

## الباب الخامس عشر

### نظرية العوازل : Theory of Dielectrics

سبق أن بينا أن التوصيل الكهربائي في الفلزات وأشباه الموصلات ينشأ عن الحركة شبه الحرة لحاملات الشحنة ، وهناك مواد أخرى تكون فيها الإلكترونات وحتى إلكترونات التكافؤ مقيدة بنويات ذراتها مما يجعل التوصيل الإلكتروني لها منعدماً .

وتصف نظرية المناطق مثل هذه المواد بأن لها طاقة ثغرة Energy gap كبيرة بين منطقتي التكافؤ والتوصيل قد تصل إلى بضعة إلكترون فولت . وتسمى هذه المواد بالعوازل .

فذرات المواد العازلة تتكون من نويات موجبة التكهرب يحيط بها شحنات سالبة حيث تنطبق مراكز الشحنة الموجبة والسالبة في كل جزء منها . وعندما يؤثر على مثل هذه المواد مجال كهربائي يحدث استقطاب كهربائي ينشأ عنه ثنائيات قطب محليه في أجزاء المادة المختلفة local dipoles . وفي بعض المواد العازلة تشكل مجاميع الأيونات أو الجزيئات ثنائيات قطب دائمة تظهر حتى في حالة انعدام المجال الكهربائي الخارجي ، ويدهى أنه عند التأثير بمجال خارجي تترتب هذه الثنائيات قطب في اتجاهات توازي اتجاه المجال ، وتتأثر عملية الاستقطاب هذه بعامل التهييج الحراري وهي لذلك تعتمد على درجة الحرارة .

### تعريفات وعلاقات في الكهرواستاتيكا

١ - تعرف شدة المجال الكهرواستاتيكي ،  $E$  ، بالقوة التي تؤثر على وحدة الشحنة

الموجبة الموضوعة عند هذه النقطة .

$$F = q \cdot E$$

٢ - القوة بين شحنتين نقطيتين  $q_1$  .  $q_2$  تفصلهما مسافة  $r$  هي :

$$F = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$

حيث  $\epsilon_0$  هي نفاذية الفراغ وقيمتها  $8.85 \times 10^{-12}$  فاراد / متر

٣ - شدة المجال فى الفراغ على مسافة  $r$  من شحنة  $q$  هى :

$$E = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$

٤ - عند التأثير بمجال كهربائى على مادة عازلة ينتج عن ذلك استقطابا يعرف

بعزم ثنائى القطب الكهربائى لوحدة الحجم وتكون إزاحة العزل الكهربائى  
dielectric displacement  $D$

هى :

$$D = \epsilon . E$$

حيث  $\epsilon$  هى نفاذية المادة .

٥ - مقدار الشحنة  $Q$  على لوحى المكثف ذو اللوحين المتوازيين هى :

$$Q = C V$$

حيث  $C$  هى سعة المكثف ،  $V$  هى : فرق الجهد بين لوحيه وتكون سعة المكثف  $C$  هى :

$$C = \frac{A}{\epsilon d}$$

حيث  $A$  هى : مساحة لوح المكثف ،

$d$  هى : المسافة بين اللوحين ،

$\epsilon$  هى : نفاذية الوسط بين اللوحين .

ويلاحظ أن إدخال وسط عازل بين لوحى المكثف يسبب زيادة فى سعته ، وتقاس هذه

الزيادة بثابت العازل للمادة  $K$  ويساوى النسبة بين نفاذية المادة إلى نفاذية الفراغ أى أن

ثابت العازل هو :

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

قياس ثابت العازل :

يقاس ثابت العازل لمادة بمقارنة سعة مكثف ما  $C_1$  عندما تكون المادة بين لوحيه إلى

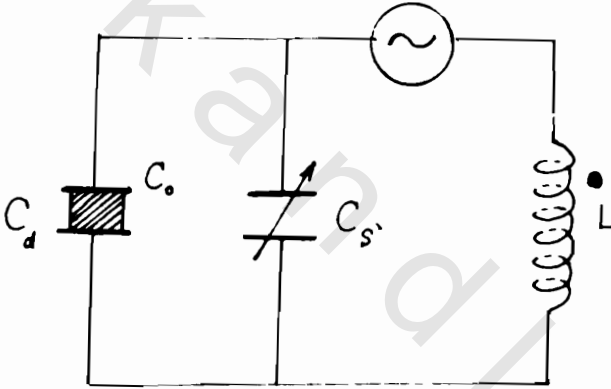
سعة نفس المكثف  $C_0$  وبين لوحيه فراغ .

أى أن

$$K = C_d / C_0$$

ويمكن قياس السعة بدائرة رنين كهربائية تحتوي ملف حث لومكثف متغير السعة  $C_s$  ومصدر كهربائى متردد كما مبين بشكل ( ١ - ١٥ )  $C_0$  ,  $C_d$  هما سعتي المكثف وبه العازل مرة والهواء مرة أخرى .  
 $C_s$  مكثف عيارى .

عند الحصول على رنين فى الدائرة والمكثف  $C_0$  خال من المادة العازلة تؤخذ قراءة المكثف  $C_s$  ثم يوضع العازل فى المكثف فتصبح سعته  $C_d$  ويعاد ضبط حالة الرنين وتؤخذ مرة ثانية قراءة المكثف  $C_s$  ومن القراءتين تحسب السعة  $C_0$  ,  $C_d$  ومنهما نوجد ثابت العزل  $K$  .



شكل ( ١ - ١٥ )

### الاستقطابية الاستاتيكية للجزيئات الحرة :

عند التأثير بمجال كهربائى على ذرات أو جزيئات حرة تنشأ فيها حالة من الاستقطاب الكهربائى تعود إلى أحد العوامل التالية :

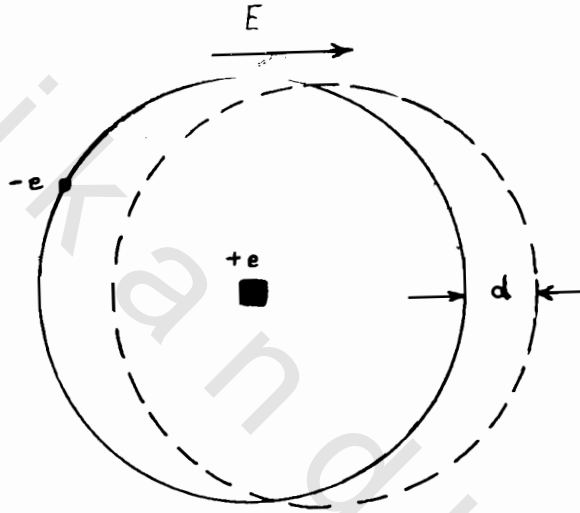
(١) استقطابية الكترونية Electronic polarizability :

يحدث بتأثير المجال الكهربائى إزاحة نسبية  $r$  بين مركز الشحنات الموجبة

والسالبة على الذرة ويتكون عن ذلك ثنائى قطب كهربائى ( انظر شكل ١٥ - ٢ ) عزمة  
يساوى حاصل ضرب الشحنة فى المسافة ويكون متجهها من الشحنة السالبة إلى الشحنة  
الموجبة ، وفى حالة ذرة الأيدروجين يكون عزم ثنائى القطب فيها هو  $p = e \cdot d$  حيث  $e$   
هى شحنة الإلكترون .

أما إذا اعتبرنا نظاما أو جزيئا متعادلا يحتوى عدد من الشحنات  $q_i$  التى تبعد  
مسافة  $r_i$  عن مركز مشترك، فإن عزم ثنائى القطب حينئذ يكون

$$p = \sum_i q_i r_i$$



استقطاب ذرة الأيدروجين فى مجال كهربائى

شكل ( ١٥ - ٢ )

ويدهى أن هذا العزم يتلاشى فى حالة عدم وجود المجال الكهربائى حيث يكون  
 $\sum_i q_i = 0$  للنظام المتعادل .

(٢) استقطابية أيونية ionic polarizability :

عندما يتركب الجزيء من أيونات فإن مواضعها تتأثر بالمجال الكهربائى  
ويحدث لها إزاحات نسبية ، وينشأ نتيجة لذلك تغير فى أبعاد الروابط بين ذرات الجزيء ،

وكذلك فى اتجاهاتها فى الفراغ مما يتسبب عنه إزاحة مركز الشحنات السالبة عن مركز الشحنات الموجبة فى الجزىء ، فيحدث الاستقطاب الأيونى .

### (٣) الاستقطابية المتجهة orientation polarizability :

تتميز بعض المواد بوجود ثنائيات قطب دائمة فيها حتى فى حالة انعدام المجال الكهربائى ، وعند التأثير بالمجال تدور محاور ثنائيات القطب هذه لتترتب فى اتجاه المجال الكهربائى . وينشأ عن ذلك استقطابية تسمى بالاستقطابية المتجهة .

### القابلية الكهربائىة والاستقطابية :

Electric susceptibility and polarizability

تعرف كثافة الاستقطاب P فى مادة بأنها العزم الكلى لثنائى القطب فى وحدة الحجم

الناشئ عن مجال كهربائى E وتعطى مقياسا للشحنات داخل العازل فى المجال ، حيث :

$$P = (C_d - C_0) V = \epsilon E - \epsilon_0 E$$

$$K = \epsilon / \epsilon_0$$

$$\therefore P = (K - 1) \epsilon_0 E$$

$$\therefore K = 1 + P / \epsilon_0 E$$

أى أن :

$$(K - 1) = P / \epsilon_0 E$$

$$= \chi_e$$

حيث  $\chi_e$  هى : القابلية الكهربائىة للمادة . وإذا اعتبرنا وحدة الحجم منها حيث

يوجد عدد N ذرات فان كثافة الاستقطاب تكون :

$$P = N p = \epsilon_0 \chi_e E$$

حيث p هو عزم ثنائى القطب الأولى .

$$\begin{aligned}\therefore P &= \epsilon_0 \frac{\chi_e}{N} E \\ &= a \cdot E\end{aligned}$$

حيث  $a = \frac{\epsilon_0 \chi_e}{N}$  تسمى بالاستقطابية. polarizability. وهي كما ذكرنا على ثلاثة أنواع نبينها تفصيلاً فيما يلي :

### (١) الاستقطابية الإلكترونية $a_e$ :

نفرض ذرة متعادلة على نواتها شحنة موجبة  $+Ze$  يحيث بها سحابة الكترونية كرية ومنتظمة شحنتها  $-Ze$  - نصف قطرها  $R$ . عند التأثير بمجال كهربائي تحدث إزاحة للسحابة الإلكترونية بالنسبة للنواة بمقدار  $d$  وتستمر كذلك تحت تأثير قوى متوازنة . القوة المؤثرة على السحابة الإلكترونية هي :

$$F_E = Ze \cdot E$$

وتتزن هذه القوة مع قوة تجاذب الشحنات السالبة والموجبة وهي :

$$F_c = \frac{(Ze)^2}{4 \pi \epsilon_0 R^2} \cdot \left( \frac{d}{R} \right)$$

ويمكن للطالب إثبات ذلك بسهولة .

وبمساواة  $F_E$  مع  $F_c$  نحصل على :

$$d = 4 \pi \epsilon_0 E R^3 / Ze$$

ولكن عزم ثنائي القطب الأولي هو :

$$p = Ze d$$

$$\therefore p = 4 \pi \epsilon_0 E R^3$$

وتصبح الاستقطابية الإلكترونية  $a_e$  مساوية إلى

$$a_e = \frac{p}{E} = 4 \pi \epsilon_0 R^3$$

ويلاحظ أن قيمة  $a_e$  تعتمد فقط على الحجم الذري .

## تغير $a_c$ بتردد المجال :

إذا أثرنا بمجال كهربائي متردد  $E \sin \omega t$  على مادة عازلة يتغير اتجاه متجه الاستقطاب تغيرا توافقيا بسيطا وتكون معادلة الحركة في المجال هي :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = - (e E / m) \sin \omega t$$

حيث  $\omega_0$  هو التردد الطبيعي لذبذبة ثنائي القطب ،  $\omega$  هو تردد المجال المؤثر .

ويدهى أنه عندما نؤثر على المادة بمجال استاتيكي غير متردد فإن  $\omega = 0$

وإذا أهملنا القوى المقاومة لحركة ثنائي القطب وباعتبار أن الإزاحة  $x$  تخضع لمعادلة تغير توافقي بسيط .

$$x = x_0 \sin \omega t$$

حيث  $x_0$  سعة الحركة ، فإننا نجد عن طريق حل المعادلة التفاضلية :

$$-e x_0 = e^2 E / m (\omega_0^2 - \omega^2)$$

وتكون بذلك الاستقطابية الإلكترونية :

$$a_c = e^2 / m (\omega_0^2 - \omega^2)$$

ونظرا لأن قيمة الاستقطابية تساوى  $10^{-14}$  تقريبا لذلك فإن قيمة  $\omega$  تكون في حدود

$10^{15}$  ذبذبة في الثانية وهي أكبر كثيرا من قيم التردد لموجات الطيف المنظور ، ويمكن

لذلك اعتبار أن الاستقطابية الإلكترونية مهمة للقيمة لمعظم المواد العازلة في المنطقة المنظورة للمجالات الكهرومغناطيسية .

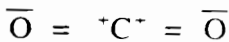
## (٢) الاستقطابية الأيونية $a_i$ :

تحتوى جزيئات المواد الأيونية على شحنات موجبة وأخرى سالبة تتوزع بشكل خاص

في الفراغ يتوقف على التركيب الجزيئي للمادة ، ويتوقف على هندسة التوزيع لهذه

الشحنات في الجزيء عزم ثنائي القطب . فمثلا جزيء ثاني أكسيد الكربون  $O_2$  جزيء

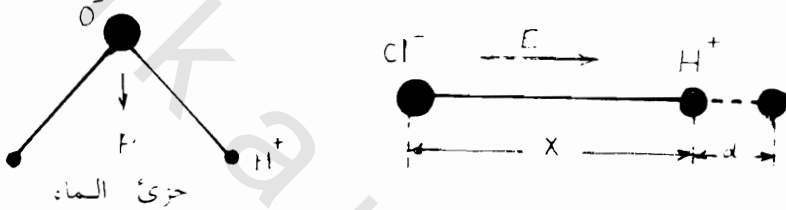
متمائل تركيبه هو :



ونتيجة لهذا التماثل يتلاشى عزم ثنائى القطب فيه .

أما جزيء المادة  $H_2O$  فإن له عزم ثنائى قطب يساوى تقريبا  $1.9 \times 10^{-18}$  وحدة سم جم ث وذلك نسبة لتركيبه الهندسى وعدم تطابق مركزى الشحنات الموجبة والسالبة فيه ،  
شكل ( ١٥ - ٣ )

وعند التأثير على مثل هذا الجزيء بمجال كهربائى يسبب إزاحة المركزين نسبيا عن بعضهما بمسافة  $d$  وإذا كانت الشحنة هي  $q$  فإن عزم ثنائى القطب يكون  $p = q \cdot d$  .  
وتستخدم الطرق الطيفية عادة لتعيين تمدد الرابطة بين الأيونات فى وجود المجال وذلك عند تعيين  $p$  .



شكل ( ١٥ - ٣ )

وعند تطبيق ذلك على بلورات أيونية مثل كلوريد الصوديوم نوجد الإزاحة  $d$  بين مركزى الشحنات الموجبة والسالبة فى الشبكة بتأثير مجال كهربائى ، وذلك باعتبار شبكة طولية ثنائية التركيب تتكون من تعاقب أيونات موجبة وسالبة ، ويتشعب هذه الشبكة بأمواج كهرمغناطيسية :  $E = E_0 \cdot e^{-i\omega t}$  يمكن إيجاد سعة الإزاحة لكل أيون فيها ( أنظر باب ديناميكا الشبكة ) على الشكل الآتى :

$$\eta = \frac{eE/M}{\omega_0^2 - \omega^2} ; \quad \zeta = \frac{-eE/m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

حيث  $M$  ,  $m$  هما كتلتى الأيونين المكونين للشبكة ،  $\omega$  هو التردد المستعرض للشبكة (الفونونات الضوئية) .

ولكى نحسب الاستقطابية الأيونية :  $\alpha_i$  نوجد أولا الإزاحة النسبية للأيونين .



$$d = (\eta - \zeta)$$

ومن ثم تكون :

$$a_1 = e d / E$$

فإذا اعتبرنا مجالا كهربائيا استاتيكيًا يمكننا التعويض في المعادلات السابقة بقيمة

صفريّة لتردد المجال  $\omega$  وبذلك يكون :

$$d = (\eta - \zeta) = e E \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) / \omega_0^2$$

ويصبح عزم ثنائي القطب :

$$p = e \cdot d = e^2 E \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) / \omega_0^2$$

أى أن الاستقطابية الأيونية هي :

$$a_1 = \frac{p}{E} = e^2 \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) / \omega_0^2$$

$$= e^2 / m^* \omega_0^2$$

حيث  $m^* = \frac{m M}{m + M}$  هي الكتلة الفعالة ( reduced mass ) لزوج الأيونات المكون

لثنائي القطب .

### (٣) الاستقطابية المتجهة $a_0$ :

اعتبر الآن مادة عازلة تتكون من جزيئات قطبية لها عزم ثنائي قطب دائم  $p$  تكون

القوة  $F$  التي تؤثر على كل قطب نتيجة لمجال كهربائي  $E$  هي  $F = e E$  وتعمل في اتجاه

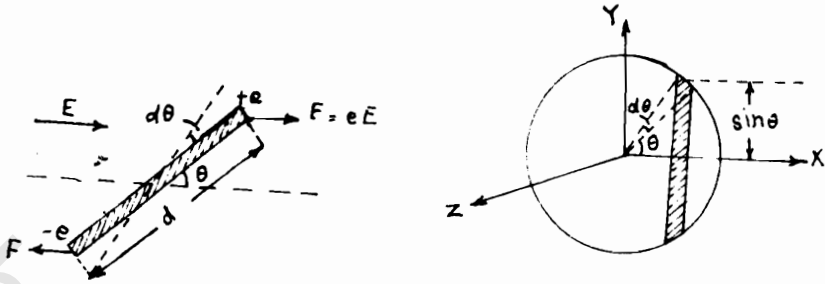
المجال بالنسبة للشحنة الموجبة ، وفى عكس اتجاه المجال بالنسبة للشحنة السالبة ، ينتج عن

ذلك ازدواج عزمه  $C$  يعمل على دوران ثنائي القطب فى اتجاه المجال أى لإنقاص الزاوية  $\theta$

التي يعملها ثنائي القطب مع اتجاه المجال المؤثر ، شكل ( ١٥ - ٤ ) .

$$\therefore C = e E d \sin \theta$$

$$= p E \sin \theta$$



شكل ( ١٥ - ٤ )

نفرض أن ثنائى القطب قد دار بزاوية صغيرة  $d\theta$  الزيادة فى طاقة الموضع يساوى

$C d\theta$  بواسطة التكامل نحصل على طاقة الموضع الكلية  $U$  لثنائى القطب فى المجال  $E$ .

$$U = \int C d\theta$$

$$= \int p E \sin \theta d\theta$$

$$= -PE \cos \theta$$

عند انعدام المجال الكهربائى يكون توزيع اتجاهات ثنائيات الأقطاب فى الفراغ

توزيعا عشوائيا عند أى درجة حرارة  $T$  ولكن عند وجود المجال يكون احتمال وجود ثنائى

القطب فى اتجاه يعمل زاوية تقع بين  $\theta$  ،  $\theta + d\theta$  مع اتجاه المجال هو :

$$2\pi \sin \theta d\theta \exp(-U/kT)$$

وذلك كما يملية إحصاء ماكسويل وبولتزمان .

وتكون الزيادة فى الاستقطاب الناشئة عن أى ثنائى قطب هى مركبة عزمة فى اتجاه

المجال أى  $p \cos \theta$  وتكون الزيادة المتوسطة لعزم ثنائى القطب هى  $p$  ونحصل عليها

$$\text{بالتكامل من زاوية } \theta = 0 \text{ إلى } \theta = \pi$$

$$P = \frac{\int_0^\pi p \cos \theta \cdot 2 p \sin \theta d \theta \cdot \exp (-U/kT)}{\int_0^\pi 2 \pi \sin \theta d \theta \exp (-U/kT)}$$

ولحل التكامل نستخدم التعويضات التالية :

$$B = \cos \theta ; y = p E / k T$$

وبذلك نحصل على :

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{p \int_{-1}^{+1} e^{By} \cdot B d B}{\int_{-1}^{+1} e^{By} d B} \\ &= p \frac{d}{dy} \left[ \log \int_{-1}^{+1} e^{By} d B \right] \\ &= p \left[ \frac{d}{dy} \log (e^y - e^{-y}) - \frac{d}{dy} \log y \right] \\ &= p \left( \coth y - \frac{1}{y} \right) \\ &= p L(y) \end{aligned}$$

وإذا كان هناك عدد  $N$  ثنائيات قطب في وحدة الحجم من المادة فإن الزيادة الكلية

للعزم في وحدة الحجم هي :

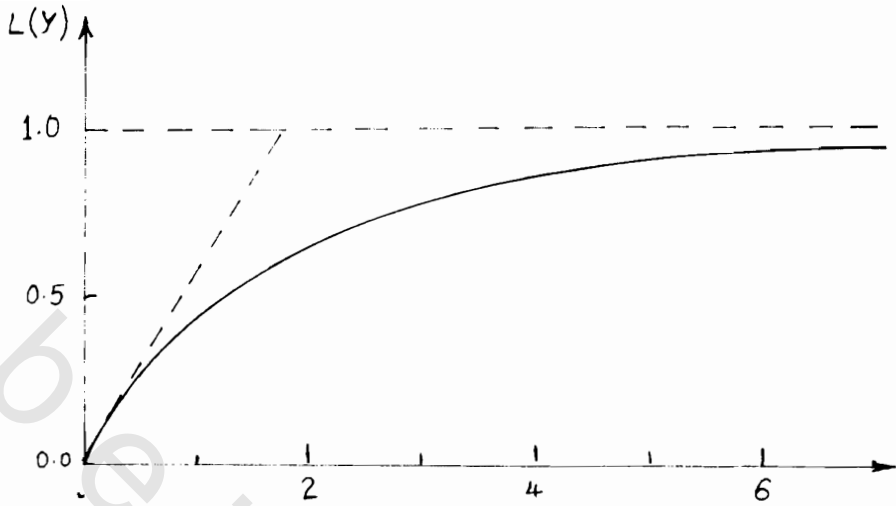
$$p_0 = N \bar{p} = N p L(y)$$

وتعرف  $L(y)$  بدالة لانجفين وتقترب قيمتها من الصفر عندما تؤول قيمة  $y$  إلى الصفر

بينما تأخذ قيمتها الوحدة للقيم الكبيرة من  $y$  كما في شكل ( ١٥ - ٥ ) .

ويلاحظ أن ميل المماس للمنحنى بين  $L(y)$  مع  $y$  بالقرب من  $0 =$  يساوى  $\frac{1}{3}$

ويمكن إثبات ذلك رياضيا كما يلي بفك الدالة  $L(y)$



شكل (١٥-٥)  $y = PE/KT$

$$\coth y = \frac{1}{y} + \frac{y}{3} - \frac{y^2}{45} + \dots$$

$$\therefore L(y) = \left( \coth y - \frac{1}{y} \right) = \frac{y}{3}$$

وذلك بإهمال الحدود التالية :

وعلى ذلك فعند درجات الحرارة المرتفعة والمجالات الصغيرة يمكن تقريب الاستقطاب

المتجه في وحدة الحجم إلى :

$$p_0 = N p^2 E / 3 k T$$

وتكون الاستقطابية المتجهة هي :

$$a_0 = \frac{p_0}{NE} = p^2 / 3 k T$$

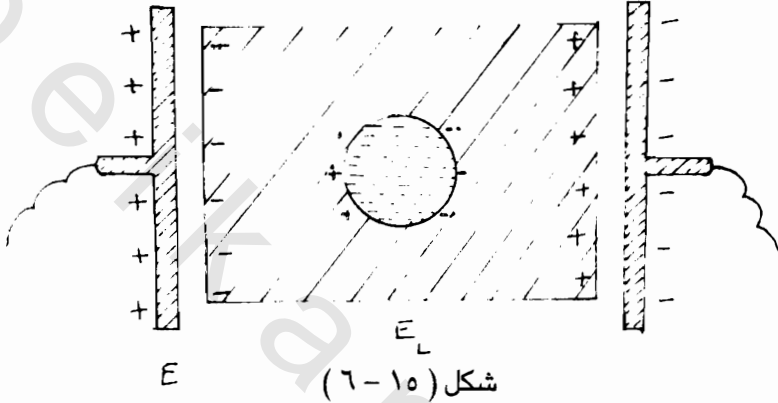
ويلاحظ أنه في حالة وجود أكثر من نوع واحد للاستقطاب تجمع كل أصنافه وتكون

الاستقطابية الكلية هي :

$$a = (a_c + a_i + p^2 / 3 k T)$$

## المجال المحلى فى العوازل الجامدة .

فى العوازل الجامدة لا تتأثر ذراتها رجزئياتها بالمجال الكهربائى الخارجى فحسب ، وإنما أيضا تتأثر بثنائيات القطب المحيطة ، والتي نتجت بفعل المجال المؤثر شكل ( ١٥ - ٦ ) . وعلى ذلك يمكن تقسيم المجال المؤثر على ذرة أو جزئىء ما فى العازل إلى الأجزاء التالية :



١ - المجال الخارجى الناشء عن الشحنات كالموضوعة على لوحى المكثف المحتوى

على المادة العازلة .

٢ - مجال معاكس للاستقطاب de polarizing field وتنشأ عن الشحنات التائيريه

المعاكسة والتي تكون على سطحى العازل المقابلين للوحى المكثف ( أنظر شكل ١٤ - ٦ ) .

ويكون مجموع المجالين السابقين هو المجال الماكروسكوبى المؤثر على العازل ،  $E$  .

٣ - مجال لورنتز  $E_L$  وينشأ عن استقطاب الشحنات داخل سطح افتراضى داخل

العازل يحيط بالذرة أو الجزئىء المعنى على أن يكون نصف قطر هذا السطح كبيراً بالنسبة

لأبعاد الذرة وصغيرة بالنسبة لأبعاد العازل نفسه .

٤ - المجال الناشء عن ثنائيات الأقطاب الموجودة داخل السطح الافتراضى نفسه

ويؤخذ فى الاعتبار تأثير ثنائيات القطب المجاورة وما بعد المجاورة للذرة .

ويمكن إهمال ذلك الجزء من المجال إذا كان التركيب البلوري للمادة تكعيبيا متماثلا .

وعلى ذلك فإن المجال المحلى المؤثر على أى ذرة فى العازل يساوى :

$$E_{Local} = E + E_L$$

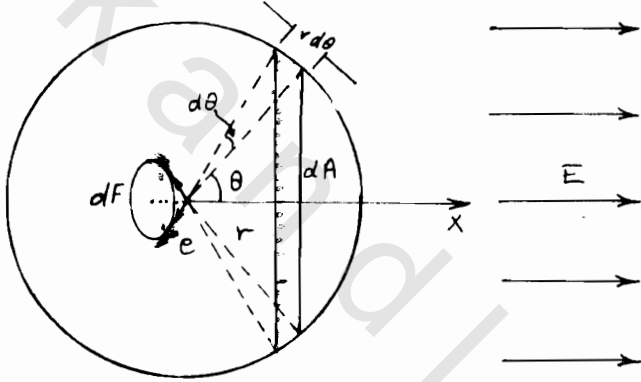
حساب مجال لورنتز  $E_L$  :

لإيجاد مجال لورنتز نعتبر السطح الافتراضى المبين بشكل ( ١٥ - ٧ ) ونأخذ عنصراً

مساحته  $dA$  على شكل حلقه . من هندسة الشكل :

$$dA = 2 \pi r^2 \sin \theta d\theta$$

الشحنة الكهربائية على هذه المساحة  $dA$  تساوى :



شكل ( ١٥ - ٧ )

$$Q = p \cos \theta 2 \pi r^2 \sin \theta d\theta$$

وبتطبيق قانون كولوم تكون القوة  $dF$  المؤثرة من هذه الشحنة  $Q$  على شحنة  $e$  موجودة

عند مركز السطح هى :

$$dF = e Q / 4 \pi \epsilon_0 r^2$$

حيث  $r$  نصف قطر السطح الافتراضى .

مركبة هذه القوة فى الاتجاه السينى وهو فى نفس الوقت اتجاه المجال المؤثر هى :

$$dF_x = e Q \cos \theta / 4 \pi \epsilon_0 r^2$$

$$= \frac{e p \cos \theta \cdot 2 \pi r^2 \sin \theta d \theta \cdot \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$

وبإجراء التكامل نحصل على مركبة القوة الكلية في اتجاه المجال :

$$F_x = \int_0^\pi dF_x$$

$$= e p / 3 \epsilon_0$$

ويكون مجال لورنتز هو :

$$E_L = \frac{F_x}{e} = \frac{p}{3 \epsilon_0}$$

ويكون المجال المحلى عند نقطة فى شبكة تكعيبية هو :

$$E_{Loc.} = E + \frac{P}{3 \epsilon_0}$$

### علاقة كلوزيوس - موزوتى :

تحدد هذه العلاقة الاستقطابية الكهربائية لذرات مادة عازلة إذا عرف لها ثابت العازل

. k

عزم ثنائى القطب لذرة مفردة هو :

$$p = a \cdot E_{Loc.}$$

ويكون الاستقطاب معرّفا بعزم ثنائيات القطب لوحدة الحجم من العازل هو :

$$P = \sum N_i a_i E_{Loc.} \quad (i)$$

حيث  $N_i$  هو عدد الذرات فى وحدة الحجم ، والجمع  $\sum$  يودى على جميع الذرات من

نوع  $i$  الذى له استقطابه  $a_i$  ويوجد فى مجال محلى  $E_{Loc.}$  (i)

من معادلة لورنتز

$$E_{Loc.} = E + P/3 \epsilon_0$$

$$\therefore \left( P / \sum_i N_i a_i \right) - \left( P / 3 \epsilon_0 \right) = E$$

$$\therefore E/P = \frac{1 - \left( 1/3 \epsilon_0 \right) \sum N_i a_i}{\sum N_i a_i}$$

وباستخدام معادلة القابلية الكهربائية

$$\chi_e = (K - 1) = P / \epsilon_0 E$$

نحصل على :

$$E/P = 1/\epsilon_0 (K - 1)$$

ويحل المعادلتين لإيجاد  $\sum N_i a_i$  نحصل على :

$$\frac{1}{3 \epsilon_0} \sum N_i a_i = \frac{K - 1}{K + 2}$$

وتعرف هذه المعادلة بمعادلة كلوزيوس - موزوتى ويلاحظ أن الاستقطابية هنا مضافة

أى أن :

$$\sum N_i a_i = (N_e a_e + N_0 a_0 + N_i a_i)$$

فى منطقة المجالات الكهرومغناطيسية للترددات فى الطيف المنظور يرتبط ثابت العزل

للمادة K بمعامل انكسارها الضوئى n بالعلاقة :

$$n^2 = K$$

وتكون الإضافات إلى الاستقطابية الناشئة عن الاستقطاب الأيونى أو الاستقطابية

المتجهة إضافات صغيرة تتوقف على كبر عزم القصور الذاتى للجزء ، أو للأيون وتقتصر

الزيادة فى الاستقطاب على الجزء الإلكترونى .

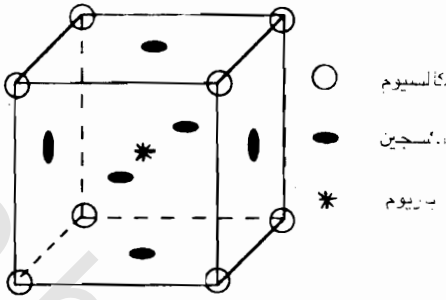
: Ferro-electricity **الفيروكهربية**

المادة الفيروكهربية هى مادة لها استقطاب ذاتى وبالتالي لها عزم ثنائى قطب كهربائى

حتى فى غياب المجال الكهربائى الخارجى ، ولا توجد ظاهرة الفيروكهربية فى المواد التى

ينطبق فيها مركزى تماثل الشحنات السالبة والموجبة على بعض كما هو الحال فى البلورات



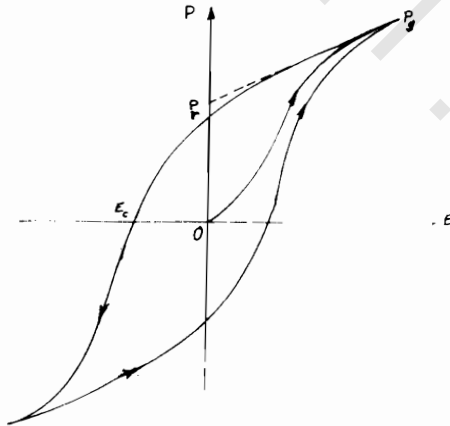


شكل ( ١٥ - ٨ )

الأيونية ، أى أن وجود عدم تماثل فى التركيب البلورى شرط ضرورى للحصول على الحالة الفيروكهربية فى البلورة .

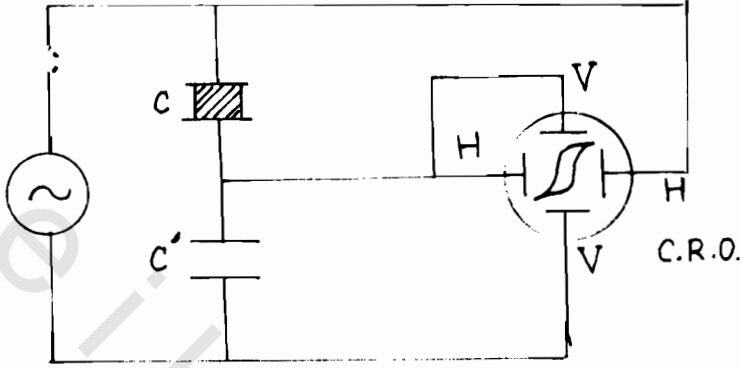
وأمثلة على هذه المواد هى بلورات أملاح روثيل وتيتانات الباريوم وأمثالها مما له تركيب بلورى من نوع بيروفسكيت perovskite المبين بشكل ( ١٥ - ٨ ) .

عند التأثير بمجال كهربائى متردد على بلورة فيروكهربية نجد تخلفا للاستقطاب P عن المجال المؤثر E ، وينشأ عن رسم العلاقة بين E & P دائرة تخلف كهربائى كما مبين بشكل ( ١٥ - ٩ ) ويصل الاستقطاب إلى مرحلة التشبع  $p_s$  بعد التأثير بمجال معين كما أنه بإزالة المجال يتبقى جزء من الاستقطاب  $p_r$  ويسمى بالاستقطاب المتبقى remanent polarization ونحتاج لإزالة هذا الاستقطاب المتبقى التأثير بمجال كهربائى معاكس قدرة  $E_c$  ويسمى بالمجال المزيل  $E_c$  . coercive field .



شكل ( ١٥ - ٩ )

يبين شكل ( ١٥ - ١٠ ) دائرة كهربائية بسيطة لإظهار دائرة التخلف الكهربائي على شاشة راسم ذبذبات الكتروني ، توضع المادة الفيروكهربية داخل المكثف C الذي يتصل على التوالي بمكثف آخر C<sup>1</sup> وبمصدر جهد متردد .



شكل (١٥ - ١٠)

يسقط الجهد الكهربى على سطحى المادة الفيروكهربية على اللوحين الأفقيين لراسم الذبذبات بينما يسقط الجهد على سطحى المكثف C<sup>1</sup> على اللوحين الرأسيين ، عندئذ تظهر دائرة التخلف الكهربائي على شاشة راسم الذبذبات .

### الفيروكهربية ودرجة الحرارة :

تختفى ظاهرة الفيروكهربية عند الارتفاع بدرجة الحرارة إلى درجة T<sub>c</sub> تسمى بنقطة كورى للفيروكهربية ، وعند هذه الدرجة تحدث زيادة مفاجئة فى ثابت العزل للمادة ، وتتحول المادة بعد هذه الدرجة من حالة الفيروكهربية إلى حالة الباراكهربية ( أسوء بما يحدث للمواد المغناطيسية ) ويتغير ثابت العازل مع درجة الحرارة T فى هذه المنطقة وفقا لقانون كورى -

فايس Curie - Weiss

$$K = A ( T - T_c ) + K_f$$

حيث A هو ثابت كورى ، K<sub>f</sub> هو ثابت العازل للترددات المرتفعة ويمثل الإضافة

الناشئة عن الاستقطابية الإلكترونية وقيمتة صغيرة ويمكن أهملها بالقرب من درجة حرارة

كورى

ويمكن إثبات أن ثابت كورى A هو نفسه مقلوب معامل التمدد الطولى للبلورة كما

يأتى:

نفرض أن علاقة كلوزيوس وموزوتى تظل سارية المفعول فى المنطقة الباراكهربية

$$\therefore \frac{K-1}{K+2} = \frac{N \cdot a}{3 \epsilon} = B N$$

حيث N هنا تساوى عدد وحدات الخلية فى وحدة الحجم ، a تساوى الاستقطابية

الكلية لوحدة الخلية ، ونفرض هنا أنها لا تتأثر بدرجة الحرارة .

$$B \frac{dN}{dT} = \left[ \frac{1}{K+2} - \frac{K-1}{(K+2)^2} \right] \frac{dK}{dT}$$
$$= \frac{3}{(K+2)^2} \cdot \frac{dK}{dT}$$

ويقسمة طرفى المعادلة على B N نحصل على :

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dT} = \frac{3}{(K+2)^2} \frac{K+2}{(K-1)} \frac{dK}{dT}$$
$$= \frac{3}{(K+2)(K-1)} \cdot \frac{dK}{dT}$$

ولكن بما أن حجم وحدة الخلية هو مقلوب عدد الخلايا فى وحدة الحجم

$$\therefore V = \frac{1}{N}$$

$$\therefore \frac{dN}{N} = - \frac{dV}{V}$$

$$\therefore \frac{1}{N} \left( \frac{dN}{dT} \right) = - \frac{1}{V} \left( \frac{dV}{dT} \right) = - 3 \alpha$$

حيث  $\alpha$  هو معامل التمدد الطولى للمادة

وإذا اعتبرنا أن لثابت العازل قيمة كبيرة أكبر كثيرا من الوحدة  $1 \gg K$  يمكن تقريب

المقدار

$$(K+2)(K-1) \cong K^2$$

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dT} = -3 \infty = \frac{3}{K^2} \frac{dK}{dT}$$

$$\therefore -\frac{1}{K^2} dK = \infty dT$$

$$\therefore d\left(\frac{1}{K}\right) = \infty dT$$

وبالتكامل نحصل على:

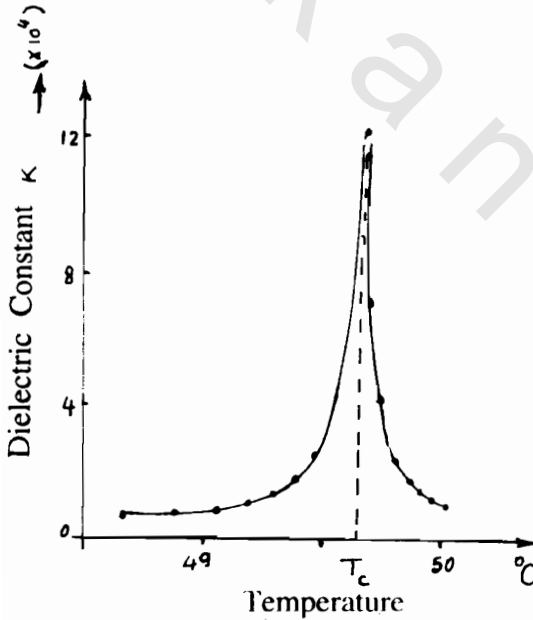
$$\frac{1}{K} = \infty (T - T_c)$$

أى أن :

$$K = A / (T - T_c)$$

$$A = \frac{1}{\infty}$$

حيث



شكل (١١ - ١٥)

ثابت العازل ودرجة حرارة كورى :

يصاحب التحول من حالة الفيروكهربية إلى الباراكهربية زيادة شاذة فى ثابت العازل للمادة .

نفرض أن المادة العازلة ليست لها خواص اتجاهية من ناحية العزل .

يكون مقدار ثابت العزل K مستتجا

من معادلة كلوزيوس - موزوتى هو :

$$K = \frac{1 + \frac{2}{3 \epsilon_0} \sum N_i a_i}{1 - \frac{1}{3 \epsilon_0} \sum N_i a_i}$$

تغير ثابت العازل لمادة كبريتات ثلاثى الجليسين حيث  $N_i$  هو عدد الذرات من نوع  $i$  فى

وحدة الحجم والتي لها استقطابية  $a_i$  .

عندما تقترب  $\epsilon_0$   $\Sigma N_i a_i = 3$  نجد أن قيمة ثابت العازل K تؤول إلى ما لا نهاية بينما يظل الاستقطاب P قيمة محدودة عندما يكون المجال صفريا وتسمى هذه الحالة بكارثة الاستقطاب . حيث تقترب قيمة ثابت العازل من قيمة لا نهائية كما يظهر ذلك بوضوح لمادة كبريتات ثلاثى الجليسين Triglycene sulphate بالقرب من نقطة كورى . ( انظر شكل ١٥-١١ ) .

وعند الاقتراب من درجة حرارة كورى يمكن كتابة المعادلة :

$$\frac{1}{3 \epsilon_0} \Sigma N_i a_i = 1 - \delta$$

حيث :  $\delta \ll 1$

وبالتعويض فى المعادلة السابقة نحصل على :

$$K = 3 / \delta$$

وباعتبار أن قيمة  $\delta$  تعتمد على درجة الحرارة وفقا للمعادلة :

$$\delta = \frac{C}{3} (T - T_c)$$

فإننا نحصل مباشرة على معادلة كورى فايس لتغير ثابت العازل مع درجة الحرارة

على الصورة :

$$K = \frac{C}{T - T_c}$$

**الظاهرة الكهرضغطية Piezo-electric effect :**

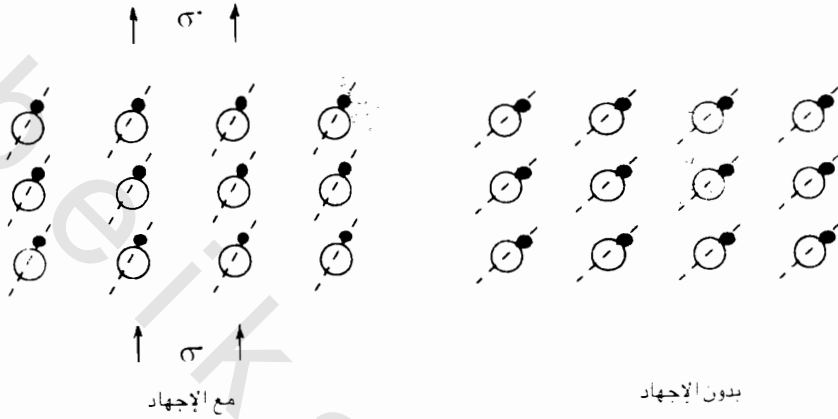
عندما نؤثر على بلورة ما باجهاد ميكانيكى تراح الذرات من أماكنها . فإذا كان للبلورة

مركز تماثل شببىكى centro symmetric تكون الإزاحات متماثلة حول مراكز التماثل ،

وبالتالى فإن توزيع الشحنات فى البلورة يظل دون تغيير يذكر ويظل عزم ثنائى القطب

الكهربائى دون تغير .

هذا النوع من البلورات لا تظهر فيه الكهرضغطية .  
 أما إذا اعتبرنا بلورة ذات تركيب غير متماثل كما فى شكل ( ١٥ - ١٢ )  
 تترتب الأيونات على شكل أزواج تكون ثنائيات قطب .



شكل ( ١٥ - ١٢ )

عندما نؤثر على هذه البلورة بإجهاد ميكانيكى يحدث تشويه يسبب الإزاحة النسبية  
 للأيونات بشكل غير متماثل ، وبذلك تتغير القيمة الكلية لعزم ثنائى القطب الكهربائى فى  
 البلورة .

تسمى هذه الظاهرة بالكهرضغطية نسبة إلى حدوث استقطاب كهربائى ناشىء عن  
 الإجهاد الميكانيكى ، ويلاحظ أن هذه الظاهرة انعكاسية أى أن تغيير استقطاب المادة .  
 كهربائيا يحدث أيضا بداخلها انفعال ميكانيكى ، وتستخدم لذلك هذا المواد كمحولات للطاقة  
 الكهربائية إلى ميكانيكية والعكس بالعكس .

#### ثابت الكهرضغطية $\eta$ :

عندما نؤثر على مادة كهرضغطية بمجال كهربائى متردد E تحدث إزاحة كهربائية  
 دورية ، وعادة تتخلف الإزاحة خلف المجال نتيجة لإختلاف فى الطور وتتوقف زاوية الطور

على تردد المجال المؤثر .

. وتحدث حالة رنين عندما تكون الإزاحة والمجال متحدتان في الطور تماما .

اعتبر مادة كهروضغطية موضوعة بين لوحى مكثف كهربائى ويمكن إحداث ضغوط

طولية على المادة بإجهاد  $\sigma$  ينشأ عن ذلك انفعال  $e$  حيث :

$$e = \frac{\sigma}{Y}$$

حيث  $Y$  هو معامل المرونة ليونج

يحدث الإجهاد المؤثر استقطابا كثافته  $P$  يتناسب مع مقدار الإجهاد أى أن :

$$\therefore P = \eta \sigma$$

حيث  $\eta$  ثابت يسمى الثابت الكهروضغطى .

إذا أثرتنا على سطحى المادة بمجال كهربائى  $E$  تون إحداث ضغوط ميكانيكية يكون

الانفعال الحادث متناسبا مع شدة المجال

$$\therefore E = \eta P$$

أما إذا أثرتنا فى وقت واحد بالإجهاد الميكانيكى والمجال الكهربائى تكون الإزاحة

الكهربائية  $D$  هى :

$$D = \epsilon E + \eta \sigma$$

ويلاحظ هنا إن الإزاحة الكهربائية عن المجال الكهربائى فقط هى :

$$D = \epsilon E$$

يكون بذلك الانفعال الداخلى فى المادة هو :

$$e = \eta \cdot E + \frac{\sigma}{Y}$$

وتعطى هذه العلاقة تغير المعاملات الميكانيكية بالمعاملات الكهربائية فى ظاهرة

الكهروضغطية electrostriction .

## مسائل علي الباب الخامس عشر

١ - مكثف نو لوحين متوازيين وضع نترات الصوديوم بينهما ثابت العازل.  $K = 5.2$ .  
إذا كانت مساحة لوحى المكثف هي :  $0.10 \times 0.25 \text{ m}^2$  ووصل لجهد ثابت  $250 \text{ V}$ .  
أوجد :

أ - سعة المكثف إذا كان البعد بين اللوحين  $0.05 \text{ m}$ .

ب - الشحنة على اللوحين .

ج - عزم ثنائى القطب لوحدة الحجم من العازل بين اللوحين .

د - شدة المجال الكهربى داخل العازل ؟

٢ - مكثف يتركب من كرتين متحدتى المركز نصفى قطريهما  $3 \text{ cm}$  و  $4 \text{ cm}$  . ملئ الفراغ بينهما بمادة الكبريت ( $K = 4.0$ ) أوجد سعة المكثف ؟

٣ - أوجد عزم ثنائى القطب الكهربائى لجزئء من كلوريد الصوديوم ، اعتبر أن الجزئء يتركب من أيونى صوديوم وكلور يبعدان عن بعضهما مسافة  $2.5 \text{ \AA}$ .

٤ - وضع غاز مثالى ثنائى القطبية فى مجال شدته  $3 \times 10^5 \text{ V m}^{-1}$  . إذا كان عزم ثنائى القطب لجزئء الغاز  $10^{-19} \text{ C} \cdot \text{m}$ .

احسب طاقة الموضع لثنائى القطب فى هذا المجال ، واثبت أن طاقة التهيج الحرارى  $kT$  عند درجة حرارة الغرفة تبلغ أكثر من ألف مرة قيمة هذه الطاقة .

٥ - احسب عزم ثنائى القطب لكل من مجاميع الشحنات التالية :

أ - شحنة  $1 \text{ } \mu\text{C}$  + عند النقط  $(0,0)$  ،  $(1,0)$  ،  $(2,0)$  .



وشحنة  $1 \mu\text{C}$  - عند النقط (4,0) ، (5,0) ، (6,0) . والإعداد بالمتر .

ب - شحنات  $3 \mu\text{C}$  + عند (0,0) .

. عند (1,1)  $+ 6 \mu\text{C}$

. عند (1,0)  $- 3 \mu\text{C}$

. عند (0,1)  $- 6 \mu\text{C}$

٦ - إذا كانت قيمة النفاذية النسبية للارجون Permittivity عند درجة  $0^\circ\text{C}$  وضغط

جوى واحد هي 1.000435 أوجد استقطابية ذرة الأرجون .

٧ - قضيب رفيع اسطوانى يتركب من ذرات استقطابيتها  $f \cdot \text{m}^2 \cdot 10^{-40}$  . إذا كان

بمادته عدد  $5 \times 10^{28}$  ذرة فى كل متر مكعب واثرتنا عليه فى اتجاه طوليه بمجال كهربائى .

أوجد النسبة بين المجال المحلى إلى المجال الخارجى المؤثر .

٨ - أوجد سمك بلورة من الكوارتز لكى يكون لها تردد رنينى يساوى :

$10 \text{ K c/s}$  ;  $1 \text{ M c/s}$  ;  $10 \text{ M c/s}$  علما بأن تردد الرنين للكوارتز

$$f_0 = \frac{1}{2b} \sqrt{E/\rho}$$

حيث b ثابت يحدد الاهتزاز الكهرضغطى فى الكوارتز ،

E معامل يونج للمرونة للكوارتز ويساوى  $10^{10} \text{ n m}^{-2}$

$\rho$  كثافة الكوارتز وتساوى  $2500 \text{ kg m}^{-3}$  .

obeikandi.com