قضايا عامة فى التحليل العاملى

يشتمل التحليل العاملى على كل من تحليل العناصر، والتحليل العاملى العام، وأكثر من المعالجات الإحصائية الأخرى، ويعانى التحليل العاملى من التشوش فيما يتعلق بأهدافه وأغراضه، وهذا يؤثر على التفسير.

فتحليل العناصر يعتبر شيئاً بسيطاً وعرضته معظم المناقشات فى البداية، وعلى الرغم من ذلك اعتقد أن تحليل العوامل العامة يقترب من حل المسائل التى يرغب معظم الباحثين فى حلها بالفعل، ومن ثم فتعلم تحليل العناصر أولاً قد يتداخل بالفعل مع فهم ما هى هذه المشاكل، ولهذا يتم تقديم تحليل العناصر متأخراً إلى حد ما.

وهناك سؤال يتبادر إلى الأذهان، وهو: ما الذى يمكن أو لا يمكن أن يفعله التحليل العاملى؟

افترض أنك حصلت على درجات على عدد من المتغيرات، وليكن من ثلاثة متغيرات إلى مئات المتغيرات، ولكن غالبا ما بين ١٠-١٠٠ متغير، وفى الواقع فإننا لا نحتاج إلى الارتباط أو مصفوفة التباين المشترك، وليس إلى الدرجات الخام، فهدف التحليل العاملى هو اكتشاف النماذج البسيطة فى صورة العلاقات بين المتغيرات. وبصفة خاصة فهو يسعى إلى اكتشاف ما إذا كانت المتغيرات الملحوظة يمكن تفسيرها إلى حد كبير أو بصورة متكاملة فيما يتعلق بالعدد الكثير الأصغر من المتغيرات الذى يطلق عليه اسم عوامل.

بعض الأمثلة الخاصة بمشاكل التحليل العاملى:

١ - تم اكتشاف التحليل العاملى منذ ما يقرب من مائة عام مضت عن طريق عالم النفس تشارلز سبيرمان الذى افترض أن التنوع الضخم لاختبارات القدرة الذهنية، مقاييس المهارات الحسابية، المهارات الشفهية الأخرى، المهارات

الفنية، والقدرة على التفكير المنطقى. . إلى غير ذلك بالإضافة لمهارات التربية البدنية والرياضية. جميعها كان يمكن تفسيرها عن طريق عامل واحد ضمنى خاص بالذكاء العام الذى يشار إليه بالرمز «g» وافترض أنه إذا كان يمكن قياس «g » وإذا كان يمكنك اختيار مجموعة فرعية من الأفراد الذين يحرزون نفس الدرجات فى «g» . أى أنه فى المجموعة الفرعية لن تعثر على أية روابط بين أى اختبارات فى القدرة الذهنية. وبمعنى آخر، افترض أن «g» هى العامل الوحيد الشائع فى جميع هذه المقاييس.

٢ - ضع فى الاعتبار المقاييس المختلفة لنشاط الجهاز العصبى اللاإرادى ومعدل ضربات القلب، وضغط الدم. . إلى غير ذلك، ويرغب علماء النفس فى معرفة ما إذا كان باستثناء التذبذب العشوائى، جميع هذه المقاييس تتحرك إلى أعلى وإلى أسفل معاً. . أى افترض التنشيط . . أو هل تتحرك إلى أعلى وإلى أسفل مجموعات المقاييس التلقائية معاً. . ولكن بصورة منفصلة عن الآخرين؟ أو هل تكون جميع المقاييس مستقلة إلى حد كبير؟ وفى أحد المحاولات تم التوصل إلى اكتشاف أنه فى مجموعة بيانات واحدة، على أى نسبة، تتوافق البيانات مع افتراض التنشيط إلى حد ما.

٣ - افترض أن العديد من أنواع الحيوانات (الأرانب، الفئران، الطيور، الضفادع. . إلى غير ذلك) تم تدريبها على أن الطعام سيظهر فى بقعة معينة حيث تصدر ضوضاء - أى نوع من الضوضاء - من هذه البقعة، كان يمكنك أن تقول إذا ما كان يمكنهم اكتشاف صوت معين عن طريقة رؤية ما إذا كانوا يتحولون إلى هذا الاتجاه حين يظهر الصوت. ثم إذا قمت بدراسة العديد من الأصوات والعديد من الأنواع، فقد ترغب فى معرفة كم يبلغ عدد الأبعاد المختلفة الخاصة بحدة السمع التى تتفاوت عندها الأنواع، وأحد الافتراضات هو أنها تتفاوت على ثلاثة أبعاد: القدرة على اكتشاف الأصوات ذات التردد العالى، والقدرة على الأصوات ذات التردد المنخفض، والقدرة على اكتشاف الأصوات

المتوسطة. وعلى الجانب الآخر قد تختلف الأنواع فى قدراتها السماعية فى أكثر من هذه الأبعاد الثلاثة . فعلى سبيل المثال قد تكون بعض الأنواع أفضل فى اكتشاف الأصوات التى تشبه الطرقات الحادة. فى حين تكون أنواع أخرى أفضل فى اكتشاف الأصوات التى تشبه الأزيز المستمر.

٤ - افترض أن كل فرد من الـ ٥٠٠ فرد، الذى يكونوا جميعا متآلفين مع الأنواع المختلفة من السيارات، يقيمون كل نموذج من نماذج السيارات الـ٢٠ فى السؤال «إلى أى مدى كنت ترغب فى امتلاك هذا النوع من السيارات؟» فكان يمكننا أن نتساءل بطريقة مفيدة عن عدد الأبعاد التى تختلف عليها التعميمات، وكانت نظرية العامل الأحادى تفترض أن الأفراد يقدمون ببساطة أعلى تقديرات بالنسبة للموديلات الأكثر تكلفة وثمنا. وكانت النظرية ثنائية العامل ستفترض أن بعض الأفراد ينجذبون أكثر إلى الموديلات الرياضية فى حين ينجذب الآخرون إلى الموديلات المترفة.

٥ - قام رينبشن (١٩٨٦) بدراسة طبيعة حب الاستطلاع عن طريق تحليل أوجه الاتفاق بين طلاب المدارس الثانوية على مجموعة كبيرة من العبارات مثل: «أريد أن أصف كيف تعمل الآلة؟، أو أريد أن أجرب أنواع جديدة من الطعام» وكان التحليل العاملى يحدد سبعة عوامل: ثلاثة عوامل تقيس التمتع بحل المسائل، والتعلم، والقراءة، وثلاثة عوامل تقيس الاهتمامات بالعلوم الطبيعية والفنون والموسيقى، والخبرات الجديدة بصفة عامة، وعامل واحد يشير إلى الاهتمام المنخفض نسبيا بالمال.

الهدف من التحليل العاملى:

يتم استخدام العديد من الطرق الإحصائية لدراسة العلاقة بين المتغيرات التابعة والمستقلة ويكون التحليل العاملى مختلفا. فيتم استخدامه لدراسة نماذج العلاقة بين العديد من المتغيرات التابعة بهدف اكتشاف شيء ما بشأن طبيعة المتغيرات التابعة

التى تؤثر عليها على الرغم من أنه لم يتم قياس هذه المتغيرات المستقلة بطريقة مباشرة. ومن ثم تكون الإجابات التى تم الوصول إليها عن طريق التحليل العاملى بالضرورة أكثر افتراضية وتجريبية أكثر مما هو حقيقى عندما يتم ملاحظة المتغيرات المستقلة بطريقة مباشرة. ويطلق على المتغيرات المستقلة المستنتجة اسم العوامل. ويقترح تحليل عاملى عادى إجابات على أربعة أسئلة رئيسية.

١ - كم عدد العوامل المختلفة التى تكون فى حاجة إليها لتفسير نموذج العلاقات بين هذه المتغيرات.

٢ - ما هى طبيعة هذه العوامل؟

٣ - كيف تفسر العوامل المفترضة بطريقة جيدة البيانات الملحوظة؟

٤ - كم يبلغ التفاوت العشوائى أو الفريد الذى يشتمل عليه كل متغير ملحوظ؟

الاستخدامات المطلقة مقابل الاستخدامات المساعدة:

إن الطريقة المساعدة هى طريقة للتفكير فى موضوع ما يكون ملائما حتى إذا لم يكن حقيقيا بصورة مطلقة، ونستخدم الطريقة حين نتحدث عن شروق الشمس وغيرها كما لو كانت الشمس تتحرك حول الأرض، على الرغم من أننا نعرف أنها لا تفعل ذلك.

ويمكن استخدام بعض الأمثلة لتوضيح الفروق المفيدة بين الاستخدامات المطلقة، والاستخدامات المساعدة للتحليل العاملى.

نستطيع أن نقول أن نظرية سبيرمان عن الذكاء ونظرية تنشيط الوظائف التلقائية هى نظريات مطلقة التى يتم أو تم افتراض أنها تقدم تصورات كاملة عن نموذج العلاقة بين المتغيرات، وعلى الجانب الآخر، لم تدع مطلقا ريبستين أن قائمتها المكونة من سبعة عوامل رئيسية عن حب الاستطلاع قدمت وصفا كاملا عن حب الاستطلاع وإلى حد ما تبدو هذه العوامل على أنها أهم سبعة عوامل، وأفضل طريقة لتلخيص مجموعة البيانات.

ويمكن أن يقترح للتحليل العاملى نماذج مطلقة أو مساعدة، ويكمن الفرق فى كيفية تفسيرك للمخرجات.

هل التحليل العاملى موضوعى؟

يكون مفهوم الطرق المساعدة مفيدا فى فهم خصائص التحليل العاملى الذى يسبب الاضطراب والتشوش للعديد من الأفراد. وقد يطبق العديد من العلماء والتحليل العاملى على مجموعات متشابهة أو حتى متطابقة من المقاييس، وقد يتوصل المرأ إلى ثلاثة عوامل فى حين قد يتوصل شخص آخر إلى ستة عوامل، ويتوصل شخص آخر إلى (١٠) عوامل.

ويميل الافتقار إلى الاتفاق إلى أن يناقض جميع استخدامات التحليل العاملى. غير أنه إذا كتب ثلاثة من الكتاب الرحالة إرشادات للسفر إلى دولة ما، وأحدهما قسم الدولة إلى ثلاثة أقاليم، وآخر قسمها إلى ستة أقاليم، وآخر قسمها إلى عشرة أقاليم هل كنا سنقول بأنهم يناقضون بعضهم البعض؟ بالطبع لا. حيث أن الكتاب يستخدمون طرق ملائمة لتنظيم أحد الموضوعات ويقدمون الطريقة الوحيدة الصحيحة للقيام بذلك.

ويناقض المحللون العامليون الذين يصلون إلى استنتاجات مختلفة بعضهم البعض فقط إذا ادعوا جميعهم نظريات مطلقة، وليست مساعدة. فكلما قلت العوامل كلما كانت النظرية بسيطة، وكلما زادت العوامل كلما توافقت النظرية مع البيانات بشكل أفضل. وقد يضع العاملون المختلفون اختبارات مختلفة عند الموازنة بين البساطة ضد التوافق.

وتظهر مشكلة توزان مماثلة فى انحدار وتحليل التباين، غير أنها بصفة عامة لم تمنع العاملين المختلفين من الوصول تقريبا أو بالضبط إلى نفس النتائج، وعلى أية حال، إذا طبق عاملان تحليل التباين على نفس البيانات، وأسقط كل من العاملين المصطلحات غير ذات الدلالة إلى مستوى يبلغ ٠٥ ,، إذن سيسجل كل منهما بالضبط نفس التأثيرات، وعلى الرغم من ذلك، يكون الوضع مختلفا للغاية فى

التحليل العاملى، فبالنسبة للأسباب التى يتم تفسيرها فيما بعد، لا يوجد اختبار ذى دلالة فى تحليل العناصر سيختبر الافتراض الخاص بعدد العوامل، حيث ان الافتراض يتم فهمه بطريقة عادية.

ففى التحليل العاملى العام يوجد مثل هذا الاختبار غير أن فائدته محددة عن طريق الحقيقة التى تذكر أنه يستنتج بصفة متكررة الكثير من العوامل التى يمكن تفسيرها بطريقة مرضية، ومن ثم فالعامل الذى يرغب فى تسجيل العوامل القابلة للتفسير فقط لا يزال متروكاً بدون اختبار موضوعى.

وتظهر قضية مماثلة عند تحديد طبيعة العوامل. فقد يحدد باحثان ستة عوامل، ولكن قد تختلف مجموعتى العوامل، ربما بطريقة جوهرية؛ فقياس الكاتب الرحال يكون مفيدا هنا وأيضاً قد يقسم كاتبان آخران الدولة إلى ستة أقاليم، غير أنهما يعرفان الأقاليم بطريقة مختلفة تماماً.

وقد يكون قياس جغرافى آخر أكثر تطابقاً مع التحليل العاملى، حيث أنه يشتمل على برامج الكمبيوتر التى تم تصميمها لزيادة بعض الأهداف القابلة للقياس إلى الحد الأقصى، ويتم أحياناً استخدام برامج الكمبيوتر لتقسيم الدولة إلى مناطق جماعية تكون متجاورة من الناحية الجغرافية، وتقريبا متساوية فى مجموع السكان، وربما متجانسة على أبعاد العرقية أو العوامل الأخرى، وقد يتوصل برنامجان مختلفان خاصان بتصميم المناطق إلى إجابات مختلفة للغاية، على الرغم من أن كلتا الإجابتين تكون منطقية، وهذا القياس إلى حد ما يكون جيد جدا، ونعتقد أن برامج التحليل العاملى لا تفرز إجابات تكون مختلفة عن بعضها البعض كما تفعل برامج قلق المناطق.

التحليل العاملى مقابل التحليل العنقودى والتحليل المتعدد:

ويظهر تحدى آخر للتحليل العاملى من استخدام أساليب أخرى منافسة مثل التحليل العنقودى والتحليل المتعدد الأبعاد. وبينما يتم عادة تطبيق التحليل العاملى على مصفوفة الارتباط، فيمكن تطبيق الطرق الأخرى على أنه نوع من أنواع المصفوفات ذات المقاييس المتشابهة مثل تقديرات تشابه الوجوه. غير أنه على عكس

التحليل العاملى فلا يمكن لتلك الطرق أن تتوافق مع خصائص فريدة معينة لمصفوفات الارتباط مثل انعكاسات المتغيرات. فعلى سبيل المثال، إذا عكست أو قلبت اتجاه إحراز الدرجات فى مقياس «الانطوائية» مثل بحيث تشير الدرجات العالية إلى «الانبساطية» بدلاً من «الانطوائية» إذن تعكس رموز جميع روابط هذا المتغير فتصبح - ٣٦ + ٣٦ وهكذا. وكانت هذه الانعكاسات ستغير بالكامل مخرجات التحليل العنقودى أو المقياس ذى الأبعاد المتعددة، فى حين يُعرف التحليل العاملى الانعكاسات كما هى، وكانت الانعكاسات ستغير رموز «تحميلات العامل» فى أى متغير انعكاس، غير أنها لا تغير أى شىء آخر فى مخرجات التحليل العاملى.

ومن المزايا الأخرى للتحليل العاملى أكثر من الطرق الأخرى هو أن التحليل العاملى يمكن أن يتعرف خصائص معينة للروابط.

فعلى سبيل المثال، إذا كانت المتغيرات «أ، ب» يرتبطان بـ٧, مع المتغير «جـ» ويرتبطان بـ ٤٩, ومع بعضها البعض، فيمكن للتحليل العاملى أن يعترف بأن «أ،ب» يرتبطان بـ صفر حين يتم اعتبار «جـ» ثانيا وذلك لأن ٧٢, = ٤٩, فى حين لا يكون للقياس المتعدد الأبعاد والتحليل العنقودى القدرة على التعرف على مثل هذه العلاقات حيث يتم معاملة الروابط على أنها مجرد مقاييس تشابه أكثر من كونها روابط.

ولا نقول أن هذه الطرق الأخرى لم يتم تطبيقها مطلقا على مصفوفات الارتباط، فأحيانا تعزز وجهات نظر لا تكون متوافرة فى التحليل العاملى. غير أنها لا تجعل فى النهاية التحليل العاملى مطلقا. ويتناول الجزء التالى هذه النقطة.

العوامل التى تميز المتغيرات مقابل العوامل التى تشكل المتغيرات:

حين يقول شخص ما بطريقة عرضية أن مجموعة المتغيرات يبدو أنها تعكس مجرد عامل واحد فيوجد العديد من الأشياء قد يصفوها لا علاقة لها بالتحليل العاملى. فإذا قمنا بصياغة العبارات بدقة أكثر فسيتحول الأمر إلى أن عبارة أن مجرد عامل واحد يميز هذه المتغيرات يمكن أن تعنى أشياء عديدة مختلفة، ليس منها

ما يتطابق مع النتيجة التحليلية العاملية التى تذكر أن «مجرد عامل واحد يشكل هذه المتغيرات».

وأحد المعانى المحتملة لعبارة «تمييز» هو أن مجموعة من المتغيرات جميعها ترتبط بدرجة عالية مع بعضها البعض غير أنها تختلف فى معانيها. ويمكن أن يظهر معنى متشابه فى حالة مختلفة. فضع فى الاعتبار العديد من الاختبارات أ، ب، جـ، د. التى تقوم باختيار القدرة الفعلية التى تم تصورها على نطاق متسع غير أنها تتزايد فى صعوبة الترتيب، وقد تكون أعلى روابط بين الاختبارات هى التى بين العبارات المتقاربة فى هذه القائمة «ر أ ب، ر ب جـ» فى حين يكون أدنى ارتباط بين العبارات فى النهاية المتقابلة للقائمة «ر أ د» وقد يقول أحد الأشخاص الذى لاحظ أن هذا النموذج الخاص بالراوبط بين العبارات أن الاختبارات «يمكن أن يتم وضعها فى ترتيب بسيط» أو تختلف فى عامل واحد فقط، غير أن هذه النتيجة ليس لها علاقة بالتحليل العاملى فلن تشتمل هذه الاختبارات المجموعة من الاختبارات على مجرد عامل واحد عام.

وقد تظهر هذه الحالة الثالثة من التصنيف، إذا كان المتغير «أ» يؤثر على المتغير «ب» الذى يؤثر على «جـ» والذى يؤثر على «د» وهذه هى المؤثرات الوحيدة التى تربط بين هذه المتغيرات ومرة أخرى كان سيكون أعلى ارتباط «ر أ ب، ر ب جـ، ر جـ د» فى حين كان سيكون أدنى ارتباط «ر أ د» وقد يستخدم أحد الأفراد نفس العبارات المستشهد بها لوصف هذا النموذج من الروابط، ومرة أخرى ليس له علاقة بالتحليل العاملى.

والحالة الرابعة هى حالة خاصة فى جميع الحالات السابقة:

مقياس جوتمان الكامل. فتتلائم مجموعة من البنود المتشعبة «المتفرعة» مع مقياس جوتمان إذا أمكن تنظيم البنود بحيث تشير الإجابة السلبية على أى بند إلى الإجابة السلبية على جميع البنود التالية، فى حين تشير الإجابة الإيجابية على أى بند إلى الإجابة الإيجابية على جميع البنود السابقة. وإليك مثال عادى فابحث هذه البنود.

- هل أنت أكثر من ٥ أقدام وبوصتين فى الطول؟
- هل أنت أكثر من ٥ أقدام و٤ بوصات فى الطول؟
- هل أنت أكثر من ٥ أقدام و ٦ بوصات فى الطول؟

ولكى يكون مناسباً، فالشخص الذى سيجيب بطريقة سلبية على أى بند من هذه البنود يجب أن يجيب بطريقة سلبية على جميع البنود الأخيرة، وتشير الإجابة إلى أن جميع الإجابات السابقة يجب أن تكون إيجابية بالنسبة لأحد الأمثلة غير العادية، ثم يبحث بنود الاستفتاء التالى :

- هل ستخفف دولتنا قيود الحركة التجارية مع الدولة «ب»؟
- هل سيصدر البنكان المركزيان فى بلدنا عملة موحدة؟
- هل ستصبح جيوشنا واحدة؟
- هل سننصهر مع الدولة «ب»، ونصبح دولة واحدة؟

فإذا ظهر أن هذه البنود كانت تشكل مقياس جوتمان الكامل، كان سيكون من السهل وصف اتجاهات الأفراد تجاه الدولة «ب» وحين تشكل مجموعة البنود مقياس جوتمان بطريقة مثيرة، فهى لا تشير أن التحليل العاملى كان سيكتشف عامل واحد مشترك، ويشير مقياس جوتمان أن عامل واحد يميز مجموعة من البنود (مثل تأييد التعاون مع الدولة «ب» وليس أن عامل واحد يشكل هذه البنود).

وبتطبيق المقياس المتعدد الأبعاد على مصفوفة الارتباط كان يمكن اكتشاف جميع هذه النماذج البسيطة من الفروق بين المتغيرات ومن ثم يسعى القياس ذو الأبعاد المتعددة إلى عوامل تميز بين المتغيرات فى حين يبحث التحليل العاملى عن عوامل تشكل المتغيرات وقد يبلغ أحياناً القياس بدرجة البساطة فى حين لا يبلغ التحليل العاملى أى شىء، وقد يصل التحليل العاملى إلى البساطة فى حين لا يصل القياس إلى أى شىء.

التحليل العاملى بين الطريقة والمنهج :

إذا كان للمنهج الإحصائى تاريخاً غير واضح فإن التحليل العاملى هو ذلك المنهج، وفى عام ١٩٥٠، كانت سمعة التحليل العاملى تعانى من الرواج الزائد عن الحد من جانب أقلية من الموالين المفرطين فى حماسهم، وعند استعادة الأحداث الماضية كانت توجد ثلاثة أشياء خاطئة فى الطريقة التى كان يفكر بها الأفراد فى التحليل العاملى فى هذا الوقت. أولاً، كان يبدو أن بعض الأفراد يرون التحليل العاملى باعتباره طريقة إحصائية أكثر من كونه منهجاً إحصائيا. ثانيا، كانوا يفكرون فى العبارات المطلقة الخاصة بالمسائل التى كانت ستكون فيها الطريقة المساعدة ملائمة. ثالثا، كانوا يفكرون فى مجموعات شاملة من المتغيرات (نحن نرغب فى فهم الشخصية الإنسانية «الإنسانية» أكثر من «نحن نرغب فى هم طبيعة حب الاستطلاع) ومن ثم فبثلاث طرق مختلفة كانوا يحاولون نشر التحليل العاملى إلى أبعد مما كان فى قدرته أن يصل إليه، وفى الحقب الحديثة يبدو أن التحليل العاملى قد عثر على مكانه الصحيح باعتباره عائلة من الطرق تكون مفيدة بالنسبة لأغراض معينة محدودة.

المفاهيم والمبادئ الرئيسية للتحليل العاملى:

يبدأ عادة التحليل العاملى بمصفوفة الارتباط التى أشير إليها وبـ «ر» وفيما يلى مصفوفة ارتباط ٥× ٥ أشير إليها بـ ر ٥٥ .

وتخيل أن هذه روابط بين خمسة متغيرات تقيس القدرة الذهنية وتكون المصفوفة ر ٥٥ متسقة تماماً مع الافتراض الخاص بالعامل الواحد المشترك «جـ» الذى يكون ارتباطه مع المتغير الملحوظ (٥) على التوالى: ٩, ، ٨, ، ٧, ،٦, ، ٥, ، ولمعرفة السبب ابحث الصياغة الخاصة بالارتباط الجزئى بين المتغيرين أ، ب وقم بتجزئة المتغير الثالث (ج).

جدول (٦٢)

	أ	ب	جـ	د	هـ
أ	١,٠٠	,٧٢	,٦٣	,٥٤	,٤٥
ب	,٧٢	١,٠٠	,٥٦	,٤٨	,٤٠
جـ	,٦٣	,٥٦	١,٠٠	,٤٢	,٣٥
د	,٥٤	,٤٨	,٤٢	١,٠٠	,٣٠
هـ	,٤٥	,٤٠	,٣٥	,٣٠	١,٠٠

ر أ . ج = (ر أ ب - ر أ ج ر ب ج) [(١- ر أ ج^{2})(١ - ر ب ج^{2})].

وتوضح هذه الصياغة أن صفر = ر أ ب.ج إذا كانت رأب= ر أ ج ر ب. ج فالخاصية الأساسية للمتغير لكى يعمل باعتباره العامل العام ج وأن أى ارتباط جزئى بين متغيرين ملحوظين يجزآن ج يكون صفر . ولهذا إذا أمكن تفسير مصفوفة الارتباط عن طريق العامل العام ج، سيكون حقيقيا أنه يوجد بعض مجموعات من الروابط الخاصة بالمتغيرات الملحوظة مع «ج» لدرجة أن ناتج أى اثنين من هذه الروابط تعادل الروابط بين متغيرين ملحوظين. غير أن المصفوفة ر٥٥ لها بالضبط هذه الخاصية.

بمعنى أن أى انحراف عن المدخل القطرى هو نتاج مدخلات فى الصف ٩، ٨، ٧، ٦، ٥ فعلى سبيل المثال.

يكون المدخل فى الصف (١) والعمود (٣) هو ٩×٧ أو ٦٣, ، ومن ثم تلائم المصفوفة ر ٥٥ بالضبط الافتراض الخاص بالعامل الواحد المشترك.

فإذا ما توصلنا إلى هذا النموذج فى مصفوفة ارتباط حقيقية، فما الذى كنا سنعرضه بالضبط؟.

أولاً : يتم استنتاج وجود العامل أكثر من ملاحظته. لن نكون بالتأكيد مضطرين لإثبات أن الدرجات على هذه المتغيرات الخمسة تتأثر بعامل مشترك واحد. وعلى الرغم من هذا، فهذا هو أبسط أو أكثر الفروض اقتصادا التى تلائم نموذج الروابط الملحوظة.

ثانيا : سيكون لدينا تقريرا للارتباط العاملى مع كل متغير من المتغيرات الملحوظة، ولهذا يمكننا أن نقول شيئاً بشأن طبيعة العامل، على الأقل من ناحية ما يكون مرتبطا بدرجة عالية أو لا يكون مرتبطا به. وفى هذا المثال فإن القيم ٩-، ٨-، ٧, ، ٦, ، ٥, وهى تلك الروابط التى تم تقديرها.

ثالثا : كان لا يمكننا قياس العامل من ناحية استنتاج درجة كل شخص بالضبط على العامل. غير أنه يمكننا إذا كانت لدينا الرغبة فى استخدام طرق الانحدار المتعدد لتقدير درجة كل شخص على العامل من درجاتهم على المتغيرات الملحوظة.

وتعتبر المصفوفة ر ٥٥ فى الواقع هى أبسط مثال محتمل عن تحليل العامل المشترك، وذلك لأن الروابط الملحوظة تكون متسقة تماماً مع أبسط افتراض للتحليل العاملى المحتمل. وهو افتراض العامل الواحد المشترك. وقد لا تلائم بعض مصفوفات الارتباط الأخرى افتراض العامل الواحد المشترك، ولكن قد تلائم الافتراض الخاص بعاملين أو ثلاثة أو أربعة عوامل مشتركة.

وكلما قلت العوامل، كلما كانت الفروض أبسط، وحيث أن الفروض البسيطة بصفة عامة لها أولوية منطقية علمية أكثر من الفروض المعقدة، فيتم اعتبار الفروض التى تشتمل على عوامل أقل مفضلة عن تلك الفروض التى تشتمل على الكثير من العوامل . بمعنى أنك على الأقل تقبل أبسط الفروض بطريقة تجريبية «أى تشتمل على أقل العوامل» التى لا تناقضها بصورة واضحة مجموعة الروابط الملحوظة

وقبل العديد من الكتاب افتراض أن «م» تشير إلى العدد المفترض من العوامل المشتركة.

وبدون الدخول بعمق فى الرياضيات، يمكننا القول أن التحليل العاملى يحاول التعبير عن كل متغير باعتباره مجموع الأجزاء المشتركة والفريدة، وتكون الأجزاء المفردة غير مترابطة مع بعضها البعض. ويمكن الحكم على الدرجة التى تتلاءم بها مجموعة بيانات معينة مع هذه الحالة من تحليل ما يطلق عليه عادة اسم «مصفوفة الارتباط المتبقى».

ويكون اسم هذه المصفوفة مضللاً إلى حد ما، وذلك لأن المداخل فى المصفوفة ليست عادة روابط وإذا كان هناك أى شك فى ذهنك بشأن بعض نسخ معينة فابحث عن المداخل القطرية فى المصفوفة مثل «ارتباط» المتغير الأول مع نفسه، والثانى مع نفسه إلى غير ذلك فإذا لم تكن هذه المداخل القطرية جميعها لا تصل إلى «١» بالضبط، إذن فالمصفوفة المستخلصة ليست مصفوفة ارتباط. وعلى الرغم من ذلك يمكن تحويلها عادة إلى مصفوفة ارتباط عن طريق قسمة كل من البعد على المدخل القطرى وفقا للجذور التربيعية للمدخلين القطرين المتطابقين. فعلى سبيل المثال، إذا كان المدخلان الأولين «٣٦, ، ٦٤,» ويكون البعد عن المدخل القطرى فى الافتراض [١ ، ٢] هو ٣, إذن يبلغ الارتباط المتبقى ٣, (٨,*، ٦,) = ٦٢٥, = ٥/٨ .

والروابط التى تم اكتشافها بهذه الطريقة هى روابط كان سيسمح بها بين الأجزاء «الفريدة» للمتغيرات من أجل جعل الأجزاء المشتركة من المتغيرات تلائم الفرض الخاص بالعوامل المشتركة. فإذا كانت هذه الروابط التى تم حسابها عالية للغاية لدرجة أنها لا تكون متسقة مع الافتراض الذى يذكر أنها تكون صفر فى المجموعة، إذن يتم رفض الافتراض الخاص بالعوامل المشتركة. وزيادة العوامل المشتركة دائماً ما يخفض هذه الروابط، ومن ثم ينتج افتراض يكون أكثر اتساقا مع البيانات.

ونحن نرغب فى أن نكتشف أبسط الفروض «أى أقل من العوامل المشتركة» المتسقة مع البيانات، وفى هذا المجال يمكن مقارنة التحليل العاملى مع أحداث التاريخ العلمى التى استغرقت حقباً أو قروناً لكى تتطور، وأدرك «كوبرنيكس» أن الأرض والكواكب الأخرى تدور حول الشمس، غير أنه افترض أولاً أن مداراتهم كانت دائرية. وأدرك بعد ذلك كيبلر أن المدارات تم وصفها بشكل أفضل باعتبارها قواطع «Ellipses» فالدائرة هى شكل أبسط من القاطع، ولهذا يوضح هذا الحدث من التاريخ العلمى النقطة العامة التى تبدأ بها نظرية بسيطة وبالتدريج تجعلها أكثر تعقيدا لتلائم بشكل أفضل البيانات.

ويمكن ملاحظة نفس المبدأ فى تاريخ علم النفس التجريبى. ففى حقبة الأربعينات اعتقد علماء النفس التجريبيون أن جميع المبادئ الأساسية للتعلم كان يمكن اكتشافها عن طريقة دراسة الفئران فى المتاهات. واليوم يتم اعتبار وجهة النظر هذه مفرطة فى البساطة بطريقة ساخرة. غير أنها توضح النقطة العلمية العامة التى تكون منطقية لأن نبدأ بها نظرية بسيطة ثم ننتقل بالتدرج إلى أكثر النظريات صعوبة فقط حين يصبح واضحا أن النظرية البسيطة تفشل فى أن تتلاءم مع البيانات.

ويمكن تطبيق هذا المبدأ العلمى العام داخل التحليل العاملى المفرد بأبسط نظرية محتملة (عادة العوامل المشتركة = ١) وقم باختبار التلاءم بين هذه النظريات والبيانات ثم قم بزيادة العوامل المشتركة كلما احتاج الأمر إلى ذلك فكل زيادة فى العوامل المشتركة تنتج نظرية تكون أكثر تعقيدا غير أنها ستلائم البيانات بشكل أفضل، وتوقف حين تعثر على نظرية تتلاءم مع البيانات بصورة ملائمة.

فالاشتراك بين كل متغير ملحوظ هو ارتباطه التربيعى الذى تم تقديره مع الجزء المشترك الخاص به - أى نسبة التباين فى هذا المتغير الذى يتم تفسيره عن طريق العوامل المشتركة. فإذا قمت بتنفيذ التحليلات العاملية بالعديد من القيم المختلفة للعوامل المشتركة، كما تم اقتراح ذلك فيما سبق، فتكتشف أن الأشياء المشتركة تزيد بصفة عامة مع العوامل المشتركة غير أنه لا يتم استخدام الأشياء المشتركة

لاختيار القيمة النهائية للعوامل المشتركة. ولا يتم تفسير الأشياء المشتركة المنخفضة باعتبارها أدلة على أن البيانات تفشل فى أن تتلاءم مع الفرض، بل فقط باعتبارها أدلة على أن المتغيرات التى تم تحليلها لديها التحليل من الأشياء المشتركة مع بعضها البعض، ومعظم برامج التحليل العاملى تقيم أولاً الأشياء المشتركة فى كل متغير باعتبارها روابط تربيعية متعددة بين هذا المتغير والمتغيرات الأخرى فى التحليل، ثم تستخدم إجراء متكرر للعثور بشكل تدريجى على التقرير الأفضل.

وقد يستخدم التحليل العاملى إما الروابط أو التباينات المشتركة، فالتباين المشترك «Covarilance» بين متغيرين برقم ت، ث هو أزمنة ارتباطهم مع انحرافهم المعيارى = ر ت ث تع ثع حيث تكون ر ت ث هى ارتباطهم و تع ثع هما انحرافاتهم المعيارية.

ولا يكون للتباين المشترك أى معنى جوهرى هام، وحيث ان أى متغير يربط «١» مع نفسه، فأى تباين مشترك للمتغير مع نفسه هو تباينه، مربع انحرافه المعيارى، ويمكن الاعتقاد أن مصفوفة الارتباط هى مصفوفة من التباينات والتباينات المشتركة «وبدقة أكثر ومصفوفة التباين المشترك» لمجموعة من المتغيرات التى تم ضبطها بالفعل مع الانحرافات المعيارية التى تبلغ «١» صحيح، ولهذا غالبا ما سنتحدث عن مصفوفة التباين المشترك حين نعنى فى الواقع إما مصفوفة الارتباط أو التباين المشترك، وسوف نستخدم «ر» للإشارة إما إلى مصفوفة الارتباط أو التباين المشترك للمتغيرات الملحوظة، وهذا يكون غير ملائم باعتراف الجميع، غير أن المصفوفة التى تم تحليلها هى دائماً إلى حد ما مصفوفة الارتباط، وكما سنفسر فيما بعد ذلك.

تحليل وتركيب المصفوفة:

من خلال هذا الجزء الاختيارى نقدم تفصيلات عن رياضيات التحليل العاملى. وافترض أنك متآلف مع النظرية الرئيسية للتباين فى أن مجموع المربعات للمتغير التابع «ص» يمكن تجزئتها إلى نموذج وعناصر متبقية. وفى التحليل العاملى

ذى الاتجاهين للتباين مع تكرارات للخلية المتساوية، فيمكن تجزئة نموذج مجموع المربعات إلى صفوف وأعمدة وعناصر تفاعلية.

فالنظرية الرئيسية للتحليل العاملى هو أنه يمكنك عمل شىء ما متشابها مع مصفوفة التباين المشترك الكامل فمصفوفة التباين المشترك «ر» سيمكن تجزئتها إلى «ر» الجزء العام «ل» الذى يتم تفسيره عن طريق مجموعة من العوامل، والجزء المفرد «ى» الذى لا يتم تفسيره عن طريق هذه العوامل. وفى مصطلح المصفوفة ر= «ل+ى» الذى يعنى أن كل مدخل فى المصفوفة «ر» هو مجموع المداخل المتطابقة فى المصفوفات «ل، ى».

وكما فى تحليل التباين ذى تكرارات الخلايا المتساوية يمكن تفكيك العنصر «ل» الذى تم تفسيره إلى أكثر من ذلك.

ويمكن تفكيك «ل» إلى مصفوفات العنصر ل١، ل٢.. إلى غير ذلك.. التى تم تفسيرها عن طريق العوامل الفردية، وكل عنصر من عناصر العامل الأحادى هذا «ك ت» تعادل الناتج الخارجى للعمود الخاص «بأحمال العامل» والناتج الخارجى لعمود الأرقام هى المصفوفة التربيعية التى تم تشكيلها عن طريق ترك المدخل ك ى فى المصفوفة ليعاد ناتج المدخلات ك، ى فى العمود.

ومن ثم إذا كانت العمودية المدخلات ٩، ٨، ٧، ٦، ٥, كما فى المثال السابق، فناتجه الخارجى هو.

جدول (٦٣)

المتغيرات	١	٢	٣	٤	٥
١	,٨١	,٧٢	,٦٣	,٥٤	,٤٥
٢	,٧٢	,٦٤	,٥٦	,٤٨	,٤٠
٣	,٦٣	,٥٦	,٤٩	,٤٢	,٣٥
٤	,٥٤	,٤٨	,٤٢	,٣٦	,٣٠
٥	,٤٥	,٤٠	,٣٥	,٣٠	,٢٥

وفيما سبق ذكرنا الانحراف عن المداخل القطرية فى هذه المصفوفة ولم نذكر المداخل القطرية. وكل مدخل قطرى فى الواقع فى المصفوفة «ل ت» هو مقدار التباين فى المتغير المتطابق الذى فسره هذا العامل.

ففى المثال يرتبط العامل العام «ج» ٩, مع المتغير الملحوظ الأول، بحيث يكون مقدار التباين الذى تم تفسيره فى هذا المتغير ٩^{٢}, أو٨١, وهو المدخل القطرى الأول فى هذه المصفوفة.

وبمراجعة المثال يوجد عامل مشترك واحد، بحيث تكون المصفوفة ك فى هذا المثال «تمت الإشارة إليها على أنها «ك ٥٥»ك$_{١}$، ولهذا فإن المصفوفة المتبقية «ى» فى هذا المثال «تمت الإشارة إليها على أنها «ى٥٥» هى ر ٥٥- ك$_{١}$= ى٥٥».

وهذا يقدم المصفوفة التالية لـ «ى ٥٥».

جـدول (٦٤)

	١	٢	٣	٤	٥
١	,١٩	,٠٠	,٠٠	,٠٠	,٠٠
٢	,٠٠	,٣٦	,٠٠	,٠٠	,٠٠
٣	,٠٠	,٠٠	,٥١	,٠٠	,٠٠
٤	,٠٠	,٠٠	,٠٠	,٦٤	,٠٠
٥	,٠٠	,٠٠	,٠٠	,٠٠	,٧٥

والمصفوفة السابقة هى مصفوفة التباين المشترك الخاص بالمتغيرات التى لم يتم تفسيرها عن طريق هذا العامل. وكما ذكرنا فيما سبق، فإن جميع المداخل البعيدة عن القطر الـ«ى ٥٥» تكون صفراً، والمداخل القطرية هى مقدار التباين الذى لم يتم تفسيره أو المفرد فى كل متغير.

وغالبا ما تكون ك هى مجموع المصفوفات العديدة «ك ت» وليس مجرد مصفوفة واحدة فى هذا المثال. وعدد مصفوفات «ك» التى تجمع مع «ك» هى ترتيب المصفوفة «ك»، وفى هذا المثال يكون ترتيب «ك» واحد. ويكون ترتيب «ك» هو عدد العوامل المشتركة فى هذا النموذج. فإذا حدد عدد معين من العوامل، إذن سينتج برنامج التحليل العاملى مصفوفتين «ك، ى» اللتين يتم جمعهما على مصفوفة الارتباط أو مصفوفة التباين المشترك الأصلى «ر» مما يجعل ترتيب «ك» يعادل ترتيب العوامل، وكلما ازداد تحديد عدد العوامل كلما اقتربت «ك من ر» فإذا حددت أن عدد العوامل تساوى عدد المتغيرات = حيث «أ» هى عدد المتغيرات فى المصفوفة، إذن فكل مدخل فى «ك» سيساوى بالضبط المدخل المتطابق فى «ر» تاركاً

«ى» باعتبارها مصفوفة تبلغ صفر. والفكرة هى رؤية إلى أى مدى منخفض يمكنك تحديد عدد العوامل مع استمرار تقديم «ك» لتقريب معقول إلى «ر».

عدد العوامل والمتغيرات:

كلما كان تركيب العامل واضحا، كلما نقص حجم العينة الضرورية لاكتشافه. غير أنه كان سيكون من أصعب اكتشاف حتى تركيب عامل واضح وبسيط للغاية مع ما لا يقل من ما يقرب من ٥٠-١٠٠ حالة أو أزيد، كانت ستكون أكثر تفضيلا بالنسبة للتركيب الأقل وضوحا.

وتكون القواعد بشأن عدد المتغيرات مختلفة تماماً بالنسبة للتحليل العاملى أكثر من اختلافها بالنسبة لتحليل الانحدار. ففى التحليل العاملى يكون من الملائم وجود العديد من المتغيرات الكثيرة عن الحالات.

وفى الواقع فحين نتحدث بصفة عامة فالمزيد من المتغيرات هى الأفضل طالما أن المتغيرات تظل وثيقة الصلة بالعوامل الضمنية.

كم عدد العوامل؟

يضيف هذا الجزء قانونين لاختبار عدد العوامل. وسيُصاب القُراء المتآلفين مع التحليل العاملى بالدهشة لأنهم لن يجدوا أى تلميح عن قاعدة «الجذر الكامن» المألوفة التى وضعها كايزر أو اختبار الأكثر عمومية الذى وضعه كاتل.

ومن القاعدتين اللتين يتم مناقشتهما فى هذا الجزء، نستخدم الأولى اختبار شكلى ذى دلالة لتحديد عدد العوامل المشتركة فلنقل أن «ن» تشير إلى حجم العينة، «م» عدد المتغيرات «ل» عدد العوامل وأيضاً تشير «ر ى» إلى مصفوفة «ى» للبواقى التى تم تحويلها إلى مصفوفة الارتباط «ر ى» وهى عاملها المحدد وأن «أ ن» «١/١ ر ى ١» هى اللوغاريتم الطبيعى لتناول هذا العامل المحدد. لتطبيق هذه القاعدة راجع «محكات تدوير العوامل».

والصعوبة الرئيسية فى هذه القاعدة أنه فى تجربتنا، مع العينات الكبيرة إلى حد ما تؤدى إلى المزيد من العوامل أكثر مما يمكن تفسيره بطريقة ناجحة.

ويوصى المؤلفون بطريقة بديلة؛ فلقد كانت هذه الطريقة غير عملية فى وقت من الأوقات غير أنها اليوم فى المتناول.

وقم بتنفيذ التحليلات العاملية مع القيم المختلفة للعوامل، وأكمل التدوير وقم باختيار واحدة تقدم لك أكثر الطرق جاذبية.

تدوير المحاور:

فى المثال الخاص بحب الاستطلاع، ذكرت العوامل الفردية التى وضعها روبنستين: الاستمتاع بالقراءة، الاهتمام بالعلوم.. إلى غير ذلك، فالتدوير هو خطوة فى التحليل العاملى تتيح لك تحديد أسماء أو تصورات العامل الهادفة مثل تلك:

الدالات الطويلة لعوامل التنبؤ:

ولفهم التدوير، أولاً ابحث المشكلة التى لا تتضمن التحليل العاملى، وافترض أنك ترغب فى التنبؤ بدرجات طلاب الكلية «جميعهم فى نفس الكلية» فى العديد من الدورات المختلفة، من درجاتهم فى اختبارات المهارة العامة «الشفهية» و«الحسابية» ولوضع صياغات تنبؤية، فلديك مجموعة من البيانات السابقة تتكون من درجات العديد من فئات الطلاب السابقين فى هذه الدورات، بالإضافة إلى درجات هؤلاء الطلاب فى اختبارات الحساب والاختبارات الشفهية.

وللتنبؤ بدرجات هؤلاء الطلاب كان يمكنك استخدام هذه البيانات عن الطلاب السابقين لتتوافق مع سلسلة من الانحدارات المتعددة ذات المتغيرين، وكل انحدار يتنبأ بالدرجة فى دورة واحدة من الدرجات على اختبارى المهارة.

والآن افترض أن الباحث يقترح جمع كل درجة من درجات الطلاب الشفهية والحسابية للحصول على مزيج من درجة المهارة «الأكاديمية» وقم بتدوين الفروق بين الدرجات الشفهية والحسابية لكل طالب للوصول إلى المتغير الثانى «الفروق الشفهية والحسابية ويقترح المؤلفون إجراء نفس المجموعة من تحليلات الانحدار للتنبؤ بالدرجة المدرسية فى الدورات الفردية».

وباستثناء استخدام المهارة «الأكاديمية» والفروق الشفهية والحسابية باعتبارهم عوامل تنبؤ فى كل انحدار بدلاً من الدرجات الشفهية والحسابية الأصلية.

وفى هذا المثال كنت ستحصل بالضبط على نفس عوامل التنبؤ من درجات الدورة من هاتين العائلتين من عائلات الانحدار، فاحداهما يتنبأ بالدرجات الدراسية فى الدورات الفردية من الدرجات الشفهية والحسابية، والآخر يتنبأ بنفس الدرجات الدراسية من درجات المهارة الأكاديمية والفروق الشفهية والحسابية، وفى الواقع كنت ستحصل على نفس التنبؤات إذا شكلت مزيج من ٣ درجات فى الحساب + ٥ فى الشفهى، و٥ فى الشفهى + ٣ فى الحساب وقمت بإجراء سلسلة من تحليلات الانحدار المتعدد ذى المتغيرين الذى ينبأ بالدرجات الدراسية من هذين المزيجين. فجميع هذه الأمثلة هى دالات طولية للدرجات الشفهية والحسابية الأصلية.

والنقطة الرئيسية أنه إذا كان لديك متغيرات عامل التنبؤ واستبدلت عوامل التنبؤ الأصلية بالدالات الطولية لعوامل التنبؤ هذه فإنك لن تحصل بصفة عامة أو تخسر أى معلومات وكان يمكنك إذا كان لديك الرغبة استخدام الدرجات على الدالات الطولية لبناء الدرجات على المتغيرات الأصلية. غير أن الانحدار المتعدد يستخدم أية معلومات تكون لديك بطريقة مثالية «كما تم قياسهما عن طريق جمع الأخطاء التربيعية فى العينة الحالية» للتنبؤ بمتغير جديد «مثل الدرجات الدراسية فى دورة معينة».

وحيث أن الدالات الطولية تشتمل على نفس المعلومات مثل المتغيرات الأصلية، فستحصل على نفس التنبؤات ما كان سالفاً.

وحيث أننا نضع فى الاعتبار أنه يوجد العديد من الطرق للحصول على نفس التنبؤات بالضبط، فهل توجد أية ميزة فى استخدام مجموعة واحدة من الدالات الطولية أكثر من غيرها؟ نعم، يوجد.

فقد تكون مجموعة واحدة أبسط من أخرى، وقد يمكن زوجان معينان من الدالات الطولية من التنبؤ بالعديد من الدرجات الدراسية فى الدورة من مجرد متغير واحد «أى دالة طولية واحدة» أكثر من التنبؤ من اثنين.

فإذا اعتبرنا تحليلات الانحدار ذات العدد الأقل من متغيرات عوامل التنبؤ باعتبارها أبسط، يمكننا طرح مثل هذا السؤال. من جميع الأزواج المحتملة لمتغيرات عوامل التنبؤ التى كانت ستقدم نفس التنبؤات، فأيهما أبسط فى استخدامه، من ناحية تقليل عدد متغيرات عوامل التنبؤ الضرورية فى الانحدار العادى إلى الحد الأدنى؟ وكما يمكن أن يقال أن زوجين من متغيرات عوامل التنبؤ التى تزيد بعض مقاييس البساطة إلى الحد الأقصى بهما تركيب بسيط.

وفى هذا المثال الذى يشتمل على الدرجات الدراسية، قد يكون لديك القدرة على التنبؤ بالدرجات الدراسية فى بعض الدورات بالضبط من درجات الاختبار الشفهى فقط، وتتنبأ بالدرجات الدراسية فى الدورات الأخرى بالضبط فى درجات الحساب فقط فإذا كان الأمر هكذا إذن كنت ستصل إلى البناء الأبسط فى تنبؤاتك أكثر مما لو كنت استخدمت كل من الاختبارين لجميع التنبؤات.

التركيب البسيط فى التحليل العاملى:

تُطبق نقاط الجزء السابق حيث تكون متغيرات عامل التنبؤ عوامل. فإذا كان لدينا مجموعة عوامل باعتبارها مجموعة من المتغيرات المستقلة أو متغيرات عامل التنبؤ وكان لدينا المتغيرات الملحوظة باعتبارها مجموعة من المتغيرات التابعة أو متغيرات المعيار. ضع فى الاعتبار مجموعة من تحليلات الانحدار المتعدد. وكل تحليل يتنبأ بمتغير واحد من المتغيرات من جميع العوامل. وكان يطلق على المعاملات القياسية فى هذه المجموعة من الانحدار التى تشكل مصفوفة المتغيرات × العوامل. وهى مصفوفة أحمال العامل. وإذا قمنا باستبدال العوامل الأصلية بمجموعة الدالات الطولية لهذه العوامل. كنا سنحصل بالضبط على نفس التنبؤات مثل ما كان سالفاً . غير أن مصفوفة حمل العامل كانت ستكون مختلفة، ولهذا يمكننا أن نسأل أى من العديد من المجموعات المتحملة للدالات الطولية التى قد نستخدمها تفرز أبسط مصفوفة لحمل العامل، وعلى درجة الانحدار سنحدد البساطة على أنها عدد المدخلات التى تبلغ صفر أو تقترب من الصفر فى مصفوفة حمل العامل.

وكلما ازداد عدد الأصفار كلما كان البناء أبسط فالتدويــر لا يعتبر المصفوفــة «ل، ى» على الإطلاق بل يغير مصفوفة حمل العامل.

وفى الحالة الشديدة من البناء البسيط، فكل متغير من المتغيرات التابعة سيكون به مدخل واحد كبير فقط، بحيث يمكن تجاهل جميع المدخلات الأخرى غير أن هذا كان سيكون بناء أبسط أكثر مما كنا سنتوقع عادة الوصول إليه. على أية حال ففى العالم الحقيقى لا يتأثر كل متغير بمتغير آخر واحد فقط. إذن اطلق اسماً على العوامل بالتوالى بناءً على فحص أحمالهم.

وفى تحليل العامل المشترك فإن عملية التدوير تكون فى الواقع إلى حد ما أكثر اختصاراً مما أشرت إليه هنا، وذلك لأنك تعرف فى الواقع الدرجات الفردية للحالات على العوامل، وعلى الرغم من ذلك فإن الإحصائيات الخاصة بالانحدار المتعدد التى تكون أكثر ملاءمة هنا - والارتباط المتعدد والانحدار - يمكن أن يتم حسابهما جميعا من الارتباطات الخاصة بالمتغيرات والعوامل المعينة. ولهذا يمكن أن نضع الأساس لحسابات التدوير فى البناء البسيط على مجرد هذه الارتباطات بدون استخدام أى درجات فردية.

والتدوير الذى يتطلب أن تظل العوامل غير مترابطة هو تدوير متعامد فى حين يكون الآخر تدوير مائل . وغالبا ما يصل التدوير المائل إلى بناء بسيط أكبر، على الرغم من أنه مهما يكن الأمر يجب عليك أن تضع فى الاعتبار مصفوفة الارتباطات العاملية أثناء تفسير النتائج. وتكون كراسة المواصفات بصفة عامة واضحة، غير أنه إذا كان يوجد أى غموض فالقاعدة البسيطة هو أنه إذا كان يوجد أى قدرة على طبع مصفوفة الارتباطات العاملية إذن فالتدوير مائل حيث أنه ليس هناك حاجة إلى مثل هذه القدرة للتدوير المتعامد.

مثال: يوضح الجدول التالى نتائج التدوير فى التحليل العاملى لعدد (٢٤) مقياس من مقاييس القدرة الذهنية.

جدول (٦٥)

التدوير المائل لأربعة عوامل من متغيرات القدرة الفعلية لعدد ٢٤ متغير

م	المتغيرات	شفوى	عددى	مرئى	تميز
١	المعلومات العامة	,٨٠	,١٠	,٠١-	,٠٦-
٢	فهم الفقرة	,٨١	,١٠-	,٠٢	,٠٩
٣	استكمال الجملة	,٨٧	,٠٤	,٠١	,١٠-
٤	تصنيف الكلمة	,٥٥	,١٢	,٢٣	,٠٨-
٥	معنى الكلمة	,٨٧	,١١-	,٠١-	,٠٧
٦	إضافة	,٠٨	,٨٦	,٣٠-	,٠٥
٧	الرمز	,٠٣	,٥٢	,٠٩-	,٢٩
٨	حساب مجموعات النقاط	,١٦-	,٧٩	,١٤	,٠٩-
٩	الحروف الكبيرة المستقيمة والمائلة	,٠١-	,٥٤	,٤١	,١٦-
١٠	الحروف المختلطة	,٢٤	,٤٣	,٠٠	,١٨
١١	التصور المرئى	,٠٨-	,٠٣	,٧٧	,٠٤-
١٢	المكعبات	,٠٧-	,٠٢-	,٥٩	,٠٨-
١٣	ورقة من اللوحة	,٠٢-	,١٩-	,٦٨	,٠٢-
١٤	الإعلام	,٠٧	,٠٦-	,٦٦	,١٢-
١٥	الاستقراء	,٢٥	,١١-	,٤٠	,٢٠
١٦	المتاهات العددية	,٠٣-	,٣٥	,٣٧	,٠٦
١٧	التفكير فى المشكلة	,٢٤	,٠٧-	,٣٦	,٢١
١٨	استكمال السلسلة	,٢١	,٠٥	,٤٩	,٠٦
١٩	التعرف على الكلمة	,٠٩	,٠٨-	,١٣-	,٦٦
٢٠	التعرف على الرقم	,٠٤-	,٠٩-	,٠٢-	,٦٤
٢١	الشكل على الشكل	,١٦-	,١٣-	,٤٣	,٤٧
٢٢	الشكل - القيمة	,٠٠	,٠٩	,١٣-	,٦٩
٢٣	الشكل - الرقم	,٢٢-	,٢٣	,٢٥	,٤٢
٢٤	الشكل - الكلمة	,٠٠	,٠٥	,١٥	,٢٧

ويكشف هذا الجدول عن بناء جيد وبسيط، وفى داخل كل مجموعة من مجموعات المتغيرات الأربعة تكون القيم العالية «ما يزيد تقريبا عن ٤, فى القيمة المطلقة» جميعها بصفة عامة فى عمود واحد - عمود متصل لكل مجموعة من المجموعات الأربع، وبالإضافة إلى ذلك، يبدو أن جميع المتغيرات داخل كل مجموعة تقيس نفس الأنواع العامة من القدرة الذهنية. ويظهر الاستثناء الرئيسى فى كل هذه التعميمات فى المجموعة الثالثة. ويبدو أن المتغيرات فى هذه المجموعة تشتمل على مقاييس كل من القدرة البصرية والتفكير، ويكون لدى متغيرات التفكير «آخر أربعة فى المجموعة» بصفة عامة أحمال فى العمود (٣) ولا تكون أبعد بكثير من أحمالهم فى الأعمدة الأخرى، وهذا يفترض أن الحل الخاص بالعامل الخامس جدير بالمحاولة على أمل أن يعزز عوامل خاصة «بالبصر» و«العقل» منفصلة، وقدم جورسش أسماء العوامل فى الجدول (٦٥) غير أن فحص المتغيرات فى المجموعة الثانية يفترض أن «المهام البسيطة المتكررة» قد تكون أفضل اسم بالنسبة للعامل (٢) عن اسم «المهام العددية».

ولسنا نعنى الإشارة إلى أنه يجب عليك أن تحاول دائماً أن تجعل كل حمل من أحمال المتغير على عامل واحد فقط. فعلى سبيل المثال اختبار القدرة الذى يتناول مسائل الكلمة الحسابية قد يتم تحميله بدرجة عالية على كل من العوامل الشفهية والحسابية. وهذه فى الواقع إحدى مزايا التحليل العاملى، عن التحليل العنقودى، حيث أنه لا يمكن وضع نفس المتغير فى عنقودين مختلفين.

تحليل العنصر الرئيسى :

الأساسيات :

إن تحليل العنصر الرئيسى يحل مشكلة شبيهة بمشكلة التحليل العاملى، غير أنها مختلفة بالقدر الذى يكفى لتؤدى إلى الإرباك والتشوش. فليس بالمصادفة أنه تم اختراع التحليل العاملى المشترك عن طريق عالم النفس المميز «تشالز سبيرمان» فى حين تم ابتكار تحليل العنصر الرئيسى عن طريق إحصائى. يذكر تحليل العنصر الرئيسى ثم يضع الحل بعد ذلك لمسألة إحصائية تم تحديدها بصورة جيدة،

وباستثناء حالات معينة، دائماً ما يقدم حلا فريدا مع بعض الخصائص الحسابية الدقيقة، ويمكن للمرء أن يصف بعض المسائل العملية المصطنعة إلى حد ما. التى يقدم لها تحليل العنصر الرئيسى الحل المضبوط. وتنبع الصعوبة من محاولة ربط العنصر الرئيسى بالمسائل العلمية فى الحياة الحقيقية، ولا تكون المقارنة ببساطة جيدة جدا. وفى الواقع غالبا ما يقدم تحليل العنصر الرئيسى تقريبا جيدا للتحليل العاملى المشترك، غير أن هذه الميزة ليست هامة حاليا حيث أن كل من الطريقتين تتسمان بالسهولة بقدر كاف.

والمفهوم الرئيسى فى تحليل العنصر الرئيسى هو العرض أو التلخيص. افترض أننا نرغب فى استبدال مجموعة كبيرة من المتغيرات بمجموعة أصغر التى تلخص على أفضل وجه المجموعة الأكبر. فعلى سبيل المثال، افترض أننا قمنا بتسجيل درجات فئات الطلاب على الاختبارات العقلية التى تبلغ «٣٠» اختباراً وليس لدينا حيز لتخزين جميع هذه الدرجات - هذا مثال توضيحى فقط- غير أنه أكثر إغراءً عن ذى قبل، حيث تم ابتكار تحليل العنصر الرئيسى. ومن أجل الاقتصاد فى التخزين كنا سنرغب فى خفض المجموعة إلى «٥» درجات لكل طالب التى بها سنكون قادرين على إعادة تنظيم الدرجات «٣٠» الأصلية بدقة بقدر المحتمل.

ومعامل الارتباط المتعدد والعوامل يشيران على التوالى إلى الأصل وعندما نقلل عدد المتغيرات من ٣٠٠ : ٥ كما فى المثال الحالى، ويتم الإشارة إلى المتغيرات الأصلية بـ س وتلخيص المتغيرات للعوامل. وفى أبسط حالة يكون مقياس دقة إعادة التنظيم هو مجموع الارتباطات المتعددة التربيعية بين المتغيرات «س» والتنبؤات عن «س» التى تم إعدادها من العوامل. وفى الحالة العامة يمكننا تقدير كل ارتباط متعدد تربيعى عن طريق التباينات بأنفسنا عن طريق ضرب الدرجات على كل متغير «س» أى متغير ثابت نختاره وتبلغ هذه القدرة على تحديد أى أوزان نختارها بالنسبة للمتغيرات المختلفة.

والآن لدينا حالة يتم تعريفها إلى حد ما بالمعنى الحسابى قلل عدد المتغيرات إلى مجموعة من الدالات الطولية لتلك المتغيرات التى تلخص أفضل وجه للمتغير الأصلى بالمعنى الذى تم وصفه.

وعلى الرغم من ذلك يتحول الأمر فى النهاية إلى أن تقدم العديد من الدالات الطولية ملخصات جيدة بقدر متساو ولتصنيف المسألة إلى حل واحد مفرد، نقدم ثلاث حالات. أولاً : العوامل التى أفرزت الدالات الطولية يجب أن تكون غير مترابطة على نحو مشترك. ثانياً : أى مجموعة من الدالات الطولية «العوامل» يجب أن تشتمل على دالات المجموعة الأصغر. فعلى سبيل المثال أفضل أربع دالات طولية يجب أن تشتمل على أفضل ثلاث التى تشتمل على أفضل اثنتين اللتين تشتملان على أفضل واحدة. ثالثاً : الأوزان التربيعية التى تحدد كل دالة طولية يجب أن تجمع إلى (١).

وتقدم هذه الحالات الثلاث بالنسبة لمعظم مجموعات البيانات حلاً واحداً فريدا. وعادة ما توجد دالات طولية يطلق عليها اسم العناصر الرئيسية وهى منخفضة فى أهميتها عن طريق استخدام جميع الدالات الطولية التى قمت ببنائها بشكل جيد من درجات «س» الأصلية، وعن طريق استخدام العوامل الأولية وبذلك سنحصل على أفضل بناء محتمل لهذه القيمة الخاصة بالعوامل.

حدد عدد العوامل باعتبارها عمود من الأوزان تم استخدامه لتشكيلها من المتغيرات «س» فإذا كانت المصفوفة الأصلية «مصفوفة الارتباط» فحدد كل من الجذر الكامن. باعتبارها مجموع الارتباطات التربيعية مع المتغيرات «س» . وإذا كانت معاملات الارتباط هى مصفوفة التباين المشترك، فحدد التشبعات باعتبارها مجموع الارتباطات التربيعية مع كل ارتباط ثم وزنه عن طريق تباين المتغيرات «س» المتطابق. وعادة ما يساوى مجموعها الجذر الكامن من المدخلات الأصلية فى مصفوفة الارتباط.

وتظهر الحلول غير الفريدة فقط بأن يكون اثنين من الجذور الكامنة أو أكثر

متساويين بالضبط، فيتحول الأمر إلى أن الجذور الكامنة المتطابقة لا يتم تحديدها بصورة فريدة، ونادرا ما تظهر هذه الحالة فى التدريب ولهذا نتجاهلها.

ويسمى كل عنصر من عناصر الجذر الكامن مقدار التباين الذى يفسره العنصر. والسبب الرئيسى لهذا هو أن تعريف الجذر الكامن باعتباره مجموع الارتباطات التربيعية، وعلى الرغم من ذلك يتحول الأمر إلى أن التباين الفعلى لدرجات العنصر تتساوى مع الجذر الكامن، ومن ثم ففى تحليل العنصر الرئيسى «تباين العامل، ومقدار التباين الذى يفسره العامل» يكونا دائما متساويين.

عدد العناصر الرئيسية:

قد يحدث أن تفسر العناصر الرئيسية للعوامل جميع التباينات فى مجموعة بناء كامل من متغيرات «س» بمعنى أنها تتيح بناء كامل لـ «س» على الرغم من أن المتغيرات أكبر من العوامل، وعلى الرغم من ذلك ففى غياب هذا الحدث لا يوجد اختبار ذى دلالة فى عدد العناصر الرئيسية، ولمعرفة السبب، ضع فى الاعتبار أولاً مسألة أبسط: قم باختبار الافتراض الذى يذكر أن الارتباط بين متغيرين هو «١» فيشير هذا الافتراض إلى أن جميع النقاط تقع على خط مستقيم. ثم يتبع هذا أن جميع النقاط فى أى عينة من هذه المجموعة يجب أن تقع أيضاً على خط مستقيم، ومن هذا ينتج أنه إذا كان الارتباط يبلغ «١» فى المجموعة، فيجب أن يكون أيضاً «١» فى كل عينة من هذه المجموعة فأى انحراف عن «١» مهما يكن بسيطا، يناقض الافتراض البديهى.

وتنطبق مقولة مماثلة على الافتراض الذى يذكر أن الارتباطات المتعددة تبلغ «١» غير أن الافتراض الذى يذكر أن عناصر العوامل تفسر أن جميع التباينات فى المتغيرات تكون ضرورية للافتراض الذى يذكر أنه حين يتم التنبؤ بالمتغيرات من العناصر عن طريق الارتباط المتعدد. فتبلغ جميع الارتباطات المتعددة «١» ومن ثم فالفشل الطفيف فى ملاحظة هذا فى عينة ما يناقض الافتراض الذى يتعلق بالمجموعة.

فإذا كان السطر الأخير من الفقرة الذى يتعلق بالتفكير يبدو أنه يشتمل على فجوة، فهو الفشل فى التمييز بين الأخطاء فى أخذ العينة وأخطاء القياس. وتهتم الاختبارات ذات الدلالة فقط بأخطاء أخذ العينة، غير أنه من المنطقى افتراض أن الارتباط الملحوظ الذى يبلغ ٨, يختلف عن الارتباط الذى يبلغ «١» بسبب أخطاء القياس. وعلى الرغم من ذلك تشير احتمالية أخطاء القياس إلى أنه يجب أن تفكر فيما يتعلق بنموذج العامل المشترك وليس التفكير فى نموذج العنصر، حيث أن أخطاء القياس تشير إلى أنه يوجد تباين إلى حد ما فى كل متغير من متغيرات «س» لم يتم تفسيره عن طريق العوامل.

القوانين القائمة على أساس الجذر الكامن لاختيار عدد من العوامل:

افترض هنرى كازير قانون لاختيار عدد من العوامل أقل من العدد الضرورى للبناء الكامل (مجموعة العوامل تساوى عدد من الجذور الكامنة من «١» صحيح) وغالبا ما يتم استخدام هذا القانون فى تحليل العامل المشترك بالإضافة إلى استخدامه فى تحليل الأجزاء «المكونات» الأساسية، وتؤدى مسارات عديدة من الأفكار إلى القانون الذى وصفه كازير، غير أنها أبسطها حسابيا حيث أن الجذر الكامن هو مقدار التباين الذى فسره أكثر من عامل واحد. فليس هناك معنى لإضافة العامل الذى يفسر تباين أقل أكثر مما هو محتوى فى متغير واحد وحيث أنه من المفترض أن تحليل المكونات يلخص مجموعة من البيانات لاستخدام مكون «عنصر» يفسر ما هو أقل من التباين الذى يبلغ «١» صحيح فهذا شيء مثل كتابة ملخص عن كتاب يكون فى أحد أجزاء الملخص أطول من جزء الكتاب الذى يلخصه. فهذا شيء لا معنى له. وعلى الرغم من ذلك، كان تبرير كايزر الرئيسى للقانون هو إن كان يضاهى تماماً القانون النهائى لإجراء العديد من التحليلات العاملية ذات الأعداد المختلفة من العوامل، ورؤية أى التحليلات له معنى، ويكون القانون النهائى أسهل بكثير اليوم أكثر مما كان منذ أجيال مضت، ولهذا يبدو قانون كايزر على أنه مطلق.

وتم افتراض طريقة بديلة أطلق عليها اسم اختبار البيانات وبهذه الطريقة خطة

للجذور الكامنة المتتالية، وتبحث عن موقع فى الخطة حيث تبدأ الخطة بطريقة عشوائية واسمى «كاتل» هذا الاختبار بعد وضع البيانات أو مجموعة على شكل مخروطى.

ومن مشاكل اختيار البيانات أنه يمكن أن يؤدى إلى نتائج مختلفة تماماً إذا وضعت الجذور التربيعية أو لوغاريتمات الجذور الكامنة بدلاً من الجذور الكامنة ذاتها، ولا يكون واضحا أسباب أن الجذور الكامنة ذاتها تكون مقياسا أفضل عن هذه القيم الأخرى.

وهناك طريقة أخرى تكون مماثلة لاختيار البيانات، غير أنها تعتمد أكثر على النتيجة وأقل على الرسوم البيانية، ففى كل الجذور الكامنة حدد مجموع هذه الجذور التى تمثل نسبة التباين.

فعلى سبيل المثال افترض أنه فى مسألة بها «٧» متغيرات كانت الجذور الكامنة الأربعة الأخيرة ٨,، ٢,، ١٥,، ١, وتضاف هذه القيمة إلى ١,٢٥، ولهذا تكون ١,٢٥ هى مقدار التباين الذى لم يتم تفسيره عن طريق نموذج مكون من «٣» عوامل. غير أن ٨, / ١,٢٥ = ٦٤,، ولهذا فإن إضافة عامل آخر إلى النموذج المكون من ثلاثة عوامل كان سيفسر ٦٤٪ من التباين الذى لم يتم تفسيره فيما سبق وتفرز نتيجة مماثلة بالنسبة للجذور الكامنة الخمسة ٢, / «٢,×١٥, + ١,» = ٤٤, ولهذا فإن المكون الرئيسى الخامس يفسر ٤٤٪ من لتباين الذى لم يتم تفسيره فيما سبق.

بعض العلاقات بين قيم المخرجات:

يوجد عدد من العلاقات بين قيم المخرجات. ويشعر العديد من الأفراد أن هذه العلاقات تساعدهم على فهم المخرجات بصورة أفضل. ويكون أفراد آخرون مجبرين ويرغبون فى استخدام هذه العلاقات ليثبتوا أن فيرس معين لا يهاجم برامج الكمبيوتر الخاصة بهم. وتكون العلاقات الرئيسية كما يلى:

١ - مجموع الجذور الكامنة = أ.

- إذا كانت مصفوفة الإدخال هى مصفوفة التباين المشترك.

- مجموع الجذور الكامنة = مجموع تباينات المدخلات.

- إذا كانت مصفوفة المدخلات هى مصفوفة التباين المشترك.

٢ - نسبة التباين الذى تم تفسيره = الجذر الكامن / مجموع الجذور الكامنة.

٣ - مجموع أحمال العامل التربيعية بالنسبة للمكون الرئيسى.

٤ - مجموع أحمال العامل التربيعية للمتغير.

= التباين الذى تم تفسيره = «المدخل القطرى فى المصفوفة».

= قيم الشيوع فى تحليل العامل المشترك.

= تباين فى المتغير العام إذا كانت العوامل = المتغيرات.

٥ - مجموع النواتج المستعرضة بين الأعمدة والمتغير لمصفوفة حمل العامل.

= المدخل القطرى فى المصفوفة.

٦ - لا تزال العلاقات فى ٣، ٤ حقيقة بعد التدوير.

٧ - مصفوفة الارتباط وفى حالة الضرورة يمكن استخدام القانون رقم (٤) لاكتشاف المداخل القطرية فى المصفوفة، ثم يمكن بعد ذلك استخدام القانون رقم(٧) لاكتشاف المداخل القطرية فى (U).

مقارنة بين تحليلين عاملين

حيث أن أحمال العامل تكون من ضمن أهم أجزاء المخرجات فى التحليل العاملى، فيبدو من الطبيعى التساؤل بشأن الأخطاء القياسية فى حمل العامل، بحيث - على سبيل المثال - قد نقوم باختبار دلالة الفروق بين أحمال العامل فى العينتين، ولسوء الحظ لا يمكن استنتاج أى صياغة عامة مفيدة لمثل هذا الفرض بسبب الغموض عند تحديد العوامل ذاتها، ولرؤية هذا، تخيل أن العوامل «الحسابية» و «الشفهية» تفسر إلى حد ما مقادير متساوية من التباين فى أحد المجموعات. فقد تظهر عوامل الحساب باعتبارها العوامل١، ٢ على التوالى فى عينة واحدة، غير أنها فى الترتيب العكسى فى العينة الثانية من نفس المجموعة. ثم إذا قارنا بطريقة ميكانيكية. على سبيل المثال قيمتى حمل المتغير رقم «٥» على العامل «١» كنا سنقارن بالفعل حمل المتغير «٥» على العامل الحسابى بالنسبة إلى حمله على العامل الشفهى. وبطريقة عامة أكثر لن يكون هناك معنى تماماً لقبول أن عامل واحد معين فى أحد تحليلات العامل تتطابق مع أخذ العوامل فى تحليل عاملى أخرى.

ولهذا نحتاج إلى طريقة مختلفة تماماً لدراسة أوجه الشبه والاختلاف بين تحليلين عاملين.

وفى الواقع، قد يتم صياغة العديد من الأسئلة المختلفة مثل الأسئلة الخاصة بالشبه بين تحليلين عاملين أولاً، يجب أن نميز بين شكلين مختلفين من البيانات.

١ - نفس البيانات فى مجموعتين. قد يتم إجراء نفس المجموعة من المقاييس على الذكور والإناث أو على الجماعات المعالجة والضابطة. فيظهر السؤال إذا كان بناء العاملين واحد.

٢ - حالتان أو مجموعتان من المتغيرات فى مجموعة واحدة يجب أن يتم تقديم بطاريات الاختبارين إلى مجموعة واحدة من الخاضعين للبحث «عينة البحث» ويتم توجيه أسئلة بشأن ما إذا كانت مجموعتان من الدرجات تختلف أو يتم تقديم نفس البطارية فى ظل حالتين مختلفتين.

مقارنة التحليلات العاملية فى مجموعتين:

فى حالة المجموعتين ومجموعة واحدة من المتغيرات، لن يتم توجيه سؤال بشأن بناء العامل ما إذا كانت المجموعتان تختلفان فى الوسائل، كان سيكون هذا سؤال خاص بالـManova «تحليل التباين المتعدد للتباين» . فإذا لم تكن مجموعتى الوسائل متساوية أو جعلها متساوية إلى حد ما، إذن لم يتم أيضاً طرح السؤال الخاص بما إذا كانت مصفوفة الارتباط يمكن أن يتم حسابها بطريقة هادفة. بعد تجميع العينتين حيث أن الفروق فى الوسائل كانت ستدمر معنى هذه المصفوفة.

ويكون السؤال «هل هاتان المجموعتان لهما نفس البناء العاملى؟» مختلفا تماماً عن السؤال «هل لهما نفس العوامل»؟ فالسؤال الأخير يقترب من السؤال «هل يحتاج إلى تحليلين مختلفين من تحليلات العامل بالنسبة للمجموعتين؟» ولرؤية الموضوع، تخيل مسألة بها (٥) اختبارات شفهية و (٥) اختبارات حسابية، ومن أجل البساطة تخيل أن جميع الارتباطات بين مجموعتى الاختبار تبلغ بالضبط صفر، وأيضاً من أجل البساطة، ضع فى الاعتبار تحليل المكونات على الرغم من أنه يمكن اختيار نفس هذه النقطة فيما يتعلق بتحليل العامل المشترك. والآن تخيل أن الارتباطات بين (٥) اختبارات شفهية تبلغ جميعها بالضبط (٤) بين الإناث و(٨) بين الذكور، فى حين تبلغ الارتباطات بين خمسة اختبارات حسابية جميعها بالضبط (٨) بين الآناث و(٤) بين الذكور، وكانت التحليلات العاملية فى المجموعتين تفرز على حدة بناءات عاملية مختلفة غير أن عوامل متطابقة ففى كل نوع كان التحليل سيحدد العامل الشفهى الذى يتم وزنه على نحو متساو مع جميع البنود الشفهية مع ٨ أوزان بالنسبة لجميع البنود الحسابية والعامل الحسابى فى

النموذج المضاد، وفى هذا المثال لن يتم الحصول على أى شىء من التحليلات العاملية المنفصلة بالنسبة للجماعتين، على الرغم من أن بنائى العاملين يكونان مختلفان تماماً.

ونقطة أخرى هامة بشأن مسائل المجموعتين هو أن التحليل الذى يستنتج (٤) عوامل فى المجموعة الأولى و(٤) عوامل فى المجموعة الثانية يكون به العديد من إجمالى العوامل مثله مثل التحليل الذى يستنتج (٨) فى الجماعة المشتركة. ومن ثم فالسؤال العملى قد لا يكون ما إذا كانت التحليلات التى تستنتج عوامل فى أى جماعة من الجماعتين تتوافق مع البيانات بشكل أفضل أكثر من التحليل الذى يستنتج عوامل فى المجموعة المشتركة. وأيضاً يجب أن يتم مقارنة تحليلين منفصلين مع التحليل الذى يستنتج عاملين من العوامل فى المجموعة المشتركة.

ولإجراء مثل هذه المقارنة فى تحليل المكونات، اجمع أولاً الجذور الكامنة للعوامل فى كل جماعة منفصلة وقارن متوسط الجمعين بمجموع (٢) من الجذور الكامنة للمتغيرات فى المجموعة المشتركة وسيكون من النادر أن هذا التحليل يفترض أنه من الأفضل إجراء تحليلات عاملية منفصلة فى الجماعتين. ويجب أن يقدم نفس التحليل على الأقل إجابة تقريبية على السؤال الخاص بتحليل العامل المشترك أيضاً.

وافترض أن السؤال بالفعل هو ما إذا كان بنائى العاملين يكونا متطابقين فهذا السؤال يكون متشابها مع السؤال الذى يتعلق بما إذا كانت مصفوفات ارتباطية أو مصفوفات التباين المشترك متطابقة أم لا، وهو سؤال يجب أن يتم تعريفه بدقة بدون الإشارة إلى التحليل العاملى على الإطلاق. وتكون اختبارات هذه الفروض خارج نطاق عملنا غير أن الاختبار الخاص بنوع مصفوفتين من مصفوفات التباين المشترك يظهر لدى موريسون (١٩٩٠) والأعمال الأخرى الخاصة بتحليل التباين المتعدد.