الباب الثامن عشر
الخواص المرنة واللا مرنة للجوامد المتبلورة
Elastic and Anelasic Properties of solids

أولا : الخواص المرنة :

تقع أهمية معرفة معاملات المرونة للجوامد المتبلورة فى أنها تعطى الكثير من الضوء على قوى الترابط بين الذرات ، ولدراسة هذه المعاملات نبدأ أولا بتعريف للإجهاد وللإنفعال فى حالاتها العامة .

الانفعال :

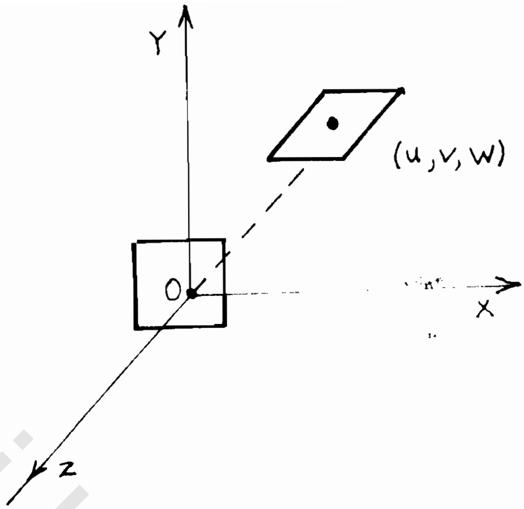
لتعريف مركبات الانفعال نعرف أولا متجه الإزاحة Displacement vector فإذا فرضنا عنصرا صغيرا داخل جسم ، شكل (١٨ - ١) وكانت إحداثياته قبل التأثير على الجسم بقوى خارجية هى (x, y, z) ، وأصبحت بعد ذلك (x + U,y + V,z + W) فإن المتجه (U, V, W) يسمى بمتجه الإزاحة ومركباته دوال للمتغيرات (x, y, z) ، وهذا المتجه يبين الإزاحة الانتقالية التى حدثت لهذا العنصر ، بالإضافة إلى ما يمكن أن يكون قد حدث له من تغير فى شكله نتيجة تأثير القوة .

ويعرف متجه الإزاحة تماما بواسطة اثنا عشر معاملا على الشكل التالى :

$$U = U_0 + \frac{dU}{dx} X + \frac{dU}{dy} y + \frac{dU}{dz} z$$

$$V = V_0 + \frac{dV}{dx} X + \frac{dV}{dy} y + \frac{dV}{dz} z$$

$$W = W_0 + \frac{dW}{dx} X + \frac{dW}{dy} y + \frac{dW}{dz} z$$



شكل (١٨ – ١)

والمعاملات التفاضلية مأخوذة عند المركز 0

المتجه (U_0 , V_0 , W_0) يعطى إزاحة مركز الإحداثيات 0 الانتقالية بينما يعطى متجه آخر ليكن U^1 , V^1 , W^1 إزاحة كل جزء من أجزاء العنصر بالنسبة لمركز الإحداثيات الجديد بعد انتقاله ، وهذا المتجه يعطى تسعة معاملات تفاضلية .

$$\frac{dU}{dx}, \ldots\ldots \quad \frac{dV}{dx}, \ldots\ldots \quad \frac{dW}{dx}, \ldots\ldots$$

ويمكن وضع هذه المعاملات التسعة على الصورة الآتية ، وذلك ليسهل إيجاد تفسيرات فيزيائية مباشرة لها .

$$e_{xx} = \frac{dU}{dx}; \quad e_{yy} = \frac{dV}{dy}; \quad e_{zz} = \frac{dW}{dz}$$

$$e_{xy} = \frac{dV}{dx} + \frac{dU}{dy}; \quad e_{yz} = \frac{dW}{dy} + \frac{dV}{dz}$$

$$e_{zx} = \frac{dU}{dz} + \frac{dW}{dx}$$

$$\omega_x = \frac{dw}{dy} - \frac{dV}{dz}; \quad \omega_y = \frac{dU}{dz} - \frac{dW}{dx}$$

$$\omega_z = \frac{dV}{dx} - \frac{dU}{dy}$$

فى حالة إذا ما كانت هذه المعاملات صغيرة فيمكن إعطاءها المعانى الآتية :

e_{xx} هو التغير النسبى فى طول خط ما فى الجسم يوازى أصلا محور السينات . وبالمثل بالنسبة إلى e_{yy} ، e_{zz} وتمثل هذه الكميات الانفعال الطولى فى اتجاهات x,y,z كما تمثل : e_{yz} , e_{zx} , e_{xy} الانفعال القاص فى الاتجاهات الثلاثة ، ويعرف بالتغير فى الزاوية بين أزواج المحاور المتجاورة (y,z) , (z,x) , (x,y) . وذلك أثناء عملية التشويه أو الانفعال ، بفرض أن هذه المحاور ثابتة فى الجسم أثناء الانفعال .

الانفعال الحجمى هو التغير فى وحدة الحجوم من المادة . فإذا اعتبرنا مكعبا طول ضلعه الوحدة ، تصبح أبعاده بعد الانفعال هى :

$$(1 + e_{xx}) \text{ ، } (1 + e_{yy}) \text{ ، } (1 + e_{zz})$$

ويصير حجمه بعد الانفعال :

$$(1 + e_{xx})\ (1 + e_{yy})\ (1 + e_{zz}) = 1 + e_{xx} + e_{yy} + e_{zz}$$

ويكون الانفعال الحجمى وهو التغير النسبى فى الحجم هو :

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = e_{xx} + e_{yy} + e_{zz}$$

الإجهاد :

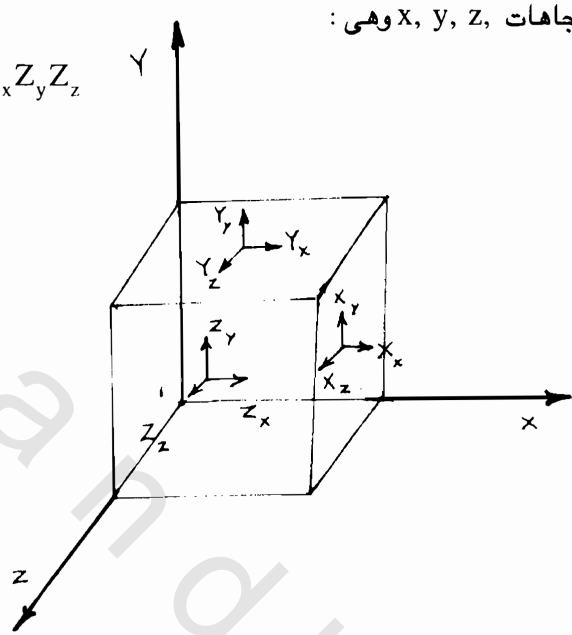
اعتبر جسما متزنا يقع عليه إجهاد ما ينتج عن ذلك قوى داخلية تؤثر على أية مساحة أولية dA داخل المادة ، بحيث يمكن اعتبار أن القوى التى تؤثر بها المادة على أحد جانبى هذه المساحة تتزن مع قوى مساوية لها مقداراً ، ويؤثر بها الجانب الآخر من المادة على نفس هذه المساحة .

ولإيجاد مركبات الإجهاد الداخلى عند أية نقطة فى الجسم المجهد نعتبر مكعبا أوليا dx dy dz فى المادة كما فى شكل (١٨ – ٢) .

بما أن هناك إجهاداً واقع على هذا المكعب ، لذلك فإن المادة المحيطه به تؤثر عليه بمجموعة من القوى ، كما يؤثر هذا المكعب نفسه بقوى مساوية ومضادة لها نظرا لأنه متزن بالداخل ، ولا يتحرك فى أى اتجاه .

يمكننا تعريف هذه المجموعة من القوى تماما بواسطة تسعة مركبات تعمل فى الاتجاهات x, y, z, وهى :

$X_x X_y X_z$, $Y_x Y_y Y_z$, $Z_x Z_y Z_z$



شكل (١٨ - ٢)

مركبات الإجهاد نسبة إلى محاور متعامدة $X_x Y_y Z_z$ تعمل عموديا على الثلاثة أسطح المتعامدة للمكعب ، وهى لذلك قوى شادة أو ضاغطة وفقا لاتجاهها بالنسبة للمكعب .

أما الستة مركبات الأخرى ، فهى قوى تعمل فى مستوى هذه الأسطح ، وهى لذلك قوى قاصة . ونظرا لأن المكعب فى حالة اتزان داخلى فهو لا يدور أو يتحرك داخل الجسم ، لذلك يجب استيفاء الشرط التالى :

$$X_y = Y_x \quad , \quad Y_z = Z_x \quad , \quad Z_x = X_z$$

أى أن هناك فقط ثلاثة مركبات للقوى القاصة يمثلها :

$X_y \quad Y_z \quad Z_x$

ويكون الإجهاد فى أعم صوره ممثلا بستة مركبات هى :

$X_x \quad Y_y \quad Z_z \quad X_y \quad Y_z \quad Z_x$

النظرية الخطية للمرونة :

وضع هوك نظريته التى تنص على أن مركبات الانفعال هى دوال خطية لمركبات الإجهاد وبالعكس ، ونحصل بذلك على مجموعتين من المعادلات تبين العلاقات بين مركبات الإجهاد والانفعال ، وذلك فى حالتها العامة وسنرى أنه يمكن استنباط الحالات البسيطة الخاصة من هذه المعادلات إذا ما وضعت الشروط الخاصة بكل حالة .

أما العلاقات العامة لقانون هوك هى :

$$e_{xx} = S_{11} X_X + S_{12} Y_y + S_{13} Z_z + S_{14} Y_z + S_{15} Z_x + S_{16} X_y$$
$$e_{yy} = S_{21} X_x + S_{22} Y_y + S_{23} Z_z + S_{24} Y_z + S_{25} Z_x + S_{26} X_y$$

. . . .

$$e_{xy} = S_{61} X_x + S_{62} Y_y + S_{63} Z_z + S_{64} Y_z + S_{65} Z_x + S_{66} X_y$$
$$X_x = C_{11} e_{xx} + C_{12} e_{yy} + C_{13} e_{zz} + C_{14} e_{yz} + C_{16} e_{zx} + C_{16} e_{xy}$$

. . . .

$$X_y = C_{61} e_{xx} + C_{62} e_{yy} + C_{63} e_{zz} + C_{64} e_{yz} + C_{65} e_{zx} + C_{66} e_{xy}$$

والثوابت . . . , S_{12} , S_{11} تعرف بثوابت المرونة ، كما تعرف القيم . . . , C_{12} , C_{11} بمعاملات المرونة ، ويوجد من كل نوع عدد ستة وثلاثون ثابتا تختصر عادة فى الحالات الخاصة البسيطة إلى أعداد أقل ، فمثلا فى حالة مادة لا تتوقف خواصها الطبيعية على الاتجاه (isoropic) مثل الزجاج فإننا نجد هناك معاملين فقط للمرونة هما : معامل المرونة الطولى (يونج) ومعامل القص ، ومن المعروف أنه توجد علاقة بين هذين المعاملين والمعاملات الأخرى المألوفة ، كمعامل المرونة الحجمية ، أو نسبة بواسون على الصورة الآتية :

$$Y = \frac{9KG}{3K+G}$$

$$Y = 2(1+\upsilon)G$$

حيث Y معامل المرونة الطولى ليونج ، G معامل القص ، K معامل الانضغاط وهو مقلوب معامل المرونة الحجمى ، υ نسبة بواسون .

أما فى المواد الأكثر تعقيدا كما فى التركيبات ذات البنية البلورية ، فهناك عدد أكبر من هذه الثوابت . فبالنسبة للبلورات ذات البنية التكعيبية ، يوجد ثلاثة معاملات مرونة غير مترابطة ، تظهر فى العلاقات العامة لهوك كما يأتى :

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{vmatrix}$$

وبالنسبة للبلورات ذات البنية السداسية التركيب الشبيكى ، فلها عدد خمسة معاملات مرونة بيانها كالتالى :

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{vmatrix}$$

ثانيا : الخواص اللامرنة (Anelasticity) :

يضع هوك فى نظريته الخطية للمرونة شرطاً يجب توفره حتى يكون صحيحاً ما سبق كتابته من معادلات، وهذا الشرط هو أن يكون الإجهاد والانفعال داخل الحد المرن للجسم، أما إذا تعدى الإجهاد هذا الحد فإن الانفعال الحادث يصير انفعالا دائما لا يزول بزوال المؤثر ولا تنطبق عندئذ النظرية الخطية للمرونة.

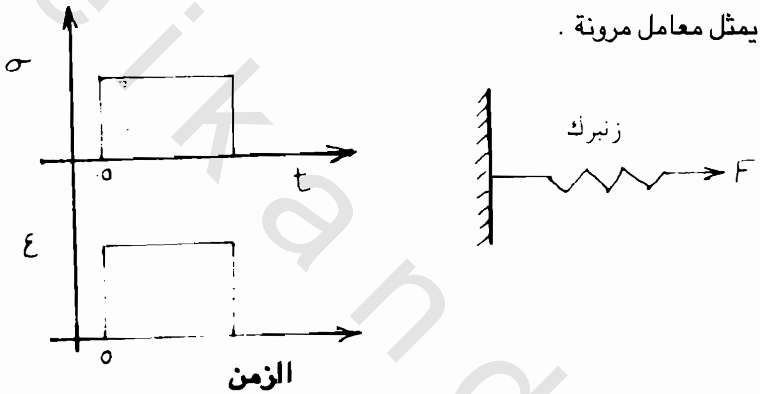
المرونة وعامل الزمن :

يلاحظ أيضا أن جميع قوانين المرونة الخطية لا تحتوى إطلاقا على الزمن كمتغير ، وهذا يعنى أنه عند التأثير بإجهاد على جسم ما ، فإن قيمة الانفعال تصل إلى نهايتها فى الحال ، وكذلك عند إزالة الإجهاد يختفى الانفعال تماما فى نفس اللحظة .

ويمكن تمثيل هذا الجسم الذى يطلق عليه الجسم تام المرونة ، يمكن تمثيله ميكانيكيا بزنبرك مرن يكون انفعاله e الحادث نتيجة لإجهاد σ واقع عليه ، كما هو مبين بشكل (١٨-٣) ويمكن وصفه بالمعادلة :

$$\sigma = a \cdot e$$

حيث a يمثل معامل مرونة .



شكل (١٨ - ٣)

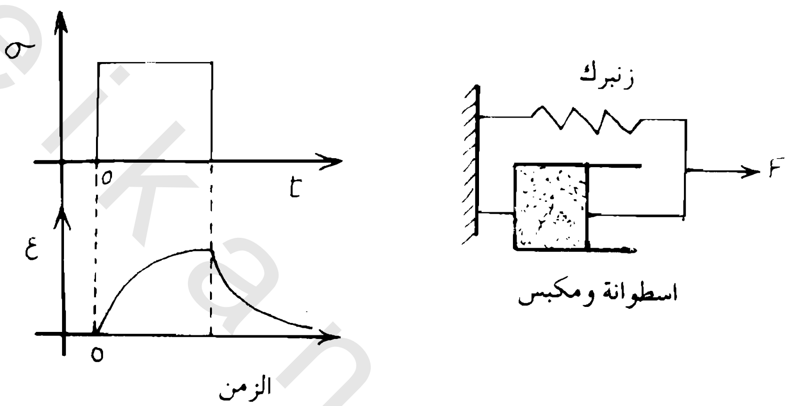
تحيد الأجسام الحقيقية فى التصرف عن هذا الجسم المثالى المرونة ، وذلك فى أنها تحتاج لبعض الوقت لكى يصل انفعالها المرن إلى قيمته المفروضة وفقا للنظرية الخطية للمرونة . وكان فويجت Voigt هو أول من سجل تلك الملاحظة من خلال بعض دراسات كان يجريها على خيوط تعليق ملفات الجلفانومترات . إذ وجد أنه عند توصيل التيار الكهربى يلزم انتظار بعض الوقت حتى يصل الانحراف فى الجلفانومتر إلى قيمته النهائية . كذلك عند قطع التيار لا تعود نقطة الضوء إلى وضعها الصفرى إلا بعد فترة من الوقت ، وهذا يعنى أن الانفعال الحادث يكون داخل الحدود المرنة لخيط التعليق ، ولكن يحتاج لبعض الوقت حتى يأخذ قيمته النهائية .

ومن هنا نشأت فكرة وجوب إدخال عامل الزمن فى معادلات هوك للمرونة الخطية ، حتى تناسب حالة الجسم الحقيقى ، والذى سمى حينئذ بجسم فويجت (Voigt solid)

وسميت هذه الظاهرة بالمرونة المتخلفة أو اللامرونة :
(Elastic After effect - Anelasticity)

ولتعديل معادلات المرونة لهوك ، اعتبرنا أن الإجهاد لا يتناسب فقط مع الانفعال ، ولكنه يتناسب أيضا مع معدل التغير فى هذا الانفعال فتصير معادلة المرونة لجسم فويجت هى :

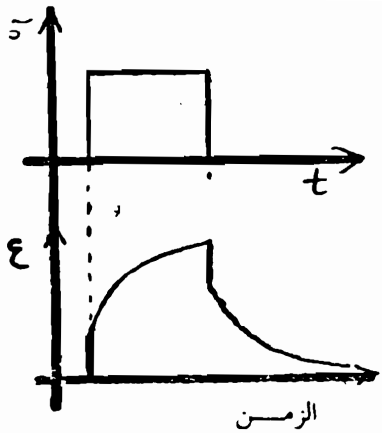
$$\sigma = a_1 \, e + a_2 \frac{de}{dt}$$



شكل (١٨ – ٤)

وعلى ذلك يكون النموذج الميكانيكى والتمثيل البيانى لتغير الإجهاد والانفعال كما فى شكل (١٨ – ٤) .

لقد أدخل التعديل السابق فى معادلات المرونة إمكان تزايد أو تناقص الانفعال تدريجيا مع الزمن ، وحتى يصل لقيمته النهائية كما هو مبين بالشكل ولكن عند ملاحظة الأجسام الحقيقية بدقة أكثر ، وجد أن هناك انفعالا لحظياً يحدث عند لحظة التأثير بالإجهاد ، يعقبه بعد ذلك زيادة تدريجية للانفعال مع الزمن حتى تصل إلى قيمتها النهائية ويبين بشكل (١٨ – ٥) تغير الإجهاد والانفعال مع الزمن فى حالة الجسم القياسى الخطى. يلاحظ أن الانفعال اللحظى يمثله الزنبرك (٢) فى النموذج الميكانيكى .



شكل (١٨ – ٥)

معادلة الحالة الميكانيكية لجسم حقيقى Standard linear solid :

لوصف تغيير الإجهاد والانفعال فى الأجسام الحقيقية بشكل أكثر دقة ، نفرض أن كلا من الإجهاد ومعدل تغيره تتناسب طرديا مع الانفعال ومعدل تغيره كما هو مبين بالمعادلة:

$$a_1 \sigma + a_2 \frac{d\sigma}{dt} = b_1 e + b_2 \frac{de}{dt}$$

حيث b_2 b_1 a_2 a_1 ثوابت أربعة يمكن اختصارها إلى ثلاثة فقط بوضع المعادلة على الصورة :

$$\sigma + \tau_e \frac{d\sigma}{dt} = M_R \left(e + \tau_\sigma \frac{de}{dt} \right)$$

حيث τ_e ، τ_σ هما زمنى الإرخاء عندما يكون الانفعال والإجهاد ثابتين على الترتيب.

M_R ثابت يسمى معامل المرونة عند الإرخاء التام .

ولإيجاد تغير الإجهاد أو الانفعال مع الزمن نحل المعادلة السابقة أولا باعتبار الحل الخاص عندما يكون كل من $\frac{de}{dt}$, e يساوى صفرا

$$\therefore \ \sigma + \tau_e \frac{d\sigma}{dt} = 0$$

$$\therefore \ \sigma(t) = \sigma(0) \exp - t/\tau_\varepsilon$$

وإذا فرضنا بعد ذلك أن انفعالا قدره e_0 قد حدث فجأة عند بدء الزمن $t = 0$ ، فإن الإجهاد يتغير إرخائيا بزمن ارخاء τ_e ، وتكون قيمة الإجهاد النهائية هى $M_R e_0$ ، ويصبح الحل الكامل للمعادلة التفاضلية هو :

$$\sigma(t) = M_R e_0 + \left(\sigma_0 - M_R e_0\right) \exp - t/\tau_e$$

وبتطبيق حالات الحدود Boundary conditions

أولا : عند $\therefore \ t = 0$

يصير $\sigma(0) = \sigma_0$

ثانيا : عند $t = \infty$

يصير $\sigma(\infty) = M_R e_0$

ويمكن بذلك رسم المعادلة السابقة بيانا كما فى شكل (١٧ - ٦)

وباستخدام نفس طريقة الحل يمكن إيجاد تغير الانفعال مع الزمن عند التأثير على الجسم بإجهاد ثابت وتصير المعادلة كالتالى :

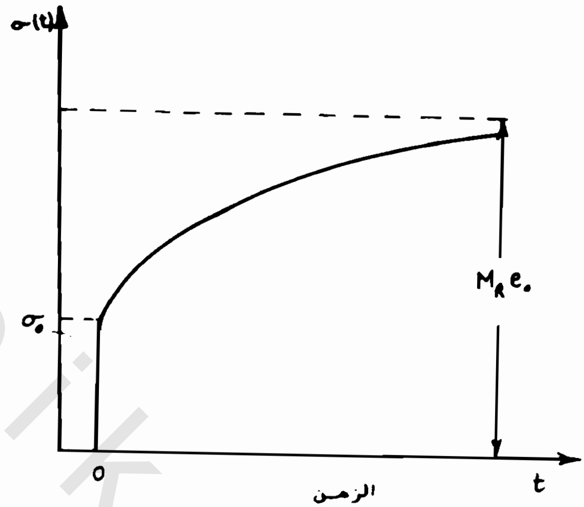
$$e(t) = M_R^{-1} \sigma_0 + \left(e - M_R^{-1} \sigma_0 \right) \exp - t/\tau_\sigma$$

العلاقة بين معاملى المرونة قبل وبعد الإرخاء :

نفرض أننا أثرنا على الجسم بإجهاد صغير $\Delta \sigma$ خلال فترة زمنية قصيرة dt ، تصير المعادلة التفاضلية لتغير الإجهاد مع الزمن هى :

$$\sigma dt + \tau_e d\sigma = M_R \left(e dt + \tau_\sigma de \right)$$

فإذا اعتبرنا أن الفترة الزمنية d t تؤول إلى الصفر تختصر المعادلة السابقة فتصبح:



شكل (١٨ – ٦)

تغير الإجهاد مع الزمن عند ثبوت الانفعال

$$\tau_e \cdot \Delta\sigma = M_R \cdot \tau_\sigma \cdot \Delta e$$

حيث $\Delta\sigma$, Δe هما الإجهاد والانفعال المصاحب عند لحظة البداية $t = 0$ ،

وتكون بذلك النسبة بين الإجهاد والانفعال هى معامل المرونة M_U عندما لا يكون هناك أى إرخاء :

$$\lim_{dt \to 0} \frac{\Delta\sigma}{\Delta e} = M_U = M_R \cdot \frac{\tau_\sigma}{\tau_e}$$

$$\therefore \frac{M_U}{M_R} = \frac{\tau_\sigma}{\tau_e}$$

ويعطى حيود الكمية $\frac{M_U}{M_R}$ عن الواحد الصحيح مقياسا للتغير النسبى فى الإجهاد أو الانفعال الذى يحدث أثناء العملية الإرخائية .

الاحتكاك الداخلى :

تعالج الجوامد عند دراستها بطرق ديناميكية ، بمعنى أن يكون الإجهاد المؤثر إجهادا دوريا وليس استاتيكيا ، ويكون الانفعال الحادث تبعا لذلك انفعالا دوريا أيضا وفقا للمعادلات :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp i\omega t$$

$$e(t) = e_0 \exp i\omega t$$

حيث σ_0 ، e_0 هما قيمتى السعة للإجهاد والانفعال الدوريين ، ω هى التردد وبالتعويض فى المعادلة التفاضلية التى تعرف مرونة الجسم الحقيقى نحصل على

$$(1 + i\omega\tau_e)\,\sigma_0 = M_R\,(1 + i\omega\tau_\sigma)\,e_0$$

أى أن

$$\sigma_0 = M^* e_0$$

حيث

$$M^* = \frac{1 + i\omega\tau_\sigma}{1 + i\omega\tau_e} \cdot M_R$$

ويلاحظ أن النسبة $\frac{\sigma_0}{e_0}$ هى فى حد ذاتها معاملا للمرونة M^* ولكنه يحتوي بداخله كميات تخيلية $i = \sqrt{-1}$ يمكن تسميته بمعامل المرونة التخيلى ، وتعود أهمية هذا المعامل فى أنه يسمح لنا بتعيين مقدار الفقد فى الطاقة داخل النظام كنتيجة للعملية الإرخائية وتأخر الانفعال خلف الإجهاد بزاوية معينة ولتكن δ .

ظل زاوية التخلف $\tan\delta$ هو مقياس للفقد الداخلى فى النظام ويعرف بالاحتكاك الداخلى ويرمز له عادة بالرمز Q^{-1} وتوجد قيمته من المعادلة :

$$\tan\delta = Q^{-1} = \frac{\text{الجزء التخيلى من } M^*}{\text{الجزء الحقيقى من } M^*}$$

$$\therefore\ Q^{-1} = \frac{\omega(\tau_\sigma - \tau_\varepsilon)}{1+\omega^2 \tau_\varepsilon \tau_\sigma}$$

وباستخدام المعادلة

$$\frac{M_U}{M_R} = \frac{\tau_\sigma}{\tau_e} = \frac{M_U - M_R}{M} = \frac{\tau_\sigma - \tau_e}{\tau}$$

تصبح معادلة الفقد فى الطاقة أو الاحتكاك الداخلى :

$$Q^{-1} = \frac{M_U - M_R}{M} \cdot \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$

$$= \Delta \cdot \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$

حيث

$$\tau = \left(\tau_e\ \ \tau_\sigma\right)^{1/2} \ \&\ M = (M_U \cdot M_R)^{1/2}$$

الحد الأول من المعادلة السابقة (Δ) يبين الفرق النسبى بين معاملى المرونة فى حالة الإرخاء وعدم الإرخاء ، أما الحد الثانى فى المعادلة فيعطى تغير الفقد الداخلى Q^{-1} مع تغير التردد ω ويلاحظ أن لهذا الحد قمة عظمى عندما يكون $\omega\tau = 1$

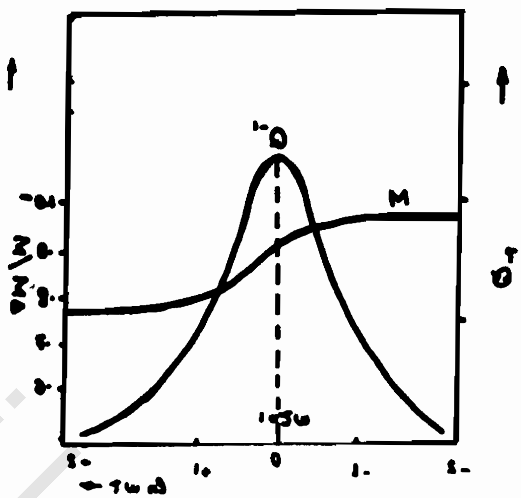
ويؤخذ عادة المتغير $x = \ln\ \omega\tau$ بدلا من $\omega\tau$ فتصبح بذلك معادلة الفقد هى :

$Q^{-1} = \frac{\Delta}{2}\ \text{sech}\ x$ وتعطى هذه المعادلة : منحنى متماثل بالنسبة للمحور $x = 0$ عند رسم العلاقة بين $Q^{-1}\ \&\ x$ كما مبين بشكل (١٨ – ٧)

وتكون قيمة Q^{-1} عند قمة المنحنى هى :

$$Q^{-1}_{max} = 1/2\ \frac{M_U - M_R}{M}$$

وواضح أنه بمعرفة موضع قمة منحنى الفقد على محور التردد يمكن مباشرة تعيين زمن إرخاء العملية من العلاقة : $\omega\tau = 1$



شكل (١٨ - ٧)

طيف الارخاء Relaxation Spectrum :

تنطبق العلاقات السابقة فى حالة وجود عملية إرخائية واحدة يطلق عليها : إرخائية ديباى يميزها طاقة تنشيط واحدة وزمن إرخاء واحد .

ولكننا كثيرا ما نجد أكثر من عملية إرخائية تعمل فى نفس منطقة الترددات المعنية بالدراسة .

وعندئذ ينطبق مبدأ التطابق لبولتزمان

Boltzmann superposition principle

وينص هذا المبدأ على أن تأثير العمليات الإرخائية المتطابقة يكون بالإضافة أى أن قيمة الفقد الكلى المقاس تساوى مجموع جميع الإضافات التى تحدثها كل عملية إرخائية على حدة .

ولكن من السهل فصل هذه العمليات الإرخائية عن بعضها ، وذلك بتغيير التردد أو درجة الحرارة . هذا وإن كان المعتاد هو تغيير درجة الحرارة لسهولة إحداث ذلك عن تغيير

تردد القوى المؤثرة ، إذ غالبا ما يحتاج ذلك إلى تغيير طريقة القياس ذاتها للانتقال من منطقة تردد معينة إلى منطقة أخرى فما يصلح للترددات البندولية لا يصلح للترددات الصوتية أو فوق الصوتية وهكذا .

وعلى ذلك فإن تغيير درجة الحرارة يحدث تغيرا فى زمن إرخاء العملية وفقا للمعادلة .

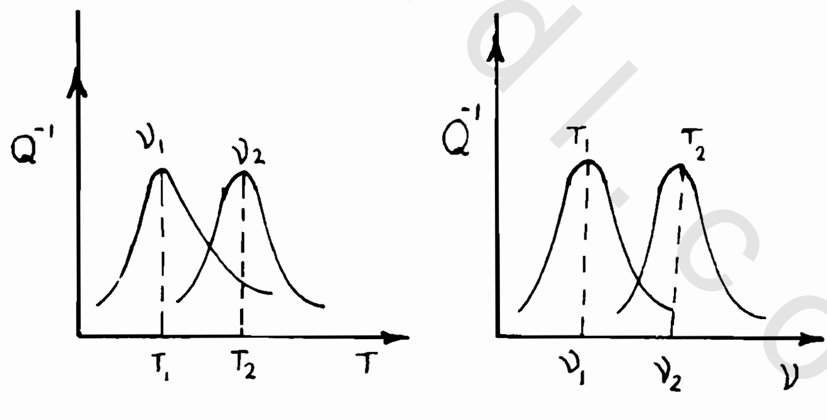
$$\tau = \tau_0 \ \exp \ E/kT$$

حيث E هى طاقة تنشيط العملية الإرخائية

و k هو ثابت بولتزمان

و T هى درجة الحرارة المطلقة .

فإذا ما تم تعيين منحنيات الفقد Q^{-1} مع درجة الحرارة لعدد من الترددات υ_2 υ_1 كما فى شكل (١٨ – ٨) وبإيجاد موضع قمة كل منحنى على محور درجة الحرارة نكون بذلك قد أوجدنا العلاقة بين التردد الإرخائى ودرجة الحرارة ، وبرسم العلاقة البيانية بين لوغاريتم التردد مع مقلوب درجة الحرارة المطلقة نحصل على خط مستقيم شكل (١٨ – ٩) يكون ميله مساويا (E/k) .

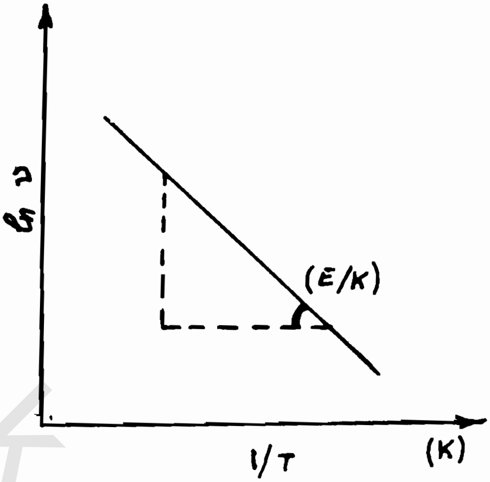


شكل (١٨ – ٨)

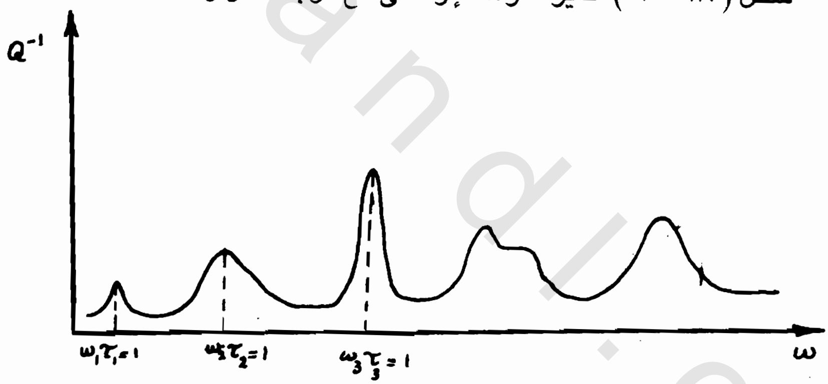
يبين إزاحة القمة الإرخائية بتغير التردد أو بدرجة الحرارة

وعندما نمسح منطقة الترددات للبحث عن العمليات الإرخائية تظهر قمم على محور

التردد يكون عند كل منها دائما $\omega\tau = 1$ وتسمى أحيانا كل قمة منطقة امتصاص ، وتسمى هذه المناطق مجتمعة بطيف الإرخاء انظر شكل (١٨ – ١٠)



شكل (١٨ – ٩) تغير التردد الإرخائى مع درجة الحرارة



(شكل ١٨ – ١٠) طيف الإرخاء لمادة

وتعتمد العمليات الإرخائية المختلفة التى تظهر كمناطق امتصاص فى طيف الإرخاء على التحركات الداخلية التأثيرية التى تنتج عن القوى الخارجية المؤثرة مع تخلف الانفعال عن الإجهاد .

هذه التغيرات الداخلية على المستوى الميكروسكوبى تنشأ عن إرخاء جهود ديناميكية حرارية Thermodynamic potentials . نتجت أصلا بتأثير القوة الخارجية ، وكأمثلة

لهذه العمليات الإرخائية :

١ - إرخاء ينشأ عن انتشار الطاقة الحرارية فى الأنظمة المرنة .

٢ - إرخاء ينشأ عن انتشار التيارات الدوامية فى الأنظمة المرنة .

٣ - إرخاء ينشأ عن انتشار الذرات أو الأيونات أو الالكترونات .

٤ - إرخاء ينشأ عن حركة أخطاء الشبيكة .

مسائل علي الباب الثامن عشر

١ – بلورة أحادية اسطوانية الشكل عليها إجهاد شد σ على طرفيها . إذا كان العمودى على مستوى انزلاق slip plane فى البلورة يعمل زاوية ϕ مع محور الاسطوانة وكان اتجاه الانزلاق فى مستوى يعمل زاوية λ مع هذا المحور ، أثبت أن إجهاد القص على مستوى الإنزلاق فى اتجاه الإنزلاق هو $\sigma \cos \phi \cos \lambda$.

٢ – إذا كان إجهاد القص للنحاس $10^6 \ \text{n m}^{-2}$ ما هو أقل إجهاد شد على بلورة أحادية من النحاس كالتى فى التمرين السابق يحدث تشويه قص .

٣ – اثبت أن الإجهادات σ_x^n , σ_y^n , σ_z^n التى تؤثر على مستوى تكون جيوب تمام الاتجاه direction cosines للعمود عليه هى $\propto, \beta, \gamma$ مع محاور الإسناد تعطى بالمعادلات:

$$\sigma_x^n = \propto \sigma_x + \beta \tau_{yx} + \gamma \tau_{zx}$$

$$\sigma_y^n = \propto \tau_{xy} + \beta \sigma_y + \gamma \tau_{zy}$$

$$\sigma_z^n = \propto \tau_{xz} + \beta \tau_{yz} + \gamma \sigma_z$$

٤ – أوجد الاستطالة فى قضيب طوله 10^{-1} m ومساحة مقطعه $10^{-4} \ \text{m}^2$ يقع تحت تأثير قوة شادة مقدارها 0.1 n

ثوابت المرونة للألومنيوم

$$S_{11} = 15.9 \times 10^{-12} \ \text{m}^2 \ \text{n}^{-1}$$

$$S_{12} = -5.8 \times 10^{-12} \ \text{m}^2 \ \text{n}^{-1}$$

$$S_{44} = 35.2 \times 10^{-12} \ \text{m}^2 \ \text{n}^{-1}$$