الباب الأول
مقدمة في كيمياء الكم

أولاً – المقدمة :

كان الاعتقاد السائد عند بعض الفيزيائيين في القرن التاسع عشر بأن التركيب النظري للفيزياء الكلاسيكية والفيزياء الكلاسيكية هي العلم الذي نما قبل ١٩٠٠ ويتضمن ميكانيكا نيوتن الكلاسيكية ونظرية ماكسويل في الكهربائية والمغناطيسية والأشعة الكهرومغناطيسية والديناميكا الحرارية ونظرية الحركية للغازات .

ثم بعد ذلك أصبح العلم متكاملاً وبمقدوره إعطاء التفسير عن الظواهر الملحوظة ولكن في الربع الأخير من ذلك القرن ، ظهرت نتائج عملية لم تتمكن نظريات الفيزياء الكلاسيكية من تفسيرها .

وهذه النتائج العملية كانت تتعلق بظواهر ذرية وجزيئية وقد حدا هذا الأمر آنذاك الباحثين إلى صياغة نظرية جديدة بإمكانها إعطاء تفسير مقبول منسجم مع النتائج العملية . هذه النظرية تسمى بنظرية الكم **Quantum theory** .

ثانيًا – إخفاقات الفيزياء الكلاسيكية :

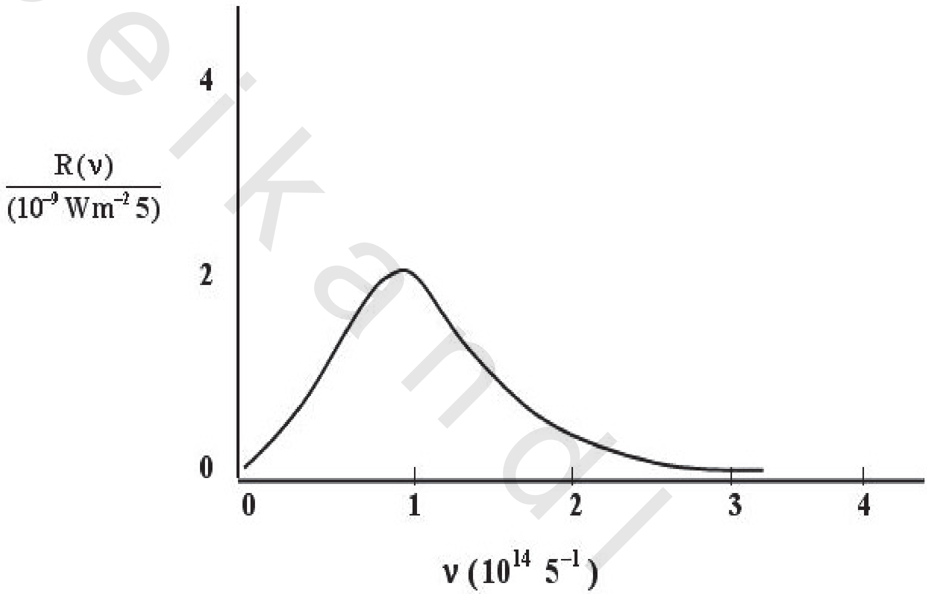
أخفقت الفيزياء الكلاسيكية في تفسير المسائل المتعلقة بالظواهر الذرية والجزيئية وهي تتضمن :

(أ) إشعاع الجسم الأسود :

إن الجسم الأسود هو الجسم أو المادة التي تمتص جميع الأشعة الكهرومغناطيسية الساقطة عليه . وأحسن نموذج تقريبي

للجسم الأسود هو مجوف كروي ذو ثقب صغير جدًا يسمح بدخول الأشعة .

إن أية أشعة تدخل هذا الثقب سيتم حجزها في داخل المجوف وبالتالي امتصاصها والشكل التالي يوضح التوزيع الطاقي في الجسم الأسود عند درجة حرارة **1500K** .



التوزيع الترددي لأشعة الجسم الأسود عند درجة حرارة 4000 k

إن المحاولات النظرية لاستنباط هذا السلوك ثانية كانت من قبل ألفين عام **1896** ورايلي عام **1900** ولم يحالفهما النجاح . حيث تمكن فين من اشتقاق معادلة ملائمة للنتائج عند الأطوال الموجية القصيرة في حين تمكن رايلي من الحصول على معادلة مناسبة عند الأطوال الموجية الكبيرة .

وإن عدم وجود علاقة رياضية تلائم جميع الأطوال دفعت ماكس بلانك وذلك عام **1900** إلى اقتراح فرضية جديدة مفادها أن ذرات أو جزيئات الجسم الأسود يمكنها بعث أو امتصاص طاقة كهرومغناطيسية ذات تردد **ν** بمقادير معينة أو كميات والمقدار هنا هو **hν** سمي بثابت بلانك فقط .

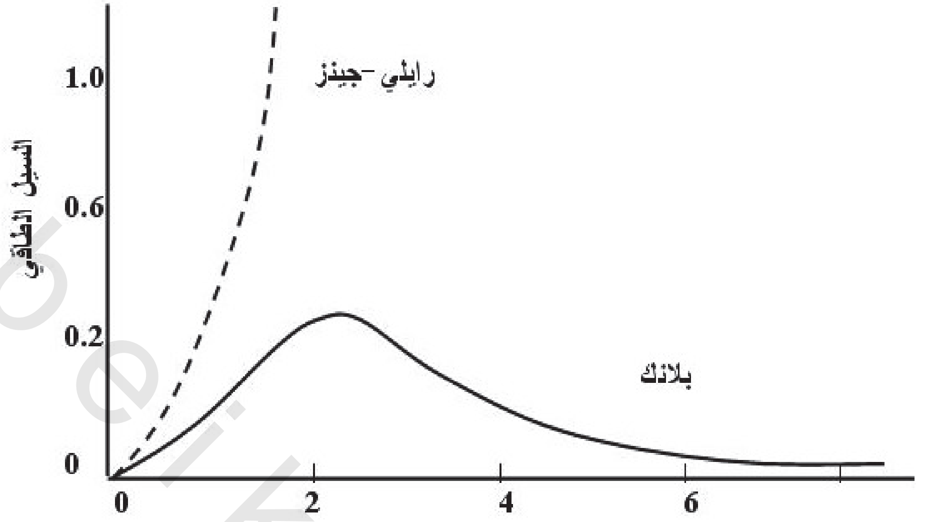
في حين وفقًا للفيزياء الكلاسيكية يفقد أو يكتسب النظام أية مقدار من الطاقة دون تحديد .

وإذا رمزنا **ΔE** لتغير الطاقي في ذرة الجسم الأسود نتيجة لانبعاث أشعة كهرومغناطيسية ذات التردد **ν** عندئذ يكون **ΔE = hν** وتسمى **ΔE** أيضًا بطاقة الكم **energy of quantum** أما ثابت بلانك **h** فيساوي $6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$. وباستخدام هذه الفرضية- أي فرضية بلانك- استطاع وضع تعبير رياضي للتوزيع الطاقي في الجسم الأسود .

$$R(\nu) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2}\left(e^{h\nu/kT} - 1\right)^{-1} \qquad \ldots (1)$$

حيث **R (ν)** هي دالة تمثل التوزيع الترددي لأشعة الجسم الأسود المنبعثة أما **k** فهو ثابت بولتزمان و **c** هي سرعة الضوء .

هذه العلاقة تسمى بقانون بلانك وهي تعطي نتيجة منسجمة بصورة جيدة مع التوزيع الطيفي الملحوظ لأشعة الجسم الأسود . والشكل التالي يبين ملاءمة محاولة بلانك النظرية مع النتيجة العملية المبينة في الشكل السابق بعكس محاولة رايلي .



قوانين الأشعة لجسم أسود عند درجة حرارة 4000 k

(ب) التأثير الكهروضوئي :

إن أول شخص أدرك قيمة فكرة بلانك هو ألبرت أينشتاين الذي استخدم مفهوم التكمم الطاقي **energy of quantization** للأشعة الكهرومغناطيسية لتفسير النتائج العملية في ظاهرة التأثير الكهروضوئي .

والتأثير الكهروضوئي يحدث عند تسلط أشعة كهرومغناطيسية -أي ضوء- على سطح معدن مؤدية إلى انبعاث إلكترونات من المعدن فالإلكترونات تمتص طاقة من الضوء وبذلك تكتسب طاقة كافية لمغادرة المعدن .

وقد بينت نتائج لينارد **Lenard** العملية بأن :

أولاً- الإلكترونات تنبعث فقط عندما يكون تردد الضوء الساقط يتجاوز حدًا أدني من التردد v_o بتردد العتبة **Threshold frequency**

وإن قيمة v_o تختلف من معدن لآخر وهي تقع ضمن المنطقة فـوق البنفسجية لمعظم المعادن.

ثانيًا – زيادة شدة الضوء الساقط سيزيد من عدد الإلكترونات المنبعثة ولكنها لا تؤثر في الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة .

ثالثًا – زيادة تردد الضوء الساقط سيزيد الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة، كما أن ملاحظات لينارد على التأثير الكهروضوئي لا يمكن فهمها باستخدام الصورة الكلاسيكية للضوء التي تعتبره على أساس أنه موجة **wave** .

ووجد أن الطاقة في موجة تتناسب مع شدتها **intensity** ولا تعتمد على ترددها وبذا نتوقع ازدياد الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة كلما زادت شدة الضوء ولا تعتمد على تردد الضوء .

وإضافة إلى ذلك فالصورة الموجية للضوء تتوقع حدوث التأثير الكهروضوئي عند أي تردد بشرط أن يكون الضوء الساقط بدرجة كافية من الشدة وقد اقترح أينشتاين إلى جانب كون الضوء يمتلك خواصا موجية فإنه أيضًا يمكن أن يؤخذ على أساس أنه متكون من كيانات جسيمية أي كمات **quanta** .

وكل كم من الضوء له طاقة **hv** ، هذه الكيانات تدعى فوتونات **photons** ، وإن الطاقة في الضوء هي مجموع طاقات الفوتونات المنفردة وبذا فهي مكماة **quantized** .

ويحدث التأثير الكهروضوئي عندما يرتطم فوتون لاكترون في المعدن . هذا الفوتون سيختفي وإن طاقته **hv** ستنتقل إلى الإلكترون . بحيث

إن جزءا من هذه الطاقة تمتصها الإلكترونات لاستخدامها في التخلص من القوى التي تربطه بالمعدن .

والطاقة الإضافية المتبقية تظهر بشكل طاقة حركية يحملها الإلكترون المنبعث . وحسب قانون حفظ الطاقة عندئذ نكتب :

$$h\nu = \phi + \frac{1}{2} mv^2 \qquad \dots (2)$$

حيث **Ø** هي دالة الشغل **work function** وهي أقل طاقة يحتاجها الإلكترون للتخلص من المعدن أما $\frac{1}{2} mv^2$ فهي الطاقة الحركية للإلكترون الطليق . وإذا كانت $h\nu < Ø$ أي أن الفوتون له طاقة غير كافية في السماح للإلكترون في مغادرة المعدن ومن ثم لا يحدث التأثير الكهروضوئي .

إن أقل تردد ν_o الذي تحدث عنده هذه الظاهرة يعطى بالعلاقة $Ø = h\nu_o$ وإن قيمة **Ø** تختلف من معدن لآخر وتكون أقلها بالنسبة للمعادن القلوية .

(ج) الخطوط الطيفية للذرات :

عندما نضع غاز الهيدروجين في أنبوبة تحت ضغط مخلخل وتخضعه لتفريغ عالي الفولتية فسوف ينبعث ضوء وعند مروره خلال منشور فسوف يتجزأ إلى سلسلة من الخطوط الطيفية كل منها مرتبط بطول موجي أو تردد مختلف .

ولم تتمكن النظرية الكلاسيكية من إعطاء قيم مضبوطة لترددات الخطوط الطيفية أو حتى قيم قريبة منها .

وخلال الفترة من **1885** إلى **1910** توصل بالمر **Balmer** وريد بيرج **Rydberg** وآخرون إلى إيجاد علاقة تجريبية تعطي الترددات المضبوطة لخطوط طيف الهيدروجين .

$$\frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2}\right) \qquad \dots (3)$$

حيث إن : $n_b = 1,2,3 \dots\dots n_a = 2,3,4 \dots\dots n_a > n_b$

وإن **R** هو ثابت ريدبيرج ويساوي $109.677\ cm^{-1}$.

ولم يوجد تفسير لهذه العلاقة التجريبية إلى أن جاء بوهر عام **1913** وبين أن انبعاث ترددات معينة من الضوء من ذرات الهيدروجين يشير إلى أن ذرة الهيدروجين موجودة فقط في حالات طاقية معينة . وبذا فقد افترض بوهر الفروض التالية :

١- إن طاقة الهيدروجين توجد بشكل كمات ، أي أن الذرة تتخذ طاقات منفصلة معينة فقط E_1 , E_2 , E_3 , ... وقد سمى بوهر هذه الحالات المسموحة ذات الطاقة الثابتة بالحالات المستقرة **stationary states** للذرة (ولا يقصد بهذا التعبير على أن الإلكترون يكون عند سكون في الحالة المستقرة) .

٢- لا تنبعث من الذرة في حالتها المستقرة أشعة كهرومغناطيسية .

٣- إذا حدث انتقال إلكترون من حالة مستقرة E_a إلى أخرى أقل طاقيًا E_b فإن تردد الضوء المنبعث **ν** يعطى حسب قانون حفظ الطاقة :

$$E_a - E_b = h\nu \qquad \dots (4)$$

وبصورة مشابهة يحدث انتقال إلكترون من حالة طاقية واطئة إلى أخرى أعلى طاقيًا وذلك بامتصاص ضوء تردده معطى بالمعادلة **(5 – 4)**

والآن عند ربط معادلتي **(3)** و **(4)** نحصل على :

$$E_a + E_b = Rhc\left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2}\right) \qquad \dots (5)$$

وهذه المعادلة تشير بقوة إلى أن طاقات الحالات المستقرة لذرة الهيدروجين التي تعطي بـ :

$$E = - Rhc / n^2 \qquad (n = 1,2,3, \ldots\ldots\ldots) \qquad \ldots (6)$$

٤- يتحرك الإلكترون في ذرة الهيدروجين في مدار دائري حول ويخضع لقوانين الميكانيك الكلاسيكي وإن طاقة الإلكترون تساوي حاصل جمع طاقته الحركية وطاقة جهد التجاذب الكهروستاتيكي بين إلكترون – نواة.

ووفقًا للميكانيك الكلاسيكي تعتمد الطاقة على نصف قطر المدار ، وطالما أن الطاقة هي مكممة (أي موجودة بشكل مضاعفات لـ كم ثابت) لذا يوجد فقط مدارات معينة مسموحة وقد استخدم بوهر فرضية أخرى لاختيار المدارات المسموحة .

٥- إن المدارات المسموحة هي تلك التي يكون لها عزم الإلكترون الزاوي **mvr** مساويًا لـ $n\hbar$ (حيث إن $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ وإن **m** .**v** هما كتلة وسرعة الإلكترون . أما **r** فهو نصف قطر المدار وإن $n = 1,2,3, \ldots$) .

ومع هذه الفرضيات تمكن بوهر من اشتقاق التعبير التالي لمستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين :

$$E = -\frac{2\pi^2 me^4}{n^2 h^2} \qquad \ldots (7)$$

حيث **e** شحنة البروتون . وعند مقارنة معادلتي (6) و (7) ينتج لنا :

$$R = -\frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c} \qquad \ldots (8)$$

وعند التعويض عن قيم **c , h , e , m** فإننا سنحصل على قيمة ثابت ويدبيرج **R** منسجمة مع قيمته التجريبية (العملية) وهو دليل على أن بوهر قد أعطى مستويات طاقته مضبوطة لذرة الهيدروجين .

ثالثًا – فرضية دي بروجلي – De – Broglie hypothesis :

جرت محـــاولات لتطبيـــق نظريـــة بـــوهر علـــى ذرات تحتـــوي على أكثر من إلكترون واحد وكانـــت جميـــع المحـــاولات غيـــر ناجحـــة، وبدا الشعور بأن هناك خطأ جوهريًـــا فـــي نظريـــة بـــوهر والحقيقـــة بـــدأ التصور عند البعض بـــأن نجـــاح نظريـــة بـــوهر مـــع ذرة الهيـــدروجين كان محض مصادفة .

وقد كانت نقطة البداية باتجـــاه إيجـــاد الحلـــول لهـــذه الـــصعوبات وإعطاء صورة صحيحة عن سلوك الإلكترون في الذرات والجزيئات . ثـــم جـــاءت مـــن قبـــل الفيزيـــائي الفرنـــسي دي بروجلـــي فـــي عـــام **1923** وتبعه هايزنبرج وشرودنجر في عام **1926** .

حيث إن حقيقة كون الذرات أو الجزيئات المـــسخنة تبعـــث أشـــعة بترددات معينة فقط تبين أن طاقات الذرات والجزيئات هي مكممة ، وإن قيم طاقية معينة ستكون مسموحة .

إن التكمم الطاقي غير موجود في الميكانيكا الكلاسيكية وإن الجـــسم يمكنه أن يأخذ أي مقدار من الطاقة وإن دخول فكرة التكمم الطاقي في نظرية بوهر جاءت بالتأكيد اعتباطيًا ولم يعط بوهر أي سبب عن وجـــود مـــدارات وطاقات معينة فقط .

كما أن التكمم **Quantization** يحدث أيضًا في الحركـــة الموجيـــة **wave motiom** فمثلاً في حالة سلك مربوط بثبـــات مـــن نهايتـــه يمتلـــك هذا السلك نسقًا مكمي **quantized modes** من التذبـــذب كمـــا هـــو مبـــين في الشكل التالي :

نسق تذبذب سلك مربوط النهايتين

وكما هو الحال مع الضوء حيث تظهر سلوك موجي وجسيمي فقد اقترح دي بروجلي بأن المادة **matter** تمتلك أيضًا طبيعة مزدوجة فالإلكترون إضافة إلى ما يملكه من سلوك جسيمي فإنه أيضًا يظهر سلوكًا موجيًا . وهذا السلوك الموجي للإلكترون يعكس نفسه في المستويات الطاقية المكممة للإلكترونات في الذرات أو الجزيئات .

وفي حالة الفوتون : فإن طاقته **E** تساوي **hν** ووفقًا لنظرية أينشتاين النسبية فإن طاقة الفوتون تساوي $\mathbf{mc^2}$. حيث **c** سرعة الضوء و **m** هي الكتلة النسبية للفوتون .

ويمتلك الفوتون كتلة سكون مساوية للصفر ولكن الفوتونات تتحرك دائمًا بسرعة **c** في الفراغ ولن تكون في سكون . وبذا فعند سرعة **c** يمتلك الفوتون كتلة **m** غير صفرية . وعند مساواة التعبيرين أعلاه نحصل على :

$$\mathbf{H\nu = mc^2} \qquad \dots (9)$$

وبما أن $\nu = \frac{c}{\lambda}$ حيث λ هو الطول الموجي للضوء ، عندئذ تصبح معادلة (9) بالشكل التالي :

$$\frac{hc}{\lambda} = mc^2$$

أو :

$$\lambda = \frac{h}{mc} \quad (\text{للفوتون}) \qquad \dots (10)$$

وبصورة مشابهة اقترح دي بروجلي أن جسيما ماديا كتلته **m** وسرعته **v** سيمتلك طولا موجيا λ معطى بالعلاقة التالية :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \qquad \dots (11)$$

(حيث **p** هو ضغط الجسيم ، $p = mv$) .

ويكون طول موجي دي بروجلي لإلكترون يتحرك بسرعة 1.0×10^{8} cm / s هو :

$$\lambda = \frac{6.6 \times 10^{-27}\ \text{erg.s}}{(9.1 \times 10^{-28}\ \text{g})(1.0 \times 10^{8}\ \text{cm/s})} = 7 \times 10^{-8}\ \text{cm} = 7\text{A}^{\text{O}}$$

وإن هذا الطول الموجي هو في حدود الأبعاد الجزيئية وهو الأمر الذي يعطي التأثيرات الموجية أهمية في الحركات الإلكترونية في الذرات والجزيئات .

ولكن في حالة جسيم مرئي **macroscopic particle** ذي كتلة **1.0 g** وسرعة 1.0cm s^{-1} نرى بعد استخدام معادلة **(11)** أن الطول الموجي الناتج يساوي 7×10^{-27} وهو صغير جدًا وهذا يشير إلى أن تأثيرات الكم تكون غير ملحوظة بالنسبة لحركة الأجسام الكبيرة .

وقد لاقت فرضية دي بروجلي تأكيدات عملية من قبل دافيسن **Davison** وجيرمر **Germer** اللذين لاحظا ظاهرة الحيود عند مرور الإلكترونات خلال صفيحة رقيقة معدنية .

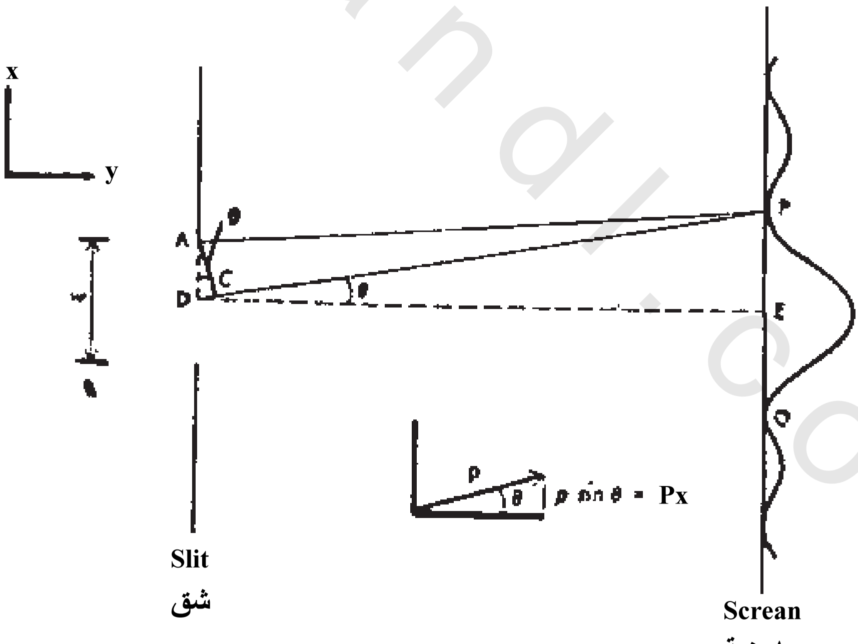
ظاهرة الحيود تؤكد السلوك الموجي للجسيم (الإلكترون) . وهكذا فعند ظروف عملية معينة يسلك الإلكترون سلوكًا شبيهًا بجسيم وعند ظروف عملية أخرى يسلك سلوكًا شبيهًا بموجة .

وعلى أية حالة فالإلكترون هو ليس جسيمًا ولا هو موجة . إنه بعض الشيء الذي لا يمكن وصفه بدلالة هيئة أو نموذج يمكن رؤيتها .

رابعًا – مبدأ اللادقة – The Uncertainty Principle :

إن الطبيعة المزدوجة أي الجسيمية والموجية للمـــادة والأشـــعة قـــد سلطت تحديدات معينة على المعلومات الممكن الحصول عليها عـــن النظـــام المجهري أو غير المرئي أي المايكروسكوبي **microscopic system** .

ولنأخذ جسميًا مايكروسكوبيا كالإلكترون مثلا يتحـــرك بالاتجـــاه **Y** ولنفترض أن قياسنا سيكون على المحور **x** للجسيم الذي سنجعله يمر خـــلال شق **Slit** ضيق ذي عرض **w** وبعد ذلـــك ندعـــه يـــسقط علـــى عارضـــة فلوروسينية كما هو مبين في الشكل التالي :



الحيـــود عنـــد الشـــق

وقبل البدء بالقياس أي قبل وصول الجسيم للشق يمتلك الجسيم سرعة v_x تساوي صفرًا . وبالتالي يكون ضغطه P_x مساويًا لصفر حيث $P_x = mv_x$ في الاتجاه . وبما أن الجسيم المايكروسكوبي له خواص شبيهة بالموجية لــذا نتوقع حيوده **Diffraction** عند الشق .

والمنحنى في الشكل السابق يوضح شدة الموجــة عنــد عــدة نقــاط على العارضة حيــث تظهــر فيــه نهايــات عظمــى **maxima** وأخــرى دنيا **minima** وهي ناشئة من تداخلات بناءة وتداخلات هدامة بين الموجات القادمة من عدة أجزاء في الشق . والتداخل ينتج من تراكب موجتين مستقلتين خلال نفس المنطقة من الفراغ .

فإذا كانت الموجات متوافقة الطور **in phase** أي حدوث الــذروات **crests** سوية فنتوقع حدوث تــداخل بنــاء وظهــور موجــة قويــة ولكــن عندما تكون الموجــات متفاوتــة الطــور **out of phase** (ذروات موجــة تتطابق مع بطون **troughs** الموجة الثانية) فــسيحدث تــداخل هــدام وإن شدة الموجة تتلاشي .

ووجد أن النهايات العظمى الأولى (**Q , P**) التي تظهر في منحنــى الشكل السابق تقع عند مناطق على العارضة حيث الموجــات الناشــئة مــن طرفي الشق تنتقل بنصف طول موجي أكثر أو أقل من الموجات الناشئة من مركز الشق .

وبذلك فإن هذه الموجات الناشئة من طرف الشق ســتكون بالــضبط غير متوافقة الطور وستلغي بعضها البعض ولنركز الآن على النهاية الــدنيا عند **p** في الشكل السابق ونكتب شرط الحيود لها كالآتي :

$$\overline{DP} - \overline{AP} = \frac{1}{2}\lambda = \overline{CD}$$

حيث C قد وضعت بحيث يكون $\overline{AP} = \overline{CD}$.

وبما أن المسافة بين الشق والعارضة هي أكبر بكثير من عرض الشق لذا فإن الزاوية APC تكون قريبة من صفر وإن كلا من الزاويتين PAC , ACP ستكون قريبة من 90^o وبالتالي فإن الزاوية ACD ستكون 90^o .

ونجد أن كلا من الزاويتين PDE , DAC تساوي 90^o مطروحًا منها زاوية ADC أي أن هاتين الزاويتين متساويتان لكل منهما بـ θ . أما sin θ فتساوي :

$$\sin\theta = \frac{\overline{DC}}{\overline{AD}} = \frac{\frac{1}{2}\lambda}{\frac{1}{2}w} = \frac{\lambda}{w} \qquad \dots (12)$$

حيث إن الزاوية θ التي عندها يحدث حيود النهاية الدنيا الأولى تعطي بـ $\sin\theta\ \frac{\lambda}{w}$ والآن نرجع إلى الجسيم المايكروسكوبي المار خلال الشق .

ونجد أن الحيود عند الشق يتسبب في تغيير اتجاه حركة الجسيم ، فالجسم الذي يحيد بزاوية θ ويسقط على العارضة عند P أو Q ستكون مركبة x الضغطة (P_x) مساوية P sin θ عند الشق (انظر الشكل السابق) .

أما P فهي ضغط الجسيم ويرجى تمييزها عن الرمز P نقطة النهاية الدنيا في المنحنى، ويتضح من منحنى هذا الشكل أيضًا بأن الحيود الأكثر احتمالاً للجسيم هو عند زاوية تقع بين θ + , θ – .

ولقد ذكرنا في البداية أن مركبة الضغط $P_{x=}$ قبل الحيود أي قبل دخولها الشق تساوي صفرًا . ولكن بعد الحيود لا نمتلك علمًا مؤكدًا حول قيمتها . وإن اللادقة في P_x عند الشق نرمز فيها ΔP_x تساوي :

$$\Delta P_x = P \sin\theta - (- P \sin\theta) = 2P \sin\theta \qquad \text{معادلة} \qquad \ldots (13)$$

وعند التعويض عن $\sin \theta$ من معادلة **(12)** في معادلة **(13)** نحصل على :

$$\Delta P_x = 2P\lambda / w \qquad \ldots (14)$$

وباستخدام علاقة دي بروجلي **(11)** يمكننا كتابة معادلة **(14)** بالصيغة التالية :

$$\Delta P_X \frac{2h}{w} \qquad \ldots (15)$$

أما بالنسبة لحدية معلوماتنا أو اللادقة في موقع الجسيم على المحور x ونرمز بـ Δx فتعطى بواسطة عرض الشق w أي أن :

$$\Delta x = w \qquad \ldots (16)$$

وعندئذ نحصل على :

$$\Delta P_X \, \Delta_X = \frac{2h}{w} \, . \, w = 2h \qquad \ldots (17)$$

أي أن حاصل ضرب اللادقة لموقع وعزم الجسيم هو كمية محددة .

بالرغم من أننا قمنا بتحليل تجربة واحدة . إلا أنه لوحظ أن تحليل تجارب عديدة أخرى تؤدي إلى نفس النتيجة وهي أن حاصل ضرب اللادقة في P_x , x لجسيم هو مقارب لمقدار ثابت بلانك أو أكبر منه ، أي أن :

$$\Delta P_x \, \Delta x \;\geq\; h \qquad \ldots (18)$$

وهذا هو مبدأ اللادقة الذي اكتشفه هايزنبرج عام **1927** .

ويلاحظ أن الحجم الصغير لثابت بلانك يجعل استخدام مبدأ اللادقـــة للأجسام كبيرة مرئية **macroscopic particles** لا معنى له .

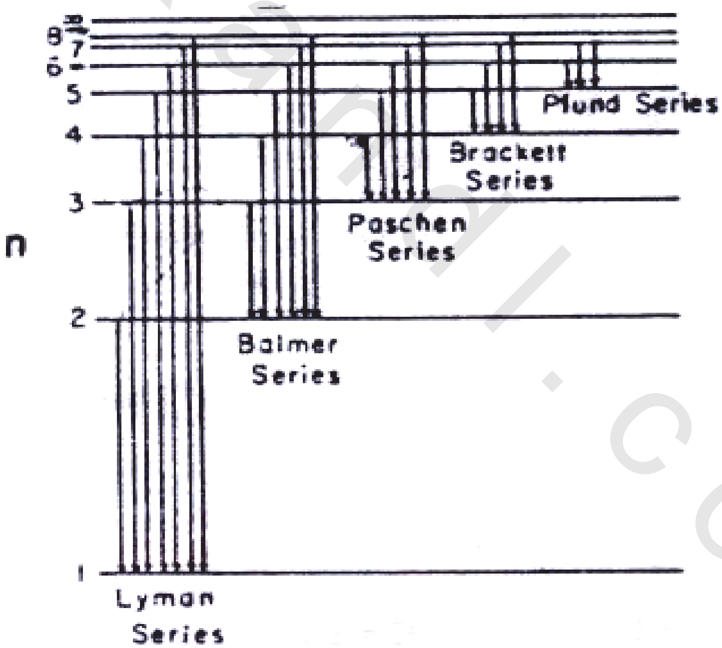
خامســا – أمثلــة محلولــة :

مثــال (١) :

عين التردد **ν** والطول الموجي **λ** والعدد الموجــه $\bar{\nu}$ لعــدد مــن الانتقالات الممكنة بين المستويات الطاقية في ذرة الهيدروجين .

الحـــل :

إن المستويات الطاقيـــة الملحوظـــة لـــذرة الهيـــدروجين قـــد دونـــت فـــي الشكل التالي :



وإن سلاسل الخطوط الطيفية الناتجة قد سميت بأسماء مكتشفيها .

أما الانتقالات الممكنة لمجموعة من سلاسل الخطوط الطيفيـــة لـــذرة الهيدروجين فندونها في الجدول أدناه :

المجموعات	k	n	Spectral region
ليمان (Lyman)	1	2, 3, 4, …	Ultraviolet فوق البنفسجية
بالمر (Balmer)	2	3, 4, 5, …	Visible المرئية
باشن (Paschen)	3	4, 5, 6, …	Infrared تحت الحمراء
براكيت (Brackett)	4	5, 6, 7, …	Infrared تحت الحمراء

والآن نستخدم معادلة (3) :

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2}\right)$$

ولو أخذنا سلسلة بالمر حيث $n_a = 1$ ونختار قيمتين من n_b هما ∞ , 2 فإننا سنحصل لــ $b_b = 2 , n_a$ النتائج التالية :

$$\frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^5\ cm^{-1}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\lambda = 1.22 \times 10^{-5}\ cm = 1.22 \times 10^{-7}\ m$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{2.998 \times 10^8\ ms^{-1}}{1.22 \times 10^{-7}} = 2.46 \times 10^{15}\ s^{-1}$$

$$\overline{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1.22 \times 10^{-5}\ cm} = 8.23 \times 10^4\ cm^{-1}$$

ونحصل لــ $n_b = \infty , n_a$ ما يلي :

$$\overline{\nu} = \frac{1}{\lambda} = 1.097 \times 10^5\ cm^{-1}\left(\frac{1}{1^2} - 0\right) = 1.097 \times 10^5\ cm^{-1}$$

$$\lambda = \frac{1}{1.097 \times 10^5\ cm^{-1}} = 9.12 \times 10^{-6}\ cm$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = 3.29 \times 10^{16}\ s^{-1}$$

وبالنسبة لسلسلة بالمر حيث n_a ونختار $n_b = 3 , \infty$.

$$\bar{\nu} = (1.097 \times 10^5\ cm^{-1})\left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right]$$

$$= 1.52 \times 10^4\ cm^{-1} = 1.52 \times 10^6\ m$$

$$\lambda = 6.56 \times 10^{-7}\ m$$

$$\nu = 4.57 \times 10^{14}\ s^{-1}$$

ولــ $n_a = 2$, $n_b = \infty$ يكون :

$$\bar{\nu} = (1.097 \times 10^5\ cm^{-1})\left[\frac{1}{2^2} - 0\right] = 2.74 \times 10^4\ cm^{-1}$$

$$\lambda = 3.65 \times 10^{-7}\ m$$

$$\nu = 8.22 \times 10^{14}\ s^{-1}$$

وهكـــــذا ....

مثـــال (٢) :

ما هو الطول الموجي المرتبط بـــــإلكترون معجــل خـــلال جهــد مقداره **400V** علمًا بأن كتلة الإلكترون m_a هي 9.1×10^{-31} **kg** ؟

الحـــــل :

إن الإلكتـــرون المعجـــل لــــــ **400 V** يمتلـــك طاقـــة حركيـــة E_{kin} مقـــدارها **400 eV** (حيـــث **eV** هـــي إلكتـــرون فولـــت وإن $1\ eV = 1.602 \times 10^{-19}\ J$) إذن :

$$E_{kin} = 400\,eV = 6.41 \times 10^{-17}\ J = \frac{1}{2}\ m_e\ v^2$$

ومنها نحصل على السرعة **v** $\qquad v = 1.2 \times 10^7\ ms^{-1}$

والآن نستخدم علاقة دي بروجلي (11) كالتالي :

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{(6.626 \times 10^{-3}\ J\,s)}{(9.1 \times 10^{-31}\ kg)(1.2 \times 10^{7}\ ms^{-1})}$$

$$= 6.1 \times 10^{-11}\ m$$

ملاحظة : $J = kg\ m^2\ s^{-2}$

مثـــال (٣) :

فيما يلي النتائج التي حصل عليها ميليكان عند دراسته ظاهرة التأثير الكهروضوئي :

التردد $\nu\ (s^{-1}) \times 10^{-14}$	الطاقة الحركية للإلكترون $(J) \times 10^{19}$
9.58	**3.41**
8.21	**2.56**
7.40	**1.95**
6.91	**1.64**
5.49	**0.74**

ما هو مقدار طاقة العتبة ثم احسب قيمة ثابت بلانك ؟

الحـــــل :

نكتب هنا معادلة (2) .

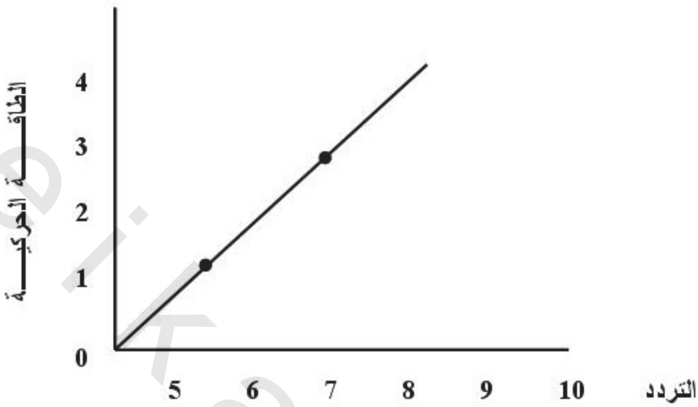
$$h\nu = \o + \frac{1}{2} mv^2$$

أو بالشكل التالي :

$$h\nu = h\nu_0 + E_{kin}$$

(حيث E_{kin} هي الطاقة الحركية وإن $\o = h\nu_o$) وعند رسم بيـــاني بين E_{kin} مقابل ν فإننا سنحصل على الشكل التالي :

وإن نقطة تقاطع امتداد الخط المستقيم الناتج لمحور التردد يعطي ν_o تردد العتبة أما ميل الخط المستقيم فيعطي ثابت بلانك **h** . ومن الشكل التالي تظهر قيمة $\nu_o = 4.35 \times 10^{15}\ s^{-1}$



أما الميل فهو :

$$\text{الميل} = h = \frac{(2.56\ 0\ 0.75) \times 10^{-19}\ J}{(8.21 - 5.49) \times 10^{14}\ s^{-1}} = 6.65 \times 10^{-34}\ J\,s$$

أما طاقة العتبة فتساوي $h\nu_o$.

مثـــــال (٤) :

إذا كان موقع دقيقة من الغبار كتلتها **1 µg** معلومًا ضمن 10^{-3} **mm** وإلكترون محدد لمنطقة بحجم الذرة (1×10^{-10} **m**) قارن بين نتيجتي تطبيق مبدأ اللادقة لهايزنبرج على هاتين الجسيمين :

الحـــــل :

نكتب مبدأ اللادقة لهايزنبرج **(18)** .

$\Delta x \Delta P_x \geq$

وبالنسبة لدقيقة الغبار تكون اللادقة في P_x كالآتي :

$$\Delta P_x \approx \frac{h}{\Delta x} = \frac{6.625 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}}{10^{-6}\ \mathrm{m}} = 6.625 \times 10^{-28}\ \mathrm{kgms^{-1}}$$

وهذه تعود إلى اللادقة في السرعة (نرمز لها Δv_x) تساوي :

$$\Delta v_x \approx \frac{6.625 \times 10^{-28}\ \mathrm{kg\,m\,s^{-1}}}{1 \times 10^{-8}\ \mathrm{kg}} = 6.625 \times 10^{-20}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

وهي على العموم صغيرة جدًا وغير ممكنة القياس بواسطة أجهـزة المختبر ، أما بالنسبة للإلكترون فتكتب اللادقة في P_x له كالآتي :

$$\Delta P_x \approx \frac{6.625 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}}{1 \times 10^{10}\ \mathrm{m}} = 6.625 \times 10^{-24}\ \mathrm{kg\,ms^{-1}}$$

وبما أن كتلة الإلكترون تساوي 0.9×10^{-30} kg لذا فإن اللادقة فـي سرعته تعطى كالآتي :

$$\Delta v_x \approx \frac{6.625 \times 10^{-24}\ \mathrm{kg\,m\,s^{-1}}}{0.9 \times 10^{-30}\ \mathrm{kg}} = 7.36 \times 10^{6}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

وهي عالية جدًا بالمقارنة مع تلك العائدة لدقيقة الغبار .