الفصل الأول

تركيب الأشعة وتحليلها

المقادير في الفيزياء :

نسمي المقادير التي تماثل الحجم والكتلة والتي تتحدد بشدتها فقط بالمقادير العددية أو السلـّمية . وتسمى المقادير التي تماثل القوة والسرعة والتي يتطلب تحديدها معرفة مقدارها واتجاهها بالمقادير الشعاعية . ونشير إلى أن في الفيزياء نوعاً ثالثاً اشمل من المقادير يطلق عليه اسم المقادير التنسورية .

عناصر الشعاع :

لكل شعاع أربعة عناصر هي : نقطة التطبيق ، والطول ، والجهة ، وخط الفعل . والأخير هو الخط ذا الطول غير المحدود ، الذي يؤلف الشعاع قطعة منه ، وهو يسمى أيضاً بالمنحى .

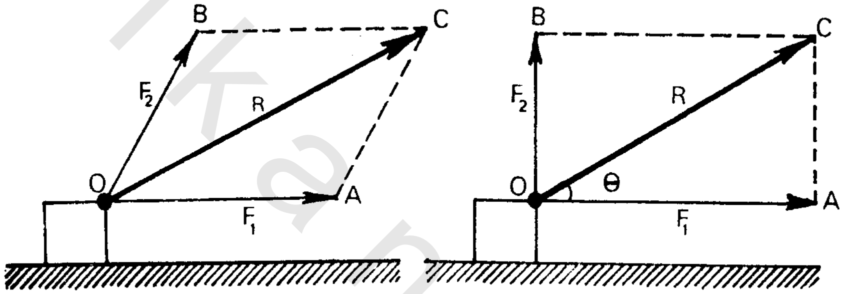
مركبة شعاع :

إن مقدار مركبة شعاع $\vec{F}$ في أي اتجاه يصنع زاوية Θ مع اتجاه الشعاع يساوي $F\cos\Theta$. وإذا كانت $\Theta = 90°$ فإن $\cos\Theta = 0$ وتكون مركبة الشعاع في اتجاه عمودي عليه مساوية الصفر . وإذا كانت $\Theta = 0$ فإن $\cos\Theta = 1$ وتكون المركبة مساوية إلى $\vec{F}$.

المحصلة أو المجموع الشعاعي :

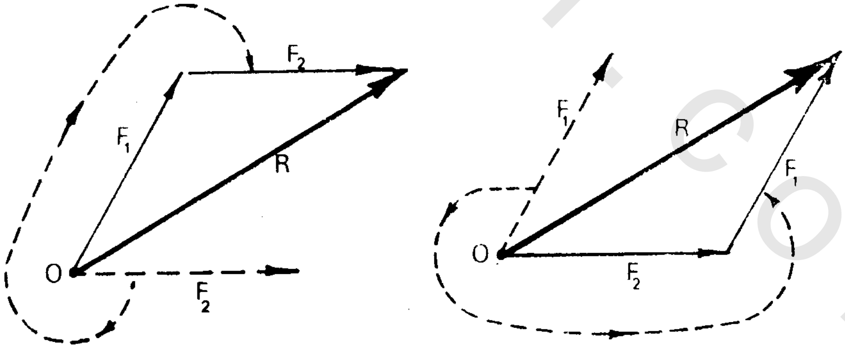
إذا خضع جسم إلى مجموعة قوى واقعة في مستو واحد ، وإذا كانت هذه القوى جميعاً متلاقية في نقطة واحدة فإنه يمكن استبدال مجموعة هذه القوى بقوة وحيدة لها نفس مفعول القوى مجتمعة نسميها المحصلة . ويمكن إيجاد هذه المحصلة بإحدى الطرق التالية :

أ ــ طريقة متوازي الأضلاع : وهي واضحة في الشكل (١ ــ ١) حيث تمثل R محصلة القوتين F_1 ، F_2 وذلك سواء كانت الزاوية بينهما 90° ، أو أية زاوية أخرى .



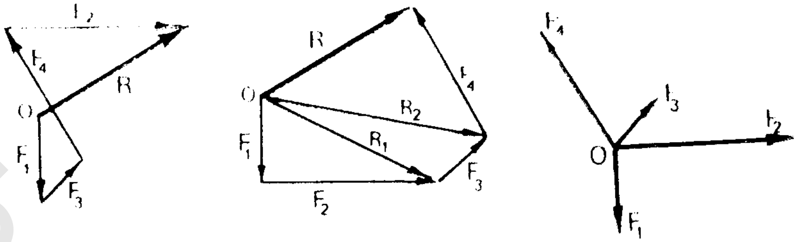
الشكل (١ ــ ١)

ب ــ طريقة المثلث : ويوضحها الشكل (١ ــ ٢) المبين أدناه .



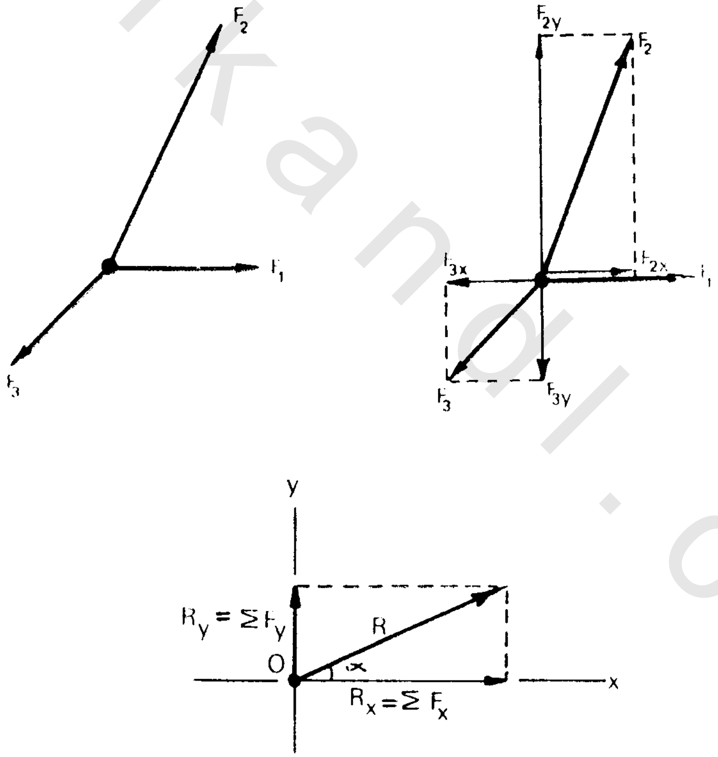
الشكل (١ ــ ٢)

حـ ـ طريقة المضلع : ويوضحها الشكل (١ ـ ٣) .



الشكل (١ ـ ٣)

د ـ طريقة التحليل إلى مركبات متعامدة : ويبين الشكل (١ ـ ٤)



الشكل(١ ـ ٤)

هـذه الطريقة في حالة ثلاث قوى هي F_1 , F_2 , F_3 محصلتها القوة R ، فنحن نجد :

$$R_x = \sum F_x \quad , \quad R_y = \sum F_y \tag{1 – 1}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \tag{1 – 2}$$

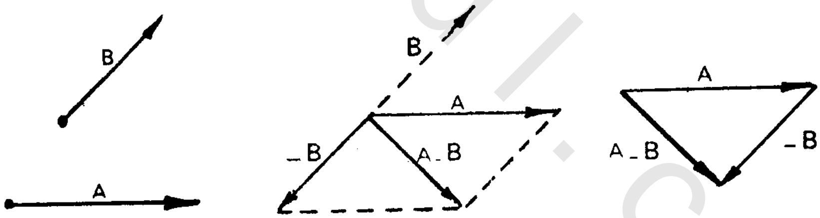
$$\tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} \tag{1 – 3}$$

الطرح الشعاعي :

تُرَدّ عملية الطرح الشعاعي $\vec{A} - \vec{B}$ إلى عملية جمع على النحو التالي :

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (- \vec{B}) \tag{1 – 4}$$

ويوضح الشكل (١ – ٥) طريقة الحصول على حاصل طرح شعاعين بهذه الطريقة .



الشكل (١ – ٥)

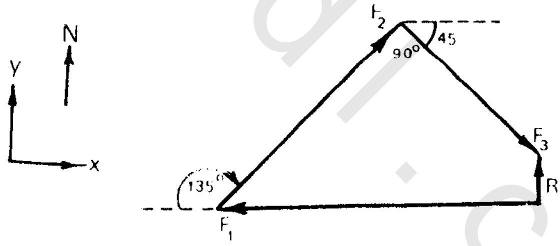
★ ★ ★

مسالة رقم (١ ــ ١) :

يُؤمَر جندي بالقيام بجولة استطلاعية بحيث يسير باتجاه الغرب مسافة خمسة أميال ثم باتجاه الشمال الشرقي لمسافة أربعـة أميال ، وأخيراً باتجاه الجنوب الشرقي لمسافة ثلاثة أميال . ما هو بعد الجندي عن نقطـة انطلاقه لدى قيامه بجولته ؟ وما هو بعده شمال هذه النقطة ؟ وما هو بعده غربها ؟

الحــل :

نتخـــذ مقيـاساً مناسبـاً للرسم ونمثل كل مرحلـة من مراحـل انتقال الجندي بشعاع على النحو المبين في الشكل (١ ــ ٦) . ويكون الشعاع الواصل بين نقطة بـدء الشعاع الأول ونهاية الشعاع الثالث هو الشعاع الذي يحدد موضع الجندي بعد تنفيذ مراحل الانتقال الثلاث وهو محصلتها أو مجموعها الشعاعي وعليه فإن :



الشكل (١ ــ ٦)

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} \qquad (1)$$

وإذا أسقطنا هذه العلاقة الشعاعية على محورين متعامدين oy،ox كالمبينين في الشكل وجدنا :

$$R_x = - F_1 + F_2 \cos\frac{\pi}{4} + F_3 \cos\frac{\pi}{4}$$

$$R_x = - F_1 + F_2 \frac{\sqrt{2}}{2} + F_3 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R_x = - 5 + 4 \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \frac{\sqrt{2}}{2} = -5+3.5\sqrt{2} = -0.051 \text{ mile} \quad (2)$$

$$R_y = 0 + F_2 \sin\frac{\pi}{4} - F_3 \sin\frac{\pi}{4}$$

$$R_y = 4 \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.5 \sqrt{2} = 0.707 \text{ mile} \quad (3)$$

ويكون بعد الجندي عن نقطة انطلاقه مساوياً طول الشعاع $\vec{R}$ أي :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-0.051)^2 + (0.707)^2} = 0.709 \text{ mile} \quad (4)$$

ويكون بعد الجندي شمال نقطة انطلاقة مساوياً R_y أي 0.707 ميلًا ، أما بعده غرب هذه النقطة فيساوي 0.051 ميلًا ، وذلك لأن قيمة R_x سالبة .

وبإمكاننا أن نجد الزاوية التي يصنعها الشعاع R مع المحور ox . فـاذا كانت Θ هذه الزاوية فان لدينا :

$$\tan\Theta = \frac{R_y}{R_x} = -\frac{0.707}{0.051} = -13.88$$

وهي علاقة نستطيـع أن نكتبها بالشكل :

$$-\tan\Theta = \tan(\pi - \Theta) = 13.88$$

ونجد من جدول النسب المثلثية في نهاية الكتاب أن :

$$13.73 = \tan 85^\circ 50'$$

وأن :
$$14.30 = \tan 86^\circ 00'$$

وعليه فـــان زيادة في الزاوية بمقدار $10'$ أدى إلى زيادة الظل بمقـدار 0.43 ولما كان $13.88 - 13.73 = 0.15$ فان هذه الزيادة في الظل تقابل زيادة في الزاوية تساوي $3.5' = 10' \times \frac{0.15}{0.43}$ اذن :

$$13.88 = \tan 85^\circ 53.5' \approx \tan 85^\circ 54'$$

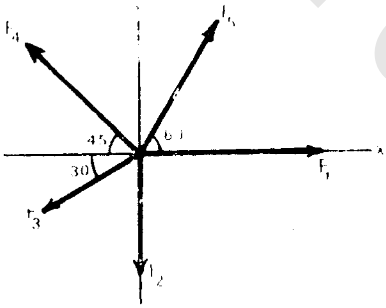
$$\tan(\pi - \Theta) = \tan 85^\circ 54'$$

$$\Theta = \pi - 85^\circ 54' = 94^\circ 6'$$

★ ★ ★

مسالة رقم (١ ــ ٢) :

أحسب محصلة القوى الخمس المبينـة في الشكل (١ – ٧) والمؤثرة في النقطة O من جسم إذا علمت أن شداتها هي :



الشكل (١ -- ٧)

$F_1 = 19$ lb

$F_2 = 12$ lb

$F_3 = 11$ lb

$F_4 = 16$ lb

$F_5 = 15$ lb

الحـل :

نحلـــل كل قوة من القوى الخمس إلى مركبتيها باتجاه المحور ox ، الذي

نتخذه محمولاً على القوة F_1 ذات الشدة 19 lb ، وباتجاه المحور oy العمودي عليه ونرتب النتائج في جدول كالآتي :

القوة	شدتها	مركبتها على المحور ox	مركبتها على المحور oy
F_1	19 lb	19.0	0.0
F_2	12 lb	$15 \cos 60^\circ = 7.5$	$15 \sin 60^\circ = 13.0$
F_3	11 lb	$-16 \cos 45^\circ = -11.3$	$16 \sin 45^\circ = 11.3$
F_4	16 lb	$-11 \cos 30^\circ = -9.5$	$-11 \sin 30^\circ = -5.5$
F_5	15 lb	0.0	-12.0
		$\sum F_x = +5.7$ lb	$\sum F_y = +6.8$ lb

واذا رمزنا بـ R لمحصلة القوى الخمس فانه يكون :

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = \sqrt{(5.7)^2 + (6.8)^2} = 8.9 \text{ lb}$$

وإذا رمزنا بـ Θ للزاوية التي تصنعها المحصلة مع المحور ox فانه يكون :

$$\tan \Theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} = \frac{6.8}{5.7} = 1.2$$

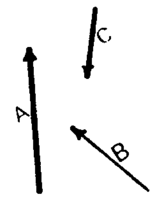
ومنه نجد : $\Theta = \text{Arc} \tan 1.2 = 50^\circ$

* * *

مسالة رقم (١ ــ ٣) :

$\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$ أشعة أطوالها واتجاهاتها محددة في الشكل (١ ــ ٨)

والمطلوب : أوجد بالرسم
ناتج العمليات التاليـــة
على الأشعة الثلاث :

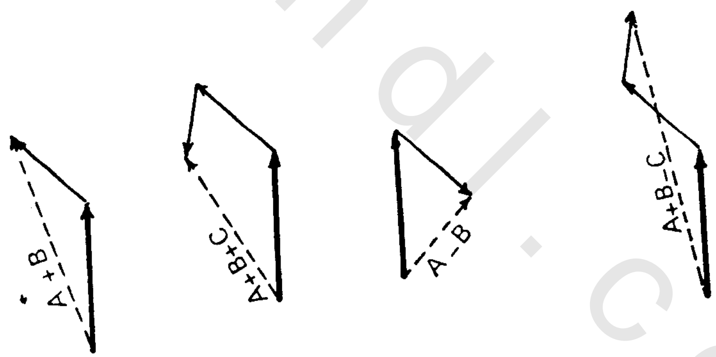


شكل (١ – ٨)

(أ) $\vec{A} + \vec{B}$ ، (ب) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ ، (حـ) $\vec{A} - \vec{B}$ ، (د) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$

الحـل :

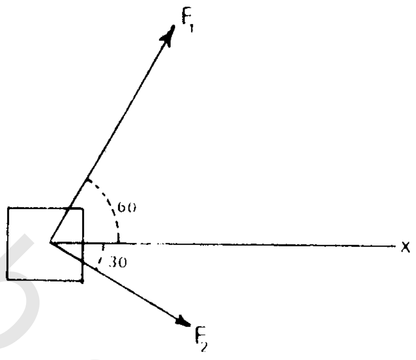
يوضح الشكل (١ – ٩) العمليات الأربـع المطلوبة ، وقد أوجدنا ناتج العمليتين (أ) و (حـ) باستخدام طريقة المثلث في حين أننا استخدمنا طريقـة المضلـع لإيجاد ناتج العمليتين (ب) و (د) . لاحظ أن عملية الطرح $\vec{A} - \vec{B}$ قد أرجعت إلى عملية جمع الشعاع $\vec{A}$ والشعاع $\vec{B}$ – وكذلك فقد أرجعت عملية الطرح $\vec{B} - \vec{C}$ إلى عمليـة جمـع الشعاع $\vec{B}$ إلى الشعاع $\vec{C}$ – .



شكل (١ – ٩)

★ ★ ★

مسالة رقم (١ ـ ٤) :



الشكل (١ ـ ١٠)

يريد رجلان وفتى دفع صندوق بالاتجاه x المبين في الشكل(١ـ ١٠) فيدفـــع الرجلان بقوتين $\vec{F_2} = 80\ lb$ و $\vec{F_1} = 100\ lb$ مبينتين على الشكل . أوجد مقدار واتجاه القوة الصغرى التي يجب أن يؤثر بها الفتى .

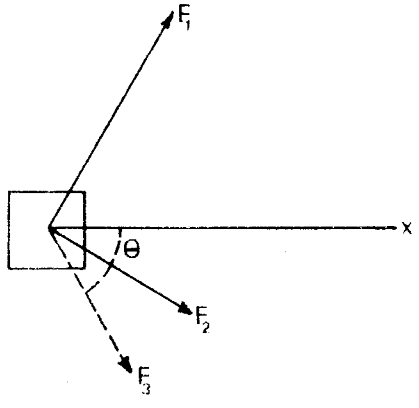
الحــل :

نفرض F_3 القوة التي يجب أن يؤثر بها الفتى ، ولنفرض Θ الزاوية التي تصنعها هذه القوة مع المحور x ، انظر الشكل (١ ـ ١١) . نكتب شرط انعدام الحركة بالإتجاه العمودي على x وهو أن يكون مجموع مركبات القوى الثلاث في هذا الاتجاه مساوياً الصفر أي :

$$F_1 \sin 60^\circ - F_2 \sin 30^\circ - F_3 \sin\Theta = 0$$

ومنه نجد :

$$F_3 = \frac{F_1 \sin 60^\circ - F_2 \sin 30^\circ}{\sin \Theta}$$



الشكل (١ ـ ١١)

واضح أن F_3 يكون أصغر ما يمكن لما $\sin \Theta$ يكون أكبر ما يمكن ، ويحصل ذلك عندما $\sin \Theta = 1$ أي عندما $\Theta = 90^\circ$ وتكون قيمة F_3 عند

ذلك مساوية إلى :

$$F_3 = F_1 \sin 60^\circ - F_2 \sin 30^\circ = 100 \frac{\sqrt{3}}{2} - 80 \times \frac{1}{2}$$

$$F_3 = 87 - 40 = 47 \text{ lb}$$

★ ★ ★

مسألة رقم (١ ـ ٥) :

تؤثر ثلاث قوى في نقطة وتعطى هذه القوى بدلالة أشعة الوحدة $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ على النحو التالي :

$$\vec{F}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$$
$$\vec{F}_2 = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$$
$$\vec{F}_3 = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

أوجد مقادير واتجاهات الأشعة التالية :

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ ، $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ ، $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3$

الحـل :

نكتب :

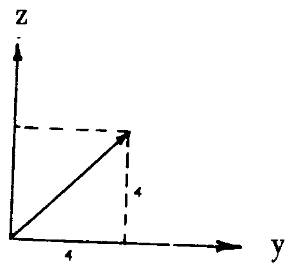
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (2 - 1 - 1)\vec{i} + (-1 + 3 + 2)\vec{j} + (3 + 2 - 1)\vec{k}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0\,\vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{k}$$

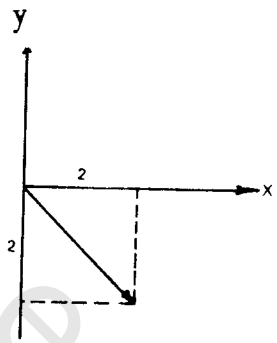
وعليه يقع مجموع الأشعة الثلاث في المستوي yz ، لأن مركبته على المحور x معدومة ، وهو منصف للزاوية بين المحورين y و z أي أن زاويته مع كل من المحورين 45° ومقداره $4\sqrt{2} = 5.66$ ويوضح ذلك الشكل (١ ـ ١٢ آ) .

ونكتب : $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (2+1-1)\vec{i} + (-1-3+2)\vec{j} + (3-2-1)\vec{k}$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 0\vec{k}$$



الشكل (١ — ١٢ آ)



الشكل (١ — ١٢ ب)

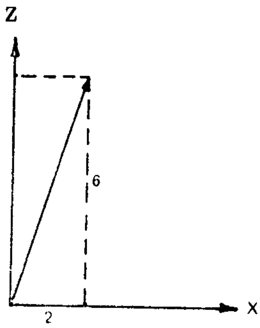
وعليه فالشعاع الممثل لـ $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ موجود في المستوي xy وزاويته مع المحور x هي -45° ومقداره $2\sqrt{2}$ أي 2.82 كما هو مبين في الشكل (١ — ١٢ ب) . ونكتب :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3 = (2-1+1)\vec{i} + (-1+3-2)\vec{j} + (3+2+1)\vec{k}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3 = 2\vec{i} + 0\vec{j} + 6\vec{k}$$

وعليه فالشعاع الممثل لـ $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \vec{F}_3$ موجود في المستوي xz وإذا فرضنا Θ هي زاوية الشعاع المحصل مع المحور x فان : $\tan\Theta = \frac{6}{2} = 3$

كما هو مبين في الشكل(١ — ١٢ جـ).



الشكل (١ — ١٢ جـ)

ونجد من جدول النسب المثلثية في نهاية الكتاب أن :

$$2.989 = \tan\ 71^\circ\ 30'$$ وأن :

$$3.018 = \tan\ 71\ \ 40'$$

وعليه فان زيادة مقدارها 0.029 في الظل تؤدي إلى زيادة في الزاوية بمقدار $10'$

ولدينا $0.011 = 2.989 - 3.000$ فهي تؤدي إلى زيادة في الزاوية بمقدار

$\frac{0.011}{0.029} \approx 4'$ اذن :

$$\Theta = 71^\circ\ 30' + 4' = 71^\circ\ 34'$$

أما مقدار المحصلة فهو : $\sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 6.32$

ويبين الشكل (١ ــ ١٢) بأجزائه آ و ب و حـ نتائج العمليات الشعاعية الثلاث.

* * *