

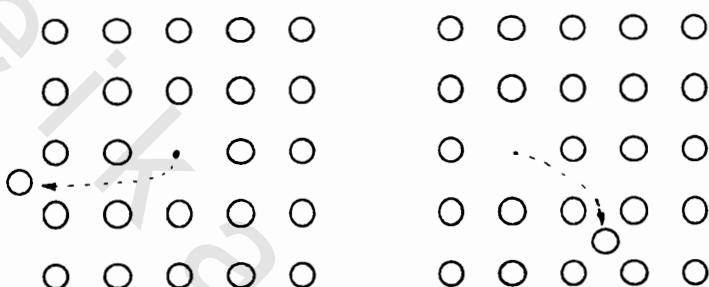
الباب التاسع عشر

عيوب الشبكة Lattice Defects

أولاً : العيوب النقطية :

إذا تركت ذرة مكانها شاغراً في الشبكة تكون ما يسمى بالفراغة (أو الشاغرة)

(شكل ١٩ - ١) vacancy



(شكل ١٩ - ١)

ولذا انحشرت الذرة بين ذرات الشبكة سميت بالذرة البينية Interstitial atom والعيوب النقطية في الشبكة نوعان إما زوج فرنكل Frenkel pair أو شاغرة شوتكي Schottky كما مبين بشكل (١ - ١٩) .

١٩ - ١ الاتزان الحراري لعدد الشواغر في الشبكة :

: Equilibrium concentration of vacancies

توجد دائماً الشواغر بأعداد كبيرة في البلورات في حالة اتزان ديناميكى حراري ،

ويزداد العدد كثيراً كلما ارتفعت درجة الحرارة .

لحساب عدد الشواغر عند درجة حرارة K° فى بلورة ما نفرض أن هناك عدد N

موضع للذرات في البلورة في حالتها التامة . N atomic sites

نفرض أننا أدخلنا عدد n شواغر في هذه البلورة ، يتغير تبعاً لذلك كل من الطاقة الداخلية والأنتروربيا .

نحصل على وضع الاستقرار الحراري بإيجاد الطاقة الحرة F free energy ثم نجد أقل قيمة لها . minimize the free energy

نفرض أن الطاقة المصاحبة لكل شاغرة هي ΔE ، وأن الزيادة في الأنتروربيا نتيجة إدخالها في الشبكة هو ΔS .

عندما نمزج عدد n شواغر بعدد N ذرات في الشبكة فإن عدد الطرق الممكنة لهذا التوزيع هو :

$$\frac{N!}{(N-n)!n!}$$

ويكون احتمال الحصول على أي توزيع من هذه التوزيعات هو أنتروربيا التركيب أو أنتروربيا المزج ويساوي : Configurational entropy

$$p = k \log_e \frac{N!}{(N-n)!n!}$$

إذا كان تركيز الشواغر في الشبكة هو :

$$C = \frac{n}{N}$$

وباستخدام تقرير سترانج

$$\log N! = N \log N - N$$

نحصل على أنتروربيا المزج

$$p = N [c \log c - (1-c) \log (1-c)]$$

الزيادة في الأنتروربيا الذاتية intrinsic entropy نتيجة لإدخال عدد n شواغر هو

$$\Delta S$$

∴ التغير الكلي في الأنتروربيا بإدخال n شواغر هو :

$$n \Delta S - N k (c \log c - \overline{1-c} \log \overline{1-c})$$

$$F = U - TS$$

لكل الطاقة الحرية :

$\therefore \Delta F = \Delta U - T\Delta S$ ، ويتساوى الطاقة الحرية للشواغر

$$= N \Delta E - T \left[n \Delta S - Nk(c \log c - \frac{c}{1-c} \log \frac{c}{1-c}) \right]$$

بمماضلة المقدار السابق بالنسبة لعدد الشواغر n ، ثم بمساواة الناتج بالصفر نحصل على وضع الاتزان الحراري

$$\therefore \Delta E - T \Delta S + Tk \log \frac{c}{1-c} = 0$$

$$\frac{c}{1-c} = \exp \left(\frac{\Delta E - T \Delta S}{kT} \right)$$

$c = 1 - c$ \therefore إذا كانت C صغيرة

$$\therefore C = \exp \frac{\Delta S}{k} \cdot \exp \frac{-\Delta E}{kT}$$

تعطى المعادلة السابقة عدد الشواغر في حالة الاتزان الحراري بدالة طاقة التكوين

E_f لشاغرة الواحدة ، والتي تكتب على الصورة

١٩ - ٢ حساب قيمة $e^{\Delta S/k}$

نستخدم قوانين الديناميكا الحرارية .

التغير في الأنتروربيا لمجموعة هو

$$\Delta S = \int_0^T \frac{Cv}{T} dT$$

$$= \int_0^T \frac{1}{T} \left(\frac{dE}{dT} \right) dT = \frac{E}{T} + \int_0^T \frac{E}{T^2} dT$$

باستخدام نظرية أينشتين للطاقة الذرية في المادة

$$E = 3kT \frac{x}{e^x - 1}$$

$$x = \frac{hv}{kT} \quad \text{حيث}$$

٧ هو التردد الذري نحصل على :

$$\frac{\Delta S}{3k} = \frac{x}{e^x - 1} + x - \log(e^x - 1)$$

عندما تكون $x < 1$ يمكن تقريب المعادلة السابقة لتصبح

$$\frac{\Delta S}{3k} = -\log x = -\log \frac{hv}{kT}$$

$$\therefore \Delta S = -3k \log \frac{hv}{kT}$$

لتطبيق ما سبق على حالة شاغرة نفرض أن هناك عدد p جيران لها ، ولذلك نسقط العدد ٣ من المعادلة السابقة والذى يدل أصلاً على الثلاث درجات حرارية x, y, z ونستبدل هذا العدد بالمقدار p وهو عدد التناسق .

أيضاً عند إدخال شاغرة في الشبكة نجد أن التردد الذري للذرارات المحيطة بها يتغير من v إلى v' وبذلك يتغير الأنتروربيا بالمقدار

$$-pk \log \frac{hv'}{kT} - \left(-pk \log \frac{hv}{kT} \right) = -pk \log \frac{v}{v'}$$

ولكن تبعاً لنظرية الحرارة الذرية يمكن تعريف ثابت جرونيزن

Gurneisen's constant

$$\gamma = -\frac{d \log v}{d \log V} = \frac{3V\alpha}{C_V K_T}$$

حيث V هو الحجم الذري (atomic volume)

\propto معامل التمدد الطولي

K_T معامل الانضغاط الأيسوثيرمال (ثابت الدرجة)

يصبح بذلك التغير في الأنتروربيا نتيجة إدخال الشاغرة هو :

$$\Delta S = pk \log \frac{v}{v'} = pk \int_v^{v'} -\frac{dv}{v}$$

$$= - p k \frac{\delta v}{v}$$

لكن من ثابت جرونيزن

$$\gamma = - \frac{\delta v/v}{\delta V/V} = - \frac{V}{v} \cdot \frac{\delta v}{\delta V}$$

وبالتعويض

$$\therefore - \frac{\delta v}{v} = \gamma \frac{\delta V}{V}$$

$$\therefore \Delta S = p k \gamma \frac{\delta V}{V}$$

عند إدخال الشاغرة يتغير الحجم النسبي محلياً بالمقدار :

$$\frac{1}{p} = \frac{p+1}{p} - 1 = 1 - \frac{\text{عدد الذرات قبل إدخالها}}{\text{عدد الذرات بعدها}}$$

$$\therefore \frac{\delta V}{V} = \frac{1}{p}$$

$$\Delta S = p k \gamma \cdot \frac{1}{p} = k \gamma$$

ويصبح بذلك عدد الشواغر التي تتنز حاررياً عند درجة K هي

$$C = e^\gamma \cdot e^{-E_f/kT}$$

وبالنسبة للمواد المعتادة نجد أن ثابت جرونيزن

$$e^\gamma = 1 ; \gamma = 0.5$$

ليصبح تركيز الشواغر عند الاتزان هو :

$$C = \exp(- (E_f/kT))$$

فإذا علمنا أن طاقة التكوين E_f للشاغرة تساوى حوالي 1 إلكترون فولط للمواد المعتادة كالنحاس ، نجد أن تركيز الشواغر عند درجة ١٠٠٠ كلفن تقريباً أى بالقرب من

نقطة الانصهار يصبح 10^{-4} تقريباً .

١٩ - ٣ تعيين طاقة التكوين E_f للشواغر عملياً :

نختار عادة أحد القياسات الفيزيائية الحساسة للتغيرات التركيبية الداخلية Structure sensitive physical property P حرارة مرتفعة إلى أخرى منخفضة يتجمد بداخلها عدد كبير من الشواغر التي كانت في حالة اتزان ديناميكي حراري عند الدرجة المرتفعة ، وتنثر تبعاً لذلك الخاصية الفيزيائية تحت الاختبار ، فإذا فرضنا أن التغير الناتج في هذه الخاصية يرتبط مباشرة بعدد الشواغر المجمدة في الشبكة نتيجة التبريد الفجائي Quenching فإن :

$$\Delta P = A \exp(-E_f/kT)$$

وبالتالي بدراسة تغير P مع درجة الحرارة T K ، ورسم العلاقة بين $\ln \Delta P$ مع

$$\left(\frac{1}{T} \right) \text{ نحصل على خط مستقيم يعطى ميله المقدار } (E_f/k)$$

ويؤخذ عادة تغير المقاومة الكهربائية مع عدد الشواغر إذ أنها حساسة لذلك . كما يمكن قياسها بدقة كبيرة في درجات الحرارة المختلفة .

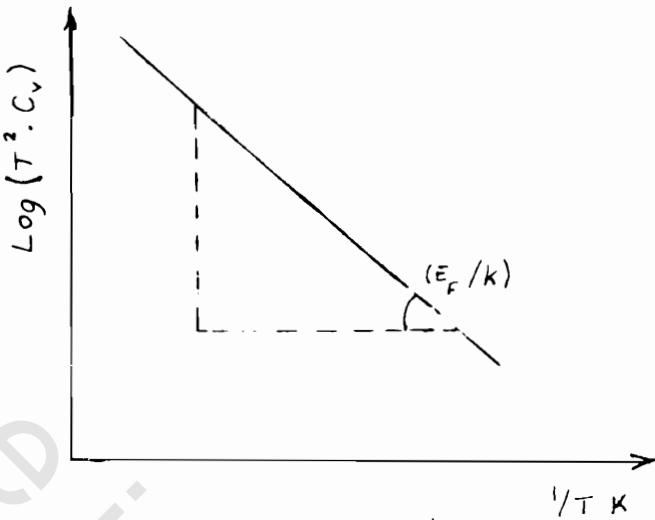
١٩ - ٤ تأثير الشواغر على الحرارة الذرية :

إذا كانت طاقة تكوين الشاغرة هو E_f تكون كمية الطاقة التي تكتسبها البلورة بإدخال شاغرة واحدة هي :

$$E_f \exp(-E_f/kT)$$

بمماضلة المقدار السابق بالنسبة لدرجة الحرارة نحصل على الحرارة الذرية الإضافية نتيجة لإدخال الشاغرة .

$$\therefore C_V = \frac{E_f^2}{kT^2} \exp(-E_f/kT)$$



شكل (٢ - ١٩)

بإدخال عدد معقول من الشواغر في الشبكة ، ثم بقياس تغير الحرارة الذرية ، ورسم $\log (T^2 \cdot C_v)$ مع $1/T$ نحصل على خط مستقيم ميله E_f / k كما في شكل (٢-١٩).

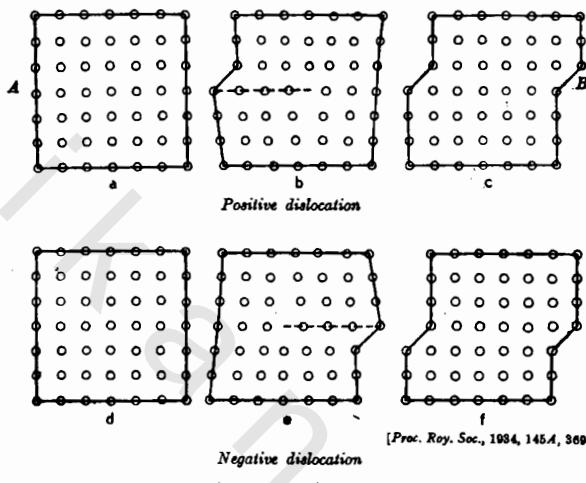
ثانياً : العيوب الخطية Dislocation

١٩ - ٥ مقدمة :

إذا أثربنا بقوة ما ، شادة أو قاصلة ، على جسم ما فإنه يتشوّه بانفعال مرن أو غير مرن حسب شدة القوة المؤثرة . يعود الجسم بعد الانفعال المرن إلى ما كان عليه شكلاً وحجماً بعد إزالة القوة ، وإذا زادت القوة عن الحد المرن يحدث بالجسم انفعال دائم ، ينشأ عن انزلاق المستويات الذرية على بعضها البعض ، وتبدأ هذه العملية إذا وصل الإجهاد إلى قيمة تميز المادة وتسمى إجهاد القص الحرج critical shear stress σ_c .

يمكن تصور تشوّه البلورات إذا اعتبرنا أن مرونة الجسم تعود إلى القوى البينية بين الذرات ، والتي تعمل على أن تحافظ كل ذرة بمكانها في نقطة شبكة ، كما تحفظ للشبكة ترتيباً معيناً في لوحدة الخلية تتكرر في كل مكان بالبلورة ، فإذا أثربنا بقوة قاصلة على

بلورة تزاح الذرات من مواضع اتزانها بقدر صغير إذا كانت القوة صغيرة وتعود الذرات ثانية إلى نفس مواضعها إذا أزيلت القوة وهذه هي خاصية المرونة ، أما إذا أزدادت القوة تكون الإزاحة كبيرة ، ولكن تنتقل إلى مواضع اتزان أخرى ، ويقال عندئذ إنه حدث انزلاق بلوري " slip " وتكون البلورة قد عدت حدها المرن ، ويبقى انفعال دائم بها بعد إزالة القوة ويبين شكل (٣ - ١٩) كيف يحدث الانزلاق .



شكل (٣ - ١٩)

إذا حدثت وحدة انزلاق بالبلورة تصبح في حالة تامة كما كانت سابقاً إذ يظل عدد التناسق لكل ذرة كما كان قبل الانزلاق ، أما إذا حدث انزلاق جزئي بحيث يختلف عدد التناسق لبعض الذرات مما كان يقال : إن انخلاماً dislocation قد حدث وإن البلورة قد تشوهدت بحدوث عيوب في شبكتها .

١٩ - ٦ الدليل العملي لوجود عيوب بالشبكة البلورية :

(أ) كشف العيوب البلورية بالأشعة السينية rocking curve

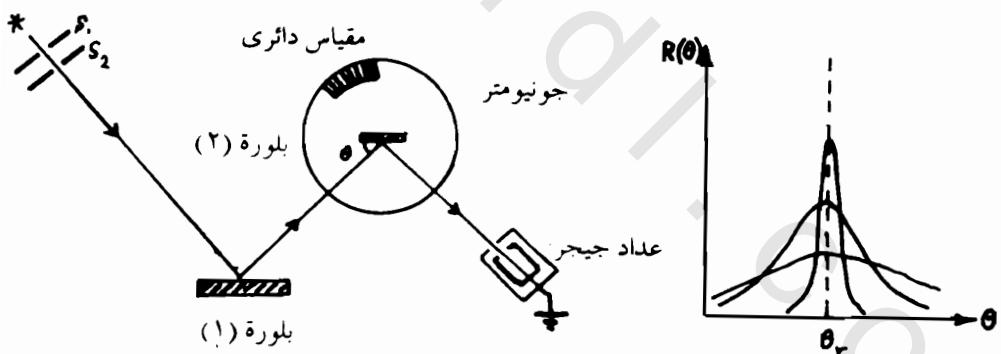
قدم حيود الأشعة السينية على بلورات المواد أول دليل عملي على وجود عيوب بالشبكة ، فقد وجد اختلاف كبير في شدة الأشعة السينية المنعكسة على مستويات بلورية معينة عندما توجد بالحساب أو بالقياس ، والتجربة المستخدمة لدراسة درجة الكمال degree

of perfection لمستويات ذرية معينة في البلاستيك من مصدر S للأشعة السينية يوضع أمامه حائلان بكل منهما شق ضيق يسمحان بخروج شعاع ضيق من الأشعة السينية التي تسقط على بلورة أحادية طول الموجة λ وفقاً لقانون براج، وتستخدم هذه الأشعة لدراسة المستويات الذرية ببلورة ثانية مثبتة على جونيورمتر، ويمكن إدارة البلورة بنزولها صغيرة.

إذا سقطت هذه الأشعة بزاوية مماسية θ على مجموعة مستويات $(hk\ell)$ في البلورة بعد العمودي بينها d يحدث انعكاس إذا تحقق قانون براج

$$2d(hk\ell) \sin \theta = n\lambda$$

فإذا ما قيست شدة الأشعة المنعكسة $R(\theta)$ بدلالة الزاوية θ حول زاوية براج، نحصل على منحنى كالمبين بشكل (١٩ - ٤)، وقد وجد عملياً أنه كلما اقتربت البلورة من الحالة المثالية أو التامة كما كان اتساع المنحنى صغيراً، أما إذا أحدثنا بعض التشوه اللدن بالبلورة يحدث اتساع أكبر للمنحنى مما يدل على عدم انتظام المستوى كما كان في حالته المثالية.

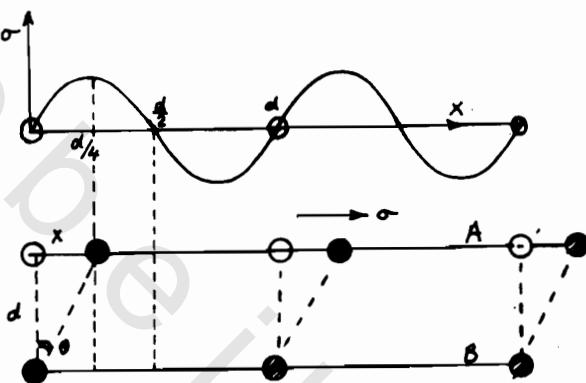


شكل (١٩ - ٤)

٢ - اختلاف الخواص الميكانيكية لنفس المادة في حالاتها المختلفة :

أما الدليل الثاني فيكمن في الخواص الميكانيكية للجواجم، فقد وجد أن قوة البلورات الحقيقية أضعاف آلاف المرات عن قيمتها المحسوبة بالنظرية الكلاسيكية للمرونة، فإذا

اعتبرنا مستويين ذريين A ، B . المسافة العمودية بينهما d كما في شكل (١٩ - ٥) وأثرنا عليهما بقوة قاسية σ ، ينزلق المستوى A على B عندما يصل σ إلى قيمة الحرجة σ_c وعندئذ تكون ذرات A قد أزيحت من موضع اتزانها بمقدار $(d/4)$ ، ويلاحظ أنه عند $\frac{d}{2}$ تسير القوة القاسية صفرية القيمة حيث تتغير القوة



شكل (١٩ - ٥)

القاسية بشكل دوري بين نقط الشبكة ويكون عندها طاقة الموضع أقل ما يمكن ، أي أن انتقال الذرة إلى موضع يبعد $\frac{d}{4}$ من موضع اتزانها يجعلها تنزلق بعد ذلك تلقائيا ، ولا تعود ثانية إلى وضعها الأول وتسمى هذه النقطة بنقطة الإذعان yield point وبالحساب التقريري نجد أن $\sigma_c = \frac{G}{4}$ باعتبار أن انفعال القص $(x/d) = \theta$ وقيمتها عند نقطة

الإذعان هي $\frac{1}{4}$. أي أن إجهاد القص الحرج يساوى تقريريا $\frac{1}{4}$ معامل القص للمرنة

وقيمتها للمواد المعتادة بين 10^{10} & 10^{11} دين / سم² .

والآن إذا نظرنا للقيم المقاومة للنسبة بين G & σ_c لنفس المادة في حالاتها المختلفة نجد تباينا كبيرا كما هو مبين بالجدول لمادة الألومينيوم . ويعود الاختلاف الكبير في القيمة σ_c / G للألومينيوم في أشكاله المختلفة لأثر عيوب الشبكة على الخواص الميكانيكية للمادة .

G / σ_c	إجهاد القص σ_c الحرج	معامل القص G	المادة
60,000	4×10^4	2.5×10^{11}	بلورة أحادية من الألミニوم
900	2.6×10^8	2.5×10^{11}	الألミニوم متعدد الحبيبات
250	9.9×10^8	$\sim 2.5 \times 10^{11}$	الألミニوم تجاري
70	3.6×10^9	$\sim 2.5 \times 10^{11}$	دور الألومين

٢ - الخواص الاتجاهية للتدفق اللدن

لقد وجد أن عملية الانزلاق في البلورات الأحادية تتم دائماً على مستويات أكثر رص للذرات في الشبكة كما أن اتجاه الانزلاق يكون في اتجاه أكثر رص للذرات ، ففهي حالة الشبكة التكعيبية متمركزة الوجه . f . c . c . يكون مستوى الانزلاق هو :

(111) واتجاه الانزلاق هو : < 110 > بينما يكون هذا المستوى في الشبكة التكعيبية متمركزة الجسم . c . c . b هو : (110) ويكون اتجاه الانزلاق < 111 > ويبين شكل (٦-١٩) مستوى الانزلاق واتجاهه في الشبكة . f . c . c . وكذلك مناطق الانزلاق كما تظهر تحت الميكروسكوب الميتوغرافي لبلورة أحادية

PROBLEM OF PLASTIC DEFORMATION



Cadmium crystal extended at 250° C

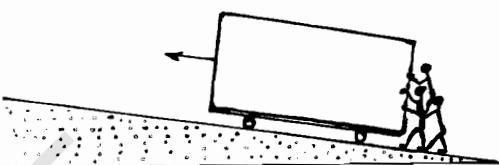


[From "Kristallplastizität," Boas and Schmid
Zinc crystal extended at 300° C

شكل (٦ - ١٩)

ولتفسير حدوث انزلاق كبير على مستويات ذرية معينة دون غيرها كما تظهرها مناطق الانزلاق ، يفترض وجود عيوب شبكة على هذه المستويات تسهل انزلاق جزء من البلورة

على جزئها الآخر وتشبه هذه العملية ما فعله قدماء المصريين شكله (٧ - ١٩) عند بناء الأهرامات فقد كان نقل الأحجار الثقيلة يتم بطريقة الانزلاق على مستويات مائة يوضع عليها عصى رفيعة تسهل رفع الأحجار الثقيلة بقوة بشرية صغيرة ، شكل (٧ - ١٩).

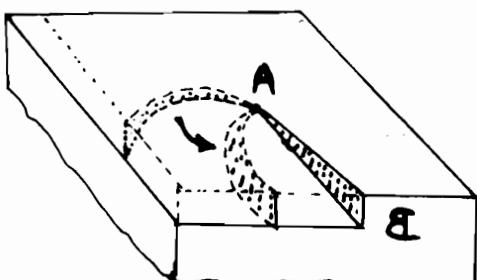


شكل (٧ - ١٩)

٤ - معدل النمو البلورى :

لوحظ من زمن بعيد أن معدل نمو البلورات أكبر كثيراً من المعدلات المحسوبة باعتبار البلورات التامة ، وأنه كلما كان هناك عيوباً بالمستوى الذي تنمو عليه البلورة كلما ازداد معدل النمو في هذا الاتجاه ، وفي عام ١٩٤٩م فسر فرانك هذا النمو الشاذ للبلورات بوجود حافة AB على السطح الخارجي للبلورة (كما في شكل (٨ - ١٩)) أوجدها عيب بلوري في داخل البلورة ، وتنمو البلورة بدوران هذه

الحافة عندما تترسب عليها الذرات من محلول ، وكل دورة كاملة من الحافة يرتفع سطح البلورة بمقدار مستوى ذرى وتعود الحافة إلى ما كانت عليه سابقاً وباستمرار دوران الحافة مع نمو البلورة يتكون ما يسمى ببلورة النمو الحلزوني .

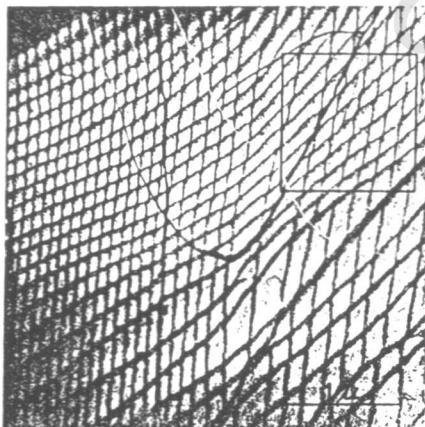
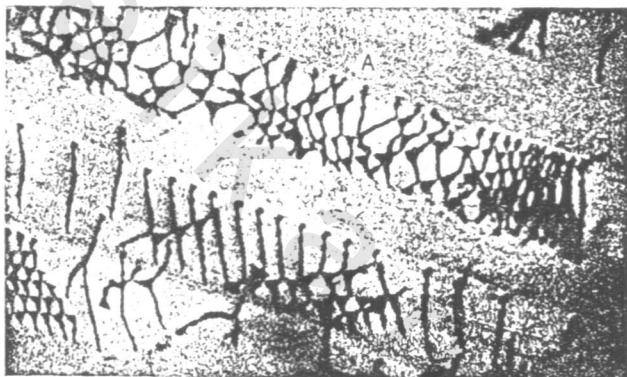


شكل (٨ - ١٩)

Helical growth spiral

٥ - إظهار عيوب الشبكة ميكروسكوبيا :

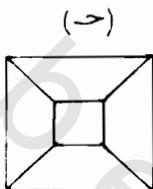
بعد اكتشاف قدرة الميكروскоп الإلكتروني النفاذ Transmission electron microscope على كشف وتصوير التجمعات الذرية داخل البلورات، ظهرت في صور هذا الميكروскоп خطوطا سوداء لها أشكال معينة، وقد فسرت هذه الخطوط بوجود عيوب شبكة طولية، يختلف عندها معامل الاستطارة الذري للألكترونات عنه في المناطق الخالية من العيوب، وعلى ذلك فإن زيادة استطارة الألكترونات عند هذه العيوب تظهر خطوطا سوداء كما في شكل (٩ - ١٩)



شكل (٩ - ١٩)

٦ - ظهور نهايات الانخلاءات على السطوح الخارجية للبلورات :

عند معالجة السطح الخارجي للبلورة بمحلول مخفف من حامض، يهاجم الحامض الأجزاء الضعيفة من البلورة، وهي الأجزاء المحيطة بنهايات الانخلاءات حيث يوجد العيب في ترتيب الذرات وينشأ عن ذلك ما يسمى بحفرة التأكل Etch pit وشكلها هرمي رأسه داًخِلَّ البلورة كما هو مبين بشكل (١٩) -



حفر التآكل

شكل (١٩ - ١٠)

١٠) وإذا أثثنا بقوة تحرك الانخلاء من

موضعه ، ثم إذا أعيد معالجة السطح بالحامض يأخذ الشكل الهرمي لحفرة

التأكل الشكلين ب ، ج حيث تتآكل القمة

الهرمية تاركه شكلًا مسطحا .

٧ - أنواع العيوب الخطية للشبكة - الانخلاءات :

العيوب الأساسية في الشبكة البلورية نوعان :

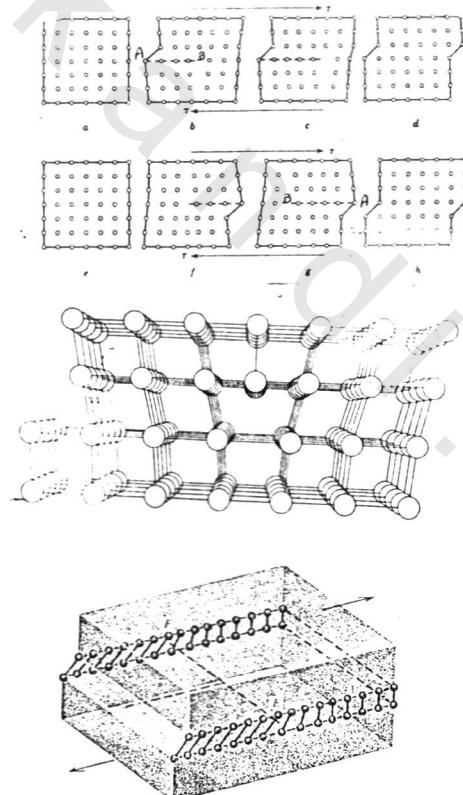
١ - عيوب نقطية ، وتشمل : الفراغات والذرات البنية والشوائب ، ويمكن بتجميع مثل هذه العيوب ظهور عيوب سطحية أو حجمية كما يحدث في عملية الترسيب في الحاليل الصلبة .

٢ - عيوب خطية ، وتسمى بالانخلاءات وهي نوعان : انخلاء حدى وانخلاء قص .
ويمكن أيضاً وجود سطوح معيبة داخل البلورة نتيجة تجميع عدد من الانخلاءات على مستوى معين كما هو الحال في الأجسام متعددة الحبيبات poly crystalline . فكل حبيبة هي بلورة احادية صغيرة ولكن يختلف اتجاه مستوياتها الذرية عن اتجاه مستويات الحبيبة المجاورة ، ويعتبر السطح الفاصل بينهما ، ويسمى بالحد الحبيبي grain boundary ، يعتبر مكوناً من عدد من الانخلاءات تترتب في بعدين .

سنركز كلامنا في هذا الجزء على العيوب الخطية وهي الانخلاءات .

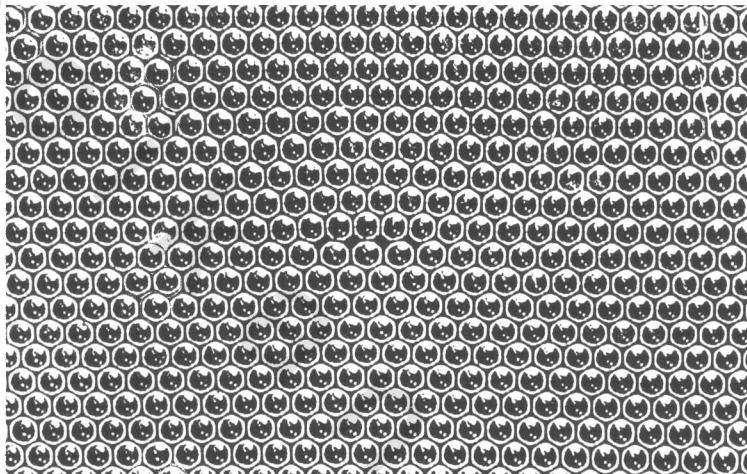
٨- الانخلاع الحدي :

اكتشف تيلور وأروان (Taylor and Orowan) عام ١٩٣٤ م الانخلاع الحدي ، ويترکب من خط فى البلورة ينقص عدد التناقض لجميع الذرات عليه بمقدار الواحد الصحيح عنه فى الأجزاء السليمة من البلورة ، ولكى نتصور كيف يتكون الانخلاع الحدي نعتبر بلورة تامة بلا عيوب ، ونؤثر عليها بإجهاد σ . ونفرض أن AB يمثل مستوى انزلاق بالبلورة (شكل ١٩ - ١١) . يحدث انزلاق كامل على المستوى على مرحلتين : يحدث أولاً انزلاق جزئي ينحشر فيه مستوى ذرى أو أكثر بين المستويات الأخرى مكوناً انخلالاً حدياً . فإذا استمر الانزلاق حتى يخرج الانخلال من الجهة الأخرى للبلورة تعود البلورة لحالتها التامة بلا عيوب ، ولكن يظهر على سطحها سلمتين كما هو مبين بشكل (١٩ - ١١) .



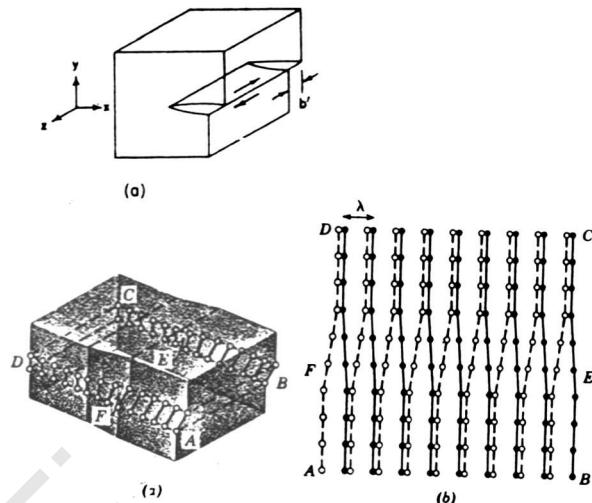
شكل (١٩ - ١١)

يتكون الانخلاء الحدى بالانزلاق الجزئي حيث يتكون خط عمودى على مستوى الورقة وعلى متجه الانزلاق تكون جميع الذرات عليه أقل بمقدار الواحد الصحيح في عدد تناصقها مع جيرانها ، ويتحرك هذا الخط على مستوى الانزلاق AB . وتبين الصورة بشكل (١٩-١٢) مستوى ذريا به انخلاء حدى ، ولكن تراه واضحا انظر مماسيا للورقة .



١٨ - ٩ انخلاع القص :

بعد اكتشاف الانخلاء الحدى بأعوام قليلة وضع برجر Burger تصوره لانخلاء آخر سمي انخلاع القص يكون لذراته نفس عدد التناصق ، ولكن يتشوه الشكل الفراغى المكون من أقرب جيران ، ويحدث ذلك عند التأثير على البلورة بقوة قاصلة تحدث فيها انزلاقا جزئيا كما هو مبين بشكل (١٣ - ١٩) .



شكل (١٩ - ١٢)

ويلاحظ في حالة انخلاع القص أنه بالدوران حول خط الانخلاع AB نرتفع أو تنخفض بمقدار متجه الإزاحة b حسب اتجاه الدوران ، وليس لانخلاع القص أى مستوى انزلاق كما في الانخلاع الحدي ولذلك فيمكن له أن يتحرك في أى اتجاه في البلورة بينما لا يستطيع الانخلاع الحدي التحرك إلا في مستوى انزلاقه .

١٨ - ١٠ دائرة بورجر وشدة الانخلاع

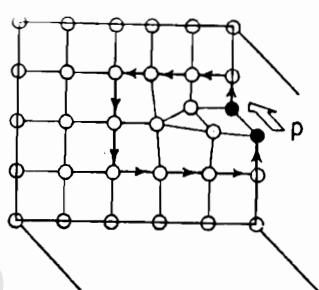
: Dislocation strength

يوصف الانخلاع عادة بمتجه يسمى متجه الإزاحة أو متجه بورجر Burger's vector . وللحصول على هذا المتجه نرسم حول الانخلاع دائرة بورجر ونتم بإجراء عدد متساو من الإزاحات الشبيكية في كل من الاتجاهات الأربع : يسار - أسفل - يمين - أعلى كما هو مبين بشكل (١٤ - ١٩) فإذا كانت الشبيكة داخل دائرة بورجر تامة وليس بها عيوب انطبقت نقطة البداية في الدائرة على نقطة النهاية ، أما إذا احتوت دائرة بورجر على إنخلاع يكون المتجه b الذي يقفل الدائرة مميزاً للإنخلاع مقداراً واتجاهـا .

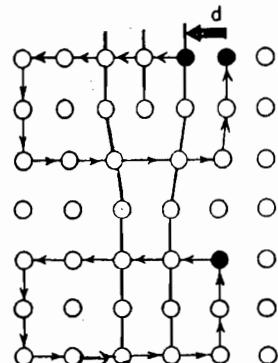
ويمكن التعبير عن دائرة بورجر رياضياً باعتبار أية نقطة في الشبيكة ولتكن u مثلاً ثم نحدث إزاحات جانبية (s) \rightarrow حول منطقة ما لتكوين حلقة نهايتها u' ينطبق طرفاً الحلقة

إذا كانت الشبكة تامة أما إذا لم تقلد الدائرة فإن المتجه الذى يقفلها هو متجه بورجر

$$b = \int_C \frac{\delta u}{\delta s} ds = u^T - u$$



شكل (١٤ - ١٩)



١٨ - ١١ خواص الانخلاع :

يميز الانخلاعات فى الشبكة البلورية الصفات التالية :

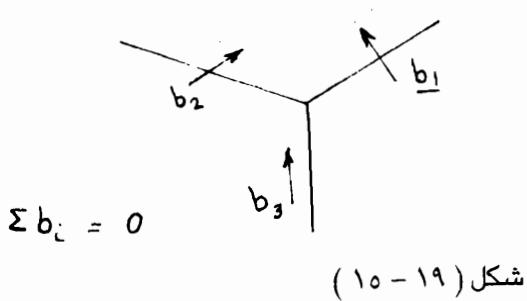
١ - لا يمكن لأى انخلاع أن ينتهي بطرف حر ومطلق فى الشبكة ، فإذاً أن يقفل على نفسه مكوناً خية loop أو ينتهي طرفاًه عند سطح حر داخلى أو خارجى فى البلورة .

٢ - يمكن تكون نظام شبكي من الانخلاعات فى البلورة ، فعندما يتقابلان انخلاعين أو يتتقاطعاً تتكون عقدة node تصبح نقطة ثبيت للانخلاع فى الشبكة ، وينطبق قانون

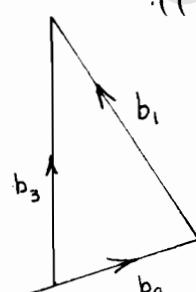
$$\sum_i b_i = 0$$

ويشبه هذا القانون قانون كيرشوف فى الكهربية للتياريات المقابلة فى نقطة (انظر

شكل (١٥ - ١٩)) .



شكل (١٥ - ١٩)



٣ - كثافة الانخلاء في بلورة تعرف بالطول الكلي للانخلاء في وحدة الحجم أى أن

$$\rho = L / V$$

٤ - الطاقة الحرية للانخلاء دائمًا موجبة ولا يوجد أبداً الإنخلاء في حالة اتزان حراري .

٥ - أى قوة مؤثرة على بلورة تعطى انخلاءات حدية أو قص أو الاثنين معاً على شكل انخلاء عام له مركبه حدية وأخرى قص ، ولا يعتمد ذلك على سطح البلورة .

٦ - أى إجهادات داخلية في البلورة يمكن تحليلها وترجيعها لوجود انخلاءات صغيرة .

٧ - التعريف بالانخلاء يتم بتحديد مقدار متوجه بورجر واتجاهه ويكتب هكذا $b^2 [hk]$ حيث b هو مقدار متوجه بورجر، $[hk]$ اتجاهه ، أما لماذا يكتب مربع b فسنعرف

فيما بعد أن طاقة الانخلاء تتناسب مع مربع متوجه بورجر فمثلاً في بلورة f.c.c. يكون مستوى الانزلاق هو (111) واتجاه الانزلاق

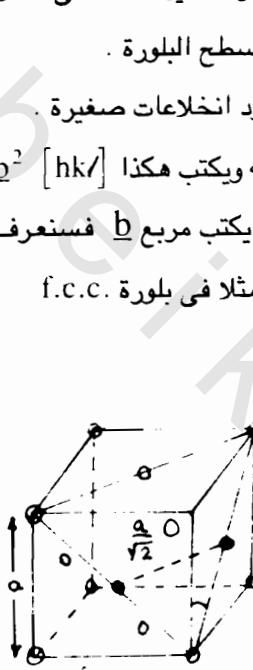
[110] والمسافة بين ذرتين متجاورتين على هذا

المستوى هي $\frac{a}{\sqrt{2}}$ وعلى ذلك يعرف انخلاء الوحدة dislocation في البنية unit - f. c. c. بالرمز [110] $\frac{1}{2}$ مع اعتبار البعد الشبكي a يساوى الوحدة . شكل (١٦ - ١٩)

شكل (١٦ - ١٩)

١٨ - طاقة الانفعال حول الانخلاء : Strain energy of a dislocation

اعتبر وسطاً مربنا غير متوجه الخواص isotropic به انخلاء قص . يكون متوجه الإزاحة لكل نقطة في فراغ البلورة موازيًا لخط الانخلاء ؛ لحساب طاقة الانفعال حول الانخلاء نوجد الشغل المبذول في إزاحة كل ذرة من موضع اتزانها الأصلي إلى موضعها بعد الانخلاء ، يكون مجموع هذا الشغل لكل ذرات الوسط المحيط بالانخلاء هو طاقة الانفعال للانخلاء .



يجب أن تتوفر هنا ثلاثة شروط تملية نظرية المرونة للأجسام

١ - أن يكون الجسم كله في حالة اتزان ، ويستوفى هذا الشرط إذا كان :

$$(1-2v) \Delta \bar{u} + \text{grad div } \bar{u} = 0$$

حيث v هي نسبة بواسون .

٢ - إذا عملنا دائرة بورجر S حول الانخلال فإن المتجه الذي يقفلها يكون متوجاً بورجر b

حيث

$$\int_C \frac{\delta u}{\delta s} dS = \bar{u}_{M'} - \bar{u}_M = b$$

٣ - لا يكون هناك أي إجهادات على سطح البلورة أى أن

$$\sigma_{\text{surface}} = 0$$

وحل هذه المعادلات حلاً رياضياً سليماً ليس أمراً سهلاً ، ولكننا نكتفي بالطريقة التقريرية التالية التي تعطينا نتائج مرضية تماماً .

١٨ - ١٣ مجال الانفعال حول انخلال قص :

لا يوجد حول انخلال قص أي ضغط هيدروستاتيكي كما هو الحال في حالة الانخلال الحدي ، ويتناوب الانفعال عند أي نقطة تقاسياً عكسياً مع بعد النقطة عن الانخلال ، فإذا كان \vec{b} هو متوج بورجر للانخلال AB في وسط غير متوج الخواص فإن انفعال القص ، ϵ_r ، على بعد r من الانخلال يعطى بالمعادلة :

$$\epsilon_r = \frac{b}{2\pi r} \quad (\text{انظر شكل } 17-19)$$

ويفرض إمكان تطبيق نظرية هوك لمرونة الأجسام يكون الإجهاد الداخلي عند نقطة تبعد مسافة r من الانخلال هو

$$\sigma_r = G \cdot \epsilon_r = G b / 2\pi r$$

حيث G معامل المرونة للقص . ويتناوب الإجهاد بمعدل يتناسب مع مقلوب البعد عن

الانخلاع .

اعتبر أسطوانة في جسم البلورة محورها خط الانخلاع ، نقسم الأسطوانة إلى شرائح أسطوانية لها نفس المحور ونعتبر إحداها التي تقع على البعد $r & r + dr$ بين

طاقة المرونة بالشريحة نتيجة لقص لوحدة

الحجم هي :

$$\int \sigma d\epsilon = \int G \epsilon d\epsilon = \frac{1}{2} G \epsilon^2$$

وعلى ذلك تكون الطاقة المخزنة في الشريحة :

شكل (١٧ - ١٩)

$$dE = \frac{1}{2} G \left(\frac{b}{2\pi r} \right)^2 \cdot dV$$

حيث dV هو حجم الشريحة ويساوي

$$dV = 2\pi r dr \cdot L$$

حيث L هو طول الانخلاع (وهو هنا طول الأسطوانة)

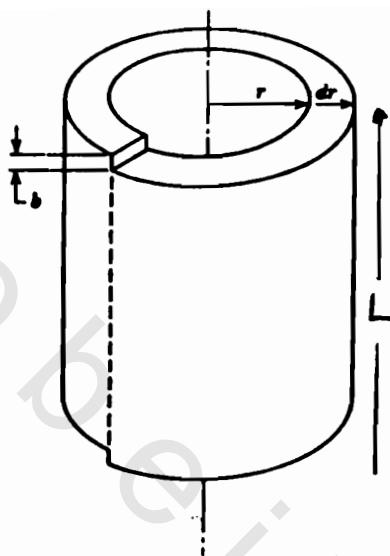
نجري عملية تكامل لجميع الشرائح بين البعدين r_0 & R

حيث r_0 هو لب الانخلاع dislocation core والذى لا يصح عنده تطبيق نظرية هوك المرونة ، R هو المدى داخل البلورة الذى يتوقف بعده تغير الانخلاع الانفعالي .

طاقة انخلاع القص لكل وحدة طول هي

$$E = \int_{r_0}^R \frac{Gb^2}{2\pi r} dr = \frac{Gb^2}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} / \text{cm} .$$

ويجب ألا نعتبر $r_0 = 0$ وإلا أصبحت قيمة E لا نهائية ونعتبر المادة داخل أسطوانة نصف قطرها r_0 (عادة تكون r_0 أقل من $\frac{b}{2}$) هي لب الانخلاع ، ولتقدير طاقة الانفعال داخله نوجد الطاقة اللازمة لصهر هذا الجزء المعيب من البلورة ، فإذا كانت L هي العارضة الكامنة للانصهار لكل ذرة تكون طاقة انصهار اللب لكل سم هي



$$w^1 = \frac{\pi (2b)^2 \times 1}{\Omega} \cdot L_f$$

حيث Ω هو الحجم الذري ، b هو متجه بورجر ،

وعلى ذلك تكون طاقة انخلاع القص لكل وحدة طول هي

$$E = \frac{G b^2}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} + \frac{4b^2}{\Omega} \cdot L_f$$

. وبالحساب نجد أن الحد الثاني من هذه المعادلة صغير القيمة جداً بالنسبة للحد الأول ،

وعلى ذلك يمكن إهماله بدون خطأ يذكر .

كما أنه يمكن تقرير الحد الأول باعتبار أن قيمة R عادة لا تزيد عن ١٠٠ سم أي

A^{10} وان $r_0 \approx 2^{\circ} A$ ، وعلى ذلك تقترب قيمة $\ln \frac{R}{r_0}$ من القيمة 4π في مقام الحد الأول .

وعلى ذلك تصير المعادلة $E \approx G b^2$ هي معادلة طاقة الانخلاع ، ويمكن التتحقق مع إثبات أن هذه المعادلة تنطبق أيضاً على طاقة الانخلاع الحدي تماماً كما هي صالحة لانخلاع القص .

ويمكن الحساب التقريري لطاقة الانخلاع لكل سم كما يلى :

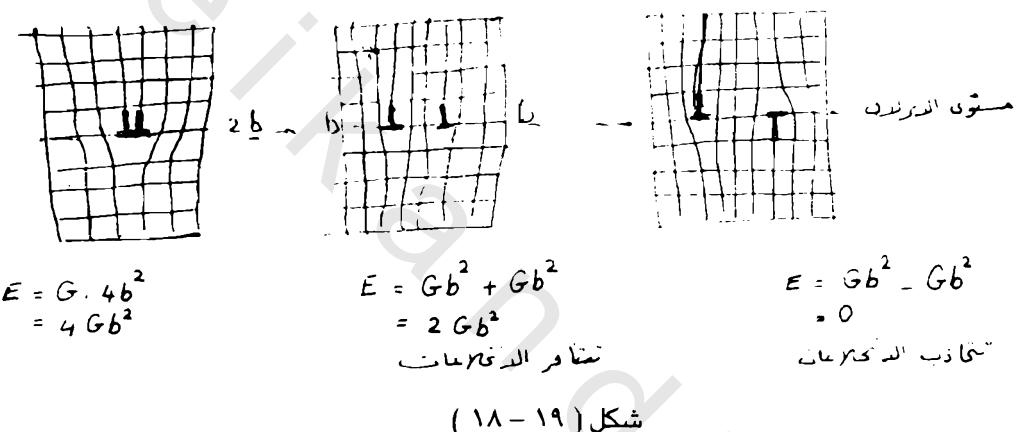
$$b \approx 2 \times 10^{-8} \text{ cm} ; \quad G \approx 10^{11} ; \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-12} \text{ ergs}$$

$$\therefore E = G b^2 = \frac{10^{11} \times 4 \times 10^{-16}}{1.6 \times 10^{-12}} \approx 2.5 \times 10^7 \text{ eV/cm}$$

قيمة هذه الطاقة كبيرة جداً بالنسبة لطاقة التهيج الحراري T والتي تساوى عند درجة حرارة الغرفة حوالي $2.6 \times 10^{-2} \text{ eV}$ ، وعلى ذلك لا يمكن لطاقة التهيج الحراري تكوين انخلاعات في البلورة كما هو الحال في حالة الفراغات التي توجد دائماً في حالة اتزان ديناميكي حراري في البلورة :

١٨ - ١٥ نتائج متربة على كبر طاقة الانفعال للانخلاع :

أولاً : نتيجة لأن طاقة الانخلاع متناسبة مع مربع متجه بورجر لذلك فإن انخلاعاً متجه بورجر له b^2 تكون طاقته متناسبة مع b^2 بينما مجموع طاقتى انخلاعين منفردين متجه بورجر لكل منهما b^2 هي $b^2 + b^2 = 2b^2$ فقط . واستناداً إلى قاعدة أقل طاقة حرية ، والتي تنص على وجوب أن تكون الطاقة الحرية لأى تفاعل أقل ما يمكن ، لذلك يتناقض كل انخلاعين لهما نفس الإشارة بينما ينجذب كل انخلاعين إشارتهما مختلفة ، وشكل (١٨-١٩) يوضح التفاصيل البيني للانخلاعات .



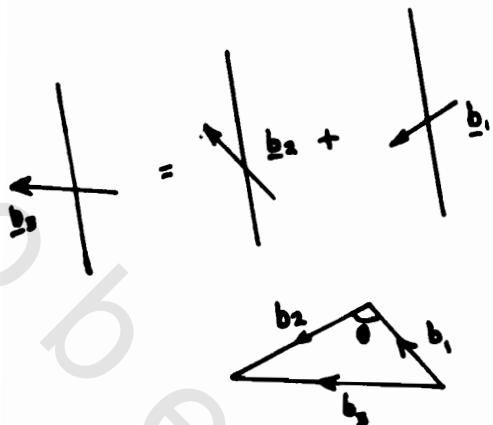
ثانياً : نتيجة أخرى لكبر طاقة الانخلاع لوحدة الأطوال ولكى تصير الطاقة الحرية للانخلاع أقل ما يمكن يعمل خط الانخلاع على أن يكون طوله أقصر ما يمكن دائماً ، ويؤدى ذلك إلى ظهور شد دائم فى خط الانخلاع line tension كما هو الحال فى سلك من مشدود ، وتعطى هذه الصفة لخط الانخلاع إمكانية الإهتزاز فى مجال إجهاد متعدد ، ويتبع ذلك ظهور أنتروربيا للحركة .

ثالثاً : اتحاد الانخلاعات أو تفككها يتم وفقاً للقاعدة الآتية :

نفرض انخلاعين متجه بورجر لهما b_1 & b_2 بينهما زاوية θ شكل (١٩-١٩)

بتطبيق قاعدة جمع المتجهات يكون متجه بورجر المحصل لهما هو b_3 حيث

$$b_3 = b_1 + b_2$$



أما عن طاقة الانخلاع المحصل فنحصل عليها من مربعات متجهات بورجر فتكون طاقة الانخلاع المحصل (resultant) E مساوية

$$E = G(b_1^2 + b_2^2 + 2 b_1 b_2 \cos \theta)$$

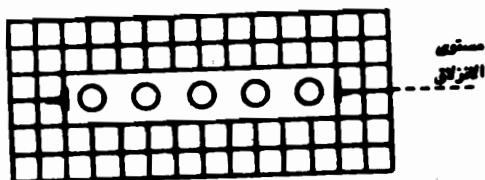
وهنا تظهر الحالات التالية :

١ - إذا كانت $\theta = 0^\circ$ وأن $b_1 = b_2 = b$ ، شكل (١٩ - ١٩)

أى في حالة انخلاعين متماثلين لهما نفس الاتجاه ، تساوى الطاقة المحصلة لهما b^2 وهذه القيمة أكبر من مجموع طاقتى الانخلاعين وهم فرادي ، ولذلك يحدث تناقض بينهما حتى لا تزداد الطاقة الحرة في البلورة .

٢ - إذا كانت $\theta = 180^\circ$ نجد أن الطاقة المحصلة تساوى الصفر أى أن الطاقة الحرة تنقص ، ولذلك يحدث تجاذب بين الانخلاعين المتماثلين المختلفين الاتجاه مما يسبب تلاشيهما تماما من البلورة .

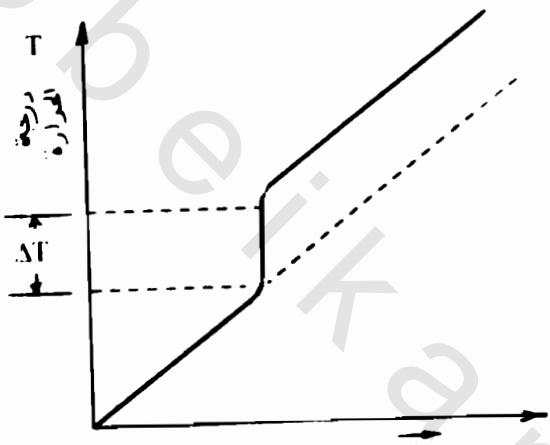
وإذا لم يكن للانخلاعين نفس مستوى الانزلاق كما في شكل (١٩ - ٢٠) يتلاشى الانخلاعين تاركين أما صفا من الفراغات أو صفا من الذرات البنية interstitial atoms .



شكل (٢٠ - ١٩)

١٨ - ١٦ تعين طاقة الانخلاع عملياً :

يستخدم المسرع الایسوثر مالى فى قياس كمية الطاقة المتحركة فى بلورة مشوهة نتيجة لتخميرها فى درجة حرارة مرتفعة حتى تتحرر كمية من الانخلاعات يمكن تحديد كثافتها بواسطة الميكروسكوب الالكتروني .



شكل (٢١ - ١٩)

تسخين المسرع الایسوثر مالى يتم بمعدل ثابت حيث ترتفع درجة حرارة بمعدل ثابت ينتج عنه خط مستقيم في منحنى التغير بين درجة الحرارة والزمن (كما في شكل (٢٠ - ١٩)).

عند وضع بلورة مشوهة تشويهاً لدنا في المسرع وإعادة التسخين نحصل على كتف في خط التسخين ينشأ عن تحرر عدد من الانخلاعات معطية طاقتها للمسرع .

من الزيادة في درجة الحرارة ΔT ويعود كتلة البلورة m وحرارتها النوعية C تكون كمية الحرارة التي تحررت هي

$$m \cdot C \cdot \Delta T$$

وي باستخدام الميكروسكوب المنفذ يمكن قياس كثافة الانخلاعات قبل وبعد عملية التسخين في المسرع لمعرفة كمية الانخلاعات التي أزيلت بالتسخين . من ذلك نحصل على الطول الكلى للانخلاعات في وحدة الحجم والتي أزيلت خلال التجربة ، ومن معرفة كمية الطاقة التي تحررت يمكن إيجاد طاقة الانخلاع لوحدة الأطوال .

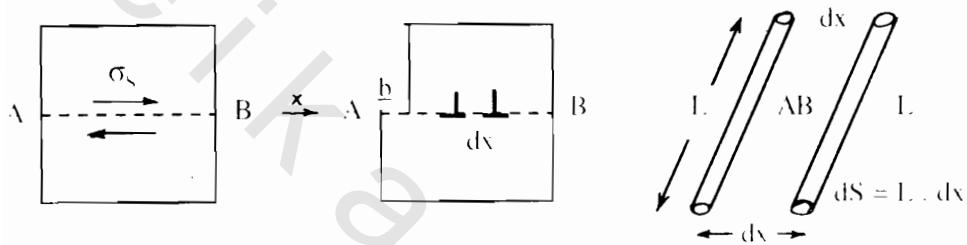
وقد أثبتت التجربة مطابقة القيم المقاومة عملياً بالقيم المحسوبة نظرياً .

١٨ - ١٧ تكاثر الانخلاعات : Multiplication of dislocations

ستكون الانخلاعات بتاثير إجهادات مرتفعة تزيد على إجهاد الإنذعان للمادة ، كما يحدث عادة في حالة التشوه اللدن plastic deformation ولكن يحدث تكاثر للانخلاعات في

كثير من الحالات دون الحاجة لهذه الإجهادات المرتفعة . ويتم هذا التكاثر عن طريق إجهاد صغير ، يؤثر في مستوى الانزلاق على الانخلاع بقوة تتسبب في انزلاقه إذا كان حراً أو تقوسه إن كان مثبتاً من طرفيه .

ولحساب القوة المؤثرة على الانخلاع لوحدة الأطوال نعتبر بلورة حيث A B هو مستوى انزلاق انخلاع حدى عليه كما هو مبين بشكل (١٩ - ٢٢) نتاج عن التأثير على البلورة بإجهاد σ_s على مستوى الإنزلاق .



شكل (٢٢ - ١٩)

إذا أزيح الانخلاع مسافة dx فإنه يكتسب مساحة dS على مستوى الانزلاق . وإذا كان طول الانخلاع L تكون هذه المساحة هي

القوة المؤثرة على الانخلاع لتحت الانزلاق مساحة S بواسطة الإجهاد σ_s هي :

$$F_s = \sigma_s \cdot dS$$

وإذا كان b هو متجه بورجر فإن الشغل المبذول لهذه الإزاحة هو $b \cdot dS = \sigma_s \cdot ds$

ومن ناحية أخرى إذا كانت القوة المؤثرة على الانخلاع لوحدة الأطوال منه هي F_L

فإن الشغل المبذول من القوة لإزاحة الانخلاع مسافة dx هو $F_L \cdot dx$ ويكون الشغل الكلي

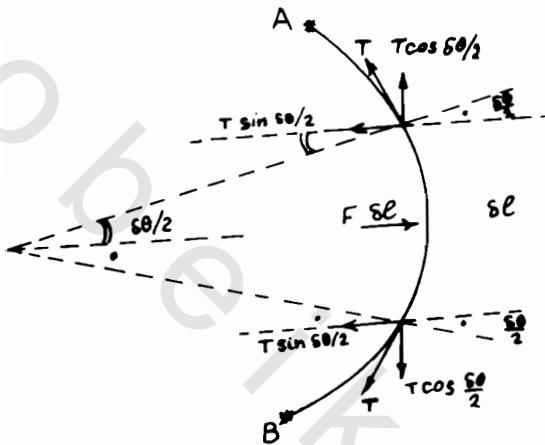
المبذول لطول L من الانخلاع هو

$dW = \sigma_s \cdot dS \cdot b = F_L \cdot L \cdot dx$ وبذلك يكون

ولكن $dS = L \cdot dx$ وعلى ذلك يكون

$$F_L = \sigma_s \cdot b$$

أى أن القوة على وحدة الأطوال من الإنخلاع تساوى قيمة الإجهاد على مستوى الانزلاق مضروبا في متجه بورجر . وهذه القوة تكون دائما في اتجاه عمودي على خط الإنخلاع .



شكل (١٩ - ٢٢)

ويكون انحناء الإنخلاع المثبت من طرفيه بتاثير هذه القوة تماماً كانحناء الأوتار المشدودة . فإذا اعتربنا إنخلاع AB مثبتاً من طرفيه يتقوس تحت تاثير قوة F .

نأخذ قطعة من الإنخلاع طولها $\delta\ell$ تعمل زاوية θ عند مركز الانحناء كما هو مبين في الشكل (١٩ - ٢٣) .

ونفرض أن T هو الشد في الإنخلاع .

ويتحلّل القوة المؤثرة على هذا الجزء تكون القوة $F \delta\ell / \theta$ متساوية لمركبتي الشد في الاتجاه

الأفقي بينما يتلاشى مركبتي الشد $T \cos \frac{\theta}{2}$ في الاتجاه العمودي .

$$F \delta\ell = 2 T \sin \frac{\theta}{2}$$

أى أن

وإذا كانت θ صغيرة فإن

$$\therefore F = T \left(\frac{\delta\theta}{\delta\ell} \right)_{\delta\theta \rightarrow 0}$$

ومن تعريف نصف قطر الإنحناء ρ فإن

$$\rho = \lim_{\delta\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\delta\ell}{\delta\theta} \right)$$

$$T = G b^2$$

ومن طاقة الإنخلاع فإن الشد فيه يساوى

وعلى ذلك فإن :

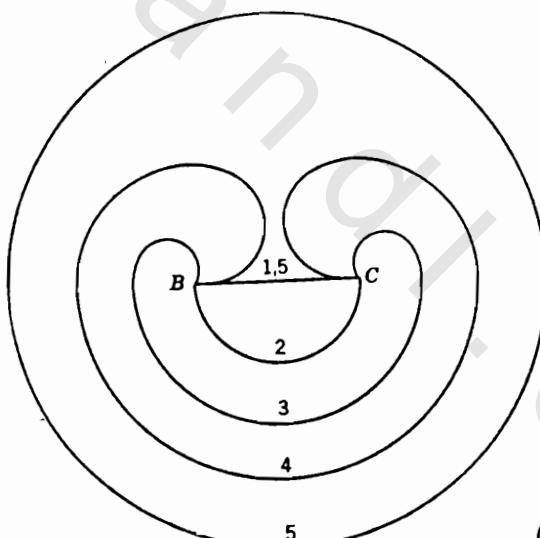
$$\rho = \frac{Gb}{\sigma}$$

أى أن نصف قطر الانحناء يقل كلما ازداد الإجهاد على مستوى الانزلاق . أى أن الانخلال يزداد تكورة كلما إزداد الإجهاد عليه .

مصدر تكاثر الانخلال لفرانك وريد : Frank - Read source

اعتبر الجزء من الانخلال المثبت من طرفيه عند C, B عند التأثير بإجهاد σ تكون القوة المؤثرة على خط الانخلال هي σb حيث b هو متوجه بورجر ، ويتوقف نصف قطر انحناء خط الانخلال على الإجهاد σ .

إذا زيد الإجهاد تدريجيا ، وازدادت القوة المؤثرة على الانخلال بالتبعية يزداد تقوس خط الانخلال حتى يصبح نصف دائرة كما هو مبين بشكل (١٩ - ٢٤) وبعدها يصبح الوضع غير مستقر فيتمدد الانخلال باطراد كما مبين حتى يتقابل فرعا الانخلال



شكل (١٩ - ٢٤)

ويكون عندئذ متوجه بورجر للفرعين المتقابلين فى اتجاهين متضادين فيلاشى أحدهما الآخر ، وينتتج عن استمرار التمدد حلقة دائرية من الانخلال يعود بعدها خط الانخلال الأصلى C إلى ما كان عليه ، ويعيد الكرة مرة بعد أخرى مكونا حلقات متتالية من

. الانخلاءات

ويتسبب خروج هذه الانخلاءات المتتالية لسطح البلورة في ظهور ما يسمى بمنطقة انزلاق slip band يجعل من مستوى الانزلاق الموجود عليه مصدر فراغ وريد للتكاثر مستوى نشط ، بخلاف المستويات الذرية الأخرى التي لا تظهر أى انزلاق .

مسائل على الباب التاسع عشر

- ١ - كم من السعرات تتحرر نتيجة زوال الانخلاءات من 20 cc من النحاس المشغف على البارد cold-worked عند تحميره في درجة حرارة مرتفعة إذا كانت الكثافة الابتدائية للانخلاءات $cm^{-2} \times 10^{11} = 6$. اعتبر أن طاقة الإنخلال هي V_e لكل طول $A = 1^\circ A$.
- ٢ - بلورة أحادية من النحاس بها حد مزاح ذو زاوية صغيرة low angle tilt على المستوى (010) ومحور الإزاحة tilt axis يوازي الاتجاه [001] boundary . أوجد زاوية الإزاحة إذا كان البعد بين كل انخلاعين في المستوى $m = 1.5 \times 10^{-6}$.
- ٣ - أوجد قيمة الإجهاد الحرج الذي يبدأ في تشغيل مصدر فرانك وريد لتكاثر الانخلال إذا كان طول فرع شبكة الانخلاءات بالبلورة هو $cm = 10^{-4}$ ومتوجه بورجر $b = 2.5 \times 10^{-8} cm$.
($G = 2 \times 10^{11} \text{ dynes/cm}^2$)

النظام الدولي للوحدات

المتر : طول مسار الضوء في الفراغ لمدة (1/299 792 458) من الثانية .
الكيلو جرام : وحدة الكتلة .

المدة الزمنية التي تعادل (9192631770) نورة إشعاع بين المستويات
الدقيقة الأرضية للطاقة في ذرة سينزيوم ١٣٣ .

الأمبير : هو التيار الذي إذا مر في سلكين لا نهائين ومتوازيين في الفراغ تحدث بين
السلكين قوة تساوى $2 \times 10^{-7} \text{ N m}^{-1}$

كلفن : وحدة الدرجة الترموديناميكية وتساوي (1/273.16) من الدرجة
الترموديناميكية للنقطة الثلاثية للماء .

المول : كمية المادة في نظام يحتوى على مكونات أولية كعدد الذرات في (0.012 kg)
من الكربون ١٢ .

كاندلا : الشدة الضيائية في اتجاه ما من مصدر إشعاع أحادى اللون تردد
(1 / 683) ($540 \times 10^{12} \text{ Hz}$) وتكون شدتة الإشعاعية في هذا الاتجاه
واط لكل ستريديان .

$$\pi = 3.141 592 653 \dots$$

$$e = 2.718 281 828 \dots$$

$$\sqrt{n} / 10 = 2.302 585 092 \dots$$

$$1 \text{ in} = 25.4 \text{ mm} \quad 1 \text{ lb} = 0.453 \text{ kg}$$

$$1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m} \quad 1 \text{ cal} = 4.184 \text{ J}$$

$$1 \text{ mile} = 1.609344 \text{ km}$$

الثوابت الفيزيائية الأساسية

القيمة	الرمز	الكمية
$299\,792\,458 \text{ ms}^{-1}$	C	سرعة الضوء في الفراغ
$4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$	μ_0	قابلية الفراغ permeability
$8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$	ϵ_0	نفاذية الفراغ permittivity
$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	G	ثابت نيوتن للجاذبية
$6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$	h	ثابت بلانك
$1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	e	شحنة الإلكترون
$2.07 \times 10^{-15} \text{ wb}$	ϕ_0	كمة الفيض المغناطيسي $(h/2e)$
$4.83597 \times 10^{-14} \text{ HzV}^{-1}$	$2e/h$	نسبة تردد إلى فولط جوزيفن
25812.8Ω	R_H	مقاومة هول المكماة (h / e^2)
10973731 m^{-1}	R_∞	ثابت ريدبرج
$0.529177 \times 10^{-10} \text{ m}$	a_0	نصف قطر بوهر
$2.818 \times 10^{-15} \text{ m}$	r_e	نصف قطر الإلكترون
$9.274 \times 10^{-24} \text{ JT}^{-1}$	μ_B	بوهر ماجنتون $(eh / 2m_e)$
$9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$	m_e	كتلة الإلكترون
$1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_p	كتلة البروتون
$1.6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_n	كتلة النيوترون
$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	N_A	ثابت أفوجادرو
$96485309 \text{ C mol}^{-1}$	F	ثابت فارادي
$8.31451 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$	R	ثابت الغاز الجزيئي
$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	k	ثابت بولتزمان (R/NA)
$5.67 \times 10^{-8} \text{ w m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	σ	ثابت ستيفان - بولتزمان

9.80665 m s^{-2}	g	عجلة الجاذبية للسقوط الحر
101325 Pa	atm	الضغط الجوى القياسى
$1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$	a.m.u	وحدة الكتلة الذرية (a.m.u)
$1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$	eV	الإلكترون فولط

بعض التكاملات القياسية

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = 1/2 \sqrt{\pi}$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-\lambda x} dx = 1/\lambda^2$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-\lambda x^2} dx = 1/4 \sqrt{\frac{\pi}{\lambda^3}}$$