50, 25)$ ، $(52, 26)$ ، $(54, 27)$ ، $(56, 28)$ ، $(58, 29)$ ، $(60, 30)$ ، $(62, 31)$ ، $(64, 32)$ ، $(66, 33)$ ، $(68, 34)$ ، $(70, 35)$ ، $(72, 36)$ ، $(74, 37)$ ، $(76, 38)$ ، $(78, 39)$ ، $(80, 40)$ ، $(82, 41)$ ، $(84, 42)$ ، $(86, 43)$ ، $(88, 44)$ ، $(90, 45)$ ، $(92, 46)$ ، $(94, 47)$ ، $(96, 48)$ ، $(98, 49)$ ، $(100, 50)$ ، $(102, 51)$ ، $(104, 52)$ ، $(106, 53)$ ، $(108, 54)$ ، $(110, 55)$ ، $(112, 56)$ ، $(114, 57)$ ، $(116, 58)$ ، $(118, 59)$ ، $(120, 60)$ ، $(122, 61)$ ، $(124, 62)$ ، $(126, 63)$ ، $(128, 64)$ ، $(130, 65)$ ، $(132, 66)$ ، $(134, 67)$ ، $(136, 68)$ ، $(138, 69)$ ، $(140, 70)$ ، $(142, 71)$ ، $(144, 72)$ ، $(146, 73)$ ، $(148, 74)$ ، $(150, 75)$ ، $(152, 76)$ ، $(154, 77)$ ، $(156, 78)$ ، $(158, 79)$ ، $(160, 80)$ ، $(162, 81)$ ، $(164, 82)$ ، $(166, 83)$ ، $(168, 84)$ ، $(170, 85)$ ، $(172, 86)$ ، $(174, 87)$ ، $(176, 88)$ ، $(178, 89)$ ، $(180, 90)$ ، $(182, 91)$ ، $(184, 92)$ ، $(186, 93)$ ، $(188, 94)$ ، $(190, 95)$ ، $(192, 96)$ ، $(194, 97)$ ، $(196, 98)$ ، $(198, 99)$ ، $(200, 100)$ ، $(202, 101)$ ، $(204, 102)$ ، $(206, 103)$ ، $(208, 104)$ ، $(210, 105)$ ، $(212, 106)$ ، $(214, 107)$ ، $(216, 108)$ ، $(218, 109)$ ، $(220, 110)$ ، $(222, 111)$ ، $(224, 112)$ ، $(226, 113)$ ، $(228, 114)$ ، $(230, 115)$ ، $(232, 116)$ ، $(234, 117)$ ، $(236, 118)$ ، $(238, 119)$ ، $(240, 120)$ ، $(242, 121)$ ، $(244, 122)$ ، $(246, 123)$ ، $(248, 124)$ ، $(250, 125)$ ، $(252, 126)$ ، $(254, 127)$ ، $(256, 128)$ ، $(258, 129)$ ، $(260, 130)$ ، $(262, 131)$ ، $(264, 132)$ ، $(266, 133)$ ، $(268, 134)$ ، $(270, 135)$ ، $(272, 136)$ ، $(274, 137)$ ، $(276, 138)$ ، $(278, 139)$ ، $(280, 140)$ ، $(282, 141)$ ، $(284, 142)$ ، $(286, 143)$ ، $(288, 144)$ ، $(290, 145)$ ، $(292, 146)$ ، $(294, 147)$ ، $(296, 148)$ ، $(298, 149)$ ، $(300, 150)$ ، $(302, 151)$ ، $(304, 152)$ ، $(306, 153)$ ، $(308, 154)$ ، $(310, 155)$ ، $(312, 156)$ ، $(314, 157)$ ، $(316, 158)$ ، $(318, 159)$ ، $(320, 160)$ ، $(322, 161)$ ، $(324, 162)$ ، $(326, 163)$ ، $(328, 164)$ ، $(330, 165)$ ، $(332, 166)$ ، $(334, 167)$ ، $(336, 168)$ ، $(338, 169)$ ، $(340, 170)$ ، $(342, 171)$ ، $(344, 172)$ ، $(346, 173)$ ، $(348, 174)$ ، $(350, 175)$ ، $(352, 176)$ ، $(354, 177)$ ، $(356, 178)$ ، $(358, 179)$ ، $(360, 180)$ ، $(362, 181)$ ، $(364, 182)$ ، $(366, 183)$ ، $(368, 184)$ ، $(370, 185)$ ، $(372, 186)$ ، $(374, 187)$ ، $(376, 188)$ ، $(378, 189)$ ، $(380, 190)$ ، $(382, 191)$ ، $(384, 192)$ ، $(386, 193)$ ، $(388, 194)$ ، $(390, 195)$ ، $(392, 196)$ ، $(394, 197)$ ، $(396, 198)$ ، $(398, 199)$ ، $(400, 200)$ ، $(402, 201)$ ، $(404, 202)$ ، $(406, 203)$ ، $(408, 204)$ ، $(410, 205)$ ، $(412, 206)$ ، $(414, 207)$ ، $(416, 208)$ ، $(418, 209)$ ، $(420, 210)$ ، $(422, 211)$ ، $(424, 212)$ ، $(426, 213)$ ، $(428, 214)$ ، $(430, 215)$ ، $(432, 216)$ ، $(434, 217)$ ، $(436, 218)$ ، $(438, 219)$ ، $(440, 220)$ ، $(442, 221)$ ، $(444, 222)$ ، $(446, 223)$ ، $(448, 224)$ ، $(450, 225)$ ، $(452, 226)$ ، $(454, 227)$ ، $(456, 228)$ ، $(458, 229)$ ، $(460, 230)$ ، $(462, 231)$ ، $(464, 232)$ ، $(466, 233)$ ، $(468, 234)$ ، $(470, 235)$ ، $(472, 236)$ ، $(474, 237)$ ، $(476, 238)$ ، $(478, 239)$ ، $(480, 240)$ ، $(482, 241)$ ، $(484, 242)$ ، $(486, 243)$ ، $(488, 244)$ ، $(490, 245)$ ، $(492, 246)$ ، $(494, 247)$ ، $(496, 248)$ ، $(498, 249)$ ، $(500, 250)$ ، $(502, 251)$ ، $(504, 252)$ ، $(506, 253)$ ، $(508, 254)$ ، $(510, 255)$ ، $(512, 256)$ ، $(514, 257)$ ، $(516, 258)$ ، $(518, 259)$ ، $(520, 260)$ ، $(522, 261)$ ، $(524, 262)$ ، $(526, 263)$ ، $(528, 264)$ ، $(530, 265)$ ، $(532, 266)$ ، $(534, 267)$ ، $(536, 268)$ ، $(538, 269)$ ، $(540, 270)$ ، $(542, 271)$ ، $(544, 272)$ ، $(546, 273)$ ، $(548, 274)$ ، $(550, 275)$ ، $(552, 276)$ ، $(554, 277)$ ، $(556, 278)$ ، $(558, 279)$ ، $(560, 280)$ ، $(562, 281)$ ، $(564, 282)$ ، $(566, 283)$ ، $(568, 284)$ ، $(570, 285)$ ، $(572, 286)$ ، $(574, 287)$ ، $(576, 288)$ ، $(578, 289)$ ، $(580, 290)$ ، $(582, 291)$ ، $(584, 292)$ ، $(586, 293)$ ، $(588, 294)$ ، $(590, 295)$ ، $(592, 296)$ ، $(594, 297)$ ، $(596, 298)$ ، $(598, 299)$ ، $(600, 300)$ ، $(602, 301)$ ، $(604, 302)$ ، $(606, 303)$ ، $(608, 304)$ ، $(610, 305)$ ، $(612, 306)$ ، $(614, 307)$ ، $(616, 308)$ ، $(618, 309)$ ، $(620, 310)$ ، $(622, 311)$ ، $(624, 312)$ ، $(626, 313)$ ، $(628, 314)$ ، $(630, 315)$ ، $(632, 316)$ ، $(634, 317)$ ، $(636, 318)$ ، $(638, 319)$ ، $(640, 320)$ ، $(642, 321)$ ، $(644, 322)$ ، $(646, 323)$ ، $(648, 324)$ ، $(650, 325)$ ، $(652, 326)$ ، $(654, 327)$ ، $(656, 328)$ ، $(658, 329)$ ، $(660, 330)$ ، $(662, 331)$ ، $(664, 332)$ ، $(666, 333)$ ، $(668, 334)$ ، $(670, 335)$ ، $(672, 336)$ ، $(674, 337)$ ، $(676, 338)$ ، $(678, 339)$ ، $(680, 340)$ ، $(682, 341)$ ، $(684, 342)$ ، $(686, 343)$ ، $(688, 344)$ ، $(690, 345)$ ، $(692, 346)$ ، $(694, 347)$ ، $(696, 348)$ ، $(698, 349)$ ، $(700, 350)$ ، $(702, 351)$ ، $(704, 352)$ ، $(706, 353)$ ، $(708, 354)$ ، $(710, 355)$ ، $(712, 356)$ ، $(714, 357)$ ، $(716, 358)$ ، $(718, 359)$ ، $(720, 360)$ ، $(722, 361)$ ، $(724, 362)$ ، $(726, 363)$ ، $(728, 364)$ ، $(730, 365)$ ، $(732, 366)$ ، $(734, 367)$ ، $(736, 368)$ ، $(738, 369)$ ، $(740, 370)$ ، $(742, 371)$ ، $(744, 372)$ ، $(746, 373)$ ، $(748, 374)$ ، $(750, 375)$ ، $(752, 376)$ ، $(754, 377)$ ، $(756, 378)$ ، $(758, 379)$ ، $(760, 380)$ ، $(762, 381)$ ، $(764, 382)$ ، $(766, 383)$ ، $(768, 384)$ ، $(770, 385)$ ، $(772, 386)$ ، $(774, 387)$ ، $(776, 388)$ ، $(778, 389)$ ، $(780, 390)$ ، $(782, 391)$ ، $(784, 392)$ ، $(786, 393)$ ، $(788, 394)$ ، $(790, 395)$ ، $(792, 396)$ ، $(794, 397)$ ، $(796, 398)$ ، $(798, 399)$ ، $(800, 400)$ ، $(802, 401)$ ، $(804, 402)$ ، $(806, 403)$ ، $(808, 404)$ ، $(810, 405)$ ، $(812, 406)$ ، $(814, 407)$ ، $(816, 408)$ ، $(818, 409)$ ، $(820, 410)$ ، $(822, 411)$ ، $(824, 412)$ ، $(826, 413)$ ، $(828, 414)$ ، $(830, 415)$ ، $(832, 416)$ ، $(834, 417)$ ، $(836, 418)$ ، $(838, 419)$ ، $(840, 420)$ ، $(842, 421)$ ، $(844, 422)$ ، $(846, 423)$ ، $(848, 424)$ ، $(850, 425)$ ، $(852, 426)$ ، $(854, 427)$ ، $(856, 428)$ ، $(858, 429)$ ، $(860, 430)$ ، $(862, 431)$ ، $(864, 432)$ ، $(866, 433)$ ، $(868, 434)$ ، $(870, 435)$ ، $(872, 436)$ ، $(874, 437)$ ، $(876, 438)$ ، $(878, 439)$ ، $(880, 440)$ ، $(882, 441)$ ، $(884, 442)$ ، $(886, 443)$ ، $(888, 444)$ ، $(890, 445)$ ، $(892, 446)$ ، $(894, 447)$ ، $(896, 448)$ ، $(898, 449)$ ، $(900, 450)$ ، $(902, 451)$ ، $(904, 452)$ ، $(906, 453)$ ، $(908, 454)$ ، $(910, 455)$ ، $(912, 456)$ ، $(914, 457)$ ، $(916, 458)$ ، $(918, 459)$ ، $(920, 460)$ ، $(922, 461)$ ، $(924, 462)$ ، $(926, 463)$ ، $(928, 464)$ ، $(930, 465)$ ، $(932, 466)$ ، $(934, 467)$ ، $(936, 468)$ ، $(938, 469)$ ، $(940, 470)$ ، $(942, 471)$ ، $(944, 472)$ ، $(946, 473)$ ، $(948, 474)$ ، $(950, 475)$ ، $(952, 476)$ ، $(954, 477)$ ، $(956, 478)$ ، $(958, 479)$ ، $(960, 480)$ ، $(962, 481)$ ، $(964, 482)$ ، $(966, 483)$ ، $(968, 484)$ ، $(970, 485)$ ، $(972, 486)$ ، $(974, 487)$ ، $(976, 488)$ ، $(978, 489)$ ، $(980, 490)$ ، $(982, 491)$ ، $(984, 492)$ ، $(986, 493)$ ، $(988, 494)$ ، $(990, 495)$ ، $(992, 496)$ ، $(994, 497)$ ، $(996, 498)$ ، $(998, 499)$ ، $(1000, 500)$ ، $(1002, 501)$ ، $(1004, 502)$ ، $(1006, 503)$ ، $(1008, 504)$ ، $(1010, 505)$ ، $(1012, 506)$ ، $(1014, 507)$ ، $(1016, 508)$ ، $(1018, 509)$ ، $(1020, 510)$ ، $(1022, 511)$ ، $(1024, 512)$ ، $(1026, 513)$ ، $(1028, 514)$ ، $(1030, 515)$ ، $(1032, 516)$ ، $(1034, 517)$ ، $(1036, 518)$ ، $(1038, 519)$ ، $(1040, 520)$ ، $(1042, 521)$ ، $(1044, 522)$ ، $(1046, 523)$ ، $(1048, 524)$ ، $(1050, 525)$ ، $(1052, 526)$ ، $(1054, 527)$ ، $(1056, 528)$ ، $(1058, 529)$ ، $(1060, 530)$ ، $(1062, 531)$ ، $(1064, 532)$ ، $(1066, 533)$ ، $(1068, 534)$ ، $(1070, 535)$ ، $(1072, 536)$ ، $(1074, 537)$ ، $(1076, 538)$ ، $(1078, 539)$ ، $(1080, 540)$ ، $(1082, 541)$ ، $(1084, 542)$ ، $(1086, 543)$ ، $(1088, 544)$ ، $(1090, 545)$ ، $(1092, 546)$ ، $(1094, 547)$ ، $(1096, 548)$ ، $(1098, 549)$ ، $(1100, 550)$ ، $(1102, 551)$ ، $(1104, 552)$ ، $(1106, 553)$ ، $(1108, 554)$ ، $(1110, 555)$ ، $(1112, 556)$ ، $(1114, 557)$ ، $(1116, 558)$ ، $(1118, 559)$ ، $(1120, 560)$ ، $(1122, 561)$ ، $(1124, 562)$ ، $(1126, 563)$ ، $(1128, 564)$ ، $(1130, 565)$ ، $(1132, 566)$ ، $(1134, 567)$ ، $(1136, 568)$ ، $(1138, 569)$ ، $(1140, 570)$ ، $(1142, 571)$ ، $(1144, 572)$ ، $(1146, 573)$ ، $(1148, 574)$ ، $(1150, 575)$ ، $(1152, 576)$ ، $(1154, 577)$ ، $(1156, 578)$ ، $(1158, 579)$ ، $(1160, 580)$ ، $(1162, 581)$ ، $(1164, 582)$ ، $(1166, 583)$ ، $(1168, 584)$ ، $(1170, 585)$ ، $(1172, 586)$ ، $(1174, 587)$ ، $(1176, 588)$ ، $(1178, 589)$ ، $(1180, 590)$ ، $(1182, 591)$ ، $(1184, 592)$ ، $(1186, 593)$ ، $(1188, 594)$ ، $(1190, 595)$ ، $(1192, 596)$ ، $(1194, 597)$ ، $(1196, 598)$ ، $(1198, 599)$ ، $(1200, 600)$ ، $(1202, 601)$ ، $(1204, 602)$ ، $(1206, 603)$ ، $(1208, 604)$ ، $(1210, 605)$ ، $(1212, 606)$ ، $(1214, 607)$ ، $(1216, 608)$ ، $(1218, 609)$ ، $(1220, 610)$ ، $(1222, 611)$ ، $(1224, 612)$ ، $(1226, 613)$ ، $(1228, 614)$ ، $(1230, 615)$ ، $(1232, 616)$ ، $(1234, 617)$ ، $(1236, 618)$ ، $(1238, 619)$ ، $(1240, 620)$ ، $(1242, 621)$ ، $(1244, 622)$ ، $(1246, 623)$ ، $(1248, 624)$ ، $(1250, 625)$ ، $(1252, 626)$ ، $(1254, 627)$ ، $(1256, 628)$ ، $(1258, 629)$ ، $(1260, 630)$ ، $(1262, 631)$ ، $(1264, 632)$ ، $(1266, 633)$ ، $(1268, 634)$ ، $(1270, 635)$ ، $(1272, 636)$ ، $(1274, 637)$ ، $(1276, 638)$ ، $(1278, 639)$ ، $(1280, 640)$ ، $(1282, 641)$ ، $(1284, 642)$ ، $(1286, 643)$ ، $(1288, 644)$ ، $(1290, 645)$ ، $(1292, 646)$ ، $(1294, 647)$ ، $(1296, 648)$ ، $(1298, 649)$ ، $(1300, 650)$ ، $(1302, 651)$ ، $(1304, 652)$ ، $(1306, 653)$ ، $(1308, 654)$ ، $(1310, 655)$ ، $(1312, 656)$ ، $(1314, 657)$ ، $(1316, 658)$ ، $(1318, 659)$ ، $(1320, 660)$ ، $(1322, 661)$ ، $(1324, 662)$ ، $(1326, 663)$ ، $(1328, 664)$ ، $(1330, 665)$ ، $(1332, 666)$ ، $(1334, 667)$ ، $(1336, 668)$ ، $(1338, 669)$ ، $(1340, 670)$ ، $(1342, 671)$ ، $(1344, 672)$ ، $(1346, 673)$ ، $(1348, 674)$ ، $(1350, 675)$ ، $(1352, 676)$ ، $(1354, 677)$ ، $(1356, 678)$ ، $(1358, 679)$ ، $(1360, 680)$ ، $(1362, 681)$ ، $(1364, 682)$ ، $(1366, 683)$ ، $(1368, 684)$ ، $(1370, 685)$ ، $(1372, 686)$ ، $(1374, 687)$ ، $(1376, 688)$ ، $(1378, 689)$ ، $(1380, 690)$ ، $(1382, 691)$ ، $(1384, 692)$ ، $(1386, 693)$ ، $(1388, 694)$ ، $(1390, 695)$ ، $(1392, 696)$ ، $(1394, 697)$ ، $(1396, 698)$ ، $(1398, 699)$ ، $(1400, 700)$ ، $(1402, 701)$ ، $(1404, 702)$ ، $(1406, 703)$ ، $(1408, 704)$ ، $(1410, 705)$ ، $(1412, 706)$ ، $(1414, 707)$ ، $(1416, 708)$ ، $(1418, 709)$ ، $(1420, 710)$ ، $(1422, 711)$ ، $(1424, 712)$ ، $(1426, 713)$ ، $(1428, 714)$ ، $(1430, 715)$ ، $(1432, 716)$ ، $(1434, 717)$ ، $(1436, 718)$ ، $(1438, 719)$ ، $(1440, 720)$ ، $(1442, 721)$ ، $(1444, 722)$ ، $(1446, 723)$ ، $(1448, 724)$ ، $(1450, 725)$ ، $(1452, 726)$ ، $(1454, 727)$ ، $(1456, 728)$ ، $(1458, 729)$ ، $(1460, 730)$ ، $(1462, 731)$ ، $(1464, 732)$ ، $(1466, 733)$ ، $(1468, 734)$ ، $(1470, 735)$ ، $(1472, 736)$ ، $(1474, 737)$ ، $(1476, 738)$ ، $(1478, 739)$ ، $(1480, 740)$ ، $(1482, 741)$ ، $(1484, 742)$ ، $(1486, 743)$ ، $(1488, 744)$ ، $(1490, 745)$ ، $(1492, 746)$ ، $(1494, 747)$ ، $(1496, 748)$ ، $(1498, 749)$ ، $(1500, 750)$ ، $(1502, 751)$ ، $(1504, 752)$ ، $(1506, 753)$ ، $(1508, 754)$ ، $(1510, 755)$ ، $(1512, 756)$ ، $(1514, 757)$ ، $(1516, 758)$ ، $(1518, 759)$ ، $(1520, 760)$ ، $(1522, 761)$ ، $(1524, 762)$ ، $(1526, 763)$ ، $(1528, 764)$ ، $(1530, 765)$ ، $(1532, 766)$ ، $(1534, 767)$ ، $(1536, 768)$ ، $(1538, 769)$ ، $(1540, 770)$ ، $(1542, 771)$ ، $(1544, 772)$ ، $(1546, 773)$ ، $(1548, 774)$ ، $(1550, 775)$ ، $(1552, 776)$ ، $(1554, 777)$ ، $(1556, 778)$ ، $(1558, 779)$ ، $(1560, 780)$ ، $(1562, 781)$ ، $(1564, 782)$ ، $(1566, 783)$ ، $(1568, 784)$ ، $(1570, 785)$ ، $(1572, 786)$ ، $(1574, 787)$ ، $(1576, 78$

المجموعة الأولى : $(3, 0)$ ، $(5, 1)$ ، $(9, 3)$ ، $(1, -1)$

المجموعة الثانية : $(-2, 0)$ ، $(0, 1)$ ، $(2, 2)$ ، $(6, 4)$

المجموعة الثالثة : $(-1, 0)$ ، $(2, 1)$ ، $(5, 2)$ ، $(8, 3)$

المجموعة الرابعة : $(2, 0)$ ، $(5, 1)$ ، $(8, 2)$

ثم اكتب معادلة كل خط من الخطوط الأربعة .



[١٨ - ٤] معادلة الخط المستقيم :

مما سبق نستنتج أن هنالك علاقة محددة تربط بين معادلة الخط المستقيم وبين ميله أو نقطة تقاطعه مع محور الصادات .

ويمكن دائماً تحديد ميل الخط المستقيم وذلك بكتابة معادلة الخط المستقيم في الصورة :

$$ص = م س + ج$$

حيث يرمز الرقم أمام (س) أو معامل (س) وهو (م) إلى ميل الخط المستقيم ، بينما يحدد الرمز (ج) ، ويطلق عليه بالحد الثابت ، إلى طول الجزء المقطوع من محور الصادات .

● مثال :

خط مستقيم معادلته هي : $ص = ٣ س + ٤$ ، ويلاحظ أنها على الصورة : $ص = م س + ج$

وعلى هذا فإنه يمكننا القول أن المستقيم له ميل $م = ٣$ ، كما أن طول الجزء المقطوع من محور الصادات وهو $ج = ٤$ وحدات .

أي أن المستقيم يقطع محور الصادات عند النقطة (٠ ، ٤) .

وفيما يلي بعض الأمثلة الأخرى :

$$(١) ص = ٢ س - ٣$$

هي معادلة مستقيم ميله $م = ٢$ ، يقطع محور الصادات عند النقطة

$$(٠ ، -٣) .$$

$$(ب) ص = ٥ س + ٢$$

هي معادلة مستقيم ميله $م = ٥$ ، ويقطع محور الصادات عند النقطة (٠ ،

$$٢)$$

$$(ح) ص = -\frac{y}{2} - 9$$

هي معادلة مستقيم ميله $m = -\frac{y}{2}$ ويقطع محور الصادات عند $(0, 9)$.

(د) $3ص = 6س - 1$ ويجب قبل التعامل مع هذه المعادلة أن نضعها في الصورة المألوفة $ص = mس + ح$.

$$\therefore -3ص = 6س - 1 \quad \text{ومن هنا } ص = 2س - \frac{1}{3}$$

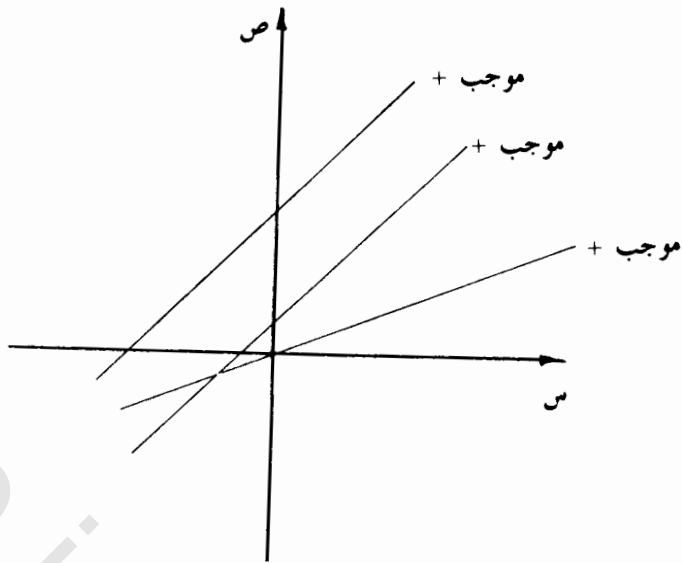
وعلى هذا فهذه معادلة مستقيم ميله $m = 2$ ويقطع محور الصادات عند النقطة $(\frac{1}{3}, 0)$.

[١٨ - ٥] قيم الميل الموجبة والسالبة للمستقيمات :

قد يأخذ الميل قيماً موجبة أو قيماً سالبة وذلك على حسب شكل ميل المستقيم كما يتضح من الشكل (١٨ - ٦) ، الشكل (١٨ - ٧) .

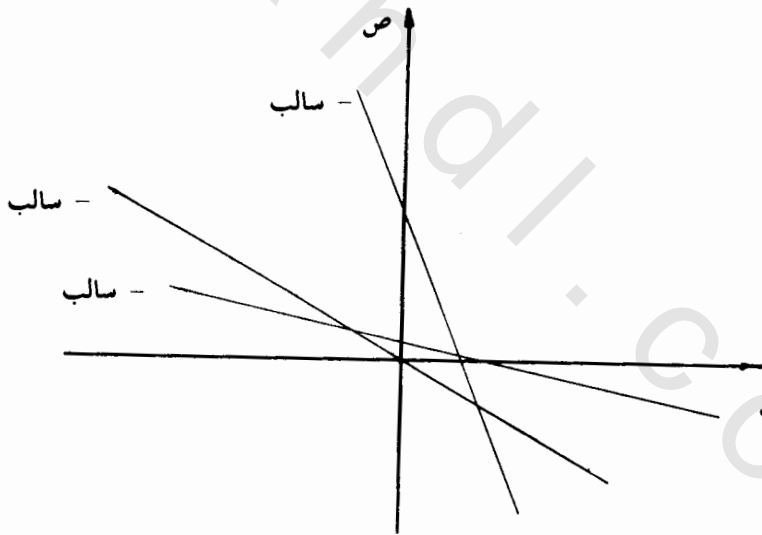
[١٨ - ٦] حساب ميل المستقيم :

يمكن بسهولة حساب ميل المستقيم وذلك بقسمة مقدار التغير في البعد الرأسى بين نقطتين محددتين على التغير في البعد الأفقى لهاتين النقطتين وفيما يلى بعض الأمثلة التى توضح طريقة حساب الميل بهذه الطريقة لمستقيم ميله موجب وآخر ميله سالب .



شكل [٦ - ١٨]

المستقيمات المائلة لأعلى من اليسار لليمين
يعتبر ميلها موجب



شكل [٧ - ١٨]

المستقيمات المائلة لأسفل من اليسار لليمين
يُعتبر ميلها سالب

● مثال (١) :

من شكل (١٨ - ٨) ، يلاحظ أن التغير في المسافة الرأسية هو (٢+) وحدة ، والتغير في المسافة الأفقية المناظرة لها هو (٣+) وحدة .

$$\frac{٢}{٣} = \frac{٢+}{٣+} = \text{ميل المستقيم}$$

وطبعاً فمن الواضح على الرسم أن ا ب هو جزء من المستقيم الذى ميله ثابت ويساوى $\frac{٢}{٣}$.

وبذلك فإن معادلة هذا الخط المستقيم (ا ب وامتداده) يمكن حسابها حيث أن الميل م = $\frac{٢}{٣}$ والجزء المقطوع من محور الصادات = $\frac{١}{٣}$ (بالقياس) .
∴ ص = $\frac{٢}{٣}$ س + $\frac{١}{٣}$ ومنها :

٣ ص = ٢ س + ١ وهى المعادلة المطلوبة .

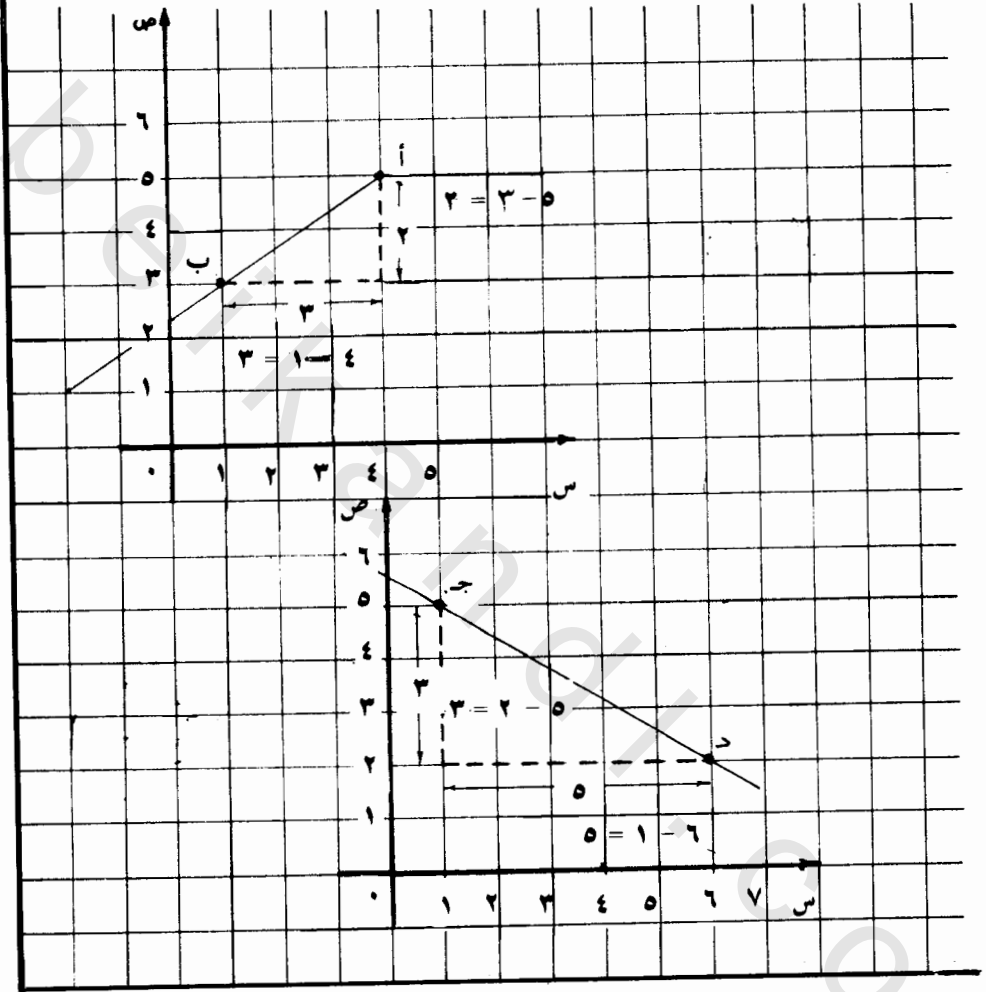
● مثال (٢) :

من شكل (١٨ - ٩) ، يلاحظ أن التغير في المسافة الرأسية هو (٣+) وحدة والتغير في المسافة الأفقية المناظر لها هو (٥-) وحدة . (المستقيم يتجه من اليسار لأسفل اليمين فميله سالب)

$$\text{وبذلك فإن ميل المستقيم} = \frac{٣+}{٥-} = -٠,٦$$

وطول الجزء المقطوع من محور الصادات هو (٥,٥) وحدة (بالقياس)

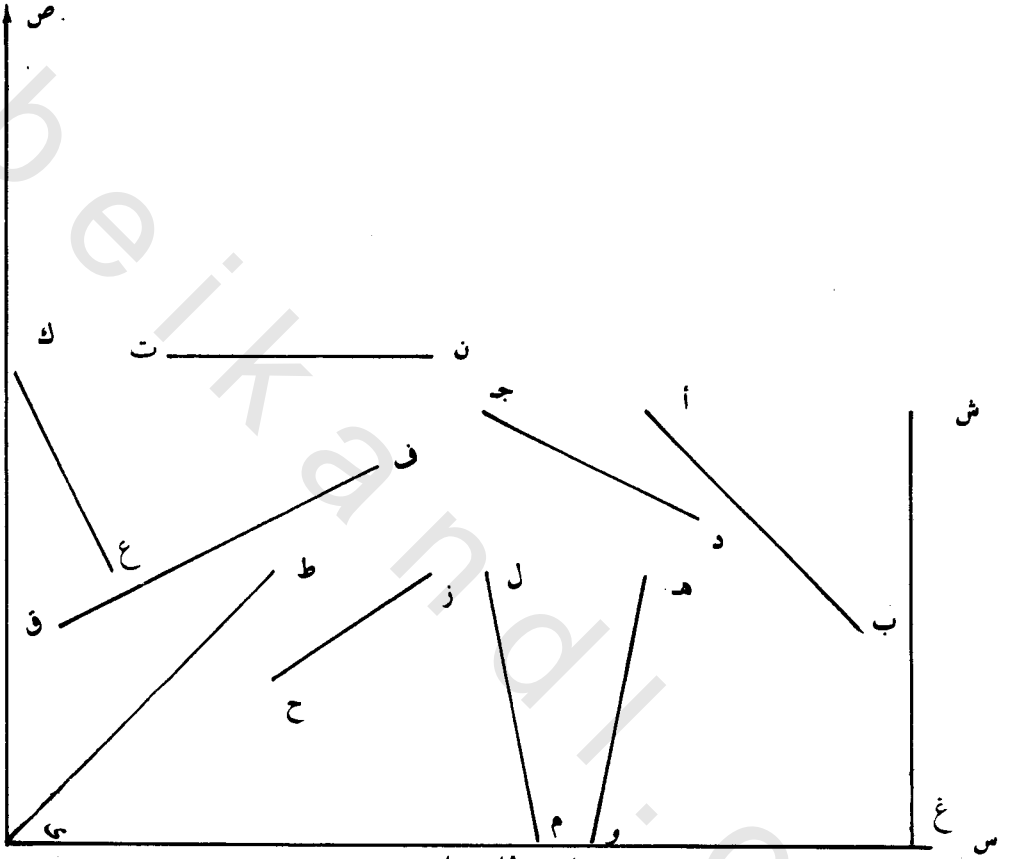
∴ ص = -٠,٦ س + ٥,٥



شکل [۸ - ۱۸] شکل [۹ - ۱۸]

[١٨ - ٧] تدريبات :

(١) في شكل (١٨ - ١٠) ، مجموعة من المستقيمات .



شكل [١٨ - ١٠]

(أ) احسب ميل المستقيمات الآتية :

ا ب ، ج د ، ل م ، ك ع

(ب) احسب ميل المستقيمات الآتية :

ف ق ، ط ي ، ز ح ، هـ و

وما الفرق الذي تلاحظه في إجابتك بين (أ) ، (ب)

(ج) احسب ميل المستقيمان الآتيان :

ش غ ، ن ت .

وما الفرق الذي تلاحظه في إجابتك بين ميلي المستقيمين .

(٢) احسب ميل المستقيم الواصل فيما بين كل نقطتين فيما يلي :

- (١) (٦ ، ٨) ، (٤ ، ١١) (و) (٥ ، ٢) ، (٦ ، ٦)
(ب) (٥ ، ٨) ، (١ ، ١٠) (ز) (٣ ، ٤) ، (٥ ، ١-)
(ج) (٢ ، ٨) ، (٣- ، ١٠) (ح) (٤ ، ٣-) ، (٤ ، ١-)
(د) (٤ ، ٧) ، (١ ، ٤) (ط) (١- ، ١) ، (٣- ، ٣-)
(هـ) (١ ، ١) ، (٢- ، ٦) (ي) (١- ، ٤-) ، (٣ ، ٥-)

وللتحقق من صحة الإجابة استخدم الرسم البياني لحساب الميل .

(٣) احسب ميل المستقيمات التالية :

- (١) ص = ٢ س
(ب) ص = ٤ س
(ج) ص = $\frac{٣}{٢}$ س
(د) ص = ٢ س - ٣
(هـ) ص = ٣ س - ٤
(و) ص = ٢ س + ٥
(ز) ص = ٤ س - ١
(ح) ص = ٢ س + ٤
(ط) ص = ٣ س - ٣ = صفر
(ي) ص = ٢ س - ٥

(٤) فيما يلي مجموعة من المستقيمات ، احسب الإحداثي الصادي لنقطة تقاطع كل منها مع المحور الصادي .

- (١) ص = ٣ س + ٢
(ب) ص = ٢ س + ٥
(ج) ص = ٢ س - ٢
(د) ص = ٤ س - ٢
(هـ) ص = ٢ س + ٢٠
(و) ص = ٢ س - ٤
(ز) ص = ٥ س - ١٠
(ح) ص = ٢ س - ٥ = صفر

(٥) احسب :

(١) الميل .

(ب) نقطة التقاطع مع محور الصادات .

لكل من المستقيمات التالية المذكورة معادلاتها :

$$(و) ٢ ص = ٣ س - ٦$$

$$(١) ص = ٣ س$$

$$(ز) ١ ص = ٢ س + ٢$$

$$(ب) ص = ٣ س - ٢$$

$$(ح) ص - س - ٨ = صفر$$

$$(ج) ص = ٤ س - ٣$$

$$(ط) ٢ ص + ٣ س = ١٠$$

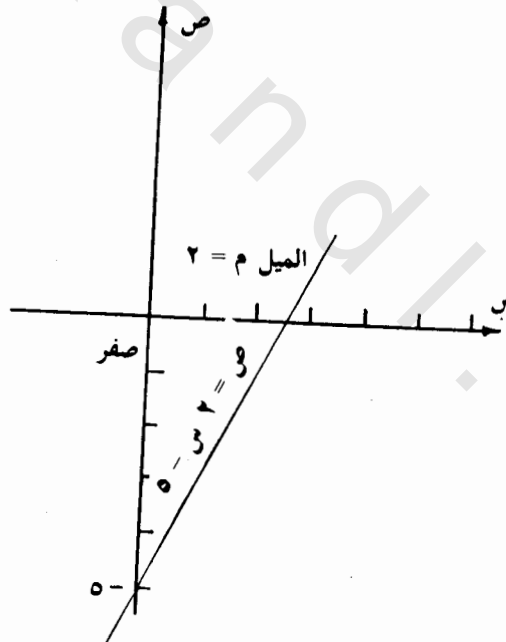
$$(د) ص = ٣ - ٥ س$$

$$(ي) ص - ٦ = \frac{٣}{٤} س$$

$$(هـ) ص = ٤ + \frac{٣}{٢} س$$

(٦) انظر إلى المثال المحلول في شكل (١٨ - ١١) ومن ثم إرسم المستقيمات

التالية :



شكل [١٨ - ١١]

$$(أ) \text{ ص} = 2 - \text{س} \quad (د) \text{ ص} = 3 + \text{س} + 2$$

$$(ب) \text{ ص} - \text{س} = 8 \quad (هـ) \text{ ص} = \frac{1}{2} \text{س} + 7$$

$$(ج) \text{ ص} = 4 - \text{س} \quad (و) \text{ ص} = 4 - \text{س} - 2$$

[١٨ - ١] رسم خط مستقيم بيانياً :

لرسم خط مستقيم بيانياً بدقة كافية ، يلزم استخدام ورق رسم بيانى وقلم رصاص (بسن رفيع) ومسطرة مدرجة ويفضل أن تكون بطول ٣٠ سم .
بعد ذلك يلزم إيجاد إحداثيات بعض النقط على المستقيم ولهذا فإننا نقوم بفرض الإحداثى السينى لنقطة ونعوض فى معادلة المستقيم لنحصل على الإحداثى الصادى المناظر للقيمة المفروضة ثم نفرض قيم أخرى لـ : س ونوجد ص المناظرة لها ويفضل أن يتم تدوين قيم س ، ص فى جدول .
ثم نرسم محورى الإحداثيات ومع اختيار مقياس رسم مناسب لكل من المحورين .

ويجب توفر الآتى عند اختيار مقياس الرسم :

- (أ) يجب التأكد من أن المقياس على كل محور من المحاور بحيث ، يتم تمثيل كميات متساوية بمسافات متساوية .
- (ب) اختيار مقياس لكل محور يضمن تمثيل كل البيانات كاملة (حتى وإن اختلف المقياس لمحورٍ عن الآخر) .

وتجدر الإشارة إلى أن محاولة استغلال مساحة الصفحة فى الرسم البيانى كاملة يؤدي لزيادة الدقة فى الرسم .

● مثال (١) :

مثل بيانياً المعادلة :

$$\text{ص} = 2 + \text{س} + 4$$

وذلك لقيم س فيما بين -٤ ، +٤ أى [٤ ≤ س ≤ -٤]

● الحل :

فنبداً أولاً برسم جدول للنتائج ، انظر جدول [١٨ - ١]

٤+	٣+	٢+	١+	صفر	١-	٢-	٣-	٤-	قيم س
٨	٦	٤	٢	صفر	٢-	٤-	٦-	٨-	٢ س
٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤ +
١٢	١٠	٨	٦	٤	٢	صفر	٢-	٤-	قيم ص ص = ٢ س + ٤

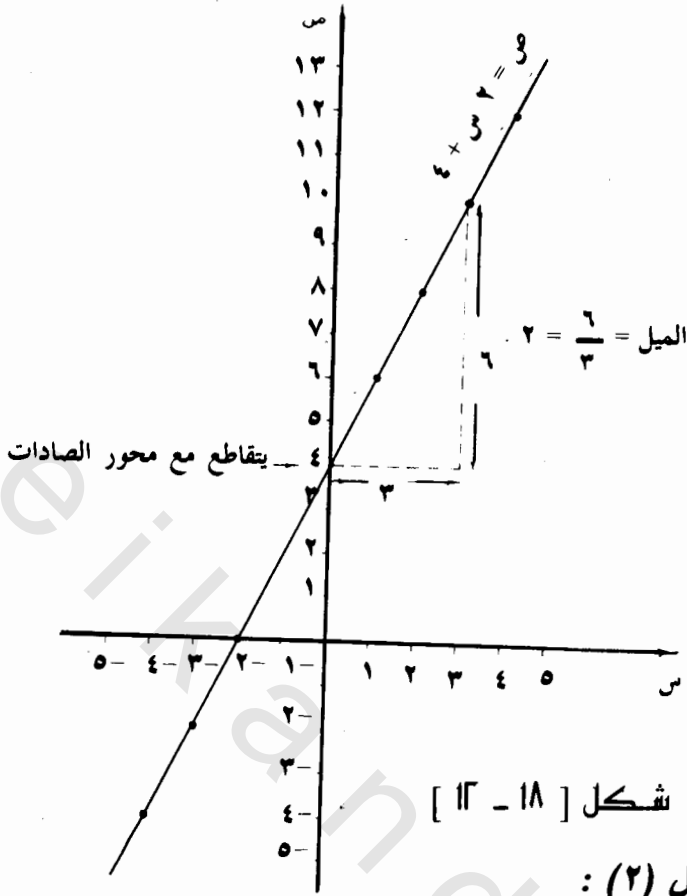
جدول (١٨ - ١)

ومن الجدول :

عندما س = ٤- = ص = ٤- أي (٤- ، ٤-)
عندما س = ٣- = ص = ٢- أي (٢- ، ٣-)

وهكذا لباقي القيم .

ونختار مقياس رسم مناسب لكل من المحورين وأنسب مقياس هو ١ سم لكل وحدة على المحورين س ، ص
مثل النقط المستخرجة من الجدول كما سبق ثم صل بينها لتحصل على المستقيم ص = ٢ س + ٤



شكل [١٨ - ١٣]

● مثال (٢) :

مثل بياناً المعادلة :

ص + س = ٤ وذلك لقيم س : ٥ ≤ س ≤ ٣

● الحل :

للبدء في حل هذه المسألة ، يجب أن نعيد ترتيبها على صورة المعادلة العامة للمستقيم السابقة وهي ص = م + س + جـ

فتصبح : ص = - س + ٤

ثم نكون جدولاً لتدوين القيم المختلفة لـ س ، ص ، جدول

[١٨ - ٢]

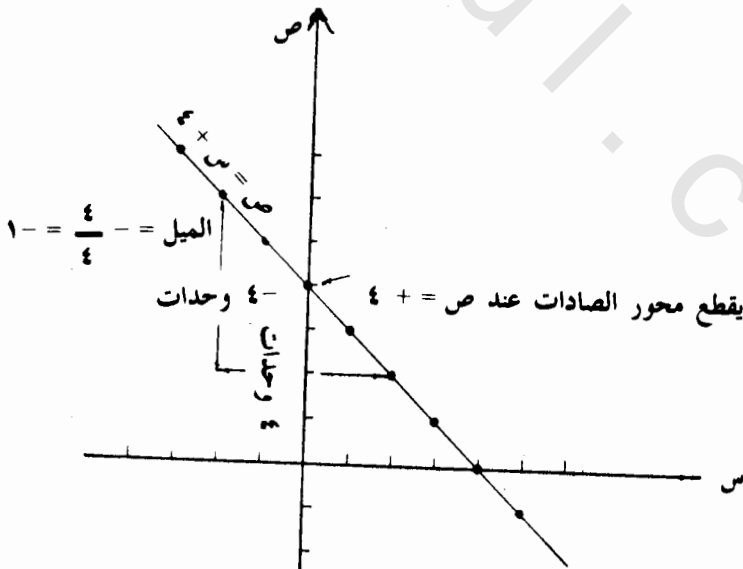
قيم س	٣-	٢-	١-	صفر	١	٢	٣	٤	٥
س-	٣	٢	١	صفر	١-	٢-	٣-	٤-	٥-
٤+	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤
ص	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	صفر	١-

جدول (١٨ - ٢)

ومن المناسب هنا اختيار مقياس رسم ١ سم لكل وحدة على كلا المحورين س ، ص

حيث تتراوح قيم س بين $٥ \leq س \leq ٣-$
وتتراوح قيم ص المناظرة بين $٧ \leq ص \leq ١-$

انظر شكلاً (١٨ - ١٣).



شكل [١٨ - ١٣]

● مثال (٣) :

مثل بياناً معادلة المستقيم : ٢ ص = ٣ س - ٤

لقيم س الواقعة بين -٤ ، ٣ ≤ س ≤ -٤

● الحل :

يجب وضع المعادلة فى الصورة ص = م س + ج

ولذلك فإننا نقسم طرفى المعادلة على ٢ :

$$\therefore \text{ص} = \frac{٣}{٢} \text{س} - ٢$$

ثم نسجل قيم س ، ص فى جدول كما سبق ، جدول [٣ - ١٨] .

٣+	٢+	١+	صفر	١-	٢-	٣-	٤-	قيم س
$\frac{١}{٢}$	٣	$\frac{١}{٢}$	صفر	$\frac{١}{٢}$	٣-	$\frac{١}{٢}$	٦-	٣ ٢ س
٢-	٢-	٢-	٢-	٢-	٢-	٢-	٢-	٢-
$\frac{١}{٢}$	١	$\frac{١}{٢}$	٢-	$\frac{١}{٢}$	٥-	$\frac{١}{٢}$	٨-	قيم ص

جدول (١٨ - ٣)

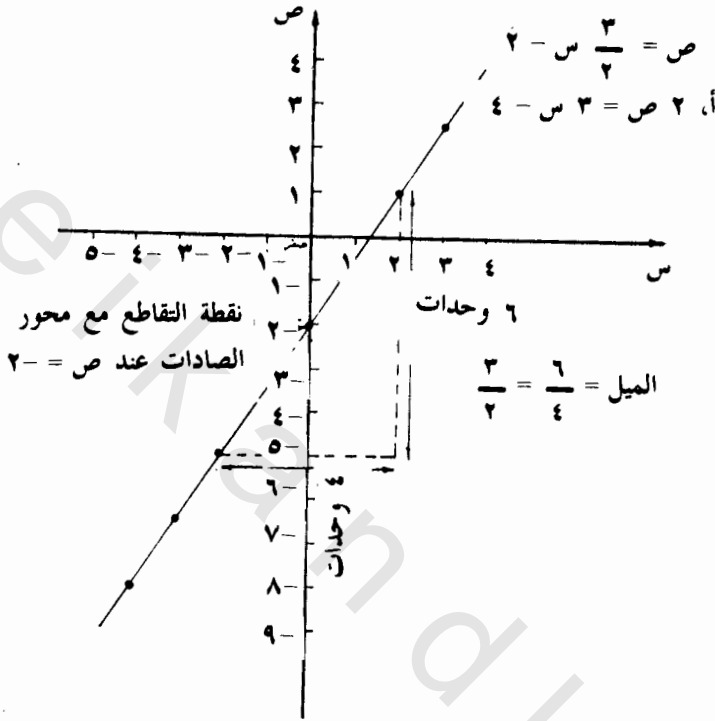
ويكون الاختيار الأمثل لمقياس الرسم هو ١ سم لكل وحدة على كلا

المحورين :

وتنحصر قيم س بين ٣ ≤ س ≤ -٤

وتنحصر قيم ص بين $\frac{١}{٢}$ ≤ ص ≤ ٨-

ملاحظة: يكفى من الآن فصاعداً، بعد رسم المحورين أن نعين الإحداثيات الكرتيزية لنقطتين اثنتين فقط، له، خاصة عند طرفيه كما يستحسن كذلك أخذ إحداثيات نقطة ثالثة عند أو قرب منتصف المستقيم للتحقق من صحة الرسم .



شكل [١٨ - ١٤]

[١٨ - ٩] تدريبات :

باستخدام تدرج مناسب لمحورى الإحداثيات ، ارسم المستقيمت التالية ، ثم تحقق من صحة رسم كل منها بتعيين ميله ونقطة تقاطعه مع محور الصادات .

- (١) من جدول (١٨ - ٤) ، الذى يوضح قيم س ، ص للمعادلة $٢ = ١ + س$ ، ارسم المستقيم واحسب الميل ونقطة التقاطع .

س	٣-	٢-	١-	صفر	١	٢	٣		
ص	٥-	٣-	١-	١	٣	٥	٧		

جدول (١٨ - ٤)

(٢) لقيم $٤ \leq س \leq ٤-$ ، أكمل الجدول التالي ، جدول [١٨ - ٥]

للمعادلة $ص = ٢ - س$ - ٥

س	٤-	٣-	٢-	١-	صفر	١	٢	٣	٤
ص	١٣-	٩-					١-		٣

جدول (١٨ - ٥)

(٣) من جدول (١٨ - ٦) ، لقيم س ، ص بالمعادلة $ص = ٣ - س$ - ٣

س	٤-	٣-	٢-	١-	صفر	١	٢	٣	٤
ص	١٥-	١٢-	٩-	٦-	٣-	صفر	٣	٦	٩

(٤) لقيم $٤ \leq س \leq ٤-$ ، أكمل الجدول التالي ، لقيم س ، ص

للمعادلة ، $ص = ٤ + س$ - ٤

س	٤-	٣-	٢-	١-	صفر	١	٢	٣	٤
ص	١٢-	٨-	٤-	صفر	٤	٨	١٢	١٦	٢٠

جدول (١٨ - ٧)

[١٨ - ١٠] الرسم البياني لأنواع أخرى من المعادلات :

إن عملية الرسم البياني لأي معادلة ، هي نفسها في رسم معادلة الخط المستقيم ، كما سبق .

● مثال :

ارسم بيانياً المعادلة $ص = ٢س + ٣$ مع $٣ + س$

لقيم $س$ بين $٢ \leq س \leq ٣$

● الحل :

(١) جدول (١٨ - ٨) لقيم $س$ ، $ص$ للمعادلة ،

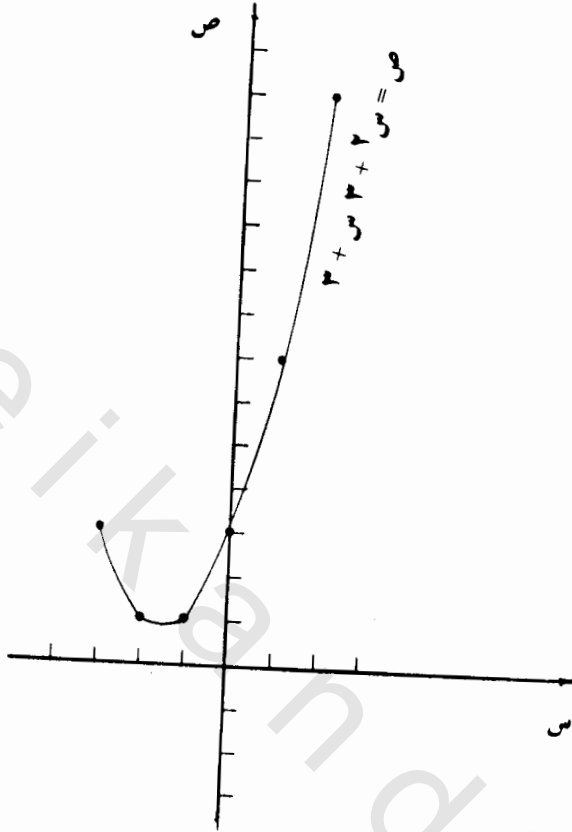
			٢	١	صفر	١-	٢-	٣-	س
			٤	١	صفر	١	٤	٩	س ^٢
			٦	٣	صفر	٣-	٦-	٩-	س + ٣
			٣	٣	٣	٣	٣	٣	س + ٣
			١٣	٧	٣	١	١	٣	ص

جدول (١٨ - ٨)

من الجدول قيم $س$: $٢ \leq س \leq ٣$

، قيم $ص$: $٣ \leq ص \leq ١٣$

انظر الرسم شكل (١٨ - ١٥) .



شكل [١٨ - ١٥]

ويلاحظ أن توصيل النقط ببعضها يستلزم مهارة ودقة عالية .

[١١ - ١٨] الرسم البياني لمستقيمين أو لمنحنيين أو لمستقيم ومنحنى :

يمكن رسم أكثر من معادلة على نفس ورقة الرسم البياني ويفيد هذا في معرفة نقاط تقاطع المستقيمتين أو المنحنيات بعضها ببعض وتعني نقطة التقاطع أنها النقطة التي تقع على كلا من المنحنيين أو المستقيمين وتحقق معادتهما .

● مثال :

ارسم بيانياً المعادلتين الآتيتين :

ص = س - ٢ - ٤ + ٧ وهي تمثل معادلة منحنى

، ص = س + ٢ وهي تمثل معادلة خط مستقيم

ثم اكتب إحداثيات نقط التقاطع للمنحنى مع المستقيم

خذ قيم س فيما بين ٥ ≤ س ≤ صفر .

● الحل :

تُسجل قيم س ، ص للمنحنى في الجدول [٩ - ١٨] .

س	صفر	١	٢	٣	٤	٥		
س ^٢	صفر	١	٤	٩	١٦	٢٥		
٤- س	صفر	٤-	٨-	١٢-	١٦-	٢٠-		
٧+	٧	٧	٧	٧	٧	٧		
ص	٧	٤	٣	٤	٧	١٢		

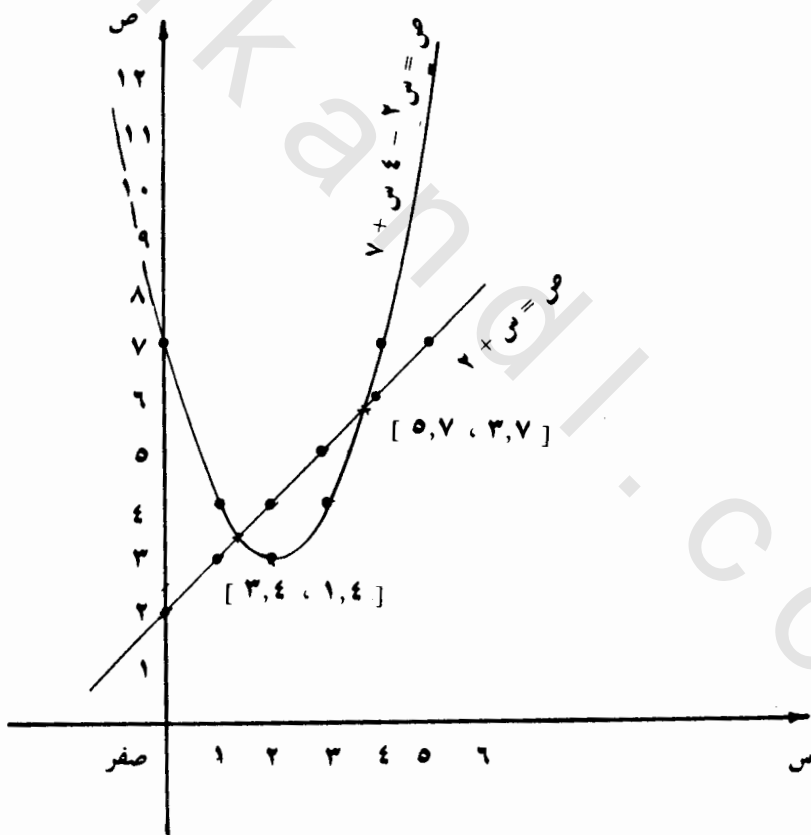
ثم نسجل قيم س ، ص ، للمستقيم في الجدول [١٠ - ١٨] .

س	٠	١	٢	٣	٤	٥		
٢+	٢	٢	٢	٢	٢	٢		
ص	٢	٣	٤	٥	٦	٧		

جدول (٩ - ١٨)

من الجدولين نلاحظ أن قيم s تنحصر فيما بين $0 \leq s \leq 5$ ،
 ، أن قيم v تنحصر فيما بين $2 \leq v \leq 12$ ،

وباستخدام مقياس رسم مناسب ، 1 سم لكل وحدة لكلا من المحورين
 نقوم بتمثيل النقط في كلاً من الجدولين ونصل بين كل مجموعة منها فنحصل
 على الشكل (١٨ - ١٦) .



شكل [١٦ - ١٨]

[١٨ - ١٢] تدريبات متنوعة :

(١) لقيم s المحصورة بين $3 \leq s \leq$ صفر ، دون القيم المختلفة لـ s ، ص في جدول ثم ارسم المعادلة التالية بيانياً :

$$ص = 3 - s$$

وعلى نفس ورقة الرسم ارسم المعادلة :

$$ص = s + 1$$

ثم حدد إحداثيات نقاط التقاطع .

(٢) ارسم كل من المعادلتين :

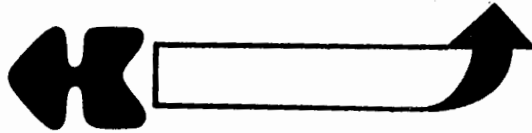
$$ص = 3 - s ، ص = s + 3$$

ثم حدد إحداثيات نقط التقاطع ، وذلك لقيم s المحصورة بين $2 \leq s$

$$\leq 2$$

(٣) في الجدول التالي ، جدول [١٨ — ١١] ، للمعادلة

$ص = s^2 + 3$ ، ارسم المنحنى بإيصال النقاط ببعضها بدقة على قدر الإمكان .



		٣	٢	١	صفر	١-	٢-	٣-	س
		٩	٤	١	صفر	١	٤	٩	س ^٢
		٣	٣	٣	٣	٣	٣	٣	س ⁺
		١٢	٧	٤	٣	٤	٧	١٢	ص

جدول (١٨ - ١١)

(٤) أكمل الجدول التالي لقيم س ، ص للمعادلة :

$$\text{ص} = ٢ \text{س} - ١ \quad , \quad \text{لقيم } ٢ \leq \text{س} \leq ٢-$$

ثم اختر مقياس رسم مناسب وارسم المنحنى وحدد إحداثيات نقط التقاطع .

				٢-	١-	صفر	١	٢	س
				٨	٢	صفر	٢	٨	س ^٢
				١-	١-	١-	١-	١-	١-
				٧	١	١-	صفر	٧	ص

جدول (١٨ - ١٢)

(٥) إذا فرضنا أن النقط التالية : (٢ ، ١) ، (-١ ، ب) ، (ج ، ٥) تقع

$$\text{على المستقيم ص } ٣ = ٢ + \text{س}$$

فأوجد قيم ١ ، ب ، ج

(٦) اكتب ميل المستقيمت التالفة وإحداثيات نقط تقاطعها مع محور

الصادات :

$$(١) \text{ ص } ٣ = ٦ - \text{س} \quad (\text{ج}) \text{ ص } ٢ - \text{ص } ٣ = ٦$$

$$(\text{ب}) \text{ ص } ١٠ - ٤ = \text{س} \quad (\text{د}) \text{ ص } ٢ - ٣ = ٨ - \text{س}$$

(٧) ارسم المستقيمت التالفة :

$$\text{س} = ٣ ، \quad \text{ص} = ٤ ، \quad ٢ = \text{ص} = \text{س}$$

لقيم س فيما بين ٨ \leq س \leq صفر

ثم احسب إحداثيات نقط التقاطع واحسب كذلك مساحة المثلث القائم الناشء من تقاطع الثلاث خطوط .

(٨) اكتب معادلات المستقيمت التي لها الميل وطول الجزء المقطوع من المحور الصادى كما يلي :

$$(١) \text{ م } = ٣ ، \quad \text{ص} = ٣$$

$$(\text{ب}) \text{ م } = \frac{١}{٣} ، \quad \text{ص} = ١ -$$

$$(\text{ج}) \text{ م } = ٢ - ، \quad \text{ص} = ٥$$

(٩) ارسم المستقيمين الآتيتين وحدد إحداثيات نقاط تقاطعهم

$$\text{ص} = ٢ - ٤ = \text{س} ، \quad \text{ص} = ٢ = ١ + \text{س}$$

(١٠) لقيم س المحصورة بين ٣ \leq س \leq ٣ -

$$\text{ارسم المنحنى ص} = ٢ + ٣$$

$$\text{ثم ارسم المستقيم ص} = ٢ = ٤ + \text{س}$$

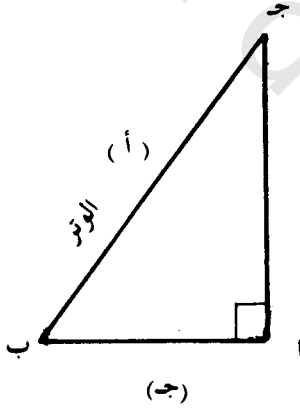
ومن ثم احسب إحداثيات نقاط التقاطع للمستقيم والمنحنى .

المثلث القائم الزاوية

The right angled triangle

[١٩ - ١] تعاريف :

المثلث القائم الزاوية ، عبارة عن مثلث ، إحدى زواياه الداخلة قائمة = 90° .



شكل [١٩ - ١]
المثلث القائم الزاوية

ويُسمى ضلع المثلث المقابل للزاوية القائمة (وهو في نفس الوقت أطول ضلع في المثلث) ، بالوتر **hypotenuse** .

ولو رمزنا للضلع المقابل لزاوية \hat{A} بالضلع a ،
 ، ولو رمزنا للضلع المقابل لزاوية \hat{B} بالضلع b
 ، ولو رمزنا للضلع المقابل لزاوية \hat{C} بالضلع c .

وإذا قمنا بقياس أطوال أضلاع المثلث بالشكل سنجد أنها ٣ سم ،
 ٤ سم ، ٥ سم (أو بنسبة ٣ : ٤ : ٥) .

وبتسجيل البيانات التالية في جدول كالتالي ، جدول (١٩ - ١)

مربعات الأضلاع ومجموعها				طول الضلع		
$a^2 + b^2$	c^2	b^2	a^2	c	b	a
٢٥	١٦	٩	٢٥	٤	٣	٥

جدول (١٤ - ١)

ومما سبق نلاحظ أن : $١٦ + ٩ = ٢٥$

أي أن $a^2 + b^2 = c^2$

[١٩ - ٢] نظرية فيثاغورث Pythagoras Theorem :

من العلاقة السابقة : $a^2 + b^2 = c^2$

نجد أن هناك صلة بين طول الوتر وطول كل من الضلعين الآخرين للمثلث القائم .

وقد اكتشف هذه العلاقة عالم الرياضيات الأغرقي فيثاغورث ، في القرن السادس قبل الميلاد أي منذ حوالي ٢٥٠٠ سنة ،

وقد سميت هذه العلاقة بنظرية فيثاغورث ، نسبة له ، للمثلث القائم الزاوية ، ونصها كالتالى :

فى أى مثلث قائم الزاوية فإن مساحة المربع المنشأ على الوتر تساوى مجموع مساحتى المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين وتساغ رياضياً كالتالى :

$$٢١ = ٢ب + ٢ج$$

وهذه النظرية على بساطتها إلا أنها فى غاية الأهمية وتُستعمل كثيراً فى الرياضيات ،

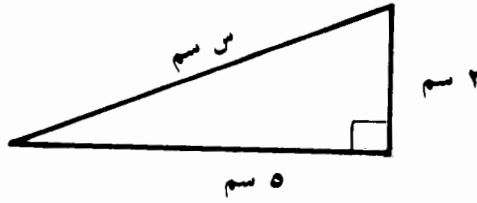
[١٩ - ٣] تطبيقات على نظرية فيثاغورث :

لنظرية فيثاغورث تطبيقات كثيرة فى حياتنا العملية ، ومن أمثلة ذلك طول القطر فى المربع والمستطيل وحالة السلم المرتكز على حائط .
والمسافة بين نقطتين على ورق الرسم البيانى والأبعاد الهندسية للأسقف المائلة .

ويمكن إستعمال هذه النظرية فى أى حالة يكون معروفاً فيها طول ضلعين اثنين من مثلث قائم الزاوية ، ومطلوب معرفة طول الضلع الثالث .

● مثال (١) :

أوجد قيمة س فى الشكل التالى :



شكل [٢ - ١٩]

● الحل :

في هذه الحالة ، وبتطبيق نظرية فيثاغورث

$$\therefore s^2 = 2^2 + 5^2$$

$$s^2 = 29 = 25 + 4 =$$

وبأخذ الجذر التربيعي للعدد ٢٩ نحصل على

$$s = \sqrt{29} = \sqrt{25 + 4} = 5,3851$$

$$= 5,4 \text{ تقريباً}$$

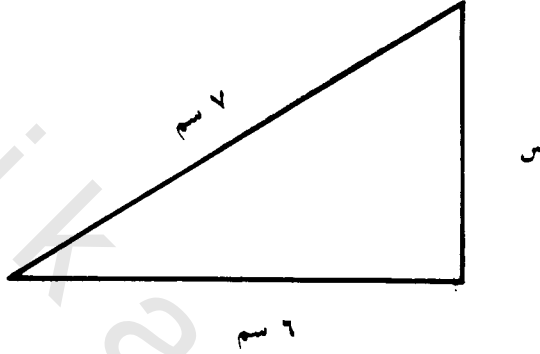
ويمكن إيجاد قيمة الجذر التربيعي لأي عدد باستخدام جداول خاصة بذلك أو باستخدام الآلة الحاسبة ، وذلك بتسجيل الرقم ثم الضغط على زر الجذر فنحصل مباشرة على قيمة الجذر .

وسوف نتعرض بالتفصيل للجذور في الجزء القادم بالكتاب التالي لهذه السلسلة .

وقد تم تقريب الإجابة لأقرب عدد عشري وذلك لصعوبة قياس أجزاء الملليمتر على المسطرة .

● مثال (٢) :

في شكل (١٩ - ٣) ، أوجد قيمة س بالسنتمتر .



شكل [٣ - ١٩]

● الحل :

في هذه المسألة ، لدينا طول الوتر ، وبتطبيق نظرية فيثاغورث .

$$\therefore ١٠^2 = ٦^2 + س^2$$

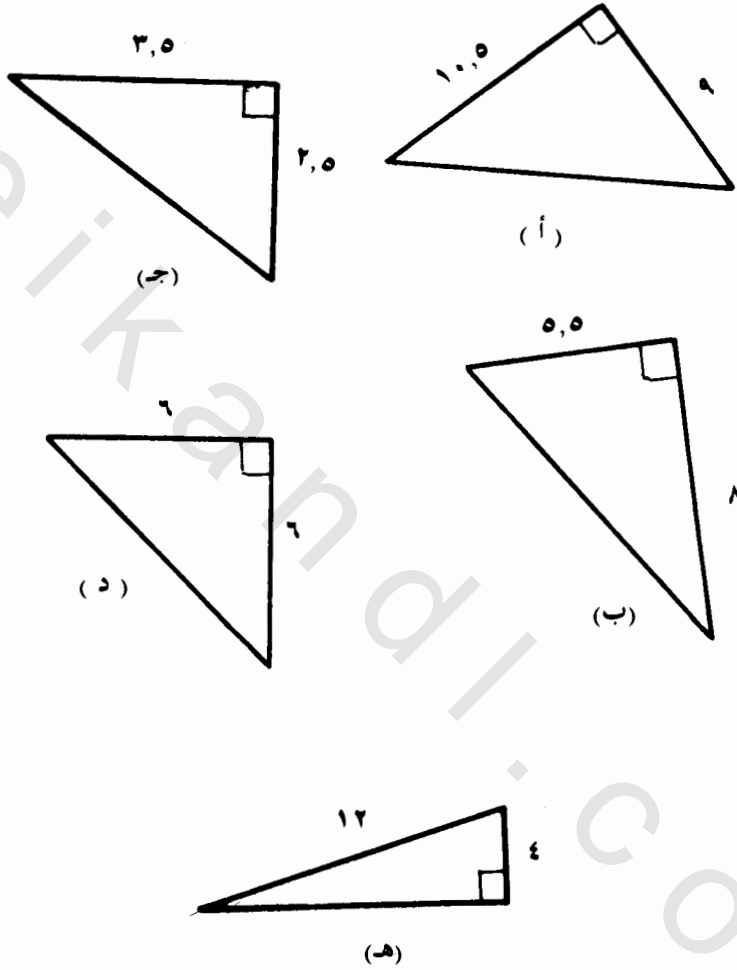
$$\therefore ١٠٠ = ٣٦ + س^2$$

$$\therefore س = \sqrt{٦٤} = ٨ = ٨,٠٠٠ = ٨,٠ سم تقريباً$$

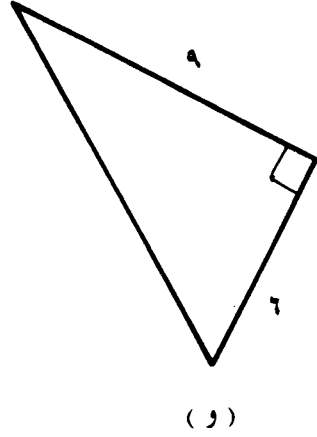
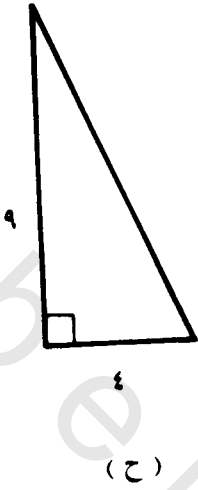
[١٩ - ٤] تدريبات :

(١) في المثلثات القائمة التالية ، أوجد طول الضلع الناقص مقرباً إيجابتك لأقرب رقمين عشريين ، شكل (١٩ - ٤) .

[، الرسوم ليست كلها بمقياس رسم ١ : ١]



شكل [١٩ - ٤]
الأبعاد كلها بالسنتيمتر



شكل [٤ - ١٩]
الأبعاد كلها بالسنتيمتر

(٢) في المثلث ا ب ج ، زاوية ج = 90° ، ا ج = ٥ سم ، ج د = ٨ سم فأوجد طول ا ب .

(٣) في المثلث د ه و ، زاوية ه = 90° ، د ه = ٧ سم ، ه و = ١٢ سم فأوجد طول د و .

(٤) في المثلث س ص ع ، زاوية ص = 90° ، س ص = ١٢ سم ، ص ع = ٦ سم فأوجد طول س ع .

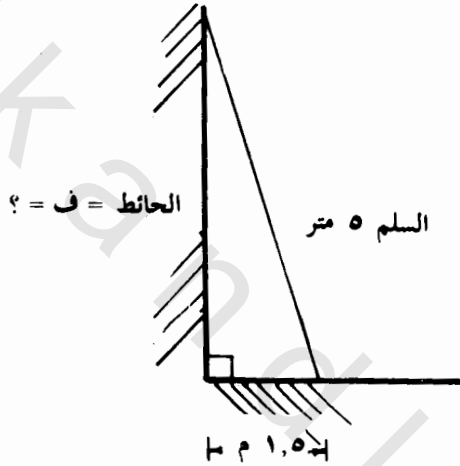
(٥) في المثلث ل م ن ، زاوية ل = 90° ، ل م = ٣ سم ، ل ن = ٧ سم فأوجد طول م ن .

[١٩ - ٥] أمثلة عملية على نظرية فيثاغورث :

● مثال (١) :

سلم طوله (٥) م يرتكز على حائط ، مائلاً بحيث تبعد قاعدته عن الحائط بمقدار (١,٥) متر .

فإذا كان الحائط يضع زاوية قائمة مع الأرض ، فأوجد إرتفاع الحائط حينئذ ، انظر الشكل [١٩ - ٥] .



شكل [١٩ - ٥]

● الحل :

نفرض ارتفاع الحائط حتى قمة السلم = ع متراً
وبذلك يكون لدينا مثلث قائم الزاوية فيه طول الوتر = طول السلم = ٥ م
وبتطبيق نظرية فيثاغورث :

$$\therefore ٢٥ = ٢(١,٥) + ٢ع$$

$$\therefore 20 = 2,25 + 2ع$$

$$\therefore 22,75 = 2,25 - 20 = 2ع$$

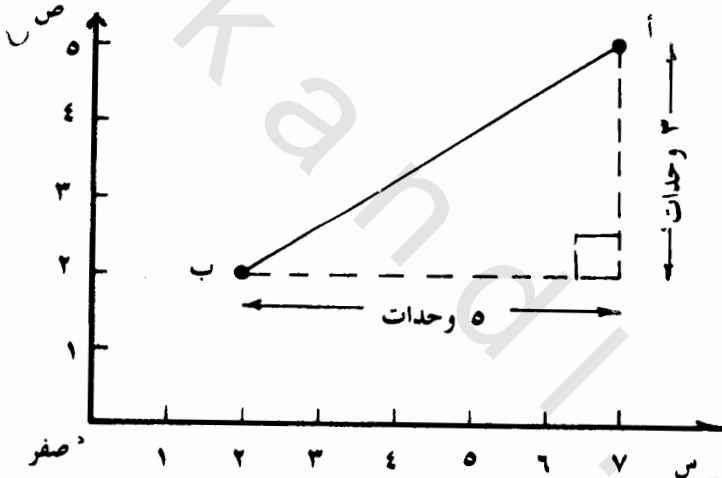
$$\therefore ع = 4,7696 \text{ متراً}$$

$$4,77 \text{ متراً.}$$

وبذلك فإن السلم يصل إلى ارتفاع 4,77 متراً على الحائط .

● مثال (٢) :

مثل بيانياً النقطتين أ (٣ ، ٢) ، ب (٧ ، ٥) ثم احسب البعد بينهما باستخدام نظرية فيثاغورث ، انظر الشكل (١٩ - ٦) .



شكل [٦ - ١٩]

● الحل :

نفرض أن المسافة أ ب = ف سم

وبتطبيق نظرية فيثاغورث :

$$\therefore ف = 24 + 23 = 47 = 9 + 16 = 25$$

$$\therefore ف = ٥ سم$$

وهو البعد المطلوب حسابه .

[١٩ - ٦] تدريبات :

(١) سلم يرتكز على حائط رأسى ، وترتفع مقدمته عمودياً عن سطح الأرض بمقدار ٥ م وتبعد قاعدته عن الحائط بمقدار ١,٧ م . فأوجد طول السلم .

(٢) سلم طوله ٥ م ، يرتكز على حائط رأسى ، فإذا كانت قاعدة السلم تبعد بمسافة ١,٨ م عن أسفل الحائط ، فما طول جزء الحائط الذى تصل له قمة السلم .

(٣) حمام سباحة طوله (٥٠) متراً وعرضه (٢٠) متراً أوجد البعد بين ركنية المتقابلين .

(٤) ساعة حائط ، طول عقرب الساعات بها ١٠ سم بينما طول عقرب الدقائق ١٤ سم ، فكم تبلغ المسافة بين طرفى العقربين عند تمام الساعة الثالثة .

(٥) يقف رجل بأعلى عمارة إرتفاعها ٦٠ متراً ، شاهد رجلاً آخر يبعد مسافة مقدارها ٤٠ متراً عن أسفل العمارة مباشرة .

فأوجد المسافة المباشرة بين الرجلين .

(٦) جبل طوله ٢٥ متراً ، ربط أحد طرفيه فى قمة عمود مثبت رأسياً بارتفاع ١٨ متراً بينما يثبت الطرف الآخر منه بالأرض فكم يبعد هذا الطرف عن قاعدة العمود .

(٧) أوجد طول المستقيم الواصل بين نقطتين إحداثياتهما هى :

١ (٢ ، ٣) ، ب (٥ ، ٨) .

(٨) إذا كانت المدينة ب تقع شرق المدينة ا بمسافة ٢٥ كم وكانت المدينة جـ تقع إلى الشمال مباشرة من مدينة ا بمسافة قدرها ١٦ كم ، فاحسب المسافة بين المدينتين ب ، جـ .

(٩) أبحرت سفينة شمال أحد الموانئ لمسافة مقدارها ١٠ كم ثم شاهدت سفينة تقع شرقها تماماً بمسافة قدرها ٢٠ كم ، فكم تبلغ المسافة بين السفينة الثانية والميناء .

(١٠) أوجد طول المستقيم الواصل بين كل نقطتين فيما يلي :

(١) (صفر ، ١) ، (٤ ، ٦) .

(ب) (٣ ، ٢) ، (٣- ، ٥) .

(ج) (١- ، ١-) ، (٤ ، ٢) .

(د) $(\frac{1}{2} , \frac{3}{2})$ ، $(\frac{5}{2} , \frac{7}{2})$.

(هـ) (صفر ، صفر) ، (٣- ، ٦-) .

