الجزء الأول

الأعداد

NUMBERS

الدرس الأول :

الأعداد الصحيحة Whole Numbers

[١ ـ ١] مجموعات الأعداد Sets of Numbers :

قسم علماء الرياضيات الأعداد إلى مجموعات تُسّهل دراسة الرياضيات ، والأعداد هى الأساس الهام فى عالم الرياضيات ، وهذه المجموعات هى :

(أ) الأعداد الصحيحة وهى : [صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ....] .

(ب) الأعداد الطبيعية وهى : [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ....] .

ويلاحظ أن الفرق الوحيد فيما بين المجموعتين هو الصفر وفى عالم الرياضيات فإنه من المهم جداً معرفة المجموعات التالية :

(أ) مجموعة الأعداد الزوجية : even numbers

(٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ...) .

(ب) مجموعة الأعداد الفردية :odd numbers

(١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ...) .

والعدد الأولى ، هو عدد صحيح يقبل القسمة فقط على نفسه أو على الواحد ويلاحظ أن كلاً من الصفر والواحد لا يمكن اعتبارهم أعداداً أولية وبناء على ذلك فإن مجموعة الأعداد الأولية تكون :

(جـ) مجموعة الأعداد الأولية : prime numbers

(٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ...) .

فمثلاً رقم (٧) هو عدد أولى لأنه لا يقبل القسمة إلا على (٧) أو على (١) بينما رقم (٤) ليس بعدد أولى لأنه يقبل القسمة على نفسه وعلى أعداد أخرى مثل (٢) .

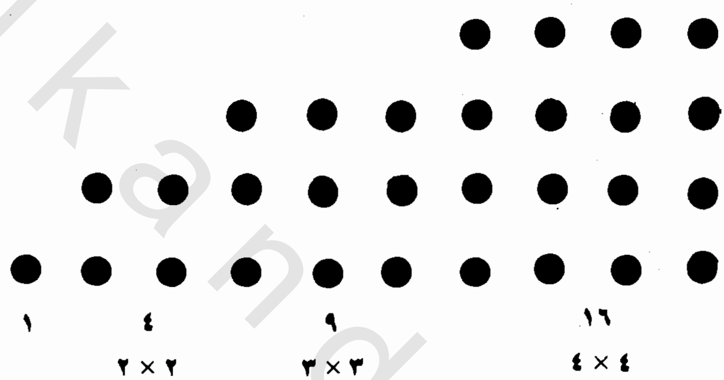
وهناك العدد المربع الذى يمكن الحصول عليه بضرب العدد الصحيح فى نفسه فمثلاً ٦ × ٦ = ٣٦ ولذلك فإن ٣٦ هى عدد مربع وعادة ما نكتب (٣٦) كالتالى : $٦^{٢}$ (٦ تربيع) .

وعلى ذلك فإن مجموعة مربعات الأعداد الصحيحة :

(د) مجموعة مربعات الأعداد الصحيحة : Squares of whole numbers

هى ($١^{٢}$ ، $٢^{٢}$ ، $٣^{٢}$ ، $٤^{٢}$ ، ...) = (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ...) .

ويمكن توضيح مربعات الأعداد فى الشكل التالى على هيئة نقط مرتبة على هيئة مربع أنظر شكل (١ ـ ١) .



شكل [١ ـ ١]
مربعات الأعداد

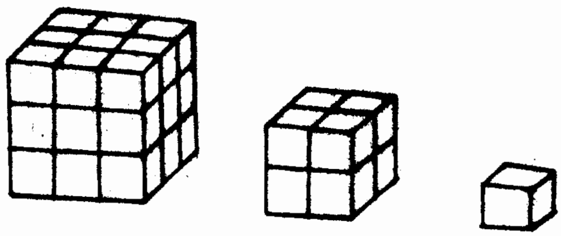
وبنفس الطريقة فإنه توجد مجموعة خامسة تمثل مكعبات الأعداد .

(هـ) مجموعة مكعبات الأعداد : Cubic numbers

($١^{٣}$ ، $٢^{٣}$ ، $٣^{٣}$ ، $٤^{٣}$ ، ...) = (١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ...) .

وهى حاصل ضرب العدد فى نفسه ثلاث مرات مثل $٢^{٣}$ = ٢ × ٢ × ٢ = ٨ .

ويمكن تمثيل الأعداد بمكعبات كما فى شكل (١ ــ ٢) .



١   ٨   ٢٧

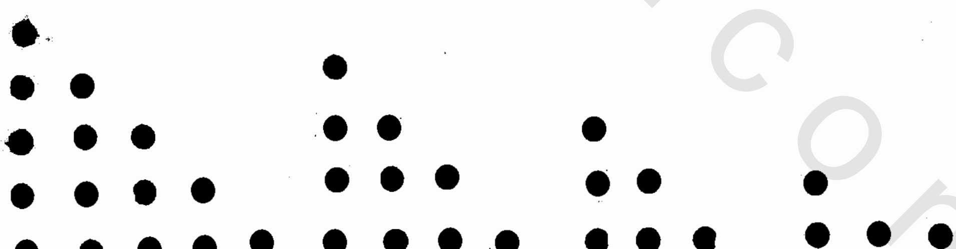
٢ × ٢ × ٢   ٣ × ٣ × ٣

شكل [١ـ ٢]
مكعبات الأعداد

وهنالك مجموعة الأعداد المثلثة :

(و) مجموعة الأعداد المثلثة : triangular number

وهى (١ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ....) .
ويمكن تمثيلها كذلك ، بنقاط بحيث تشكل مثلثاً متساوى الساقين .
كما فى شكل (١ ـــ ٣) .



١   ٣   ٦   ١٠   ١٥

شكل [١ـ ٣]
مجموعة الأعداد المثلثة

تدريب [١ - ١]

(١) اكتب مجموعات الأعداد التالية ؟

+ مجموعة الأعداد الصحيحة التى تقل عن ٢٠ .
+ مجموعة الأعداد الفردية التى تقل عن ٢٦ .
+ مجموعة الأعداد الزوجية التى تقل عن ١٣ .
+ مجموعة الأعداد الأولية التى تقل عن ١٤ .
+ مجموعة الأعداد المربعة التى تقل عن ٦٥ .
+ مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين ٢٥ ، ٣٠ .
+ مجموعة الأعداد الفردية المحصورة بين ٣٢ ، ٤٣ .
+ مجموعة الأعداد الزوجية المحصورة بين ٣٨ ، ٥٢ .
+ مجموعة الأعداد المربعة المحصورة بين ٨٠ ، ١٥٠ .
+ مجموعة الأعداد الأولية المحصورة بين ٢٠ ، ٤٠ .
+ مضاعفات العدد ٦ والتى تقل عن ٥٠ .
+ المضاعفات الزوجية للعدد ٣ والمحصورة بين ٨ ، ٣٠ .

(٢) عند ضرب عدد زوجى فى عدد زوجى فإن الناتج يكون دائماً عدداً ....؟ .

(٣) عند ضرب عدد فردى فى عدد فردى فإن الناتج يكون دائماً عدداً ....؟ .

(٤) عند ضرب عدد زوجى فى عدد فردى فإن الناتج يكون دائماً عـــدداً .... ؟.

(٥) فى مجموعة الأعداد الآتية :

(٣ ، ٨ ، ٩ ، ١٥ ، ٣١ ، ٣٩ ، ٤٩) .

أوجد الآتي :

+ الأعداد الأولية .
+ الأعداد المربعة .

+ مضاعفات العدد ٣ .
+ الأعداد التى يقبل العدد ٦٠ القسمة عليها .
+ ما هو ناتج جمع الأعداد المربعة .
+ ما هو ناتج ضرب الأعداد الأولية .

[١ ـ ٢] المتواليات Sequences or Series :

عند عمل ترتيب للأعداد بطريقة أو بقاعدة معينة فإنه ينشأ لدينا ما يعرف بالمتوالية أو السلسلة أو المتتابعة ، ويطلق على كل رقم بها بالحد term أى حد المتوالية :

وكمثال (١) :الأعداد ٥ ، ٩ ، ١٣ ، ١٧ ، ...

نلاحظ فيها أن كل حد يزيد عن الذى قبله بمقدار ٤ وعلى ذلك فإن الحدان التاليان للحد ١٧ هما ٢١ ، ٢٥ .

ويطلق عليه بمتوالية متزايدة .

مثال (٢) :الأعداد : ١٦ ، ١٣ ، ١٠ ، ٧ ، ...

هذه الأعداد تشكل متوالية متناقصة ، والحدان التاليان للحد ٧ هما ٤ ، ١ .

مثال (٣) : الأعداد : ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، ٣٦ ،....

هى عبارة عن متوالية من مربعات الأعداد أى $٣^{٢}$ ، $٤^{٢}$ ، $٥^{٢}$ ، $٦^{٢}$ وعلى ذلك فإن الحدان التاليان للحد ٣٦ هما ٤٩ ، ٦٤ أى $٧^{٢}$ ، $٨^{٢}$.

تدريب [١ ـ ٢]

(١) أوجد الحدين التالين لكل من المتواليات التالية :

(أ) ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ....
(ب) ٢ ، ٦ ، ١٠ ، ١٤ ، ....
(جـ) ٥ ، ٨ ، ١١ ، ١٤ ، ....
(د) ٤ ، ٩ ، ١٤ ، ١٩ ، ....
(هـ) ١٧ ، ١٤ ، ١١ ، ٨ ، ......

(و) ٩٩ ، ٨٨ ، ٧٧ ، ٦٦ ، ......

(ز) ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ....

(ح) ١٦٠ ، ٨٠ ، ٤٠ ، ٢٠ ، ....

(خ) ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١ ، ....

(ط) ٦ ، ١٢ ، ٢٤ ، ٤٨ ، ....

(ف) ٣ ، ٣٠ ، ٣٠٠ ، ٣٠٠٠ ، ....

(ك) ٦٢٥ ، ١٢٥ ، ٢٥ ، ....

وستجد أحياناً أنه ليس من السهل معرفة القاعدة ، فقد تكون القاعدة مزيج من قاعدتين معاً . وكمثال فإن مجموعة الأعداد :

٢ ، ٥ ، ١١ ، ٢٣ ، ٤٧ .

نجد أن كل حد فيها عبارة عن ضعف الحد الذى يسبقه مضافاً له واحد فمثلاً :

٢٣ = ١١× ٢ + ١ ، ١١ = ٥ × ٢ + ١ وهكذا ....

(٢) أوجد الحدين التاليين لكل من المتواليات التالية :

(أ) ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، ....

(ب) ٣ ، ٥ ، ٩ ، ١٧ ، ....

(جـ) ١ ، ٢ ، ٥ ، ١٤ ، ....

(د) ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ ، ....

(هـ) ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ ، ١٧ ، ......

(و) ٣٩ ، ٣٢ ، ٢٦ ، ٢١ ، ......

(ز) ٥ ، ٩ ، ١٥ ، ٢٣ ، ٣٣ ، ....

(ح) ٩٩ ، ٨٨ ، ٧٩ ، ٧٢ ، ....

(خ) ٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٣٥ ، ٥٥ ، ....

(ط) ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٨ ،١٣ ، ٢١ ، ....

(ف) ٣ ، ٧ ، ١٥ ، ٣١ ، ٦٣ ، ....

(ك) ١ ، ٢ ، ٦ ، ٢٢ ، ....

الدرس الثالث :

عوامل ومضاعفات الأعداد
Factors and multiples

[٢ ـ ١] العوامــل Factors

فى الواقع نجد أن كل عدد يتكون من حاصل ضرب مجموعة من الأرقام يِعرف كل منها بأنه عامل فى هذا العدد .

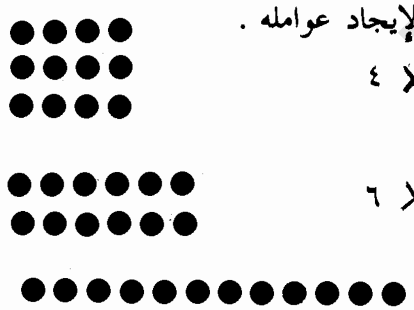
فمثلاً نجد أن ٢٤ تقبل القسمة على كل من [٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٤] وبدون باقى .

لذلك فإن كلاً من الأرقام [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٤] تعتبر عاملاً للعدد ٢٤ .

م. م. : N. B. : يلاحظ أن الرقم ١ يعتبر عاملاً لكل الأعداد .

والشكل التالى يوضح لنا طريقة توضيحية لمعرفة عوامل أى عدد وذلك بطريقة النُقط

وسوف نختار العدد ١٢ ، لإيجاد عوامله .



٣ × ٤

٢ × ٦

١ × ١٢

شكل [٢-١]
عوامل العدد ١٢

ويلاحظ أن مجموعة عوامل العدد ١٢ هى [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٢] .

أما العوامل الأولية Prime factors للعدد ذاته ١٢ فهى العوامل التى تكون أصلاً

أعداداً أولية أى ٢ ، ٣ فى مثالنا للعدد ١٢ .

مثـال : أوجد مجموعة العوامل الأولية للعدد ٨٤ .

٨٤ = ١٢ × ٧ = ٤ × ٣ × ٧ = ٢ × ٢ × ٣ × ٧

وبذلك فإن العوامل الأولية للعدد ٨٤ هى : ٢ ، ٣ ، ٧ .

وبنفس الطريقة يكون العدد ٥ عاملاً من عوامل العدد ٢٠ لأن العدد ٢٠ يقبل القسمة على ٥ بدون باقٍ . وكذلك يكون :

العدد ٥ عاملاً للعدد ١٥
العدد ٦ عاملاً للعدد ١٨
العدد ١٠ عاملاً للعدد ٩٠
العدد ٣ عاملاً للعدد ١٢

أيضاً مجموعة الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ٣٠ تعتبر كلها عوامل للعدد ٣٠ لأنه يقبل القسمة على كل منها بدون باق .

تدريب [٢ ـ ١]

(١) أكمل مجموعات العوامل التالية :

(أ) [١ ، – ، – ، – ، – ، ١٢] .... هى كل عوامل العدد ١٢
(ب) [١ ، – ، – ، – ، – ، ٢٠] .... هى كل عوامل العدد ٢٠
(جـ) [– ، – ، –] .... هى كل عوامل العدد ٢٥
(د) [– ، – ، – ، – ، – ، – ، – ، –] .. هى كل عوامل العدد ٤٠

(٢) أوجد جميع عوامل العدد ٦٠ (هنالك ١٢ عاملاً) .

[٢ ـ ٢] العامل المشترك الأعلى :

Highest Common Factor

يلاحظ أن عوامل العدد ٢٤ هى :

[١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٢ ، ٢٤] .

كما وأن عوامل العدد ٣٠ هى :

[١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ٣٠] .

ويلاحظ أن هنالك عوامل مشتركة فى كلا العددين وهى [١ ، ٢ ، ٣ ، ٦] ويطلق على الرقم ٦ بالعامل المشترك الأعلى لكل من العددين ٢٤ ، ٣٠ .

تدريب [٢ ـ ٢]

أوجد العامل المشترك الأعلى لكل من :

(١) ١٢ ، ١٦	(٦) ٣٥ ، ٤٢ .
(٢) ١٨ ، ٢٤	(٧) ٦ ، ١٢ ، ٤٢ .
(٣) ١٥ ، ٢٠	(٨) ١٠ ، ٢٠ ، ٢٥ .
(٤) ٢٤ ، ٦٠	(٩) ١٨ ، ٢٧ ، ٨١ .
(٥) ٣٢ ، ٤٨	(١٠) ٤٢ ، ٥٦ ، ٨٤ .

[٢ ـ ٣] المضاعفات Multiples :

عرفنا أن مضاعفات العدد ٢ يطلق عليها بالأعداد الزوجية أى [صفر ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ....] .

وبنفس الطريقة فإن [صفر ، ٩ ، ١٨ ، ٢٧ ، ...] هى مضاعفات للعدد ٩ .

مثـــال : اكتب مجموعة مضاعفات العدد ٣ المحصورة بين العددين ٢٠ ، ٤٣ .

الحـــل : مجموعة المضاعفات هى :

[٢١ ، ٢٤ ، ٢٧ ، ٣٠ ، ٣٣ ، ٣٦ ، ٣٩ ، ٤٢] .

[٢ ـ ٤] المضاعف المشترك الأصغر : Lowest Common Multiple

حيث أن مضاعفات العدد ٥ هى :

[٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٥ ، ٤٠ ، ٤٥] .

وكذلك مضاعفات العدد ٨ هى :

[٨ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٣٢ ، ٤٠ ، ٤٨ ، ٥٦ ، ...] .

لذلك فإن العدد ٤٠ يطلق عليه بالمضاعف المشترك الأصغر لكل من العددين ٥ ، ٨ .

تدريب [٢ ـ ٤]

على العوامل والمضاعفات :

يلاحظ أن : [٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ٣٠ ، ٣٦ ، ....] هى مضاعفات العدد ٦ لأن كلاً منها يمثل العدد ٦ مضروباً فى عدد آخر ..

(١) والآن اكتب المضاعفات لما هو آتى :

(أ) أول أربعة أعداد لمضاعفات العدد ٩ .

(ب) أول ثلاثة أعداد لمضاعفات العدد ٧ .

(جـ) أول خمسة أعداد لمضاعفات العدد ٦ .

(د) أى ثلاثة مضاعفات للعدد ١٢ وأقل من ٥٠ .

(هـ) أى خمس مضاعفات للعدد ٤ وأقل من ٢٥ .

(و) مجموعة مضاعفات العدد ٥ وأقل من ٢٤ .

(ز) مجموعة مضاعفات العدد ٣ والتى تقع بين ٢٠ ، ٤٠ .

(ح) مجموعة مضاعفات العدد ٨ وأقل من ٩٠ .

(ط) أى الأعداد فيما بين ١ ، ١٠١ تعتبر مضاعفات للعدد ٢٥ .

(ك) أى الأعداد الأقل من ٥٠ تعتبر مضاعفات للعدد ٧ .

(٢) أوجد المضاعف المشترك الأصغر :

(أ) ٤ ، ٥

(ب) ٨ ، ١٢

(جـ) ١٠ ، ٢٥

(د) ٥ ، ٦

(هـ) ٥ ، ١٥

(و) ٣ ، ٤ ، ٥

(ز) ٢ ، ٣ ، ٤

(ح) ٢ ، ٥ ، ٨

(ط) ٣ ، ٥ ، ١٥

(ك) ٤ ، ٦ ، ٩

(٣) صل بين الأعداد المختلفة فى كلا من المستطيلين بحيث تحقق صحة العبارة الموجودة فيما بينهما . انظر شكل (٢ ـ ٢) .

٦ ١٠ ١٥	٢٠ ٣٠ ٤٠	ا
هي عوامل ل :		
٥ ٧ ٩	١٥ ٢٨ ٣٥ ٣٦	ب
هي عوامل لـ :		
٢ ٣ ٤	١٦ ٤٥	جـ
هي عوامل لـ :		
١٠ ٦ ٢٠	٣ ٤ ٥	د
هي مضاعفات لـ :		
١٠ ١٦ ٢٥	٢ ٥ ٨	هـ
هي مضاعفات لـ :		
١٠ ٢٨ ٣٠ ٤٢	٥ ٦ ٧	و
هي مضاعفات لـ .		

شكل [٢ - ٢]

الدرس الثالث :

عمليات الحساب الأساسية
القواعد الأربعة للأعداد الصحيحة
الجمع والطرح والضرب والقسمة
The four rules for whole numbers

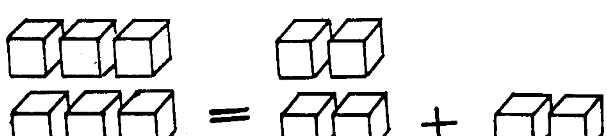
[٣ ـ ١] الإشـــارات Signs :

(+) تعنى الجمع أو « زائد » .
(−) تعنى الطرح أو « ناقص » .
(×) تعنى الضرب أو « فى » .
(÷) تعنى القسمة أو « على » .

[٣ ـ ٢] الجمـــع : Addition :

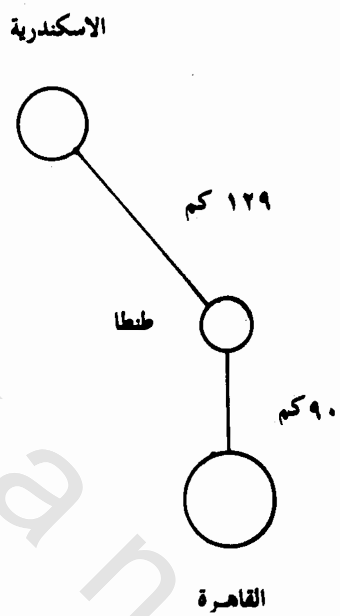
عند إضافة كمية إلى كمية أخرى من أعداد أو أشياء أو خلافه على أن تكون الكمية من نفس النوعية ، فإننا نكون قد جمعنا عددين أو شيئين أو كميتين معاً .

وكمثال كما فى شكل (٣ ــ ١) ، عند إضافة مجموعة من المكعبات إلى بعضها .



شكل [٣ ـ ١]

أو عند الرغبة فى معرفة المسافة بين مدينتين على الخريطة ، كما فى شكل (٣ - ٢) .



شكل [٣ - ٢]

وفى شكل (٣ ــ ٢) فإن المسافة بين القاهرة والأسكندرية

= ٩٠ + ١٢٥ = ٢٢٥ ماراً بمدينة طنطا .

ومن المهم عند إجراء عمليات الجمع أن ترتب أرقام كل عدد تحت بعضها البعض بحيث تكون الأحاد فى جميع الأعداد أسفل بعضها وهكذا بالنسبة للعشرات وللمئات ، للألآف ، .... إلخ .

كما فى المثال التالى :

إجمع ٩٢٤ + ٤٥ + ٣٦٨٩

ففى البداية يفيد كتابة الأرقام تحت بعضها فى صورة أعمدة كالآتى :

	آحاد	عشرات	مئات	ألوف
	٤	٢	٩	—
	٥	٤	—	—
+	٩	٨	٦	٣
	٨	٥	٦	٤
		١	١	١

ثم نجمع عمود الآحاد سواء كان الجمع من أعلى لأسفل أو من أسفل لأعلى كالآتى :

٤ + ٥ ← ٩ ، ٩ + ٩ ← ١٨

والناتج ١٨ يتم كتابة آحاده وهو ٨ فى عمود الآحاد ويتم إضافة الواحد وهو خانة العشرات إلى خانة العشرات فى العمود الثانى .

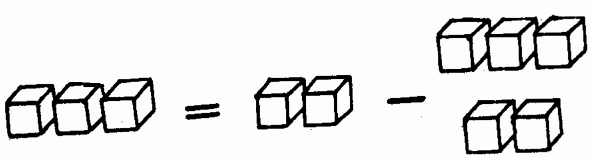
ثم نكرر نفس الإجراء مع خانة العشرات .

وبذلك فإن ٤٦٥٨ هى ناتج جمع ٩٢٤ ، ٤٥ ، ٣٦٨٩ .

[٣ ـ ٣] الطـــرح : Subtraction

يعنى الطرح ، إنقاص رقم أو كمية أو شىء .

وعلى سبيل المثال فإننا إذا أخذنا مكعبين من خمسة مكعبات فإنه يتبقى لدينا ثلاثة مكعبات كما فى شكل (٣ ـ ٣) .



شكل [٣ ـ ٣]

ومن المهم عند إجراء عمليات الطرح وكما هو الحال فى عمليات الجمع وسبق أن أوضحناه ؛ أن يتم ترتيب أرقام كل عدد أسفل بعضها بحيث تكون الآحاد فى جميع الأعداد أسفل بعضها ، وكذا بالنسبة للعشرات ،...

مثـــال (١) : اطرح ٤٤ من ٣٥٦

الحـــل :

مئات	عشرات	آحاد	
٣	٥	٦	
	٤	٤	–
٣	١	٢	

نبدأ بخانة الآحاد ، ثم ننقص من الرقم ٦ بالعدد الأول ، الرقم ٤ بالعدد الثانى أى ٤ من ٦ أو ٦ – ٤ = ٢

ثم نكرر نفس العمل بالنسبة لخانة العشرات ، أى ٤ من ٥ أو ٥ – ٤ = ١ وهكذا ..

وعلى ذلك فالإجابة ٣١٢ تمثل الفرق بين العددين ٣٥٦ ، ٤٤ .

، وللأسف فإنه كثيراً ما يقابلنا عند الطرح بهذه الطريقة مشكلة إلا أنه بسهولة يمكننا التغلب عليها وذلك يتضح من المثال التالى :

مثـــال (٢) : أجر عملية الطرح التالية : ١٧٦ ــ ٥٧

الحـــل :

مئات	عشرات	آحاد	
١	٦٧	١٦	
	٥	٧	–
١	١	٩	

والمشكلة كما يظهر هو استحالة طرح ٧ من ٦ ولحل هذه المشكلة فإننا ننقص من الرقم الموجود فى خانة العشرات (٧) واحداً [يعادل عشرة آحاد] ثم نضيفه إلى خانة الآحاد فيُصبح الرقم ٦ الموجود بها بما يعادل ٦ + ١٠ = ١٦ .

وبذلك ، فإنه يمكننا طرح ٧ من ١٦ أو ١٦ − ٧ = ٩

ثم نستمر فى عملية الطرح كما بالمثال الأول :

٦ − ٥ = ١ (بخانة العشرات) .

، ١ − ٠ = ١ (بخانة المئات) .

مثـال (٣) : اطرح ٧٦٥ − ٤٧٦

الحـل :

	آحاد	عشرات	مئات
	~~٥~~ ١	~~٦~~ ١٥	~~٧~~ ٦
−	٦	٧	٤
	٩	٨	٢

يتضح من هذا المثال أن كلاً من خانتى الآحاد والعشرات بالعدد الأول (٦٥) أصغر من خانتى الآحاد والعشرات بالعدد الثانى (٧٦) .

وللتغلب على هذا فإننا نكرر ما تم عمله فى مثال ٢ لكلاً من العمودين الأول والثانى كالتالى :

(أ) ننقص من رقم خانة العشرات فى العدد الأكبر أى الأول وهو ٦ ، واحد فيتبقى بخانة العشرات ٥ ونضيف الواحد الذى تم إنقاصه إلى رقم الآحاد ٥ فيصبح ٥ + ١٠ = ١٥ .

وبذلك نقوم بطرح ١٥ − ٦ = ٩

(ب) ننقص من رقم خانة المئات فى العدد الأول وهو ٧ ، واحد ونضيفه إلى خانة العشرات فتصبح ٥ + ١٠ = ١٥ .

وبذلك نقوم بطرح ١٥ – ٧ = ٨ (وهى فى الواقع ١٥٠ – ٧٠ = ٨٠) .

(جـ) يتبقى بعد ذلك فى خانة المئات بالعدد الأول رقم ٦ (أى ستمائة) ويمكننا طرح ٦ – ٤ = ٢ (مائتان) بسهولة .

وبذلك فإن الفرق أو حاصل طرح ٧٦٥ – ٤٧٦ = ٢٨٩ .

مثال (٤) : اطرح ٣٠٠٠ – ٣٤٥

الحـــل :

	آحاد	عشرات	مئات	ألوف
	١٠	٩	٩	٢ ~~٣~~
–	٥	٦	٣	٠
	٥	٥	٦	٢

فى هذا المثال نجد صعوبة أكبر عن الأمثلة السابقة وذلك لوجود أصفار بالعدد العلوى .

فى هذا المثال نبدأ بخانة الآحاد أولاً ، حيث نقلل من خانة العشرات ما مقداره واحد ، ولما كانت خانة العشرات فى الأصل هى الصفر فإننا نعود لخانة المئات لنقلل منها واحد ونضيفه للصفر بخانة العشرات ليصبح ١٠ ولما كانت خانة المئات كذلك هى الصفر فإننا نلجأ أخيراً لخانة الآلاف وهى ٣ ونقلل منها واحد فتصبح ٢ ثم نأخذ هذاالواحد ونضيفه لخانة المئات (الصفر) فتصبح ١٠ ثم نأخذ من هذه الخانة واحداً فتصبح ٩ونضيف هذا الواحد لخانة العشرات (الصفر) فتصبح ١٠ ثم نقلل من خانة العشرات واحداً فتصبح بدورها كذلك ٩ ، ثم نضيف هذا الواحد لخانة الآحاد وهى صفر كذلك فتصبح ١٠ ثم نقوم بعملية الطرح كالتالى :

فى عمود الآحاد : ١٠ – ٥ = ٥

فى عمود العشرات : ٩ – ٤ = ٥

فى عمود المئات : ٩ – ٣ = ٦

فى عمود الآلاف : ٢ – ٠ = ٢

وبذلك يكون الفرق بين ٣٠٠٠ ، ٣٤٥ ، هو ٢٦٥٥ .

[٣ ـ ٤] كيفية التأكد من صحة الأجوبة فى عمليات الطرح :

من المفضل بعد إجراء أى عملية حسابية ، أن نقوم بالتأكد من صحة الأجوبة . وبالنسبة لعملية الطرح فإننا بسهولة يمكن عمل هذا وذلك بإضافة (جمع) ناتج عملية الطرح إلى العدد الثانى الأصغر ، وهو المطروح ، فإذا كانت الإجابة حينئذ مساوية للعدد الأول الأكبر ، وهو المطروح منه فإن الإجابة تكون صحيحة . والمثال التالى يوضح ذلك بالعودة إلى المثال الأول ، ٣٥٦ ـ ٤٤ .

٦ ٥ ٣ : العدد الأكبر أو المطروح منه .

− ٤ ٤ : العدد الأصغر أو المطروح .

---

٢ ١ ٣ : ناتج عملية الطرح .

فللتأكد من صحة الإجابة فاننا نقوم بالتالى : (عملية جمع) :

٢ ١ ٣

+ ٤ ٤

---

٦ ٥ ٣

ويلاحظ أن الناتج هو عبارة عن العدد الأكبر أو المطروح منه وبذلك فإن الإجابة تكون صحيحة :

تدريبات على الجمع والطرح

(١) (أ) ٢٦٣ + ٦١٥ (د) ٦٠٣ − ٢٧٨

(ب) ٤٢٧ + ٩٩ (هـ) ٣٢٣ − ٧٦

(جـ) ٣٨٦ + ٧٤٦ (و) ١٢٥ − ٩٨

(٢) فى إحدى مباريات كرة القدم ، كان يوجد ٥٥٨٤ متفرجاً وكان من بينهم ٣٥٧٥ رجلاً وامرأة :

(أ) كم يكون عدد الأطفال بين المتفرجين .
(ب) وإذا كان من بين الأطفال ١٢٢٥ ولداً فكم يكون عدد البنات .

(٣) فى أحد الجراجات أماكن تسع ٣٠٠ سيارة وكان به ١٩٧ مكاناً خالياً ، فكم عدد السيارات الموجودة بالجراج .

(٤) إذا كانت كمية البنزين المخزونة فى إحدى محطات البنزين ، يتم تسجيلها يومياً عند نهاية العمل ، انظر جدول (٣ ــ ١) .

اليوم	كمية اللترات المتبقية
السبت	٣٥٠٠٠
الأحد	٢٩٣٦٥
الاثنين	٢٤٥٢٤
الثلاثاء	١٧٩٦٧
الأربعاء	١٢٢٥٠
الخميس	٤٨٨٠

جدول (٣ ــ ١)

فأوجد مقدار لترات البنزين المباعة كل يوم على حدة ، ثم أوجد كم لتراً تم بيعها فى أيام عمل المحطة (ستة أيام) .

[٣ ــ ٥] الضـــرب Multiplication

تُعتبر عملية الضرب ، أسرع طريقة لجمع أعداد متساوية فمثلاً .

٧
٧
٧+
———
٢١

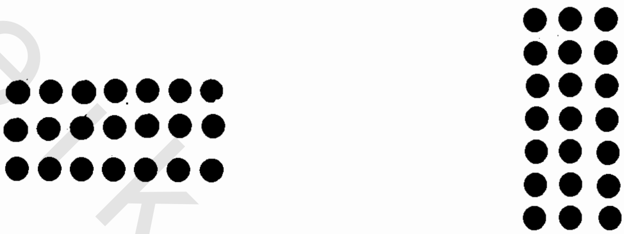
يمكن التعبير عنها كالآتى ٧ × ٣ = ٢١ ، أى سبعة مكررة ثلاث مرات (أو ثلاثة مكررة سبع مرات) .

ولا يهم الترتيب ، بناء على ما سبق حيث أن ٧ × ٣ = ٣ × ٧ = ٢١

والشكل (٣ ـ ٤) يوضح ذلك حيث نجد أن ثلاث صفوف (٣) من سبع نقاط (٧) أو سبعة صفوف من ثلاث نقاط تعطى إجمالى قدره (٢١) .

وحيث أنه كما ذكرنا ، ترتيب الأعداد المضروبة غير مهم فإن :

٢٤ = ٢ × ٣ × ٤ = ٤ × ٣ × ٢ = ٣ × ٤ × ٢



٧ صفوف × ٣ ٣ صفوف × ٧

شكل [٣ ـ ٤]

وهذا ما يطلق عليه فى الرياضيات بخاصية الإبدال Commutative property فى عمليات الضرب ، كما وأن هذه الخاصية موجودة كذلك فى عمليات الجمع حيث أنه مثلاً : ١٦ + ١٥ = ١٥ + ١٦ = ٣١

بينما كلاً من عمليتى الطرح والقسمة فلا ينطبق عليهما نفس الخاصية .

فهما ذات خواص غير إبدالية noncommutative ، وذلك لأهمية ترتيب الأرقام فى كلا الحالتين .

فمثلاً : ٩ − ٣ ≠ ٣ − ٩

، ٩ ÷ ٣ ≠ ٣ ÷ ٩

ومن المفيد هنا جدول الضرب حتى ١٢ × ١٢ أنظر جدول (٣ ـ ٢) :

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠	٢٢	٢٤
٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	٢٧	٣٠	٣٣	٣٦
٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦	٤٠	٤٤	٤٨
٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠	٥٥	٦٠
٦	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٤	٦٠	٦٦	٧٢
٧	١٤	٢١	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٥٦	٦٣	٧٠	٧٧	٨٤
٨	١٦	٢٤	٣٢	٤٠	٤٨	٥٦	٦٤	٧٢	٨٠	٨٨	٩٦
٩	١٨	٢٧	٣٦	٤٥	٥٤	٦٣	٧٢	٨١	٩٠	٩٩	١٠٨
١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٠	١١٠	١٢٠
١١	٢٢	٣٣	٤٤	٥٥	٦٦	٧٧	٨٨	٩٩	١١٠	١٢١	١٣٢
١٢	٢٤	٣٦	٤٨	٦٠	٧٢	٨٤	٩٦	١٠٨	١٢٠	١٣٢	١٤٤

جدول [٣ ـ ٢]

[٣ ـ ٦] عمليات الضرب البسيطة Short multiplication

مثال : أوجد حاصل ضرب ٤٦ × ٤ ، وهذا يعنى ما هو ناتج تكرار العدد ٤٦ أربع مرات ،

٤٦
٤ ×
―――――
١٨٤

وتتم عملية الضرب كالتالى : نضرب العدد ٤ فى رقم خانة الآحاد بالعدد ٤٦ وهى ٦ .·. ٤ × ٦ = ٢٤ والناتج عبارة عن رقمين :

٤ وهى خانة الآحاد ، ٢ فى خانة العشرات ، ولذلك فإننا نقوم بوضع ٤ فى خانة آحاد الإجابة ونضيف العدد ٢ لكى يجمع مع حاصل ضرب ٤ × خانة العشرات (٤) .

بعد ذلك نضرب ٤ فى رقم خانة العشرات = ٤ × ٤ = ١٦ ونضيف ٢ إلى ١٦ فيصبح ١٦ + ٢ = ١٨ .

وبذلك يكون ناتج الضرب ٤٦ × ٤ هو ١٨٤ .

ومن عمليات الضرب البسيطة والمختصرة ، ضرب أى رقم أو عدد فى العدد ١٠ حيث يكون الناتج هو نفس العدد المضروب فى ١٠ مضافاً له صفر فى خانة آحاده ،

نفس الشيء عند ضرب أى عدد فى ١٠٠ ، فالناتج يكون نفس العدد ، مضافاً له صفرين ، أحدهم فى خانة الآحاد والآخر فى خانة العشرات وهكذا مع العدد ١٠٠٠ ، ١٠٠٠٠ ، ٠٠٠٠ .

مثال (١) : آحاد عشرات ———— آحاد عشرات مئات

٦ ٤ × ١٠ = ٠ ٦ ٤

مثال (٢) : ———— آحاد عشرات مئات آلاف

٧ ٨ × ١٠٠ = ٠ ٠ ٧ ٨

[٣ ـ ٧] عمليات الضرب المطولة Long multiplication

مثال : أوجد حاصل ضرب ٢٣٦ × ٦٧

٢٣٦
٦٧ ×

١٦٥٢ — نبدأ بعملية الضرب البسيطة التالية : ٢٣٦ × ٧ فيكون الناتج ١٦٥٢ ، ثم نجرى عملية الضرب التالية :

+ ١٤١٦٠

١٥٨١٢ — ٢٣٦ × ٦٠ (وليس ٦) وذلك بأن نضع صفراً فى خانة الآحاد ، ونجرى عملية الضرب فى ٦

[٢٣٦ × ٦ = ١٤١٦ ومع اعتبار وجود صفر فى خانة الآحاد فإن ٢٣٦ × ٦٠ = ١٤١٦٠] .

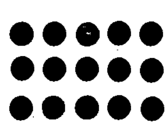
ثم نجرى عملية جمع للصفين معاً فنحصل على حاصل ضرب ٢٣٦ × ٦٧ وهو ١٥٨١٢ .

[٣ ـ ٨] القسـمة : Division

القسمة هى عملية تجزئة إلى أجزاء متساوية .

مثال : وزع ١٥ رغيفاً على ٣ أفراد بالتساوى :

١٥ ÷ ٣ = ٥ حيث يحصل كل فرد على خمسة أرغفة ويمكن تمثيل ذلك بالنقاط كما بشكل (٣ ــ ٥) .



١٥÷٣ = ٥

شكل [٣ ـ ٥]

ويلاحظ أنه توجد عدة طرق لكتابة القسمة فعندما نقسم ١٥ على ٣ يمكن أن نكتبها كالتالى :

١٥ ÷ ٣ أو ٣ ⟌ ١٥ أو $\frac{١٥}{٣}$

[٣ ـ ٩] القسمة البسيطة Short division :

مثال (١) : اقسم ٤٣٤ ÷ ٧

الحل : هذا السؤال يعنى كم سبعة توجد فى العدد ٤٣٤

٠ ٦ ٢

٤ ٣ ٤ ⟌ ٧ والناتج هو العدد ٦٢ أى أن هنالك ٦٢ مرة من السبعات فى العدد ٤٣٤

وكلُ من هذه الأعداد له اسم يعرف به :

فالعدد ٤٣٤ يُعرف بالمقسوم	dividend
والعدد ٧ يُعرف بالمقسوم عليه	divisor
والعدد ٦٢ يُعرف بخارج القسمة (الإجابة)	quotient

وطريقة إجراء القسمة السابقة كالآتى :

٤ (خانة المئات) ÷ ٧ = ٠ ويوضع فوق العدد ٤

∴ ٤٣ ÷ ٧ = ٦ ويوضع فوق العدد ٣

ويتبقى ١ ، ثم يضاف هذا الباق إلى خانة آحاد (٤) كعشرة

∴ ٤ + ١٠ = ١٤

ثم نقسم ١٤ ÷ ٧ = ٢ وتوضع فوق العدد ٤

وأخيراً فإن ٤٣٤ ÷ ٧ = ٦٢

مثال (٢) : على القسمة ذات الباقى :

إذا قسمنا ١٢٣٤ ÷ ٩ فإن الناتج = ١٣٧ ويتبقى ١ .

٠١٣٧ ويتبقى ١

١٢٣٤ | ٩

[٣ ـ ١٠] القسمة المطولة Long division :

إذا كان العدد المقسوم عليه أكبر من العدد ١٢ فإن عملية القسمة حينئذ تُصبح قسمة مُطوّلة .

وطريقة إجرائها تشبه إلى حد كبير عملية القسمة المبسطة وسندون كل شيء كتابة كما يلى :

مثال (١) : اقسم ٢٤٠٨ ÷ ١٤ (أكبر من ١٢)

٠١٧٢

٢٤٠٨ | ١٤

١ × ١٤ = ١٤

١٠٠ | ١٤

٧ × ١٤ = ٩٨

٢٨ | ١٤

٢ × ١٤ = ٢٨

٠٠

وتوضيحاً لذلك نبدأ بالخانة اليسرى للعدد المقسوم ٢ :

٢ ÷ ١٤ = ٠

∴ ٢٤ ÷ ١٤ = ١ والباقى ١٠

∴ ١٠٠ ÷ ١٤ = ٧ والباقى ٢

∴ ٢٨ ÷ ١٤ = ٢ وبدون باقى

∴ ٢٤٠٨ ÷ ١٤ = ١٧٢ وبدون باقى .

مثال (٢) : أوجد ناتج قسمة ٥٤٣٢٢ ÷ ٢٤ .

(هذا المثال يشتمل على باقى للقسمة) .

الحــل :

٠٢٢٦٣

٢٤ | ٥٤٣٢٢

٢ × ٢٤ = ٤٨

٢٤ | ٦٣

٢ × ٢٤ = ٤٨

١٤ | ١٥٢

٦ × ٢٤ = ١٤٤

٢٤ | ٨٢

٣ × ٢٤ = ٧٢

١٠

∴ ٥٤٣٢٢ ÷ ٢٤ = ٢٢٦٣ والباقى ١٠

[٣ ـ ١١] التأكد من صحة الإجابة :

كما أجرينا عملية التأكد من ناتج الطرح فإننا نعود مرة أخرى لنعرف كيف نتأكد من صحة إجابة عملية القسمة .

ويمكن التأكد من الإجابة وذلك بتحويل عملية القسمة إلى عملية ضرب وعلى سبيل المثال ، فى مثالنا السابق :

٥٤٣٢٢ ÷ ٢٤ = ٢٢٦٣ والباقى ١٠

فإن كانت الإجابة صحيحة فإنه يلزم أن يكون :

(٢٢٦٣ × ٢٤) + ١٠ = مساوية للعدد المقسوم ٥٤٣٢٢

٢٢٦٣
× ٢٤

٩٠٥٢
٤٥٢٦٠

٥٤٣١٢ + ١٠ = ٥٤٣٢٢

∴ فالإجابة صحيحة .

تدريبات على عمليات الضرب والقسمة

[١] (أ) ٣٢٥ × ٦

(ب) ٥٤ × ١٢

(جـ) ١٧ × ١٨

(د) ٣٥ × ٤   (هـ) ٥٢٤ × ٦   (و) ٥٧٢ × ١٠   (ز) ٤٤٢٦ × ١١

[٢] (أ) ٣٢ × ٤١   (ب) ٢١٣ × ٢٦   (جـ) ٥٤٢ × ١٥   (د) ٣٢٢ × ٥٨

[٣] (أ) ٧٥ ÷ ٥   (ب) ٩٢ ÷ ٤   (جـ) ٧٥٦ ÷ ٧   (د) ٨٥٢ ÷ ٦

(هـ) ٨٧٥ | ٢٥   (و) ١٨٢ | ١٣   (ز) ٧٣٥ | ١٥   (ح) ٧٧٥٥ | ٣٣

[٤] بائع صحف ، يبيع يومياً ٨٧ نسخة من جريدة الأهرام ، ٦٤ نسخة من جريدة الأخبار ، ٤٣ نسخة من جريدة الوفد .

(أ) كم عدد النسخ المباعة يومياً .

(ب) كم عدد النسخ التى يبيعها فى مدة ٣٠ أسبوع .

(جـ) كم عدد النسخ التى يبيعها من جريدة الأخبار فى مدة ٤٠ أسبوع .

(د) كم عدد النسخ المباعة من كل الجرائد على مدار ٣٦٥ يوماً .

[٥] سيارة تستهلك ٣٥ لتراً من البنزين عندما تتحرك مسافة قدرها ٣١٥ كيلومتراً .

(أ) كم تبلغ المسافة المقطوعة بالسيارة عند استهلاك لتر واحد .

(ب) إذا استهلكت السيارة ، فعلاً ، ٢٠ لتراً فكم تبلغ المسافة التى تتحركها .

[٣ ـ ١٢] ترتيب حل وإجراء عمليات الحساب :

إذا نظرنا إلى المسائل التالية ، فإننا نلاحظ الوصول إلى أكثر من إجابة وذلك يتوقف على ترتيب إجراء العمليات الحسابية ومن المهم هنا معرفة هذه الأصول للوصول إلى الإجابة الصحيحة فمثلاً :

(أ) ٨ + ١٦ ÷ ٤ =

(ب) ٤ × ٨ + ٥ =

(جـ) ٩١ − (٧ − ٣) =

(د) ١٦ + ٢٨) ÷ ٤ =

، لذلك يجب اتباع خطوات معينة عند تعرضنا لمسائل فيها أكثر من عملية حسابية بغرض الوصول إلى الحل الصحيح .

وتكون خطوات الحل كالآتى :

١ ــ نبدأ بفك الأقواس إن وجدت .

٢ ــ نُجرى عمليات الضرب/القسمة .

٣ ــ نُجرى عمليات الجمع/الطرح .

وعلى سبيل المثال : نبدأ بحل الأمثلة السابقة :

(أ) ٨ + ١٦ ÷ ٤ = ٨ + ٤ = ١٢

(ب) ٤ × ٨ + ٥ = ٣٢ + ٥ = ٣٧

(جـ) ٩١ − (٧ − ٣) = ٩١ − ٤ = ٨٧

(د) (١٦ + ٢٨) ÷ ٤ = ٤٤ ÷ ٤ = ١١

الدرس الرابع :

الكســــور Fractional numbers

[٤ ـ ١] تعريف الكسور :

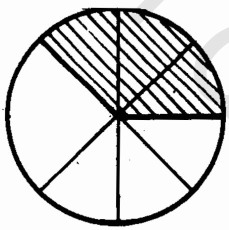
عند قسمة عدد على عدد آخر ينتج لدينا ما يُعرف بالكسر ، فمثلاً :

٣ ÷ ٤ = $\frac{٣}{٤}$ أى ٣ أرباع .

، ٧ ÷ ٨ = $\frac{٧}{٨}$ أى ٧ أثمان .

ويمكن تمثيل هذه الكسور بتجزىء دائرة الوحدة (دائرة افتراضية نصف قطرها الوحدة أى واحد) .

فالجزء المظلل من الدائرة بالشكل (٤ – ١) يمثل ٣ أجزاء من ٨ وهو عدد أجزاء الدائرة ، أى ٣ أثمان $\frac{٣}{٨}$.



شكل [٤ ـ ١] $\frac{٣}{٨}$

[٤ ـ ٢] البسط والمقام Numerator and denominator :

ويطلق على الرقم الموجود أعلى شرطة الكسر « البسط » ، Numerator

بينما الرقم الموجود أسفل شرطة الكسر « المقام » Denominator

$$\text{الكسر} = \frac{\text{البسط}}{\text{المقام}}$$

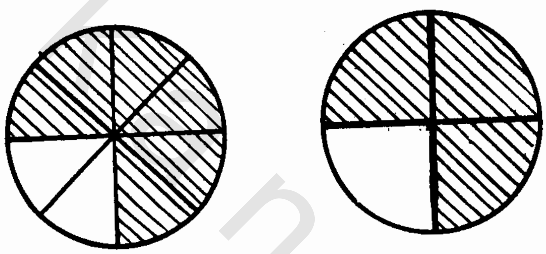
[٤ ـ ٣] الكسور المتساوية :Equivalent fractions :

كما يتضح من شكل (٤ ــ ٢) ، نجد أن $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨}$ لأنهما متساويان بالشكل في القيمة أو فى الكمية أو فى المقدار .

وهنا يُسمى الكسران بأنهما كسران متساويان .

فإذا قسمنا بسط ومقام كل من حدى الكسر $\frac{٦}{٨}$ على ٢ فإننا نحصل على المقدار $\frac{٣}{٤}$.

وكذلك نجد أن $\frac{١٢}{١٦} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$ وذلك بقسمة حدى الكسر $\frac{١٢}{١٦}$ على ٤ .

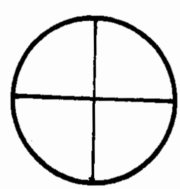


$\frac{٦}{٨}$ $\frac{٣}{٤}$

شكل [٤ ـ ٢]

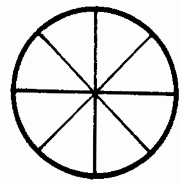
تدريبــــات

[١] فى شكل (٤ – ٣) ؛ ظلل $\frac{١}{٢}$ الشكل ، فكم عدد الأرباع التى تم تظليلها ؟
فيمكننا القول : $\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$.



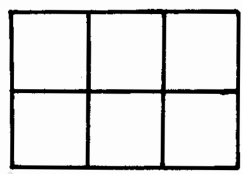
شكل [٤ ـ ٣]

[٢] فى شكل (٤ – ٤) ، ظلل $\frac{١}{٢}$ الشكل ، فكم عدد الأثمان التى تم تظليلها ؟
فيمكننا القول : $\frac{١}{٢} = \frac{؟}{٨}$.



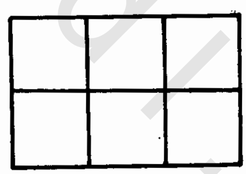
شكل [٤ ـ ٤]

[٣] فى شكل (٤ – ٥) ، ظلل $\frac{١}{٣}$ الشكل ، كم سدس تم تظليله ؟ $\frac{١}{٣} = \frac{؟}{٦}$



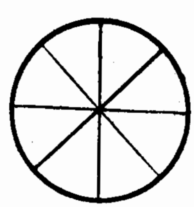
شكل [٤ ـ ٥]

[٤] فى شكل (٤ – ٦) ، ظلل $\frac{٢}{٣}$ الشكل ، كم سدس تم تظليله ؟، $\frac{٢}{٣} = \frac{؟}{٦}$.



شكل [٤ ـ ٦]

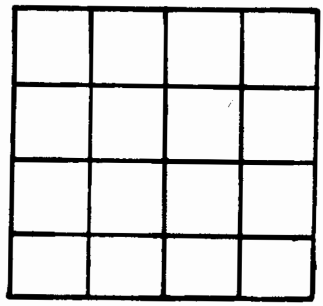
[٥] فى الشكل (٤ – ٧) ، ظلل $\frac{٣}{٤}$ الشكل ،كم ثمناً تم تظليله ؟ $\frac{٣}{٤} = \frac{؟}{٨}$



شكل [٤ ـ ٧]

$\frac{٣}{٤} = \frac{؟}{٤}$

[٦] فى الشكل (٤ – ٨) ، ظلل $\frac{٣}{٤}$ الشكل ، كم مُربعاً من الستة عشر مربعاً تم تظليله ؟ ، $\frac{٣}{٤} = \frac{؟}{١٦}$.



$\frac{٣}{٤} = \frac{؟}{١٦}$

شكل [٤ ـ ٨]

[٧] فى الشكل (٤ – ٩) : $\frac{١}{٢} = \frac{؟}{٦}$

$\frac{١}{٢} = \frac{؟}{٦}$

شكل [٤ ـ ٩]

[٨] فى الشكل (٤ – ١٠) : $\frac{١}{٣} = \frac{؟}{١٢}$

$\frac{١٠}{٣} = \frac{؟}{١٢}$

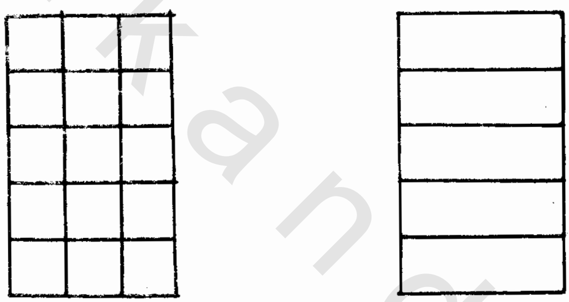
شكل [٤ ـ ١٠]

[٩] فى الشكل (٤ – ١١) : ١/٢ = ؟/١٠

١/٢ = ؟/١٠

شكل [٤ ـ ١١]

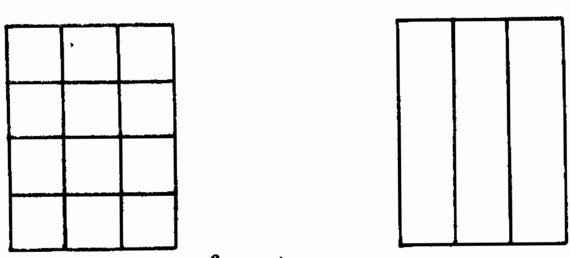
[١٠] فى الشكل (٤ – ١٢) ٣/٥ = ؟/١٥



٣/٥ = ؟/١٥

شكل [٤ ـ ١٣]

[١١] فى الشكل (٤ – ١٣) : ١/٣ = ؟/١٢



١/٣ = ؟/١٢

شكل [٤ ـ ١٢]

[١٢] فى الشكل (٤ – ١٤) : $\frac{١}{١٢} = \frac{١}{٦}$

$\frac{؟}{١٢} = \frac{١}{٦}$

شكل [٤ ـ ١٤]

[١٣] فى الشكل (٤ – ١٥) : $\frac{٩}{١٥} = \frac{؟}{٥}$

$\frac{٩}{١٥} = \frac{؟}{٥}$

شكل [٤ ـ ١٥]

[١٤] فى الشكل (٤ – ١٦) : $\frac{١٠}{١٢} = \frac{؟}{٦}$

$\frac{١٠}{١٢} = \frac{؟}{٦}$

شكل [٤ ـ ١٦]

[١٥] (أ) $\frac{١}{٢} = \frac{؟}{٨}$ (هـ) $\frac{٢}{٥} = \frac{؟}{٢٠}$

(ب) $\frac{١}{٤} = \frac{؟}{٨}$ (و) $\frac{٣}{٤} = \frac{؟}{٢٠}$

(جـ) $\frac{١}{٥} = \frac{؟}{١٠}$ (ز) $\frac{٢}{٣} = \frac{؟}{١٢}$

(د) $\frac{١}{٦} = \frac{؟}{١٢}$ (ح) $\frac{٢}{٣} = \frac{٦}{؟}$

وللحصول على كسور أخرى متساوية فإننا قد نلجأ إلى ضرب كل من البسط والمقام فى نفس الرقم أو نقسم كل منهما على نفس الرقم .

[١٦] ضع الكسور الآتية فى أبسط صورة :

$\frac{٦}{١٥}$ ، $\frac{٥}{٢٥}$ ، $\frac{٩}{٢٧}$ ، $\frac{٩}{١٥}$ ، $\frac{٤٠}{٦٠}$ ، $\frac{٢٥}{١٠٠}$ ، $\frac{٢٠}{٤٨}$ ، $\frac{١٥}{٦٥}$ ، $\frac{٣٢}{٤٨}$ ، $\frac{٧٥}{١٢٥}$.

[١٧] أكمل الفراغات فى الكسور التالية لتحصل على مجموعة من الكسور المتساوية :

(أ) $\frac{١}{٢} = \frac{؟}{٤} = \frac{؟}{٦} = \frac{٤}{؟} = \frac{٥}{؟} = \frac{؟}{١٢} = \frac{؟}{٢٠}$

(ب) $\frac{١}{٣} = \frac{٢}{؟} = \frac{؟}{٩} = \frac{٤}{؟} = \frac{؟}{١٥} = \frac{؟}{١٨} = \frac{؟}{٣٠}$

(جـ) $\frac{١}{٤} = \frac{؟}{٨} = \frac{؟}{١٦} = \frac{؟}{٢٠} = \frac{؟}{٢٤} = \frac{٨}{؟} = \frac{١٠}{؟}$

(د) $\frac{٣}{٤} = \frac{؟}{٨} = \frac{؟}{١٢} = \frac{١٢}{؟} = \frac{؟}{٢٠} = \frac{٢٤}{؟} = \frac{؟}{٤٠}$

(هـ) $\frac{٢}{٣} = \frac{؟}{٦} = \frac{؟}{٩} = \frac{؟}{١٢} = \frac{١٠}{؟} = \frac{١٦}{؟} = \frac{؟}{٣٠}$

(و) $\frac{٣}{٥} = \frac{؟}{١٠} = \frac{؟}{١٥} = \frac{؟}{٢٠} = \frac{١٥}{؟} = \frac{٢٤}{؟} = \frac{؟}{٥٠}$

[٤ ـ ٤] وضع الكسر فى أبسط صورة Lowest terms :

يكون الكسر فى أبسط صوره ، إذا لم يكن هنالك أى عامل مشترك بين البسط والمقام .

فمثلاً $\frac{٣}{١٥}$ (العامل المشترك بين البسط والمقام هو ٣) = $\frac{١}{٥}$ (أبسط صورة) .

بينما $\frac{٥}{١٩}$ (لا يوجد عامل مشترك بين حدى الكسر) = $\frac{٥}{١٩}$ (أبسط صورة)

ومن المؤكد أن قيمة الكسر لا تتغير عند قسمة حدى الكسر على نفس الرقم .

[٤ ـ ٥] الكسور الحقيقية Proper fractions :

عندما يكون بسط الكسر أصغر من مقامه ، فإن الكسر يطلق عليه كسر حقيقى أو صحيح .

أمثلة : $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٧}{٩}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ، كلها كسور حقيقية لصغر قيمة البسط فى كل منها عن قيمة المقام .

[٤ ـ ٦] الكسور الغير حقيقية Improper fractions

عندما يكون بسط الكسر أكبر من مقامه ، فإن الكسر يُطلق عليه كسر غير حقيقى .

أمثلة : $\frac{٩}{٧}$ ، $\frac{٨}{٧}$ ، $\frac{٥}{٣}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، كلها كسور غير حقيقة .

[٤ ـ ٧] الأعداد الكسرية ـ الأعداد المختلطة Mixed numbers :

يُطلق على العدد الذى يحتوى على رقم صحيح وعلى كسر « حقيقى » ، فى آن واحد .

أمثلة : (أ) $٢\frac{٣}{٤}$ ، $٦\frac{٣}{٥}$ ، $٣\frac{٧}{٩}$ ، $٨\frac{٦}{٧}$ ،... كلها أعداد كسرية « مختلطة »

فالكسر المختلط الأول عبارة عن رقم صحيح (٢) وكسر ($\frac{٣}{٤}$)

$٢\frac{٣}{٤} = ٢ + \frac{٣}{٤}$

(ب) حول الكسر الغير حقيقى $\frac{١٧}{٨}$ إلى عدد مختلط :

الحـــل :

١٧ ÷ ٨ = ٢ ويتبقى ١

والعدد ٢ عدد صحيح والباقى يكون فى صورة كسر حقيقى $\frac{١}{٨}$

وبذلك فإن العدد المختلط للكسر $\frac{١٧}{٨} = ٢\frac{١}{٨}$

(جـ) حول العدد المختلط $٤\frac{٧}{٩}$ إلى كسر غير حقيقى .

الحــل :

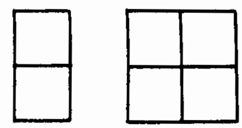
$٤\frac{٧}{٩}$ = ٤ عدد صحيح + $\frac{٧}{٩}$ كسر

= ٤ × $\frac{٩}{٩}$ + $\frac{٧}{٩}$

= $\frac{٣٦}{٩}$ + $\frac{٧}{٩}$ = $\frac{٤٣}{٩}$ كسر غير حقيقي .

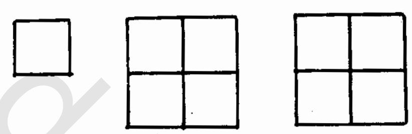
تدريبات على الكسور الغير حقيقية والأعداد

(أ) في شكل (٤ – ١٧) ، $١\frac{١}{٢}$ عدد مختلط = $\frac{٣}{٢}$ كسر غير حقيقي .



$١\frac{١}{٢}$ عدد مختلط = $\frac{٣}{٢}$ كسر غير حقيقي

في شكل (٤ – ١٨) ، $\frac{؟}{٤}$ = $٢\frac{١}{٤}$



$٢\frac{١}{٤}$ = $\frac{؟}{٤}$

(ب) والآن ، حول الأعداد المختلطة التالية إلى كسور غير حقيقية :

$١\frac{٣}{٤}$ = $\frac{؟}{٤}$ ، $٢\frac{١}{٥}$ = $\frac{؟}{٥}$ ، $٦\frac{٢}{٣}$ = $\frac{؟}{٣}$ ، $٣\frac{٣}{٥}$ = $\frac{؟}{٥}$ ،

$٢\frac{٣}{٨}$ = $\frac{؟}{٨}$ ، $٥\frac{١}{٣}$ = $\frac{؟}{٣}$ ، $١\frac{٧}{١٠}$ = $\frac{؟}{١٠}$ ، $٤\frac{١}{٥}$ = $\frac{؟}{٥}$ ،

$٢\frac{١}{٦}$ = $\frac{؟}{٦}$ ، $١٠\frac{١}{٣}$ = $\frac{؟}{٣}$ ، $٥\frac{١}{٢}$ = $\frac{؟}{٢}$ ، $١\frac{٥}{٦}$ = $\frac{؟}{٦}$

(جـ) قم بتحويل الكسور الغير حقيقية التالية إلى أعداد مختلطة :

$\frac{٩}{٧}$ ، $\frac{٧}{٤}$ ، $\frac{١٣}{٣}$ ، $\frac{١٩}{٨}$ ، $\frac{٣٠}{٧}$ ، $\frac{٢٣}{٥}$ ، $\frac{٥٣}{١٠}$ ، $\frac{١٧}{٨}$ ، $\frac{٢١}{٢}$ ، $\frac{٢٩}{٧}$ ، $\frac{٢٥}{١١}$ ، $\frac{٢٢}{٩}$

[٤ ـ ٨] المضاعف المشترك الأصغر :

L.C.M. (Least Common Multiple)

إذا كان لدينا الكسور التالية : $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٧}{١٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٥}{٦}$ وأردنا ترتيبها تنازلياً ، أى الأكبر فالأصغر ، فإننا يجب اتباع الآتى :

١ ـ يجب إيجاد مقام مشترك يتناسب مع مقامات الكسور وهى على الترتيب ، ٣ ، ١٢ ، ٤ ، ٨ ، ٦ .

أى يجب إيجاد أصغر عدد يمكن أن يقبل القسمة على أى من مقامات هذه الكسور ، ويلاحظ أن العدد ٢٤ هو العدد الذى يقبل القسمة عليها جميعاً ، ويطلق على العدد ٢٤ فى حالتنا هذه بالمضاعف المشترك الأصغر أو المقام المشترك البسيط للأعداد ٣ ، ١٢ ، ٤ ، ٨ ، ٦ .

٢ ـ بعد معرفة المقام المشترك البسيط ، نقوم بتحويل كل الكسور السابقة إلى أجزاء من العدد ٢٤ كالتالى :

$$٢٤ \div ٣ = ٨ \;،\quad \therefore \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣} \times \frac{٨}{٨} = \frac{١٦}{٢٤}$$
$$٢٤ \div ١٢ = ٢ \;،\quad \therefore \frac{٧}{١٢} = \frac{٧}{١٢} \times \frac{٢}{٢} = \frac{١٤}{٢٤}$$
$$٢٤ \div ٤ = ٦ \;،\quad \therefore \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٦}{٦} = \frac{١٨}{٢٤}$$
$$٢٤ \div ٨ = ٣ \;،\quad \therefore \frac{٥}{٨} = \frac{٥}{٨} \times \frac{٣}{٣} = \frac{١٥}{٢٤}$$
$$٢٤ \div ٦ = ٤ \;،\quad \therefore \frac{٥}{٦} = \frac{٥}{٦} \times \frac{٤}{٤} = \frac{٢٠}{٢٤}$$

وبترتيب هذه الكسور نجسدها كالتالى :

$\frac{٢٠}{٢٤}$ ، $\frac{١٨}{٢٤}$ ، $\frac{١٦}{٢٤}$ ، $\frac{١٥}{٢٤}$ ، $\frac{١٤}{٢٤}$

وهى بذلك تكون أسهل فى الترتيب من :

$\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٧}{١٢}$

وأكبر هذه الكسور هو $\frac{٥}{٦}$ وأصغرها هو $\frac{٧}{١٢}$

تدريبات مقارنة بين الكسور

[أ] فيما يلي ضع علامة أكبر من (>) أو أصغر من (<) أو يساوى (=) بدلاً من علامة الاستفهام (؟) :

(١) $\frac{٣}{٥}$ ؟ $\frac{١٠}{١٥}$

(٢) $٢\frac{٣}{٥}$ ؟ $\frac{٦}{١٠}$

(٣) $٣\frac{٢}{٥}$ ؟ $\frac{١}{٤}$

(٤) $\frac{٢}{٣}$ ؟ $\frac{٦}{٩}$

(٥) $\frac{٤}{٥}$ ؟ $\frac{٣}{٤}$

(٦) $\frac{٥}{٦}$ ؟ $\frac{٢}{٣}$

(٧) $\frac{٢}{٥}$ ؟ $\frac{٣}{٧}$

(٨) $\frac{٥}{٨}$ ؟ $\frac{٣}{٥}$

(٩) $\frac{٤}{٧}$ ؟ $\frac{٧}{١٤}$

(١٠) $\frac{٣}{٤}$ ؟ $\frac{٩}{١٢}$

(١١) $\frac{٧}{١٠}$ ؟ $\frac{٣}{٤}$

(١٢) $\frac{٣}{٤}$ ؟ $\frac{٥}{٦}$

[ب] أعد ترتيب الكسور التالية ترتيباً تصاعدياً :

(١٣) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$

(١٤) $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$

(١٥) $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٧}{١٢}$

(١٦) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٧}{١٢}$

(١٧) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٣}{١٠}$

الدرس الخامس :

عمليات على الكسور

Operations on fractions

[٥ ـ ١] جمع الكسور Adding fractions :

عند إجراء عملية جمع أو طرح للكسور التى لها نفس المقام ، فإنه ينتج لنا كسر له نفس المقام .

مثال (١) : $\frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٧} = \frac{٢+٣}{٧} = \frac{٥}{٧}$

مثال (٢) :

$\frac{٤}{٧} + \frac{٦}{٧} = \frac{٦+٤}{٧} = \frac{١٠}{٧}$ (كسر غير حقيقى)

، $\frac{١٠}{٧} = ١\frac{٣}{٧}$ (عدد مختلط) .

وإذا كانت المقامات مختلفة فإنه يجب أولاً توحيدها قبل إجراء عمليات الجمع أو الطرح .

مثال (٣) :

$\frac{٥}{٦} + \frac{٣}{٨} = \frac{٢٠}{٢٤} + \frac{٩}{٢٤} = \frac{٩+٢٠}{٢٤} = \frac{٢٩}{٢٤} = ١\frac{٥}{٢٤}$

وعند إجراء عمليات الجمع على الأعداد المختلطة ، فإنه يجب أن نجمع الأعداد الصحيحة بها على حدة ، والكسرية على حدة .

مثـال (٤) :

اجمع : $١\frac{١}{٢} + ٢\frac{١}{٣}$

$١\frac{١}{٢} + ٢\frac{١}{٣} = (١ + ٢) + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} = ٣ + \frac{٣}{٦} + \frac{٢}{٦}$

$= ٣ + \frac{٢+٣}{٦} = ٣\frac{٥}{٦}$

مثـــال (٥) :

اجمع $2\frac{3}{4} + 4\frac{7}{12}$

الحـــل :

$$2\frac{3}{4} + 4\frac{7}{12} = 6 + \frac{9}{12} + \frac{7}{12} = 6\frac{16}{12} = 7\frac{4}{12} = 7\frac{1}{3}$$

وبهذه الطريقة فإنه يمكننا أن نجمع أكثر من عددين مختلطين .

مثـــال (٦) :

$$3\frac{6}{8} + 2\frac{11}{12} + 4\frac{4}{6} + 6\frac{3}{4}$$

$$(3 + 2 + 4 + 6) + \frac{18 + 22 + 16 + 18}{24} = 15 + \frac{74}{24} = 15\frac{74}{24}$$

ولكن ، $\frac{74}{24} = 3\frac{2}{24} = 3\frac{1}{12}$

$$\therefore\ 15\frac{74}{24} = 15 + 3\frac{1}{12} = 18\frac{1}{12}$$

[٥ ـ ٢] طرح الكسور Subtracting fractions

تتم هذه العملية مثلما الحال تماماً فى عملية جمعها :

مثال (١) : $\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{7-4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

مثال (٢) : $\frac{5}{6} - \frac{3}{5} = \frac{25}{30} - \frac{18}{30} = \frac{7}{30}$

وفى حالة طرح أعداد مختلطة ومثلما فى عملية الجمع فإنه يتم طرح الأعداد الصحيحة وحدها ، والكسور بعد ذلك وحدها .

مثال (٣) : $5\frac{3}{4} - 2\frac{3}{5}$

$$= (5 - 2) + \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5}\right) = 3 + \frac{15}{20} - \frac{12}{20} = 3 + \frac{3}{20} = 3\frac{3}{20}$$

وتظهر صعوبة هذا النوع من المسائل عندما يكون كسر المطروح منه أصغر من كسر المطروح كما فى المثال التالى :

مثال (٤) :

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{4} = 2 + \frac{8}{20} - \frac{15}{20} = 2\frac{8-15}{20}$$

ومن الواضح أن (٨ – ١٥) تمثل مشكلة لنا وللتغلب عليها فإنه يجب أن نأخذ واحداً من العدد الصحيح (٢) ، ثم نحوله إلى $\frac{20}{20}$ ؛ ثم نضيفه إلى $\frac{8}{20}$ فنحصل على : $\frac{28}{20}$

ويمكن الآن كتاب الجواب كالتالى . $1\frac{28-15}{20} = 1\frac{13}{20}$

[٥ ـ ٣] ضرب الكسور Multiplying fractions :

عند ضرب كسر فى كسر فإنه يجب أن نضرب بسط الكسور فى بعضها فنحصل على بسط الإجابة ؛ ثم نضرب مقامات الكسور لنحصل على مقام الإجابة .

مثال (١) :

$$\frac{3}{4} \times \frac{6}{7} = \frac{18}{28} = \frac{9}{14}$$

وإذا ما كان هنالك عامل مشترك بين البسط والمقام فى أى كسر فإنه يفضل إجراء عملية اختصار لهما أى قسمة كل منهما على هذا العامل وذلك قبل إجراء عملية الضرب .

مثال (٢) :

$$\frac{7}{8} \times \frac{20}{21} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$$

حيث أن (٧) عامل مشترك لكل من (٧ ، ٢١) ، (٤) عامل مشترك بين (٨ ، ٢٠) .

وإذا ما كان لدينا أعداد كسرية (مختلطة) ويراد ضربها ، فإنه يجب أولاً تحويلها إلى كسور غير حقيقية قبل إجراء عملية الضرب .

مثال (٣) : $5\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{4} = \frac{16}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} = 12$

وبنفس الطريقة يمكننا ضرب أكثر من عدد .

مثال (٤) : $٢\frac{١}{٣} \times ٤\frac{١}{٢} \times \frac{١}{١٤}$

$= \frac{٧}{٣} \times \frac{٩}{٢} \times \frac{١}{١٤} = \frac{١}{١} \times \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٤}$

[٥ ـ ٤] قسمة الكسور Dividing fractions

ولكى نفهم كيفية إجراء قسمة الكسور فإنه يجب أن نعلم أن القسمة على ٢ (مثلاً) هى نفسها كما لو كانت الضرب فى $\frac{١}{٢}$.

وبنفس الطريقة فإن القسمة على $\frac{٢}{٣}$ هى نفسها كالضرب فى $\frac{٣}{٢}$

وباستخدام هذه الفكرة فإنه ببساطة يمكننا تحويل أى عملية قسمة إلى عملية ضرب ويجب أن لا ننسى أنه إذا وجد عدد مختلط فإنه يلزم تحويله إلى كسر غير حقيقى .

مثال (١) : $٦\frac{٣}{٧} \div ٥$

$= \frac{٤٥}{٧} \div \frac{٥}{١} = \frac{٤٥}{٧} \times \frac{١}{٥} = \frac{٩}{٧} = ١\frac{٢}{٧}$

مثال (٢) : $٢\frac{٥}{٨} \div ٨\frac{١}{٦}$

$٢\frac{٥}{٨} \div ٨\frac{١}{٦} = \frac{٢١}{٨} \div \frac{٤٩}{٦} = \frac{٢١}{٨} \times \frac{٦}{٤٩} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٧} = \frac{٩}{٢٨}$

تدريبات عامة

أولاً ــ على جمع وطرح الكسور :

[أ] الجمع :

(١) $\frac{١}{١٠} + \frac{٧}{١٠}$

(٢) $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٤}$

(٣) $\frac{١}{٤} + \frac{٧}{٨}$

(٤) $\frac{٢}{٥} + \frac{٧}{١٠}$

(٥) $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤}$

(٦) $١\frac{١}{٥} + ٢\frac{١}{٢}$

(٧) $٢\frac{١}{٢} + ٢\frac{٢}{٣}$

(٨) $٢\frac{١}{٣} + ٣\frac{١}{٥}$

[ب] الطـرح :

(١) $\frac{٧}{٨} - \frac{٣}{٨}$

(٥) $١\frac{١}{٦} - \frac{١}{٢}$

(٢) $\frac{١}{٦} - \frac{٢}{٣}$

(٣) $\frac{١}{٦} - \frac{٥}{١٢}$

(٤) $\frac{٢}{٥} - \frac{٢}{٣}$

(٦) $١\frac{٣}{٤} - ٢\frac{٧}{١٠}$

(٧) $١\frac{١}{٢} - ٣\frac{٢}{٥}$

(٨) $٢\frac{٢}{٣} - ٤\frac{١}{٤}$

[جـ] عـام :

يصرف طفل $\frac{١}{٤}$ مصروفه على الحلوى ، $\frac{١}{٣}$ مصروفه على المتنوعات ويوفر الباقى فما مقدار ما يوفره فى صورة كسرية .

ثانياً ـ على الضرب والقسمة :

[أ] الضـــرب :

(١) $٥ \times \frac{٣}{٨}$

(٢) $٥ \times \frac{٤}{٥}$

(٣) $٧ \times ٢\frac{١}{٤}$

(٤) $\frac{٥}{٨} \times \frac{٢}{٥}$

(٥) $\frac{٣}{١٠} \times \frac{٤}{٩}$

(٦) $٢\frac{٢}{٣} \times ٤\frac{١}{٤}$

(٧) $١\frac{١}{١١} \times ٣\frac{٢}{٣}$

(٨) $٣\frac{٣}{٥} \times ٧\frac{١}{٢}$

[ب] القســـمة :

(١) $٣ \div \frac{٣}{٤}$

(٢) $٥ \div ٢\frac{١}{٢}$

(٣) $١\frac{١}{٢} \div ٣\frac{١}{٣}$

(٤) $٢\frac{٢}{٣} \div ٢\frac{١}{٤}$

(٥) $٢\frac{١}{١٠} \div ١\frac{١}{٥}$

(٦) $\frac{٣}{٥} \div ٣\frac{٣}{٨}$

(٧) $٢\frac{١}{٢} \div ١٠$

(٨) $١\frac{١}{٨} \div ٥\frac{٢}{٥}$

[جـ] عـام :

إذا فرضنا أن عملية طهى (١) كيلوجرام من اللحم تحتاج إلى ($\frac{١}{٢}$ ١) ساعة ، فكم من الوقت نحتاج لطهى قطعة لحم تزن (٣) كيلوجرام .

الدرس السادس:

الأعداد العشرية Decimal Numbers

[٦ ـ ١] جمع الأعداد العشرية :

إن عملية جمع الأعداد العشرية ، تشبه تماماً ، عملية جمع الأعداد الصحيحة والفرق الوحيد ، هو استخدام العلامات العشرية .

والغرض من استخدام العلامة العشرية ، هو الفصل بين الأعداد الصحيحة وبين الكسور (العشرية) .

فمثلاً ١٦,٤ ، تمثل عدداً صحيحاً قدره ١٦ بالإضافة إلى أربعة أعشار ($\frac{٤}{١٠}$) .

وبالمثل العدد (٧,٢٣) ، تمثل عدداً صحيحاً قدره ٧ وكسراً فى صورة $\frac{٢٣}{١٠٠}$ = ٠,٢٣ وهكذا ...

ولحل مسائل جمع الأعداد العشرية فإنه يجب وضع الأعداد فى صورة أعمدة بحيث تكون العلامات العشرية فوق بعضها حتى يمكن جمع الكسور مع بعضها البعض والأعداد الصحيحة مع بعضها البعض .

مثـال : ٠,٦٢٧ + ١٣,٦٥ + ٣٢٨,٧

الحـل :

$$\begin{array}{r} ٠,٦٢٧ \\ +\ ١٣,٦٥٠ \\ +\ ٣٢٨,٧٠٠ \\ \hline ٣٤٢,٩٧٧ \end{array}$$

وقد تم زيادة أصفار على يمين الكسر لسهولة الجمع وليس لها أى تأثير على القيمة العددية .

[٦ ـ ٢] طرح الأعداد العشرية :

تشبه هذه العملية ، عملية طرح الأعداد الصحيحة ويلزم فقط ترتيب الأعداد تحت بعضها ، بحيث تكون العلامات العشرية فوق بعضها البعض كما هو الحال فى عملية الجمع .

مثـال : ١٥,٣٨ − ٦,٥٤٣

الحـل :

١٥,٣٨٠   '' يُضاف صفر على يمين رقم ٨ ''

− ٦,٥٤٣

―――――――

٨,٨٣٧

وللتأكد من صحة الإجابة نقول :

٨,٨٣٧

+ ٦,٥٤٣

―――――――

١٥,٣٨٠   ∴ الإجابة صحيحة

[٦ ـ ٣] ضرب الأعداد العشرية :

عند الرغبة فى ضرب الأعداد العشرية ، يتم إهمال وجودها أثناء عملية الضرب ، ثم بعد ذلك نضيف العلامة العشرية فى مكانها الصحيح .

مثـال : ١٧,٤ × ٠,٧٥

الحـل :

١٧٤   ← (هذا العدد أكبر بمقدار ١٠ مرات)

× ٧٥   ← (هذا العدد أكبر بمقدار ١٠٠ مرة)

―――――――

٨٧٠

١٢١٨٠

―――――――

١٣٠٥٠   ← هذا العدد أكبر بمقدار ١٠ × ١٠٠ = ١٠٠٠ مرة

∴ عدد الخانات العشرية بعد العلامة وعلى يمينها فى الإجابة = مجموع عدد الخانات العشرية فى العددين المضروبين .

ولما كان عدد الخانات العشرية وعلى يمين العلامة فى العدد الأول ١٧,٤ = ١
ولما كان عدد الخانات العشرية وعلى يمين العلامة فى العدد الثانى ٠,٧٥ = ٢

∴ مجموع عدد الخانات العشرية فى العددين المضروبين
= ١ + ٢ = ٣ خانات عشرية على يمين العلامة .

∴ ١٧,٤ × ٠,٧٥ = ١٣,٠٥٠

[٦ ـ ٤] قسمة الأعداد العشرية :

لإجراء عملية القسمة فإن العدد المقسوم عليه يجب أن يكون عدداً صحيحاً .

مثـال : ١٣٠,٧٦ ÷ ٢,٨

الحــل :

هنا يجب أن نجعل العدد المقسوم عليه عدداً صحيحاً وذلك بضربه فى ١٠ لكى يصبح ٢٨ وليس ٢,٨ .

ولكى نجعل هذا فإنه يجب أن لا ننسى ضرب العدد المقسوم ١٣٠,٧٦ فى ١٠ كذلك

∴ ١٣٠,٧٦ × ١٠ = ١٣٠٧,٦
، ٢,٨ × ١٠ = ٢٨,٠
∴ ١٣٠,٧٦ × ١٠ ÷ ٢,٨ × ١٠ = ١٣٠٧,٦ ÷ ٢٨

والآن نجرى عملية القسمة المطولة كالتالى :

٠٠٤٦٧

١٣٠٧,٦ | ٢٨

١١٢ = ٤ × ٢٨

١٨٧ | ٢٨

١٦٨ = ٦ × ٢٨

١٩٦ | ٢٨

١٩٦ = ٧ × ٢٨

٠٠٠

∴ ١٣٠٧,٦ ÷ ٢٨ = ٤٦٧

ومنها ١٣٠,٧٦ ÷ ٢,٨ = ٤٦,٧

تدريبات على جمع وطرح الأعداد العشرية

[١] (أ) ٣,٦ + ٩,٧

(ب) ٥,٧ + ٦,٣٧

(جـ) ٠,٧٩ + ٦,٤ + ٣

(د) ٥,٦٢١ + ١٣,٢٧ + ٢,٩١

(هـ) ٦١ + ٠,٠٣ + ٣,٣٨

[٢] (أ) ٨,٦ − ٣,٤

(ب) ٥,٣ − ٢,٩٧

(جـ) ٧,٠٥ − ٠,٧

(د) ١٣ − ٦,١٥

[٣] فى أحد سباقات جرى ١٠٠ متر كان الترتيب كالتالى :

محمد فى ١١,٠٥ ثانية

على فى ١١,٦٤ ثانية

إبراهيم فى ١٢,١٣ ثانية

(أ) ما الفرق فى الزمن بين محمد وإبراهيم .

(ب) ما الفرق فى الزمن بين على وإبراهيم .

(جـ) ما الفرق فى الزمن بين محمد وعلى .

تدريبات على ضرب وقسمة الأعداد العشرية

(أ) ٣,٥٥ × ٤

(ب) ٢,٠٥ × ١,٣

(جـ) ٦,١١ × ١,١٦

(د) ٧,٩٨ × ٢,٣

(هـ) ٦,٦ × ٠,٩٦

(و) ١١ × ٠,٣٣٣

(ز) ٢,٣٥ × ٢٠

(ح) ١٢,٨ ÷ ٤

(ف) ٣,٩٥ ÷ ٥

(ق) ٩١,٦ ÷ ٨

(ك) ٦٦,٧ ÷ ١٠٠

(ل) ٢,٤ ÷ ٠,٠٥

(م) ٣ ÷ ٠,٤

(ن) ١٠,٥ ÷ ١,٥

الدرس السابع :

النسب المئوية Percentages

كلمة النسبة المئوية تعنى جزءاً من مائة جزء .

ويستخدم هذا اللفظ كثيراً فى حياتنا فى المدرسة والجامعة والمعمل والمصنع والبنوك وفى المستشفيات .

ويستخدم الرمز ٪ للتعبير عن هذه النسبة .

فمثلاً إذا قلنا عدد طلاب مدرسة مشتركة يبلغ ٧٠٪ من إجمالى عدد الطلاب فإن هذا معناه أن من بين كل مائة طالب وطالبة هناك ٧٠ طالباً .

وإذا كتبنا أن نسبة ما هى ٢٥٪ فإن هذا معناه ٢٥ جزءاً من ١٠٠ جزء ويمكن كتابتها فى صورة كسر كالتالى : $\frac{٢٥}{١٠٠}$

وباختصار فإن النسب المئوية يُعبر عنها ببساطة فى صورة كسر ذو مقام ١٠٠ .

فمثلاً ٣٠٪ = $\frac{٣٠}{١٠٠}$ = $\frac{٣}{١٠}$ = ٠,٣ .

وكذلك ٦٥٪ = $\frac{٦٥}{١٠٠}$ = $\frac{١٣}{٢٠}$ ، وهكذا .

تدريب : أكمل الجدول التالي

١٠٪ = $\frac{\quad}{١٠٠}$ = $\frac{\quad}{١٠}$ = ٠,١٠	١٥٪ = $\frac{١٥}{١٠٠}$ = $\frac{٣}{٢٠}$ = ٠,١٥
٢٠٪ = = =	٢٥٪ = = =
٤٠٪ = ٠ = =	٣٥٪ = = =
٥٠٪ = = =	٥٪ = = =
٦٠٪ = = =	$\frac{١}{٢}$ ٢٪ = = =
٧٠٪ = = =	$\frac{١}{٢}$ ٧٪ = = =
٨٠٪ = = =	$\frac{١}{٢}$ ١٢٪ = = =
٩٠٪ = = =	١٥٠٪ = = =

جدول [٧ ـ أ]

التحويل فيما بين الكسور الاعتيادية والعشرية والنسب المئوية

[٧ ـ ١] تحويل الكسور العادية إلى كسور عشرية :.

هنا يجب أن نقسم البسط على المقام فى قسمة مطولة .

مثال (١) :

$\frac{٣}{٤}$ = ٤ $\overline{)\ ٣\ }$ ٠,٧٥ = ٠,٧٥

مثال (٢) :

$\frac{٧}{٨}$ = ٨ $\overline{)\ ٧\ }$ ٠,٨٧٥ = ٠,٨٧٥

مثال (٣) :

$\frac{٥}{٦}$ = ٦ ⟌ ٥ = ٠,٨٣٣٣ = ٠,٨٣̇

ووجود نقطة فوق الرقم ٣ تعنى أن العدد ٣ مكرر وتُعد هذه صورة لاختصار الكسور العشرية .

[٧ ـ ٢] تحويل الكسور العشرية إلى كسور اعتيادية :

لتحويل الكسر العشرى إلى اعتيادى ، يجب معرفة عد الخانات العشرية على يمين العلامة العشرية لأنها تحدد مقدار مقام الكسر الاعتيادى المراد الوصول له .

مثال (١) : ٠,٦ (خانة عشرية واحدة) فيكون المقام ١٠

٠,٦ = $\frac{٦}{١٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

مثال (٢) : ٠,٦٥ (خانتين عشريتين) فيكون المقام ١٠٠

٠,٦٥ = $\frac{٦٥}{١٠٠}$ = $\frac{١٣}{٢٠}$

مثال (٣) : ٠,٨٧٥ (٣ خانات عشرية) فيكون المقام ١٠٠٠

∴ ٠,٨٧٥ = $\frac{٨٧٥}{١٠٠٠}$ = $\frac{١٧٥}{٢٠٠}$ = $\frac{٣٥}{٤٠}$ = $\frac{٧}{٨}$.

[٧ ـ ٣] تحويل الكسور الاعتيادية والعشرية إلى نسب مئوية :

لعمل هذا ، يجب أن نضرب الكسر الاعتيادى أو العشرى فى ١٠٠٪ .

مثال (١) : $\frac{١}{٤}$ تساوى $\frac{١}{٤}$ × ١٠٠٪ = ٢٥٪

مثال (٢) : ٠,٨٥ تساوى ٠,٨٥ × ١٠٠٪ = ٨٥٪

[٧ ـ ٤] تحويل النسب المئوية إلى كسور اعتيادية وعشرية :

لعمل هذا ، نكتب النسبة المئوية فى صورة كسر مقامه = ١٠٠ ثم نضع الكسر فى أبسط صورة .

٥٦٪ = $\frac{٥٦}{١٠٠}$ = $\frac{٢٨}{٥٠}$ = $\frac{١٤}{٢٥}$ فى صورة كسر اعتيادى .

٥٦٪ = $\frac{٥٦}{١٠٠}$ = ٠,٥٦ فى صورة كسر عشرى

مثال (٢) :

$\frac{١}{٢}$ ٨٧٪ = $\frac{٨٧\frac{١}{٢}}{١٠٠}$ = $\frac{٨٧,٥}{١٠٠}$ = $\frac{٨٧٥}{١٠٠٠}$ = ٠,٨٧٥ فى صورة كسر عشرى

تدريبات

[أ] لإيجاد بعض النسب المئوية :

مثلاً : ١٥٪ من مبلغ ٦٠ جنيهاً = $\frac{١٥}{١٠٠}$ × ٦٠ = ٩ جنيهات

، ٢٠٪ من مبلغ ١٨٠ جنيهاً = $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ١٨٠ = ٣٦ جنيهاً

والآن أوجد القيم التالية :

(١) ١٠٪ من ٧٠ جنيهاً .

(٢) ١٥٪ من ٧٠ جنيهاً .

(٣) ١٣٪ من ٦٥ جنيهاً .

(٤) ٢٠٪ من ٤٠ جنيهاً .

(٥) ٦٠٪ من ١٢ جنيهاً .

(٦) ٧٥٪ من ٦ جنيهات

(٧) ٣٧,٥٪ من ٨٠ جنيهاً

(٨) ٣٠٪ من ٩٠ جنيهاً

(٩) ١٠٪ من ١٢٠٠ جنيهاً .

(١٠) ٣,٢٥٪ من ٣٢٥ جنيهاً .

[ب] التعبير عن الكسور كنسب مئوية :

مثال : $\frac{٤}{٥}$ = $\frac{٤}{٥}$ $\frac{(×٢٠)}{(×٢٠)}$ = $\frac{٨٠}{١٠٠}$ = ٨٠٪

أو $\frac{٤}{٥}$ × ١٠٠٪ = ٤ × ٢٠٪ = ٨٠٪

[١] عبر عن الكسور التالية كنسب مئوية :

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(هـ) $\frac{٧}{٢٠}$ (و) $\frac{٢١}{٢٥}$ (ز) $\frac{٩}{١٠}$ (ح) $\frac{١٧}{٢٠}$

[٢] حصل طالب فى مادة اللغة العربية على ٨ درجات من ١٠ فما النسبة المئوية لهذه الدرجة

[٣] حصل طالب فى مادة الرياضيات على ١٥ درجة من ٢٥ فما النسبة المئوية لهذه الدرجة .

[٤] يبلغ عدد العمال فى أحد المصانع ٨٠٠ عامل ، كان ٦٠ منهم غائبين .

(أ) فما هى النسبة المئوية للعمال الغائبين ؟

(ب) ما هى النسبة المئوية للعمال الحاضرين ؟

الدرس الثامن :

التقــــــريب

[٨ ـ ١] مقـدمـة :

[١] إذا كان أحمد يدخر مبلغ من النقود قدره ٧٠ جنيهاً و ٣٥ قرشاً أى ٧٠,٣٥ جنيهاً .

فإذا سألنا أحمد عما يدخره فإنه سيقول أن معه حوالى ٧٠ جنيهاً أو معى تقريباً ٧٠ جنيهاً .

∴ ما مع أحمد يساوى تقريباً ٧٠ جنيهاً .

أما ما مع أحمد ≃ ٧٠ جنيهاً .

والعلامة ≃ تعنى يساوى تقريباً وهى تختلف عن العلامة = التى تعنى يساوى بالضبط .

[٢] وإذا قلنا أن طول هذا الشارع ٣ كيلومتر و ٢٨٥ مترا أى ٣,٢٨٥ متراً .

وسألنا أحد المهندسين ، كم يبلغ طول هذا الشارع ، فإنه بالطبع سيقول أنه حوالى ٣ كيلومتر تقريباً أو ≃ ٣ كيلو متر .

[٣] وإذا كانت علياء قد نجحت فى الامتحان فى نهاية العام وكانت نسبتها المئوية ٨٧,٤٥٪

فيمكننا أن نقول أنها نجحت بتقدير ٨٧٪ تقريباً .

، والعمليات الحسابية السابقة يُطلق عليها عمليات التقريب وهو ذو استخدامات هامة وتُيسر التعامل فى الحياة اليومية والعملية لكل منا .

والتقريب له قواعد أساسية يجب معرفتها ، وهى بشىء من الملاحظة سنجد أنها غاية فى البساطة ؛

ونحتاج فى التقريب إلى معرفة مجموعة من القواعد كلها متشابهة وهى :

١ ــ التقريب إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح .

٢ ــ التقريب إلى أقرب عشرة .

٣ ــ التقريب إلى أقرب مائة .

٤ ــ التقريب إلى أقرب ألف .

وعمليات التقريب التى تزيد عن ذلك تكون بنفس الفكرة والطريقة التى سنوضحها فيما يلى مثل التقريب إلى أقرب عشرة آلاف والتقريب إلى أقرب مائة ألف والتقريب إلى أقرب مليون وهكذا .

[٨ ـ ٢] التقريب إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح :

مثال (١) : الأعداد التالية يكون تقريبها إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح كما هو موضح بالجدول التالى :

العدد الحقيقى	التقريب إلى أقرب عدد صحيح
٢٧,١	٢٧
٢٧,٢	٢٧
٢٧,٣	٢٧
٢٧,٤	٢٧

جدول [٨ ـ ١]

مثال (٢) : الأعداد التالية يكون تقريبها إلى أقرب عدد صحيح كما هو موضح بالجدول التالى :

العدد الحقيقي	التقريب إلى أقرب عدد صحيح
٢٧,١٧	٢٧
٢٧,٢٨	٢٧
٢٧,٣٠٧	٢٧
٢٧,٤٩٩	٢٧

جدول [٨ ـ ٢]

مثال (٣) : الأعداد التالية يكون تقريبها إلى أقرب وحدة أو أقرب عدد صحيح كما يلي :

العدد الحقيقي	التقريب إلى أقرب عدد صحيح
٢٧,١٦٥	٢٧
٢٧,٢٨٧	٢٧
٢٧,٣٩٠	٢٧
٢٧,٠٠٩	٢٧

جدول [٨ ـ ٣]

ويستنتج مما سبق القاعدة الأساسية التالية عند التقريب إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح :

القاعدة الأولى :

إذا كان الكسر أقل من النصف فإنه يحذف ويهمل

فمثلاً الكسور [٠,١ ، ٠,٢ ، ٠,٣ ؛ ٠,٤ ، ٠,٥٪ ؛ ٠,٣٪ ؛ ٠,٤٪ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ...] فإنه يتم حذفها وتركها .

القاعدة الثانية :

إذا كان الكسر أكثر من النصف فإنه يقرب إلى الواحد الصحيح .

فمثلا الكسور [٠,٦ ، ٠,٧ ، ٠,٨ ، ٠,٩ ، ٠,٧٪ ، ٠,٦٪ ، $\frac{٦}{١٠}$ ، $\frac{٨}{١٠}$ ، $\frac{٩}{١٠}$] تُصبح واحد صحيح يضاف إلى الأرقام الصحيحة بالعدد الأصلى ، انظر الأمثلة التالية :

مثال (٤) : الأعداد التالية يكون تقريبها إلى أقرب عدد صحيح كالتالى :

العدد الحقيقى	التقريب إلى أقرب عدد صحيح
٢٥٧,٦	٢٥٨
٢٥٧,٧	٢٥٨
٢٥٧,٨	٢٥٨
٢٥٧,٩	٢٥٨

جدول [٨ ـ ٤]

مثال (٥) : الأعداد التالية يكون تقريبها إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح كالتالى :

العدد الحقيقى	التقريب إلى أقرب عدد صحيح
٦٧,٦٨	٦٨
٦٧,٧١	٦٨
٦٧,٨٣	٦٨
٦٧,٩٩	٦٨

جدول [٨ ـ ٥]

مثال (٦) : الأعداد التالية يكون تقريبها إلى أقرب وحدة أو إلى أقرب عدد صحيح كالتالى :

العدد الحقيقى	التقريب إلى أقرب عدد صحيح
٧٧٧,٦٠٨	٧٧٨
٧٧٧,٧٩٩	٧٧٨
٧٧٧,٨٣٤	٧٧٨
٧٧٧,٩١٥	٧٧٨

جدول [٨ ـ ٦]

[٨ ـ ٣] التقريب إلى أقرب عشرة :

القاعدة :

عند التقريب إلى أقرب عشرة فإن رقم الآحاد فى العدد الذى لدينا نعتبره صفراً ، أما رقم العشرات فإنه يبقى كما هو إذا كان رقم الآحاد المحذوف أقل من ٥ ، أما إذا كان رقم الآحاد أكبر من ٥ فإنه يضاف واحد إلى رقم العشرات (ونضع صفراً كذلك فى خانة الآحاد) .

مثال : قرب العددين ٢١٧٨٣ ، ٢١٧٣٨ إلى أقرب عشرة .

[أ] العدد الأول : ٢١٧٨٣

(١) رقم الآحاد ٣ نعتبره = صفر .

(٢) ∵ رقم الآحاد ٣ أى أقل من ٥

(٣) ∴ يبقى رقم العشرات ٨ كما هو ٨ .

∴ تقريب العدد ٢١٧٨٣ إلى أقرب عشرة يكون ≃ ٢١٧٨٠

والجدول التالى يُسهل توضيح هذه العملية :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألوف	
العدد الأصلى	٣	٨	٧	١	٢	= ٢١٧٨٣
العدد بعد التقريب	٠	٨	٧	١	٢	= ٢١٧٨٠

جدول [٨ ـ ٧]

[ب] العدد الثانى : ٢١٧٣٨

(١) رقم الآحاد ٨ نعتبره = صفر .

(٢) ∵ رقم الآحاد ٨ أكبر من ٥

(٣) ∴ نزيد رقم العشرات ٣ بمقدار ١

(٤) ∴ يصبح رقم العشرات ٤

∴ تقريب العدد ٢١٧٣٨ إلى أقرب عشرة يكون ٢١٧٤٠

والجدول التالى يُسهل توضيح هذه العملية :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألوف	
العدد الأصلى	٨	٣	٧	١	٢	= ٢١٧٣٨
العدد بعد التقريب	٠	٤	٧	١	٢	= ٢١٧٤٠

جدول [٨ ـ ٨]

[٨ ـ ٤] التقريب إلى أقرب مائة :

القاعدة :

(١) يحذف كل من رقمى الآحاد والعشرات ليصبح كل منهما صفراً .
(٢) يبقى رقم المئات كما هو إذا كان رقم العشرات يقل عن ٥ .
(٣) نزيد رقم المئات بمقدار واحد إذا كان رقم العشرات يزيد عن ٥

مثال : قرب العددين ٢١٧٣٨ ، ٢١٧٨٣ إلى أقرب مائة

الحــل :

[أ] العدد الأول : ٢١٧٣٨ :

(١) رقم الآحاد ٨ نعتبره = صفر
(٢) رقم العشرات ٣ نعتبره = صفر كذلك
(٣) ∵ رقم العشرات ٣ أى أقل من ٥
(٤) ∴ يبقى رقم المئات كما هو .

∴ تقريب العدد ٢١٧٣٨ إلى أقرب مائة ≃ ٢١٧٠٠ .

والجدول التالى يوضح ذلك :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألوف	
العدد الأصلى	٨	٣	٧	١	٢	= ٢١٧٣٨
العدد بعد التقريب	٠	٠	٧	١	٢	= ٢١٧٠٠

جدول [٨ ـ ٩]

[ب] العدد الثانى :٢١٧٨٣ :

(١) رقم الآحاد ٣ نعتبره = صفر

(٢) رقم العشرات ٨ نعتبره = صفر كذلك

(٣) ∵ رقم العشرات ٨ أى يزيد من ٥

(٤) ∴ نزيد رقم المئات بمقدار واحد ١

(٥) ∴ يصبح رقم المئات ٨

∴ تقريب العدد ٢١٧٨٣ إلى أقرب مائة ٢١٨٠٠ .

والجدول التالى يوضح ذلك :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألوف	
العدد الأصلى	٣	٨	٧	١	٢	= ٢١٧٨٣
العدد بعد التقريب	٠	٠	٨	١	٢	= ٢١٨٠٠

جدول [٨ ـ ١٠]

[٨ ـ ٥] التقريب إلى أقرب ألف :

القاعدة :

(١) يُحذف كل من أرقام الآحاد والعشرات والمئات ليصبح كل منها = صفر .

(٢) يبقى رقم الآلاف كما هو إذا كان رقم المئات أقل من ٥ .

(٣) نزيد رقم الآلاف بمقدار واحد ، إذا كان رقم المئات يزيد عن ٥ .

مثال : قرب العددين ٢١٤٥٨ ، ٢١٧٥٨ إلى أقرب ألف .

[أ] العدد الأول : ٢١٤٥٨ :

(١) رقم الآحاد ٨ نعتبره = صفر
(٢) رقم العشرات ٥ نعتبره = صفر
(٣) رقم المئات ٤ نعتبره = صفر
(٤) ∵ رقم المئات ٤ أقل من ٥
(٥) ∴ يبقى رقم الآلاف كما هو .

∴ تقريب العدد ٢١٤٣٨ إلى أقرب ألف ٢١٠٠٠ .

والجدول التالى يوضح ذلك :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألوف	
العدد الأصلى	٨	٥	٤	١	٢	= ٢١٤٥٨
العدد بعد التقريب	٠	٠	٠	١	٢	= ٢١٠٠٠

جدول [٨ ـ ١١]

[ب] العدد الثانى : ٢١٧٥٨ :

(١) رقم الآحاد ٨ نعتبره = صفر
(٢) رقم العشرات ٥ نعتبره = صفر
(٣) رقم المئات ٧ نعتبره = صفر
(٤) ∵ رقم المئات ٧ أزيد من ٥
(٥) ∴ نزيد رقم الآلاف بمقدار واحد ١ .
(٦) ∴ رقم الآلاف يصبح ٢ بدلاً من ١

∴ تقريب العدد ٢١٧٥٨ إلى أقرب ألف ≃ ٢٢٠٠٠ .

والجدول التالى يوضح ذلك :

العدد	آحاد	عشرات	مئات	ألوف	عشرات الألوف	
العدد الأصلى	٨	٥	٧	١	٢	= ٢١٧٥٨
العدد بعد التقريب	٠	٠	٠	٢	٢	= ٢٢٠٠٠

جدول [٨ ـ ١٢]

[٨ ـ ٦] التقريب إلى أقرب جزء من عشرة :

مثال : قرب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من عشرة .

الحـــل :

هذا العدد يمكن تحليله كالتالى :

٧   ٧ أجزاء من مائة ألف جزء .

، ٤   ٤ أجزاء من عشرة آلاف جزء .

، ٨   ٨ أجزاء من ألف جزء .

، ٥   ٥ أجزاء من مائة جزء .

، ٦   ٦ أجزاء من عشرة أجزاء   *

، ٩٠   ←   العدد الصحيح = ٩٠ وحدة .

والآن نجد أن (٦) هى (٦) أجزاء من عشرة أجزاء وحيث أنها أكبر من ٥ .

∴ يمكننا وضعها صفر ونزيد آحاد العدد الصحيح بمقدار واحد فيصبح ٩١ بدلاً من ٩٠ .

فى حين أن جميع الأرقام (الأجزاء) الأخرى نضعها = صفر

∴ تقريب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من عشرة يكون $\simeq$ ٩١ .

والجدول التالى يُوضح ذلك :

العدد	جزء من مائة ألف	جزء من عشرة آلاف	جزء من الألف	جزء من مائة	جزء من عشرة	آحاد العدد الصحيح	عشرات العدد الصحيح
العدد الأصلى ٩٠,٦٥٨٤٧	٧	٤	٨	٥	٦	٠	٩
العدد بعد التقريب ٩١	٠	٠	٠	٠	٠	١	٩

جدول [٨ ـ ١٣]

[٨ ـ ٧] التقريب إلى أقرب جزء من مائة :

مثال (١) : قرب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من مائة .

الحـل :

فى هذا العدد نجد أن ٨ هى ٨ أجزاء من الألف ، ٥ هى جزء من مائة ولما كانت ٨ أكبر من ٥ ∴ يمكن وضعها = صفر

ونزيد ٥ بمقدار واحد لتصبح ٦

وبذلك يكون تقريب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من مائة هو :

٩٠,٦٦٠٠٠

مثال (٢) : قرب العدد ٩٠,٦٥٣٤٧ إلى أقرب جزء من مائة .

الحـل :

فى هذا العدد نجد أن ٣ هى ٣ أجزاء من الألف ، ٥ جزء من مائة ولما كانت ٣ أصغر من ٥

∴ يمكن وضعها = صفر .

ونبقى أجزاء المئات (٥) كما هي بدون زيادة .

ويكون تقريب العدد ٩٠,٦٥٣٤٧ إلى أقرب جزء من مائة هو :

≃ ٩٠,٦٥

[٨ ـ ٨] التقريب إلى أقرب جزء من ألف :

مثال (١) : قرب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من ألف .

الحل :

في هذا العدد نجد أن ٤ هي ٤ أجزاء من عشرة آلاف جزء ، ٨ هي ٨ أجزاء من الألف .

ولما كانت ٤ أصغر من ٥ ∴ يمكن وضعها = صفر

وتبقى أجزاء الآلاف (٨) كما هي بدون زيادة .

ويكون تقريب العدد ٩٠,٦٥٨٤٧ إلى أقرب جزء من ألف هو :

≃ ٩٠,٦٥٨٠٠

مثال (٢) : قرب العدد ٩٠,٦٥٨٩٧ إلى أقرب جزء من ألف .

الحل :

في هذا العدد نجد أن ٩ هي ٩ أجزاء من عشرة آلاف جزء ، ٨ هي ٨ أجزاء من الألف .

ولما كانت ٩ أكبر من ٥ ∴ يمكن وضعها = صفر

ونزيد الرقم ٨ بمقدار واحد ١ ليصبح ٩

وبذلك يكون تقريب العدد ٩٠,٦٥٨٩٧ إلى أقرب جزء من ألف هو :

≃ ٩٠,٦٥٩٠٠

أمثلة محلولة

[١] اكتب الأعداد الصحيحة التى إذا قربنا كل منها إلى أقرب عشرة لكان الناتج ٨٧٠ .

الحـل : الأعداد هى :

٨٦٥ ، ٨٦٦ ، ٨٦٧ ، ٨٦٨ ، ٨٦٩

وكذلك ٨٧١ ، ٨٧٢ ، ٨٧٣ ، ٨٧٤

[٢] الجدول التالى يبين عدد الطلاب فى إحدى الجامعات منذ عام ١٩٨٥ ، ١٩٩٠ .

والمطلوب هو تقريب عدد الطلاب إلى أقرب عشرة وإلى أقرب مائة وإلى أقرب ألف .

الأعـوام	عـدد الطـلاب
١٩٨٥	٢٧٣١٥
١٩٨٦	٢٨٦٤٧
١٩٨٧	٢٩٤٨٣
١٩٨٨	٣٢٥٠٤
١٩٨٩	٣٤٢٩٨
١٩٩٠	٣٦٨٤٣

جدول [٨ ـ ١٤]

الحـــل :

الأعوام	عدد الطلاب الأصلى	عدد الطلاب بعد التقريب إلى أقرب عشرة	عدد الطلاب بعد التقريب إلى أقرب مائة	عدد الطلاب بعد التقريب إلى أقرب ألف
١٩٨٥	٢٧٣١٥	٢٧٣٢٠	٢٧٣٠٠	٢٧٠٠٠
١٩٨٦	٢٨٦٤٧	٢٨٦٥٠	٢٨٦٠٠	٢٩٠٠٠
١٩٨٧	٢٩٤٨٣	٢٩٤٨٠	٢٩٥٠٠	٢٩٠٠٠
١٩٨٨	٣٢٥٠٤	٣٢٥٠٠	٣٢٥٠٠	٣٣٠٠٠
١٩٨٩	٣٤٢٩٨	٣٤٣٠٠	٣٤٣٠٠	٣٤٠٠٠
١٩٩٠	٣٦٨٤٣	٣٦٨٤٠	٣٦٨٠٠	٣٧٠٠٠

جدول [٨ ـ ١٥]

تدريبات

[أ] قرب ما يأتى إلى أقرب جزء من عشرة وأقرب جزء من المائة وإلى أقرب جزء من الألف :

(١) $\frac{٥}{٧}$ (٢) ٣٠,٧٤٢ (٣) ٢٥,٨١٣ (٤) $\frac{٢}{٣}$

(٥) ١٨,٠٩٥ (٦) ١٣,٩٦٠ (٧) ٢٤٥,٧٨٦ (٨) ٩,٩٨٩

(٩) ٢٧,٠٤٩

[ب] أكمل الجدول التالى :

العدد	العدد مقرباً إلى أقرب عدد صحيح	العدد مقرباً إلى أقرب عشرة	العدد مقرباً إلى أقرب مائة	العدد مقرباً إلى أقرب ألف	العدد مقرباً إلى أقرب عشرة آلاف
٩٣٧٢٥,٩١					
٣٨٥٢٧,٢٣					
٨٧٦٣٤,٤٩					
٩٤٥٠٠,٠٩					
٦٧٠٨٠,٦١					
٣٥٤٠٧,٩٠					

جدول [٨ ـ ١٦]