الجزء الرابع

الهندسة

GEONETRY

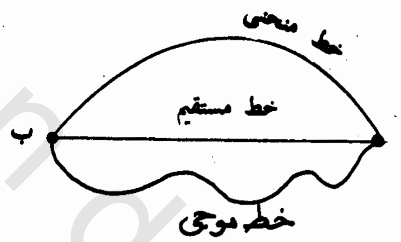
الدرس الثامن عشر :

الخط المستقيم Straight Line

[١٨ ـ ١] تعريف الخط المستقيم :

يُعرف الخط المستقيم الواصل بين نقطتين بأنه أقصر مسافة فيما بين النقطتين .

وشكل (١٨ ــ ١) يوضح هذا .

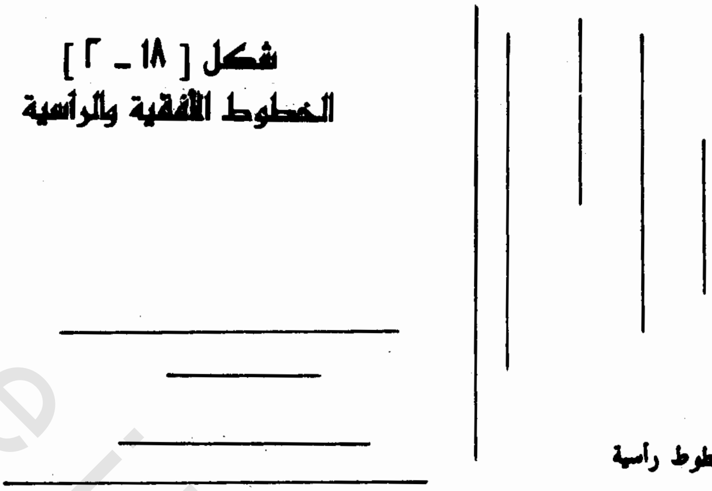


شكل (١٨ ـ ١)
الخط المستقيم

[١٨ ـ ٢] تعريف الخط الأفقى والخط الرأسى :

يعرف الخط الذى يمتد بين نقطتين وفى اتجاه مستقيم ويكون موازياً لمستوى الأفق بأنه خط أفقي .

بينما الخط الذى يمتد بين نقطتين وفى اتجاه مستقيم ويكون صاعداً أو هابطاً فيطلق عليه بالخط الرأسى ، أنظر شكل (١٨ ــ ٢) .



شكل [١٨ ـ ٢]
الخطوط الأفقية والرأسية

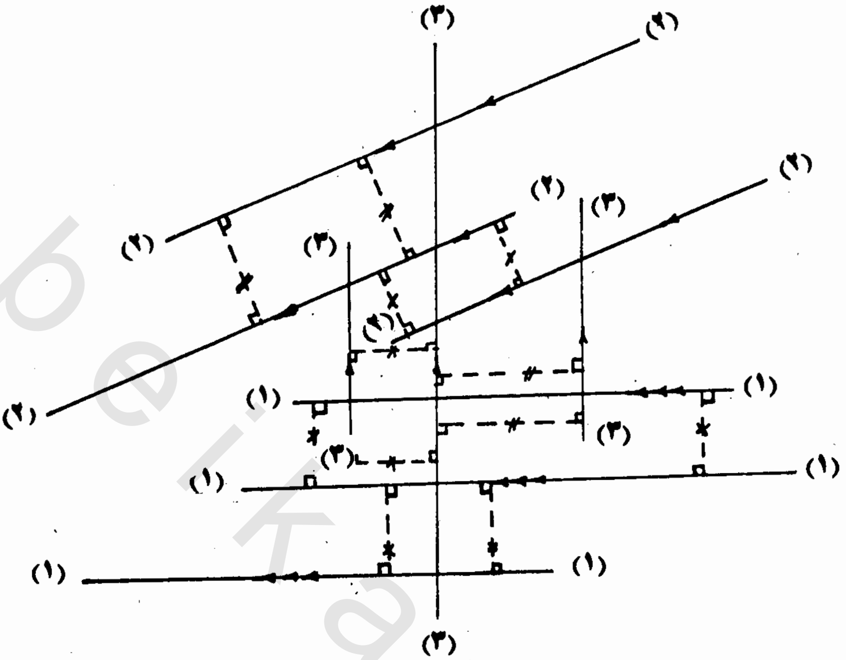
(أ) خطوط أفقية

(ب) خطوط رأسية

[١٨ ـ ٣] الخطوط المتوازية :

عندما يمتد خطان مستقيمان من كلتا جهتيهما وبحيث تكون المسافة « العمودية » فيما بينهما ثابتة فإنه يطلق على هذين الخطين بخطين مستقيمين متوازيين .

وعندما يكون هنالك أكثر من خطين وكانت المسافة بين كل خطين منهما ثابتة « وليس بشرط أن تعادل المسافة بين أى خطين آخرين من نفس المجموعة » فإن هذه الخطوط تعرف بالخطوط المتوازية وشكل (١٨ – ٣) يبين بعض المجموعات من حزم الخطوط المتوازية ، الأفقية والرأسية والمائلة .



شكل [١٨ ـ ٣]
مجموعة من الخطوط المتوازية

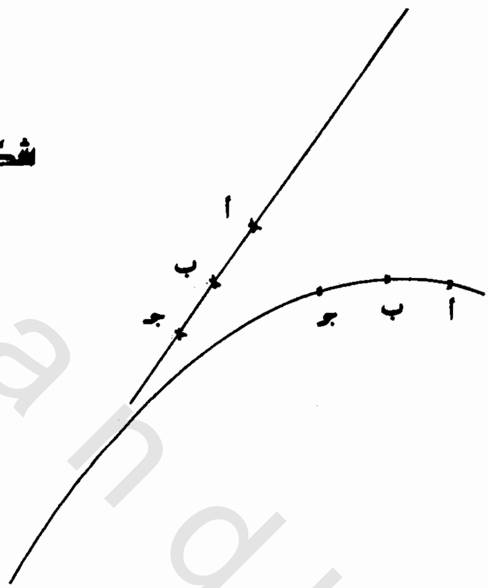
الخطوط (١) ـ (١) خطوط أفقية متوازية
الخطوط (٢) ـ (٢) خطوط مائلة متوازية
الخطوط (٣) ـ (٣) خطوط رأسية متوازية

ويلاحظ من الرسم أن المسافة العمودية بين كل خطين فى كل مجموعة متوازية ثابتة وقد رسمت المسافات العمودية بخطوط متقطعة لإظهارها .

تدريبات

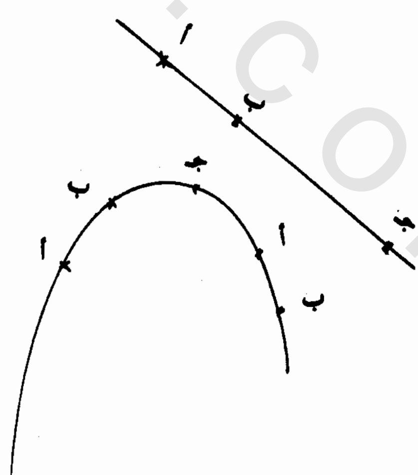
[١] فى شكل (١٨ – ٤) ، خط منحنى وخط مستقيم . وعلى كل منهما ثلاث نقاط ا ، ب ، جـ .

قم بتوصيل النقاط المتشابهة على كل من الخط والمنحنى .



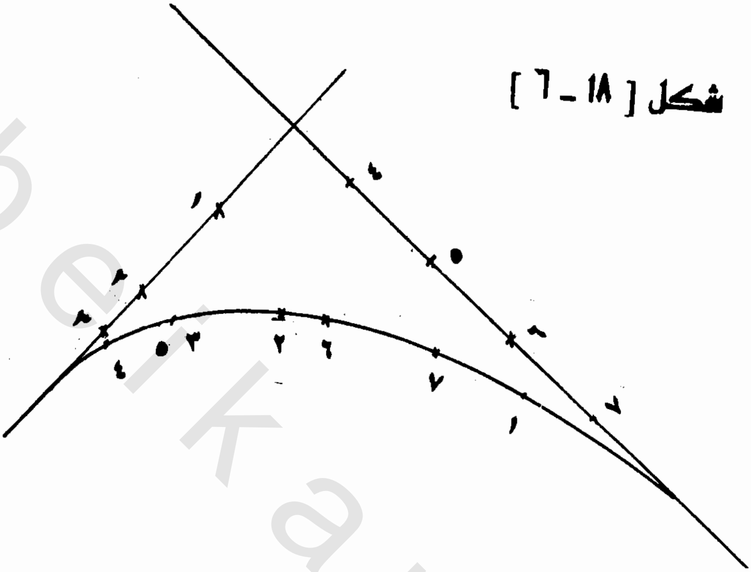
شكل [١٨ ـ ٤]

[٢] فى شكل (١٨ ـ ٥) ، خط منحنى ، مستقيم على كل منهما نقاط متشابهة والمطلوب توصيل النقط المتشابهة على كل منهما .



شكل [١٨ ـ ٥]

[٣] فى شكل (١٨ ـ ٦) ، خط منحنى ومستقيمان متقاطعان وعليهم نقاط بنفس الأرقام والمطلوب توصيل النقط المتشابهة على كل منهم .



شكل [١٨ ـ ٦]

[٤] حاول عمل مجموعة من الأشكال الهندسية باستخدام خطوط مستقيمة مائلة .

[٥] حاول عمل مجموعة من الأشكال الهندسية باستخدام خطوط أفقية ورأسية .

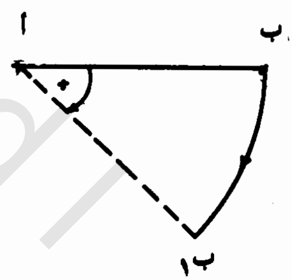
الدرس التاسع عشر :

الزوايا Angles

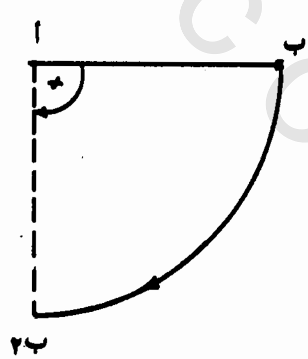
[١٩ ـ ١] الدرجات والزوايا القائمة :

Degrees and right angles

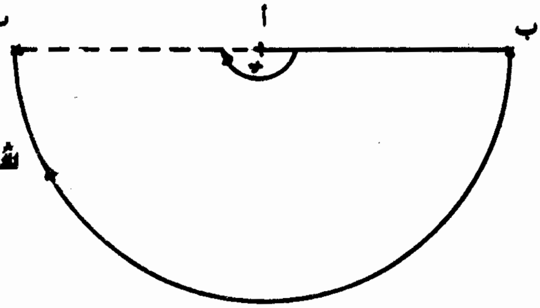
إذا دار مستقيم حول نقطة كمركز فإنه يقوم باللف أو الدوران ويقاس هذا الدوران بما يعرف رياضياً بالزاوية كما وأن وحدة قياس الزاوية هى الدرجة ، أنظر الرسم شكل (١٩ ـ ١) .



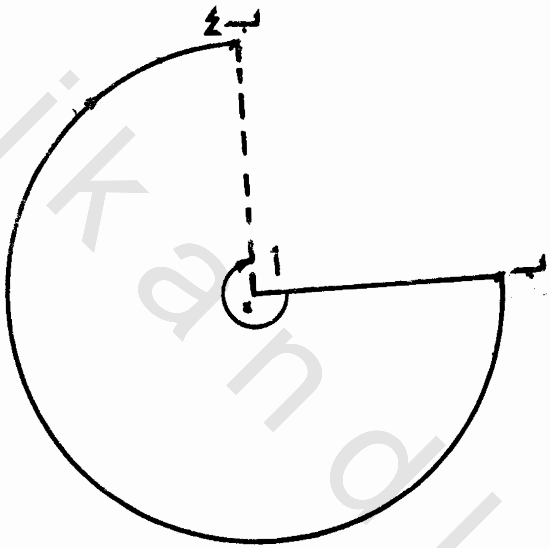
شكل [19 ـ 1 ـ أ]



شكل [19 ـ 1 ـ ب]



شكل [١٩ ـ ١ ـ جـ]



شكل [١٩ ـ ١ ـ د]

ويتضح من الشكل [(١٩ ـ ١) ـ أ] ، أن الخط أ ب١ كان منطبقاً فى البداية على الخط أ ب ثم بدأ فى الدوران مع عقرب الساعة حول النقطة أ إلى أن أصبح هناك إنفراج بين الخطين أ ب ، أ ب١ يقابله القوس ب ب١ وكلما زاد طول القوس ب ب١ كلما زاد الإنفراج أو الزاوية بين الخطين .

وعندما يصل المستقيم أ ب١ إلى الوضع المبين فى شكل (١٩ – ١ ب)

يكون قد أكمل ربع دورة كاملة أو ربع لفة كاملة ويكون أ ب$_1$ حينئذ عمودياً على أ ب ويكون مقدار الإنفراج أو الزاوية بين الخطين أ ب ، أ ب$_1$ يعادل ٩٠° إصطلاحاً حيث أن اللفة أو الدورة الكاملة أُصطلح على أنها تعادل أربع (٤) قوائم والزاوية القائمة مقدارها ٩٠° .

وعلى هذا فإن المستقيم ا ب$_1$ فى شكل (١٩ ــ ١ ــ ٢) يكون قد دار زاوية أقل من $\frac{١}{٤}$ دورة كاملة أو أقل من ٩٠° أو أقل من زاوية قائمة بينما المستقيم ٢ ب$_2$ فى شكل (١٩ ــ ٢ ب) يكون قد أكمل $\frac{١}{٤}$ دورة كاملة أو زاوية قائمة أو ٩٠° .

وفى شكل (١٩ ــ ١ ــ جـ) يكون المستقيم ا ب$_3$ قد أكمل نصف دورة كاملة أو ما يعادل ٢ × ٩٠ = ١٨٠° .

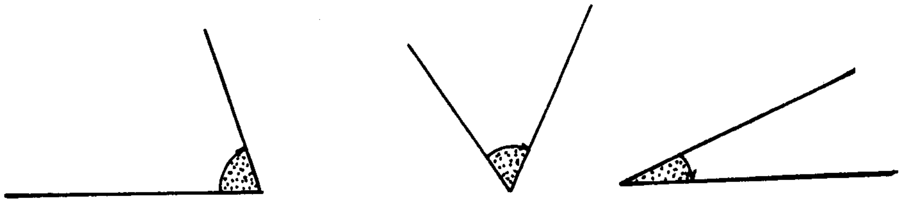
وفى شكل (١٩ ــ ١ ــ د) ، يكون المستقيم ١ ب$_4$ قد أكمل ثلاثة أرباع الدورة ، ويكون الانفراج أو الزاوية بين الخط الأصلى أ ب والخط أ ب$_4$ بمقدار يعادل (٣) زوايا قائمة أو ٣ × ٩٠ = ٢٧٠° .

وعندما يستمر المستقيم فى دورانه فى نفس الاتجاه لربع دورة أخرى فإنه يكون قد أكمل دورة كاملة وتكون الزاوية = ٤ قائمة

= ٤ × ٩٠ = ٣٦٠° .

[١٩ ـ ٢] الزاوية الحادة والزاوية المنفرجة والزاوية المنعكسة والزاوية المستقيمة :

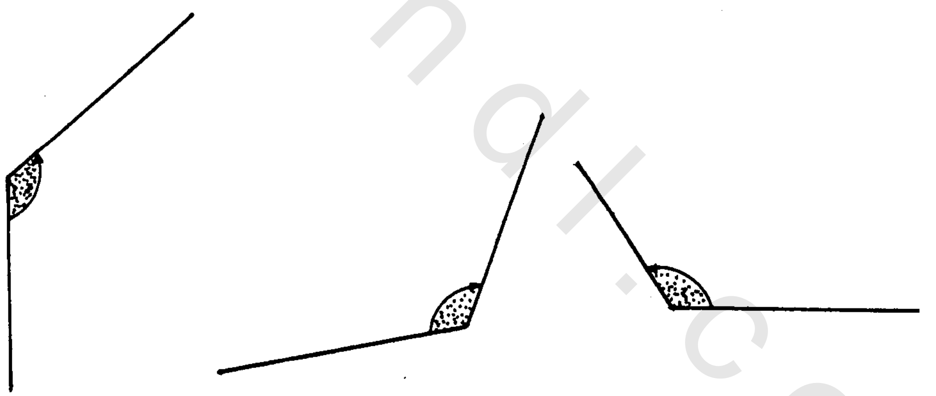
يطلق على أى زاوية تقل عن زاوية قائمة أى تقل عن ٩٠° بأنها زاوية حادة acute angle وكل الزوايا الموضحة فى شكل (١٩ ــ ٢) ، تقل عن ٩٠° وبذلك فهى زوايا حادة .



شكل [١٩ ـ ٢]
الزوايا الحادة

وأى زاوية تزيد عن ٩٠° ولكن تقل عن قائمتين (٢ × ٩٠) أى تقل عن ١٨٠° يُطلق عليها زاوية منفرجة Obtuse angle .

وفى شكل (١٩ – ٣) ، كل الزوايا الموضحة به تقل عن ١٨٠° وتزيد عن ٩٠° ولذلك فهى زوايا منفرجة .



شكل [١٩ ـ ٣]
الزوايا المنفرجة

ويُطلق على أى زاوية تزيد عن ١٨٠° ولكنها تقل عن ٣٦٠° ، بأنها زاوية منعكسة reflex angle ، وكل الزوايا الموضحة بشكل (١٩ – ٤) ، هى زوايا منعكسة لأنها تقل عن ٣٦٠° وتزيد عن ١٨٠° .

شكل [١٩ ـ ٤]

الزوايا المنعكسة

وعندما تكون الزاوية عبارة عن ٢ قائمة أو ١٨٠° فإن هذه الزاوية يطلق عليها زاوية مستقيمة straight angle وهى عبارة عن خط مستقيم أو هى عبارة عن خط من ربعين لدورة كاملة ، انظر شكل (١٩ – ٥) .

شكل [١٩ ـ ٥]

الزاوية المستقيمة

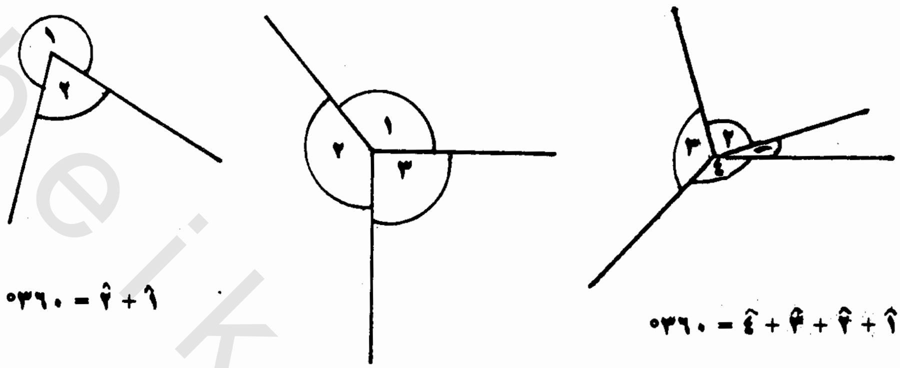
[١٩ ـ ٣] وحدات قياس الزوايا :

تم الإصطلاح على تقسيم الدورة الكاملة إلى ٣٦٠ جزءاً متساوياً ويُسمى كل جزء بالدرجة .

وبذلك فإن الدورة الكاملة تعادل ٣٦٠° أو ٤ قوائم وطبقاً لما سبق فإنه يمكن وضع الصيغة الرياضية التالية .

الزاوية الحادة < ٩٠° < الزاوية المنفرجة < ١٨٠°
- الزاوية المستقيمة < الزاوية المنعكسة < الدورة الكاملة
- ٣٦٠°

من المهم ملاحظة أن الزاوية تنشأ من تقاطع أو تلاقى خطين أو أكثر
وفى شكل (١٩ ــ ٦) ، نلاحظ أن مجموع الزوايا ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ = دائماً ٣٦٠° مهما كان نوع هذه الزوايا .



١̂ + ٢̂ = ٣٦٠°

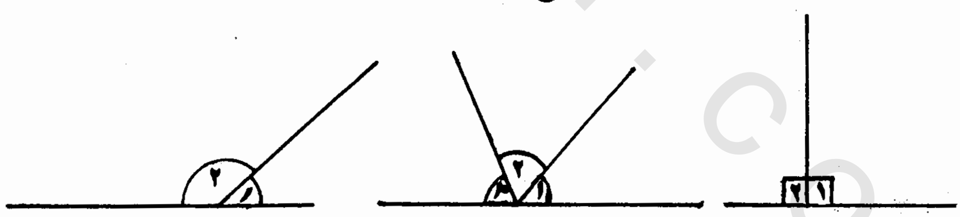
١̂ + ٢̂ + ٣̂ + ٤̂ = ٣٦٠°

١̂ + ٢̂ + ٣̂ = ٣٦٠°

شكل [١٩ ـ ٦]

مجموع زوايا الدورة الكاملة = ٣٦٠°

بينما فى شكل (١٩ ــ ٧) ، نلاحظ أن مجموع الزوايا ١ ، ٢ ، ٣ = ١٨٠° دائماً مهما كان نوع هذه الزوايا .



(أ) ١̂ + ٢̂ = ١٨٠°

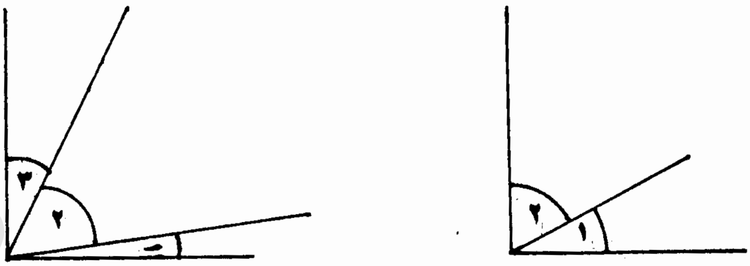
(ب) ١̂ + ٢̂ + ٣̂ = ١٨٠°

(جـ) ١̂ + ٢̂ = ١٨٠°

شكل [١٩ ــ ٧]

مجموع زوايا الزاوية المستقيمة = ١٨٠°

وفى شكل (١٩ ـ ٨) ، مجموع الزوايا ١ ، ٢ ، ٣ = ٩٠° دائماً وكلها زوايا حادة .



١̂ + ٢̂ + ٣̂ = ٩٠°　　　　　　١̂ + ٢̂ = ٩٠°

(ب)　　　　　　(أ)

شكل [١٩ ـ ٨]

مجموع زوايا الزاوية القائمة = ٩٠°

وعلى ذلك فإن أى زاويتين يكون مجموعهما ٩٠° يطلق عليهما زاويتان **متتامتان،** فى شكل ١٩ – ٨ –أ زاوية ١ ، زاوية ٢ **متتامتان** **Complementray angles** .

بينما أى زاويتين يكون مجموعهما ١٨٠° ، فإنه يطلق عليهما .

زاويتان متكاملتان **Supplementary angles** ، وفى شكل ١٩ – ٧ – جـ فإن زاوية ١ ، زاوية ٢ هما زاويتان متكاملتان .

[١٩ ـ ٤] قياس الزوايا :

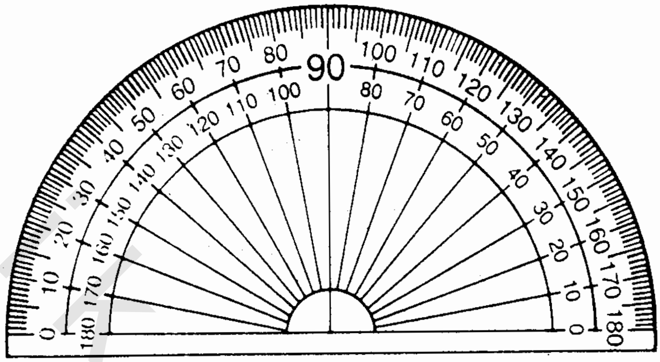
يُستخدم لقياس الزوايا المستوية (فى مستوى الورقة) أداة هندسية بسيطة تُعرف بالمنقلة **Protractor** وتصنع من البلاستيك الشفاف لسهولة الرؤية وهى على نوعين ، النوع الأول نصف دائرى **Semi-circular protractor** ويقيس الزوايا من صفر وحتى ١٨٠° .

والنوع الثانى ، دائرى تماماً **Complete circular protractor** ويستخدم فى قياس الزوايا التى تزيد عن ١٨٠° وحتى ٣٦٠° أى الزوايا المنعكسة .

وتدرج الحواف الخارجية والداخلية فى المنقلة النصف الدائرية بتدريجين من صفر

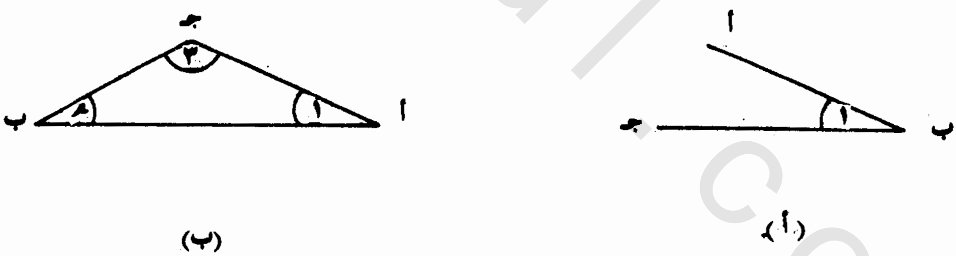
وحتى ١٨٠° ولكن باتجاهات متعاكسة فأحد التدريجين يبدأ من اليسار بالصفر وينتهى فى اليمين ب ١٨٠° بينما الآخر فيبدأ من اليمين بالصفر وينتهى فى اليسار ب ١٨٠° .

أما النوع الدائرى الكامل فيدرج غالباً من الداخل من الصفر وحتى ٣٦٠° وقد يتم تدريجه من الخارج كذلك ، انظر الرسم شكل (١٩ – ٩) .



شكل [١٩ ـ ٩] منقلة نصف دائرية

ويتم تسمية الزوايا عادة بحروف أبجدية أو بأرقام كما بشكل (١٩ ــ ١٠) .



شكل [١٩ ـ ١٠]

فالزاوية الموضحة فى شكل [(١٩ ــ ١٠) ــ أ] تكتب وتُقرأ كالتالى :
< أ ب جـ أو اختصاراً زاوية < ب وهى رأس الزاوية أو أ $\hat{ب}$ جـ أو زاوية
١ أ، < ١ .

بينما فى شكل [(١٩ ــ ١٠) ــ ب] .

فإن ∠ ١ = ∠ جـ أ ب = ∠ ب أ جـ = ∠ أ = جـ أ̂ ب

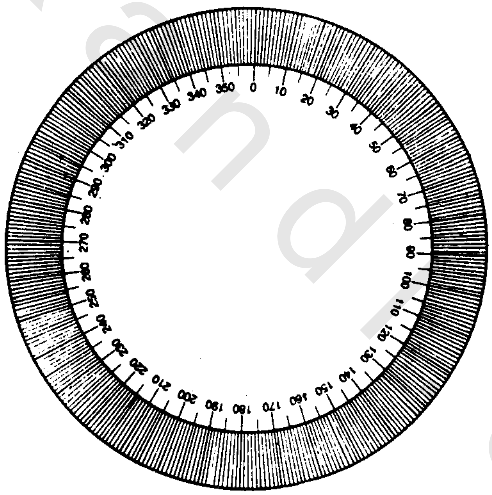
بينما ∠ ٢ = ∠ جـ ب أ = ∠ أ ب جـ = ∠ ب = ج ب̂ أ

، كذلك ∠ ٣ = ∠ أ جـ ب = ∠ ب جـ أ = ∠ جـ = أ جـ̂ ب .

ولاستخدام المنقلة فى قياس زاوية ما فإنه يلزم أولاً تحديد نوع الزاوية ، هل هى حادة أو منفرجة أو منعكسة .

وللقياس ، نبدأ فى وضع مركز المنقلة على رأس الزاوية تماماً بينما نُطابق خط الصفر للمنقلة على أحد ضلعى الزاوية ، تماماً .

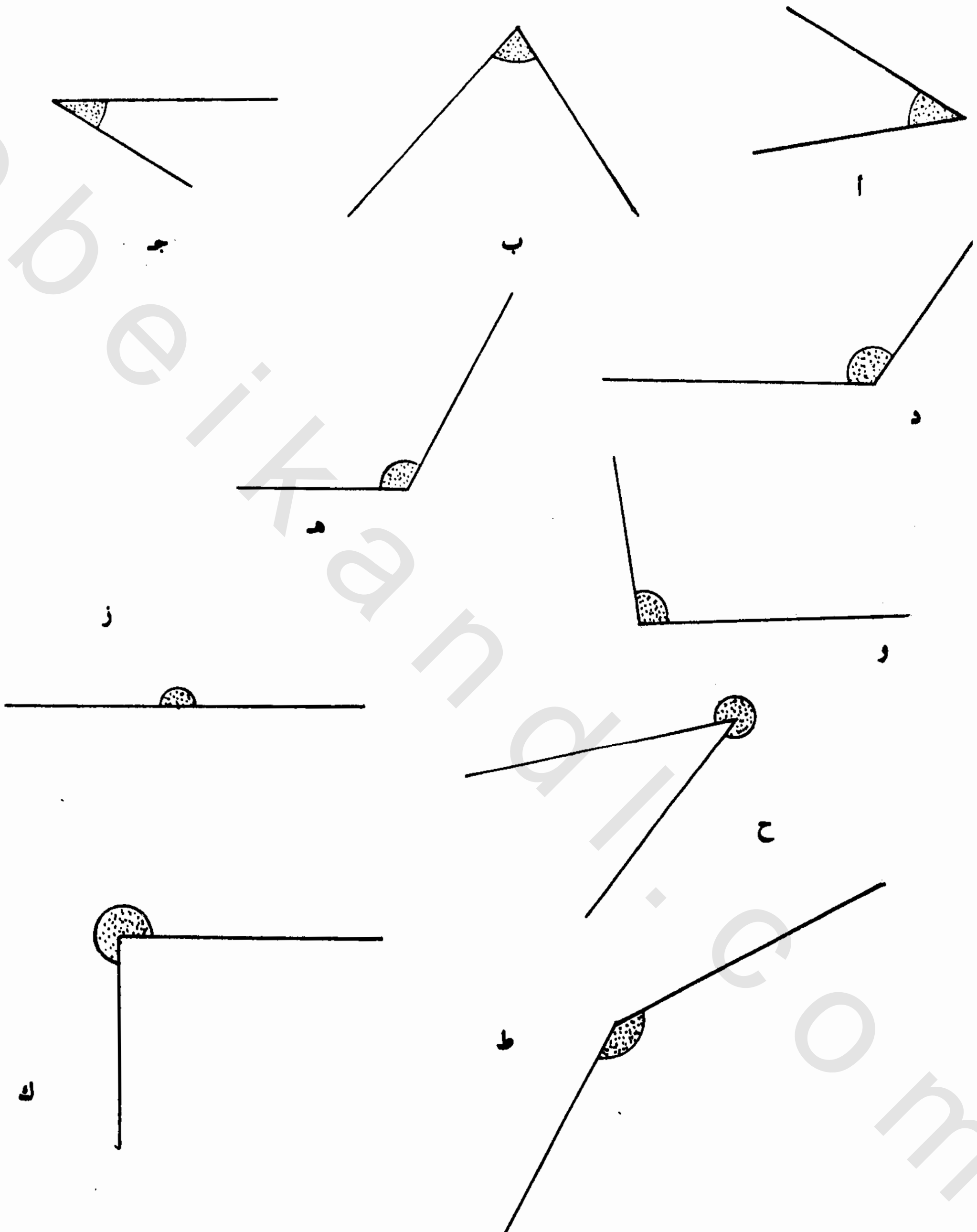
وسوف نجد أن الضلع الثانى للزاوية يقطع تدريج المنقلة عند قراءة تعادل مقدار إنفراج الخطين عن بعضهما أو مقدار الزاوية تماماً إلى أقرب درجة صحيحة ، انظر الرسم شكل (١٩ ـ ١١) .



شكل [١٤ ـ ١١] منقلة كاملة الاستدارة

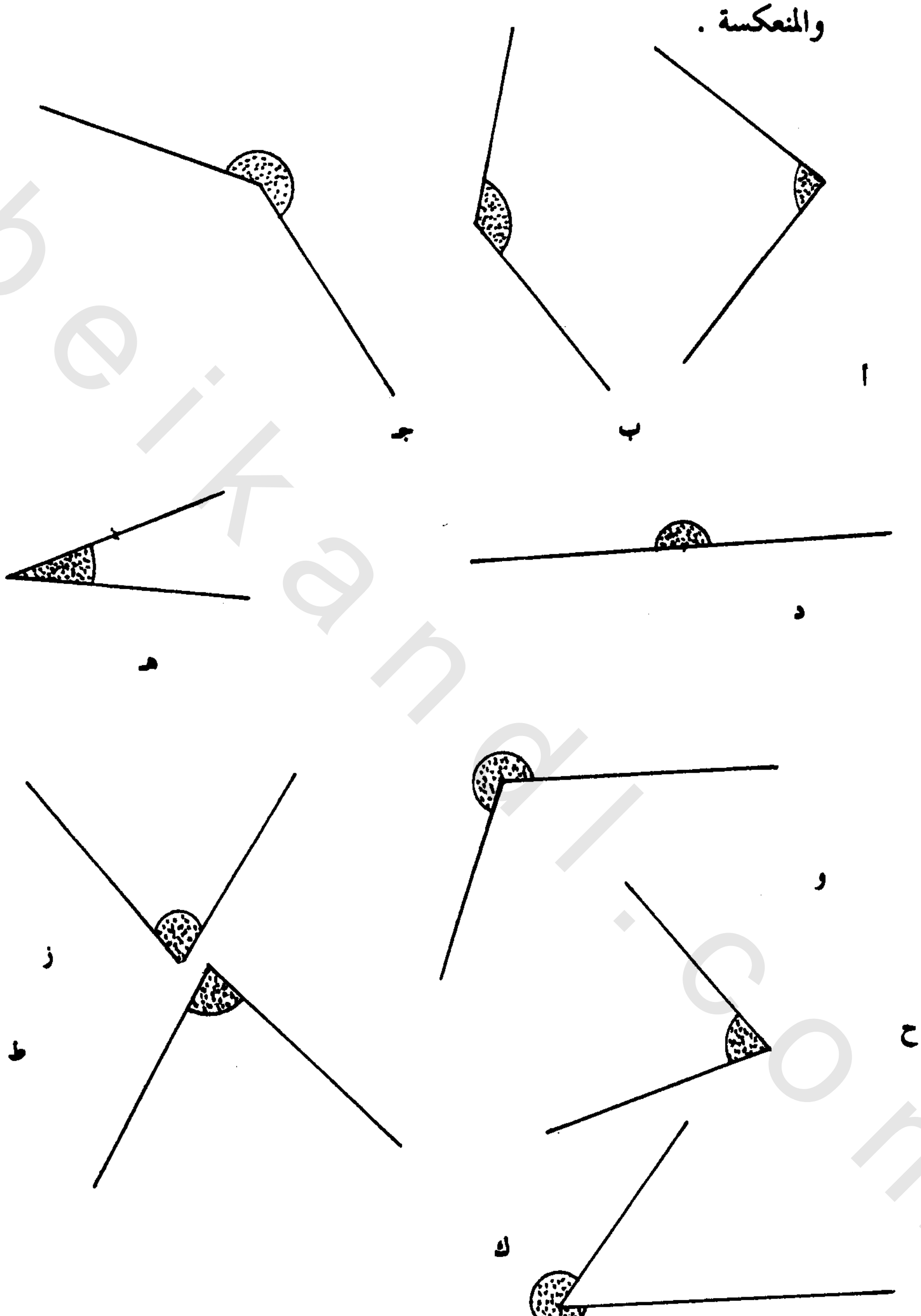
تدريبات

[١] فى شكل (١٩ ـ ١٢) حدد الزوايا الأكبر من والأقل من ٩٠°.



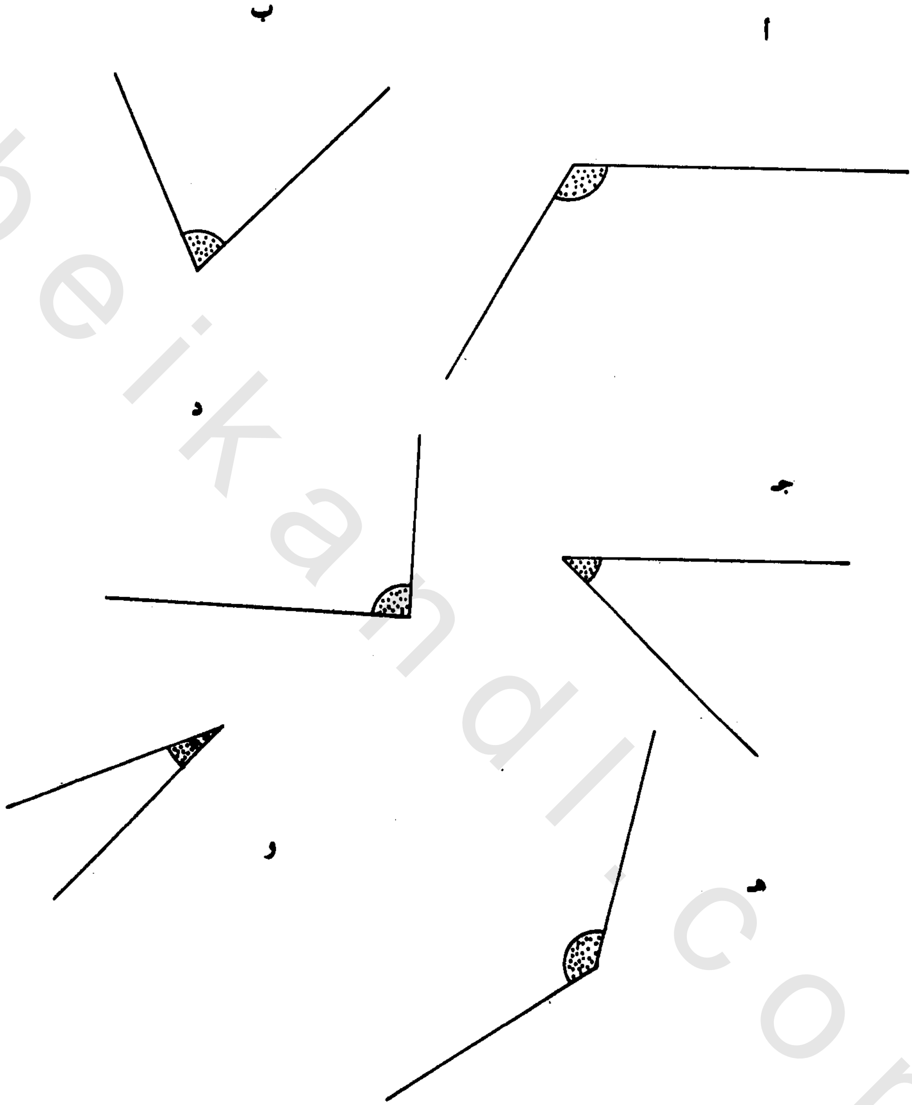
شكل [١٩ ـ ١٢]

[٢] فى شكل (١٩ ـ ١٣) ، حدد نوع الزوايا ، الحادة والمنفرجة والمستقيمة والمنعكسة .

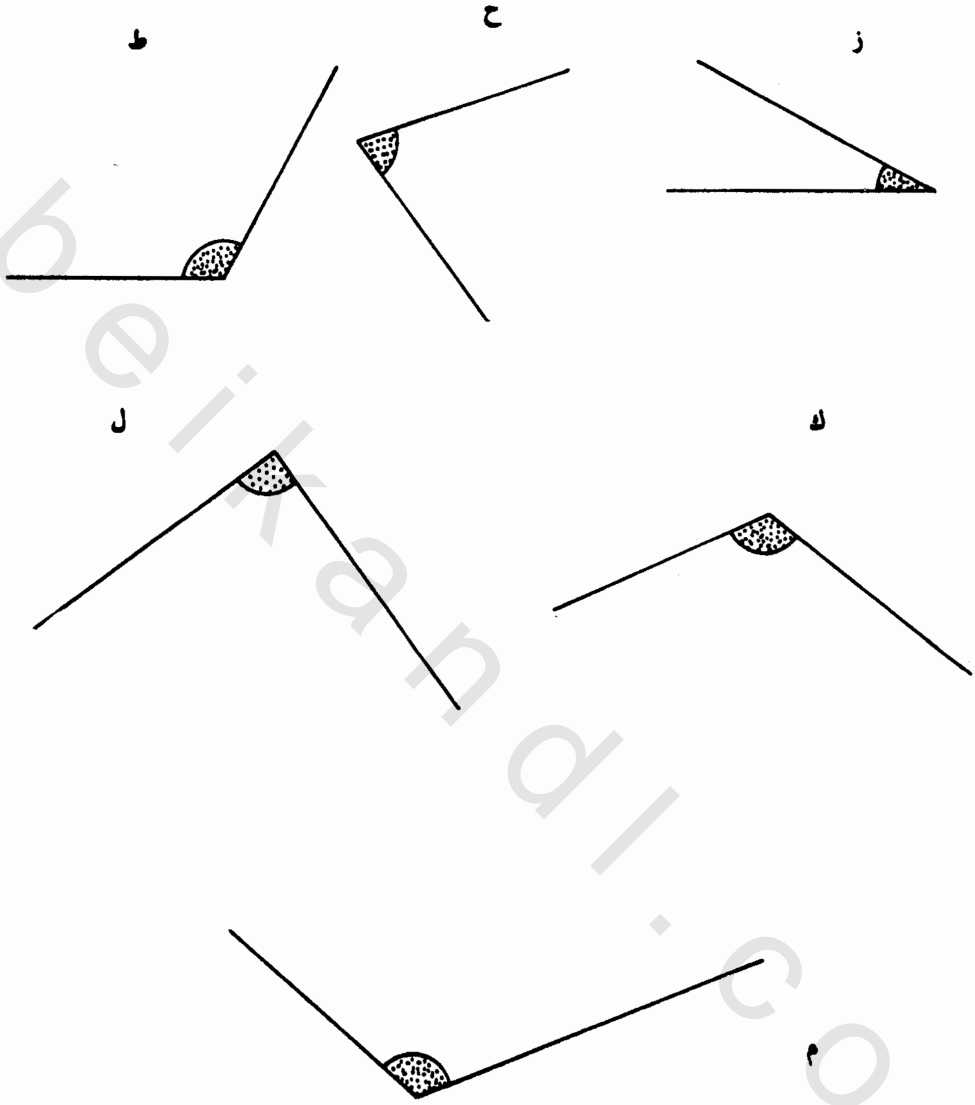


شكل [١٩ ـ ١٣]

[٣] باستخدام المنقلة ، حدد قيمة كل زاوية من الزوايا التالية فى شكل (١٩ ـ ١٤) .



شكل [١٩ ـ ١٤]



تابع شكل [١٩ ـ ١٤]

[٤] باستخدام المنقلة ، ارسم الزوايا التالية :

(أ) ٣٠°	(ب) ٦٠°	(جـ) ٤٥°	(د) ٧٥°
(هـ) ١٥°	(و) ١٣٥°	(ز) ٨٩°	(ح) ٣٧°
(ط) ١٧٠°	(ك) ١٥٠°	(ل) ١٠٠°	(م) ٧° .

[٥] كم عدد الدرجات فيما يلى :

(أ) $\frac{٣}{٤}$ دورة .

(ب) $\frac{٣}{٣٦}$ دورة .

(جـ) $\frac{١}{١٠}$ دورة .

(د) $\frac{١}{٤}$ دورة .

(هـ) $\frac{١}{٦}$ دورة .

(و) $\frac{١}{٩}$ دورة .

(ز) $\frac{١}{٢}$ دورة .

(ح) $\frac{١}{١٨}$ دورة .

(ط) $\frac{١}{١٠}$ دورة .

(ك) ٠,٣٦ دورة .

[٦] كم عدد الدرجات فيما يلى :

(أ) ٣ زوايا قائمة .

(ب) ٤ زوايا قائمة .

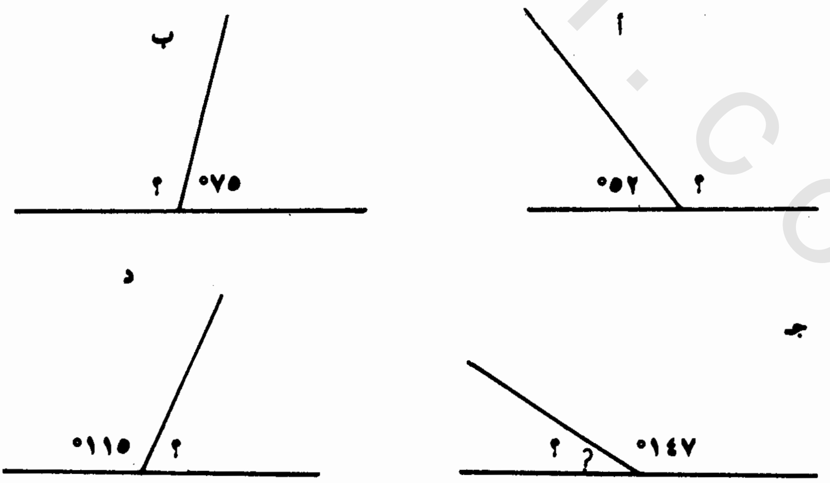
(جـ) ٨ زوايا قائمة .

(د) $\frac{١}{٢}$ زاوية قائمة .

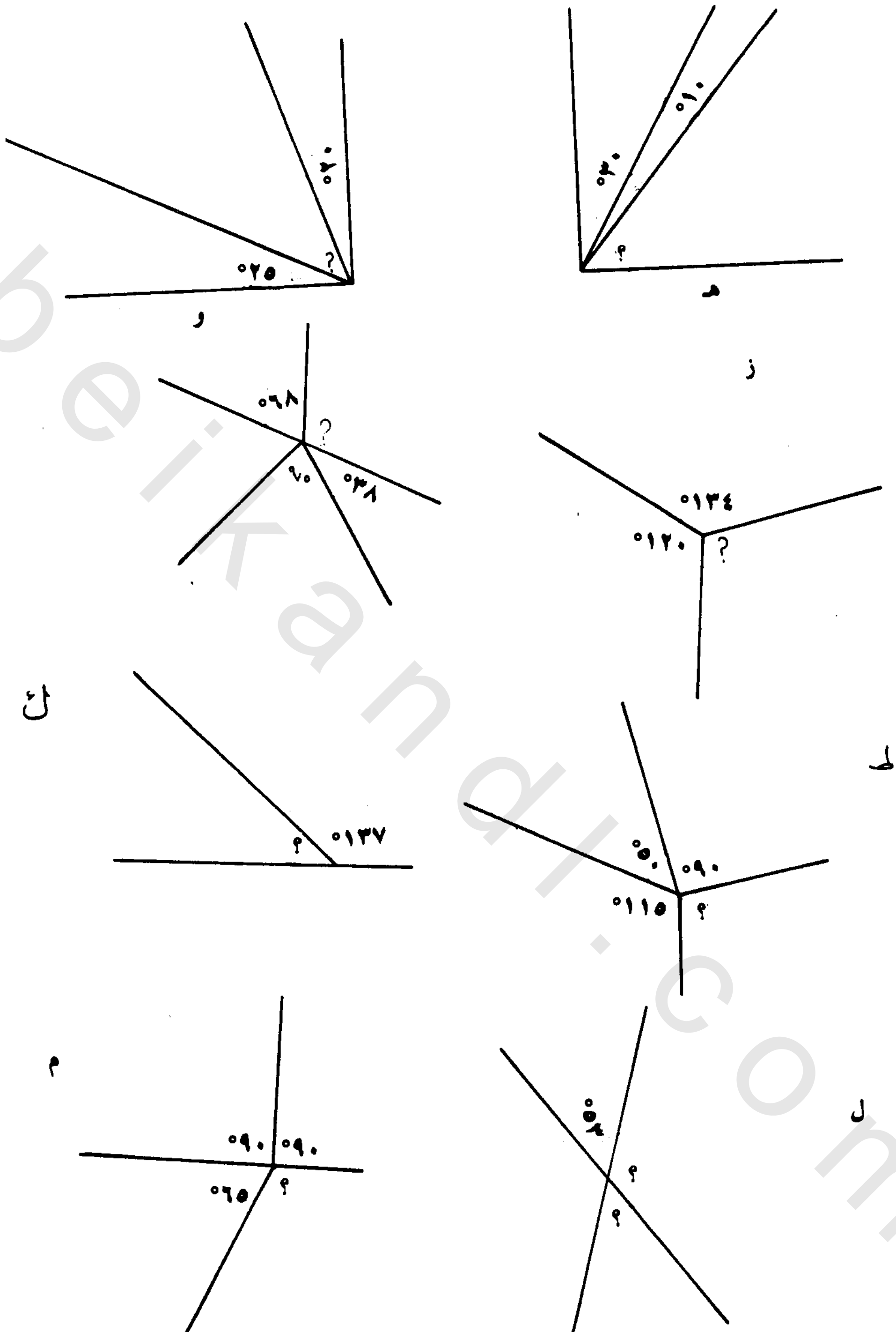
(هـ) ٦ زوايا قائمة .

(و) ١٢ زاوية قائمة .

[٧] فى شكل (١٩ ــ ١٥) ، حدد قيمة الزاوية المجهولة :

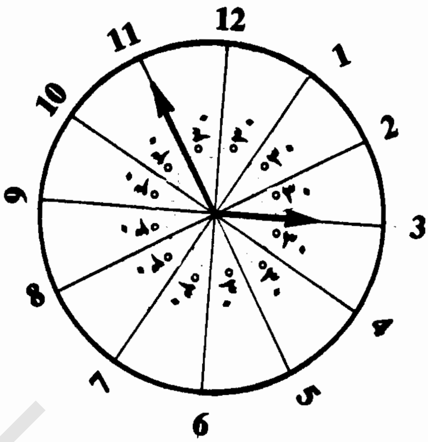


شكل [١٩ ـ ١٥]



تابع شكل [١٩ ـ ١٥]

[٨] فى شكل (١٩ – ١٦ يتضح توزيع أرقام الساعة ، والمطلوب تحديد الآتى :



شكل [١٩ – ١٦]

[٩] كم عدد الدرجات فيما بين عقربى الساعات والدقائق عندما تكون الساعة :

(أ) الساعة ١٢ (و) الساعة ٩,٢٠

(ب) الساعة ١٠ (ز) الساعة ٧,٤٥

(جـ) الساعة ٤ (ح) الساعة ٢

(د) الساعة ٤,١٥ (ط) الساعة ١٧٤٠

(هـ) الساعة ٨,٣٠ (ك) الساعة ١٣٠٠

[١٠] كم درجة يدورها عقرب الدقائق إذا تحرك عقرب الساعات بمقدار :

(أ) $\frac{١}{٢}$ ساعة . (د) ١٨٠° .

(ب) ١,٢٠ ساعة . (هـ) $\frac{١}{٤}$ ساعة .

(جـ) $\frac{١}{٤}$ دورة . (و) ٢٧٠° .

[١١] كم عدد الدرجات التى يدورها عقرب الساعات أثناء انتقاله من :

(أ) الساعة (١٢) إلى الساعة (٦) . (د) الساعة (٣) إلى الساعة (٨) .

(ب) الساعة (٦,١٥) إلى ٩,٢٠ . (هـ) الساعة ٦ إلى الساعة ٧,١٥ .

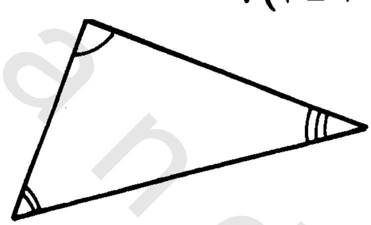
(جـ) الساعة(١١)إلى الساعة(١١,٥٠) (و) الساعة ٩,٤٥ إلى الساعة ١٢ .

الدرس العشرون :

بعض الأشكال الهندسية البسيطة

[٢٠ ـ ١] المثلثـــات Triangles :

يعتبر المثلث أحد أبسط الأشكال الهندسية التى تتكون من ثلاثة أضلاع مستقيمة وبين كل ضلعين من أضلاعه هنالك زاوية وبذلك فإن بالمثلث ثلاث زوايا وثلاثة أضلاع ، انظر شكل (٢٠ ـ ١) .



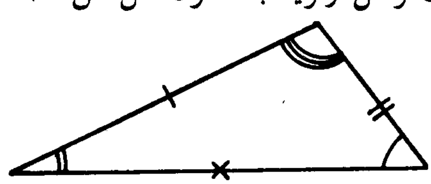
شكل [٢٠ ـ ١] المثلث

[٢٠ ـ ٢] أنواع المثلثات :

وهنالك عدة أنواع من المثلثات نوجزها فيما يلى :

(أ) مثلث حاد الزوايا وغير منتظم : Scalene triangle

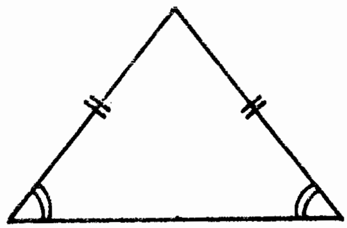
تكون الأطوال الثلاثة لأضلاع هذا المثلث غير متساوية وبالتالى فزواياه الثلاثة غير متساوية كذلك وكل زاوية به تكوٌن أقل من ٩٠° انظر شكل (٢٠ ـ ٢) .



شكل [٢٠ ـ ٢]
مثلث غير منتظم

(ب) مثلث متساوى الساقين : *Isosceles triangle* :

هذا المثلث يكون له ضلعان متساويان فى الطول ويكون كل ضلع منهما ، أحد ضلعى زاوية وهاتان الزاويتان متساويتان كذلك . انظر شكل (٢٠ ــ ٣) ، والعلامات على الأضلاع معناها تساوى هذه الأضلاع فى الطول .

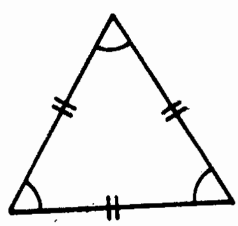


شكل [٢٠ ـ ٣]

مثلث متساوى الساقين

(جـ) مثلث متساوى الأضلاع : *Equilateral triangle* :

فى هذا المثلث تكون أضلاعه الثلاثة متساوية وكذلك زواياه الثلاثة تكون متساوية (كل منها = ٦٠° كما سيرد فيما بعد) ، انظر شكل (٢٠ ــ ٤) والعلامات على الأضلاع تعنى تساويها كلها فى الطول .

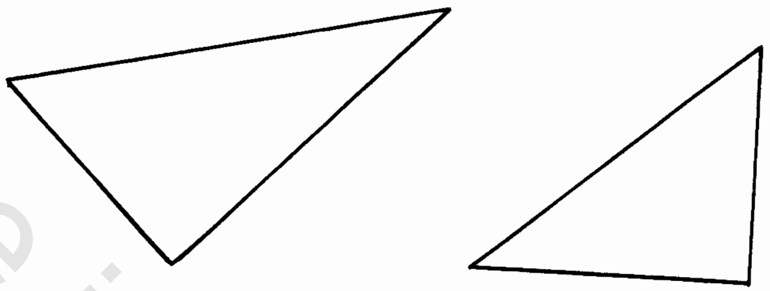


[٢٠ ـ ٤]

مثلث متساوى الأضلاع

(د) مثلث قائم الزاوية *Right - angled triangle* :

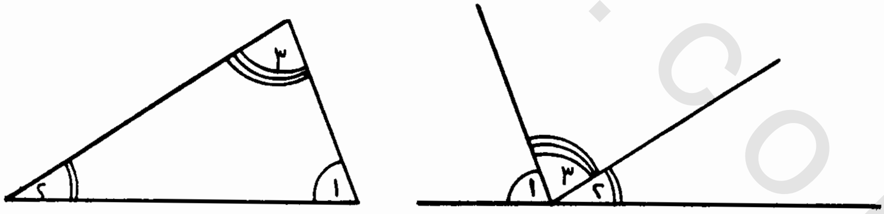
فى هذا المثلث تكون هناك زاوية من زواياه الثلاثة قائمة أى تساوى ٩٠° ، انظر الشكل (٢٠ ــ ٥) .



شكل [٢٠ ــ ٥]
مثلث قائم الزاوية

[٢٠ ــ ٣] زوايا المثلث :

يجب ملاحظة أن زوايا أى مثلث مهما كان نوعه مجموعها دائماً = ٢ قائمة أو يساوى ١٨٠° ولإثبات ذلك دعنا نعتبر مثلث ما كما بالشكل ونقوم بقص زواياه كلها ثم نعيد ترتيبها كما بالشكل فسنجد أنها تشكل خط مستقيم أو زاوية مستقيمة مجموع زواياها ١٨٠° .



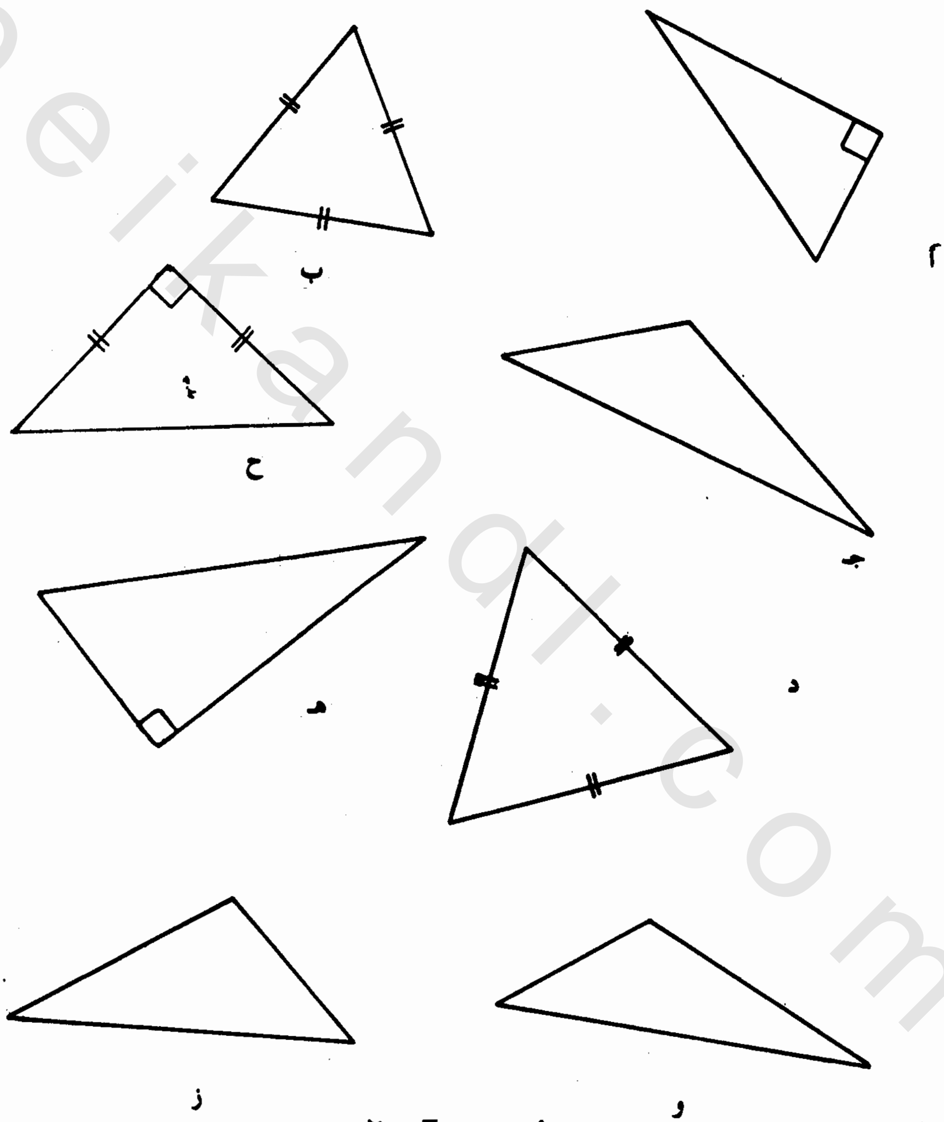
شكل [٢٠ ــ ٦]

مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

وبناءً على ذلك فإن زوايا المثلث المتساوى الأضلاع ، كل منها = ٦٠° ، ومجموعها = ١٨٠° .

تدريبات

[١] حدد فيما يلى نوع كل مثلث من المثلثات التالية : غير منتظم ، متساوى الساقين ، متساوى الأضلاع ، متساوى الأضلاع أم قائم الزاوية ؟ انظر شكل (٢٠ ـــ ٧) .



شكل [٢٠ ـ ٧]

[٢] زاويتا مثلث هما ٦٠° ، ٣٠° أوجد قيمة زاويته الثالثة ؟

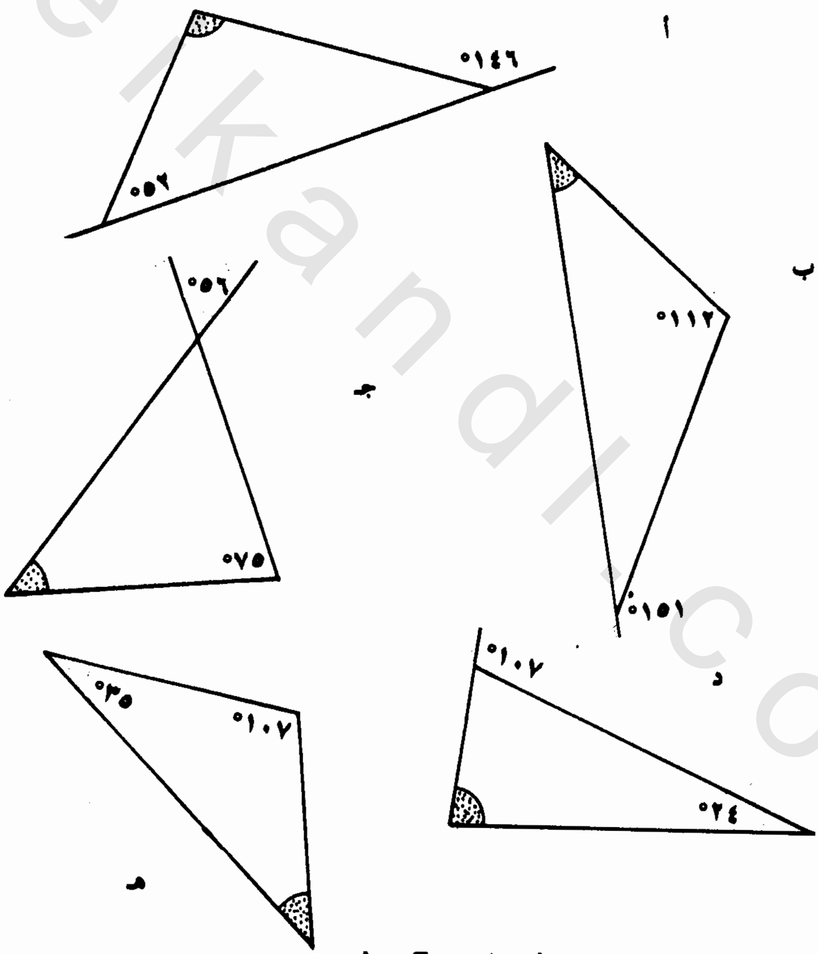
[٣] مثلث به زاويتان مقدار إحداهما ١٠٠° والثانية ٥٥° فما مقدار الزاوية الثالثة ؟

[٤] مثلث زواياه الثلاثة متساوية فما مقدار كل منهما ؟

[٥] مثلث زواياه الثلاثة متساوية وطول أحد أضلاعه ٦ سم فما طول كل من ضلعيه الآخرين ؟

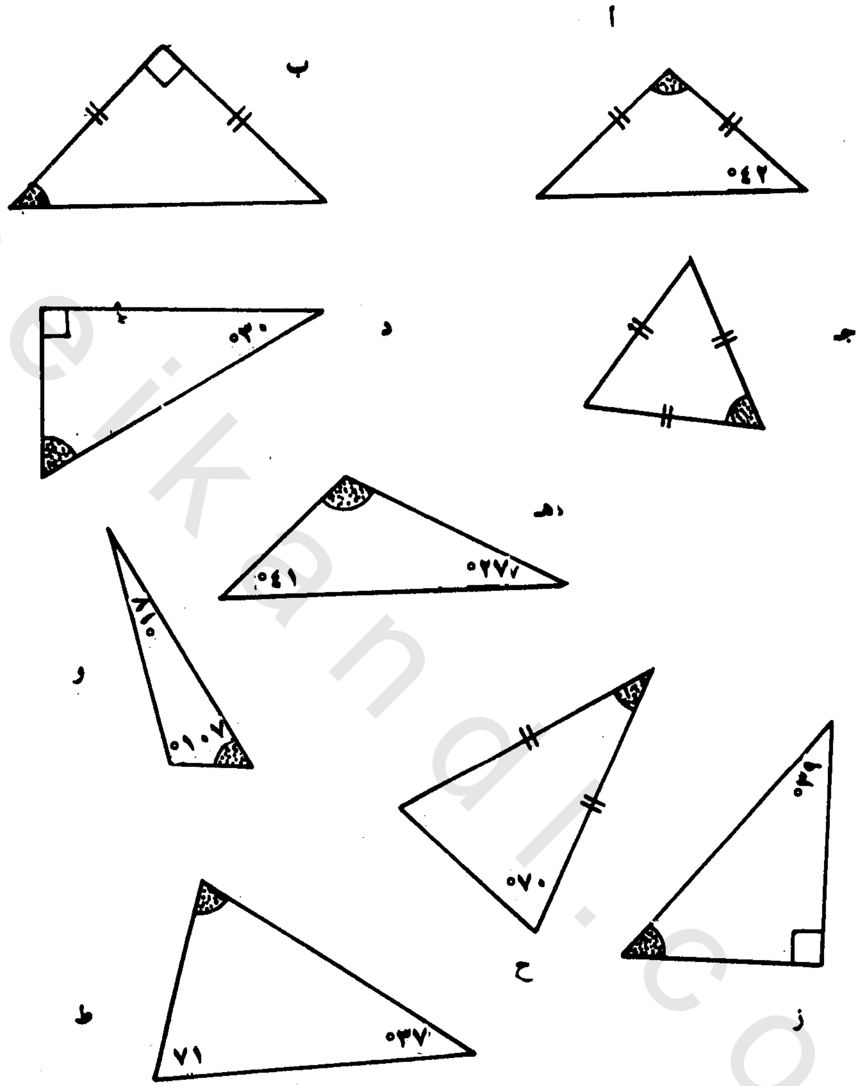
[٦] مثلث متساوى الساقين ، مقدار إحدى زاويتيه المتساويتين ٤٠° فما مقدار الزاوية الثالثة بالدرجات ؟

[٧] فى شكل (٢٠ ــ ٨) ، أوجد الزاوية الناقصة فى كل من المثلثات التالية ؟



شكل [٢٠ ـ ٨]

[٨] فى شكل (٢٠ ـ ٩) ، أوجد الزاوية الناقصة فى كل من المثلثات التالية ؟



شكل [٢٠ ـ ٩]

[٩] يرتكز سلم على حائط ، صانعاً معه زاوية تعادل ٥٢٥ فما مقدار الزاوية التى تصنعها النهاية السفلية للسلم مع الأرض ؟

[١٠] يرتكز سلم على حائط ، فإذا كانت نهايته **السفلية** تصنع زاوية ٧٥° مع الأرض فما مقدار الزاوية التى تصنعها النهاية العلوية للسلم مع الحائط ؟

[١١] مثلث متساوى الساقين فإذا كانت إحدى زواياه هى ٩٦° فما مقدار كل من زاويتيه الباقيتين ؟

[٢٠ ـ ٤] الأشكال الرباعية الأضلاع Quadrilaterals :

كل شكل يتكون من أربعة أضلاع وأربعة رؤوس يعرف بأنه شكل رباعى وبداخل الشكل الرباعى يوجد لدينا أربعة زوايا يبلغ مجموعها دائماً ٣٦٠° = ٤ ق أى ضعف قيمة زوايا المثلث = ٢ ق .

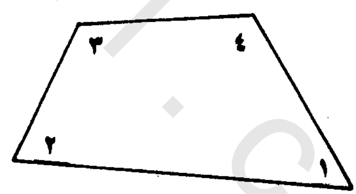
[٢٠ ـ ٥] أنواع الأشكال الرباعية :

توجد عدة أشكال رباعية بعضها مألوف ومشهور وفيما يلى بعض أنواعها :

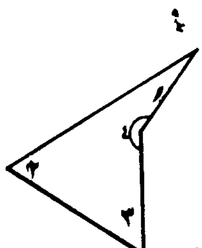
(أ) الشكل الرباعى العام : General quadrilateral

هو أى شكل تحده أربعة أضلاع غير متساوية وبداخله أربعة زوايا غير متساوية كذلك ، انظر شكل (٢٠ ـ ١٠) .

أ



شكل [٢٠ ـ ١٠] ـ [أ ، ب]
شكل رباعى عام
ع، ١ ≠ ٢ ≠ ٣ ≠ ٤

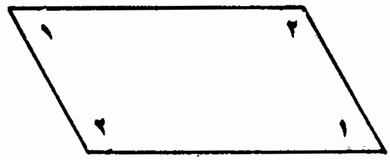


ب

١ ≠ ٢ ≠ ٣ ≠ ٤

(ب) متوازى الأضلاع parallelogram :

متوازى الأضلاع هو حالة خاصة من الشكل الرباعى العام ، حيث تحده أربعة مستقيمات ، كل اثنان منها متقابلان ، متوازيان ومتساويان وكذلك فإن كل زاويتين متقابلتين به **متساويتان** ، انظر شكل (٢٠ ـ ١١) .



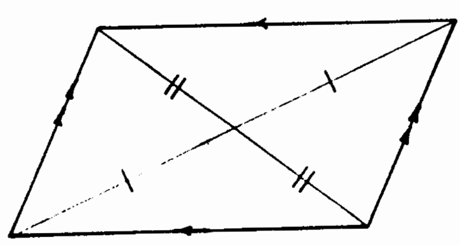
شكل [٢٠ ـ ١١]
متوازى الأضلاع

١̂ = ١̂ و ٢̂ = ٢̂

(جـ) أقطار الأشكال الرباعية Diagonal Lines :

يصل القطر فيما بين أى رأسين متقابلين للشكل الرباعى وعلى هذا فأى شكل رباعى له قطران متقاطعان .

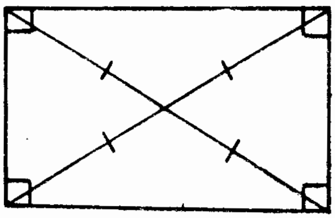
وفى حالة متوازى الأضلاع فإننا نلاحظ أن له قطران ليسا متساويان ولكن ينصف كل منهما الآخر انظر الرسم شكل (٢٠ ـ ١٢) .



شكل [٢٠ ـ ١٢]
أقطار متوازى الأضلاع ينصف كل منها الآخر وغير متساوية

(د) المستطيل : The rectangle, oblong :

يعتبر المستطيل شكل رباعي خاص حيث أن كل ضلعين متقابلين فيه متساويين في الطول ومتوازيين كذلك وزواياه الأربعة جميعها قوائم فكل منها = ٩٠°، أما قطراه فهما متساويان في الطول وينصف كل منهما الآخر، انظر الرسم شكل (٢٠ ـ ١٣).

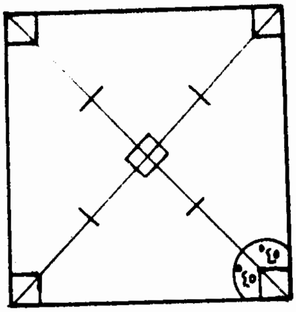


شكل [٢٠ ـ ١٣]

أقطار المستطيل متساوية وينصف كل منها الآخر

(هـ) المربع : The Square :

المربع هو شكل رباعي وجميع أضلاعه متساوية وزواياه متساوية وكلها قوائم وأقطاره متساوية وينصف كل منها الآخر وكل قطر عمودى على القطر الآخر، كما وأن أقطاره تُنصف زوايا الرؤوس انظر شكل (٢٠ ـ ١٤).



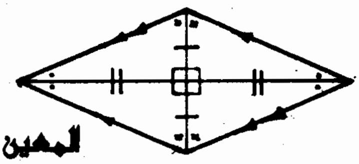
شكل [٢٠ ـ ١٤]

المربع : أضلاعه متساوية وزواياه قوائم

وأقطاره متعامدة ومتساوية وينصف كل منها الآخر

(و) المعـين : The rhombus :

المعين شكل رباعى الأضلاع فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين فى الطول ، وقطراه متعامدان وينصف كل منهما الآخر وكذلك ينصف كل منهما زاوية الرأس ، وفيه كل زاويتين متقابلتين متساويتين ، انظر شكل (٢٠ ــ ١٥) .



شكل [٢٠ - ١٨]

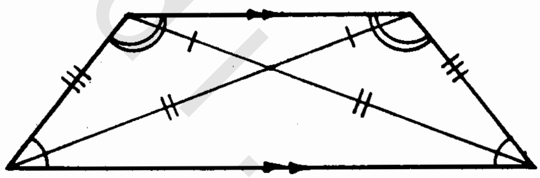
المعين : أقطاره غير متساوية ينصف كل منها الآخر ومتعامدة وتنصف زوايا الرؤوس وكل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين

(ز) شبه المنحرف : The Trapezium :

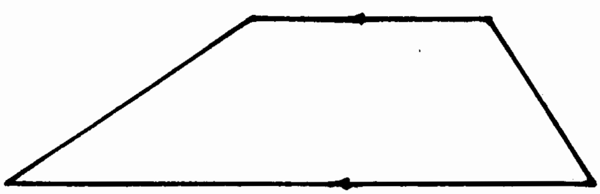
شبه المنحرف هو أحد الأشكال الرباعية الأضلاع ، ولكنه يتميز بأن به ضلعين متقابلين يكونان متوازيين ولكنهما غير متساويين فى الطول .

ويطلق على شبه المنحرف هذا بأنه شبه منحرف غير منتظم . ولكن فى حالة شبه المنحرف المنتظم ، فإن زاويتى القاعدة تكونان متساويتان وكذلك يتساوى فيه طول الضلعين الغير متوازيين .

انظر الرسم شكل (٢٠ ــ ١٦) ، (٢٠ ــ ١٧) .



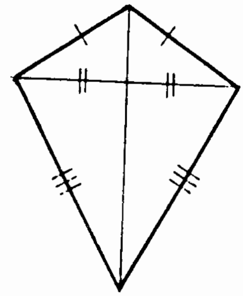
شكل [٢٠ ــ ١٦] شبه المنحرف المنتظم



شكل [٢٠ ــ ١٧] شبه المنحرف الغير منتظم

(ح) شكل رباعى على شكل طائرة ورقية : *Kite shape*

يتكون هذا الشكل الرباعى المميز من مثلثين متساويى الساقين مختلفين إلا أن لهما نفس القاعدة المشتركة وأحدهما يكون بعكس الآخر وأحد القطرين ينصف القطر الآخر انظر الرسم شكل (٢٠ ـ ١٨) .

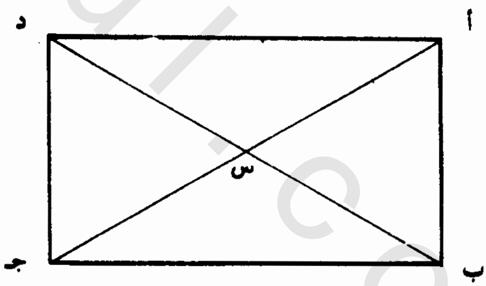


شكل [٢٠ ـ ١٨] شكل رباعى على هيئة طائرة ورقية

تدريبات على الأشكال الرباعية

[أ] على خواص المستطيل :

فى المستطيل المبين بشكل (٢٠ ـ ١٩) ، أجب عما يلى :



شكل [٢٠ ـ ١٩]

(١) ا ب = ...

(٢) س جـ = ...

(٣) ب س = ...

(٤) ا د = ...

(٥) ا س̂ د = ...

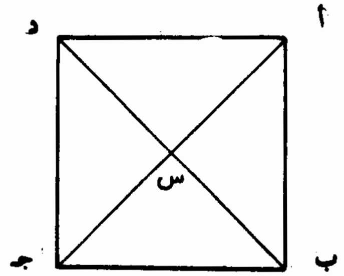
(٦) د س̂ جـ = ...

(٧) س ب̂ جـ = ...

(٨) س أ̂ د = ...

[ب] **على خواص المربع :**

فى المربع المبين بشكل (٢٠ ــ ٢٠) ، أجب عما يلى :

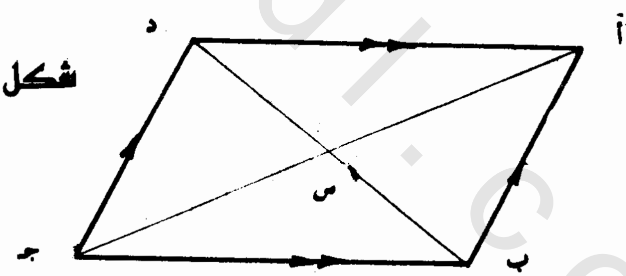


شكل [٢٠ ــ ٢٠]

(١) ا س = ...
(٢) ب س = ...
(٣) ا ب = ...
(٤) ب د = ...
(٥) ب أ̂ جـ = ...^...
(٦) ا س̂ د = ...^...
(٧) ا جـ̂ ب = ...^...
(٨) س أ̂ د = ...^...

[جـ] **على متوازى الأضلاع :**

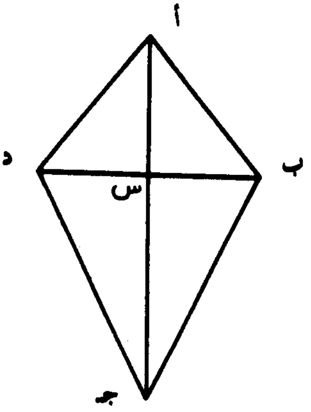
فى متوازى الأضلاع المبين بشكل (٢٠ ــ ٢١) ، أجب عما يلى :



شكل [٢٠ ــ ٢١]

(١) ا ب = ...
(٢) ا س = ...
(٣) د س = ...
(٤) ب جـ = ...
(٥) ا س̂ د = ...^...
(٦) ا ب̂ س = ...^...
(٧) ا جـ̂ د = ...^...
(٨) ب أ̂ جـ = ...^...

[د] **فى شكل (٢٠ ــ ٢٢) ، أوجد ما يلى :**



شكل [٢٠ ـ ٢٢]

(١) ب س = ...

(٢) ا ب = ...

(٣) جـ د = ...

(٤) ا سْ ب = ...°

(٥) جـ سْ د = ...°

(٦) ب أ̂ س = ...°

(٧) س جْـ د = ...°

الدرس الحادى والعشرون :

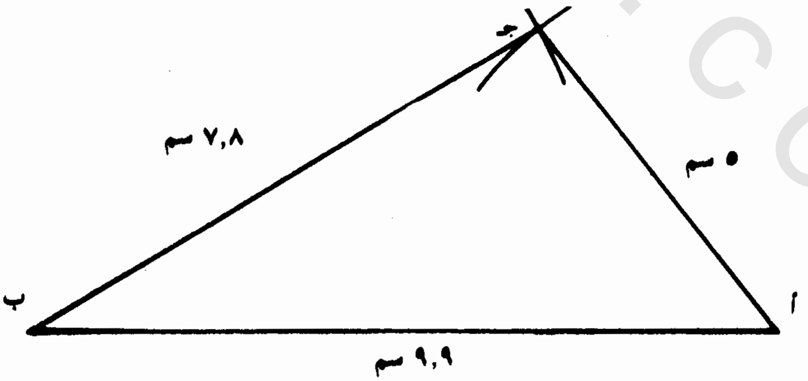
بعض العمليات الهندسية البسيطة

[٢١ ـ ١] رسم مثلث إذا علمنا أطوال أضلاعه الثلاثة :

نفترض أن المطلوب هو رسم مثلث أطوال أضلاعه هى ٩,٩ سم ، ٧,٨ سم ، ٥ سم ، على الترتيب ، انظر شكل (٢١ — ١) .

* نبدأ برسم أطول ضلع وهو ٩,٩ سم كقاعدة للمثلث وهو الضلع ا ب ثم نفتح الفرجار « البرجل » بمقدار طول الضلع الثانى ، ٧,٨ سم ونركز عند نقطة (ب) ونرسم قوس صغير ، وكل نقطة على على هذا القوس تصبح على بعد ٧,٨ سم عن (ب) ، ثم نعيد فتح الفرجار مرة ثانية بمقدار طول الضلع الثالث وهو ٥ سم ، ثم نركز عند (أ) ، ونرسم قوس صغير ، وكل نقطة على هذا القوس تكون على بعد ٥ سم عن نقطة (أ) .

ويتقاطع القوس الأول والثانى عند نقطة جـ وهذه هى النقطة الوحيدة التى تقع على كل من القوسين وتبعد عن ا ، ب بمقدار ٥ سم ، ٧,٨ سم على الترتيب ، والآن نصل ا جـ ، ب جـ وبذلك نكون قد رسمنا المثلث المطلوب ا ب جـ .



شكل [٢١ ـ ١]
طريقة رسم مثلث بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة

[٢١ ـ ٢] رسم مثلث بمعلومية طول ضعلين والزاوية المحصورة بينهما :

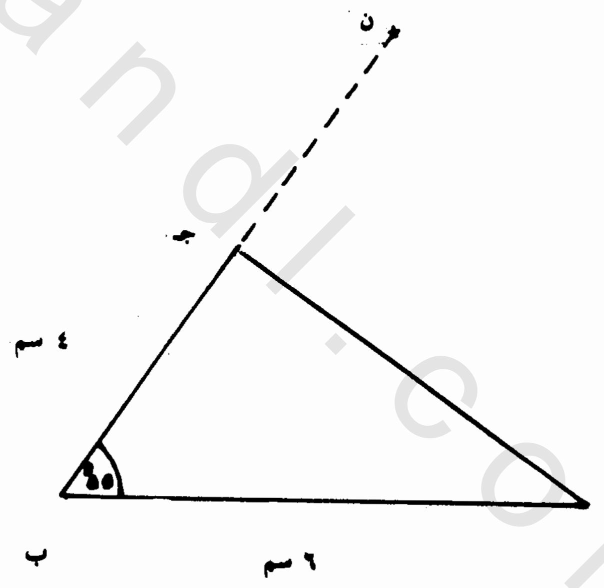
نفترض أن المطلوب هو رسم مثلث ، طول ضلعين من أضلاعه هما ٦ سم ، ٤ سم والزاوية المحضورة بينهما هى ٥٥° ، انظر الرسم شكل (٢١ ـ ٢) .

(١) نبدأ برسم مستقيم (ا ب) طوله (٦) سم .

(٢) وباستخدام المنقلة نرسم زاوية مقدارها (٥٥)° ، رأسها النقطة (ب) وأحد ضلعيها (ب ا) وذلك بأن نحدد النقطة (ن) التى تناظر القراءة (٥٥°) .

(٣) نرسم مستقيماً من (ب) إلى (ن) ونحدد عليه نقطة (جـ) وبحيث ب جـ = ٤ سم .

(٤) نصل ا جـ فنحصل على المثلث المطلوب .



شكل [٢١ ـ ٢]
طريقة رسم مثلث بمعلومية ضلعين والزاوية المحصورة بينهما

[٢١ - ٣] رسم مثلث بمعلومية طول أحد أضلاعه ومقدار الزاويتين المجاورتين له :

نفترض أن المطلوب هو رسم المثلث ا ب جـ الذى فيه ا ب = ٨ سم .

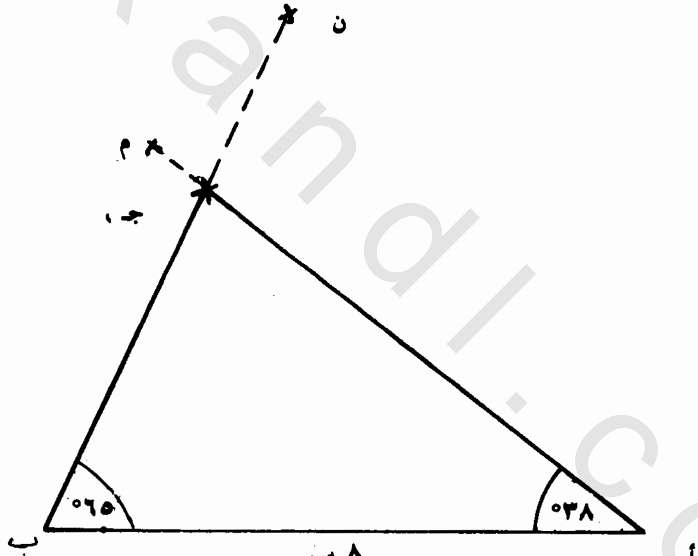
وزاوية أ = ٣٨° وزاوية ب = ٦٥°.

انظر الرسم شكل (٢١ ـ ٣) .

(١) نستخدم المنقلة فى رسم زاوية مقدارها ٣٨° ورأسها أ وأحد ضلعيها هو ا ب وذلك بتحديد النقطة م المناظرة للقراءة ٣٨° .

(٢) نعيد استخدام المنقلة فى رسم زاوية مقدارها ٦٥° ورأسها ب وأحد ضلعيها ب أ وذلك بتعيين النقطة ن المناظرة للقراءة ٦٥° .

(٣) نرسم ا م ، ب ن فيتقاطعان فى جـ وبذلك نحصل على المثلث ا ب جـ المطلوب .

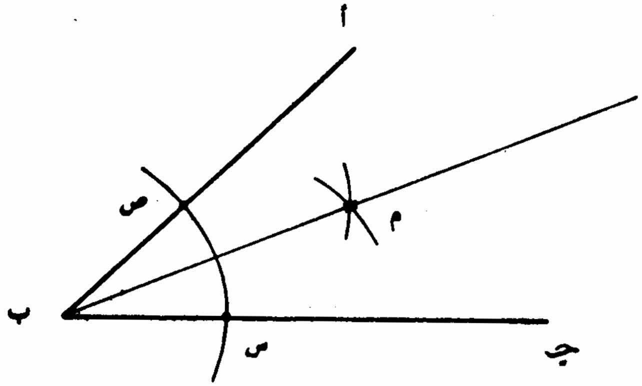


شكل [٢١ ـ ٣]

رسم مثلث بمعلومية ضلع من أضلاعه والزاويتين المجاورتين له

[٢١ ـ ٤] تنصيف الزاوية To Bisect an angle :

نحتاج كثيراً فى عمليات الرياضيات والهندسة أن ننصف زاوية معلوم مقدارها ، ولتنصيف الزاوية المعطاه فى شكل (٢١ ـ ٤) نقوم بعمل الآتى :



شكل [٢١ ـ ٤]
تنصيف زاوية معلومة

الزاوية ا ب جـ .

(١) نركز بالفرجار فى نقطة ب رأس الزاوية ونرسم قوس بأى نصف قطر فيقطع هذا القوس الضلع ب جـ فى نقطة س مثلاً ويقطع الضلع ا ب فى ص كما بالشكل (٢١ ـ ٤) .

(٢) ثم نركز بالفرجار فى س ونرسم قوس بأى نصف قطر . ونركز بالفرجار فى ص ونرسم قوس بنفس نصف القطر السابق فيتقاطعان فى نقطة م .

(٣) نصل ب م فيكون هو منصف الزاوية المطلوب .

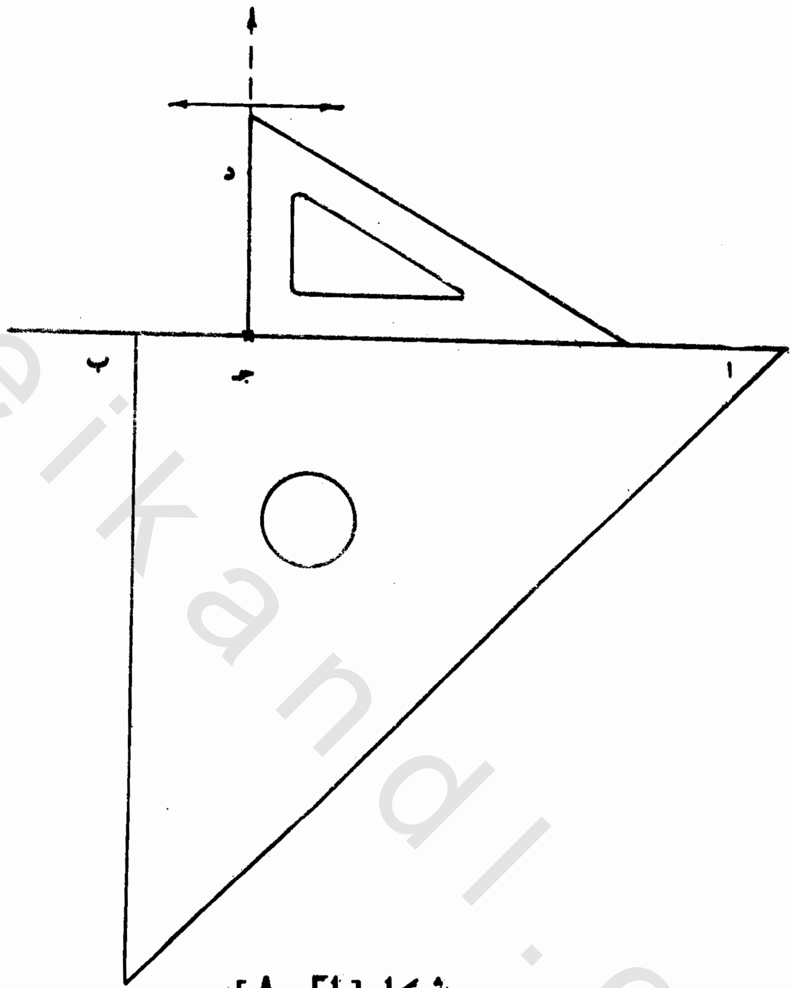
وبذلك يصبح لدينا ∠ ا ب م = ∠ جـ ب م = $\frac{1}{2}$ ∠ ا ب جـ .

(٤) تأكد من هذا بقياس الزوايا مستخدماً المنقلة ،

[٢١ ـ ٥] إقامة عمود على مستقيم من نقطة عليه :

إذا كان لدينا المستقيم ا ب وعليه نقطة جـ مثلاً ويراد إقامة عمود على المستقيم ا ب من النقطة جـ ،

فإننا نتبع التالى : انظر الرسم شكل (٢١ ـ ٥) .



شكل [٢١ ـ ٥]

إقامة عمود على مستقيم من نقطة عليه باستخدام مثلثان

(١) باستخدام مسطرة ومثلث قائم أو باستخدام مثلثان قائمان نضع المسطرة أو أحد المثلثين بحيث تنطبق المسطرة أو أى ضلع من أضلاع المثلث على المستقيم ا ب وامتداده .

(٢) نضع أحد ضلعى المثلث القائم الآخر بحيث ينطبق كذلك على الخط ا ب .

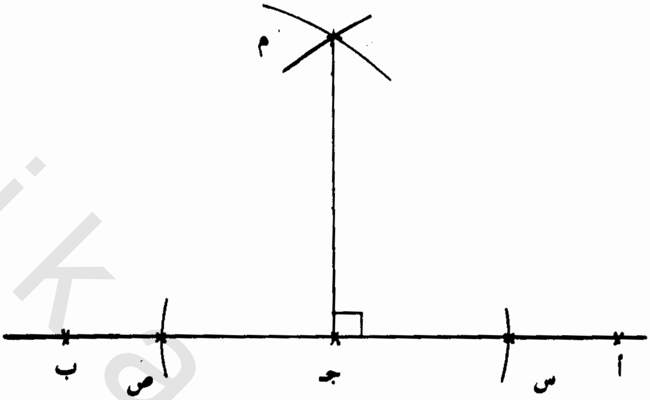
(٣) نحرك هذا المثلث بحيث ينطبق ضلع القائمة الآخر لنفس المثلث على النقطة جـ أو بحيث تنطبق جـ على رأس الزاوية القائمة للمثلث .

(٤) نضع أى نقطة بمحاذاة الضلع الآخر للقائمة ، نقطة د .

(٥) نصل بين النقطة جـ ، د فنحصل على العمود المقام على ا ب من نقطة جـ .

[٢١ ـ ٦] إقامة عمود على مستقيم من نقطة عليه بطريقة ثانية :

انظر الرسم شكل (٢١ ــ ٦) .



شكل [٢١ ـ ٦]
إقامة عمود على مستقيم من نقطة عليه باستخدام الفرجار

ولرسم عمود على ا ب عند نقطة جـ عليه ، نتبع الآتى :

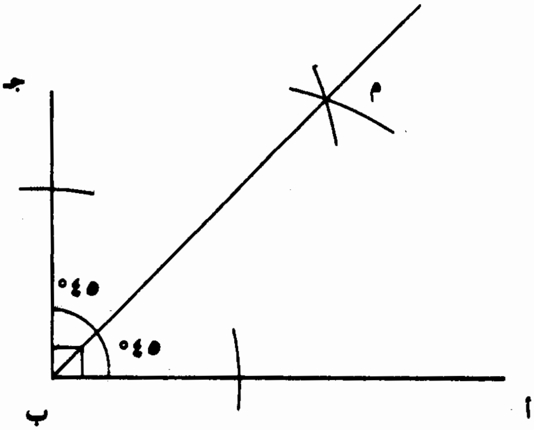
(١) نركز بالفرجار عند نقطة جـ ونرسم قوسين بفتحة متساوية وبأى مقدار ، فيقطع القوسان المستقيم ا ب فى نقطتين س ، ص .

(٢) نركز بالفرجار فى كل من س ، ص وبفتحة متساوية بأى مقدار بشرط أن تكون أكبر من المسافة س جـ أ، ص جـ فيتقاطع القوسان فى م .

(٣) نصل جـ م فيكون هو العمودى على ا ب من نقطة جـ .

[٢١ ـ ٧] طريقة رسم زاوية ٤٥° :

هذه الزاوية يمكننا رسمها بالمنقلة أو بالمثلث ولكن هنا سنتعلم طريقة أخرى لرسمها بالفرجار كما يلى ، انظر الرسم شكل (٢١ ــ ٧) .



شكل [٢١ ـ ٧]
طريقة رسم زاوية ٤٥°

(١) نرسم زاوية قائمة كما عرفنا فى الفقرتين السابقتين (٢١ ـ ٥) ، (٢١ ـ ٦) .

(٢) ننصف الزاوية القائمة كما عرفنا فى الفقرة (٢١ ـ ٤) .

(٣) من الشكل ، أصبح لدينا المنصف ب م ، وبذلك فإن كل من الزاويتين ا ب م ، جـ ب م يعادل ٤٥° .

[٢١ ـ ٨] طريقة رسم زاوية ٦٠° :

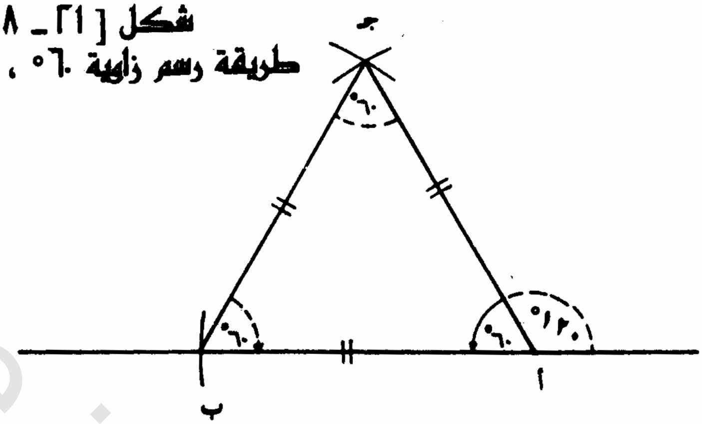
عرفنا فيما سبق أن المثلث المتساوى الأضلاع له ثلاثة أضلاع متساوية وثلاثة زوايا متساوية كذلك وقيمة كل منها = ٦٠° .

والآن ، لكى نرسم زاوية ٦٠° ، فما علينا إلا أن نرسم ضلعين من أى مثلث متساوى الأضلاع فتكون الزاوية بينهما ٦٠° .

ملحوظة : ولرسم زاوية ١٢٠° فإنه وبنفس الطريقة إلا أننا نأخذ الزاوية المنفرجة وهى المكملة للزاوية ٦٠ التى رسمناها .

انظر الرسم شكل (٢١ ـ ٨) .

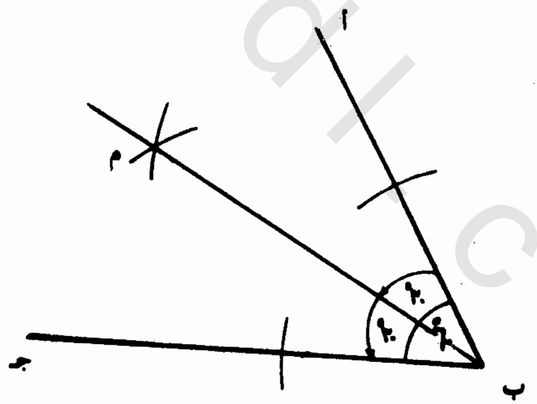
شكل [٢١ ـ ٨]
طريقة رسم زاوية ٦٠° ، زاوية ١٢٠°



[٢١ ـ ٩] رسم زاوية ٣٠° :

يمكن رسم هذه الزاوية بسهولة بعد أن تعلمنا سابقاً كيفية رسم زاوية ٦٠° حيث نقوم برسم الزاوية ا ب جـ = ٦٠° كما سبق ثم ننصفها كما سبق فنحصل على زاويتين مقدار كل منهما ٣٠° .

، انظر الرسم شكل (٢١ ـ ٩) .



شكل [٢١ ـ ٩]
طريقة رسم زاوية ٣٠°

[٢١ ـ ١٠] الأشكال المنتظمة :

يتوفر فى أى شكل هندسى منتظم بعض الخصائص لا توجد فى غيرها من الأشكال الأخرى الغير منتظمة وهذه الخصائص :

(١) جميع أضلاع الشكل المنتظم متساوية الطول .

(٢) جميع زوايا الشكل المنتظم متساوية المقدار .

وبناءً على هذا فإن المثلث المنتظم هو المثلث المتساوى الأضلاع ؛ والشكل الرباعى المنتظم هو المربع وهنالك أشكال هندسية أخرى منتظمة سترد فيما بعد مثل المخمس والمسدس والمثمن وغيرها الكثير .

تدريبات

[أ] ارسم الزوايا التالية بدون استعمال المنقلة :

(١) ارسم زاوية مقدارها ٣٠°
(٢) ارسم زاوية مقدارها ٦٠°
(٣) ارسم زاوية مقدارها ٧٥°
(٤) ارسم زاوية مقدارها ١٢٠°
(٥) ارسم زاوية مقدارها ١٣٥°
(٦) ارسم زاوية مقدارها ١٥٠°

[ب] ارسم المثلثات التالية : بمعلومية ضلعان وزاوية محصورة بينهما :

(١) أ ب جـ فيه اب = ٨ سم ، ب جـ = ٦ سم ،، ب̂ = ٨٠° .
(٢) أ ب جـ فيه أ ب = ٦,٥ سم ، ب جـ = ٣ سم ، ب̂ = ٥٠° .
(٣) أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ = ٩ سم ، أ̂ = ١٢٨° .
ثم أوجد طول ب جـ وقياس زاوية ب ، زاوية جـ .

(٤) أ ب جـ فيه أ جـ = ب جـ = ٧ سم وزاوية جـ قائمة .
ثم أوجد قياس زاوية أ ، زاوية ب وما نوع المثلث .

(٥) أ ب جـ فيه أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٤,٥ سم ، زاوية ب = ١٠٥° .

[جـ] ارسم المثلثات التالية : بمعلومية ضلع وزاويتين مجاورتين له :

(١) أ ب جـ فيه أ ب = ٨ سم ، أ̂ = ٤٠° ، ب̂ = ٧٥°
(٢) أ ب جـ فيه أ ب = ٦ سم ، أ̂ = ٣٧° ، ب̂ = ٨٢°

(٣) ؟ ب جـ فيه ؟ ب = ٧,١ سم ، ؟̂ = ٥١٠٠ ، ب̂ = ٥٣٥ .

[د] ارسم المثلثات التالية بمعلومية ثلاثة أضلاع للمثلث :

(١) مثلث ؟ ب جـ فيه ؟ ب = ١١,٣ سم ، ب جـ = ٧,٩ سم ، ا جـ = ١٠,٦ سم .

(٢) مثلث ؟ ب جـ فيه ؟ ب = ٩ سم ، ب جـ = ٧ سم ، ؟ جـ = ٦ سم .

(٣) مثلث ؟ ب جـ فيه ؟ ب = ٨,٥ سم ، ب جـ = ٦,٥ سم ، ؟ جـ = ٧,٥ سم .

الدرس الثانى والعشرون :

المضلعات — كثيرات الأضلاع Polygons

[٢٢ ـ ١] مقدمة :

يطلق على الأشكال الهندسية التى تحتوى على ثلاثة أضلاع أو أكثر ، بأنها مضلعات ، وبناء على هذا التعريف فإن المثلث هو مضلع ذو ثلاثة أضلاع .

الشكل الرباعى وسبق دراسته هو مضلع رباعى .

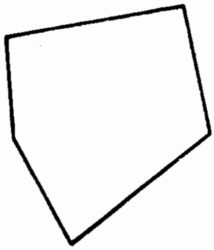
وهنالك مضلعات تحتوى على أكثر من ٤ أضلاع كما يتضح من الجدول التالى :

= (٤ − ٢) × ٢ ق = ٤ ق = ٣٦٠° وقد سبق لنا معرفة هذا . ق

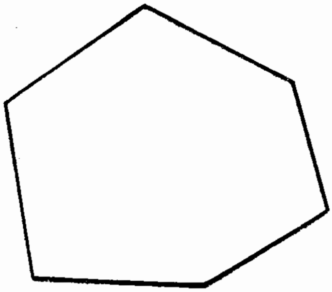
المضلع	الاسم اللاتينى		عدد الأضلاع
مثلث	تريانجل	Triangle	٣
رباعى	كوادريلاترل	Quadrilateral	٤
مخمس	بنتاجون	Pentagon	٥
مسدس	هكساجون	Hexagon	٦
مسبع	هبتاجون	Heptagon	٧
مثمن	أوكتاجون	Octagon	٨
مُتسّع	نوناجون	Nonagon	٩
مُعشّر	ديكاجون	Decagon	١٠
مثنى عشر	دوديكاجون	Dodecagon	١٢

جدول [٢٢ ـ ١]

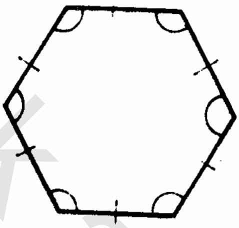
انظر شكل (٢٢ ـ ١) :



(أ) مخمس
٥ أضلاع ، ٥ زوايا



(ب) مسدس
٦ أضلاع ، ٦ زوايا

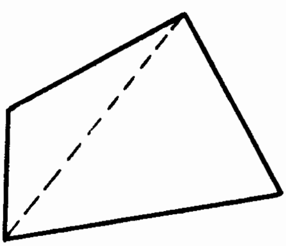


(جـ) مسدس منتظم
٦ أضلاع متساوية ، ٦
زوايا داخلية متساوية .

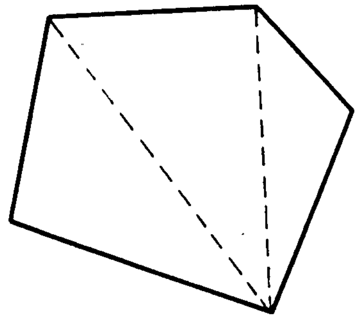
شكل [٢٢ ـ ١]

[٢٢ ـ ٢] مجموع الزوايا الداخلية لأى مضلع :

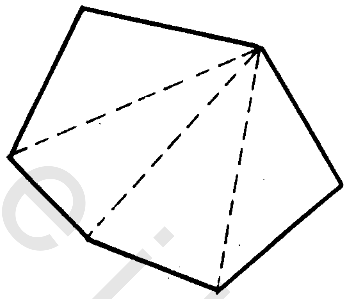
لإيجاد مجموع الزوايا الداخلية لأى مضلع عدد أضلاعه معروف وليكن ن مثلاً ، مثل الشكل الرباعى والخماسى والسداسى وهكذا فإننا نقوم بتوصيل كل رؤوس الشكل بأحد الرؤوس فتنشأ لنا مجموعة من المثلثات ، ولما كان مجموع زوايا المثلث = ١٨٠° = ٢ ق فإنه يمكننا بهذه الطريقة حساب مجموع زوايا المضلع الداخلية ، انظر الرسم شكل (٢٢ ـ ٢) ، (٢٢ ـ ٣) .



(أ) رباعى ومثلثين



(ب) مخمس وثلاث مثلثات



(جـ) مسدس ، ٤ مثلثات

شكل [٢٢ ـ ٢]

وسوف نلاحظ الآتى :

فى الشكل الرباعى ينقسم إلى مثلثين .
فى الشكل الخماسى ينقسم إلى ٣ مثلثات .
فى الشكل السداسى ينقسم إلى ٤ مثلثات .
فى الشكل السباعى ينقسم إلى ٥ مثلثات ، وهكذا .

ومما سبق نلاحظ أن عدد المثلثات التى ينقسم لها الشكل =

= عدد أضلاعه منقوصاً ٢ .

= (ن − ٢) حيث ن = عدد أضلاع المضلع فرضاً ففى المسدس مثلاً نجد أن عدد المثلثات = ٦ − ٢ = ٤ مثلثات .

وفى المخمس نجد أن عدد المثلثات = ٥ − ٢ = ٣ مثلثات .

ولما كانت مجموع زوايا المثلث الواحد = ٢ ق .

∴ مجموع الزوايا الداخلية لأى شكل مضلع عدد أضلاعه ن ومجموع المثلثات به = (ن − ٢) .

= (ن − ٢) × ٢ ق   أ، (ن − ٢) × ١٨٠° .

ففى المسدس مثلاً ، مجموع زوايا = (٦ − ٢) × ٢ ق .

= (٦ − ٢) × ١٨٠° = ٧٢٠° .

وفى الشكل الرباعى يكون مجموع زواياه الداخلية = (ن − ٢) × ٢ ق .

= (٤ − ٢) × ٢ ق = ٤ ق = ٣٦٠° وقد سبق لنا معرفة هذا .

وفى الشكل الخماسى تكون الزوايا الداخلية مجموعها = (٥ − ٢) × ٢ ق .

= ٦ ق = ٥٤٠° .

وإذا كان الشكل منتظماً فإنه يتم قسمة مجموع الزوايا على عدد الأضلاع فيكون لدينا قيمة زاوية الرأس وهى متساوية لكل المضلع المنتظم .

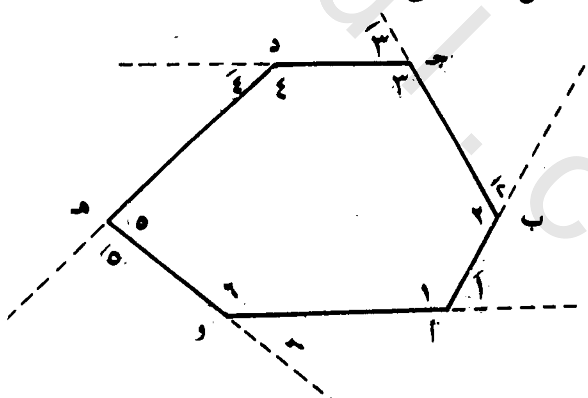
فمثلاً يراد معرفة قيمة زاوية الرأس للمثمن المنتظم (ن = ٨)

∴ مجمع زوايا الشكل الداخلية = (٨ − ٢) × ٢ ق = ١٢ ق

∴ قيمة زاوية الرأس الواحدة = $\frac{١٢ق}{٨}$ = $\frac{٣}{٢}$ ق = $\frac{٢٧٠}{٢}$ = ١٣٥° .

[٢٢ ـ ٣] مجموع الزوايا الخارجية لأى مضلع :

نعتبر حالة الشكل السداسى ، انظر شكل (٢٢ ـ ٣) .



شكل [٢٢ ـ ٣]

٦ زوايا داخلية للمسدس وهى ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

، ٦ زوايا خارجية للمسدس وهى ١َ ، ٢َ ، ٣َ ، ٤َ ، ٥َ ، ٦َ

فى الشكل السداسى أ ب جـ د هـ و ، نقوم بمد كل ضلع من أضلاعه فإذا كانت الزوايا الداخلية هى ١ ، ٢ ، ٣ ، ... فإن الزوايا الخارجية لهذا المسدس هى ١َ ، ٢َ ، ٣َ ،... وبحيث أن :

١̂ + ١َ̂ = ١٨٠° (زاويتان متكاملتان) .

وكذلك ٢̂ + ٢َ̂ = ١٨٠° (زاويتان متكاملتان) .

، ٣̂ + ٣َ̂ = ١٨٠° (زاويتان متكاملتان) .

وهكذا ، ومنها تستطيع أن تستنتج أن :

١̂ + ١َ̂ + ٢̂ + ٢َ̂ + ٣̂ + ٣َ̂ ... = ٦ × ١٨٠ .

= ١٢ ق .

ولكن وكما سبق وأن عرفنا فإن مجموع الزوايا الداخلية للمسدس = ٧٢٠°

= ٨ ق .

∴ مجموع الزوايا الخارجية = ١٢ ق – ٨ ق = ٤ ق = **٣٦٠°**

وبنفس الطريقة مع أى مضلع نصل إلى أن مجموع الزوايا الداخلية لأى مضلع = ٤ ق دائماً .

وهنا نكون قد وصلنا إلى طريقة أخرى لإيجاد الزاوية الداخلية لأى شكلا منتظم والمثال التالى يوضح ذلك :

مثال : لنعتبر مثمن منتظم ، له (٨) زوايا داخلية متساوية وكذلك له (٨) زوايا خارجية متساوية .

ولما كان مجموع الزوايا الخارجية لأى مضلع = ٣٦٠° .

∴ كل زاوية خارجية مقدارها = ٣٦٠°/٨ = ٤٥° .

∴ قيمة الزاوية الداخلية = ١٨٠ – ٤٥ = ١٣٥° .

وللتأكد من صحة الإجابة نقول :

مجموع الزوايا الداخلية للمثمن = (٨ – ٢) × ٢ ق = ١٢ ق .

∴ قيمة كل زاوية داخلية (كلها متساوية) = ١٢ق/٨ = ٣ق/٢ = ٣/٢ × ٩٠ = ١٣٥° .

مما يؤكد صحة الإجابة السابقة .

تدريبات على المضلعات المنتظمة

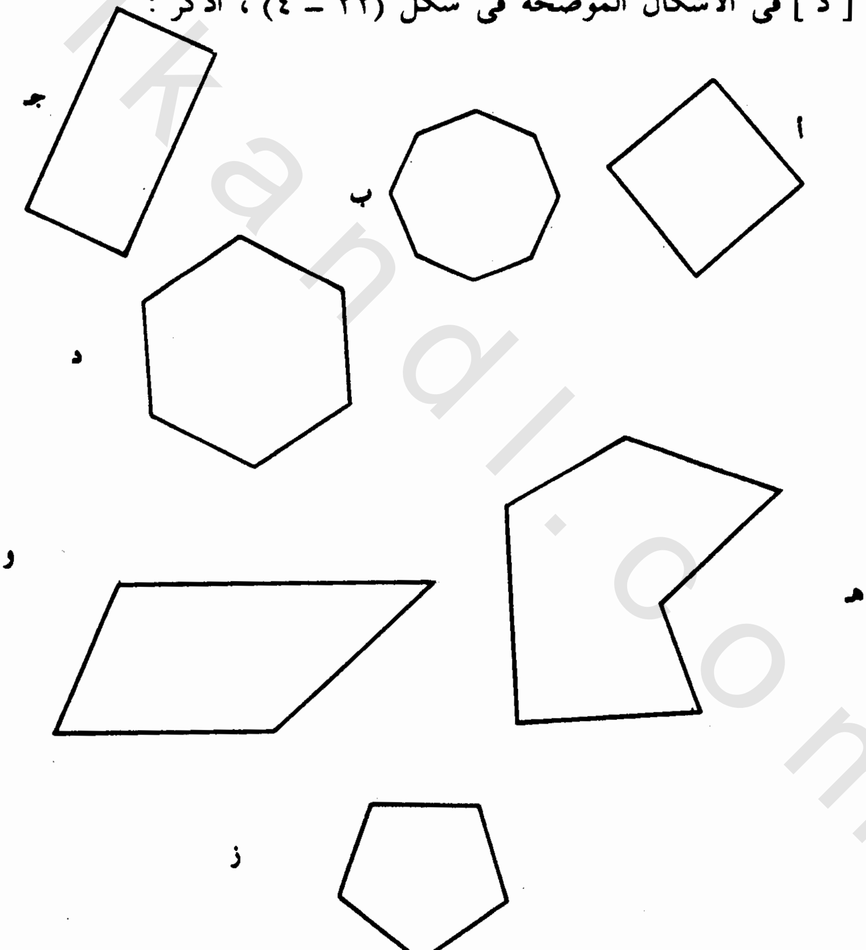
[أ] (١) ارسم مخمس منتظم طول ضلعه ٦ سم .
(٢) ارسم مسدس منتظم طول ضلعه ٥ سم .
(٣) ارسم مثمن منتظم طول ضلعه ٣ سم .

[ب] احسب الزوايا الخارجية لكل من المضلعات التالية :

(١) مربع (٢) مخمس (٣) مسدس (٤) مسبع
(٥) مثمن (٦) متسع (٧) معشر (٨) مثنى عشر

[جـ] احسب الزوايا الداخلية لكل من المضلعات السابقة .

[د] فى الأشكال الموضحة فى شكل (٢٢ ـ ٤) ، اذكر :



شكل [٢٢ ـ ٤]

(١) أيها يكون مضلعاً منتظماً .

(٢) أيها يكون شكلاً رباعياً منتظماً .

(٣) أيها يكون مضلعاً .

[هـ] أكمل الناقص فى الجدول التالى : جدول (٢٢ ـ ٢) :

المضلع المنتظم	عدد المضلعات	عدد المثلثات التى يتكون منها	عدد الزوايا الداخلة	عدد الزوايا الخارجة	مجموع زواياه الداخلية	مجموع زواياه الخارجية	قيمة الزاوية الداخلة	قيمة الزاوية الخارجة
مثلث	٣		٣		١٨٠			١٢٠
مربع	٤	٢	٤	٤	٤ق=٣٦٠°	٤ق=٣٦٠°	ق	ق
مخمس				٥			١٠٨	
مسدس		٤			٨ ق		١٢٠	
مسبع	٧			٤		٤ق=٣٦٠°		$\frac{٣}{٧}$ ٥١°
مثمن	٨		٤					٤٥
متسع		٧		٤	١٤ ق			
معشر			٤					٣٦°
مثنى عشر	١٢	١٠			٢٠ ق	٤ ق=٣٦٠		٣٠°

جدول [٢٢ ـ ٢]