مقدمة

التفاضل هو أحد فروع علم الرياضيات وهو يعنى بمقدار تناسب التغير عند نقطة معينة في علاقة ما ، ورياضياً مفاضلة الدالة(أو التابع) عند نقطة معينة هو مقياس لمقدار تغير متغيير بالنسبة لمتغير آخر. يعتمد التفاضل على إيجاد معادلة لإيجاد الميل عند نقطة معينة عن طريق تقليل الفرق بين التغير في قيم x إلى 0 تقريبا وهذا هو الاشتقاق.ومن هنا نستنتج أن الاشتقاق هو ميل مماس نقطة معينة في المنحنى، ونستنتج أيضا أن المماس ليس مارا بنقطة واحدة، وإنما بنقطتين يكون البعد بينهما لمحور x قريب جدا من 0 أي أنه يؤول إلى الصفر. نقوم بالاشتقاق معتمدين على حساب النهايات وفرض متغيرات مختلفة، الاشتقاق الضمني هذا الاشتقاق يعمد إلى إيجاد ميول المماسات في الاقترانات التي ليست اقترانات، حيث يعجز الاشتقاق العادي عنها.إن المبدأ الاساسي لحساب التفاضل و كذلك لحساب التكامل المحدد يعتمد اعتمادا كبيرا على فكره النهايات و لقد ابتدع كل من إسحاق نيوتن و جوتفريد ليبنتز العلاقه بين التفاضل و التكامل و من ثم يرجع الاساس لهما في اكتشاف علم التفاضل و التكامل و من ثم فاليهما يرجع الاساس في اكتشاف علم التفاضل و التكامل و تجدر الاشاره إلى ان جهودهما كانتا منفصلتان كل عن الاخر لذلك فقد ساهم كل منهما مساهمه كبيره في اكتشاف و تطور هذا العلم.

obeikandi.com

نبذة تاريخية

حساب التفاضل والتكامل من الرياضة العالية في العصر الحديث، وأشهر أنواع الطرق التقدمية في الرياضة العالية، وهي طريقة تستخدم مجموعة من الرموز الخاصة بها لحل المسائل المختلفة. وحساب التفاضل والتكامل يمدنا بالوسائل لحساب معدل تغير دالة بالنسبة إلى تغيرها المطلق. ويمكن الوصول إلى ذلك إذا عرفنا الزيادة في المتغير المطلق وما يقابلها من زيادة في قيمة الدالة. وكلما اعتبرنا الزيادة في التغير المطلق قريبة من الصفر، فإن النسبة بين الدالة وزيادة المتغير المطلق تقترب من قيمة معينة تسمى مشتق الدالة. وهذه القيمة هي معدل تغير الدالة إلى تغيرها المطلق .

وبطريقة حساب التفاضل والتكامل هذه أمكن الحصول على قوانين رياضية لمشتقات مختلف الدوال الشائعة. ومشتقات الدوال الناتجة يمكن استعمالها لمعرفة المماسات والنهايات الكبرى من خواص الدالة المذكورة .وحساب التكامل طريقته عكس طريقة حساب التفاضل، ففي التكامل نبدأ بمشتقة الدالة ونحاول الوصول منها إلى الدالة نفسها، ويعتبر حساب التكامل ذا فائدة كبيرة في حساب مساحات الأشكال غير المنتظمة، والأحجام وغيرها .

وقد جاء في كتاب "تاريخ الرياضيات "للعالم سميث هذا النص: يتعسر أن نحدد بتأكيد إلى من يرجع الفضل في العصور الحديثة في عمل أول

opelkandil.com

شيء جدير بالاعتبار في حساب التفاضل والتكامل ولكن في استطاعتنا أن نقول إن العالم "ستيفن" يستحق أن يحل محلا هاما من الاعتبار، وخاصة في تناوله موضوع إيجاد مركز الثقل لأشكال هندسية مختلفة. وقد وجد علماء آخرون في القرون المتوسطة حلول مسائل في إيجاد المساحات والحجوم بطرق يتبين منها تأثير نظرية إفناء الفرق اليونانية على يد هؤلاء العلماء. وهذه الطريقة تنم نوعا ما عن طريقة لتفاضل والتكامل .ومن هؤلاء العلماء يجدر بنا أن نذكر ثابت بن قرة الذي أوجد حجم الجسم المتولد من دوران القطع المكافئ حول محوره". وتقول هذه النظرية إنه إذا ضوعف عدد أضلاع المضلع المنتظم، المرسوم بين محيطين أو مساحتين، إلى ما لا نهاية، صغُر الفرق تدريجيا بين الأضلاع كلما اقترب من المركز، واقترب من الصفر حتى يفنى .

وقد كان العالم الرياضي العربي ثابت بن قرة الذي عاش في القرن الثالث الهجري / التاسع الميلادي، من الذين مهدوا لإيجاد علم التفاضل والتكامل وهو علم يجمع بين الحساب والجبر والهندسة. وكان ذلك حين أوجد "حجم الجسم المتولد من دوران القطع المكافئ حول محوره"، وحين حل معادلة من معادلات الدرجة الثالثة بطريقة هندسية وذلك في كتابه : **مدخل إلى كتاب إقليدس** وفية اوجد حلول لمعادلة القطع المكافئ والقطع الناقص. وهذه الحالة الخاصة لتلك المعادلة اهتم بها كل من العالمين : ابن الهيثم ، و عمر الخيام عناية خاصة. ولولا نتاج هذا العلم

والتسهيلات التي أوجدها في حلول كثيرة من المسائل العويصة والملتوية، لما كان بالإمكان الاستفادة من بعض القوانين الطبيعية، واستغلالها لخير الإنسانية .

ومن الذين مهدوا لحساب التفاضل والتكامل من بعد ثابت بن قرة العالم الرياضي البوزجاني ، والعالم الرياضي بهاء الدين العاملي

ومن بعد العلماء العرب الذين مهدوا لحساب التفاضل والتكامل يأتي العالم الغربي إسحق نيوتن الذي بلغ بهذا العلم ذروته وكماله في القرن الحادي عشر الهجري / السابع عشر الميلادي، حين قدم عديدا من الدالات على مسلسلات لا نهائية في قدرات (س) . ومن ثم توصل نيوتن إلى متسلسلة الجيب (س) ومتسلسلة مماثلة لجيب التمام (س) وظا (س).

ومع اختراع حساب التفاضل والتكامل الذي مهد له العلماء العرب، أعيد النظر في تحليل الدوال المثلثية، وما تزال هذه الدوال تلعب دورا هاما في كل من الرياضيات البحتة والتطبيقية .

ومن العلماء الغربيين الذين بحثوا في حساب التفاضل والتكامل العالم الأسكتلندي "جورج بول" (12811231- هـ / 1815 -1864م) الذي مهد بمنطقه الرياضي لعمل الحاسوب. ومن أهم المصطلحات التي ارتبطت بحساب التفاضل وتكامل :

القطع المكافئ منحنى مستو يكون بعد أي نقطة عليه من نقطة ثابتة (البؤرة) في المستوى مساويا لبعدها عن خط ثابت (الدليل) . وهو أيضا القطاع المخروطي الناتج من تقاطع مستو مواز لأحد رواسم المخروط مع السطح المخروطي .

ويطلق على الخط المار بالبؤرة عموديا على الدليل اسم محور القطع المكافئ. وهو يقطع المنحنى عند الرأس. أما الوتر المار بالبؤرة عموديا على المحور فيسمى "الوتر البؤري العمودي" ومن أمثلة وجود هذا المنحنى المسار الذي تسلكه قذيفة أطلقت في اتجّاه غير رأسي .

قطع زائد منحنى مستو الفرق فيه- بين بعدي أي نقطة عليه عن نقطتي البؤرتين الثابتتين- ثابت لجميع نقط المنحنى. ويقع مركز القطع الزائد في منتصف المسافة بين البؤرتين . أما المحور الرئيسي فهو الخط المستقيم المار بالبؤرتين. ويتقاطع هذا المحور مع المنحنى عند الرأسين. والمحور المستعرض هو الخط المستقيم الواصل بين الرأسين. ويطلق اسم الوتر البؤري على الوتر المار بإحدى البؤرتين عموديا على المحور الرئيسي. والخطوط المتقاربة هي مستقيمات في نفس المستوى، يقترب منها المنحنى عند الما لا نهاية .ويطلق اسم القطع الزائد المتساوي الجوانب على الخطوط التقاربية المتعامدة، ومن أمثلة حدوث القطع الزائد في الطبيعة مسارات بعض الشهب .

obeikandl.com

قطع ناقص منحنى متوسط مقفل يكون فيه مجموع بعدي أي نقطة عليه من نقطتين ثابتتين في المستوى ثابتة لجميع النقط الواقعة على المنحنى . ويمكن تعريفه أيضا بأنه القطاع المخروطي الناتج من تقاطع مستو مع جميع رواسم المخروط (الدائرة حالة خاصة) . ويقع مركز القطع الناقص في منتصف المسافة بين البؤرتين. ويطلق اسم المحور الأكبر على الوتر المار بين بؤرتين، ويطلق اسم المحور الأصغر على الوتر العمودي عليه مارا بالمركز. أما الرأسان فهما نقطتا تقاطع المحور الأكبر مع المنحنى، ومن أمثلة وجود القطع الناقص في الطبيعة مسارات الكواكب.

كل هذه الامثلة وتطبيقاتها والحلول العملية لها ستجدها فى هذا الكتاب بأسلوب شيق يستفيد منه كل طلاب الجامعات المصرية والعربية مثل:

طلاب كليات الهنسة وكليات العلوم وكليات الحاسبات والمعلومات وكليات التربية وكليات التعليم الصناعى.

المؤلف

الأستاذ الدكتور/ عادل نسيم

adel.nasim @ yahoo.com

obeikandl.com