الفصل الخامس عشر

التوتر السطحي

تمهيـد :

تخضع الجزيئة الواقعة ضمن مائع إلى قوى جذب من جميع الاتجاهات ، وتكون محصلة قوى الجذب هذه معدومة ، أما الجزيئة الواقعة على سطح المائع فتخضع الى قوة محصلة متجهة الى داخل المائع وعمودية على السطح . ويتطلب نقل جزيئات المائع إلى سطحه بـــذل قوة تتغلب على القوة المعيقة هذه وبالتالي فان طاقة الجزيئات عند سطح المائع أكبر من طاقة الجزيئات الواقعة فيه .

ويعرّف التوتر السطحي لمائع بأنه العمل الواجب بـــذله على المائع كي ينتقل عدد كاف من جزيئات المائع بحيث تؤلف هـذه الجزيئات سطحاً مساحته وحدة المساحة . ويساوي هذا العمل عددياً القوة المماسية التي تفعل في خط وهمي طوله وحدة الطول ممتد على السطح .

ويعبر عن التوتر السطحي في جمل الوحدات المختلفة بنسبة وحدة قوة إلى وحدة طول فهو يقدر اذن بال lb/ft في الجملة الهندسية الانكليزية وبال

dynes/cm في الجملة السنتية وبال newton/m في الجملة المكتية .

الضغط الناشىء عن التوتر السطحي :

ان التوتر السطحي يجعل الضغط داخل قطرة مائع أو داخل فقاعة مملوءة بالغاز اكبر من الضغط خارجها . فاذا كان r نصف قطر القطرة و p فرق الضغط و s قوة التوتر السطحي فانه يكون :

$$p = 2s/r \qquad (15-1)$$

أما في حالة الفقاعة المملوءة بالغاز فلدينا :

$$p = 4\,s/r \qquad (15-2)$$

ارتفاع الموائع في الأنابيب الشعرية :

ترتفع الموائع في الانابيب الشعرية بفعل قوة التوتر السطحي ويعطى مقدار الارتفاع h بدلالة قوة التوتر السطحي s بالعلاقة :

$$h = \frac{2\,s}{r\varrho g}\cos\theta \qquad (15-3)$$

حيث r نصف القطر الداخلي للأنبوب و ϱ : الكتلة النوعية للمائع و g : التسارع الارضي و θ : زاوية التماس بين المائع والانبوب .

ويلاحظ أنه إذا زادت θ عن 90° فان $\cos\theta$ يكون سالباً ويؤول الارتفاع الى انخفاض .

* * *

مسألة رقم (١٥ ـ ١) :

ما هو العمل المتحرر من اندماج عدد من حبيبات رذاذ الماء التي تبلغ انصاف

obeikandl.com

اقطارها $r=2\times10^{-3}mm$ ، اذا اتحدت معاً لتشكل قطرة كبـــيرة نصف قطرها $R = 2\ mm$ ؟ نفترض أن التوتر السطحي للماء هو $73\ dynes/cm$.

الحـل :

نفرض أن عدد حبيبات الرذاذ المندمجة هو n فيكون مجموع سطوحها وهي فرادى مساوياً :

$$A = n \times 4\pi r^2$$

وبعد الاندماج يتقلص هذا السطح ويصبح مساوياً سطح القطرة الكبيرة ، أي :

$$A_o = 4\pi R^2$$

وبما أن التوتر السطحي يعرف أيضاً بالعمل المبذول لزيادة السطح بمقدار الوحدة فان : $S = \frac{\Delta w}{\Delta A}$ ، ويكون العمل المتحرر عندما ينقص السطح من A إلى A_o معطى بالعلاقة :

$$\Delta w = S \cdot \Delta A = S (A - A_o) = 4\pi (n r^2 - R^2) S \qquad (1)$$

أما عدد الحبيبات n فيتحدد من مقارنة أبعاد الحبيبات مع أبعاد القطرة الكبيرة :

$$n \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \qquad \text{ومنه :}$$

$$n = \frac{R^3}{r^3} \qquad (2)$$

وبوضع هذه القيمة في العلاقة (1) يكون :

$$\Delta w = 4\,\pi\,R^2\left(\frac{R}{r} - 1\right) S \qquad (3)$$

وبوضع القيم العددية في العلاقة (3) نجد :

$$\Delta w = 4 \times 3.14 \times 4\times10^{-2} \times (10^3 - 1)\ 73 = 3.5 \times 10^4 \text{ erg}$$

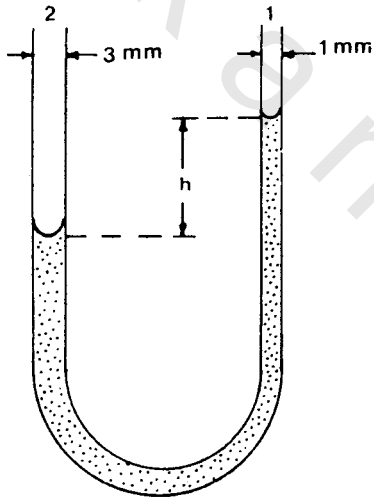
أو : $\Delta w = 3.3 \times 10^{-3}$ joules

ويُصرف هذا العمل على تسخين القطرة المتشكلة .

* * *

مسألة رقم (١٥ ــ ٢) :

نفترض أنبوباً له شكل الحرف U وفيه ماء . مقطعا طرفيه مختلفان كما هو مبين في الشكل (١٥ ــ ١). احسب فرق الارتفاع بين سويتي الماء في الشعبتين إذا علمت أن قطر الانبوب الأول $d_1 = 1$ mm وان قطر الانبوب الثاني $d_2 = 3$ mm . نفترض أن التوتر السطحي للماء $s = 73$ dynes/cm وان $\theta = 0$.



الشكل (١٥ ــ ١)

الحــل :

إذا أغفلنا وجود الضغط الجوي باعتباره واحداً في الشعبتين وامعنا النظر في الشكل نجد ان الضغط p_1 في الشعبة (١) الناشىء عن تقعر سطح الماء نحو الأعلى متوازن مــع

الضغط p_2 في الشعبة (2) مضافاً اليه ضغط عمود المائع ذي الارتفاع h ، أي أن شرط التوازن هو :

$$p_1 = \varrho\, g\, h + p_2 \qquad (1)$$

حيث ϱ الكتلة النوعية للماء و g تسارع الثقالة و h فرق ارتفاع الماء في الشعبتين . وبما أن الماء يبلل الزجاج تماماً لأن $\theta = 0$ يكون نصف قطر تقعر السطح السائب مساوياً لنصف قطر مقطع الأنبوب ، ويكون بحسب العلاقة (15 - 1) :

$$p_1 = \frac{2\,s}{r_1} = \frac{4\,s}{d_1} \quad , \quad p_2 = \frac{4\,s}{d_2} \qquad (2)$$

وبوضع هذه المقادير في العلاقة (1) نجد :

$$\frac{4\,s}{d_1} = \varrho\, g\, h + \frac{4\,s}{d_2}$$

أو :

$$h = \frac{4\,s}{\varrho g}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)$$

وبوضع القيم العددية يكون :

$$h = \frac{4 \times 73}{1 \times 980}\left(\frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.3}\right) \approx 2\ \text{cm}$$

* * *

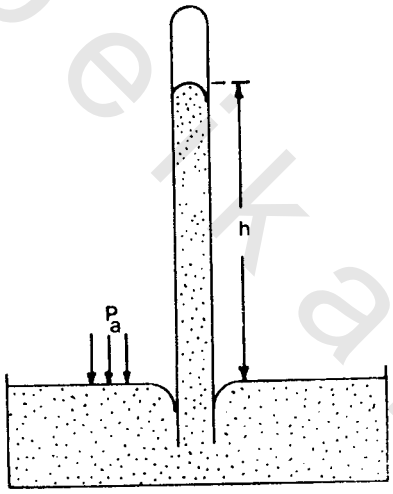
مسألة رقم (١٥ ـ ٣) :

يُنكّس أنبوب قطره $d = 4\ \text{mm}$ ومملوء بالزئبق على حوض

obeikandl.com

زئبقي فيتوازن الزئبق كما في الشكل (١٥ - ٢) شاغلاً الارتفاع 758 mm . والمطلوب حساب قيمة الضغط الجوي اذا علمت ان الكتلة النوعية للزئبق $\varrho = 13.6\ g/cm^3$ وأن توتره السطحي $s=540\ dynes/cm$.

الحـل :



الشكل (١٥ - ٢)

يقاس الضغط الجوي الذي يؤثر على السطح السائب للزئبق الموجود في الحوض بارتفاع عمود الزئبق h مضافاً اليه الارتفاع h′ المكافىء لزيادة الضغط بسبب التوتر السطحي . وتساوي زيادة الضغط عند سطح الزئبق الذي نصف قطر تقعره r المقدار الذي تعطيه العلاقة (15 - 1) أي :

$$p = \frac{2\,s}{r} = \frac{4\,s}{d}$$

وعليه يمكن أن نكتب :

$$p_a = \varrho g h + \frac{4\,s}{d}$$

والقسم الأخير كما قلنا يمكن أن يعتبر مكافئاً لعمود من الزئبق ارتفاعه h′ يتحدد من العلاقة :

ومنه :

$$\frac{4\,s}{d} = \varrho g h'$$

$$h' = \frac{4s}{\varrho g d}$$

وعليه فان ارتفاع عمود الزئبق المكافىء للضغط الجوي وليكن H يعطى بالعلاقة :

$$H = h + h' = h + \frac{4\,s}{\varrho g d}$$

وبوضع المعطيات العددية نجد :

$$H = 75.8 + \frac{4 \times 540}{13.6 \times 980 \times 0.4} = 76.2 \text{ cm Hg}$$

أو أن :

$$p_a = \varrho g H = 13.6 \times 980 \times 76.2 = 1.016 \times 10^6 \text{ dynes/cm}^2$$

$$p_a = 1016 \text{ mbar}$$

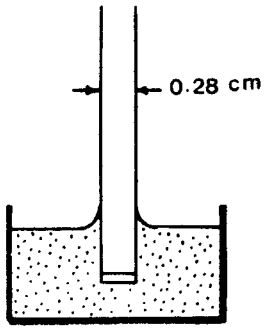
★ ★ ★

مسألة رقم (١٥ ـ ٤) :

يُغلق انبوب رفيع من إحدى نهايتيه بقطعة وازنة نسبياً ويُترك ليطفو على سطح الماء وطرفه المفتوح نحو الأعلى كما في الشكل (١٥ – ٣). أحسب طول الجزء الغاطس في الماء علماً بأن نصف القطر الخارجي للانبوب 0.14 cm وبأن كتلته الاجمالية مع السدادة 0.2 g ؟ يفترض أن $s = 73$ dyne/cm وان زاوية التماس صفر .

الحل :

تفعل في الانبوب إلى جانب ثقله ودافعة ارخميدس قوة التوتر السطحي



الشكل (١٥ – ٣)

وهي هنا تساوي : $2\pi rs$ أي تساوي طول المحيط مضروباً بالتوتر السطحي ، وهي موجهة نحو الأسفل (لأن السائل يتسلق على الانبوب ويجره نحو الأسفل !) وبما أن الانبوب في حالة توازن فيجب أن تتحقق المساواة :

$$mg + 2\pi rs = \pi r^2 h \times \varrho \times g$$

دافعة ارخميدس = قوى التوتر السطحي + ثقل الأنبوب والسدادة

ومنه :

$$h = \frac{mg}{\varrho g \pi r^2} + \frac{2\pi rs}{\varrho g \pi r^2}$$

وبوضع القيم العددية المعطاة نجد :

$$h = \frac{0.2}{1 \times 3.14 \times (0.14)^2} + \frac{2 \times 73}{1 \times 980 \times 0.14}$$

$$h = \frac{0.2}{0.0615} + \frac{146}{137} = 3.25 + 1.065 = 4.315 \text{ cm}$$

$$\neq 4.3 \text{ cm}$$

★ ★ ★

obeikandl.com