

مكتبة الطالب في الرياضيات

Basic Mathematics

مبادئ الرياضيات

الحساب والهندسة

أ.د. محمد عبد العظيم سعود

أستاذ الرياضيات البحتة

بكلية العلوم جامعة عين شمس





للنشر والتوزيع والتصدير

نافذتك على الفكر العربي
والعالمي من خلال ما تقدمه
لك من روائع الفكر العالمي
والكتب العلمية والأدبية
والطبية ونوادر التراث
واللغات الحية. شعارنا:
قدم الجديد..

وبسعر أرخص

يشرف عليها ويديرها

مهندس

مصطفى عاشور

٧٦ شارع محمد فريد، الفرقة - مصر الجديدة - القاهرة
تليفون: ٢٦٢٧٩٨٦٢ - ٢٦٢٧٩٨٧٢ فاكس: ٢٦٢٨٠٤٨٢
Web site: www.ibnsina-eg.com
E-mail: info@ibnsina-eg.com

جميع الحقوق محفوظة للناشر

لا يجوز طبع أو نسخ أو تصوير أو
تسجيل أو اقتباس أي جزء من
الكتاب أو تخزينه بأية وسيلة
ميكانيكية أو إلكترونية بدون إذن
كتابي سابق من الناشر.

سعود، محمد عبد العظيم.
مبادئ الرياضيات الحساب والهندسة = Basic Mathematics
/ محمد عبد العظيم سعود.
ط١- القاهرة: مكتبة ابن سينا، ٢٠١١
٦٠٨ ص: ٢٧ سم (مكتبة الطالب في الرياضيات).
تدمك ٥ ٠٩ ٥٠٨٤ ٩٧٧ ٩٧٨
١- الرياضيات - تعليم وتدریس.
أ- العنوان.
٥١٠٧
رقم الإيداع: ٢٠١١/١١٠٣٩
الترقيم الدولي: 978-977-5084-09-5

تصميم الغلاف: إبراهيم محمد إبراهيم

تطلب جميع مطبوعاتنا من وكيلنا الوحيد بالملكة العربية السعودية

مكتبة الساعي للنشر والتوزيع

ص.ب ٥٠٦٤٩ الرياض ١١٥٣٣ - هاتف: ٤٣٥٣٧٦٨ - ٤٣٥١٩٦٦ - ٤٣٥٩٠٦٦
فاكس: ٤٣٥٥٩٤٥ جوال: ٥٥٠٦٧١٩٦٧
جدة، هاتف/ فاكس: ٦٢٩٤٣٧٧ جوال: ٥٥٠٦٧١٩٦٦
E-mail: alsaay99@hotmail.com

مطابع العبور الحديثة - القاهرة

تليفون: ٤٦٦٥١٠١٣ فاكس: ٤٦٦٥١٥٩٩

اللهم أفرغ على هذا العمل من بركتك، وهبني لقارئيه منك رشدًا، وبعد؛

فقد دعاني أخي الكريم المهندس / مصطفى عاشور صاحب دار الأصالة - دار ابن سينا - إلى تقديم سلسلة من كتب الرياضيات تكون عونًا لأبناء أمتنا العربية على إتقان العلوم الرياضية في مرحلة التأسيس، التعليم ما قبل الجامعي، فكان هذا الذي بين يديك باكورة الإنتاج بإذن الله.

وهذا الجزء الأول من السلسلة يفتتح ببداية البدايات: الأعداد الطبيعية: 0، 1، 2، ...؛ فهي أول ما نخبره في علم الحساب، وهو يلم بكل ما يتعلمه التلميذ في مرحلة التعليم الابتدائي من حساب وهندسة، ويزيد.

واستخدمت الأرقام 0، 1، 2، ...، 9 للتعبير عن الأعداد، كما نرى، لشيوع استخدامها أكثر من ٠، ١، ٢، ...، ٩، في كثير من بلداننا العربية.

وقد استخدمت الفاصلة (،)، والنقطة (.)، في كتابة الأعداد، فالعدد تسعة عشر من ألف وخمسة وعشرون وستمائة وألفان سيكتب هكذا: 2,625.019، فالفاصلة تشير إلى الآلاف، والنقطة تشير إلى الكسر العشري.

كما سيلحظ القارئ أن الكتاب يضم في ثناياه شيئًا من مختلف العلوم والمعارف مطروحة في المسائل، فمن جغرافيا إلى تاريخ إلى فيزياء إلى كيمياء إلى علم الحياة، مما يعطي الكتاب مذاقًا خاصًا، لعله أن يكون جاذبًا لقارئه بإذن الله.

كما حرصت على أن تكون لغته العربية سليمة، لكن في غير تقعر أو تعقيد. نعم سليمة ولا أقول جيدة، فالجودة درجات أعلاها هبة وثقافة، وأدناها خلو من العيوب والشوائب، فتساهلت أحيانًا في التعبير اللغوي عن الأعداد، لكن في غير إسفاف أو تدن. ولغتنا العربية لا تمثل لغة قومية وحسب، شأن سائر اللغات، بل هي كذلك لغة قرآننا الكريم، فالحفاظ عليها فرض عين على كل مسلم قادر.

وأنصح للقارئ - كما أفعل دائمًا - ألا يسترسل في قراءة الأمثلة، والكتاب مترع بها، لكن ينبغي له أن يتوقف بعد دراسة قليل منها، ويحاول أن يحل باقيها بذاته، ثم يوازن بين حله والحل المثبت بالكتاب لمعرفة مواطن القصور في حله، إن كان ثمة قصور.

وعلى الله قصد السبيل،

محمد عبد العظيم سعود

obeyikan.com

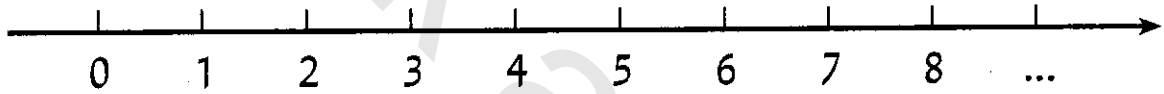
1 - الأعداد الطبيعية

1-1 تعريف

الأعداد الطبيعية هي: 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10، 11، 12، 13، 14، 15، ...
ولكل عدد طبيعي عدد طبيعي يتلوه، وهكذا بلا نهاية، فالأعداد الطبيعية لا نهاية لها، كما نشير إلى ذلك بالنقط «...».

وتنقسم الأعداد الطبيعية إلى فردية: 1، 3، 5، 7، 9، 11، 13، 15، ...؛ زوجية: 0، 2، 4، 6، 8، 10، 12، 14، ...

ونستطيع تمثيل الأعداد الطبيعية على خط مستقيم، فنبدأ بالصفر «0».



ونحن نقرأ العدد الطبيعي بالكلمات، لكننا نعبر عنه كتابة باستخدام الأرقام 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9 فقط. فمثلاً العدد مائة وخمسة وستون سيكتب 165 في «الصورة القياسية».

وكل رقم في كل عدد له قيمة مكان (أو قيمة موضع) ولتوضيح ذلك نجد أن الرقم (2) في العدد 201,765,430 يحتل مكان مئات الملايين، بينما الرقم 4 في العدد 34,563,768,101 يحتل مكان آحاد البلايين. وسنوضح ذلك فيما يلي حيث اكتفينا باثنتي عشرة «خانة».

المنطقة			آحاد			آلاف			ملايين			بلايين		
قيمة المكان	آحاد	عشرات	مئات	آحاد	عشرات	مئات	آحاد	عشرات	مئات	آحاد	عشرات	مئات	آحاد	عشرات
0	3	4	5	1	6	7	3	6	2	4	6	3	4	3
1	0	1	8	7	6	7	3	6	5	6	6	5	4	3

ويقرأ العدد العلوي هكذا: مائتان وواحد مليوناً، وسبعمائة وخمسة وستون ألفاً، وأربعمائة وثلاثون، حيث نبدأ القراءة من اليسار إلى اليمين. ويقرأ العدد السفلي هكذا: أربعة وثلاثون

بليوناً، وخمسمائة وثلاثة وستون مليوناً، وسبعمئة وثمانية وستون ألفاً، ومائة وواحد.
وهناك طريقة أخرى للكتابة تسمى طريقة الصورة الممتدة. وكمثال نعتبر العدد 6,543 ونضع
قيمة المكان لكل أرقامه:

$$6,543 = 6 \text{ آلاف} + 5 \text{ مئات} + 4 \text{ عشرات} + 3 \text{ آحاد}$$

$$= 3 + 40 + 500 + 6,000$$

مثال: اقرأ العدد 635,000,064 ثم اكتبه بالصورة الممتدة.

الحل: يقرأ العدد من اليسار إلى اليمين هكذا: ستمائة وخمسة وثلاثون مليوناً، وأربعة وستون.
ولاحظ أننا لم نقرأ آلافاً على الإطلاق لوجود ثلاثة أصفار متتالية في منطقة الآلاف، ونكتبه في
الصورة الممتدة هكذا:

$$635,000,064 = 600 \text{ مليون} + 30 \text{ مليوناً} + 5 \text{ ملايين} + 6 \text{ عشرات} + 4 \text{ آحاد}$$

$$= 4 + 60 + 5,000,000 + 30,000,000 + 600,000,000$$

مثال²: اكتب العدد سبعة بلايين وخمسة عشر في الصورة القياسية والصورة الممتدة.

الحل: العدد في الصورة القياسية: 7,000,000,015

وفي الصورة الممتدة: 5 + 10 + 7,000,000,000

تمارين

(1) ما المكان الذي يشغله العدد 7 في كل من الأعداد الآتية:

(أ) 783,564

(ب) 37,458,013,102

(ج) 87,543,211

(2) اكتب بالكلمات: 845,735,601,702

(3) اقرأ العدد: 781,043,581 ثم اكتبه بالصورة الممتدة.

(4) اقرأ العدد: 185,430,111,252 ثم اكتبه بالصورة الممتدة.

(5) اكتب العدد: سبعة بلايين، وخمسة وستون مليوناً، وأربعة وسبعون ألفاً، وستة عشر
بالصورة القياسية والصورة الممتدة.

(6) اكتب العدد خمسة وسبعون بليوناً، وسبعمائة وستة ملايين، وأربعمائة وثلاثة عشر ألفاً، وسبعة عشر بالصورة القياسية والصورة الممتدة.

(7) ضع خطأً تحت الرقم الذي يشغل المكان المعين:

مكان الآلاف 53,847

مكان مئات الآلاف 875,432

مكان الملايين 4,805,376

مكان عشرات الملايين 475,384,056

مكان مئات البلايين 321,136,784,012

(8) عيّن المكان الذي يشغله الرقم الذي تحته خط:

34,570,241

736,452,113

134,475,351,021

645,123,780,135

701,532,451,103

1-2 التقريب

التقريب إلى أقرب عشرة (10) معناه أن ينتهي العدد (من جهة اليمين) بصفر واحد على الأقل.

التقريب إلى أقرب 100 معناه أن ينتهي العدد بصفرين على الأقل.

وإلى أقرب 1,000 معناه أن ينتهي العدد بثلاثة أصفار على الأقل.

وإلى أقرب 10,000 معناه أن ينتهي العدد بأربعة أصفار على الأقل.

وإلى أقرب 100,000 معناه أن ينتهي العدد بخمسة أصفار على الأقل.

وإلى أقرب 1,000,000 معناه أن ينتهي العدد بستة أصفار على الأقل. وهكذا...

ولإجراء التقريب:

* حدد الموضع (المكان) الذي تريد أن تقرب إليه.

※ انظر إلى يمين الرقم الذي حددت عنده الموضع. إذا كان هذا الرقم 5 أو أكبر أضف «1» إلى الرقم الذي حددت عنده الموضع، واحذف الأرقام التي على يمين هذا الرقم، أما إن كان أصغر من 5، فاترك الرقم المحدد كما هو، واحذف الأرقام التي على يمين هذا الرقم.

※ ضع أصفاراً على يمين الرقم المحدد بعدد الأرقام المحذوفة، فيكون العدد بعد التقريب له نفس عدد الأرقام قبل التقريب.

مثال: قرب العدد 63,745 إلى:

(أ) أقرب مائة

(ب) أقرب ألف.

الحل:

(أ) الرقم 7 يحتل موضع المئات. على يمين 7 يوجد الرقم 4، وهو أصغر من 5. إذن يحذف 4 والرقم الذي يليه عن يمينه. ونضع صفرين على يمين 7 بدلاً من الرقمين المحذوفين فيكون العدد المطلوب هو: 63,700

(ب) الرقم 3 هو الذي يشغل موضع الآلاف. نجد أن الرقم 7 هو الذي يلي الرقم 3 من جهة اليمين، و7 أكبر من 3. وبالتالي نزيد 3 بـ «1» فيكون لدينا 4 بدلاً من 3، ونحذف الرقم 7، والرقمين اللذين يليانه من جهة اليمين وهما 4، 5، ونضع ثلاثة أصفار عن يمين الرقم 4 الذي حل محل الرقم 3، ويكون لدينا في النهاية العدد: 64,000

مثال²: قرب العدد 89,452 إلى:

(أ) أقرب 10 (ب) أقرب 100

(ج) أقرب 1,000 (د) أقرب 10,000

الحل:

(أ) الرقم 5 يشغل موضع العشرات. ننظر إلى يمين الرقم 5 فنجد الرقم 2، وهو أصغر من 5، فنحذفه ونضع صفرًا بدلاً منه، ويكون العدد المطلوب هو: 89,450

(ب) الرقم 4 يشغل موضع المئات، عن يمينه مباشرة الرقم 5، ولهذا نزيد الرقم 4 بـ «1» فيصبح 5، ونحذف الرقمين اللذين عن يمينه وهما 5، 2 ونضع بدلاً منهما صفرين فيكون العدد المطلوب هو: 89,500

(ج) الرقم 9 يشغل موضع الآلاف. وعن يمينه مباشرة الرقم 4 وهو أصغر من 5، فيحذف ونحذف الرقمين اللذين يليانه من جهة اليمين ونضع ثلاثة أصفار بدلاً من الأرقام المحذوفة، ويكون العدد المطلوب هو: 89,000

(د) الرقم 8 يشغل موضع عشرات الآلاف. وعن يمينه مباشرة نجد الرقم 9، وهو أكبر من 5، فنزيد الرقم 8 واحدًا فيصبح 9 ونحذف الرقم 9 والأرقام التي تليه، وهي 4، 5، 2 ونضع أربعة أصفار بدلاً من الأرقام المحذوفة ويكون العدد المطلوب هو: 90,000

تمارين

(1) قرب الأعداد الآتية إلى المواضع المحددة:

(أ) 531 إلى أقرب 10

(ب) 45,320 إلى أقرب 100

(ج) 615,432 إلى أقرب 10,000

(د) 3,543,502 إلى أقرب مليون

(هـ) 456,783,410 إلى أقرب عشرة ملايين

(و) 9,832,452,710 إلى أقرب بليون

(2) قرب الأعداد الآتية إلى أكبر موضع:

(أ) 780,453,612

(ب) 832,101,521,360

(ج) 1,234,123,567

(د) 31,412,513,781

(هـ) 123,541,302

(3) في عام 1949 قاد الكابتن جيمس جولجر - من سلاح الطيران الأمريكي - أول فريق لعمل دورة طيران حول الأرض. ولقد طار الفريق 23,452 ميلًا. قرب هذا العدد إلى أقرب:

(أ) ألف (ب) عشرة آلاف

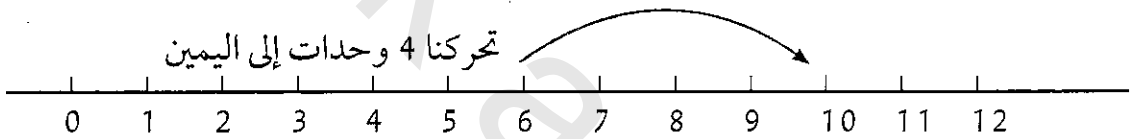
(4) إن 484 جرامًا تكافئ 1 باوند. كم جرامًا تكون مكافئة لـ 1 باوند مقربًا إلى أقرب 100؟

(5) يتحول عنصر النحاس من الحالة السائلة إلى الحالة الغازية عند درجة حرارة 2,567°س (سلسيوس). قرب هذه الدرجة إلى أقرب مائة درجة.

3-1 الجمع والطرح

يمكن تصور جمع عددين بأن لدينا مجموعتين من النوع نفسه، مجموعتين من التلاميذ مثلاً، أو مجموعتين من الكتب، أو...، أو...؛ فلا يجوز أن نجمع خمس برتقالات وستة مقاعد مثلاً. فإذا كانت المجموعة الأولى تتكون من ستة تلاميذ، والمجموعة الثانية تتكون من أربعة تلاميذ، فيكون لدينا ما مجموعه عشرة تلاميذ.

كما يمكن تصور المسألة بطريقة أخرى: سنستخدم خط الأعداد. فنبداً من النقطة 6 مثلاً، ثم نتحرك 4 وحدات إلى اليمين فنصل إلى النقطة 10، وتكون 10 هي مجموع 6، 4. (كنا نستطيع أن نبدأ من النقطة 4 ثم نتحرك 6 وحدات إلى اليمين فنصل إلى النقطة نفسها 10)



ويمكن تصور الطرح كعملية عكسية للجمع. فهناك 10 تلاميذ في مجموعة أخذنا منهم 4 تلاميذ فيبقى 6 تلاميذ.

أو أننا كنا على الخط المستقيم للأعداد عند النقطة 10، ثم تحركنا إلى اليسار 4 وحدات، فوصلنا إلى النقطة 6 (أو تحركنا إلى اليسار 6 وحدات فوصلنا إلى النقطة 4)

وللتعبير عما سبق نكتب:

$$6 + 4 = 10 = 4 + 6$$

$$4 = 6 - 10, 6 = 4 - 10$$

خصائص عملية الجمع:

(1) يوجد عدد طبيعي يسمى عنصر الوحدة إضافته إلى أي عدد طبيعي تعطي العدد الطبيعي نفسه، أي أن مجموع هذا العدد وأي عدد آخر طبيعي يساوي العدد الآخر الطبيعي. هذا هو

الرقم «0» (الصفر). مثلاً: $0 + 4 = 4 = 4 + 0$

(2) الترتيب في كتابة مجموع الأعداد لا يغير المجموع. فمثلاً: $7 + 6 = 6 + 7$

(يقال إن الجمع إبدالي)

(3) الترتيب في إجراء عملية الجمع لا يغير المجموع، فمثلاً:

$$(7 + 3) + 6 = 16 = 7 + (3 + 6)$$

(يقال إن الجمع تشاركي أو إدماجي)

طريقة الجمع:

(1) اكتب الأعداد رأسياً بحيث تكون أرقام موضع الآحاد في عمود رأسي واحد، أرقام موضع العشرات كذلك، وأرقام موضع المئات كذلك، وهكذا...

(2) اجمع الأرقام في كل عمود، مبتدئاً من عمود الآحاد، فإذا كان الناتج مكوناً من رقمين، انقل الرقم الذي على اليسار إلى العمود الذي يلي هذا العمود إلى اليسار.

(3) كرر العملية إلى أن تنتهي من جميع الأعمدة.

مثال¹: اجمع: $6,852 + 437 + 9,735$

الحل: سنكتب الأعداد رأسياً كالآتي:

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ 9,735 \\ 437 + \\ 6,852 + \\ \hline 17,024 \end{array} \quad \leftarrow \text{المجموع}$$

(في خانة الآحاد كان المجموع 14 فكتبنا 4 في الأسفل وأضفنا 1 إلى عمود العشرات - هو

الواحد الذي في دائرة - فأصبح مجموع عمود العشرات 12، فكتبنا 2 في الأسفل ونقلنا 1 إلى

عمود المئات. وجمعنا عمود المئات فكان الناتج 20، فكتبنا 0 أسفل ونقلنا 2 إلى عمود الآلاف.

وجمعنا عمود الآلاف فكان الناتج 17. وبهذا يكون مجموع الأعداد الثلاثة 17,024)

مثال²: اجمع: $7,853 + 38,641 + 87,642 + 354$

الحل: سنكتب الأعداد رأسياً كالآتي:

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \textcircled{2} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ 3 \ 5 \ 4 \\ 8 \ 7 \ , \ 6 \ 4 \ 2 \ + \\ 3 \ 8 \ , \ 6 \ 4 \ 1 \ + \\ \underline{7 \ , \ 8 \ 5 \ 3 \ +} \\ 13 \ 4 \ , \ 4 \ 9 \ 0 \end{array} \leftarrow \text{المجموع}$$

مثال³: اجمع: $1,240 + 123,587 + 5,243 + 56,742$

الحل: سنكتب الأعداد رأسياً - كما سبق - كالتالي:

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{1} \\ 5 \ 6 \ , \ 7 \ 4 \ 2 \\ 5 \ , \ 2 \ 4 \ 3 \ + \\ 1 \ 2 \ 3 \ , \ 5 \ 8 \ 7 \ + \\ \underline{1 \ , \ 2 \ 4 \ 0 \ +} \\ 1 \ 8 \ 6 \ , \ 8 \ 1 \ 2 \end{array} \leftarrow \text{المجموع}$$

ملحوظة هامة:

سنكتب فيما بعد الأعداد أفقياً بدلاً من الكتابة رأسياً كما سبق، فنقول في المثال السابق مباشرة:

$$186,812 = 1,240 + 123,587 + 5,243 + 56,742$$

طريقة الطرح:

ضع في الموضع الأعلى العدد الذي تريد أن تطرح منه، أي العدد المطروح منه. وضع أسفل منه العدد المطروح بحيث تكون المواضع المتشابهة أعمدة تماماً وكما فعلنا عند الجمع، الطرح يتم في كل عمود على حدة.

ابدأ بعمود موضع الآحاد. إذا كان الرقم الأعلى أكبر من أو يساوي الرقم الأسفل، اطرح الرقم الأسفل من الرقم الأعلى، واكتب النتيجة (باقي الطرح) تحت الرقم الأسفل. أما إذا كان الرقم الأسفل أكبر من الرقم الأعلى، فافترض «1» من الرقم موضع العشرات، هذا الـ «1» يصبح عشرة عند ضمه إلى الرقم موضع الآحاد لأن 10 تساوي 10 واحداً. والآن اكتب نتيجة الطرح أسفل موضع الآحاد. (لا تنس أن تنقص «1» من الرقم موضع العشرات وهو الذي اقترضته).

كرر هذه على عمود موضع العشرات. إذا اضطررت إلى الاقتراض من الرقم موضع المئات فإن «1» من موضع المئات يساوي «10» عند إضافته إلى موضع العشرات، لأن 100 تساوي 10 عشرات. ولا تنس كذلك أن تنقص «1» من الرقم موضع المئات، وهو الذي اقترضته، كما فعلت من قبل. وهكذا مع باقي الأعمدة حتى تنتهي.

مثال: اطرح: 281 - 462

الحل: نكتب

$$\begin{array}{r} 3 \ 16 \\ \cancel{4} \ \cancel{6} \ 2 \\ 2 \ 8 \ 1 \ - \\ \hline 1 \ 8 \ 1 \end{array} \leftarrow \text{باقي الطرح}$$

لاحظ أن 6 أصغر من 8، ولهذا اقترضنا «1» من الرقم موضع المئات فأصبح لدينا في موضع العشرات 16، بينما أصبح لدينا 3 في موضع المئات بدلاً من 4.

مثال: اطرح: 628,715 - 749,803

الحل: نكتب

$$\begin{array}{r} 9 \\ 7 \ 10 \ 13 \\ 7 \ 4 \ 9 \ \cancel{8} \ \cancel{0} \ \cancel{3} \\ 6 \ 2 \ 8 \ ,7 \ 1 \ 5 \ - \\ \hline 1 \ 2 \ 1 \ ,0 \ 8 \ 8 \end{array} \leftarrow \text{باقي الطرح}$$

لاحظ أن 3 أصغر من 5، ولهذا نريد أن نقترض «1» من الرقم موضع العشرات، لكننا نجد هذا الرقم 0، فنقترض من الرقم موضع المئات وهو 8، فيصبح 7، بينما يصبح الـ «0» 10. والآن نقترض من الـ «10» واحداً «1» فتصبح العشرة 9، ويصبح الرقم الأول ثلاثة عشر. والآن

نطرح 5 من 13 فيكون لدينا 8، ونطرح 1 من 9 فيكون لدينا 8 أخرى، ونطرح 7 من 7 فيكون لدينا 0. ونكمل بالطريقة نفسها، لكن بدون اقتراضات.

ملحوظتان:

(1) تذكر أن طرح عدد من نفسه = الصفر، مثلاً: $5 - 5 = 0$ ، وطرح 0 من أي عدد ينتج العدد نفسه، مثلاً: $5 - 0 = 5$.

(2) سنطرح بعد ذلك - أحياناً - بعد الكتابة أفقياً بدلاً من رأسياً، كما فعلنا في حالة الجمع، فنقول في المثال السابق:

$$121,088 = 628,715 - 749,803$$

أمثلة تطبيقية

مثال¹: كان سعيد يسير على طريق بسرعة 67 كم/ ساعة (كم تعني كيلو متراً). ولكي يتجاوز سيارة أخرى زاد من سرعته بمقدار 27 كم/ ساعة. فإذا كانت السرعة القصوى -المسموح بها- على الطريق 90 كم/ ساعة فهل ارتكب مخالفة مرورية؟
الحل: سرعة سعيد بعد زيادة سرعته $= 67 + 27 = 94$ كم/ ساعة. و 94 أكبر من 90. وبهذا يكون سعيد قد ارتكب مخالفة مرورية.

مثال²: وعد صاحب جريدة رئيس تحريرها بمكافأة مالية إذا زاد توزيعها أكثر من 10,000 نسخة. ماذا يصنع صاحب الجريدة إذا زاد التوزيع من 95,870 إلى 108,345؟
الحل: الزيادة في التوزيع $= 108,345 - 95,870 = 12,475$ نسخة.
أي أن الزيادة في التوزيع أكبر من 10,000 نسخة، ولهذا ينبغي لصاحب الجريدة أن يكافئ رئيس التحرير.

ملحوظة: سنعيد عملية الطرح

بعد الكتابة رأسياً للإيضاح:

$$\begin{array}{r} 12 \\ 7 \cancel{13} 14 \\ 1 \ 0 \ \cancel{8} \ , \ \cancel{3} \ \cancel{4} \ 5 \\ - \quad 9 \ 5 \ , \ 8 \ 7 \ 0 \\ \hline 1 \ 2 \ , \ 4 \ 7 \ 5 \end{array}$$

لاحظ أننا اقترضنا «1» من الرقم موضع المئات لأن 4 أصغر من 7، فأصبح في موضع المئات 2 بدلاً من 3، وأصبح في موضع العشرات 14 بدلاً من 4. والآن بالنسبة لموضع المئات 2 أصغر من 8، فنقترض «1» من الرقم موضع الآلاف فيصبح لدينا في موضع المئات 12، ويصبح لدينا في موضع الآلاف 7 بدلاً من 8.

مثال³: على الكرة الأرضية أربعة محيطات، مساحة هذه المحيطات بالتقريب كالآتي:
 المحيط الباسفيكي: 64,000,000 كم²، الأطلنطي: 32,000,000 كم²، الهندي: 25,000,000 كم²، القطبي الشمالي: 5,000,000 كم²، ما المساحة الكلية لهذه المحيطات؟ وما أكبر فرق في المساحة بين اثنين منها؟
 الحل: المساحة الكلية هي مجموع المساحات:

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \\
 64,000,000 \\
 32,000,000 + \\
 25,000,000 + \\
 5,000,000 + \\
 \hline
 126,000,000 \text{ كم}^2
 \end{array}$$

أكبر فرق يكون بين مساحة المحيط الباسفيكي والمحيط القطبي الشمالي، وتعطى كالآتي:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} 5 \quad 14 \\ \cancel{64},000,000 \end{array} \\
 5,000,000 - \\
 \hline
 59,000,000 \text{ كم}^2
 \end{array}$$

(اقترضنا «1» من الرقم موضع عشرات الملايين لأن 4 أصغر من 5، فيصبح لدينا 14 بدلاً من 4 في موضع آحاد الملايين، بينما يصبح لدينا 5 بدلاً من 6 في موضع عشرات الملايين).

تمارين

(1) اجمع:

$$\begin{array}{r} 1,832,054 \\ 754,162 + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37,456 \\ 26,531 + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 84,754,601 \\ 152,346,819 + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,153,204 \\ 8,876,928 + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 153,264 \\ 483,788 + \\ 9,235,467 + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 815,437 \\ 946,538 + \\ 1,287,651 + \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= 876 + 27,487 + 6,543 \\ &= 99,948 + 51,234 + 67,548 \\ &= 615,488 + 42,135 + 14,986 \\ &= 215,673 + 87,534 + 1,948 \end{aligned}$$

(2) اطرح:

$$\begin{array}{r} 84,678 \\ 35,796 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34,587 \\ 19,435 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 914,687 \\ 635,798 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 637,548 \\ 418,659 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12,345,678 \\ 9,846,587 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7,651,243 \\ 6,598,452 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= 45,498 - 72,354 \\ &= 467,821 - 512,356 \\ &= 125,349 - 245,678 \\ &= 421,354 - 651,349 \end{aligned}$$

ملحوظة هامة:

في جميع مسائل الطرح تستطيع أن تختبر نتيجة المسألة بأن تجمع باقي الطرح + المطروح، فيجب أن يكون حاصل الجمع هو المطروح منه.

(3) املأ المربعات الآتية بالأرقام المناسبة:

$$\begin{array}{r} 572 \\ 4\square + \\ 3\square8 + \\ \hline \square82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8\square5 \\ 756 + \\ \square6\square + \\ \hline \square,079 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square30 \\ 63\square + \\ 776 + \\ \hline \square,6\square5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,243 \\ 1,\square\square8 + \\ \square,834 + \\ \hline 8,36\square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square,634 \\ 6,204 + \\ 35\square + \\ \hline 9,\square32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 88\square \\ \square82 + \\ 676 + \\ \hline \square,7\square7 \end{array}$$

$$3, 12 \square$$

$$4 \square 5 -$$

$$\underline{26} -$$

$$2, 613$$

$$2, 234$$

$$\square, \square \square \square -$$

$$\underline{788} -$$

$$367$$

$$\square, \square \square \square$$

$$358 -$$

$$\underline{607} -$$

$$584$$

$$1 \square, 00 \square$$

$$4, \square 10 -$$

$$2, 183 -$$

$$\underline{2, 074} -$$

$$1, 7 \square 3$$

$$55, \square 0 \square$$

$$445 -$$

$$8, 997 -$$

$$\underline{\square \square, 1 \square 4} -$$

$$21, 144$$

(4) املأ المربعات الآتية بالأرقام المناسبة، وضع «+» أو «-»:

$$\square \square \square$$

$$\underline{483}$$

$$230$$

$$197$$

$$423$$

$$\square 8$$

$$\underline{\square 88}$$

$$1, 296$$

$$845$$

$$\underline{\square, \square \square \square}$$

$$1, 986$$

$$3, \square \square \square$$

$$999$$

$$888$$

$$\underline{777}$$

$$776$$

(5) للسيد/ حسين 8,970 جنيهاً في حسابه الجاري. أضيف إليه مرتبه البالغ 2,593 جنيهاً، طلب إلى

البنك أن يدفع عنه تكاليف الرحلة الصيفية التي تبلغ 3,658 جنيهاً. كم يتبقى في حسابه؟

(6) للسيدة/ أماني 7,685 جنيهاً في حسابها الجاري. حوّلت شركة التأمين إلى حسابها الجاري مبلغ

345 جنيهاً تعويضاً عن سرقة راديو سيارتها. لكن عليها أن تدفع ثمن راديو جديد وتركيبه مبلغ

276 جنيهاً. كم يتبقى في حسابها الجاري؟

- (7) في سنة 1990 كان عدد المركبات في جمهورية ألمانيا الاتحادية 42,651,100 منها 31,994,800 مركبة ملاكي. كم يكون عدد المركبات الأخرى؟
- (8) يقيم بمدينة ما 61,348 مواطنًا. يتاخم المدينة قريتان تعداد سكانها 19,170 ، 17,835 مواطنًا. وقد تقرر ضم القريتين إلى المدينة.
- (أ) كم زاد عدد السكان في المدينة بعد ضم القريتين إليها؟
- (ب) كم أصبح عدد سكان المدينة بعد ضم القريتين؟
- (ج) كم ينقص المدينة من السكان حتى تصبح مدينة كبيرة، علمًا بأن المدينة تعتبر كبيرة إذا كان عدد سكانها 100,000؟
- (9) اشترت السيدة/ سلوى سيارة جديدة بمبلغ 113,750 جنيهًا، وقد أخذ منها البائع سيارتها القديمة لقاء 33,800 جنيه. كم عليها أن تدفع؟
- (10) اشترى السيد/ علام لابنه طابعة ولوحة كتابة بمبلغ 314 جنيهًا، 1,047 جنيهًا، ودفع ثلاث شيكات كل منها بمبلغ 500 جنيه. كم يسترد السيد/ علام من المال؟
- (11) نقلت شركة سفريات في الربع الأول من السنة (أول يناير - آخر مارس) 13,405 راكبًا. وفي الربع الثاني تناقص العدد بمقدار 748. وفي الربع الثالث تناقص مرة أخرى بمقدار 148. أما في الربع الأخير فقد زاد بمقدار 1,248.
- (أ) كم نقلت الشركة في الربع الرابع من السنة؟
- (ب) كم نقلت الشركة في السنة كلها من الركاب؟
- (12) تستخدم حاسبًا آليًا ذاكرته 5,120 كيلوبايت، وتود أن تستخدم برنامج حاسب آلي يتطلب على الأقل في ذاكرته 6,000 كيلوبايت. إذا زادت ذاكرة حاسبك الآلي بمقدار 1,280 كيلوبايت، فهل يكون هناك ذاكرة كافية لإجراء البرنامج؟
- (البايت مجموعة من أرقام ثنائية متجاورة يعتبرها الحاسب الآلي وحدة، وتكون عادة أقصر من كلمة).
- (13) في مباراة كرة قدم كان عدد المتفرجين 54,853، منهم كان 37,509 بالغين.

(أ) كم يكون عدد الأطفال المتفرجين؟

(ب) إذا كان عدد البنات من الأطفال المتفرجين هو 6,359، فكم يكون عدد الأطفال الذكور المتفرجين؟

(14) درجة غليان الماء هي 212° ف (فهرنهايت)، ودرجة تجمده هي 32° ف. ما الفرق بينهما؟

(15) علّق إلى جانب مصعد أن أقصى حمولته هي 1,000 باوند. دخل المصعد أشخاص أوزانهم

187، 147، 213، 162، 103، 151 باوند. هل يكون المصعد آمناً إذا تحرك؟

(16) ولد الأستاذ العقاد سنة 1,889، وتوفي سنة 1,964. بينما ولد الدكتور طه حسين في سنة

1,889 كذلك، وتوفي سنة 1,973. ما الفرق بين عمريهما؟

(17) هبط الضغط في صهريج أكسجين من 1,400 باوند لكل بوصة مربعة إلى 600 باوند

لكل بوصة مربعة. كم يكون مقدار الهبوط؟

(18) دخلت ألمانيا الحرب العالمية الأولى سنة 1,914 ودخلت الثانية سنة 1,939، بينما دخلت

الولايات المتحدة الحرب العالمية الأولى سنة 1,917 ودخلت الثانية سنة 1,941. وحاربت

ألمانيا في الحرب الأولى إلى سنة 1,918، وحاربت في الحرب الثانية إلى 1,945، بينما حاربت

الولايات المتحدة في الحرب الأولى إلى سنة 1,918، والثانية إلى 1,945. أي الدولتين حارب

عدداً أطول من السنين؟

1-4 ضرب الأعداد الطبيعية

ليكن لدينا خمس مجموعات من الأقلام، كل مجموعة تتكون من أربعة أقلام، فكم يكون لدينا من الأقلام؟

الواقع أنه لدينا $20 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ قلمًا.

ونعبر عن هذا بأن لدينا $20 = 4 \times 5$ قلمًا.

أي أن الضرب يعني جمع العدد نفسه عدة مرات.

وهناك رمزان آخران بالإضافة إلى الرمز « $\times$ » للإشارة إلى عملية الضرب هما: « $.$ » و « $()()$ »

وبهذا نكتب: $20 = 4 \times 5$ أو $20 = 4 . 5$ أو $20 = (4)(5)$

خصائص عملية الضرب:

(1) الضرب في «1» لا يغير العدد المضروب فيه. مثلاً:

$$10 = 1 \times 10 \quad , \quad 5 = 1 \times 5$$

(2) الضرب في «0» ينتج 0، مثلاً:

$$0 = 6 \times 0 \quad , \quad 0 = 0 \times 3$$

(3) الضرب إبدالي، بمعنى:

$$4 \times 5 = 20 = 5 \times 4 \quad (\text{مثلاً})$$

(4) الضرب تشاركي (إدماجي)، بمعنى:

$$3 \times (6 \times 2) = 36 = (3 \times 6) \times 2 \quad (\text{مثلاً})$$

(5) يوزع الضرب على الجمع، بمعنى:

$$3 \times 4 + 6 \times 4 = (3 + 6) \times 4$$

$$12 + 24 = 9 \times 4$$

$$36 = 36$$

طريقة الضرب:

لنضرب مثلاً 6 في 82

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 82 \\ \times 6 \\ \hline 492 \end{array}$$

نعلم أن $12 = 2 \times 6$ والآن هذا الـ «1» في موضع العشرات،

ولهذا نضيفه إلى حاصل الضرب $8 \times 6 = 48$ حيث 8

في موضع العشرات، فيكون الجواب النهائي هو 492

مثال: اضرب 7 في 906

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \\ 906 \\ \times 7 \\ \hline 6,342 \end{array}$$

الحل: نعلم أن $42 = 6 \times 7$. هذه الـ

«4» في موضع العشرات، ولهذا نضيفها إلى

حاصل الضرب $0 = 0 \times 7$ ، لأن هذا الصفر في

موضع العشرات، فيكون الناتج 4. ثم نضرب 7 في 9 فيكون الناتج 63،
ويكون الناتج النهائي 6,342.

مثال²: اضرب 34×56

الحل: نستطيع أداء ذلك كالاتي:

$$(30 + 4) \times 56 = 34 \times 56$$

$$30 \times 56 + 4 \times 56 =$$

$$1,680 + 224 =$$

$$1,904 =$$

ويمكن أداء ذلك رأسياً كالاتي:

$$\begin{array}{r} 34 \\ 56 \times \\ \hline 204 \leftarrow \text{حاصل ضرب } 34 \times 6 \\ 1700 \leftarrow \text{حاصل ضرب } 34 \times 50 \\ \hline 1,904 \leftarrow \text{حاصل الضرب النهائي} \end{array}$$

ويمكن أداء ذلك باختصار كالاتي:

$$\begin{array}{r} 34 \\ 56 \times \\ \hline 204 \\ 170 \\ \hline 1,904 \end{array}$$

مثال³: اضرب 400×50

الحل: بالطريقة المختصرة يكون:

$$\begin{array}{r} 400 \\ 50 \times \\ \hline 000 \leftarrow 000 = 400 \times 0 \\ 2000 \leftarrow 2,000 = 400 \times 5 \\ \hline 20,000 \end{array}$$

لاحظ أن عدد الأصفار في حاصل الضرب النهائي = عدد الأصفار في العدد الأول + عدد الأصفار في العدد الثاني + عدد الأصفار في حاصل ضرب العددين إذا حذفنا الأصفار من كليهما:

في 400 يوجد صفران، وفي 50 يوجد صفر واحد، حاصل ضرب $4 \times 5 = 20$ ، إذن يوجد صفر واحد، ويكون عدد الأصفار الكلي هو:

$$4 = 1 + 1 + 2$$

وهو بالفعل عدد الأصفار في حاصل الضرب النهائي.

مثال⁴: اضرب 856×708

الحل: سنضرب بالطريقة المختصرة:

$$\begin{array}{r}
 856 \\
 708 \times \\
 \hline
 6848 \leftarrow 856 \times 8 \\
 000 \leftarrow 856 \times 0 \\
 5992 \leftarrow 856 \times 7 \\
 \hline
 606,048 \leftarrow \text{حاصل الضرب النهائي}
 \end{array}$$

ويمكن اختصار هذا الحساب كالاتي،

حيث لم نكتب السطر الذي يشير إلى حاصل

الضرب 856×0 ، مع إزاحة حاصل

الضرب 856×7 موضعًا واحدًا إلى اليسار

$$\begin{array}{r}
 856 \\
 708 \times \\
 \hline
 6848 \\
 5992 \\
 \hline
 606,048
 \end{array}$$

مثال⁵: اضرب $7,354 \times 483$

الحل: سنضرب دائمًا بالطريقة المختصرة:

$$\begin{array}{r}
 7354 \\
 483 \times \\
 \hline
 22062 \\
 58832 \\
 29416 \\
 \hline
 3,551,982 \leftarrow \text{حاصل الضرب النهائي}
 \end{array}$$

تمارين

- (1) اضرب: $56 \times 4,521$ ، 123×123 ، 18×225 ، 163×27 ، 65×34 ، $32 \times 56 \times 34$ ، $6,523 \times 284$ ، $135 \times 1,578$ ، $35 \times 7,842$ ، $25 \times 15 \times 48$ ، $56 \times 15 \times 98$ ، $17 \times 37 \times 46$ ، $23 \times 15 \times 48$ ، $50 \times 40 \times 30$ ، $28 \times 25 \times 64$ ، $45 \times 24 \times 36$
- (2) تنقبض عضلات القلب البشري كل يوم حوالي 100,000 مرة، كم مرة تنقبض في الشهر؟ وفي السنة؟
- (3) يأخذ السيد/ حسن 4 أقراص فيتامين، يحتوي كل منها على 5,000 وحدة عالمية من فيتامين أ. كم يأخذ السيد/ حسن من الوحدات العالمية لفيتامين أ في الأسبوع؟
- (4) تستهلك سيارة جالوناً من البنزين لكي تسير 32 ميلاً. إذا كان خزان السيارة يستوعب 18 جالوناً، فهل يمكن للسيارة أن تسير 520 ميلاً دون إعادة ملء الخزان؟
- (5) يفترض أن عمر المصباح الزجاجية العادية هو 745 ساعة. إذا كانت المصباح الزجاجية الممتازة عمرها نحو 2,560 ساعة، فهل يمكن أن يقال إن عمرها 3 أمثال عمر المصباح الزجاجية العادية؟
- (6) يكتب فني على الحاسب الآلي 45 كلمة في الدقيقة. كم يكتب في الساعة؟

- (7) يدفع الطالب 8,175 جنيهًا في السنة للجامعة لقاء تعليمه. إذا كان عدد طلبة الجامعة 32,424 طالبًا، فكم يدفع الطلاب؟
- (8) يستهلك غسيل الأطباق في مطعم 16 جالونًا من الماء في المرة. كم يستهلك الغسيل في الأسبوع إذا كان الغسيل يتم مرتين في اليوم الواحد؟
- (9) يحتاج السيد/ إسماعيل ثمانية عمال لأداء عمل ما في بيته. وقد اتفق معهم على أن يدفع لكل منهم 12 جنيهًا في الساعة. إذا كان العمال قد اشتغلوا 18 ساعة، فكم يدفع لهم؟
- (10) في كل فصل من مدرسة يوجد 5 صفوف، وفي كل صف يوجد 4 مقاعد مزدوجة، وعلى كل مقعد مزدوج يجلس تلميذان. إذا كان عدد فصول المدرسة 25 فصلًا، كلها ممتلئة عن آخرها، فكم يكون عدد التلاميذ؟
- (11) إذا كانت سرعة الصوت 333 مترًا/ الثانية، وقد سمع قاسم صوت الوعد بعد 5 ثواني من رؤيته للبرق، فعلى أي بعد كانت الصاعقة (العاصفة) منه؟
- (12) في رحلة مدرسية كانت التذكرة المخفضة للتلاميذ بـ 54 جنيهًا. وكان هناك تخفيض آخر فلكل 15 تذكرة هناك تذكرة مجانية. إذا كان عدد التلاميذ المشتركين 36 تلميذًا، وقد دفع كل تلميذ للمدرسة نظير اشتراكه مبلغ 60 جنيهًا، وأودع الفرق بين ما دفعه التلاميذ وما دفعته المدرسة لوسيلة الانتقال خزانة المدرسة، فما المبلغ المودع؟

5-1 قسم الأعداد الطبيعية:

ما معنى القسمة؟

ليكن لدينا - على سبيل المثال - خمسة عشر قلمًا، نريد أن نوزعها في خمس مجموعات، بحيث تحتوي كل مجموعة على العدد نفسه من الأقلام. واضح أننا سنجعل كل مجموعة تتكون من ثلاثة أقلام.

من السهل رؤية أن عملية القسمة هي العملية العكسية لعملية الضرب. فلو أننا سألنا: لدينا خمس مجموعات، كل مجموعة تحتوي على ثلاثة أقلام، فكم يكون لدينا من الأقلام، فسيكون الجواب كما سبق:

$$15 = 3 \times 5 \text{ قلمًا.}$$

وللتعبير عن قسمة 15 على 5 تتخذ شكلًا من الأشكال الأربعة التالية:

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \overline{)15} \end{array}, \quad 3 = \frac{15}{5}, \quad 3 = 5 \div 15, \quad 3 = 5 : 15$$

ويسمى 3 في هذه الحالة خارج القسمة، 15 المقسوم، 5 القاسم.

ولاحظ أن خارج قسمة أي عدد طبيعي (ما عدا الصفر) على نفسه هو الواحد:

$$\text{فمثلاً: } 1 = \frac{5}{5} \quad \text{لأن } 5 = 1 \times 5$$

كذلك نلاحظ أن الصفر «0» يصلح أن يكون مقسومًا لأي عدد ما عدا الصفر نفسه.

$$\text{فمثلاً: } 0 = \frac{0}{7} \quad \text{لأن } 0 = 0 \times 7$$

بينما لا يمكن أن نقسم أي عدد على الصفر.

مثال: اقسم $9 \overline{)5,292}$

الحل: نبدأ بـ 5 فنجد أنها أصغر من 9، فلا يمكن أن يكون

في خارج القسمة ألوف، ولهذا نتحرك إلى موضع المئات

فنتقل إلى الرقم 2، فيكون لدينا 52. وهنا يمكن القسمة

لأننا نعلم أن $45 = 9 \times 5$ ، ولهذا نكتب

$$\begin{array}{r} \text{مئات} \rightarrow 5 \\ 9 \overline{)5292} \\ \underline{4500} \leftarrow 9 \times 500 \\ 792 \end{array}$$

ويبقى من القسمة

$$792 = 4,500 - 5,292$$

والآن نتحرك إلى موضع العشرات، ونعتبر المقسوم 79. نحن نعلم أن $72 = 9 \times 8$

فنكتب

$$\begin{array}{r} \text{عشرات} \leftarrow 58 \\ 9 \overline{)5292} \\ \underline{4500} \\ 792 \\ \underline{720} \leftarrow 9 \times 80 \\ 72 \end{array}$$

ويبقى من القسمة

$$792 - 720 = 72$$

$$\begin{array}{r}
 588 \\
 9 \overline{) 5292} \\
 \underline{4500} \\
 792 \\
 \underline{720} \\
 72 \\
 \underline{72} \leftarrow 9 \times 8 \\
 0
 \end{array}$$

والآن 72 تقبل القسمة على 9
لأننا نعلم - كما سبق - أن:

$$72 = 9 \times 8$$

ولا يتبقى من القسمة شيء، أي تنتهي القسمة بدون باقٍ.

وسنكتب ما سبق مختصرًا كالآتي:

$$\begin{array}{r}
 588 \\
 9 \overline{) 5292} \\
 \underline{45} \downarrow \\
 79 \downarrow \\
 \underline{72} \downarrow \\
 72 \\
 \underline{72} \\
 0
 \end{array}$$

نزل في كل خطوة رقمًا واحدًا،

«فأنزلنا» 9 في المرة الأولى، ثم

«أنزلنا» 2 في المرة الثانية

(يشير السهمان إلى ما نصنعه)

ولاختبار نتيجة القسمة نستخدم العملية العكسية:

$$\begin{array}{r}
 588 \\
 \times 9 \\
 \hline
 5,292
 \end{array}$$

عملية الضرب، فنضرب خارج القسمة في القاسم

فإذا كان الجواب (= خارج القسمة) صحيحًا كان

حاصل الضرب هو المقسوم

$$\begin{array}{r}
 603 \\
 8 \overline{) 4824} \\
 \underline{48} \leftarrow 8 \times 6 \\
 02 \downarrow \\
 0 \leftarrow 8 \times 0 \\
 24 \downarrow \\
 \underline{24} \leftarrow 8 \times 3 \\
 0
 \end{array}$$

مثال²: اقسم 4,824 على 8

لاحظ أننا عند «إنزال» 2

كانت 8 أكبر من 2، ولهذا

كان خارج القسمة 0، فكتبنا

0 على يمين 6

الاختبار: كما سبق سنضرب خارج القسمة في القاسم، حاصل الضرب = المقسوم.

$$\begin{array}{r} 603 \\ 8 \times \\ \hline 4,824 \end{array}$$

إذن النتيجة صحيحة

مثال³: اقسم 63,014 على 7

$$\begin{array}{r} 9002 \\ 7 \overline{) 63014} \\ \underline{63} \\ 00 \\ \underline{0} \\ 01 \\ \underline{0} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$$

الحل: كما سبق عندما أنزلنا 0، قسمنا 0 على 7 كان خارج القسمة 0، و«أنزلنا» مرة أخرى 1، وقسمنا على 7 فكان خارج القسمة 0 مرة أخرى، ولهذا ظهر صفران بعد 9، وعندما «أنزلنا» 4 أصبح موجودًا 14، ويكون خارج القسمة على 7 هو 2

$$\begin{array}{r} 9,002 \\ 7 \times \\ \hline 63,014 \end{array}$$

إذن النتيجة صحيحة

الاختبار:

مثال⁴: اقسم 89,234 على 65

$$\begin{array}{r} 1372 \\ 65 \overline{) 89234} \\ \underline{65} \\ 242 \\ \underline{195} \\ 473 \\ \underline{455} \\ 184 \\ \underline{130} \\ 54 \end{array}$$

الحل: نقسم 89 على 65 فيكون خارج القسمة 1، نضرب

1 في 65، نحصل على 65. نطرح 65 من 89 و«ننزل» 2

فيكون لدينا 242. نقسم 242 على 65 فيكون خارج القسمة

3. نضرب 3 في 65 فنحصل على 195. نطرح 195 من 242

وننزل 3 فيكون لدينا 473. نقسم 473 على 65 فيكون لدينا

7. نضرب 7 في 65 نحصل على 455. نطرح 455 من 473

وننزل 4 فنحصل على 184. نقسم 184 على 65 فنحصل على خارج قسمة 2. نضرب 2 في

65 فنحصل على 130. لا يوجد الآن أرقام ننزلها. نطرح 130 من 184 نحصل على 54،

وهذا الرقم أصغر من 65 فتنتهي القسمة ويكون لدينا خارج قسمة 1,372 وباقي قسمة 54.

إذن النتيجة صحيحة

$$89,234 = 54 + 89,180 = 54 + 1,372 \times 65$$

مثال: اقسم 1,953 على 26

الحل: خارج القسمة هو 75، باقى القسمة = 3
الاختبار:

$$\begin{array}{r} 75 \\ 26 \overline{) 1953} \\ \underline{182} \\ 133 \\ \underline{130} \\ 3 \end{array}$$

$$3 + 1,950 = 3 + 26 \times 75$$

$$1,953 =$$

إذن النتيجة صحيحة

مثال: اقسم 2,778 على 34

الحل: بالطريقة نفسها كما في مثال 5

$$\begin{array}{r} 81 \\ 34 \overline{) 2778} \\ \underline{272} \\ 58 \\ \underline{34} \\ 24 \end{array}$$

خارج القسمة 81، باقى القسمة 24
الاختبار:

$$24 + 2,754 = 24 + 34 \times 81$$

إذن النتيجة صحيحة

مثال: اقسم 78,903 على 125

الحل: بالطريقة نفسها كما سبق.

خارج القسمة 631، باقى القسمة = 28
الاختبار:

$$\begin{array}{r} 631 \\ 125 \overline{) 78903} \\ \underline{750} \\ 390 \\ \underline{375} \\ 153 \\ \underline{125} \\ 28 \end{array}$$

$$28 + 78,875 = 28 + 125 \times 631$$

$$78,903 =$$

مثال⁸: اقسم 8,000 على 40

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 40 \overline{) 8000} \\
 \underline{80} \\
 00 \\
 \underline{0} \\
 00 \\
 \underline{0} \\
 0
 \end{array}$$

الحل: نقسم 80 على 40 فيكون خارج القسمة 2.

نضرب 2 في 40 فنحصل على 80. نطرح 80 من 80
ونُنزل الصفر الأول عن يمين 80 فيكون لدينا 00 أي 0.

نقسم 0 على 40 فنحصل على 0. نضع 0 عن يمين 2.

نضرب 0 في 40 مرة أخرى فنحصل على 0.

نطرح 0 من 0 فنحصل على 0. نُنزل الصفر الأخير

من 8,000 فيكون لدينا 00 أي 0. نقسم 0 على 40 فنحصل على 0. نضع 0 إلى يمين 20

فيكون لدينا خارج قسمة 200. ونضرب 0 في 40 فنحصل على 0. نطرح 0 من 0 فنحصل
على 0. وتنتهي عملية القسمة ويكون لدينا خارج قسمة 200 بدون باقٍ.

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 40 \times \\
 \hline
 8,000
 \end{array}$$

الاختبار: إذن النتيجة صحيحة

ملحوظة: كان يمكن تبسيط حل المسألة كالآتي:

نحذف 0 من 8,000 فيكون لدينا 800، ونحذف مقابله من 40 فيكون لدينا 4. نقسم 800
على 4 فيكون لدينا 200. (حذف 0 معناه القسمة على 10، فكما قسمنا الطرف الأيمن على
10 نقسم الطرف الأيسر على 10).

تعريف: يقال لعدد طبيعي إنه عدد زوجي إذا كان يقبل القسمة على 2 بدون باقٍ، أما الأعداد
التي لا تقبل القسمة على 2 بدون باقٍ فيقال إنها أعداد فردية.

مثال: أوجد جميع الأعداد الزوجية والفردية التي لا تزيد على 20.

الحل:

الأعداد الزوجية هي: 0، 2، 4، 6، 8، 10، 12، 14، 16، 18، 20.

الأعداد الفردية هي: 1، 3، 5، 7، 9، 11، 13، 15، 17، 19.

1-6 الأسس (القوى)

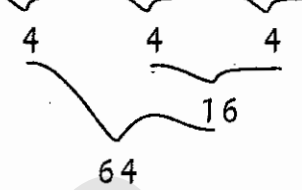
توجد طريقة مختصرة لكتابة تعبير مثل: $5 \times 5 \times 5 \times 5$ وهي: 5^4 ، تسمى 5 الأساس، 4 الأس (أو القوة)، ويقال إن 5 مرفوعة للأس 4.

تعريف: أس (أو قوة) عدد هو: عددٌ ثانٍ يُعَيَّن كم مرة ضربنا العدد الأول في نفسه.

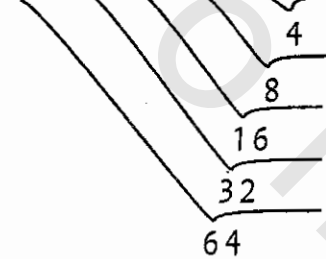
خذ العدد 4 مثلاً. 4^2 تقرأ عادة مربع 4 أو 4 تربيع، 4^3 تقرأ مكعب 4 أو 4 تكعيب.

أمثلة: سنتفق على أن أي عدد طبيعي فيما عدا الصفر له الأس صفر = 1، مثل $10^0 = 1$

مثال: $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$



أو: $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$



لاحظ الفرق بين $12 = 6 \times 2$ ، $64 = 2^6$

$$\text{مثال}^2: 3^3 \times 4^2 \times 5^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$\text{مثال}^3: 1^6 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$$

$$\text{مثال}^4: 16^2 = 16 \times 16 = 256$$

$$\text{مثال}^5: 17^2 = 17 \times 17 = 289$$

$$\text{مثال}^6: \text{اكتب } 4^3 \times 5^4 \text{ في الصورة القياسية}$$

$$\text{الحل: } 5^3 \times 4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$125 \times 256 =$$

$$32,000 =$$

$$\text{مثال}^7: \text{عبر عن } 3^3 \times 7^2 \text{ في الصورة القياسية}$$

$$\text{الحل: } 3^3 \times 7^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$$

$$49 \times 27 =$$

$$1,323 =$$

$$\text{مثال}^8: 10^2 = 100, 10^3 = 1,000, 10^4 = 10,000, 10^5 = 100,000$$

$$10^6 = 1,000,000$$

ترتيب (أولوية) العمليات:

لحساب التعبيرات الرياضية، وحتى لا يحدث لبس، فقد اتُفق على أولوية (أو ترتيب) العمليات كالآتي:

- (1) إذا كانت هناك أقواس مثل: [] أو () فاحسب ما بداخل القوسين أولاً.
- (2) إذا كانت هناك أسس لأية أعداد، فاحسب قيمة العدد مرفوعاً إلى هذا الأس.
- (3) أدّ عمليات الضرب والقسمة.
- (4) أدّ عمليات الجمع والطرح.

أمثلة:

مثال¹: احسب: $6 \times 4 - 26$

الحل: نطبق أولاً عملية الضرب ثم نطبق ثانياً عملية الطرح فيكون:

$$2 = 24 - 26 = 6 \times 4 - 26$$

مثال²: احسب: $(7 + 3) 4 + 5$

الحل: سنحسب أولاً ما بداخل القوسين، ثم نجري عملية الضرب، ثم الجمع فيكون لدينا:

$$10 \times 4 + 5 = (7 + 3) 4 + 5$$

$$40 + 5 =$$

$$45 =$$

مثال³: احسب: $(8 + 7) 2 - 3^2 \times 5$

الحل: $(8 + 7) 2 - 9 \times 5$

$$15 \times 2 - 9 \times 5 =$$

$$30 - 45 =$$

$$15 =$$

مثال⁴: احسب: $\frac{36}{3 \times 2} + 5 \times 3 - 20$

الحل: $\frac{36}{3 \times 2} + 5 \times 3 - 20$

$$\frac{36}{6} + 15 - 20 =$$

$$6 + 15 - 20 =$$

$$15 - 20 =$$

$$11 =$$

مثال^٥: احسب: $\frac{13 - 23}{5} - \frac{2}{3} \times 8$

الحل: $\frac{10}{5} - 9 \times 8 = \frac{13 - 23}{5} - \frac{2}{3} \times 8$

$2 - 72 =$

$70 =$

تعريف:

متوسط مجموعة من الأعداد يساوي مجموعها مقسومًا على عددها.

ملحوظة:

سنناقش هذا التعريف بصورة أوسع عند دراسة مبادئ الإحصاء.

مثال^٦: احسب متوسط الأعداد: 87 ، 86 ، 73

الحل: المتوسط = $\frac{87 + 86 + 73}{3}$

$82 = \frac{246}{3} =$

مثال^٧: إذا كانت التقديرات: أ، ب، ج، د تناظر الدرجات 90 ، 80 ، 70 ، 60 في مدرسة ما، وكانت درجات نبيل في المقررات هي: 85 ، 92 ، 82 ، 80 ، 86، فما تقديره؟

الحل: متوسط درجات نبيل = $\frac{86 + 80 + 82 + 92 + 85}{5}$

$85 = \frac{425}{5} =$

يكون تقدير نبيل هو: ب .

مثال³: في الفصول السبعة في فرقة ما من مدرسة ما كان عدد الطلاب المتفوقين:

5، 4، 8، 7، 7، 5، 6.

كم فصلاً كان عدد طلابه المتفوقين أعلى من المتوسط؟

الحل: متوسط أعداد الطلاب المتفوقين في الفصول السبعة

$$6 = \frac{6 + 5 + 7 + 7 + 8 + 4 + 5}{7} = \frac{42}{7} = 6$$

ويكون عدد الفصول التي عدد طلابها المتفوقين أعلى من المتوسط 3، وهي الفصول التي عدد طلابها المتفوقين 8، 7، 7.

مثال⁴: إذا كانت درجات الحرارة في منتصف النهار من أسبوع ما هي:

23°، 25°، 24°، 26°، 25°، 26°، 26°، 26°، فما متوسط درجة الحرارة لمنتصف النهار في هذا الأسبوع؟

الحل: متوسط درجة الحرارة لمنتصف النهار في هذا الأسبوع

$$25 = \frac{26 + 26 + 25 + 26 + 24 + 25 + 23}{7} = \frac{175}{7} = 25 \text{ (سلسيوس)}$$

تمارين

(1) احسب

$$\begin{aligned} & \frac{3}{6} - \frac{3}{8}, \quad \frac{2}{7} + \frac{2}{9}, \quad \frac{2}{\left(\frac{8+1}{7-10}\right)} \\ & \frac{2}{5} \div 28 \times \frac{2}{15} + 24, \quad 2 \div \frac{2}{9} \times 16 + 25 \times 64 \\ & 5 \times 4 - \frac{2}{4} + \frac{3}{4} - \frac{4}{4}, \quad (9-21)^2 (24-27) 36 \\ & 5 \times 8 + 4 \times \frac{2}{3}, \quad \frac{2}{6} - 5 \times \frac{2}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1 + {}^2_3)(1 - {}^3_2) & , & {}^3_4 + {}^7_3({}^3_4 - 13 \times 5) \\
3 \times 5 - ({}^2_3 + 2) 5 & , & {}^5_7(7 \times 4 - 30) \\
{}^2_2(1 + {}^2_3) - {}^2_4 \times 25 & , & {}^2_6 \times 2 + (3 - 7 \times 4) {}^2_2 \\
{}^4_2 \times 7 + 3 \times {}^3_2 \times 5 & , & {}^3_4(4 \times 3 - 16) \\
{}^2_2 \times 4 - {}^2_7 \times 3 & , & 7 \times {}^2_4 + {}^5_2 \times 2 \\
{}^2_2(15 + 5) \times {}^2_4 & , & {}^3_5 \times 3 - {}^3_5 \times 4 \\
{}^3_2 \times 3 - 8 \div 24 + 7 \times 3 - 4 \times 7 + 4 \times 5 \times 3 + 10 & & \\
(4 \div 72 - 21)({}^2_3 \times 2 - 35) & & \\
{}^2_6 \div {}^2_2[4 \div (40 - 60) + 7] & & \\
12 \div {}^2_2[14 - (5 \div 25) \times 4] & &
\end{array}$$

(2) عيّن الأساس (املأ المربعات):

$$\begin{array}{lclcl}
15 = {}^1_{\square} & , & 81 = {}^4_{\square} & , & 81 = {}^2_{\square} \\
& & & , & 16 = {}^4_{\square} \\
& & & , & 1 = {}^{10}_{\square} \\
& & & , & 289 = {}^2_{\square}
\end{array}$$

(3) عيّن الأس:

$$100,000 = {}_{\square} 10 \quad , \quad 12 = {}_{\square} 12 \quad , \quad 625 = {}_{\square} 5$$

(4) اكتب كـ «أس» لـ 10:

مائة، عشرة آلاف، مليون، بليون (مليار)

(5) عبّر باستخدام الأسس عما يأتي:

$$1, 0, 64, 81, 16, 343, 121, 8, 25$$

(6) اعتبر النمط الآتي:

$$^2_5 = 25 = 16 + 9 = ^2_4 + ^2_3$$

اكتب الآن على النمط نفسه:

$$\begin{array}{ccc} ^2_2 + ^2_2 + ^2_1 & , & ^2_8 - ^2_{17} & , & ^2_8 + ^2_6 \\ ^2_9 + ^2_6 + ^2_2 & , & ^2_{21} - ^2_{29} & , & ^2_{12} + ^2_5 \end{array}$$

(7) اكتب كعدد:

$$\begin{array}{l} ^1_1 \times 5 + ^1_{10} \times 0 + ^2_{10} \times 7 + ^3_{10} \times 4 \\ ^1_1 \times 4 + ^1_{10} \times 9 + ^2_{10} \times 3 + ^5_{10} \times 6 \\ ^1_1 \times 4 + ^3_{10} \times 1 + ^4_{10} \times 3 + ^5_{10} \times 7 \\ 1 \times 2 + ^8_{10} \times 8 \end{array}$$

(8) اكتب كم مجموع قوى (أسس) لـ 10:

$$^0_{10} \times 3 + ^1_{10} \times 0 + ^2_{10} \times 2 + ^3_{10} \times 4 = 4203$$

$$^0_{10} \times 3 + ^1_{10} \times 0 + ^2_{10} \times 2 + ^3_{10} \times 4 = 4203$$

$$^0_{10} \times 3 + ^1_{10} \times 0 + ^2_{10} \times 2 + ^3_{10} \times 4 = 4203$$

$$^0_{10} \times 3 + ^1_{10} \times 0 + ^2_{10} \times 2 + ^3_{10} \times 4 = 4203$$

(9) عبّر عن المقادير الآتية في صورة مجموع مربعين:

$$41 \quad , \quad 37 \quad , \quad 29 \quad , \quad 17 \quad , \quad 13 \quad , \quad 5$$

(10) كل إنسان له أبوان، وله أربعة جدود وله ثمانية آباء هؤلاء الجدود سنسميهم جدودًا من الدرجة الثانية، وهكذا...

(أ) كم عدد الجدود من الدرجة الرابعة لأي إنسان؟ عبّر عن ذلك بدلالة الأسس.

(ب) كم عدد الجدود من الدرجة العاشرة؟ عبّر بدلالة الأسس (القوى).

(ج) كم عدد الجدود حتى الدرجة العاشرة (أي عدد الجدود + عدد الجدود من الدرجة

الثانية + + عدد الجدود من الدرجة العاشرة)؟

قارن بين النتيجةين (ب) ، (ج).

(11) في أحد الامتحانات أخذ تلميذ درجة عن إجابة صحيحة، وكل إجابة صحيحة تالية يأخذ عنها ثلاثة أضعاف درجة الإجابة الصحيحة السابقة.

(أ) كم درجة يأخذ التلميذ عن الإجابة الصحيحة الرابعة؟

(ب) كم إجابة صحيحة عليه أن يأتي بها ليحصل على 729 درجة؟

(ج) كم إجابة صحيحة عليه أن يأتي بها حتى يتجاوز 2,000 درجة؟

(12) إن المساحة الكلية للولايات المتحدة الأمريكية تبلغ حوالي 3,700,000 ميلاً مربعاً. إذا كانت مساحة ولاية جورجيا تبلغ نحو 60,000 ميلاً مربعاً، فهل تكون مساحتها أعلى من متوسط مساحات الولايات كلها، علماً بأن عدد الولايات 50؟

(13) إذا كانت درجاتك في اختبارات الرياضيات الثلاثة الأخيرة هي 82، 66، 99. إذا افترضنا أنك ستحصل في الامتحان التالي على 90 درجة، فكم يكون ارتفاع درجتك هذه عن متوسط درجاتك السابقة؟

(14) في الخمسة أيام الأخيرة أعطى ضابط المرور عدد المخالفات الآتية:

110، 220، 120، 30، 170. كم يوماً من هذه الأيام يكون عدد المخالفات فيها أعلى من المتوسط؟

(15) إذا كان راتب والدك الشهري في السنوات الثلاث الأخيرة هو 1,940 جنيهاً، 2,140 جنيهاً، 2,370 جنيهاً. فبكم يكون متوسط راتب والدك الشهري أعلى من راتبه في السنتين الأولى والثانية؟

أمثلة متنوعة

مثال: إذا كان عدد الكتب في مكتبة إحدى الكليات 74,803 كتاباً، فكم يكون عدد الكتب إلى أقرب عشرة آلاف؟

الحل: عدد الكتب في المكتبة بين 74 ألفاً، 75 ألفاً. 4 أصغر من 5، فبصرف النظر عن العدد 803 يكون عدد الكتب مقرباً إلى أقرب عشرة آلاف هو 70,000 كتاب.

مثال²: اشترى رجل سجادة أبعادها 12×12 قدمًا مربعًا لحجرة معيشة والتي أبعادها 15×15 قدمًا مربعًا. كم تكون المساحة غير المغطاة من أرض الحجرة؟
الحل: مساحة الحجرة = $15 \times 15 = 225$ قدمًا مربعًا.

مساحة السجادة = $12 \times 12 = 144$ قدمًا مربعًا.

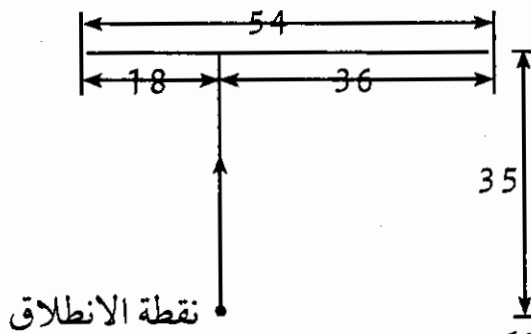
تكون المساحة المكشوفة من أرض الحجرة = $225 - 144 = 81$ قدمًا مربعًا.

مثال³: إذا كان أجر موظف عن سنة كاملة هو 15,965 جنيهاً، فكم يكون أجره في الأسبوع؟
الحل: من حيث إن السنة 52 أسبوعًا (بالتقريب) فيكون أجره الأسبوعي هو $\frac{15,964}{52}$ جنيهاً ولايجاد هذا العدد نجري القسمة المطولة

$$\begin{array}{r} 307 \\ 52 \overline{) 15964} \\ \underline{156} \\ 36 \\ \underline{0} \\ 364 \\ \underline{364} \\ 0 \end{array}$$

فيكون أجره الأسبوعي 307 جنيهاً.

مثال⁴: تحركت سيارة إلى الشمال 35 كم (كليومتراً)، ثم إلى الشرق 36 كم، ثم إلى الغرب 54 كم، ثم إلى الشرق 18 كم، كم يكون بعدها عن نقطة الانطلاق؟



الحل: السيارة تحركت أفقياً مسافة

$$0 \text{ كم} = 18 + 54 - 36 =$$

وبهذا تكون السيارة على بعد 35 كم من نقطة الانطلاق.

مثال⁵: في امتحان للرياضيات كان هناك 30 سؤالاً، أجاب طالب إجابة خاطئة عن 4 أسئلة.

كم يكون الفرق بين عدد إجاباته الصحيحة وعدد إجاباته الخاطئة؟

الحل: عدد الإجابات الصحيحة = $30 - 4 = 26$ إجابة

عدد الإجابات الصحيحة - عدد الإجابات الخاطئة

$$= 26 - 4 = 22 \text{ إجابة}$$

مثال⁶: في سحب على جائزة قيمتها 4,856 جنيهًا كانت قيمة تذكرة الاشتراك في السحب 4

جنيهاً. كم تذكرة يلزم بيعها حتى تسترد على الأقل قيمة الجائزة؟

الحل: عدد التذاكر التي يلزم بيعها

$$\frac{4,856}{4} =$$

$$= 1,214 \text{ تذكرة.}$$

مثال⁷: كارثتان بحريتان حدثتا للسفن البريطانية في القرن العشرين: كارثة السفينة تيتانيك التي

اصطدمت بجبل جليدي، وكانت تزن 93,000,000 باوند، وكانت سفينة مزودة بأسباب

الترف في ذلك الوقت، وكارثة السفينة لوزيتانيا التي أغرقها غواصة ألمانية، وكانت تزن

63,000,000 باوند. بكم كانت السفينة تيتانيك أثقل من السفينة لوزيتانيا؟

الحل: كانت السفينة تيتانيك أثقل من السفينة لوزيتانيا، وكان الفرق بين وزنيهما:

$$93,000,000 - 63,000,000 =$$

$$= 30,000,000 \text{ باوند}$$

مثال⁸: ينتقل الصوت في الهواء بسرعة (حوالي) 1,000 قدم/ثانية، بينما ينتقل الضوء في

الهواء بسرعة (حوالي) 1000,000,000 قدم/ثانية. بكم ضعفاً لسرعة الصوت تكون سرعة

الضوء في الهواء؟

سرعة الضوء في الهواء

الحل:

سرعة الصوت في الهواء

هو الجواب المطلوب، وهو

$$\frac{1,000,000,000}{1,000} =$$

$$1,000$$

$$1,000,000 =$$

أي أن سرعة الضوء = مليون × سرعة الصوت (في الهواء)

مثال⁹: ثمن الوردة الصفراء جنيهان، وثمان الوردة القرنفلية 4 جنيهاً. إذا كان معك 40 جنيهاً، فكم يكون الفرق بين عدد الورد الأصفر، عدد الورد القرنفلي إذا اشترت أيهما بكل ما معك من نقود؟

الحل: عدد الورد الأصفر المشتري

$$\frac{40}{2} =$$

$$20 = \text{وردة صفراء}$$

عدد الورد القرنفلي المشتري

$$\frac{40}{4} =$$

$$10 = \text{وردات قرنفلية.}$$

عدد الورد الأصفر المشتري - عدد الورد القرنفلي المشتري

$$10 - 20 =$$

$$10 = \text{وردات}$$

مثال¹⁰: ملعبان: أحدهما لكرة القدم والآخر للتنس، كلاهما على شكل مستطيل. كان بعدا ملعب كرة القدم 300 قدم، 160 قدماً. وكان بعدا ملعب التنس 78، 27 قدماً. بكم ضعفاً لمساحة ملعب التنس تكون مساحة ملعب كرة القدم؟

(إرشاد: مساحة المستطيل = الطول × العرض)

الحل: مساحة ملعب التنس

$$27 \times 78 = 2,106 \text{ قدمًا مربعًا}$$

مساحة ملعب كرة القدم

$$160 \times 300 = 48,000 \text{ قدمًا مربعًا}$$

ويكون المطلوب هو حساب النسبة

$$\frac{48,000}{2,106}$$

ونستخدم القسمة المطولة لحساب تلك النسبة

كما هو موضح

$$\begin{array}{r} 22 \\ 2106 \overline{) 48000} \\ \underline{4212} \\ 5880 \\ \underline{4212} \\ 1668 \end{array}$$

ويكون خارج القسمة هو 22، وباقي القسمة

هو 1668، ومن حيث إن $\frac{1,668}{2,106}$ أكبر من

$\frac{1}{2}$ فيكون الجواب بالتقريب هو 23.

أي أن مساحة ملعب كرة القدم $\approx$ (تساوي بالتقريب) 23 مرة مساحة ملعب التنس.

مثال¹¹: الدودة الألفية (حشرة صغيرة تتكون من 68 جزءًا) لها 4 أرجل في كل جزء. كم رجلًا لهذه الحشرة؟

الحل: عدد أرجل الدودة الألفية

$$= 68 \times 4 = 272 \text{ رجلًا.}$$

مثال¹²: مساحة أكبر حديقة أهلية وطنية في الولايات المتحدة الأمريكية 8,222,618 أكرًا (الأكر مقياس للمساحة = 4,840 ياردة مربعة). كم تكون هذه المساحة مقربة إلى أقرب مليون أكر؟ (هذه الحديقة تقع في ولاية ألاسكا).

الحل: العدد 8,222,618 مقربًا إلى أقرب مليون يكون 8,000,000 أي ثمانية ملايين، أي أن المساحة مقربة إلى أقرب مليون، هي ثمانية ملايين أكر.

مثال¹³: احسب

$$1 = \frac{1 \times \dots \times 1 \times 1}{10 \text{ مرات}} = 10^0$$

الحل: 10^0

مثال¹⁴: احسب $\frac{975}{25}$

الحل: نجري القسمة المطولة كالآتي:

النتيجة:

$$39 = \frac{975}{25}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ 25 \overline{) 975} \\ \underline{75} \\ 225 \\ \underline{225} \\ 0 \end{array}$$

مثال¹⁵: احسب مساحة الشكل

الحل:

مساحة الشكل

= مساحة المستطيل الذي بعده

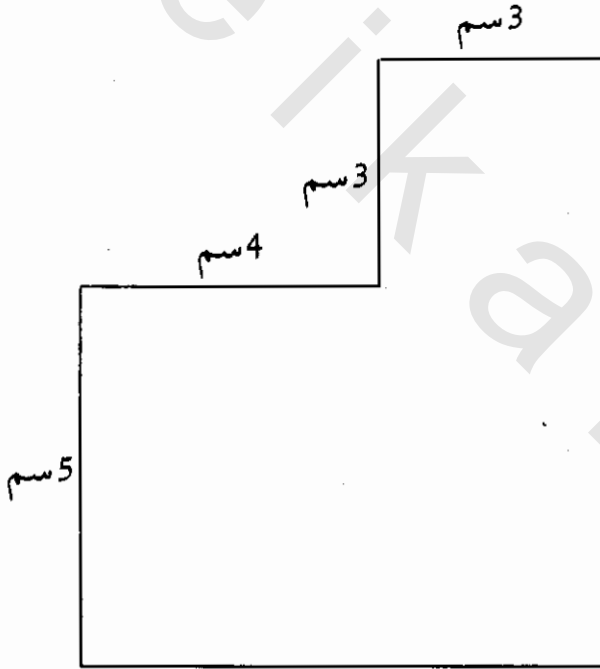
8 سم، 7 سم - مساحة المستطيل الذي

بعده 4 سم، 3 سم

$$3 \times 4 - 7 \times 8 =$$

$$12 - 56 =$$

$$44 \text{ سم}^2 =$$



مثال¹⁶: الجدول الآتي يوضح عدد الساعات التي تنفقها مجموعة من الرجال والنساء أمام التلفزيون في اليوم:

رجل أو امرأة	ساعات مشاهدة التلفزيون
امرأة	4
رجل	2
امرأة	0
رجل	4
امرأة	2

هل تنفق النساء في المتوسط عددًا من الساعات أمام التلفزيون أكبر مما ينفقه الرجال؟

الحل: متوسط عدد الساعات التي ينفقها الرجال في مشاهدة التلفزيون

$$\frac{6}{2} = \frac{2 + 4}{2} =$$

= 3 ساعات

متوسط عدد الساعات التي تنفقها النساء في مشاهدة التلفزيون

$$\frac{6}{3} = \frac{2 + 0 + 4}{3} =$$

= ساعتان

إذن في هذه المجموعة متوسط ما ينفقه الرجال من الساعات أمام التلفزيون أكبر من متوسط ما تنفقه النساء.

مثال¹⁷: بسبب عاصفة تأخرت رحلة طائرة أدهم 45 دقيقة عن موعد إقلاعها. هناك 6 رحلات أخرى تأخرت طائراتها عن الإقلاع بيانها كالاتي:

الرحلة المتجهة إلى	التأخر (بالدقائق)
ميونيخ	5
لندن	6
باريس	20
نيودلهي	30
موسكو	95
بكين	60

هل كان تأخر رحلة طائرة أدهم أكبر أم أصغر من متوسط تأخر الرحلات الأخرى؟

الحل: متوسط التأخير في الست رحلات الأخرى

$$\frac{60 + 95 + 30 + 20 + 6 + 5}{6} = \frac{216}{6} = 36 \text{ دقيقة}$$

إذن التأخر في رحلة طائرة أدهم أكبر من التأخر المتوسط في باقي الرحلات.

* ضع الأقواس - إذا لزم الأمر - حتى تكون الحسابات الآتية صحيحة:

مثال ¹⁸: $112 = 2^2 \times 4 \times 2 + 5$

الحل: $112 = 16 \times 7 = 2^2 \times 4 \times (2 + 5)$

مثال ¹⁹: $69 = 2^2 \times 4 \times 2 + 5$

الحل: $69 = 64 + 5 = 2^2 \times 8 + 5 = 2^2 (4 \times 2) + 5$

مثال ²⁰: $169 = 2^2 \times 4 \times 2 + 5$

الحل: $169 = 2^2 \times 13 = 2^2 (8 + 5) = 2^2 (4 \times 2 + 5)$

مثال ²¹: $37 = 2^2 \times 4 \times 2 + 5$

الحل: لا توجد أقواس

مثال ²²: $1 = 2^2 \div 4 - 8$

الحل: $1 = 4 \div 4 = 2^2 \div (4 - 8)$

مثال ²³: $7 = 2^2 \div 4 - 8$

الحل: $7 = 1 - 8 = (4 \div 4) - 8 = (2^2 \div 4) - 8$

فيما يلي مربعات فارغة تملأ بـ 4 أو 6 أو 8. املأ المربعات بهذه الأرقام حتى يكون لدينا

تقريرات صحيحة:

مثال ²⁴: $98 = 7 \times \square + 5 \times \square + 3 \times \square$

الحل: $98 = 7 \times 8 + 5 \times 6 + 3 \times 4$

$$42 = \frac{\square}{2} - \square \times 10 + \square :^{25} \text{ مثال}$$

$$42 = \frac{8}{2} - 4 \times 10 + 6 : \text{الحل}$$

$$44 = \square \times 2 - (3 + \square) \square :^{26} \text{ مثال}$$

$$44 = 6 \times 2 - (3 + 4) 8 : \text{الحل}$$

$$82 = 7 \times \square + 5 \times \square + 3 \times \square :^{27} \text{ مثال}$$

$$82 = 7 \times 4 + 5 \times 6 + 3 \times 8 : \text{الحل}$$

$$45 = 2 \div \square - \square \times 10 + \square :^{28} \text{ مثال}$$

$$45 = 2 \div 6 - 4 \times 10 + 8 : \text{الحل}$$

$$127 = \frac{2}{(8+3)} + \frac{\square}{2} - \frac{48}{\square} :^{29} \text{ مثال}$$

$$127 = \frac{2}{(8+3)} + \frac{4}{2} - \frac{48}{6} : \text{الحل}$$

$$^{30} \text{ مثال: احسب } \left(\left(\frac{8+1}{2-5} \right)^2 \right)^2$$

$$\text{الحل: } ^2 \left(^2 \left(\frac{9}{3} \right) \right) = ^2 \left(^2 \left(\frac{8+1}{2-5} \right) \right)$$

$$81 = ^2(9) = ^2(^2(3)) =$$

مثال³¹: اكتب جميع الأعداد التي تتكون من أربعة أرقام هي:

1، 3، 4، 4

الحل: الأعداد هي: 3414، 3441، 4134، 4143، 4314، 4341، 4413، 4431

1344، 1434، 1443، 3144

مثال³²: عندما يقرب المرء العدد 7,342 إلى 7,300 يكون قد ارتكب «خطأ» قدره 42،

كذلك العدد 7,258 إذا قرب إلى 7,300. لديك الآن الجدول الآتي يظهر فيه الأعداد

المقربة والأخطاء المناظرة، والمطلوب إيجاد الأعداد الأصلية.

الخطأ	العدد المقرب		الخطأ	العدد المقرب	
236	3,000	5	4	370	1
49	29,000	6	37	2,600	2
4,588	340,000	7	45	4,900	3
50	2,300	8	5	1,230	4

الحل: (1) العدد الأصلي 374 أو 366

(2) العدد الأصلي 2,637 أو 2,563

(3) العدد الأصلي 4,945 أو 2,855

(4) العدد الأصلي 1,225 فقط

ولا يمكن أن يكون 1,235 لأن هذا العدد إذا قرب إلى أقرب 10 أصبح 1,240

(5) العدد الأصلي 3,236 أو 2,764

(6) العدد الأصلي 29,049 أو 28,951

(7) العدد الأصلي 344,588 أو 335,412

(8) العدد الأصلي 2,250 فقط

كما في (4) لا يمكن أن يكون 2,350، لأن هذا العدد إذا قرب إلى أقرب 100 أصبح 2,400.

مثال³³: ما العدد الذي يقع في الوسط بين الأعداد الآتية:

(أ) 36 ، 18 (ب) 170 ، 140 (ج) 252 ، 244 (د) 1,950 ، 2,010

(هـ) 18,400 ، 17,800

الحل: (أ) العدد هو $27 = \frac{54}{2} = \frac{36 + 18}{2}$

(ب) العدد هو $155 = \frac{310}{2} = \frac{170 + 140}{2}$

(ج) العدد هو $248 = \frac{496}{2} = \frac{252 + 244}{2}$

$$1,980 = \frac{3,960}{2} = \frac{2,010 + 1,950}{2} \quad \text{(د) العدد هو}$$

$$18,100 = \frac{36,200}{2} = \frac{18,400 + 17,800}{2} \quad \text{(هـ) العدد هو}$$

مثال³⁴: أكمل المتواليات الآتية إلى العدد العاشر:

(أ) 5 ، 17 ، 29 ، 41 ، ... (ب) 1 ، 20 ، 39 ، 58 ، ...

(ج) 4 ، 12 ، 36 ، 108 ، ... (د) 17 ، 40 ، 63 ، 86 ، ...

(هـ) 7 ، 14 ، 28 ، 56 ، ... (و) 1 ، 7 ، 18 ، 24 ، 35 ، ...

(ز) 3 ، 6 ، 10 ، 20 ، 24 ، ... (ح) 5 ، 10 ، 8 ، 16 ، 14 ، ...

(ط) 3 ، 12 ، 6 ، 24 ، 12 ، ...

الحل: (أ) واضح أن الأعداد تتزايد بمقدار 12 ، فيكون لدينا:

5 ، 17 ، 29 ، 41 ، 53 ، 65 ، 77 ، 89 ، 101 ، 113

(ب) واضح أن الأعداد تتزايد بمقدار 19 ، فيكون لدينا:

1 ، 20 ، 39 ، 58 ، 77 ، 96 ، 115 ، 134 ، 153 ، 172

(ج) واضح أن الأعداد تتضاعف بمقدار 3 ، فيكون لدينا:

4 ، 12 ، 36 ، 108 ، 324 ، 972 ، 2,916 ، 8,748 ، 26,244 ، 78,732

(د) واضح أن الأعداد تتزايد بمقدار 23 ، فيكون لدينا:

17 ، 40 ، 63 ، 86 ، 109 ، 132 ، 155 ، 178 ، 201 ، 224

(و) الأعداد تتزايد 6 ثم 11 ، ثم 6 ثم 11 وهكذا ... فيكون لدينا:

1 ، 7 ، 18 ، 24 ، 35 ، 41 ، 52 ، 58 ، 69 ، 75

(ز) الأعداد تتضاعف بـ 2 ثم تتزايد بمقدار 4 ، ثم تتضاعف بـ 2 ثم تتزايد بمقدار 4 وهكذا..

فيكون لدينا:

3 ، 6 ، 10 ، 20 ، 24 ، 48 ، 52 ، 104 ، 108 ، 216

(ح) الأعداد تتضاعف بمقدار 2 ثم تتناقص بمقدار 2 ، ثم تتضاعف بمقدار 2 ثم تتناقص

بمقدار 2 ، وهكذا ... فيكون لدينا:

100 ، 50 ، 52 ، 26 ، 28 ، 14 ، 16 ، 8 ، 10 ، 5

(ط) الأعداد تتضاعف بمقدار 4 ، ثم تقسم على 2 ، ثم تتضاعف بمقدار 4 ثم تقسم على 2 ،

وهكذا ... فيكون لدينا:

192 ، 48 ، 96 ، 24 ، 48 ، 12 ، 24 ، 6 ، 12 ، 3

مثال³⁵: كم عددًا يتكون من ثلاثة أرقام ، الأرقام هي 1 ، 9 فقط؟ وما أكبر وما أصغر هذه الأعداد؟

الحل: العدد يتكون من ثلاثة أرقام ، كل رقم يمكن أن يكون 1 أو 9 أي أن هناك إمكانيتين عند كتابة كل رقم إما 1 وإما 9 وبهذا يكون العدد الكلي هو:

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

وهذه الأعداد هي: 111 ، 119 ، 191 ، 199 ، 911 ، 919 ، 991 ، 999 .

أصغر هذه الأعداد هو 111 ، وأكبرها هو 999 .

مثال³⁶: كم عددًا يمكن أن يتكون من الأرقام 2 ، 4 ، 6 بحيث يظهر كل رقم من هذه الأرقام مرة واحدة على الأكثر؟

الحل: الأعداد هي: 2 ، 4 ، 6 ، 24 ، 26 ، 42 ، 46 ، 62 ، 64 ، 246 ، 264 ، 426 ، 462 ، 624 ، 642 أي أنها 15 عددًا.

مثال³⁷:

(أ) اكتب عددًا مكونًا من ثلاثة أعداد، وقيمة حاصل الجمع 20 .

(ب) اكتب حاصل جمع أربعة أعداد، بحيث يكون الثاني ضعف الأول، والثالث ضعف

الثاني، والرابع خمسة أضعاف الأول. ما قيمة حاصل الجمع؟

(ج) اكتب عددًا مكونًا من حاصل جمع عددين، حاصل الجمع 16 ، والعدد الأول المكون

لحاصل الجمع هو 5.

الحل:

$$(أ) 20 = 9 + 8 + 3 \text{ ويكون العدد المطلوب } 983$$

(ب) لتكن الأعداد هي: 1، 2، 4، 5 ويكون حاصل جمع هذه الأعداد الأربعة هو:

$$12 = 5 + 4 + 2 + 1$$

$$(ج) 16 = 11 + 5 \text{ . العدد هو } 115$$

مثال³⁸:

(أ) اكتب فرقاً بين عددين بحيث يكون المطروح منه ضعف المطروح.

(ب) اكتب فرقاً بين عددين بحيث يكون هذا الفرق مساوياً المطروح.

(ج) اكتب فرقاً بين عددين بحيث يكون هذا الفرق ثلاثة أضعاف المطروح، ويكون المطروح منه 20.

$$\text{الحل: (أ)، (ب): } 10 = 10 - 20 \quad (ج) 15 = 5 - 20$$

مثال³⁹: أنشئ عملية قسمة بحيث يكون القاسم 13 والمقسوم 156

$$\text{الحل: } 12 = \frac{156}{13}$$

مثال⁴⁰: أنشئ عملية قسمة بحيث يكون القاسم 16 وخارج القسمة يساوي نصف القاسم

$$\text{الحل: } 8 = \frac{128}{16}$$

مثال⁴¹: أنشئ عملية قسمة بحيث يكون المقسوم 6 والقاسم 6 أضعاف خارج القسمة

$$\text{الحل: } 1 = \frac{6}{6}$$

مثال⁴²: أنشئ عملية قسمة بحيث يكون القاسم ثلاثة أضعاف خارج القسمة

الحل: $5 = \frac{75}{15}$

مثال⁴³: أنشئ حاصل ضرب مكوّنًا من عاملين بحيث يكون العامل الثاني أصغر من العامل

الأول بـ 2، ويكون حاصل الضرب 63

الحل: $63 = 7 \times 9$

مثال⁴⁴: أنشئ حاصل ضرب مكوّنًا من عاملين بحيث يكون العامل الثاني ثلاثة أضعاف

العامل الأول ويكون حاصل الضرب 27

الحل: $27 = 9 \times 3$

مثال⁴⁵: أنشئ حاصل ضرب مكوّنًا من ثلاثة عوامل بحيث يكون العامل الأول أكبر من كلا

العاملين الآخرين بمقدار 1، ويكون حاصل الضرب 80

الحل: $80 = 4 \times 4 \times 5$

مثال⁴⁶: كيف يتغير حاصل ضرب مكوّن من عاملين إذا ضوعف بـ 2:

(أ) أحد العاملين (ب) كلا العاملين

الحل: (أ) يضاعف حاصل الضرب بـ 2 (أي يضرب في 2)

(ب) يضاعف حاصل الضرب بـ 4 (أي يضرب في 4)

مثال⁴⁷: احسب إذا كان ذلك ممكنًا:

(أ) 15×0 (د) $12 : 0$ (ز) $0 : 0$

(ب) $3 : 0$ (هـ) $0 : 12$ (ح) 50×0

(جـ) $1 : 0$ (و) $7 : 0$ (ط) 0×0

الحل: نتيجة قسمة 0 على أي عدد باستثناء الصفر تنتج صفرًا ولا يمكن القسمة على صفر أبدًا. ونتيجة ضرب 0 في أي عدد هي الصفر. وبناء عليه فإن:
(هـ) غير ممكنة. كذلك (ز) غير ممكنة. أما (أ)، (ح)، (ط) فالنتيجة صفر، وكذلك (ب)، (ج)، (د)، (و)، فالنتيجة صفر.

مثال⁴⁸: تطير طائرة بسرعة 850 كم/ساعة. المسافة بين فرانكفورت ولوس أنجلوس 11,000 كم. كم تكون الطائرة قد قطعت في الطيران من فرانكفورت إذا كانت على بعد يقدر بـ 12 ساعة طيران بالطائرة من لوس أنجلوس؟

الحل: الطائرة على بعد من لوس أنجلوس $= 850 \times 12 = 9,000$ كم
وبهذا تكون الطائرة قد قطعت مسافة من فرانكفورت $= 11,000 - 9,000 = 2,000$ كم.

مثال⁴⁹: جوال يقطع 6 كم في الساعة، وبعد ثلاث ساعات يستريح نصف ساعة. كم يكون قد قطع بعد 8 ساعات من بدء تجواله؟
الحل:

بعد ثلاث ساعات يكون قد قطع مسافة $= 6 \times 3 = 18$ كم
بعد ثلاث ساعات ونصف يكون قد قطع المسافة نفسها لأنه لم يتحرك
بعد ست ساعات ونصف يكون قد قطع مسافة

$$6 \times 3 + 18 =$$

$$18 + 18 =$$

$$36 = \text{كم}$$

بعد سبع ساعات يكون قد قطع المسافة نفسها
بعد ثماني ساعات يكون قد قطع مسافة

$$6 + 36 = 42 \text{ كم.}$$

مثال⁵⁰: في مطعم يوجد نوعان من المقبلات، 3 أطباق جانبية، 3 أطباق رئيسية، نوعان من الحلوى. إذا كان الطاعم سيختار نوعاً من المقبلات، طبقاً جانبياً، وطبقاً رئيسياً، ونوعاً من الحلوى، فكم طريقة يتم ذلك؟

الحل: عدد الطرائق $= 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ طريقة

مثال⁵¹: بائع فاكهة لديه 7 أقفاص من المانجو، كل قفص يحتوي على 50 حبة. يبيع الواحدة بـ 3 جنيهاً. باع في الأسبوع الأول 5 أقفاص، ووجد بعدها 12 حبة قد فسدت، فباع الباقي الصالح بـ 2 جنيه للواحدة، ووجد في نهاية الأسبوع الثاني أنه قد حصل على ما مجموعه 894 جنيهاً، فكم يكون عدد حبات المانجو الصالحة المتبقية؟

الحل: باع التاجر 5 أقفاص بما قيمته:

$$750 = 3 \times 50 \times 5 \text{ جنيهاً}$$

إذن قيمة ما باعه بعد ذلك $= 750 - 894 = 144$ جنيهاً

فيكون عدد حبات المانجو المباعة بعد نهاية الأسبوع الأول

$$= \frac{144}{2} = 72 \text{ حبة.}$$

ويكون العدد الكلي لحبات المانجو المباعة

$$= 72 + 50 \times 5 =$$

$$= 72 + 250 =$$

$$= 322 \text{ حبة}$$

العدد الكلي لحبات المانجو لدى التاجر

$$= 350 = 50 \times 7 \text{ حبة.}$$

ويكون عدد حبات المانجو المتبقية وصالحة

$$= 350 - 322 - 12 =$$

$$= 334 - 350 =$$

$$= 16 \text{ حبة.}$$

مثال⁵²: في حفل مدرسي كان يباع أقداح القهوة وقطع التورته. كان ثمن قديم القهوة 5 جنيهات، وثمان قطعة التورته 12 جنيهًا، لكن ثمن القديم مع قطعة التورته إذا طلبا معًا كان 15 جنيهًا. يبيع 275 قديمًا مع قطعة تورته، كما يبيع 51 قديمًا منفردًا (أي بدون قطعة تورته) والبعض اشترى قطعة تورته فقط، وتبقى 12 قطعة تورته في النهاية غير مباعه، بينما كانت حصيلة البيع 4,716 جنيهًا. إذا علمت أن التورته كانت تقطع إلى 15 جزءًا، فما عدد التورتات الكاملة التي كانت موجودة بالحفل؟

الحل: المبلغ المدفوع في أقداح القهوة مع التورته

$$275 \times 15 = 4,125 \text{ جنيهًا}$$

المبلغ المدفوع في أقداح القهوة المنفردة

$$5 \times 51 = 255 \text{ جنيهًا}$$

المبلغ المدفوع في أقداح القهوة مع التورته وأقداح القهوة المنفردة

$$255 + 4,125 = 4,380 \text{ جنيهًا}$$

المبلغ المدفوع في قطع التورته التي بيعت منفردة

$$4,380 - 4,716 = 336 \text{ جنيهًا}$$

عدد قطع التورته المباعة منفردة

$$= \frac{336}{12} = 28 \text{ قطعة.}$$

العدد الكلي لقطع التورته المباعة

$$28 + 275 = 303$$

العدد الكلي لقطع التورته المباعة وغير المباعة

$$12 + 303 = 315 \text{ قطعة}$$

عدد التورتات الكاملة التي كانت بالحفل

$$= \frac{315}{15} = 21 \text{ تورته}$$

مثال⁵³: ارتفعت قيمة التأمين الصحي بمقدار 12 جنيهاً للبالغين، و7 جنيهاً لغير البالغين في العام. وكان السيد / عبد القادر يدفع لنفسه وزوجته وأبنائه الثلاثة غير البالغين مبلغ 243 جنيهاً سنوياً، وحتى ذلك الوقت كانت قيمة التأمين للبالغ = 3 أضعاف قيمة التأمين لغير البالغ. كم تكون قيمة التأمين للبالغ وغير البالغ بعد الزيادة؟

الحل: قيمة التأمين لثلاثة أبناء غير بالغين

$$= \text{قيمة التأمين لشخص بالغ}$$

وبهذا تكون قيمة التأمين للبالغ قبل الزيادة

$$= \frac{243}{3} = 81 \text{ جنيهاً.}$$

وتكون قيمة التأمين لغير البالغ قبل الزيادة

$$= \frac{81}{3} = 27 \text{ جنيهاً.}$$

وتكون قيمة التأمين للبالغ بعد الزيادة

$$= 12 + 81 = 93 \text{ جنيهاً.}$$

وتكون قيمة التأمين لغير البالغ بعد الزيادة

$$= 7 + 27 = 34 \text{ جنيهاً.}$$

مثال⁵⁴: اشترى السيد / يس 3 صناديق عصير فاكهة بمبلغ 36 جنيهاً للصندوق، صندوقين من المياه المعدنية بمبلغ 23 جنيهاً للصندوق. ودفع رهناً للصندوق عصير الفاكهة مبلغ 24 جنيهاً، ورهناً للصندوق المياه المعدنية 32 جنيهاً. ولقد أرجع صندوق مياه معدنية فارغاً وكذلك صندوق عصير فاكهة فارغاً واسترد رهنيهما. كم يسترد هو من النقود إذا كان قد دفع 500 جنية؟

الحل: ثمن صناديق عصير الفاكهة

$$= 36 \times 3 = 108 \text{ جنيهاً}$$

ثمن صندوقي المياه المعدنية

$$= 23 \times 2 = 46 \text{ جنيهاً}$$

الرهن المدفوع للصندوق عصير الفاكهة (بعد إرجاع صندوق)

$$48 = 24 \times 2 = \text{جنيهاً}$$

الرهن المدفوع لصندوق المياه المعدنية (بعد إرجاع صندوق)

$$32 = \text{جنيهاً}$$

$$32 + 48 + 46 + 108 = \text{جملة ما يدفعه}$$

$$234 = \text{جنيهاً.}$$

$$234 - 500 = \text{ما يسترده من نقود}$$

$$266 = \text{جنيهاً.}$$

تمارين عامة

(1) أوجد أكبر (أصغر) الأعداد الأصلية إذا كانت الأعداد المقربة هي:

- (أ) 40 مقرباً إلى أقرب عشرة
(ب) 130 مقرباً إلى أقرب عشرة
(ج) 4,500 مقرباً إلى أقرب مائة
(د) 34,000 مقرباً إلى أقرب ألف
(هـ) 350,000 مقرباً إلى أقرب عشرة آلاف.

(2) ما العدد الذي يقع في الوسط بين الأعداد الآتية:

$$(أ) 410 ، 360 \quad (ب) 1,200 ، 900$$

$$(ج) 3,500 ، 3,200 \quad (د) 5,600 ، 6,300$$

$$(هـ) 2,856 ، 2,624$$

(3) في المتواليات الواردة في مثال 34 من أمثلة متنوعة أوجد أصغر عدد يكون أكبر من 200 ، أكبر عدد يكون أصغر من 400 .

(4) اكتب الأعداد التي تتكون من الرقمين 3 ، 4 بحيث يظهر كل رقم منهما مرة واحدة أو مرتين.

(5) قرب:

$$(أ) 1,328 \text{ إلى أقرب } 10 \quad (ب) 29,429 \text{ إلى أقرب } 1,000$$

(ج) 35,482 إلى أقرب 1,000 (د) 831,624 إلى أقرب 10,000

(6) الأعداد الآتية مقربة. اكتب في كل حالة الأعداد الأصلية التي من الممكن أن تكون قد قربت إليها. ما أكبر هذه الأعداد وما أصغرها؟

(أ) 230 إلى أقرب عشرة (ب) 2,400 إلى أقرب مائة

(ج) 3,400 إلى أقرب عشرة (د) 29,000 إلى أقرب ألف

(هـ) 230,000 إلى أقرب عشرة آلاف (و) 17,000,000 إلى أقرب مليون.

(7) الجدول الآتي يوضح أعدادًا مقربة إلى أقرب 10 أو 100 أو 1,000. ما الأرقام الأصلية التي يمكن أن تكون قد قربت إليها:

الرقم المقرب	الخطأ
840	3
840	5
12,000	342
12,000	45
4,000	34
4,000	299
4,000	2

(8) يرغب السيد / أبو بكر أن يشتري لمنزله ثلاجة وخلاطًا من نوعين محددين، ووجد الأسعار الآتية في خمسة محلات. أيها أحسن بالنسبة له، وأيها الأسوأ؟ وكم يكون الفرق بينهما؟ (السعر بالجنيه المصري).

المحل	أ	ب	ج	د
الثلاجة	3,050	2,990	3,190	2,950
الخلاط	270	320	350	340

(9) اكتب عددين يكون الفرق بينهما

(أ) 50 (ب) 100 (ج) 1,000

في كل مرة هات ثلاثة أمثلة.

- (أ) اطرح 18 من الفرق بين 82 ، 19 (ب) اطرح من 100 الفرق بين 82 ، 19
 (ج) اجمع 48 على الفرق بين 88 ، 96 (د) اجمع 48 على مجموع 88 ، 96
 (هـ) اطرح 48 من مجموع 68 ، 96 (و) اطرح مجموع العددين 68 ، 96 من العدد 200.

(11)

(أ) اكتب حاصل جمع لعددين بحيث يكون العدد الثاني ضعف العدد الأول، وقيمة حاصل الجمع 18.

(ب) اكتب حاصل جمع لثلاثة أعداد، يكون الثاني أكبر من الأول بـ1، والثالث أكبر من الثاني بـ2، ويكون حاصل الجمع مساوياً:

(1) 25 (2) 43 (3) 67 (4) 103

(ج) اكتب حاصل جمع أربعة أعداد بحيث يكون العددان الأول والثاني أصغر من العدد الثالث بـ1، والعدد الرابع أكبر من الثالث بـ1، ويكون المجموع:

(1) 23 (2) 99 (3) 999

(د) اكتب حاصل جمع ثلاثة أعداد بحيث يكون العدد الثاني أكبر من الأول بـ2، ويكون الثالث ثلاثة أضعاف الأول، ويكون المجموع:

(1) 22 (2) 57 (3) 1,002

(هـ) اكتب حاصل جمع ثلاثة أعداد بحيث يكون العدد الثاني ثلاثة أضعاف الأول، والثالث أربعة أضعاف الأول، وقيمة حاصل الجمع 24.

(و) اكتب فرق عددين بحيث يكون المطروح منه ثلاثة أضعاف المطروح، وتكون قيمة الفرق 10.

(12) يحلق بالون على ارتفاع 825 متراً. وحتى يتخطى جبلاً ارتفع 370 متراً. وفي النهاية انخفض 550 متراً.

(أ) ما ارتفاع البالون في النهاية؟

(ب) ما قيمة التغير النهائي في ارتفاع البالون؟

(ج) إذا أراد سائق البالون أن يعود إلى وضعه الأول فماذا ينبغي له أن يفعل؟

(13) املأ الخانات الآتية بجمع أو طرح الأعداد المتجاورة:

(ب) الطرح:

(أ) الجمع

192	112	60	25
80			
	11		

56	64	22	49
120			
363			

(14)

(أ) لقد ارتفع سعر الدراجة بمقدار 50 جنيهاً. إن سعرها الحالي 498 جنيهاً، كم كان سعرها قبل الزيادة؟

(ب) في «أوكازيون» فصل الصيف انخفض سعر خيمة بمقدار 94 جنيهًا، فأصبح 598 جنيهًا. كم كان سعرها قبل التخفيض؟

(ج) لقد باع مجدي كتبًا قديمة كانت لديه بمبلغ 314 جنيهًا، ووضع هذا المبلغ في دفتر توفيره، فأصبح لديه 886 جنيهًا. كم كان رصيده في دفتر التوفير قبل إيداعه هذا المبلغ؟

(د) ارتفع سعر آلة تصوير بمقدار 111 جنيهاً. إن سعرها الحالي 375 جنيهاً. كم كان سعرها قبل الزيادة؟

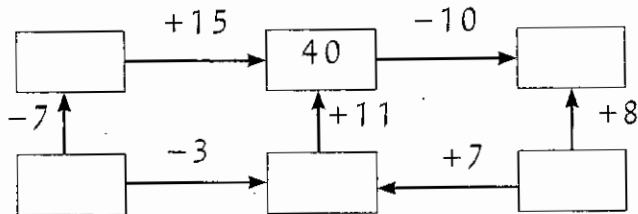
(هـ) لقد سار السيد/ عمر بسيارته هذا العام 13,761 كم. وهذا أكبر مما ساره في العام الماضي بـ 1,033 كم. كم سار بسيارته في العام الماضي؟

(15)

(أ) مجموع ثلاثة أعداد 281. الأول هو 91 والثالث هو 120. فما الثاني؟

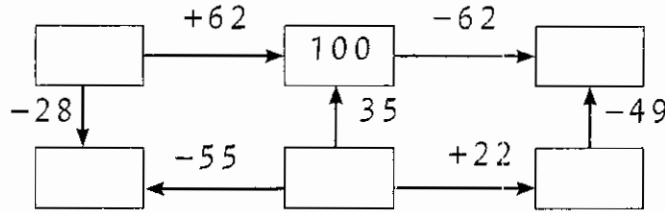
(ب) مجموع ثلاثة أعداد 101. الأول والثاني 19 فما الثالث؟

(16) املأ المستطيلات الخالية:



(i)

(ب)



(17) املأ المربعات الفارغة:

$$445 \xrightarrow{+38} \square \xrightarrow{-29} \square \xrightarrow{+49} \square \xrightarrow{+78} \square \xrightarrow{-66} \square \xrightarrow{+83} \square \quad (\text{أ})$$

$$\square \xrightarrow{-65} \square \xrightarrow{+47} \square \xrightarrow{-47} \square \xrightarrow{-29} \square \xrightarrow{+29} \square \xrightarrow{100} 135 \quad (\text{ب})$$

$$0 \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{-4} 93 \xrightarrow{\square} 50 \xrightarrow{\square} 105 \xrightarrow{-77} \square \xrightarrow{\square} 0 \quad (\text{ج})$$

(18) في مباراة كرة قدم طبع 45,000 تذكرة، ولقد بيع منها مقدماً في:

الأسبوع الأول	الأسبوع الثاني	الأسبوع الثالث	الأسبوع الرابع
تذكرة 6,290	تذكرة 19,604	تذكرة 10,754	تذكرة 3,290

كم يتبقى من التذاكر غير المباعة؟

(19) قرأ أعداد سيارة الأجرة (التاكسي) 37,462 كم. وفي الأيام الخمسة التالية قطعت

السيارة مسافات: 213 كم، 196 كم، 228 كم، 165 كم، 178 كم.

(أ) كم قطعت السيارة في الخمسة أيام مجتمعة؟

(ب) اكتب قراءة العداد في نهاية كل يوم من الأيام الخمسة.

(20) تحتاج صالة الموسيقى في مدرسة إلى بيانو. وجدت إدارة المدرسة بيانو مناسباً سعره

51,000 جنيه. ولقد خفض التاجر من سعره 2,550 جنيهًا. كم ينبغي للمدرسة أن تدفع

لشرائه؟

(21)

(أ) أوجد ثلاثة حواصل ضرب، يتكون كل منها من عاملين، وقيمة حاصل الضرب 96.

(ب) أوجد ثلاثة حواصل ضرب، يتكون كل منها من عاملين، وقيمة حاصل الضرب 120.

- (ج) أوجد ثلاث عمليات قسمة كل منها يساوي 15.
- (د) أوجد خارج قسمة يساوي القاسم.
- (هـ) أوجد قسمة ويكون القاسم 16، وقيمة خارج القسمة تساوي نصف القاسم.
- (و) أوجد عملية قسمة بحيث يكون القاسم يساوي ضعف خارج القسمة.
- (22) أنشئ عملية قسمة بحيث يكون القاسم 72 وخارج القسمة 8.
- (23) عند فكها نبي ثمن 6 تفاحات 15 جنيهاً. كم يكون ثمن: 12، 24، 48، 72 تفاحة؟
- (24) تدخر الطفلة/ مي حتى تشتري لعبة ثمنها 66 جنيهاً. إن لديها بالفعل 12 جنيهاً. وتستطيع أن تدخر 6 جنيهات كل شهر.
- (أ) بعد كم شهراً تستطيع مي أن تشتري اللعبة؟
- (ب) إذا أرادت مي أن تشتري اللعبة بعد 6 أشهر فكم يلزمها أن تدخر كل شهر؟
- (25) اشترت السيدة/ ليلي مدرسة الأطفال هدايا رمزية للتلاميذ: 14 هدية ثمن كل منها 3 جنيهات، هدايا أخرى ثمن كل منها 5 جنيهات. لقد دفعت السيدة/ ليلي 102 جنيهاً ثمناً لهذه الهدايا، فكم هدية اشترت من تلك التي ثمن الواحدة 5 جنيهات؟
- (26) اشترت السيدة/ لبنى 5 زجاجات عصير ليمون، 4 زجاجات مياه معدنية، وبضع زجاجات عصير برتقال ودفعت 53 جنيهاً. إذا كان ثمن زجاجة المياه المعدنية جنيهاً، وثمان زجاجة عصير الليمون 3 جنيهات، وكانت قد اشترت 6 زجاجات عصير برتقال فكم يكون سعر زجاجة عصير البرتقال؟
- وإذا كان سعر زجاجة عصير المانجو 6 جنيهات، وأرادت أن تشتري زجاجات عصير مانجو بدلاً من زجاجات عصير البرتقال، فكم زجاجة تستطيع أن تشتريها؟
- (27) يسبح ولد 5 كم في الصباح، 7 كم بعد الظهر، وفي يوم الخميس يتمرن فقط في الصباح، وفي يوم الجمعة لا يمارس السباحة. كم كيلومتراً يسبح في أربعة أسابيع؟
- (28) أنشئ حاصل ضرب مكوّن من عاملين بحيث يكون العامل الثاني أصغر من العامل الأول بـ 2 ويكون حاصل الضرب: (أ) 15 (ب) 360
- (29) أنشئ حاصل ضرب مكوّن من عاملين بحيث يكون العامل الثاني ثلاثة أضعاف العامل

الأول ويكون حاصل الضرب: (أ) 12 (ب) 75

(30) أنشئ حاصل ضرب مكوّن من ثلاثة عوامل بحيث يكون العامل الأول أكبر من كلا

العاملين الآخرين بمقدار 1 ويكون حاصل الضرب: (أ) 36 (ب) 1100

(31) كيف يتغير حاصل ضرب مكوّن من عاملين إذا ضوعف أحد العاملين بـ 2 (أي ضرب

في 2) أما الثاني فقد نُصّف (أي قسم على 2)؟

(32) (أ) ضرب عدد في 15 وكانت النتيجة 90. ما العدد؟

(ب) قسم عدد على 8 وكانت النتيجة 9. ما العدد؟

(ج) ضرب العدد 6 في عدد وكانت النتيجة 54، فما العدد؟

(د) قسم العدد 72 على عدد وكانت النتيجة 18، فما العدد؟

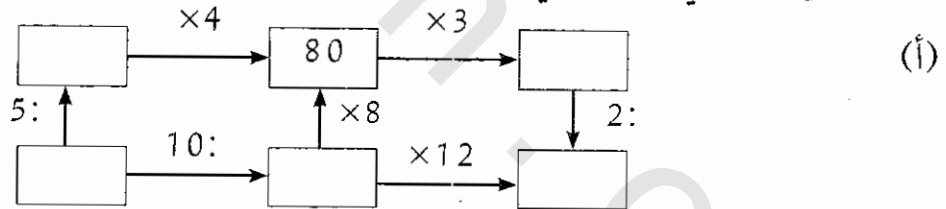
(33) (أ) إذا كان القاسم 15 و كان خارج القسمة 4، فما المقسوم؟

(ب) إذا كان خارج القسمة 12، وكان المقسوم 72 فما القاسم؟

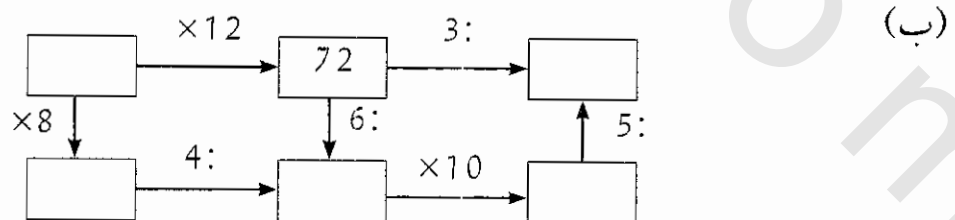
(ج) إذا كان المقسوم 91، وكان القاسم 7 فما خارج القسمة؟

(د) إذا كان خارج القسمة 25، وكان القاسم 18، فما المقسوم؟

(34) املاّ المستطيلات الخالية:



(تذكر أن «×» معناه ضرب، «:» معناه قسمة على)



(35) املاّ المستطيلات الآتية كلما كان ذلك ممكناً:

(أ) $12 = 12 \times \square$ (ب) $\square : 1 = 19$ (ج) $60 = \square + 60$

$$33 = 33 + \square \quad 1 = \square : 25 \quad 0 = \square \times 60$$

$$100 = \square + 1 \quad 0 = 8 : \square \quad 0 = 1 \times \square$$

$$0 = 48 - \square \quad 0 = \square : 15 \quad 24 = \square \times 0$$

$$50 = 5 \times \square \quad 30 = 30 - \square \quad 1 = 25 - \square \quad 72 = \square - 72 \quad (د)$$

(36) (أ) هل يمكن أن يوجد عدد طبيعي إذا ضرب في 95 نتج 0؟

(ب) هل يمكن أن يوجد عدد طبيعي إذا ضرب في 5 نتج 95؟

(ج) هل يمكن أن يوجد عدد طبيعي إذا قسم على 95 نتج 0؟

(د) هل يمكن أن يوجد عدد طبيعي إذا طرح من 95 نتج 0؟

(37) اعتبر المثال: $\square = 8 \times 37$

سنجري حاصل الضرب كالآتي:

$$296 \xleftarrow{2 \times} 148 \xleftarrow{2 \times} 74 \xleftarrow{2 \times} 37$$

والآن أد الشيء نفسه في الحالات الآتية:

$$8 \times 5 \times 17 \text{ (هـ)} \quad 4 \times 113 \text{ (جـ)} \quad 4 \times 47 \text{ (أ)}$$

$$6 \times 27 \times 5 \text{ (و)} \quad 207 \times 4 \text{ (د)} \quad 23 \times 8 \text{ (ب)}$$

(38) في مدرسة ما يوجد 25 فصلاً، في كل فصل 5 صفوف، وكل صف يتكون من أربعة

مقاعد، وكل مقعد يشغله تلميذان. كم عدد تلاميذ المدرسة؟

(39) اعتبر المثال: $\square = 15 : 105$

سنجري القسمة كالآتي:

$$7 \xleftarrow{3:} 21 \xleftarrow{5:} 105$$

والآن أد الشيء نفسه في الحالات الآتية:

$$18 : 252 \text{ (د)} \quad 16 : 192 \text{ (جـ)} \quad 14 : 56 \text{ (ب)} \quad 12 : 156 \text{ (أ)}$$

$$18 : 144 \text{ (ح)} \quad 21 : 126 \text{ (ز)} \quad 15 : 120 \text{ (و)} \quad 22 : 352 \text{ (هـ)}$$

$$24 : 672 \text{ (ل)} \quad 49 : 637 \text{ (ك)} \quad 27 : 729 \text{ (ي)} \quad 28 : 672 \text{ (ط)}$$

$$56 : 1,008 \text{ (س)} \quad 36 : 2,448 \text{ (ن)} \quad 21 : 756 \text{ (م)}$$

(40) اقسم على خطوات متعددة، كما في المثال الآتي:

$$5 = 5 : 25 = 500 : 2500 \text{ . والآن احسب:}$$

$$1,700 : 34,000$$

$$400 : 3,200$$

$$7,000 : 420,000$$

$$1,200 : 6,000$$

$$21,000 : 105,000$$

$$5,000 : 20,000$$

$$1,300 : 390,000$$

$$8,000 : 32,000$$

(41) اقسم على خطوات متعددة ، كما في المثال الآتي:

$$17 = 3 : 51 = 6 : 102 = 12 : 204 \text{ . والآن احسب:}$$

$$45 : 630 \text{ (هـ)}$$

$$18 : 306 \text{ (ج)}$$

$$36 : 252 \text{ (أ)}$$

$$72 : 1,872 \text{ (و)}$$

$$16 : 432 \text{ (د)}$$

$$24 : 216 \text{ (ب)}$$

(42) ضع الأقواس الضرورية حتى تصبح المتساويات الآتية صحيحة:

$$18 = 3 \times 5 : 270 \text{ (هـ)}$$

$$30 = 3 : 15 \times 6 \text{ (ج)}$$

$$3 = 3 : 6 : 54 \text{ (أ)}$$

$$500 = 4 : 8 \times 250 \text{ (و)}$$

$$4 = 3 \times 9 : 108 \text{ (د)}$$

$$6 = 3 \times 2 : 36 \text{ (ب)}$$

(43) حديقة بها 10 أحواض زرعت بالورود. كل حوض به 8 صفوف. كان عدد الورود

بالحديقة 720 وردة. كم وردة يحتوي كل صف؟

(44) تلقت صباح 6,000 طابع بريد هدية من أبيها، تريد أن تضعها في (ألبوم) بحيث يكون

كل صف في (الألبوم) يحتوي على 8 طوابع، وكل ألبوم به 12 صفحة. هل يكفي (ألبومان)

لوضع الطوابع؟

(45) اعتبر المثال الآتي:

$$(4 : 100) \times 14 = 25 \times 14$$

$$4 : (100 \times 14) =$$

$$4 : 1400 =$$

$$350 =$$

والآن احسب:

(أ) 25×16 (ب) 5×23 (ج) 25×22 (د) 25×56 (هـ) 125×36 (ز) 625×32 (ح) 250×48 (و) 125×32 (د) 5×23

(46) احسب كما في المثالين الآتيين:

$5 : (16 : 720)$ ، $(7 \times 6) : 126$

$(5 \times 16) : 720 =$ ، $7 : (6 : 126) =$

$80 : 720 =$ ، $7 : 21 =$

$9 =$ ، $3 =$

(أ) $4 : (25 : 700)$ (هـ) $(17 \times 9) : 459$

(ب) $2 : (32 : 320)$ (و) $125 : (8 : 3,000)$

(ج) $(3 \times 7) : 357$ (ز) $(5 \times 20) : 500$

(د) $(8 \times 5) : 280$ (ح) $(3 \times 17) : 1020$

(47) احسب كما في المثال: $64 = 16 \times 4 = 16 \times (12 : 48) = 12 : (16 \times 48)$

(أ) $5 : (25 \times 15)$ (ب) $17 : (15 \times 34)$ (ج) $14 : (28 \times 25)$

$12 : (24 \times 36)$ $8 : (12 \times 32)$ $13 : (65 \times 34)$

$5 : (75 \times 45)$ $16 : (18 \times 48)$ $12 : (48 \times 20)$

$6 : (42 \times 21)$ $8 : (7 \times 56)$ $11 : (35 \times 22)$

(48) أي الطريقتين أحسن في الحساب:

(أ) $6 \times 4 + 19 \times 4$ أم $(6 + 19) \times 4$

(ب) $12 \times 9 + 100 \times 9$ أم $?(12 + 100) \times 9$

(49) اعتبر المثالين الآتيين: (الهدف معرفة الطريقة الأفضل في الحساب)

$25 \times (4 + 30)$ ، $15 \times 14 + 85 \times 14$

$25 \times 4 + 25 \times 30 =$ ، $(15 + 85) \times 14 =$

$100 + 750 =$ ، $100 \times 14 =$

$850 =$ ، $1,400 =$

والآن احسب بالطريقة نفسها:

$$(أ) 17 \times 2 + 17 \times 8 \quad (ب) 9 \times (3 + 40)$$

$$36 \times 23 + 64 \times 23 \quad (3 + 20) \times 12$$

$$24 \times 19 - 24 \times 39 \quad (2 - 20) \times 7$$

$$36 \times 24 - 36 \times 54 \quad 18 \times (1 - 100)$$

$$8 \times (1 + 20) \quad 9 \quad (1 - 30) \quad (هذه تعني: 9 \times (1 - 30))$$

(50) احسب بالطريقة الأفضل في الحساب:

$$(أ) (7 - 40) \times 8 \quad (هـ) 4 \times (17 - 250)$$

$$(ب) 7 \times (6 - 50) \quad (و) 5 \times (3 + 40 + 200)$$

$$(ج) (4 + 30 + 400) \times 9 \quad (ز) (12 + 38) \times 18$$

$$(د) 8 \times (11 + 125) \quad (ح) 14 \times (2 - 50)$$

(51) اعتبر المثالين الآتيين:

$$7 : 91 \quad , \quad 27 \times 6$$

$$7 : (21 + 70) = \quad (7 + 20) \times 6 =$$

$$7 : 21 + 7 : 70 = \quad 7 \times 6 + 20 \times 6 =$$

$$3 + 10 = \quad 42 + 120 =$$

$$13 = \quad 162 =$$

والآن على نفس النسق أجز الآتي:

$$(أ) 36 \times 7 \quad (ب) 17 \times 5 \quad (ج) 8 : 144$$

$$107 \times 9 \quad 13 \times 8 \quad 32 : 256$$

$$10,008 \times 8 \quad 19 \times 7 \quad 25 : 625$$

$$84 \times 6 \quad 7 : 581 \quad 37 \times 18$$

(52) في معرض الكتاب بيع كتابان للأستاذ العقاد، بسعر 15 جنيهاً للكتاب، وكان عدد

النسخ المباعة من الكتابين 256 ، 272. كم تكون حصيلة البيع؟

(53) دفعت أسرة الفضيلة مبلغ 900 جنيه لزيارة أحد المتاحف، كما دفعت كأجرة انتقال 50

جنيهاً. إذا كان عدد أفراد الأسرة 50 طالباً، فكم دفع كل طالب؟

(54) اشترى السيد/ حسين لأبنائه 12 قميصًا بسعر الجملة وهو 50 جنيهاً. إذا كان سعر القميص بالسعر العادي 64 جنيهاً، فكم وفر السيد/ حسين؟
(55) املأ المربعات الفارغة:

(أ) $\square \times 13 = 26 \times 18$	(ب) $\square \times 28 = 56 \times 45$
(ج) $42 \times 22 = 14 \times \square$	(د) $7,722 = \square \times 13 \times 6$
(هـ) $5,427 = 27 \times \square \times 3$	(و) $3,822 = 14 \times 7 \times \square$
(ز) $83,700 = \square \times 12 \times 9$	(ح) $31,200 = 16 \times \square \times 15$
(ط) $49,770 = 18 \times 35 \times \square$	(ك) $\square : 2,850 = 72 : 5,400$
(ل) $41 : 1,927 = \square : 2,773$	(م) $93 : 6,138 = 39 : \square$

(56) اشترك 36 عضواً من جماعة الاعتصام في رحلة فدفعوا 2,592 جنيهاً، والتحق بهم بعد ذلك 9 أعضاء ليقوموا معهم بالرحلة نفسها فكم يدفع هؤلاء التسعة؟

(57) لدى السيدة/ إلهام مجموعة من اللوحات قسمتها إلى مجموعتين: المجموعة المتميزة والمجموعة العادية. باعت الواحدة من المجموعة المتميزة بـ 140 جنيهاً، وكان عددها 432، وباعت الواحدة من المجموعة العادية بـ 120 جنيهاً، وكانت حصيلة البيع الكلية 134,400 جنيه.
(أ) كم عدد اللوحات العادية التي باعتها؟ وكم يكون العدد الكلي للوحات المتميزة والعادية؟
(ب) لو أن السيدة/ إلهام اعتبرت أن عدد اللوحات المتميزة هو 616 لوحة، وباعتها على هذا الأساس فكم كانت ستحصل على زيادة مالية؟

(58) يسكن زيد على بعد 6 كيلومترات من مدرسته، ويذهب غالباً إليها بالدراجة. من عدد أيام الدراسة 208، كان مريضاً خمسة أيام لم يذهب فيها إلى مدرسته. ومن هذه الأيام -أيام الدراسة- ذهب هو بالحافلة (الأوتوبيس) وعاد 8 أيام. كما أن والده أرجعه معه 7 مرات بسيارته بعد انتهاء اليوم المدرسي. كم يكون زيد قد قطع بدراجته مسافة بالكيلومترات؟

(59) كان صافي الربح من متجر السيد/ حجازي في العام الماضي 108,780 جنيهاً دفع منها للضرائب 21,900 جنيه. كم يكون دخله المتوسط في الشهر؟

(60) قطع السيد/ موافي بسيارته في ثمانية أشهر 7,736 كم. كم يفترض أن يقطع في العام بالسيارة في السنة من مسافة بالكيلومترات؟

(61) عمل السيد/ متولي في العام المنصرم 206 يوماً. وعمله يقع على بعد 20 كم من منزله. أعطاه صاحب العمل 12 جنيهاً عن كل كيلومتر قطعه. كم تقاضى السيد متولي من صاحب

العمل لهذا الغرض في العام المنصرم؟

(62) عملت السيدة/ إلهام في العام الماضي 225 يومًا تقاضت عنها 23,400 جنيه، ودفعت منها للضرائب 5,580 جنيهًا. كم تكون قد حصلت في الأسبوع من أجر صافٍ (أي بعد دفع الضرائب) علمًا بأنها لا تعمل في عطلة نهاية الأسبوع؟

(63) المطلوب إرسال 1,536 زجاجة عصير مانجو، 1,104 زجاجة عصير تفاح في صناديق،

يتسع الصندوق لـ 24 زجاجة. كم عدد الصناديق اللازمة؟

(64) احسب ، ما الأقواس الزائدة (أي التي لا داعي لها)؟

(أ) $[12 - (68 - 225)] - 700$ (ب) $[(59 + 135) - 194] + 806$

$[(12 - 68) - 225] - 700$ $[59 + (135 - 194)] + 806$

$12 - [(68 - 225) - 700]$ $59 + [(135 - 194) + 806]$

(ج) $[(58 - 424) + 209] - 693$ (د) $7 \times [3 + (7 : 700)]$

$58 - [424 + (209 - 693)]$ $[(7 \times 3) + 7] : 700$

$58 - [(424 + 209) - 693]$ $[7 \times (3 + 7)] : 700$

(هـ) $[5 \times (4 + 8)] : 840$ (و) $[4 - (8 \times 2)] : 96$

$5 \times [4 + (8 : 840)]$ $4 - [8 \times (2 : 96)]$

$[(5 \times 4) + 8] : 840$ $[(4 - 8) \times 2] : 96$

حل الجزء (أ) $[12 - 68 - 225] - 700$ أزلنا قوسين لا داعي لهما

$$[80 - 225] - 700 =$$

$$145 - 700 =$$

$$555 =$$

$$[(12 - 68) - 225] - 700$$

$$[56 - 225] - 700 =$$

$$169 - 700 =$$

$$531 =$$

$$12 - [(68 - 225) - 700]$$

$$12 - (68 - 225) - 700 =$$

$$12 - 157 - 700 =$$

$$169 - 700 =$$

$$531 =$$

$$\text{حل الجزء (و)} : 96 : [4 - (8 \times 2)] =$$

$$96 : [4 - 8 \times 2] = \text{أزلنا قوسين لا داعي لهما}$$

$$[4 - 16] : 96 =$$

$$12 : 96 =$$

$$8 =$$

$$4 - [8 \times (2 : 96)]$$

$$4 - 8 \times (2 : 96) = \text{أزلنا قوسين لا داعي لهما}$$

$$4 - 8 \times 48 =$$

$$4 - 384 =$$

$$380 =$$

$$[(4 - 8) \times 2] : 96$$

$$[4 \times 2] : 96 =$$

$$8 : 96 =$$

$$12 =$$

$$(65) \text{ لاحظ أن: } 3 \times 2^4 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$$

على نفس النسق نفسه اكتب:

$$180, 72, 104, 36, 100, 20$$

(66) لاحظ أن

$$25 \times 32$$

$$25 \times 4 \times 8 =$$

$$100 \times 8 =$$

$$800 =$$

على النسق نفسه احسب:

$$32 \times 125 \text{ (ط)}$$

$$16 \times 7 \times 125 \text{ (هـ)}$$

$$5 \times 7 \times 2 \text{ (أ)}$$

$$375 \times 8 \text{ (ي)}$$

$$125 \times 56 \text{ (و)}$$

$$8 \times 125 \times 13 \text{ (ب)}$$

$(ك) 25 \times 28$

$(ز) 44 \times 50$

$(ج) 40 \times 3 \times 25$

$(ل) 75 \times 36$

$(ح) 12 \times 250$

$(د) 20 \times 19 \times 5$

(67) لإجراء 810 : 18 نجري الآتي:

$$45 \xleftarrow{2:} 90 \xleftarrow{9:} 810$$

على النسق نفسه أجز الآتي:

$(ط) 16:1,200$

$(هـ) 21:756$

$(أ) 15 \times 45$

$(ى) 9 \times 37$

$(و) 26 \times 12$

$(ب) 14:490$

$(ك) 625 \times 4$

$(ز) 33 \times 15$

$(ج) 15:575$

$(ل) 15:705$

$(ح) 38:798$

$(د) 16:128$

$(س) 14 \times 49$

$(ن) 12:336$

$(م) 65 \times 8$

$(ع) 36:1,620$

(68) احسب بطريقة ذكية كالآتي:

$$6 : (9 \times 72)$$

$$9 \times (6 : 72) =$$

$$9 \times 12 =$$

$$108 =$$

والآن على النسق نفسه:

$(ط) 25 : (8 \times 125)$

$(هـ) 24 : (5 \times 144)$

$(أ) 5 : (15 \times 25)$

$(ى) 100 : (4 \times 4,800)$

$(و) 17 : (9 \times 68)$

$(ب) 14 : (7 \times 42)$

$(ك) 12 : (8 \times 96)$

$(ز) 6 : (8 \times 54)$

$(ج) 13 : (8 \times 39)$

$(ل) 4 : (7 \times 436)$

$(ح) 16 : (3 \times 128)$

$(د) 25 : (125 \times 15)$

$(س) 25 : (6 \times 7,525)$

$(ن) 12 : (5 \times 4,836)$

$(م) 17 : (4 \times 5,117)$

$(ع) 15 : (7 \times 3,510)$

(69) اعتبر المثال الآتي:

$$16:368$$

$$2:46 =$$

$$23 =$$

على النسق نفسه احسب:

(أ) 80:480	(د) 15:285	(ز) 18:432
(ب) 6:870	(هـ) 75:2,550	(ح) 14:6,356
(ج) 12:504	(و) 15:555	(ط) 24:3,000
(ى) 36:16,236	(ك) 136:1,632	(ل) 215:3,655

(70) اعتبر المثال الآتي:

$$8 \times 13 + 56$$

$$8 \times 13 + 8 \times 7 =$$

$$8 \times (13 + 7) =$$

$$8 \times 20 =$$

$$160 =$$

على النسق نفسه احسب:

(أ) $35 \times 9 + 45$	(ب) $39 - 13 \times 43$	(ج) $8 \times 21 - 488$
(د) $26 + 65 + 39$	(هـ) $25 \times 4 + 125 - 25 \times 7$	(و) $18 \times 7 - 36 + 15 \times 18$
(ز) $12 \times 3 - 12 \times 7 + 96$	(ح) $85 - 136 + 51 + 68$	
(ط) $48 - 64 + 88 + 56$	(ى) $8 \times 15 + 4 \times 42$	
(ك) $3 \times 96 - 6 \times 56$	(ل) $5 \times 21 + 15 \times 23$	

(71) في المتواليات الآتية اكتب الحدود الثلاثة التالية:

(أ) 4، 8، 16، 32، ...	(ب) 5، 15، 45، ...
(ج) 1، 2، 20، 40، 400، 800، ...	(د) 2، 4، 12، 48، 240، ...
(هـ) 3، 7، 14، 18، 36، 40، 80، ...	(و) 15، 10، 30، 25، 75، ...
(ز) 10، 20، 25، 50، 55، 110، ...	

(72) تاجر فاكهة يشتري 25 صندوقاً من التفاح، في كل صندوق 50 تفاحة، ويدفع عن كل صندوق 50 جنيهاً، ويبيع التفاحة بمبلغ 3 جنيهاً. لكن تعطب 75 تفاحة، فلم يستطع بيعها.

(أ) كم حصل التاجر من بيع التفاح بالجنيه؟

(ب) كم يكون ربحه؟

(73) إن 3 يورو تساوي 1,000,000 ليرة تركية. تدفع عائلة فاجنر 11,000,000 ليرة تركية

عن كل فرد لقاء المبيت والأكل في فندق ما في تركيا (الأطفال يدفعون النصف). كم تدفع عائلة فاجنر باليورو إذا كانت تتكون من السيد فاجنر والسيدة زوجته والطفلة ساندرا إذا مكثت بالفندق 14 يومًا إلى جانب 90,000,000 ليرة تركية أخرى لقاء المشروبات وأشياء أخرى؟

(74) ذهبت السيدة/ سلوى إلى السوق ومعها 100 جنيه. اشترت 3 كجم من البازلاء بسعر الكيلو جرام 6 جنيهات. واشترت 11 حبة مانجو بسعر الواحدة جنيهان. وأرادت السيدة/ سلوى أن تشتري بياقي ما معها من النقود نوعين آخرين من المانجو: سعر الواحدة من النوع (أ) 3 جنيهات وسعر الواحدة من النوع (ب) هو 4 جنيهات. إذا أرادت السيدة/ سلوى أن تشتري من النوع (أ) فقط فكم تحصل على عدد من الحبات؟ وإذا أرادت أن تشتري من النوع (ب) فقط فكم تحصل على عدد من الحبات؟

(75) هناك أربعة أبواب لدخول مدرسة. ويوجد درج (الدرج = مجموعة سلالم توصل من طابق إلى طابق يعلوه). بكم طريقة يستطيع جعفر أن يصل إلى حجرة دراسته إذا كانت الحجرة في: (1) الطابق الأول (2) الطابق الثاني (3) الطابق الثالث؟

(76) في الدوري العام المصري لكرة القدم توجد 16 فرقة. تلعب كل فرقة مع جميع الفرق الأخرى مرتين: مرة على أرضها ومرة على أرض المنافس. كم عدد مباريات الدوري العام؟
(77) لتكوين زوجي مختلط (أي من لاعب ولاعبة) للعبة التنس كان هناك أمين (170 سم)، وحافظ (168 سم)، ورشدي (165 سم)، وسيف الدين (167 سم)، شادية (165 سم)، مرفت (163 سم)، منى (164 سم).

(أ) بكم طريقة يمكن أن يتم تكوين زوجي مختلط؟
(ب) بكم طريقة يمكن أن يتم هذا بشرط ألا يزيد الفرق في الطول بين اللاعب واللاعبة عن 3 سم؟
(78) يلعب أمين وحافظ النرد. يقذف كل منهما زهرة نرد في اللحظة نفسها. حكم رشدي بأن أمين يكون الفائز إذا كان مجموع نتيجتي قذف الزهرتين أقل من 8. ويكون حافظ الفائز إذا كان غير ذلك.

(أ) أسرد جميع نتائج قذف الزهرتين.

(ب) وضح متى يكون أمين هو الفائز.

(ج) هل حكم رشدي عادل؟ بمعنى هل فرصة أمين في الفوز تساوي فرصة حافظ؟

1 - 2 تعريف

إذا قسم عدد ما عدداً آخر بدون باقٍ، فإنه يقال إن العدد (الأول) القاسم عامل من عوامل العدد (الثاني) المقسوم.

مثلاً: $42 = 7 \times 6$ ، $6 = \frac{42}{7}$ ، وكذلك $7 = \frac{42}{6}$. لهذا فإن 6، 7 عاملان من عوامل 42

تعريف:

العدد الأولي هو عدد له عاملان فقط : نفسه ، 1

العامل الأولي لعدد هو عامل لعدد ، كذلك هو عدد أولي

ملحوظة هامة:

العدد 1 بالاتفاق ليس عدداً أولياً . السبب خارج نطاق هذا الكتاب

أمثلة

مثال 1: عوامل 12 هي : 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 6 ، 12

(ستتعرف على عوامل أخرى فيما بعد)

مثال 2: عوامل 29 هما : 1 ، 29 فقط. إذن 29 عدد أولي.

مثال 3: عوامل 125 هي : 1 ، 5 ، 25 ، 125 $5^3 = 125$

مثال 4: عوامل 54 هي : 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 9 ، 18 ، 27 ، 54

مثال 5: أوجد جميع الأعداد الأولية التي لا تزيد على 30 .

الحل : الأعداد الأولية التي لا تزيد على 30 هي :

2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 ، 17 ، 19 ، 23 ، 29

مثال 6: ما العوامل الأولية للأعداد : 12 ، 125 ، 54 ؟

الحل : عوامل 12 الأولية هي : 2 ، 3 فقط

عوامل 125 الأولية هي : 5 فقط

عوامل 54 الأولية هي : 2 ، 3 فقط

مثال 7: عبّر عن 38,220 في صورة حاصل ضرب عوامل أولية.

الحل : سنجرب إذا ما كانت الأعداد الأولية تقسم العدد ، مبتدئين من أصغر عدد أولي وهو 2 ،

ونلاحظ أن كل عدد ينتهي بـ 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8 من جهة اليمين يقبل القسمة على 2

وبهذا يكون:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 38220 \\ 2 & 19110 \\ 3 & 9555 \\ 5 & 3185 \\ 7 & 637 \\ 7 & 91 \\ 13 & 13 \\ & 1 \end{array}$$

$$13 \times 7 \times 7 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 38,220$$

$$13 \times 7^2 \times 5 \times 3 \times 2^2 =$$

ملحوظة هامة:

العدد يقبل القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3
والعدد يقبل القسمة على 5 إذا كان رقم آحاده صفرًا أو 5.

وفي المثال السابق

$$15 = 3 + 8 + 2 + 2 + 0$$

15 يقبل القسمة على 3، ولهذا فإن 38,220 يقبل القسمة على 3. كذلك فإن 38,220 رقم آحاده 0 ولهذا فإنه يقبل القسمة على 5.

اتفاق:

إذا قلنا إن عددًا يقبل القسمة على عدد، فإننا نعني أنه يقبل القسمة عليه بدون باق.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18876 \\ 2 & 9438 \\ 3 & 4719 \\ 11 & 1573 \\ 11 & 143 \\ 13 & 13 \\ & 1 \end{array}$$

مثال 8: عبّر عن العدد 18,876 في صورة حاصل ضرب عوامل أولية.
الحل: نلاحظ أن العدد يقبل القسمة على 2، وكذلك على 3 لأن:

$$30 = 1 + 8 + 8 + 7 + 6$$

30 يقبل القسمة على 3. لكن العدد لا يقبل القسمة

على 5 لأن رقم آحاده لا هو 0 ولا هو 5.

والآن بالتحليل كما سبق، يكون لدينا:

$$13 \times 11 \times 11 \times 3 \times 2 \times 2 = 18876$$

$$13 \times 11^2 \times 3 \times 2^2 =$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 15288 \\ 2 & 7644 \\ 2 & 3822 \\ 3 & 1911 \\ 7 & 637 \\ 7 & 91 \\ 13 & 13 \\ & 1 \end{array}$$

مثال 9: اكتب العدد 15,288 في صورة حاصل ضرب أعداد أولية.

الحل: لدينا كما سبق:

$$13 \times 7 \times 7 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 15,288$$

$$13 \times 7^2 \times 3 \times 2^3 =$$

العامل المشترك:

لنأخذ المثال الآتي:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 32 \\ 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ 2 & 2 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 40 \\ 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

نجد أن:

$$5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40$$

$$5 \times 2^3 =$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$2^5 =$$

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

$$3 \times 2^3 =$$

نلاحظ أن 1، 2، 2، 2، 2 عوامل مشتركة بين 40، 32، 24.

مثال 10: أوجد العوامل المشتركة بين 56، 35، 21

الحل: لدينا

$$\begin{array}{r|l} 2 & 56 \\ 2 & 28 \\ 2 & 14 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 35 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 21 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$$

أي أن:

$$7 \times 3 = 21$$

$$7 \times 5 = 35$$

$$7 \times 2^3 = 56$$

وبهذا يكون العاملان المشتركان الوحيدان بين 56، 35، 21 هما 1، 7.

(لاحظ أن 1 عامل مشترك بين جميع الأعداد، لكنه ليس عددًا أوليًا)

تعريف:

العامل (القاسم) المشترك الأعظم لمجموعة من الأعداد هو عدد يقسم هذه الأعداد، وإذا وُجد قاسم (عامل) آخر يقسمها، فإن هذا القاسم (العامل) الآخر يقسمه.

الأعداد 24 ، 32 ، 40 عاملها (قاسمها) المشترك الأعظم هو 2^3 .

الأعداد 21 ، 35 ، 56 عاملها (قاسمها) المشترك الأعظم هو 7.

مثال 11: أوجد القاسم المشترك الأعظم للأعداد 175 ، 105 ، 280

الحل:

$$\begin{array}{r|l} 5 & 175 \\ 5 & 35 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 105 \\ 5 & 35 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 280 \\ 2 & 140 \\ 2 & 70 \\ 5 & 35 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$$

وبهذا يكون:

$$7 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 280$$

$$7 \times 5 \times 2^3 =$$

$$7 \times 5 \times 3 = 105$$

$$7 \times 5 \times 5 = 175$$

$$7 \times 5^2 =$$

ويكون القاسم (العامل) المشترك الأعظم هو 7×5 أي 35.

ملحوظة هامة:

القاسم (العامل) المشترك الأعظم يتكون من حاصل ضرب الأعداد الأولية المشتركة مرفوعة لأصغر الأسس الموجودة.

في المثال السابق مباشرة كانت الأعداد الأولية المشتركة هي 5 ، 7. كان هناك العدد الأول 5 مرفوعاً للأس 2 عند تحليل 175، لكن وجود 5 كعامل أولى في 105 ، 280 بأس 1 لم يسمح بوجود 5^2 في حاصل الضرب المكوّن للعامل (القاسم) المشترك الأعظم للأعداد الثلاثة 175 ، 105 ، 280.

مثال 12: أوجد العامل (القاسم) المشترك الأعظم للأعداد 540 ، 432 ، 324 .

الحل: لدينا

$$\begin{array}{r|l} 2 & 540 \\ 2 & 270 \\ 3 & 135 \\ 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 432 \\ 2 & 216 \\ 2 & 108 \\ 2 & 54 \\ 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 324 \\ 2 & 162 \\ 3 & 81 \\ 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

وبهذا يكون

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 324$$

$$4 \times 3 \times 2 =$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 432$$

$$3 \times 3 \times 4 \times 2 =$$

$$5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 540$$

$$5 \times 3 \times 3 \times 2 =$$

ويكون القاسم المشترك الأعظم للأعداد 540 ، 432 ، 324 هو $2^2 \times 3^3 = 108$

(لاحظ كما ذكرنا يتكون العامل (القاسم) المشترك الأعظم من الأعداد الأولية المشتركة مرفوعة لأصغر الأسس الموجودة).

مثال 13: أوجد العامل (القاسم) المشترك الأعظم للأعداد: 224 ، 96 ، 160

الحل: لدينا

$$\begin{array}{r|l} 2 & 224 \\ 2 & 112 \\ 2 & 56 \\ 2 & 28 \\ 2 & 14 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 96 \\ 2 & 48 \\ 2 & 24 \\ 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 160 \\ 2 & 80 \\ 2 & 40 \\ 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

وبهذا يكون:

$$5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 160$$

$$5 \times 2^5 =$$

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 96$$

$$3 \times 2^5 =$$

$$7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 224$$

$$7 \times 2^5 =$$

وبهذا يكون القاسم (العامل) المشترك الأعظم هو 2^5 .

المضاعف المشترك:

مضاعفات العدد 4 هي: 4، 8، 12، 16، 20، 24، ...

مضاعفات العدد 5 هي: 5، 10، 15، 20، 25، 30، ...

مضاعفات العدد 6 هي: 6، 12، 18، 24، 30، 36، ...

يلاحظ أن 12 مضاعف مشترك لـ 4، 6. كما أن 20 مضاعف مشترك لـ 4، 5. كذلك فإن 30 مضاعف مشترك لـ 5، 6. هناك مضاعفات مشتركة كثيرة أخرى لهذه الأعداد.

تعريف:

المضاعف المشترك الأصغر لمجموعة من الأعداد هو عدد تقسمه كل هذه الأعداد؛ وإذا وجد عدد آخر تقسمه هذه الأعداد كان المضاعف المشترك الأصغر قاسمًا لهذا العدد الآخر.

مثال 14: أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 8، 9، 12.

$$\text{الحل: } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3 \times 2^2 = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

ويكون المضاعف المشترك الأصغر لهذه الأعداد هو:

$$72 = 9 \times 8 = 2^3 \times 3^2$$

ملحوظة هامة:

المضاعف المشترك الأصغر لمجموعة من الأعداد هو حاصل ضرب جميع الأعداد الأولية

التي وردت عند تحليل هذه الأعداد مرفوعة لأعلى أس ظهر بها. ففي المثال السابق مباشرة ظهر 2 بأس 3 في 8 ، ولم يظهر 2 عند تحليل 9 ، فيمكن اعتباره ظهر بأس صفر، وظهر بأس 2 عند تحليل 12 ، وبهذا يكون قد ظهر في المضاعف المشترك الأصغر بأس 3. كذلك 3 يمكن اعتبار ظهورها بأس صفر عند تحليل 8 ، وظهرت بأس 2 في تحليل 9 ، وبأس 1 عند تحليل 12 ، وبهذا تظهر بأس 2 في المضاعف المشترك الأصغر.

قواعد قابلية القسمة:

ذكرنا من قبل قاعدتي قابلية القسمة على 3 ، 5. نذكر الآن بعض القواعد المعروفة الأخرى، متذكّرين أن جميع الأعداد الطبيعية تقبل القسمة على 1.

العدد يقبل القسمة على 2 إذا كان رقمه الأخير (من ناحية اليمين) زوجياً أي 0 ، أو 2 ، أو 4 ، أو 6 ، أو 8.

العدد يقبل القسمة على 4 إذا كان رقمه الأخيران (من ناحية اليمين) يقبلان القسمة على 4.

العدد يقبل القسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على 2 ، ويقبل القسمة على 3 ، أي كان زوجياً ومجموع أرقامه يقبل القسمة على 3.

العدد يقبل القسمة على 8 إذا كانت أرقامه الأخيرة الثلاثة (من جهة اليمين) تقبل القسمة على 8.

العدد يقبل القسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9.

العدد يقبل القسمة على 10 إذا كان رقمه الأخير (من جهة اليمين) هو الصفر.

ويلاحظ أن العدد يقبل القسمة على عدد آخر، إذا كان يقبل القسمة على عوامله، كما في حالة قابلية القسمة على العدد 6 الذي عاملاه 2 ، 3.

كذلك إذا كان عدد يقبل القسمة على عددين أو أكثر، فإنه يقبل القسمة على قاسمهما (عاملهما) المشترك الأعظم، ومضاعفهما المشترك الأصغر. فمثلاً أي عدد يقبل القسمة على 6 ، 9 يقبل القسمة (بالطبع) على 3 ، وكذلك يقبل القسمة على 18.

مثال 15: اختبر إذا ما كانت الأعداد الآتية تقبل القسمة على 5 أو 8 أو 9:

5,825 ، 3,960 ، 5,720 ، 91,848 ، 51,840 ، 87,360

الحل: جميع هذه الأعداد فيما عدا 91,848 تنتهي (من جهة اليمين) بـ 0 أو 5، ولهذا فهي تقبل القسمة على 5، (فيما عدا هذا العدد 91,848).

87,360 يقبل القسمة على 8 لأن $8 \times 45 = 360$ ، أي أن 360 يقبل القسمة على 8 . بينما هو لا يقبل القسمة على 9 لأن $8 + 7 + 3 + 6 + 0 = 24$ ، 24 لا يقبل القسمة على 9 .

51,840 يقبل القسمة على 8 لأن $8 \times 105 = 840$ ، أي أن 840 يقبل القسمة على 8 . كذلك هو يقبل القسمة على 9 لأن: $5 + 1 + 8 + 4 + 0 = 18$ ،

18 يقبل القسمة على 9 .

العدد 91,848 يقبل القسمة على 8 لأن $8 \times 106 = 848$ ، أي أن 848 يقبل القسمة على 8 . بينما هو لا يقبل القسمة على 9 لأن: $9 + 1 + 8 + 4 + 8 = 30$ ،

30 لا يقبل القسمة على 9 .

العدد 5,720 يقبل القسمة على 8 لأن $8 \times 90 = 720$ ، أي أن 720 يقبل القسمة على 8 . بينما هو لا يقبل القسمة على 9 لأن: $5 + 7 + 2 + 0 = 14$ ،

14 لا يقبل القسمة على 9 .

العدد 3,960 يقبل القسمة على 8 ، لأن $8 \times 120 = 960$ ، أي أن 960 يقبل القسمة على 8 . كذلك هو يقبل القسمة على 9 لأن: $3 + 9 + 6 + 0 = 18$ ،

18 يقبل القسمة على 9 .

العدد 5,825 لا يقبل القسمة على 8 لأن 825 لا يقبل القسمة على 8 ، وكذلك لا يقبل القسمة على 9 لأن: $5 + 8 + 2 + 5 = 20$ ، 20 لا يقبل القسمة على 9 .

مثال 16: تدور أربع سيارات حول حلبة سباق في دقيقة واحدة و 12 ثانية؛ دقيقة واحدة و 20 ثانية؛ دقيقة واحدة و 30 ثانية؛ دقيقة واحدة و 48 ثانية. ولقد بدأت السيارات الأربع الدوران حول الحلبة في اللحظة نفسها. بعد كم من الوقت تمر جميعاً بنقطة البداية في اللحظة نفسها؟
الحل: الأزمنة بالثواني هي: 108 ، 90 ، 80 ، 72 .

تمر السيارات الأربع بنقطة البداية بعد زمن هو المضاعف المشترك الأصغر لهذه الأزمنة .

ولهذا نوجد المضاعف المشترك الأصغر لها كالتالي:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 108 \\ 2 & 54 \\ 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 80 \\ 2 & 40 \\ 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

أي أن:

$$3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 72$$

$$2^3 \times 3^2 =$$

$$5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 80$$

$$5 \times 2^4 =$$

$$5 \times 3 \times 3 \times 2 = 90$$

$$5 \times 2^2 \times 3 \times 2 =$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 108$$

$$3^3 \times 2^2 =$$

أي أن المضاعف المشترك الأصغر لهذه الأزمنة هو:

$$5 \times 3^3 \times 2^4 = 2,160 \text{ ثانية} = 36 \text{ دقيقة.}$$

مثال 17: حقل على شكل مستطيل بعده 308 مترًا، 228 مترًا. إذا كانت أعمدة السياج، قائمة حول جوانب الحقل بحيث تكون المسافات بينها متساوية، وبحيث تكون هذه المسافات أكبر ما يمكن، فما المسافة بين كل عمودين؟

الحل: المسافة بين كل عمودين هي القاسم (العامل) المشترك الأعظم بين البعدين أي بين 308، 228، ولهذا نجري الآتي:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 228 \\ 2 & 114 \\ 3 & 57 \\ 19 & 19 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 308 \\ 2 & 154 \\ 7 & 77 \\ 11 & 11 \\ & 1 \end{array}$$

ويكون القاسم المشترك الأعظم هو:
 $2^2 = 4$ أمتار.

وتكون هذه الأمتار الأربعة هي المسافة المطلوبة.

مثال 18: قطعة أرض على شكل مستطيل بعدها 486، 360 مترًا. قسمت هذه القطعة إلى مربعات متساوية. أوجد أكبر مساحة لهذه المربعات.

الحل: طول ضلع المربع هو القاسم (العامل) المشترك الأعظم للعددين 486، 360. ولهذا نجري التحليل الآتي:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 360 \\ 2 & 180 \\ 2 & 90 \\ 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 2 & 486 \\ 3 & 243 \\ 3 & 81 \\ 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

أي أن:

$$5 \times 3 \times 2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 486$$

$$5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 360$$

$$5 \times 2^2 \times 3^3 = 486$$

ويكون القاسم المشترك الأعظم الذي هو طول ضلع المربع

$$18 = 2 \times 3^2$$

وتكون أكبر مساحة لهذه المربعات هي:

$$364 = 18 \times 18$$

مثال 19: توزع كمية من السكر على أكوام متساوية، كل كوم يحتوي على قطع أوزانها 27 أو 45 أو 30 أو 20 جرامًا. أوجد أصغر كتلة من السكر التي تجعل هذا ممكنًا.

الحل: أصغر كتلة ممكنة هي المضاعف المشترك الأصغر، ولهذا نوجد المضاعف المشترك الأصغر لهذه الأعداد كالتالي:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 3 & 27 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

$$3^3 = 27 \quad \text{أي أن:}$$

$$5 \times 3^2 = 45$$

$$5 \times 3 \times 2 = 30$$

$$5 \times 2^2 = 20 \quad \text{ويكون المضاعف المشترك الأصغر هو:}$$

$$5 \times 3 \times 2^2 = 540 \quad \text{جرامًا.}$$

مثال 20: أوجد أكبر عدد الذي إذا قسم 179 و 234 كان باقي القسمة 3.

الحل: العدد المطلوب هو القاسم المشترك الأعظم للعددين:

$$179 - 3 = 176, \quad 234 - 3 = 231$$

ولإيجاده نجري التحليلين الآتين:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 231 \\ 7 & 77 \\ 11 & 11 \\ & 1 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 2 & 176 \\ 2 & 88 \\ 2 & 44 \\ 2 & 22 \\ 11 & 11 \\ & 1 \end{array}$$

$$11 \times 2^4 = 176 \quad \text{أي أن:}$$

$$11 \times 7 \times 3 = 231 \quad \text{ويكون القاسم المشترك الأعظم هو 11.}$$

مثال 21: قطعت أربعة أعواد من الخشب إلى أجزاء متساوية بحيث لم يفقد أي جزء منها وكانت أطوالها 140، 238، 168، 210 سنتيمترًا. أوجد أكبر طول ممكن لهذه الأجزاء المتساوية.

الحل: أكبر طول ممكن للأجزاء المتساوية هو القاسم (العامل) المشترك الأعظم للأعداد 140، 238، 168، 210. ولهذا نجري الآتي:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 210 \\ 3 & 105 \\ 5 & 35 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 2 & 168 \\ 2 & 84 \\ 2 & 42 \\ 3 & 21 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 2 & 238 \\ 7 & 119 \\ 17 & 17 \\ & 1 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r|l} 2 & 140 \\ 2 & 70 \\ 5 & 35 \\ 7 & 7 \\ & 1 \end{array}$$

$$7 \times 5 \times 2^2 = 140 \quad \text{أي أن:}$$

$$17 \times 7 \times 2 = 238$$

$$7 \times 3 \times 2^3 = 168$$

$$7 \times 5 \times 3 \times 2 = 210$$

ويكون العامل المشترك الأعظم أي طول أكبر جزء ممكن هو: $2 \times 7 = 14$ سنتيمترًا.

مثال 22: تجرى بطولة كأس العالم لكرة القدم كل أربع سنوات. إذا علمت أنه أجريت البطولة ذات مرة سنة 1954 حيث تقابل في المباراة النهائية فريقا المجر الرهيب، وكان المرشح الأول بلا منازع للبطولة، وألمانيا الغربية، وفازت ألمانيا الغربية على المجر بثلاثة أهداف مقابل هدفين، على الرغم من كونهما تقابلا في الأدوار التمهيدية وفازت المجر بثمانية أهداف مقابل ثلاثة!! فهل تجرى بطولة لكأس العالم في سنة 2030؟

الحل: المدة بين بطولة 1954، والبطولة المحتملة سنة 2030 هي:

$$2030 - 1954 = 76 \text{ سنة}$$

والآن $\frac{76}{4} = 19$ (عدد صحيح) إذن من الممكن أن توجد بطولة سنة 2030.

تمارين (مع حلول جزئية)

(1) ضع علامة | أي يقسم أو / لا يقسم في المربعات الآتية:

$$133 \square 19, 111 \square 11, 98 \square 8, 36 \square 4, 42 \square 7, 33 \square 7$$

$$5 \square 56, 6 \square 126, 13 \square 260, 17 \square 138.$$

(2) عيّن أ بحيث تكون التقريرات الآتية صحيحة:

$$15 | أ, 3 | أ, 1 | أ, 1 | أ, أ | أ$$

(3) ما العددان أ، ب اللذان يحققان: أ | ب، ب | أ؟

سنرمز فيما يلي لمجموعة قواسم عدد 12 مثلاً بالرمز $ف_{12}$ ، ونكتب:

$$ف_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}.$$

(4) هنا تنقص بعض القواسم. أكمل النواقص في المربعات الفارغة:

$$ف_{56} = \{1, 2, \square, \square, 8, \square, \square, 56\},$$

$$ف_{38} = \{1, \square, \square, 38\},$$

$$ف_{92} = \{1, \square, \square, \square, \square, 92\}.$$

$$ف_{72} = \{1, \square, \square, \square, 6, \square, 9, \square, 18, \square, 72\}.$$

(5) هنا ارتكبت بعض الأخطاء. صحح هذه الأخطاء بكتابة المجموعات الصحيحة:

$$ف_{32} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 16, 32\}.$$

$$ف_{31} = \{1, 3, 13, 31\}.$$

$$ف_{48} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 18, 24, 48\}.$$

$$ف_{46} = \{1, 2, 3, 4, 16, 23, 26, 46\}.$$

(6) عيّن الأعداد التي مجموعات قواسمها هي:

$$ف_{\square} = \{1, 2, \square, \square, \square, 12\}.$$

$$ف_{\square} = \{1, \square, \square, 35\}.$$

$$ف_{\square} = \{1, \square, \square, 106\}.$$

$$ف_{\square} = \{1, 2, 19, \square\}.$$

$$ف_{\square} = \{1, 2, 31, \square\}.$$

$$\{ \square, 11, 3, 1 \} = \square^{\text{م}}$$

سنرمز فيما يلي لمجموعة مضاعفات الرقم 8 مثلاً بالرمز $8^{\text{م}}$ ونكتب:

$$8^{\text{م}} = \{ \dots, 40, 32, 24, 16, 8 \}$$

(7) اكتب الستة أعداد الأولى في كل من المجموعات الآتية:

$$3^{\text{م}}, 5^{\text{م}}, 9^{\text{م}}, 11^{\text{م}}, 15^{\text{م}}, 20^{\text{م}}$$

(8) هل المجموعات الآتية مجموعات مضاعفات أعداد؟ اذكر السبب:

$$\{ \dots, 12, 10, 8, 6, 4, 2 \}, \{ \dots, 11, 9, 7, 5, 3, 1 \}$$

$$\{ \dots, 10,000, 1,000, 100, 10, 1 \}$$

(9) املاً المربعات الآتية:

$$\{ \dots, \square, 32, \square, \square, 8 \} = \square^{\text{م}}$$

$$\{ \dots, \square, \square, 21, 14, 7 \} = \square^{\text{م}}$$

$$\{ \dots, \square, \square, \square, 26, 13 \} = \square^{\text{م}}$$

$$\{ \dots, \square, \square, \square, 28, 14 \} = \square^{\text{م}}$$

$$\{ \dots, \square, \square, 45, 30, \square \} = \square^{\text{م}}$$

$$\{ \dots, \square, \square, 75, 50, \square \} = \square^{\text{م}}$$

$$\{ \dots, \square, \square, \square, 63, \square, \square \} = \square^{\text{م}}$$

$$\{ \dots, \square, 250, 200, \square, \square, \square \} = \square^{\text{م}}$$

$$\{ \dots, \square, \square, 108, 81, \square, \square \} = \square^{\text{م}}$$

$$\{ \dots, \square, \square, 128, 96, \square, \square \} = \square^{\text{م}}$$

(10) جمع من تلاميذ أحد فصول مدرسة 156 جنيهاً، بحيث يدفع كل تلميذ 7 جنيهاً. هل

يمكن أن يكون هذا صحيحاً؟

(11) ضع علامة | أو / المعرفتين من قبل في المربعات الآتية:

$$342 \square 19, \quad 65 \square 17, \quad 189 \square 9, \quad 88 \square 6$$

(12) اذكر عددين لهما بالضبط:

(ج) 6 قواسم

(ب) 3 قواسم

(أ) 4 قواسم

- حل (أ): كل عدد له قاسمان كما نعلم 1 ، العدد نفسه. يتبقى أن يوجد قاسمان فنأخذ عددين أوليين حتى نضمن وجود أربعة قواسم فقط.
- لنأخذ مثلاً العددين الأوليين 2 ، 3 فتكون القواسم هي: 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، والعدد هو 6 بالطبع.
- أوجد عددًا آخر بالطريقة نفسها.
- حل (ب): خذ عددًا أوليًا مثل 5. فيكون مربعه 25 ، وتكون قواسم 25 هي 1 ، 5 ، 25. أوجد عددًا آخر بالطريقة نفسها.
- حل (ج): خذ عددًا أوليًا مثل 2. مضاعفات 2 هي: 1 ، 2 ، 4 ، 8 ، 16 ، 32. وهو ما يحقق المطلوب. أوجد عددًا آخر بالطريقة ذاتها.
- (13) اذكر ثلاثة أعداد لها بالضبط:
- (أ) قاسمان (ب) خمسة قواسم.

نذكر الآن قواعد القسمة على 25 ، 125 ، 100 ، 1000 ، ...

يقبل العدد القسمة على 25 إذا كان رقمه الأخيران (من جهة اليمين) يقبلان القسمة على 25.

ويقبل العدد القسمة على 125 إذا كانت أرقامه الثلاثة الأخيرة (من جهة اليمين) تقبل القسمة على 125.

ويقبل القسمة على 100 إذا كان رقمه الأخيران (من جهة اليمين) صفران

ويقبل القسمة على 1,000 إذا كانت أرقامه الثلاثة الأخيرة (من جهة اليمين) هي ثلاثة أصفار، وهكذا بالنسبة إلى 10,000 ، ...

- (14) عين جميع الأعداد ما بين 37 ، 362 التي تقبل القسمة على 25 ، على 125.
- (15) عين من بين الأعداد الآتية التي تقبل القسمة على 4 ، 6 ، 25 ، 125 ، 100 ، 1,000 :
- 53 ، 625 ، 10,458 ، 660 ، 6,828 ، 28,144 ، 375 ، 1,000 ، 87,875 ، 59,625 ، 98,750 ، 37,000 ، 48,500 ، 23,375 ، 6,740 ، 4,500 ، 5,000 ، 7,500 ، 85,420 ، 5,200.

(16) ضع «قاسم ل» أو «مضاعف ل» في المربعات الآتية:

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
| (أ) $84 \square 6$ | (د) $72 \square 9$ | (ز) $84 \square 12$ | (ك) $375 \square 125$ |
| (ب) $1 \square 27$ | (هـ) $8 \square 96$ | (ح) $9 \square 72$ | (ل) $15 \square 90$ |
| (ج) $19 \square 171$ | (و) $121 \square 11$ | (ط) $11 \square 143$ | (م) $17 \square 289$ |

(17) اكتب مضاعفات العدد 4 من:

(أ) 50 إلى 70 (ب) 75 إلى 95 (ج) 105 إلى 135 (د) 485 إلى 545

(18) اعتبر الأعداد:

(أ) 836 ، 600 ، 145 ، 275 ، 400

(ب) 1,475 ، 1,316 ، 1,004 ، 1,200

(ج) 4,175 ، 9,700 ، 3,525 ، 2,324

(د) 34,572 ، 27,300 ، 51,864 ، 44,450

اختبر أي هذه الأعداد يقبل القسمة على: (أ) 4 . (ب) 25

(19) اختبر أي السنوات كبيسة فيما يلي:

1848 ، 1872 ، 1894 ، 1902 ، 1904 ، 1924 ، 1944 ، 1958 ، 1960 ، 1970 ،

1988 ، 1992 ، 2002 ، 2008 .

(20) أوجد عددًا من أربعة أرقام يكون:

(أ) يقبل القسمة على 4 ، 25

(ب) يقبل القسمة على 25 لكنه لا يقبل القسمة على 4

(ج) يقبل القسمة على 4 لكنه لا يقبل القسمة على 25

(د) لا يقبل القسمة على 4 ولا يقبلها على 25

(21) اذكر - إن وجد -:

(أ) عددًا يقبل القسمة على 2 ، لكنه لا يقبل القسمة على 4

(ب) يقبل القسمة على 2 ، ويقبل القسمة على 4

(ج) يقبل القسمة على 4 ، لكنه لا يقبل القسمة على 2

(د) لا يقبل القسمة على 4 ولا على 2 .

قواعد أخرى لقابلية القسمة:

(1) إذا كان كل جزء من عدد قابلاً للقسمة على عدد آخر، فإن العدد الأول يكون قابلاً للقسمة على العدد الآخر.

(2) إذا كان جزء من عدد قابلاً للقسمة على عدد آخر، وجزؤه الثاني غير قابل للقسمة على العدد الآخر، فإن العدد الأول لا يكون قابلاً للقسمة على العدد الآخر.

(3) ربما يكون جزءا عدد غير قابلين للقسمة على عدد آخر، لكن العدد نفسه يقبل القسمة على العدد الآخر.

(4) عندما تكون مجموعة من الأعداد تقبل القسمة على عدد ما، فإن مجموع هذه الأعداد أيضًا يقبل القسمة على هذا العدد المقسوم عليه.

(5) إذا كانت مجموعة من الأعداد - فيما عدا واحدًا - تقبل القسمة على عدد ما، فإن مجموع هذه الأعداد لا يقبل القسمة على العدد المقسوم عليه.

(22) اقسم العدد 161 إلى جزئين: 21، 140. اختبر قابلية القسمة على 7 بالنسبة للعدد 161 وأجزائه.

$$\text{الحل: } 20 = \frac{140}{7}, \quad 3 = \frac{21}{7}$$

أى أن الجزئين قبلا القسمة على 7

والآن $23 = \frac{161}{7}$ يقبل القسمة على 7 (انظر القاعدة (1) أعلاه)

(23) اقسم العدد 558 إلى جزئين 54، 504. اختبر قابلية القسمة للجزئين وللعدد على 18.

(24) اقسم العدد 470 إلى جزئين 20، 450. اختبر قابلية القسمة على 15 للأعداد 470، 450. (انظر القاعدة (2) أعلاه).

(25) اقسم العدد 450 إلى قسمين 50، 400. اختبر قابلية القسمة للأعداد 450، 400، 50، على 15 (انظر القاعدة (3) أعلاه).

(26) اختبر قابلية القسمة على 3 للأعداد 6، 15، 27، 81 ولمجموعها (انظر القاعدة (4) أعلاه).

(27) اختبر قابلية القسمة على 4 للأعداد 16، 32، 56، 14 ولمجموعها. انظر القاعدة (5) أعلاه.

(28) من خلال تقسيم مناسب للأعداد الآتية اختبر قابلية القسمة:

(أ) 735 على 7	(هـ) 1,785 على 17	(ط) 2,163 على 7	(م) 13,339 على 13
(ب) 333 على 11	(و) 2,856 على 14	(ي) 3,876 على 19	(ن) 265,106 على 53
(جـ) 8,877 على 22	(ز) 326 على 13	(ك) 6,265 على 31	(س) 751 على 17
(د) 14,194 على 47	(ح) 751 على 7	(ل) 213,143 على 71	(ع) 93,062 على 31

$$\text{حل (أ)} \quad 700 + 35 = 735$$

$$7 \mid 35 \text{ (لأن } 35 = 5 \times 7 \text{) ، } 7 \mid 700 \text{ ،}$$

$$735 = 7 \times 105 \text{ (انظر القاعدة (1))}$$

$$\text{حل (ب) } 3 + 330 = 333$$

$$11 \mid 330 \text{ ، } 11 \nmid 3 \text{ ، } 11 \nmid 333 \text{ (انظر القاعدة (2))}$$

$$\text{حل (ج) } 8,800 + 77 = 8,877$$

$$22 \mid 8,800 \text{ (لأن } 8,800 = 22 \times 400 \text{)}$$

$$22 \nmid 77 \text{ ، } 22 \nmid 8,877 \text{ (انظر القاعدة (2))}$$

$$\text{حل (د) } 14,100 + 94 = 14,194$$

$$47 \mid 14,100 \text{ (لأن } 14,100 = 47 \times 300 \text{)}$$

$$47 \mid 94 \text{ ، } 47 \mid 14,194 \text{ (لأن } 14,194 = 47 \times 302 \text{) (انظر القاعدة (1)) وأكمل ...}$$

(29) أي الأعداد الآتية يقبل القسمة على 7:

$$2,171, 63,840, 14,042, 4,963, 3,514, 2,814, 1,435, 784, 771, 763, 2,815.$$

(30) أي الأعداد الآتية يقبل القسمة على 17:

$$1,734, 1,768, 1,771, 3,435, 3,468, 5,134, 6,851, 6,867, 8,551, 13,670, 13,657, 17,357, 15,317$$

(31) اختبر إذا ما كان أ | ب ، ج | د فإن (أ + ج) | (ب + د) حيث أ ، ب ، ج ، د أعداد طبيعية، وذلك باختيارات مناسبة لـ أ ، ب ، ج ، د .

(32) ليكن لدينا عدد مجموع أرقامه أكبر من 9 . نستطيع أن نغير في وضع هذه الأرقام بالنسبة إلى بعضها فيبقى المجموع كما هو . ماذا نستنتج من هذا بالنسبة لقابلية القسمة على 9 ؟

(33) اعتبر العدد 294,593 . لاختبار قابلية القسمة على 9 احذف الرقم 9 الذي ظهر مرتين .

طبق قاعدة قابلية القسمة على 9 ، ما المناظر لهذه الطريقة في حالة قابلية القسمة على 3 ؟

(34) اذكر أصغر عدد يتكون من ثلاثة أرقام ويكون قابلاً للقسمة على:

$$\text{(أ) } 2, 3 \quad \text{(ب) } 3, 5 \quad \text{(ج) } 2, 5$$

$$\text{(د) } 2, 9 \quad \text{(هـ) } 3, 10 \quad \text{(و) } 5, 9$$

$$\text{حل (أ): } 102 \quad \text{(ب) } 105 \text{ ، وأكمل ...}$$

(35) اذكر أصغر وأكبر عدد يتكون من رقمين، ويكون قابلاً للقسمة على:

(أ) 5 ، 2 (ب) 4 ، 3 (ج) 8 ، 4 (د) 5 ، 3 ، 2

حل (أ): أصغر عدد هو 10 ، أكبر عدد هو 90 ، وأكمل ..

(36) اذكر أصغر وأكبر عدد يتكون من ثلاثة أرقام ويكون قابلاً للقسمة على:

(أ) 5 ، 4 (ب) 8 ، 6 (ج) 6 ، 3 (د) 7 ، 4 ، 3

حل: (أ) أصغر عدد هو 100 ، وأكبر عدد هو 980 ، وأكمل ...

(37) اذكر - إذا وجد - عددًا:

(أ) يقبل القسمة على 3 ، ولا يقبل القسمة على 6

(ب) يقبل القسمة على 3 وعلى 6 .

(ج) يقبل القسمة على 6 ، ولا يقبل القسمة على 3

(د) لا يقبل القسمة على 3 ولا يقبل القسمة على 6 .

(38) اضرب مثالين إذا كانت العبارة صحيحة، واضرب مثالاً واحداً إذا كانت خاطئة في

العبارات التالية:

(أ) إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 ، وعلى 3 فهو يقبل القسمة على 6

(ب) إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 ، وعلى 5 فهو يقبل القسمة على 10

(ج) إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 ، وعلى 9 فهو يقبل القسمة على 18

(د) إذا كان العدد يقبل القسمة على 3 ، وعلى 9 فهو يقبل القسمة على 27

(هـ) إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 ، وعلى 4 فهو يقبل القسمة على 8

(و) إذا كان العدد يقبل القسمة على 6 ، وعلى 8 فهو يقبل القسمة على 48

(ز) إذا كان العدد يقبل القسمة على 42 ، فهو يقبل القسمة على 7

حل (د): العبارة خاطئة. مثال مضاد للعبارة: العدد 18 (لاحظ أنه يوجد قاسم مشترك بين 3 ،

9)

حل (هـ): العبارة خاطئة. مثال مضاد للعبارة، العدد 12 (لاحظ أنه يوجد قاسم مشترك بين

4 ، 2).

(39) ضع رقمًا في كل مربع فارغ بحيث يكون العدد قابلاً للقسمة على العدد المعطى:

(أ) القاسم 15:

3 □ 30 ، 6 □ 35 ، □ 420 ، 37 □ 5

(ب) القاسم 6:

$$12 \square 8, 12 \square 2, 7 \square 4, 4 \square 3$$

(ج) القاسم 12:

$$\square 2, 224, 8 \square 4, \square 0, 3 \square$$

حل جزء من (أ): $37 \square 5$ حتى يقبل القسمة على 15 يجب أن يقبل القسمة على 3 وعلى 5 العدد انتهى بـ 5، فهو يقبل القسمة في جميع الأحوال على 5. حتى يقبل القسمة على 3 يجب أن يكون مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3. بوضع الرقم 3 في المربع يكون مجموع أرقامه: $18 = 5 + 3 + 7 + 3$

وهو يقبل القسمة على 3. فيصالح أن يكون العدد المطلوب هو 3,735
حل جزء من (ج): $\square 2, 224$ يقبل القسمة على 4 لأن آخر رقمين فيه (من جهة اليمين) 24، و 24 يقبل القسمة على 4. يتبقى أن يقبل القسمة على 3 ولهذا نضع مثلاً 2 فيكون مجموع أرقامه: $12 = 4 + 2 + 2 + 2 + 2$

وهو يقبل القسمة على 3. فيصالح أن يكون العدد 22,224
لاحظ أننا هنا اخترنا عددين لا يوجد قاسم مشترك بينهما هما 3، 4.
هذا الإجراء لا يكون صحيحاً إذا كان اختيارنا لعددين مثل 2، 6 بينهما قاسم مشترك.
(40) اختبر إذا ما كانت التقريبات الآتية صحيحة أو خاطئة:

(أ) $9 \mid (108 + 90)$	(ب) $6 \mid (600 - 60)$	(ج) $9 \mid 12,345$
(د) $3 \mid (11 + 241)$	(هـ) $11 \mid (7 \times 33)$	(و) $(7 \times 2) \mid 63$
(ز) $(5 \times 3) \mid 195$	(ح) $9 \mid (11 \times 3 - 654)$	(ط) $7 \mid (4 + 100 \times 5)$

(41) اكتب جميع الأعداد الأولية التي تقع بين:

(أ) 160، 130	(ب) 210، 160	(ج) 220، 260
--------------	--------------	--------------

- (42) ما: (أ) أصغر عدد أولي يتكون من رقمين؟
(ب) أكبر عدد أولي يتكون من رقمين؟
(ج) أصغر عدد أولي يتكون من ثلاث أرقام؟
(د) أكبر عدد أولي يتكون من ثلاثة أرقام؟
(43) هل العبارات الآتية صحيحة أم خاطئة؟ اضرب أمثلة
(أ) لا يوجد عدد أولي زوجي
(ب) لا يوجد عددان أوليان الفرق بينهما 1.

(ج) لا يوجد عدداً أوليان الفرق بينهما 5.

(د) يوجد عدد أولي قاسم لعدد أولي آخر.

حل (ج): كل الأعداد الأولية فيما عدا 2 فردية. فإذا أضفنا 5 إلى العدد الأولي 2 أصبح لدينا 7 وهو عدد أولي إذن العبارة خاطئة.

(44) حلل إلى العوامل الأولية:

(أ) 1,100 (ب) 2,888 (ج) 1,408 (د) 2,142

(هـ) 1,053 (و) 6,688 (ز) 7,371 (ح) 1,944

(45) ما العدد الذي يكتب في صورة حاصل ضرب أعداد أولية كالآتي:

(أ) $5 \times 2^3 \times 4^2$ (ب) $7 \times 2^3 \times 5^2$ (ج) $13 \times 7 \times 5^2$ (د) 13×11^2

(46) ليكن لدينا العدد $5 \times 2^3 \times 3^2$ اكتب جميع قواسم العدد.

كرر العملية نفسها مع العددين: 7×2^3 ، $5 \times 2^3 \times 3^2$

(47) ليكن لدينا المثال: $5 + 3 = 8$

(أ) اختبر كما في المثال: كل الأعداد الزوجية من 4 حتى 30 يمكن أن تكتب في صورة حاصل جميع عددين أوليين.

(ب) اختبر إذا ما كانت القاعدة (أ) صحيحة للأعداد الزوجية من 32 حتى 50.

(48) نظرية ديريشليت: بين كل عدد أكبر من 1 وضعفه يوجد عدد أولي واحد على الأقل. حقق هذا للأعداد ابتداء من 5 حتى 15.

(49) الطريقة البدائية لتعيين القاسم المشترك الأعظم لعددين

أوجد القاسم المشترك الأعظم للعددين 42 ، 48

الحل: قواسم 48 هي: 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 6 ، 8 ، 12 ، 16 ، 24 ، 48

قواسم 42 هي: 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 7 ، 14 ، 21 ، 42

ويكون القاسم المشترك الأعظم للعددين 42 ، 48 هو 6

(50) أوجد بالطريقة البدائية القاسم المشترك الأعظم للعددين 144 ، 40

(51) طريقة سريعة لتعيين القاسم المشترك الأعظم لعددين

أوجد بطريقة سريعة القاسم المشترك الأعظم للعددين 42 ، 48

الحل: (أ) نبدأ بالعدد الأصغر ونوجد قواسمه وهي كما سبق:

1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 7 ، 14 ، 21 ، 42

(ب) نجرب هذه القواسم مبتدئين من الأكبر ثم الأصغر إن كانت تقسم العدد الأكبر 48 فنجد أن أكبر هذه الأعداد الذي يقسم 48 هو 6 ، فيكون 6 هو القاسم المشترك الأعظم لـ 42 ، 48 .
(52) أوجد بطريقة سريعة القاسم المشترك الأعظم للعددين 40 ، 144 .
(53) أوجد بالطريقتين السابقتين المضاعف المشترك الأصغر لكل من:

(أ) 52 ، 8	(ب) 17 ، 8	(ج) 60 ، 45	(د) 32 ، 4
(هـ) 84 ، 56	(و) 28 ، 21	(ز) 102 ، 85	(ح) 128 ، 80
(ط) 95 ، 57	(ي) 120 ، 86	(ك) 420 ، 151	(ل) 1,440 ، 750
(م) 567 ، 400	(ن) 970 ، 940	(س) 1,024 ، 512	(ف) 111 ، 210

(54) لدى الطفلة / سلمى مجموعة أعواد من الخشب الرقيق أطوالها 24 سم، 30 سم. وهي تريد أن تقسمها جميعاً بحيث تكون بأطوال جديدة كلها متساوية وأكبر ما يمكن. كيف تقسم سلمى الأعواد دون أن تفقد أية أجزاء من الأعواد؟

(55) يراد تغطية أرض حمام على شكل مستطيل بعدها 400 سم، 500 سم بمربعات رخامية تكون مساحتها أكبر ما يمكن. كم تكون مساحة هذه المربعات؟

(56) ما أكبر قاسم مشترك أعظم لعددين أوليين؟

(57) هات عددين تكون الأعداد الآتية قواسم مشتركة عظمى لها:

(أ) 6 (ب) 8 (ج) 12 (د) 13 (هـ) 15

(58) عيّن القاسم المشترك الأعظم للأعداد الآتية:

(أ) 27 ، 15 ، 12	(ب) 28 ، 20 ، 12	(ج) 20 ، 18 ، 12
(د) 32 ، 20 ، 8	(هـ) 36 ، 20 ، 18	(و) 27 ، 15 ، 9
(ز) 42 ، 36 ، 24	(ح) 45 ، 36 ، 27	(ط) 65 ، 52 ، 39
(ي) 140 ، 70 ، 28	(ك) 91 ، 65 ، 26	(ل) 90 ، 30 ، 15

حل (أ): قواسم 12 هي: 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 6 ، 12

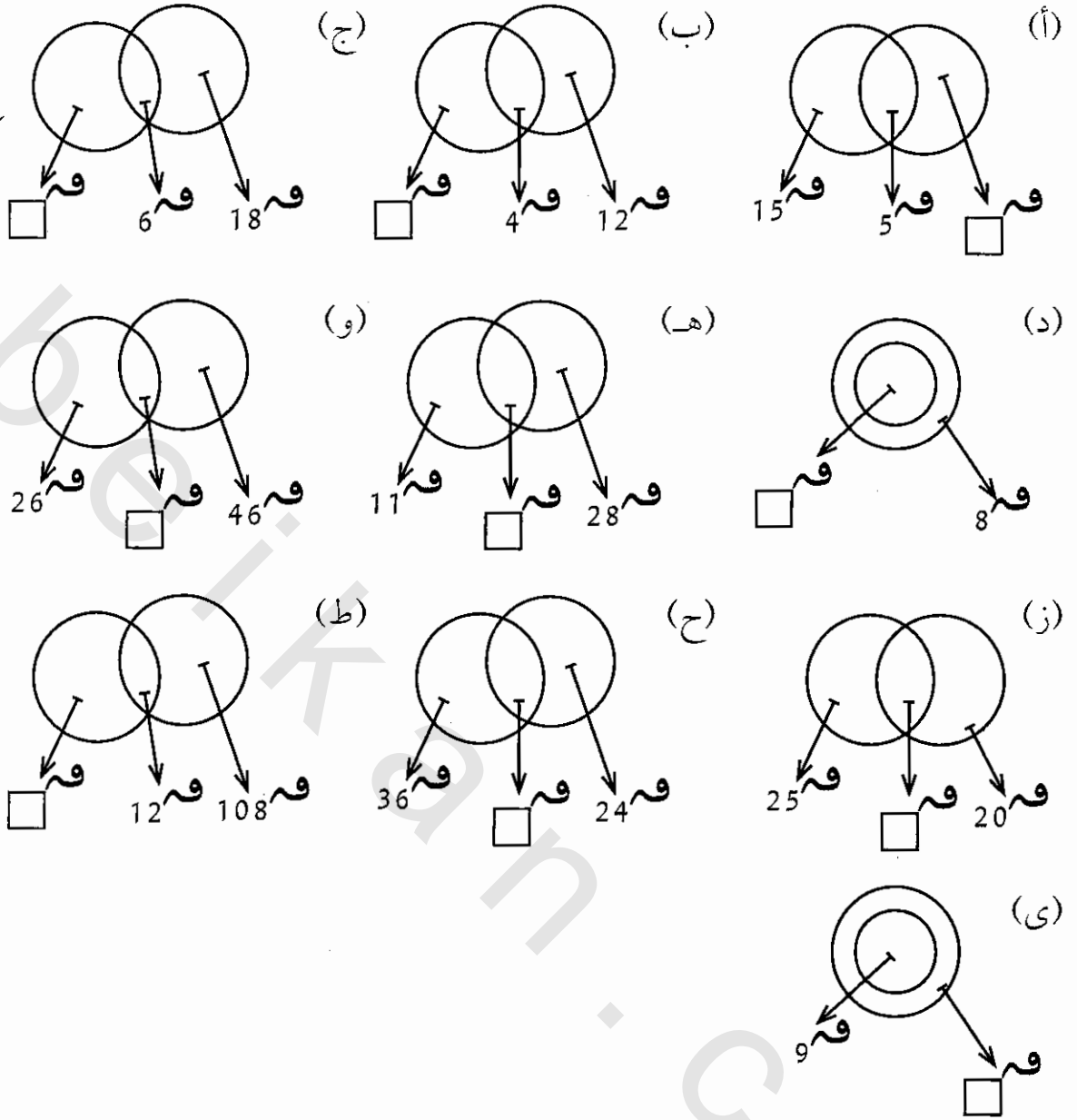
قواسم 15 هي: 1 ، 3 ، 5 ، 15

قواسم 27 هي: 1 ، 3 ، 9 ، 27

ويكون القاسم المشترك الأعظم للأعداد هو 3

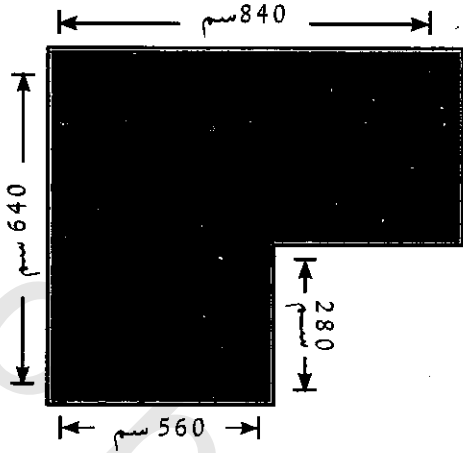
(59) حاوية على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 36 ، 60 ، 100 ديسيمتر (=10 سم) يراد ملؤها بمكعبات يكون حجمها أكبر ما يمكن. ما حجم أي مكعب منها؟

(60) املا المربعات الخالية. هناك حلول متعددة:



(61) باستخدام طريقة التحليل إلى عوامل أولية (أمثلة 11، 12، 13) أوجد القاسم المشترك الأعظم للأعداد:

(أ) 36، 20، 14	(ب) 110، 52، 25	(ج) 84، 56، 42
(د) 760، 420، 360	(هـ) 218، 48، 104	(و) 232، 124، 128
(ز) 490، 239، 115	(ح) 128، 464، 132	(ط) 990، 288، 344
(ي) 216، 120، 296	(ك) 225، 390، 245	(ل) 1,050، 920، 530



(62) يراد تبليط المساحة الموضحة بأكبر بلاطات مربعة ممكنة ولا يجوز كسر أية بلاطة. البلاط الموجود له الأبعاد: 5 سم، 10 سم، 20 سم، 40 سم، 50 سم. ما البلاط الذي يحقق المطلوب؟

أوجد كذلك تكلفة التبليط إذا تم ذلك ببلاط من الصنف 40 سم × 40 سم إذا كان سعر البلاطة 18 جنيهاً، وكانت تكلفة التبليط 52 جنيهاً للمتر المربع.

(63) أوجد عددين غير أوليين ويكون القاسم المشترك الأعظم لهما 1.

(64) أوجد عددين أ، ب بحيث يكون:

(أ) القاسم المشترك الأعظم لهما 5

(ب) القاسم المشترك الأعظم لهما $\frac{1}{3}$

(65) ليكن القاسم المشترك الأعظم للعددين أ، ب هو 6 عين ج بحيث يكون القاسم المشترك الأعظم للأعداد أ، ب، ج كذلك هو 6.

(66) الطريقة البدائية لتعيين المضاعف المشترك الأصغر لعددين.

أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 4، 6

الحل: مضاعفات 4 هي: 4، 8، 12، 16، 20، 24، 28، 32، 36، ...

مضاعفات 6 هي: 6، 12، 18، 24، 30، 36، 42، 46، ...

وتكون المضاعفات المشتركة للعددين هي: 12، 24، 36، ...

ويكون المضاعف المشترك الأصغر لهما هو 12.

(67) أوجد بالطريقة البدائية المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12، 14

(68) طريقة سريعة لتعيين المضاعف المشترك الأصغر لعددين

أوجد بطريقة سريعة المضاعف المشترك الأصغر للعددين 8، 10

الحل: (1) خذ العدد الأكبر وهو 10

(2) ضاعف العدد 10: لدينا 10 وهي ليست مضاعفاً لـ 8

لدينا 20: وهو ليس مضاعفاً لـ 8

لدينا 30: وهو ليس مضاعفاً لـ 8

لدينا 40: وهو مضاعف لـ 8

ويكون 40 هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين

(69) أوجد بالطريقتين السابقتين المضاعف المشترك الأصغر للأعداد:

(أ) 12 ، 10 (ب) 75 ، 125 (ج) 24 ، 36

(د) 60 ، 210 (هـ) 10 ، 155 (و) 13 ، 23

(ز) 260 ، 300 (ح) 14 ، 180 (ط) 7 ، 20

(ي) 12 ، 19 (ك) 360 ، 480 (ل) 390 ، 650

(70) في التمرين السابق مباشرة هل تلاحظ فرقاً بين أرقام (أ) ، (ب) ، (ج) مثلاً وبين (و) ، (ط) ، (ي) ؟ كيف أثر ذلك على الأجوبة؟

(71) أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد: 10 ، 6 ، 5

الحل: مضاعفات 5 هي: 5 ، 10 ، 15 ، 20 ، 25 ، 30 ، 35 ، 40 ، 45 ، 50 ، ...

مضاعفات 6 هي: 6 ، 12 ، 18 ، 24 ، 30 ، 36 ، 42 ، 48 ، 54 ، ...

مضاعفات 10 هي: 10 ، 20 ، 30 ، 40 ، 50 ، 60 ، ...

واضح أن المضاعف المشترك الأصغر للأعداد هو 30

(72) أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد:

(أ) 4 ، 6 ، 12 (ب) 5 ، 8 ، 10 (ج) 2 ، 5 ، 11

(د) 5 ، 10 ، 25 (هـ) 6 ، 9 ، 10 (و) 3 ، 4 ، 5

(ز) 6 ، 7 ، 8 (ح) 15 ، 20 ، 30 ، 45 (ط) 3 ، 6 ، 8 ، 12

(ي) 4 ، 6 ، 12 ، 15 (ك) 4 ، 6 ، 12 ، 20 (ل) 4 ، 5 ، 7 ، 9

(73) أوجد عددين أ ، ب بحيث يكون المضاعف المشترك الأصغر لهما هو أ .

(74) أوجد بطريقة التحليل إلى عوامل أولية (مثال 14) المضاعف المشترك الأصغر للأعداد:

(أ) 15 ، 35 (ب) 16 ، 24 (ج) 13 ، 17

(د) 30 ، 48 (هـ) 48 ، 56 ، 72 (و) 18 ، 30 ، 45

(ز) 160 ، 240 ، 320 (ح) 210 ، 280 ، 420 (ط) 3 ، 6 ، 8 ، 12

(ي) 15 ، 20 ، 30 ، 45 (ك) 6 ، 12 ، 18 ، 27 (ل) 5 ، 7 ، 11 ، 13

قاعدة:

حاصل ضرب عددين أ ، ب = حاصل ضرب قاسمهما المشترك الأعظم

× مضاعفهما المشترك الأصغر

(75) حقق القاعدة السابقة للعددين 30 ، 75

الحل: $5 \times 3 \times 2 = 30$ ، $5 \times 5 \times 3 = 75$

القاسم المشترك الأعظم $5 \times 3 = (15)$

المضاعف المشترك الأصغر $5 \times 5 \times 3 \times 2 = (150)$

حاصل ضرب العددين $75 \times 30 =$

$$5 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 2 =$$

$$5 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2 =$$

حاصل ضرب القاسم المشترك الأعظم $\times$ المضاعف المشترك الأصغر

$$5 \times 5 \times 3 \times 2 \times 5 \times 3 =$$

$$5 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2 =$$

وهذا يحقق القاعدة

(ملحوظة: استخدمنا هنا خصائص عملية الضرب: إبدال، تشاركي كما ورد في 1 - 4).

(76) احسب القاسم المشترك الأعظم ثم استخدم القاعدة السابقة، واحسب المضاعف

المشترك الأصغر للأعداد الآتية:

(أ) 150 ، 117 (ب) 35 ، 63 (ج) 125 ، 175 (د) 345 ، 405

(77) حاصل ضرب عددين هو 180. مضاعفهما المشترك الأصغر هو 90. أوجد قاسمهما

المشترك الأعظم، ثم أوجد العددين.

الحل: القاسم المشترك الأعظم $= \frac{180}{90} = 2$

واضح أن العددين يمكن أن يكونا 2 ، 90 ، كذلك يمكن أن يكونا 10 ، 18 ... هناك بصفة عامة حلول

متعددة إذا علم المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأعظم وطُلب معرفة العددين.

(78) إذا كان القاسم المشترك الأعظم لعددين هو 20 وكان مضاعفهما المشترك الأصغر هو

100 فما العددا؟

(79) إذا كان القاسم المشترك الأعظم لعددين أ ، ب هو 6 ، وكان مضاعفهما المشترك

الأصغر هو 216 فاحسب أ. ب ، أ. ب.

(80) كيف تصبح القاعدة السابقة

حاصل ضرب عددين = حاصل ضرب قاسمهما المشترك الأعظم

$\times$ مضاعفهما المشترك الأصغر إذا كان:

(أ) العددان ليس بينهما قواسم مشتركة؟

(ب) أحد العددين قاسمًا للعدد الآخر؟

الحل:

(أ) القاسم المشترك الأعظم بينهما = 1،

المضاعف المشترك الأصغر = حاصل ضرب العددين.

(ب) القاسم المشترك الأعظم هو العدد الأصغر،

المضاعف المشترك الأصغر هو العدد الأكبر.

(81) احسب فيما يلي العددين أ، ب ومضاعفهما المشترك الأصغر إذا علمت أن:

(أ) أ.ب = 80، فـ (أ، ب) = 2 (ب) أ.ب = 75، فـ (أ، ب) = 5

(ج) أ.ب = 150، فـ (أ، ب) = 5 (د) أ.ب = 63، فـ (أ، ب) = 1

(هـ) أ.ب = 490، فـ (أ، ب) = 7 (و) أ.ب = 128، فـ (أ، ب) = 8

تذكر أنه - كما ورد في تمرين (78) توجد حلول متعددة بصفة عامة. فـ (أ، ب) هو القاسم المشترك الأعظم لـ أ، ب.

حل (د): يمكن أن يكون أ = 9، ب = 7، أو أ = 63، ب = 1

(82) هل القاعدة السابقة صحيحة إذا كان لدينا ثلاثة أعداد وليس اثنان؟ خذ كأمثلة:

أ = 3، ب = 4، ج = 5؛ أ = 4، ب = 6، ج = 10؛

أ = 15، ب = 30، ج = 10.

(83) لأية أعداد أ تكون المقولات الآتية صائبة:

أ | 25؛ 7 | أ؛ أ | 42؛ أ | أ؛ 6 مضاعف لـ أ؛ 11 مضاعف لـ أ؛ أ مضاعف لـ أ،

(أ + 1) | 16؛ أ | (أ + 1)؛ 4 | (أ + 1)

حل 6 مضاعف لـ أ: أ = 1 أو 2 أو 3 أو 6

حل 4 | (أ + 1): أ = 3 أو 7 أو 11 أو ...

(84) في سباق للدراجات على شكل دائرة يكمل محمد الدائرة بعد 30 ثانية، بينما يكملها

طه بعد 40 ثانية ويكملها يس بعد 50 ثانية. بعد كم ثانية من بدء السباق يلتقي الثلاثة عند نقطة

بدء السباق؟

(85) اذكر أصغر وأكبر عدد يتكون من ثلاثة أرقام ويكون قابلاً للقسمة على:

(أ) 2، 3 (ب) 5، 6 (ج) 4، 6 (د) 2، 3، 4 (هـ) 5، 6، 15

(و) 4، 7، 10 (ز) 5، 7، 11 (ح) 3، 5، 37

(86) في اختبار للدراجات في فناء مدرسة يجري اختبار الطارات كل ثلاث دراجات، واختبار الإضاءة كل خمس دراجات. عند أية دراجة سيجري الاختباران معاً؟
 (87) ثلاث متسابقات يجرين حول مدار الاستاد الذي طوله 400 متر. تدور الأولى حوله في 60 ثانية، والثانية في 80 ثانية والثالثة في 110 ثانية. بعد كم ثانية من بداية الانطلاق تلتقي الثلاث؟

(88) سيارة جيب محيط إطار العجلة الأمامية 180 سم، محيط إطار العجلة الخلفية 420 سم. عمل بالطباشير علامة عند تلامس كل من الإطارين بالأرض. ما المسافة التي تعود فيها العلامتان إلى وضعهما الأول؟

(89) تصدر ثلاث صحف أسبوعية (أ، ب، ج) وفي كل منها برنامج التليفزيون المناظر. يشتري مراد الصحيفة (أ) كل أسبوعين، ويشتري مكرم الصحيفة (ب) كل ثلاثة أسابيع، ويشتري سعد الصحيفة (ج) كل أربعة أسابيع.

(أ) بدأ الثلاثة مراد ومكرم وسعد شراء الصحف في الأسبوع الأول. بعد كم أسبوع يقرأ الثلاثة البرنامج نفسه؟ كم مرة يحدث هذا في العام؟

(ب) في أي أسبوع يقرأ اثنان منهما البرنامج نفسه؟
 (ج) أجب عن (أ)، (ب) في حالة أن مراد اشترى الصحيفة في الأسبوع الأول، بينما اشترى مكرم الصحيفة في الأسبوع الثاني، اشترى سعد الصحيفة في الأسبوع الثالث.

(90) اجتمع سبعة زبائن ذات يوم في مطعم... الأول يأتي كل يوم، الثاني كل يومين، والثالث كل ثلاثة أيام وهكذا... تظاهر صاحب المطعم بالكرم وقال لهم إنه سيدبح لهم خروفاً في المرة القادمة إذا اجتمعوا جميعاً، على ظن منه أنهم لن يجتمعوا أبداً. لكنهم لسوء حظه اجتمعوا، فمتى حدث هذا؟

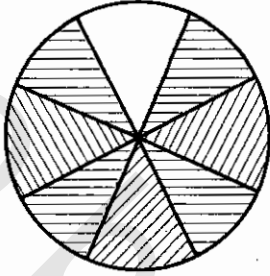
2 - تعريف

الكسر هو عدد يكتب على الشكل $\frac{أ}{ب}$ حيث أ، ب عدنان طبيعيان، ب لا يساوي الصفر. (ستوسع فيما بعد في تعريف الكسر) يسمى البسط، ب المقام. ونقرأ: أمقسوماً على ب. وإذا كان البسط أصغر من المقام يقال إن الكسر اعتيادي، وغير ذلك يسمى غير اعتيادي.

مثال 1:

الكسور الآتية اعتيادية: $\frac{0}{1}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$

الكسور الآتية غير اعتيادية: $\frac{15}{1}$ ، $\frac{9}{4}$ ، $\frac{10}{2}$



المنطقة المهيشرة في الشكل المقابل تمثل $\frac{7}{8}$ مساحة الدائرة.

مثال 2: إذا كان عدد الأساتذة في قسم ما بإحدى الجامعات 15 أستاذًا، وكان عدد أعضاء هيئة التدريس بالقسم 90 فكم يكون كسر الأساتذة إلى أعضاء هيئة التدريس بالقسم؟

الحل: الكسر هو $\frac{15}{90} = \frac{1}{6}$ (بقسمة البسط والمقام على 15).

ملحوظة: يقال كذلك إن نسبة الأساتذة إلى أعضاء هيئة التدريس هي $\frac{1}{6}$

مثال 3: في مجلس الشعب المصري كانت نتيجة الاقتراع على مشروع ما موافقة 370 واعتراض 84. كم تكون نسبة (كسر) المعارضين على المشروع؟

الحل: عدد النواب الذين صوتوا على المشروع

$$454 = 84 + 370 =$$

ويكون نسبة (كسر) النواب المعارضين

$$\frac{84}{454} = \frac{42}{227} \text{ (بقسمة البسط والمقام على 2)}$$

تعريف:

يقال إن الكسرين $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ج}{د}$ ، حيث $ب \neq 0 \neq د$ ، متكافئان

إذا كان $أ د = ب ج$

(المقصود بـ «أ د» هو أ.د، أي حاصل الضرب $أ \times د$)

ونكتب $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$ ، حيث $ب \neq 0 \neq د$

$$\text{مثال 4: } \dots = \frac{50}{100} = \dots = \frac{25}{50} = \dots = \frac{20}{40} = \dots = \frac{5}{10} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{مثال 5: } \dots = \frac{6}{36} = \frac{5}{30} = \frac{4}{24} = \frac{3}{18} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

لاحظ أننا نستطيع أن ننشئ كسورًا متكافئة وذلك بضرب البسط والمقام في العدد نفسه.

$$\frac{4}{20} = \frac{4 \times 1}{4 \times 5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{22}{26} = \frac{2 \times 11}{2 \times 13} = \frac{11}{13}$$

مثال 6: عبّر عن الكسور الآتية باستخدام المقام 36 ، ومن ثمّ رتبها في تسلسل تصاعدي:

$$\frac{11}{12}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{12 \times 2}{12 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \text{الحل:}$$

$$\frac{27}{36} = \frac{9 \times 3}{9 \times 4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{30}{36} = \frac{6 \times 5}{6 \times 6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{33}{36} = \frac{3 \times 11}{3 \times 12} = \frac{11}{12}$$

الترتيب التصاعدي: $\frac{24}{36}, \frac{30}{36}, \frac{27}{36}, \frac{33}{36}$ أي

$$\frac{11}{12}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$$

مثال 7: أوجد الأعداد التي يجب أن تملأ في المربعات الفارغة الآتية:

$$\frac{35}{\square} = \frac{5}{7} \quad (\text{د}) \quad \frac{3}{8} = \frac{\square}{48} \quad (\text{ج}) \quad \frac{14}{\square} = \frac{7}{9} \quad (\text{ب}) \quad \frac{3}{5} = \frac{\square}{15} \quad (\text{أ})$$

الحل:

(أ) لاحظ أن $15 = 3 \times 5$ إذن يجب ضرب البسط في 3 حتى نحافظ على قيمة الكسر، أو

بعبارة أخرى حتى نجد كسرًا يكافئ الكسر $\frac{3}{5}$

$$\frac{9}{15} = \frac{3 \times 3}{3 \times 5} = \frac{3}{5} \quad \text{فيكون لدينا}$$

(ب) هنا البسط ضرب في 2 ليكون البسط الجديد 14، فنضرب المقام 9 في 2 ليكون لدينا 18، ونحصل على كسر آخر مكافئ، ويكون لدينا

$$\frac{14}{18} = \frac{2 \times 7}{2 \times 9} = \frac{7}{9}$$

(ج) هنا ضرب المقام في 6، فنضرب البسط في 6 لنحصل على:

$$\frac{18}{48} = \frac{6 \times 3}{6 \times 8} = \frac{3}{8}$$

(د) هنا ضرب البسط في 7، فنضرب المقام في 7 لنحصل على:

$$\frac{35}{49} = \frac{7 \times 5}{7 \times 7} = \frac{5}{7}$$

تعريف:

يقال إن الكسر في أبسط صورة إذا لم يكن هناك عامل مشترك بين بسطه ومقامه باستثناء

الـ «1»، ويقال كذلك إن الكسر في حدوده الدنيا

في المثال السابق $\frac{5}{7}$ ، $\frac{3}{8}$ ، $\frac{7}{9}$ ، $\frac{3}{5}$ كسور في أبسط صورة

تعريف:

العدد المختلط هو عدد يتكون من جزء هو عدد طبيعي، وجزء هو كسر.

الأعداد $4\frac{3}{5}$ ، $7\frac{1}{2}$ ، $8\frac{3}{4}$ ، $2\frac{3}{13}$ ، ... أعداد مختلطة

ويمكن تحويل العدد المختلط إلى كسر غير اعتيادي كالآتي:

$$\frac{1}{3} + \frac{3 \times 4}{3 \times 1} = \frac{1}{3} + \frac{4}{1} = \frac{1}{3} + 4 = 4\frac{1}{3}$$

$$\frac{13}{3} = \frac{1 + 12}{3} = \frac{1}{3} + \frac{12}{3} =$$

تعريف:

كل عدد يمكن أن يكتب على صورة كسر يسمى عددًا كسريًا أو عددًا نسبيًا

ملحوظة هامة:

تذكر أن كل عدد طبيعي هو عدد كسري (لكن ليس كل عدد كسري عددًا طبيعيًا)، فمثلاً:

$$... = \frac{48}{3} = \frac{32}{2} = \frac{16}{1} = 16$$

$$... = \frac{21}{3} = \frac{14}{2} = \frac{7}{1} = 7$$

مثال 8: عبّر عن الكسر $\frac{21}{13}$ على صورة كسر مختلط.

$$\text{الحل: } 1\frac{8}{13} = \frac{8}{13} + 1 = \frac{8}{13} + \frac{13}{13} = \frac{8+13}{13} = \frac{21}{13}$$

مثال 9: عبّر عن الكسر $\frac{27}{11}$ على صورة كسر مختلط.

$$\text{الحل: } 2\frac{5}{11} = \frac{5}{11} + 2 = \frac{5}{11} + \frac{22}{11} = \frac{5+22}{11} = \frac{27}{11}$$

مثال 10: عبّر عن العدد المختلط $3\frac{7}{8}$ في صورة كسر غير اعتيادي.

$$\text{الحل: } \frac{31}{8} = \frac{7}{8} + \frac{24}{8} = \frac{7}{8} + \frac{8 \times 3}{8 \times 1} = \frac{7}{8} + \frac{3}{1} = \frac{7}{8} + 3 = 3\frac{7}{8}$$

مثال 11: عبّر عن العدد المختلط $45\frac{3}{5}$ في صورة كسر غير اعتيادي.

$$\text{الحل: } \frac{228}{5} = \frac{3}{5} + \frac{225}{5} = \frac{3}{5} + \frac{5 \times 45}{5 \times 1} = \frac{3}{5} + \frac{45}{1} = \frac{3}{5} + 45 = 45\frac{3}{5}$$

جمع وطرح الكسور:

لجمع كسرين لهما مقامان مختلفان:

(1) أوجد مقامًا مشتركًا، ويحسن أن يكون الأصغر

(2) عبّر عن كل كسر بكسر آخر مكافئ، مقامه هو المقام الذي أوجدته في الخطوة السابقة.

(3) اجمع - أو اطرح - الكسرين كما سبق.

$$\text{مثال 12: احسب: } \frac{5}{13} + \frac{3}{7}$$

الحل: المضاعف المشترك الأصغر للعددين 7، 13 هو 91، فيكون لدينا:

$$\frac{74}{91} = \frac{35+39}{91} = \frac{35}{91} + \frac{39}{91} = \frac{7 \times 5}{7 \times 13} + \frac{13 \times 3}{13 \times 7} = \frac{5}{13} + \frac{3}{7}$$

$$\text{مثال 13: احسب } \frac{3}{5} - \frac{8}{11}$$

الحل: المضاعف المشترك الأصغر لـ 11، 5 هو 55، ويكون لدينا:

$$\frac{7}{55} = \frac{33 - 40}{55} = \frac{33}{55} - \frac{40}{55} = \frac{11 \times 3}{11 \times 5} - \frac{5 \times 8}{5 \times 11} = \frac{3}{5} - \frac{8}{11}$$

مثال 14: اجمع $\frac{5}{32} + \frac{13}{24}$.

الحل: نوجد أولاً المضاعف المشترك الأصغر للعددين 24، 32 كما سبق كالآتي:

2	24	2	32
2	12	2	16
2	6	2	8
3	3	2	4
	1	2	2
			1

فيكون المضاعف المشترك الأصغر للعددين هو:

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$3 \times 32 =$$

$$96 =$$

$$\frac{67}{96} = \frac{15 + 52}{96} = \frac{15}{96} + \frac{52}{96} = \frac{3 \times 5}{3 \times 32} + \frac{4 \times 13}{4 \times 24} = \frac{5}{32} + \frac{13}{24}$$

مثال 15: أوجد باقي الطرح $3\frac{3}{4} - 6\frac{5}{12}$.

الحل: نضع أولاً العددين المختلطين $6\frac{5}{12}$ ، $3\frac{3}{4}$ على صورة كسرين غير اعتياديين - كما

سبق - كالآتي:

$$\frac{77}{12} = \frac{5 + 72}{12} = \frac{5}{12} + \frac{72}{12} = \frac{5}{12} + \frac{12 \times 6}{12 \times 1} = \frac{5}{12} + \frac{6}{1} = \frac{5}{12} + 6 = 6\frac{5}{12}$$

$$\frac{15}{4} = \frac{3 + 12}{4} = \frac{3}{4} + \frac{12}{4} = \frac{3}{4} + \frac{4 \times 3}{4 \times 1} = \frac{3}{4} + \frac{3}{1} = \frac{3}{4} + 3 = 3\frac{3}{4}$$

$$\text{والآن: } \frac{15}{4} - \frac{77}{12} = 3\frac{3}{4} - 6\frac{5}{12}$$

المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12، 4 هو 12 (يسهل جدًا التأكد!)

ولهذا فإن:

$$\frac{8}{3} = \frac{4 : 32}{4 : 12} = \frac{32}{12} = \frac{45}{12} - \frac{77}{12} = \frac{3 \times 15}{3 \times 4} - \frac{77}{12} = \frac{15}{4} - \frac{77}{12}$$

(نلاحظ أن 32، 12 بينهما عامل (قاسم) مشترك هو 4، فقسمناهما على 4 حتى نصل بالكسر

إلى أبسط صورة).

مثال 16: أنفقت فتاة $\frac{1}{4}$ مصروفها الأسبوعي يوم السبت، $\frac{1}{6}$ مصروفها الأسبوعي يوم الأحد ماذا يتبقى لها من مصروفها لباقي الأسبوع؟

الحل: كسر مجموع ما صرفته الفتاة من مصروفها الأسبوعي يومي السبت والأحد

$$\frac{5}{12} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{2 \times 1}{2 \times 6} + \frac{3 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} =$$

(12 هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين 4، 6)

إذن كسر ما يتبقى من مصروف الفتاة الأسبوعي لباقي الأسبوع:

$$\text{من المصروف الأسبوعي} \quad \frac{7}{12} = \frac{5}{12} - \frac{12}{12} = \frac{5}{12} - 1$$

مثال 17: قام فتى برحلة فقطع $\frac{1}{14}$ من المسافة بمترو الأنفاق، $\frac{7}{8}$ المسافة بالقطار، وسار باقي المسافة على قدميه. ما كسر (نسبة) ما ساره على قدميه من الرحلة؟

الحل: كسر مجموع ما قطعه الفتى من المسافة بمترو الأنفاق، القطار

$$\frac{7}{8} + \frac{1}{14} = \text{من المسافة}$$

نوجد أولاً المضاعف المشترك الأصغر للعددين 8، 14:

$$56 = 7 \times 2^3 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$$

إذن مجموع ما قطعه الفتى من المسافة بمترو الأنفاق، القطار

$$\text{من المسافة} \quad \frac{53}{56} = \frac{49 + 4}{56} = \frac{49}{56} + \frac{4}{56} = \frac{7 \times 7}{7 \times 8} + \frac{4 \times 1}{4 \times 14} = \frac{7}{8} + \frac{1}{14} =$$

ويكون كسر (نسبة) ما ساره الفتى على قدميه من المسافة

$$\frac{3}{56} = \frac{53 - 56}{56} = \frac{53}{56} - \frac{56}{56} = \frac{53}{56} - 1 =$$

مثال 18: في خلال أسبوع ينفق تلميذ $\frac{1}{3}$ وقته في الفراش، $\frac{5}{24}$ من وقته في الاستذكار، $\frac{1}{8}$ وقته في أداء واجباته المدرسية. ما كسر (نسبة) ما يتبقى له من وقت لباقي الأمور؟

الحل: كسر مجموع ما ينفقه التلميذ في الفراش والاستذكار وأداء واجباته المدرسية

$$\frac{1}{8} + \frac{5}{24} + \frac{1}{3} =$$

$$(المضاعف المشترك الأصغر لـ 3، 24، 8 هو 24) \quad \frac{3 \times 1}{3 \times 8} + \frac{5}{24} + \frac{8 \times 1}{8 \times 3} =$$

$$\text{من وقته} \quad \frac{2}{3} = \frac{16}{24} = \frac{3+5+8}{24} = \frac{3}{24} + \frac{5}{24} + \frac{8}{24} =$$

(بقسمة البسط والمقام على 8)

ويكون كسر (نسبة) ما يتبقى للتلميذ من وقته لباقي الأمور

$$\frac{1}{3} = \frac{2-3}{3} = \frac{2}{3} - \frac{3}{3} = \frac{2}{3} - 1 =$$

مثال 19: بماذا يقل مجموع $2\frac{5}{6}$ ، $4\frac{2}{3}$ عن $9\frac{5}{9}$

الحل: نضع أولاً الأعداد المختلطة $2\frac{5}{6}$ ، $4\frac{2}{3}$ ، $9\frac{5}{9}$ في صورة كسور غير اعتيادية كالآتي:

$$\frac{5}{6} + \frac{6 \times 2}{6 \times 1} = \frac{5}{6} + \frac{2}{1} = \frac{5}{6} + 2 = 2\frac{5}{6}$$

$$\frac{17}{6} = \frac{5}{6} + \frac{12}{6} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3 \times 4}{3 \times 1} = \frac{2}{3} + \frac{4}{1} = \frac{2}{3} + 4 = 4\frac{2}{3}$$

$$\frac{14}{3} = \frac{2}{3} + \frac{12}{3} =$$

$$\frac{5}{9} + \frac{9 \times 9}{9 \times 1} = \frac{5}{9} + \frac{9}{1} = \frac{5}{9} + 9 = 9\frac{5}{9}$$

$$\frac{86}{9} = \frac{5}{9} + \frac{81}{9} =$$

نحسب أولاً المجموع $\frac{14}{3} + \frac{17}{6}$ كالآتي:

$$\frac{15}{2} = \frac{45}{6} = \frac{28}{6} + \frac{17}{6} = \frac{2 \times 14}{2 \times 3} + \frac{17}{6} = \frac{14}{3} + \frac{17}{6}$$

(المضاعف المشترك الأصغر لـ 6، 3 هو 6)

(بقسمة البسط والمقام على 3)

والآن:

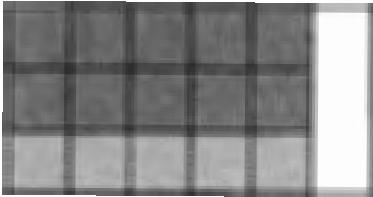
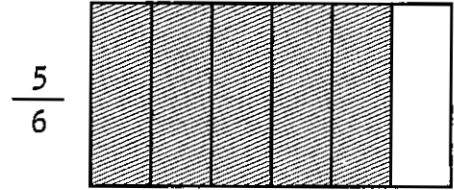
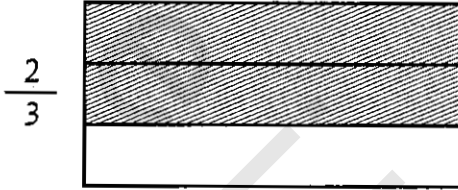
$$\frac{9 \times 15}{9 \times 2} - \frac{2 \times 86}{2 \times 9} = \frac{15}{2} - \frac{86}{9} = \left(4\frac{2}{3} + 2\frac{5}{6}\right) - 9\frac{5}{9}$$

(المضاعف المشترك الأصغر لـ 9، 2 هو 18)

$$2\frac{1}{18} = \frac{37}{18} = \frac{135}{18} - \frac{172}{18}$$

ضرب الكسور:

جاءك صديق بـ $\frac{5}{6}$ كيلو جرام من التفاح، لكنك تريد فقط $\frac{2}{3}$ هذا الوزن، فكم تأخذ؟
سنمثل الكسرين $\frac{5}{6}$ ، $\frac{2}{3}$ كالآتي:



والآن نوضح على الرسم الآتي أنك تأخذ $\frac{2}{3}$ من $\frac{5}{6}$:

المنطقة المظلمة تمثل الوزن الذي تأخذه وهو 10 أجزاء من 18 جزءاً (عدد الأجزاء الكلية 18 جزءاً هو حاصل ضرب 6 في 3) ويمكن أن نحسب ذلك مباشرة كالآتي:

$$\left(\frac{5}{9} = \frac{10}{18}\right) \text{ في أبسط صورة) } \frac{10}{18} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$$

الخلاصة: لضرب كسرين اضرب البسطين في بعضهما والمقامين في بعضهما، واقسم حاصل ضرب البسطين على حاصل ضرب المقامين، ثم اكتب النتيجة في أبسط صورة. ولاحظ أنه إذا كان لدينا كسر هو عدد مختلط فإننا نحوله أولاً إلى كسر غير اعتيادي.

$$\text{مثال 20: احسب } \frac{5}{8} \times 2\frac{4}{9} \times 3\frac{1}{5}$$

$$\text{الحل: } \frac{5}{8} \times \frac{22}{9} \times \frac{16}{5} = \frac{5}{8} \times 2\frac{4}{9} \times 3\frac{1}{5}$$

$$\frac{44}{9} = \frac{5 \times 22 \times 16}{8 \times 9 \times 5} =$$

(بقسمة البسط والمقام على 8×5)

$$\text{مثال 21: احسب } (1\frac{1}{4})^2 \times \frac{12}{25}$$

$$\text{الحل: } (1\frac{1}{4})^2 \times \frac{12}{25} = (\frac{5}{4})^2 \times \frac{12}{25} = \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{12}{25} =$$

$$\frac{3}{4} = \frac{5 \times 5 \times 12}{4 \times 4 \times 25} =$$

(بقسمة البسط والمقام على $5 \times 5 \times 4$)

$$\text{مثال 22: احسب } 3\frac{3}{4} \times \frac{4}{9} \times 1\frac{1}{5}$$

$$\text{الحل: } 3\frac{3}{4} \times \frac{4}{9} \times 1\frac{1}{5} = \frac{6}{5} \times \frac{4}{9} \times \frac{15}{4} =$$

$$2 = \frac{6 \times 4 \times 15}{5 \times 9 \times 4} =$$

(بقسمة البسط والمقام على $5 \times 9 \times 4$)

ملحوظة: لاحظ أنه يجب تحويل أي عدد مختلط إلى كسر غير اعتيادي قبل إجراء عملية الضرب.

قسمة الكسور:

ندرس الأمثلة الآتية:

$$(1) \quad \left(\frac{15}{4}\right) : 3 = \frac{5 \times 3}{4} = \frac{\frac{5}{4} \times 3}{1} = \frac{\frac{5}{4} \times 3}{\frac{5}{4} \times \frac{4}{5}} = \frac{3}{\frac{4}{5}} = \frac{4}{5}$$

$$(2) \quad \left(\frac{3}{20}\right) : 5 = \frac{3}{5 \times 4} = \frac{\frac{3}{5 \times 4}}{1} = \frac{\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}}{\frac{1}{5} \times 5} = \frac{\frac{3}{4}}{5} = \frac{3}{4} : 5$$

$$(3) \quad \left(\frac{21}{20}\right) : \frac{3}{4} = \frac{7 \times 3}{5 \times 4} = \frac{\frac{7 \times 3}{5 \times 4}}{1} = \frac{\frac{7}{5} \times \frac{3}{4}}{\frac{7}{5} \times \frac{5}{7}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3}{4} : \frac{5}{7}$$

ويلاحظ أن المثالين (١)، (٢) يمكن استنتاجهما من (٣)

$$\frac{5 \times 3}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 1} = \frac{4}{5} : \frac{3}{1} = \frac{4}{5} : 3$$

وهذا هو المثال: (١)

$$\frac{3}{5 \times 4} = \frac{1 \times 3}{5 \times 4} = \frac{5}{1} : \frac{3}{4} = 5 : \frac{3}{4}$$

وهذا هو المثال: (٢) أي أن المثال (٣) يمثل الحالة العامة.

مثال 23: احسب $\frac{3}{11} : 2\frac{1}{6}$

الحل: $\frac{143}{18} = \frac{11 \times 13}{3 \times 6} = \frac{\frac{13}{6}}{\frac{3}{11}} = \frac{3}{11} : \frac{13}{6} = \frac{3}{11} : 2\frac{1}{6}$

مثال 24: بسّط $6\frac{5}{12} : 7\frac{7}{8}$

الحل: $\frac{27}{22} = \frac{12 \times 63}{77 \times 8} = \frac{\frac{63}{8}}{\frac{77}{12}} = 7\frac{7}{8} : 6\frac{5}{12}$

(بقسمة البسط والمقام على 7×4)

مثال 25: بسّط $2\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$

الحل: $\frac{5}{6} = \frac{5}{24} \times \frac{8}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{\frac{8}{3} \times \frac{3}{2}}{\frac{24}{5}} = \frac{2\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}}{4\frac{4}{5}}$

(بقسمة البسط والمقام على 8×3)

مثال 26: احسب $5\frac{1}{4} : 2\frac{4}{5}$

الحل: $\frac{4}{15} \times \frac{4}{21} \times \frac{14}{5} = \frac{\frac{4}{21} \times \frac{14}{5}}{\frac{15}{4}} = \frac{\frac{21}{4} : \frac{14}{5}}{\frac{15}{4}} = \frac{5\frac{1}{4} : 2\frac{4}{5}}{3\frac{3}{4}}$

$$\frac{32}{225} = \frac{4 \times 4 \times 14}{15 \times 21 \times 5} =$$

(بقسمة البسط والمقام على 7)

$$\text{مثال 27: احسب } 2\frac{4}{5} : 5\frac{1}{4}$$

$$\frac{2\frac{4}{5}}{5\frac{1}{4}} = \frac{3\frac{3}{4}}{3\frac{3}{4}}$$

$$\text{الحل: } \frac{1}{2} = \frac{4 \times 5 \times 21}{15 \times 14 \times 4} = \frac{\frac{5}{14} \times \frac{21}{4}}{\frac{15}{4}} = \frac{\frac{14}{5} : \frac{21}{4}}{\frac{15}{4}} = \frac{2\frac{4}{5} : 5\frac{1}{4}}{3\frac{3}{4}}$$

(بقسمة البسط والمقام على $15 \times 7 \times 4$)

مثال 28: اقتسم ثلاثة فتيان قطعة أرض: نال الأكبر $\frac{5}{11}$ منها، ونال الأوسط $\frac{7}{12}$ من الجزء الباقي. ما كسر (نسبة) ما أخذه الأصغر من قطعة الأرض؟

الحل: كسر ما ناله الفتيان الأوسط و الأصغر من قطعة الأرض

$$\frac{6}{11} = \frac{5-11}{11} = \frac{5}{11} - \frac{11}{11} = \frac{5}{11} - 1 =$$

$$\frac{7}{22} = \frac{6}{11} \times \frac{7}{12} = \text{كسر ما ناله الأوسط من قطعة الأرض}$$

$$\frac{5}{22} = \frac{6}{11} \times \frac{5}{12} = \text{كسر ما ناله الأصغر من قطعة الأرض}$$

التحقيق: كسر مجموع ما أخذه الفتيان الثلاثة من قطعة الأرض

$$\text{إذن الحل صحيح. } 1 = \frac{22}{22} = \frac{5+7+10}{22} = \frac{5}{22} + \frac{7}{22} + \frac{10}{22} = \frac{5}{22} + \frac{7}{22} + \frac{5}{11} =$$

ملحوظة: لم يكن ضرورياً حساب ما ناله الأوسط من قطعة الأرض، لكننا حسبنا نصيبه حتى نستطيع أن نجري تحقيق النتيجة.

مثال 29: ترتد كرة دائماً إلى $\frac{4}{7}$ من المسافة التي سقطت منها. ما المسافة التي ترتد إليها في المرة الثالثة إذا كانت قد سقطت من 2 متراً؟
(الصحيح لغوياً: من مترين)
المسافة التي ترتفع إليها الكرة عند ارتدادها لأول مرة.

$$= 2 \times \frac{4}{7} \text{ متراً}$$

المسافة التي ترتفع إليها الكرة عند الارتداد الثاني = $2 \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7}$ مترًا

المسافة التي ترتفع إليها الكرة عند الارتداد الثالث = $2 \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{128}{343}$ مترًا

مثال 30: في مدرسة ما يمارس $\frac{8}{9}$ التلاميذ الرياضة البدنية، ومن هؤلاء يمارس ثلاثة أرباعهم كرة القدم. كم يكون كسر (نسبة) من يمارسون كرة القدم من تلاميذ المدرسة؟
الحل: كسر (نسبة) من يمارسون كرة القدم من تلاميذ المدرسة

$$\frac{2}{3} = \frac{3 \times 8}{4 \times 9} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} =$$

(بقسمة البسط والمقام على 3×4)

مقارنة الكسور:

يمكن إجراء مقارنة بين كسرين بجعل مقاميهما متساويين، ثم مقارنة البسطين الجديدين، كما يتضح من الأمثلة الآتية.
كذلك يمكن مقارنة كسرين بقسمة أحدهما على الآخر، ورؤية هل خارج القسمة أكبر أو أصغر من "1"

مثال 31: قارن بين الكسرين أيهما أكبر: $\frac{4}{9}$ ، $\frac{7}{15}$

الحل: نجعل مقامى الكسرين متساويين وذلك بإيجاد المضاعف المشترك الأصغر لـ 15،

$$\begin{array}{r|l} 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

ويكون المضاعف المشترك الأصغر هو: $45 = 5 \times 3 \times 3$

ولهذا نجعل مقام الكسر $\frac{7}{15}$ يساوي 45، ومعنى هذا أننا ضربنا المقام في 3، فنضرب البسط كذلك في 3، فيكون لدينا الكسر المكافئ $\frac{21}{45}$. كذلك الكسر $\frac{4}{9}$ نجعل مقامه 45 أي نضرب المقام في 5، ولهذا نضرب البسط كذلك في 5 فيكون لدينا الكسر المكافئ $\frac{20}{45}$. إذن $\frac{7}{15}$ أكبر من $\frac{4}{9}$.

حل آخر أسرع:

نجعل مقامى الكسرين متساوين بأن نوجد حاصل ضرب المقامين كمقام جديد للكسرين، ثم نوجد الكسرين المكافئين، ونقارن البسطين كالآتي:

$$\text{حاصل ضرب المقامين} = 9 \times 15 = 135$$

ويكون الكسر المكافئ للكسر $\frac{7}{15}$ هو

$$\frac{63}{135} = \frac{9 \times 7}{135}$$

ويكون الكسر المكافئ للكسر $\frac{4}{9}$ هو

$$\frac{60}{135} = \frac{15 \times 4}{135}$$

ويكون كما سبق، الكسر الأول أكبر من الكسر الثاني

حل ثالث أسرع من الحلين السابقين:

$$\text{نجرى القسمة} \quad \frac{7}{15} : \frac{4}{9} = \frac{\frac{7}{15}}{\frac{4}{9}} = \frac{7}{15} \times \frac{9}{4} = \frac{9 \times 7}{4 \times 15} = \frac{63}{60} > 1$$

فيكون الكسر الأول أكبر من الكسر الثاني.

مثال 32: حوالي $\frac{7}{10}$ من مساحة سطح الكرة الأرضية مغطى بالماء، بينما $\frac{1}{20}$ من مساحتها

مغطى بالصحراء. أيهما يغطي مساحة أكبر من الكرة الأرضية الماء أم الصحراء؟

الحل: أسهل الحلول - كما رأينا في المثال السابق - أن نقسم أحد الكسرين على الآخر كما يأتي:

$$1 < 14 = \frac{20 \times 7}{1 \times 10} = \frac{\frac{7}{10}}{\frac{1}{20}}$$

أي أن الماء يغطي من الكرة الأرضية مساحة أكبر مما تغطيها الصحراء

مثال 33: رتب الكسور الآتية من الأصغر إلى الأكبر: $\frac{3}{4}$ ، $\frac{7}{10}$ ، $\frac{29}{40}$

الحل: سنجعل المقامات متساوية بأن نوجد المضاعف المشترك الأصغر للمقامات الموجودة كالآتي:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 40 \\ 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 10 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 4 \\ 2 & 2 \\ & 1 \end{array}$$

فيكون المضاعف المشترك الأصغر هو: $40 = 5 \times 2 \times 2 \times 2$

$$\frac{30}{40} = \frac{10 \times 3}{10 \times 4} \text{ مكافئًا للكسر } \frac{3}{4}$$

$$\frac{28}{40} = \frac{4 \times 7}{4 \times 10} \text{ مكافئًا للكسر } \frac{7}{10}$$

$$\frac{3}{4} > \frac{29}{40} > \frac{7}{10}$$

اصطلاح: $a > b$ تعني أ أصغر من ب

$a \geq b$ تعني أ أصغر من ب أو تساوي ب

ملحوظة: كان يمكن بالطبع إجراء أحد الحلين الآخرين السابقين.

مثال 34: في مدينة صناعية وُجد أن 40 فردًا من كل 1,000 فرد راغب في العمل لا يجدون عملاً، بينما في مدينة ساحلية وُجد أن 8 أفراد من كل 100 فرد لا يعملون. ما نسبة (كسر)

البطالة في المدينة الساحلية إلى البطالة في المدينة الصناعية؟

الحل: كسر (نسبة) البطالة في المدينة الساحلية إلى البطالة في المدينة الصناعية

$$(1 : 2) = \frac{2}{1} = \frac{1,000}{40} \times \frac{8}{100} = \frac{\frac{8}{100}}{\frac{40}{1,000}} =$$

(بقسمة البسط والمقام على 40×100)

مثال 35: من قوانين شركة ما أن قرارًا يتخذ إذا صوت $\frac{2}{3}$ مجلس الإدارة لصالح القرار. إذا

صوت 23 عضوًا على قرار ما وكان عدد أعضاء مجلس الإدارة 32 فهل يتخذ القرار؟

الحل: كسر (نسبة) الموافقة على اتخاذ القرار هو $\frac{23}{32}$
والآن نقسم هذا الكسر على $\frac{2}{3}$ فنحصل على:

$$1 < \frac{69}{64} = \frac{3}{2} \times \frac{23}{32} = \frac{\frac{23}{32}}{\frac{2}{3}}$$

أي أن كسر (نسبة) الموافقة على اتخاذ القرار أكبر من كسر (نسبة) شرط اتخاذ القرار، أي أن القرار يتخذ.

ملحوظة: راجع مثال 31 لحلين آخرين.

أمثلة متنوعة

مثال 1: إذا علمت أن الدقيقة = 60 ثانية، الساعة 60 دقيقة فعبّر عن 7 دقائق و 30 ثانية على صورة كسر من ساعة واحدة.

$$\text{الحل: } 30 \text{ ثانية} = \frac{30}{60} \text{ دقيقة} = \frac{1}{2} \text{ دقيقة}$$

(الدقيقة = 60 ثانية)

$$\text{الكسر المطلوب هو: } \frac{1}{8} \text{ ساعة} = \frac{15}{60 \times 2} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

(الساعة = 60 دقيقة)

(بقسمة البسط والمقام على 15)

مثال 2: ما كسر 4 دقائق و 30 ثانية من 12 دقيقة؟

$$\text{الحل: } 30 \text{ ثانية} = \frac{30}{60} \text{ دقيقة} = \frac{1}{2} \text{ دقيقة}$$

$$\text{الكسر المطلوب هو: } \frac{3}{8} = \frac{9}{12 \times 2} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

(بقسمة البسط والمقام على 3)

مثال 3: ما كسر دقيقتين و 15 ثانية من 7 دقائق و 30 ثانية؟

$$\text{الحل: } 15 \text{ ثانية} = \frac{15}{60} \text{ دقيقة} = \frac{1}{4} \text{ دقيقة}$$

$$\text{الحل: } 30 \text{ ثانية} = \frac{30}{60} \text{ دقيقة} = \frac{1}{2} \text{ دقيقة}$$

$$\text{الكسر المطلوب هو: } \frac{3}{10} = \frac{2 \times 9}{15 \times 4} = \frac{2}{15} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

(بقسمة البسط والمقام على 3 × 2)

مثال 4: يدرس عالم تأثير البرودة على جلد إنسان . بدأ العالم التجربة وكانت درجة الحرارة المقاسة 70° ف = (70 درجة فهرنهايت) فوجدها تنزل بـ $\frac{1}{10}$ ف كل دقيقة . ما درجة الحرارة بعد 6 دقائق ؟

الحل: تنزل درجة الحرارة بعد 6 دقائق بمقدار

$$\frac{3}{5} \text{ ف} = \frac{6}{10} = \frac{1}{10} \times 6 =$$

فتكون درجة الحرارة بعد 6 دقائق

$$69 \frac{2}{5} \text{ ف} = \frac{347}{5} = \frac{3 - 350}{5} = \frac{3 - 5 \times 70}{5} = \frac{3}{5} - 70 =$$

مثال 5: في حفل مدرسي أقامه التلاميذ وزع عادل $\frac{2}{15}$ من التذاكر، ووزع زاهر $\frac{3}{10}$ التذاكر، ووزع محمد $\frac{1}{3}$ التذاكر، ووزع مدحت $\frac{1}{12}$ من التذاكر، ووزع أحمد $\frac{3}{20}$ من التذاكر. (أ) أي التلاميذ وزع عددًا أكبر من التذاكر؟

(ب) إذا كان أحمد قد وزع 45 تذكرة، فكم وزع كل من باقي التلاميذ؟

الحل: سنوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد: 15، 10، 3، 12، 20 كالآتي:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 10 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array}$$

ويكون المضاعف المشترك الأصغر للأعداد هو: $60 = 5 \times 3 \times 2 \times 2$

$$\text{والآن } \frac{8}{60} = \frac{4 \times 2}{4 \times 15} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{18}{60} = \frac{6 \times 3}{6 \times 10} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{20}{60} = \frac{20 \times 1}{20 \times 3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{60} = \frac{5 \times 1}{5 \times 12} = \frac{1}{12}$$

$$\text{ويكون محمد هو الذي وزع أكبر عدد من التذاكر } \frac{9}{60} = \frac{3 \times 3}{3 \times 20} = \frac{3}{20}$$

والآن وزع أحمد $\frac{3}{20}$ من التذاكر وهذا يساوي 45 تذكرة

إذن $\frac{1}{20}$ من التذاكر = $\frac{45}{3} = 15$ تذكرة

ويكون عدد التذاكر الكلي = $15 \times 20 = 300$ تذكرة.

ويكون عادل قد وزع: $300 \times \frac{2}{15} = 40$ تذكرة. وأكمل...

مثال 6: قطعت ليلي بدراجتها مسافة 34 كم، وهذا يمثل $\frac{2}{5}$ طول الطريق التي تود أن تتخذها

في رحلتها. كم يكون طول الطريق، وكم يتبقى لها من المسافة التي ينبغي لها أن تقطعها؟

الحل: $\frac{2}{5}$ طول الطريق = 34 كم

إذن $\frac{1}{5}$ طول الطريق = $\frac{34}{2} = 17$ كم

إذن طول الطريق = $17 \times 5 = 85$ كم

يتبقى لها أن تقطع مسافة = $34 - 85 = 51$ كم.

مثال 7: الفرق بين كسرين = $1\frac{3}{4}$

(أ) إذا كان المطروح منه أكبر بـ $2\frac{1}{3}$ من الفرق، فما قيمة المطروح؟

(ب) إذا كان المطروح أصغر من الفرق بـ $1\frac{1}{10}$ ، فما قيمة المطروح منه؟

الحل:

(أ) المطروح منه $4\frac{1}{12} = 3\frac{13}{12} = 2\frac{4}{12} + 1\frac{9}{12} = 2\frac{1}{3} + 1\frac{3}{4} =$

المطروح $\frac{21}{12} - \frac{49}{12} = 1\frac{9}{12} - 4\frac{1}{12} = 1\frac{3}{4} - 4\frac{1}{12} =$

$2\frac{1}{3} = 2\frac{4}{12} = \frac{28}{12} =$

(ب) المطروح $\frac{13}{20} = 1\frac{2}{20} - 1\frac{15}{20} = 1\frac{1}{10} - 1\frac{3}{4} =$

المطروح منه $\frac{24}{10} = \frac{48}{20} = \frac{35}{20} + \frac{13}{20} = 1\frac{15}{20} + \frac{13}{20} = 1\frac{3}{4} + \frac{13}{20} =$

$2\frac{2}{5} =$

مثال 8: مبتدئاً من $2\frac{1}{4}$ اجمع عدة مرات $3\frac{1}{2}$ إلى أن تتجاوز 12 لأول مرة. بكم تكون قد تجاوزت 12؟

$$\text{الحل: } 12\frac{3}{4} = 3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} = 12 - 12\frac{3}{4} = \text{التجاوز}$$

مثال 9: مبتدئاً من $7\frac{2}{5}$ اطرح $1\frac{7}{10}$ عدة مرات إلى أن تقترب تماماً من الصفر. كم يتبقى؟

$$\text{الحل: } 6\frac{8}{10} - 7\frac{2}{5} = 1\frac{7}{10} - 1\frac{7}{10} - 1\frac{7}{10} - 1\frac{7}{10} - 7\frac{2}{5}$$

$$= \frac{3}{5} \text{ . إذن يتبقى } \frac{3}{5} .$$

مثال 10: يريد والد الإهام أن يبتني داراً تكلفتها 1,800,000 جنيه، وقد ادخر لذلك $\frac{3}{8}$ المبلغ، كما أنه ورث $\frac{1}{3}$ المبلغ. كم يتبقى عليه أن يقترض من البنك حتى يستطيع أن يبتني الدار؟

$$\text{الحل: مقدار ما ادخره والد الإهام} = 1,800,000 \times \frac{3}{8} = 675,000 \text{ جنيه}$$

$$\text{مقدار ما ورثه والد الإهام} = 1,800,000 \times \frac{1}{3} = 600,000 \text{ جنيه}$$

يتبقى عليه أن يقترض من البنك مبلغاً قدره

$$600,000 - 675,000 - 1,800,000 =$$

$$1,275,000 - 1,800,000 =$$

$$= 525,000 \text{ جنيه}$$

مثال 11: عُمر سلمى $14\frac{1}{2}$ سنة، عُمر سلوى $12\frac{2}{3}$ سنة، عمر نجوى $10\frac{3}{4}$ سنة،

عُمر مي $8\frac{5}{6}$ سنة. بين أي اثنتين من الفتيات يكون فرق العمر أصغر ما يمكن؟

الحل: نرتب الأعمار ترتيباً تنازلياً فيكون لدينا كما هو معطى:

$$14\frac{1}{2}, 12\frac{2}{3}, 10\frac{3}{4}, 8\frac{5}{6}$$

$$\text{الفرق بين عُمر سلمى وسلى} = 14\frac{1}{2} - 12\frac{2}{3} = 12\frac{4}{6} - 12\frac{4}{6} = 0$$

$$\text{الفرق بين عُمر سلمى ونجوى} = 14\frac{1}{2} - 10\frac{3}{4} = 14\frac{2}{4} - 10\frac{3}{4} = 10\frac{9}{4} - 10\frac{3}{4} = 1\frac{6}{4} = 1\frac{3}{2}$$

الفرق بين عُمرِي نجوى و مي = $10 \frac{3}{4} - 8 \frac{5}{6} = 10 \frac{9}{12} - 8 \frac{10}{12} = 1 \frac{11}{12}$ سنة
ولكن $1 \frac{5}{6} = 1 \frac{10}{12}$ وبهذا يكون الفرق بين عُمرِي سلمى وسلوى هو أصغر الفروق.

مثال 12: فى مدرسة يعزف $\frac{19}{20}$ من التلاميذ على آلة موسيقية واحدة على الأقل، $\frac{1}{5}$ التلاميذ يعزفون على آلتين موسيقتين على الأقل .

(أ) ما كسر (نسبة) التلاميذ الذين لا يعزفون على أية آلة موسيقية؟

(ب) ما كسر (نسبة) التلاميذ الذين يعزفون على آلة موسيقية واحدة؟

(ج) إذا كان عدد التلاميذ الذين يعزفون على آلتين موسيقتين على الأقل هو 215 تلميذاً،

فكم يكون عدد تلاميذ المدرسة؟

الحل: (أ) كسر (نسبة) التلاميذ الذين لا يعزفون على أية آلة

$$= 1 - \frac{19}{20} = \frac{20}{20} - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$$

(ب) كسر (نسبة) التلاميذ الذين يعزفون على آلة موسيقية واحدة

$$= \frac{19}{20} - \frac{1}{5} = \frac{19}{20} - \frac{4}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

(ج) $\frac{1}{5}$ عدد التلاميذ = 215 تلميذاً

إذن عدد التلاميذ = $215 \times 5 = 1,075$ تلميذاً

مثال 13: فى حديقة السيد / على أحواض ورود وأزهار ورياحين. تمثل أحواض الورد

والرياحين $\frac{5}{12}$ من مساحة الحديقة، بينما تمثل أحواض الورد وحدها $\frac{2}{15}$ من مساحة

الحديقة. كم يكون كسر (نسبة) ما تمثله من مساحة الحديقة:

(أ) أحواض الرياحين (ب) أحواض الازهار

الحل: (أ) نسبة ما تمثله مساحة أحواض الرياحين من مساحة الحديقة

$$= \frac{5}{12} - \frac{2}{15} = \frac{75}{180} - \frac{24}{180} = \frac{51}{180} = \frac{17}{60}$$

(ب) نسبة ما تمثله مساحة أحواض الأزهار من مساحة الحديقة

$$= 1 - \frac{5}{12} - \frac{7}{12} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} - \frac{7}{12} = \frac{0}{12} = 0$$

مثال 14: اشترى الأصدقاء جعفر وجابر وهيثم متجراً فدفَعَ جعفر $\frac{2}{5}$ ثمنه، ودفَعَ جابر $\frac{1}{3}$ ثمنه، ودفَعَ هيثم الباقي.

(أ) كم يكون كسر (نسبة) ما دفعه جابر وجعفر معاً؟

(ب) كم يكون كسر (نسبة) ما دفعه هيثم؟

(ج) إذا كان هيثم قد دفع 80,000 جنيه، فكم يكون ثمن المتجر؟

الحل:

$$(أ) \text{ نسبة ما دفعه جعفر وجابر} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

$$(ب) \text{ نسبة ما دفعه هيثم} = \frac{11}{15} - 1 = \frac{11}{15} - \frac{15}{15} = -\frac{4}{15}$$

$$(ج) \frac{4}{15} \text{ من المبلغ} = 80,000 \text{ جنيه}$$

$$\text{إذن } \frac{1}{15} \text{ من المبلغ} = \frac{80,000}{4} = 20,000 \text{ جنيه}$$

$$20,000 =$$

$$\text{ويكون قيمة المتجر} = 20,000 \times 15 = 300,000 \text{ جنيه}$$

مثال 15: يتكون الذهب الأبيض من: $\frac{3}{4}$ ذهب نقي، $\frac{3}{20}$ فضة نقية، والباقي نحاس.

(أ) كم تكون نسبة النحاس؟

(ب) تزن سلسلة من الذهب الأبيض 240 جراماً. كم يكون وزن المعادن النفيسة بها، ووزن النحاس بها؟

الحل:

$$(أ) \text{ نسبة النحاس} = \frac{3}{20} - \frac{3}{4} - 1 = \frac{3}{20} - \frac{15}{20} - 1 = -\frac{12}{20} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{2}{20} = \frac{18}{20} - \frac{20}{20} = \frac{18}{20} - 1 = -\frac{2}{5}$$

(ب) وزن المعادن النفيسة بها:

$$216 = 240 \times \frac{18}{20} = 240 \times \left(\frac{3}{20} + \frac{3}{4} \right) =$$

$$\text{وزن النحاس بها} = \frac{1}{10} \times 240 = 24 \text{ جراماً.}$$

مثال 16: يزعم أمين أنه إذا رفع كسر إلى أس (هو عدد طبيعي) أي أن الكسر ضرب في نفسه عددًا من المرات يساوي هذا الأس، فإن قيمة الكسر الجديد تكون أصغر من قيمة الكسر قبل رفعه. هل هذا صحيح؟

الحل: هذا خطأ. مثال: 1 هو عدد كسري لأننا يمكن أن نكتب $1 = \frac{3}{3}$ مثلاً، بينما 1^2 ، 1^3 ، 1^4 ، ... كلها تساوي 1.

مثال آخر: $\frac{3}{2} \cdot (\frac{3}{2})^2 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{8}$ $\frac{3}{2} < \frac{27}{8}$ مقولة أمين صحيحة فقط إذا كان الكسر أصغر من 1، مثل $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، ...

مثال 17: يزعم أمين أنه إذا كان لدينا كسر في أبسط صورة ورفعناه لأس (هو عدد طبيعي) فإن الكسر يكون ما زال في أبسط صورة. أما إذا كان الكسر ليس في أبسط صورة ورفعناه لأس (هو عدد طبيعي) فإن الكسر يكون قابلاً للتبسيط أي أنه ما زال ليس في أبسط صورة. هذا الزعم صحيح.

خذ مثلاً $\frac{2}{3}$. الآن $\frac{4}{9} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ ما زال في أبسط صورة. بينما $\frac{5}{10}$ مثلاً: $(\frac{5}{10})^2 = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ أي أن $(\frac{5}{10})^2$ قابل للتبسيط لأن $\frac{5}{10}$ كان قابلاً للتبسيط.

مثال 18: ضرب كسران في بعضهما، ماذا يحدث لحاصل الضرب إذا حدث:

(أ) بسط أحد الكسرين ضرب في 2

(ب) مقام أحد الكسرين ضرب في 2

(ج) بسط الكسرين ضرب كلاهما في 2

(د) مقام الكسرين ضرب كلاهما في 2

(هـ) بسط ومقام أحد الكسرين كلاهما ضرب في 2؟

الحل: (أ) قيمة حاصل الضرب تضرب في 2

(ب) قيمة حاصل الضرب تضرب في $\frac{1}{2}$ ، أي يكون لدينا نصف حاصل الضرب الأول

(ج) قيمة حاصل الضرب تضرب في 4، أي لدينا أربعة أضعاف قيمة حاصل الضرب الأولى.

(د) تقسم قيمة حاصل الضرب على 4، أي لدينا ربع قيمة حاصل الضرب الأولى

(هـ) لا تتغير قيمة حاصل الضرب

مثال 19: حلل الكسور الآتية كحاصل ضرب كسرين. هناك صور متعددة. اكتب صورتين

على الأقل:

$$\frac{81}{91}, \frac{54}{63}, \frac{27}{125}, \frac{48}{75}, \frac{8}{45}, \frac{9}{25}, \frac{64}{72}, \frac{36}{48}, \frac{12}{55}, \frac{8}{15}, \frac{12}{21}, \frac{18}{24}$$

$$(نموذج: \frac{6}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{2} \times \frac{2}{12} = \frac{18}{24})$$

$$... = ... = \frac{2}{6} \times \frac{9}{4} =$$

مثال 20: اذكر كسرين يكون حاصل ضربها = 1

$$\text{الحل: } \frac{3}{2}, \frac{2}{3} \text{ مثلاً: } 1 = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3}$$

أى كسرين يكون بسط أيهما = مقام الآخر يحققان المطلوب

مثال 21: ما العدد الذى يضرب فى $\frac{6}{7}$ حتى يكون الناتج 21؟

$$\text{الحل: العدد هو: } 21 \times \frac{7}{6} = \left(\frac{49}{2} = \frac{7 \times 7}{2} \right)$$

$$\text{لأن } 21 = 21 \times \frac{1}{1} = 21 \times \frac{7}{6} \times \frac{6}{7}$$

مثال 22: 7 أخوات يقسمن $2\frac{1}{2}$ لتر من اللبن. كم تأخذ كل واحدة؟

الحل: نصيب كل واحدة

$$\frac{5}{14} \text{ لترًا. } = \frac{5}{7 \times 2} = \frac{\frac{5}{2}}{7} = \frac{2\frac{1}{2}}{7} =$$

مثال 23: يحتاج جعفر $6\frac{3}{4}$ لتر من البنزين عندما يسافر بسيارته 80 كم. كم يحتاج هو إذا

سافر بسيارته 100 كم؟

الحل: يحتاج جعفر كمية من البنزين إذا سافر كيلو مترًا واحدًا

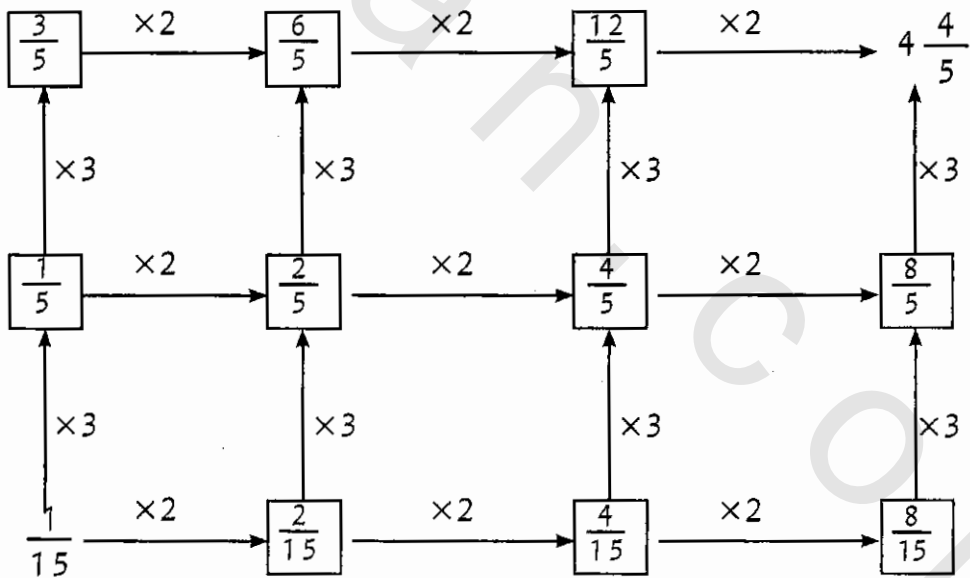
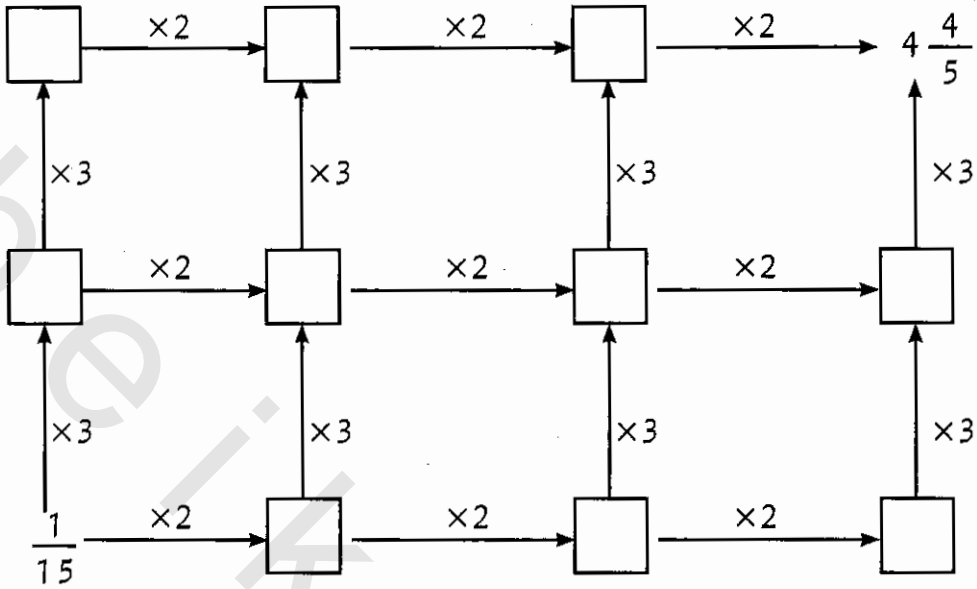
$$\frac{27}{80 \times 4} = \frac{\frac{27}{4}}{80} = \frac{6\frac{3}{4}}{80} = \text{لترًا.}$$

وإذا سافر 100 كم فإنه يحتاج إلى كمية من البنزين

(بقسمة البسط والمقام على 20) $\frac{5 \times 27}{4 \times 4} = 100 \times \frac{27}{80 \times 4} =$

$8\frac{7}{16} = \frac{135}{16} =$ لترًا

مثال 24: املأ المربعات الخالية:



الحل:

بدأنا من أسفل بـ $\frac{1}{15}$ ثم ضربنا أفقيًا في 2 ورأسياً في 3 ونستمر في الضرب أفقيًا في 2 ورأسياً في 3.

مثال 25: مزجت الأنسة/ مى $\frac{3}{4}$ لتر من المياه المعدنية مع $\frac{3}{8}$ لتر من عصير الليمون ثم قسمت المزيج فى 7 أكواب. كم يحتوى كل كوب من المزيج؟

$$\text{الحل : حجم المزيج} = \frac{3}{8} + \frac{3}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8} + \frac{3}{4} = \frac{9}{8} \text{ لتر}$$

$$\text{ويكون ما يحتويه كل كوب} = \frac{\frac{9}{8}}{7} = \frac{9}{56} \text{ لتراً}$$

مثال 26: (أ) تستهلك سيارة السيد/ صادق $7\frac{1}{2}$ لتر من البنزين على الطريق السريع لتقطع 100 كم. أراد أن يسافر ليقضى إجازته على بعد 1,200 كم. كم تستهلك سيارته من البنزين؟

(ب) وتستهلك سيارته داخل المدينة $9\frac{3}{4}$ لتر من البنزين لتقطع مسافة 100 كم. ويقع عمله على

بعد 8 كم من منزله. كم تستهلك سيارته من البنزين حتى يذهب إلى عمله ويعود منه إلى منزله؟

(ج) إن السيد/ صادقاً يعمل 5 أيام فى الأسبوع، ويعمل 230 يوماً فى السنة. كم لتراً من

البنزين تستهلك سيارته ليذهب إلى عمله ويعود منه (1) فى الأسبوع (2) فى السنة

الحل: (أ) تستهلك سيارة السيد/ صادق لقطع مسافة 1 كم من البنزين مقداراً

$$\frac{15}{100 \times 2} = \frac{\frac{15}{2}}{100} = \frac{7\frac{1}{2}}{100} =$$

وتستهلك سيارته لقطع مسافة 1,200 كم من البنزين: $1,200 \times \frac{15}{100 \times 2} = 90$ لتراً من البنزين

(ب) داخل المدينة تستهلك سيارته لقطع مسافة كيلو متر واحد من البنزين مقداراً

$$\frac{39}{100 \times 4} = \frac{\frac{39}{4}}{100} = \frac{9\frac{3}{4}}{100} =$$

المسافة من منزله إلى عمله والعودة = $8 + 8 = 16$ كم

تستهلك سيارته للذهاب إلى العمل والعودة مقداراً من البنزين

$$\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 16 \times \frac{9}{100 \times 4} =$$

(ج) استهلاك السيارة من البنزين للذهاب والعودة من العمل 5 أيام

$$1\frac{4}{5} = \frac{9}{5} = 5 \times \frac{9}{25} =$$

استهلاك السيارة للذهاب للعمل والعودة منه في السنة من البنزين

$$= \frac{4}{5} \times 82 \text{ لتر} = \frac{414}{5} = 230 \times \frac{9}{25}$$

مثال 27: (أ) يغطي الماء $\frac{7}{10}$ من مساحة الكرة الأرضية، النصف منها هو المحيط الباسفيكي (الهادي)، والعشر هو المحيط الأطلنطي، والخمس هو المحيط الهندي. كم جزءاً يأخذ كل من المحيطات من مساحة الكرة الأرضية؟

(ب) من الأرض المتبقية يقع: $\frac{1}{3}$ في آسيا، $\frac{3}{10}$ في أمريكا، $\frac{11}{50}$ في إفريقيا، $\frac{2}{25}$ في أوروبا، $\frac{1}{15}$ في أستراليا. كم جزءاً تأخذ كل قارة من مساحة الكرة الأرضية؟

الحل: (أ) مساحة المحيط الباسفيكي $= \frac{1}{2} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{20}$ جزءاً

مساحة المحيط الأطلنطي $= \frac{1}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{100}$ جزء

مساحة المحيط الهندي $= \frac{1}{5} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{50}$ جزءاً

(ب) مساحة الأرض المتبقية $= 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$ من مساحة الكرة الأرضية.

مساحة آسيا $= \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$ جزء

مساحة أمريكا $= \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$ جزء

مساحة إفريقيا $= \frac{11}{50} \times \frac{3}{10} = \frac{33}{500}$ جزء

مساحة أوروبا $= \frac{2}{25} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{125}$ جزءاً

مساحة أستراليا $= \frac{1}{15} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{150}$ جزءاً

كل المساحات في (أ)، (ب) هي أجزاء من مساحة الكرة الأرضية.

مثال 28: في نهاية العام المالي لشركة من الشركات احتجز $\frac{1}{5}$ الربح لزيادة رأس المال،

بينما وزع الباقي كالآتي: $\frac{2}{3}$ الباقي لتجديدات فروع الشركة، أما ثلث الباقي فقد وزع

كالآتي: $\frac{5}{6}$ للعاملين بالشركة، $\frac{1}{6}$ لمجلس الإدارة. احسب كم جزءاً يأخذ كل من هؤلاء.

الحل: الباقي بعد احتجاز $\frac{1}{5}$ الربح لزيادة رأس المال = $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ جزء

$$\text{نصيب تجديد فروع الشركة} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \text{ جزءاً}$$

$$\text{الباقي بعد تجديد فروع الشركة} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15} \text{ جزءاً}$$

$$\text{نصيب العاملين بالشركة} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{15} = \frac{2}{9} \text{ جزء}$$

$$\text{نصيب مجلس الإدارة} = \frac{1}{6} \times \frac{4}{15} = \frac{2}{45} \text{ جزءاً}$$

$$\text{التحقيق: مجموع الأنصبة} = \frac{1}{5} \text{ (الزيادة في رأس المال)} + \frac{8}{15} + \frac{2}{9} + \frac{2}{45}$$

$$1 = \frac{45}{45} = \frac{2+10+24+9}{45} =$$

مثال 29: يريد مالك قطعة أرض أن يخصص $\frac{8}{15}$ من مساحتها لزراعة الحبوب. من هذه

المساحة المزروعة للحبوب النصف للقمح، $\frac{5}{12}$ للشعير، $\frac{1}{12}$ للذرة. كم يكون كسر

(نسبة) مساحة كل من هذه الحبوب من المساحة الكلية للأرض؟

$$\text{الحل: كسر (نسبة) القمح} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{15} = \frac{4}{15} \text{ جزءاً}$$

$$\text{كسر (نسبة) الشعير} = \frac{5}{12} \times \frac{8}{15} = \frac{2}{9} \text{ جزء}$$

$$\text{كسر (نسبة) الذرة} = \frac{1}{12} \times \frac{8}{15} = \frac{2}{45} \text{ جزءاً}$$

$$\text{التحقيق: } \frac{2}{45} + \frac{2}{9} + \frac{4}{15}$$

$$\frac{8}{15} = \frac{24}{45} = \frac{2}{45} + \frac{10}{45} + \frac{12}{45} =$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} \text{ مثال 30: احسب}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\frac{4}{3} \times \frac{1}{2}}{1} = \frac{\frac{4}{3} \times \frac{1}{2}}{\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} \text{ الحل:}$$

مثال 31: احسب $\frac{6}{3\frac{1}{6}}$

الحل: $\frac{36}{19} = \frac{6}{19} \times 6 = \frac{\frac{6}{19} \times 6}{1} = \frac{\frac{6}{19} \times 6}{\frac{6}{19} \times \frac{19}{6}} = \frac{6}{\frac{19}{6}} = \frac{6}{3\frac{1}{6}}$

مثال 32: احسب $\frac{6}{\frac{5}{7}}$

الحل: $\frac{6}{35} = \frac{1}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{\frac{1}{7} \times \frac{6}{5}}{1} = \frac{\frac{1}{7} \times \frac{6}{5}}{\frac{1}{7} \times 7} = \frac{\frac{6}{5}}{7}$

مثال 33: املاً المربعات الفارغة:

$\square \xrightarrow{\times \frac{3}{4}} 24$

$\square \xrightarrow{\times \frac{7}{8}} 49$

$25 \xrightarrow{\times \square} 15$

$\square \xleftarrow{\square :} 24$

$\square \xleftarrow{\square :} 49$

$25 \xleftarrow{\square :} 15$

$\square \xleftarrow{\square \times} 24$

$\square \xleftarrow{\square \times} 49$

$25 \xleftarrow{\square \times} 15$

الحل:

$32 \xrightarrow{\times \frac{3}{4}} 24$

$56 \xrightarrow{\times \frac{7}{8}} 49$

$25 \xrightarrow{\times \frac{3}{5}} 15$

$32 \xleftarrow{\frac{3}{4} :} 24$

$56 \xleftarrow{\frac{7}{8} :} 49$

$25 \xleftarrow{\frac{3}{5} :} 15$

$32 \xleftarrow{\frac{4}{3} \times} 24$

$56 \xleftarrow{\frac{8}{7} \times} 49$

$25 \xleftarrow{\frac{5}{3} \times} 15$

مثال 34: قسم كسر على كسر ثانٍ. ماذا يحدث لخارج القسمة إذا:

(أ) ضرب بسط القاسم في 2 (ب) ضرب مقام القاسم في 2

(جـ) ضرب بسط المقسوم في 2 (د) ضرب مقام المقسوم في 2

(هـ) ضرب بسطا القاسم والمقسوم في 2

(و) ضرب مقاما القاسم والمقسوم في 2

(ز) ضرب بسط المقسوم في 2، وضرب مقام القاسم في 2

(ح) ضرب مقام المقسوم في 2 وضرب بسط القاسم في 2

(ط) ضرب بسط ومقام القاسم أو المقسوم في 2

(ى) ضرب بسطا ومقاما القاسم والمقسوم في 2

الحل:

(أ) يضرب خارج القسمة في $\frac{1}{2}$ أي يقسم على 2 (ب) يضرب خارج القسمة في 2

(جـ) مثل (ب) أي يضرب خارج القسمة في 2

(د) مثل (أ) أي يضرب خارج القسمة في $\frac{1}{2}$ أي يقسم على 2

(هـ) لا يتغير خارج القسمة. (و) مثل (هـ)، أي لا يتغير خارج القسمة.

(ز) يضرب خارج القسمة في 4.

(ح) يضرب خارج القسمة في $\frac{1}{4}$ أي يقسم على 4.

(ط) لا يتغير خارج القسمة. (ى) مثل (ط) لا يتغير خارج القسمة.

مثال 35: عدد تلاميذ الفرقة الأولى والفرقة الثانية في مدرسة هو 428 تلميذاً. إذا كان هذا

يمثل $\frac{4}{7}$ عدد تلاميذ المدرسة، فما عدد تلاميذ المدرسة؟

الحل: 428 هو $\frac{4}{7}$ عدد تلاميذ المدرسة. إذن $\frac{1}{7}$ عدد تلاميذ المدرسة هو $\frac{428}{4} = 107$

تلميذاً. ويكون عدد تلاميذ المدرسة $107 \times 7 = 749$ تلميذاً.

مثال 36: ارتفاع المياه في خزان $\frac{3}{4}$ متر. فإذا كان $\frac{3}{8}$ من الخزان هو الممتلئ بالماء،

فكم يكون ارتفاع الخزان؟

الحل: $\frac{3}{4}$ متر يمثل $\frac{3}{8}$ ارتفاع الخزان. إذن $\frac{1}{8}$ ارتفاع الخزان $= \frac{1}{4}$ متر ويكون

ارتفاع الخزان $= 8 \times \frac{1}{4} = 2$ مترًا.

مثال 37: برميل سعته $\frac{15}{2}$ لترًا. امتلأ $\frac{3}{5}$ منه بالماء. ثم صب هذا الماء في حوض استحمام سعته 40 لترًا. ما نسبة (كسر) حجم الماء إلى سعة الحوض؟

الحل: حجم الماء في البرميل $= \frac{15}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{2}$ لترًا
نسبة حجم الماء إلى سعة الحوض $= \frac{\frac{9}{2}}{40} = \frac{9}{80} = \frac{9}{40 \times 2} = \frac{9}{2 \times 40}$

مثال 38: صبت زجاجتان من عصير التفاح، تحتوي الزجاجاة على $\frac{3}{4}$ لتر، في إناء. فامتلاً $\frac{3}{8}$ الإناء. كم تكون سعة الإناء؟

الحل: حجم عصير التفاح المصبوب $= \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2}$ لتر
 $\frac{3}{2}$ لتر تملأ $\frac{3}{8}$ الإناء. إذن يملأ الإناء $\frac{3}{2} \times \frac{8}{3} = 4$ لترات.

مثال 39: قضيب من المعدن طوله $3\frac{1}{4}$ م، يزن $8\frac{2}{3}$ كجم.
(أ) كم يزن 1 مترًا بالكجم من هذا القضيب؟ (الصحيح لغويًا: كم يزن متر واحد...؟)

(ب) كم يبلغ طول وزن 1 كجم من هذا القضيب؟

الحل: (أ) وزن 1 م من القضيب $= \frac{8\frac{2}{3}}{3\frac{1}{4}} = \frac{\frac{26}{3}}{\frac{13}{4}} = \frac{4}{3} \times \frac{26}{3} = \frac{8}{3} = \frac{2}{3}$ كجم.

(ب) الطول الذي وزنه = 1 كجم من القضيب $= \frac{3\frac{1}{4}}{8\frac{2}{3}} = \frac{\frac{13}{4}}{\frac{26}{3}} = \frac{3}{26} \times \frac{13}{4} = \frac{3}{8}$ متر

مثال 40: تقاضت السيدة/ سلمى مكافأة قدرها 1,680 جنيهًا بعد خصم $\frac{3}{10}$ من المبلغ الأصلي كضريبة. كم كانت قيمة المكافأة الأصلية قبل الخصم؟

الحل: $\frac{7}{10}$ من المكافأة = 1,680 جنيهًا.

هذا يعني أن قيمة المكافأة قبل خصم الضريبة $= \frac{10}{7} \times 1,680 = 2,400$ جنيهًا.

مثال 41: يمتلك السيد/ جعفر مزرعة زرع ثلاثة أخماسها قربييط. إذا كانت المساحة المزروعة = 6 أفدنة، فكم تكون مساحة المزرعة؟

الحل: $\frac{3}{5}$ مساحة المزرعة = 6 أفدنة.

هذا يعني أن $\frac{1}{5}$ مساحة المزرعة = $\frac{6}{3} = 2$ فداناً. (الصحيح لغوياً: فدانين)
وبالتالي فإن مساحة المزرعة = $2 \times 5 = 10$ أفدنة.

(راجع الأمثلة 38، 39، 40 السابقة مباشرة).

مثال 42: تدفع السيدة/ رقية $\frac{19}{100}$ شهرياً من راتبها كإيجار لمنزلها. إذا كان إيجار المنزل 988 جنيهاً شهرياً، فكم يكون راتبها الشهري؟

الحل: $\frac{19}{100}$ يمثل 988 جنيهاً.

فيكون $\frac{1}{100}$ يمثل $\frac{988}{19} = 52$ جنيهاً.

فيكون راتب السيدة/ رقية الشهري = $100 \times 52 = 5,200$ جنيه.

مثال 43: ضعف كسر = $\frac{1}{2}$ ، المقام = $\frac{2}{3}$. ما البسط؟

الحل: الكسر = $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$

$$\frac{\text{البسط} \times 3}{2} = \frac{\text{البسط}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$$

وهذا يعني أن $2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ البسط أي أن البسط = $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

مثال 44: احسب $\frac{7\frac{1}{9}}{10\frac{2}{3}}$. الحل: $\frac{7\frac{1}{9}}{10\frac{2}{3}} = \frac{\frac{64}{9}}{\frac{32}{3}} = \frac{64}{9} \times \frac{3}{32} = \frac{2}{3}$

مثال 45: احسب $\frac{1\frac{4}{9}}{2\frac{8}{27}}$. الحل: $\frac{1\frac{4}{9}}{2\frac{8}{27}} = \frac{\frac{13}{9}}{\frac{62}{27}} = \frac{13}{9} \times \frac{27}{62} = \frac{39}{62}$

مثال 46: حوض معتز يملأ بـ 15 لتراً. ومعتز لديه آلة غرف تغرف حجماً قدره $\frac{3}{4}$ لتر من السائل. كم مرة يحتاج أن يغترف الماء حتى يملأ الحوض؟

الحل: عدد المرات اللازمة لملء الحوض = $\frac{15}{\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}} = \frac{15}{\frac{9}{16}} = \frac{15 \times 16}{9} = \frac{4}{3} \times 15 = 20$

$$20 = 4 \times 5 = \frac{4}{3} \times 15 = \text{مثال 47: عين قيمة س:}$$

$$\frac{5}{7} \xleftarrow{\text{س} \times} \frac{2}{3} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{9}{10} \xleftarrow{\text{س} \times} \frac{4}{5} \quad (\text{أ})$$

$$\frac{35}{8} \xleftarrow{\text{س} \times} \frac{7}{8} \quad (\text{د})$$

$$\frac{9}{8} \xleftarrow{\text{س} \times} \frac{3}{8} \quad (\text{ج})$$

الحل:

$$\frac{9}{10} \times \frac{5}{4} = \text{س} \times \frac{4}{5} \quad \text{أي أن } \frac{9}{10} \times \frac{5}{4} = \text{س} \times 1 \quad (\text{أ})$$

$$\frac{9}{10} \times \frac{5}{4} = \frac{45}{40} = \text{س} \quad \text{أي أن س} = \frac{45}{40}$$

$$\frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \text{س} \times \frac{2}{3} \quad \text{أي أن } \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \text{س} \times 1 \quad (\text{ب})$$

$$\frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{14} = \text{س} \quad \text{أي أن س} = \frac{15}{14}$$

$$\frac{9}{8} \times \frac{8}{3} = \text{س} \times \frac{3}{8} \quad \text{أي أن } \frac{9}{8} \times \frac{8}{3} = \text{س} \times 1 \quad (\text{ج})$$

$$\frac{9}{8} \times \frac{8}{3} = \frac{9}{3} = 3 = \text{س} \quad \text{أي أن س} = 3$$

$$\frac{35}{8} \times \frac{8}{7} = \text{س} \times \frac{7}{8} \quad \text{أي أن } \frac{35}{8} \times \frac{8}{7} = \text{س} \times 1 \quad (\text{د})$$

$$\frac{35}{8} \times \frac{8}{7} = \frac{35}{7} = 5 = \text{س} \quad \text{أي أن س} = 5$$

باختصار $\frac{35}{8} = \text{س} \times \frac{7}{8}$ تعني أن س = $\frac{35}{8} \times \frac{8}{7} = 5$ وبالمثل في (أ)، (ب)، (ج).

$$\text{مثال 48: اقسام: (أ) } \frac{1 \text{ سم}^2}{1 \text{ دسم}^2} \quad (\text{ب}) \frac{1 \text{ سم}^3}{1 \text{ دسم}^3} \quad (\text{دسم} = \text{دسيمتر})$$

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1 \text{ دسم} \times 1 \text{ دسم}}{1 \text{ دسم}^2} = \frac{1 \text{ سم}^2}{1 \text{ دسم}^2} \quad (\text{أ})$$

$$\frac{1}{1,000} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1 \text{ دسم} \times 1 \text{ دسم} \times 1 \text{ دسم}}{1 \text{ دسم}^3} = \frac{1 \text{ سم}^3}{1 \text{ دسم}^3} \quad (\text{ب})$$

$$\text{مثال 49: كسر} = \frac{3}{4} \cdot \text{البسط} = \frac{4}{5} \text{ ما المقام؟}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{3}{4} \quad \text{أي أن} \quad \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \quad \text{الحل:}$$

$$\frac{16}{15} = \frac{1}{\text{المقام}}, \text{ أي أن المقام} = \frac{15}{16}, \text{ أي أن} \frac{4}{5 \times \text{المقام}} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{16} \times \frac{4}{5} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{16}{15}} \text{ التحقق:}$$

مثال 50: زجاجة سعتها $\frac{7}{10}$ لتر، يراد تفريغ محتواها في أكواب صغيرة، سعة كل كوب $\frac{2}{100}$ لتر. كم كوبًا يلزم لذلك؟

$$\text{الحل: عدد الأكواب اللازمة} = \frac{\frac{7}{10}}{\frac{2}{100}} = \frac{100}{2} \times \frac{7}{10} = 35 \text{ كوبًا.}$$

مثال 51: اشترت السيدة / مروة $2\frac{1}{2}$ كجم من الزبد على هيئة مستطيلات، وزن كل مستطيل $\frac{1}{4}$ كجم. كم مستطيلًا اشترت؟

$$\text{الحل: عدد المستطيلات المشتراة} = \frac{2\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{1} \times \frac{5}{2} = 10 \text{ مستطيلات.}$$

مثال 52: ليكن لدينا الكسران $\frac{5}{7}$ ، $\frac{8}{9}$

(أ) أيهما أصغر: حاصل ضربهما أم حاصل جمعهما؟

(ب) أيهما أكبر: حاصل ضربهما أم خارج قسمة أكبرهما على أصغرهما؟

(ج) أيهما الأصغر: خارج قسمة أصغرهما على أكبرهما أم باقي طرح أصغرهما من أكبرهما؟

$$\text{الحل: (أ) حاصل الضرب} = \frac{5}{7} \times \frac{8}{9} = \frac{40}{63}$$

$$\text{حاصل الجمع} = \frac{5}{7} + \frac{8}{9} = \frac{9 \times 5 + 7 \times 8}{63} = \frac{45 + 56}{63} = \frac{101}{63}$$

هذا متوقع لأن كلا الكسرين أصغر من الواحد، فحاصل ضربهما سيكون أصغر من أصغرهما، بينما حاصل الجمع سيكون أكبر من أكبرهما. ولهذا فإن حاصل الضرب سيكون أصغر من حاصل الجمع.

$$(ب) \text{ خارج قسمة أكبرهما على أصغرهما} = \frac{\frac{8}{9}}{\frac{5}{7}} = \frac{7 \times 8}{5 \times 9} = \frac{56}{45} > 1$$

بالطبع خارج القسمة أكبر من 1، لأن البسط هو الأكبر والمقام هو الأصغر، بينما حاصل الضرب سيكون أصغر من 1 كما سبق، فيكون خارج قسمة أكبرهما على أصغرهما أكبر من حاصل ضربهما.

$$(ج) \text{ خارج قسمة أصغرهما على أكبرهما} = \frac{\frac{5}{7}}{\frac{8}{9}} = \frac{9 \times 5}{8 \times 7} = \frac{45}{56}$$

$$\text{باقي طرح أصغرهما من أكبرهما} = \frac{5}{7} - \frac{8}{9} = \frac{9 \times 5 - 7 \times 8}{7 \times 9} = \frac{45 - 56}{63} = \frac{11}{63}$$

وهو أصغر من خارج القسمة السابق.

مثال 53: يتنفس عداء في شهيق واحد $\frac{3}{4}$ لتر من الهواء. وخمس هذا الهواء من الأكسجين. كم يتنفس العداء من الأكسجين في الشهيق الواحد؟

$$\text{الحل: يتنفس العداء من الأكسجين في الشهيق الواحد كمية} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{20} \text{ لترًا.}$$

مثال 54: خزان به $16\frac{1}{2}$ لتر من عصير الفاكهة. يراد ملأ العصير في زجاجات سعة الزجاجة $\frac{3}{4}$ لتر. كم زجاجة تلزم لذلك؟

$$\text{الحل: عدد الزجاجات اللازمة} = \frac{16\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{33}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{33}{2} \times \frac{4}{3} = 22 \text{ زجاجة.}$$

مثال 55: وعاء غرف سعته $\frac{3}{8}$ لتر من الماء. كم مرة يجب أن يستعمل حتى يملأ أواني مختلفة لها السعات:

$$(أ) 1\frac{1}{2} \text{ لتر (ب) } 3\frac{3}{4} \text{ لتر (ج) } 11\frac{1}{4} \text{ لتر (د) } 23\frac{1}{4} \text{ لتر (هـ) } 3\frac{6}{8} \text{ لتر؟}$$

$$\text{الحل: (أ) عدد المرات} = \frac{1\frac{1}{2}}{\frac{3}{8}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{8}} = \frac{8 \times 3}{3 \times 2} = 4 \text{ مرات.}$$

$$(ب) \text{ عدد المرات} = \frac{8}{3} \times \frac{15}{4} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{3\frac{3}{4}}{\frac{3}{8}} = 10 \text{ مرات.}$$

$$(ج) \text{ عدد المرات} = \frac{8}{3} \times \frac{45}{4} = \frac{\frac{45}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{11\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = 30 \text{ مرة.}$$

$$(د) \text{ عدد المرات} = \frac{8}{3} \times \frac{93}{4} = \frac{\frac{93}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{23\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = 62 \text{ مرة.}$$

$$(هـ) \text{ عدد المرات} = \frac{3\frac{3}{4}}{\frac{3}{8}} = \frac{3\frac{6}{8}}{\frac{3}{8}} = 10 \text{ مرات. (انظر (ب)).}$$

مثال 56: محيط طارة سيارة = $5\frac{5}{7}$ م. تسير السيارة مسافة 2 كم. كم مرة تدور عجلة السيارة؟

$$\text{الحل: عدد المرات} = \frac{7 \times 2,000}{40} = \frac{2,000}{\frac{40}{7}} = \frac{2,000}{5\frac{5}{7}} = 350 \text{ مرة.}$$

(لاحظ أن 2 كم = 2,000 م)

مثال 57: طريق في حديقة طوله 44 متراً. يجب أن يغطى بالأواح، طول اللوح $\frac{4}{5}$ م، عرضه $\frac{11}{20}$ م. كم لوحًا يلزم إذا كانت الألواح سترص متجاورة (أ) طولياً (ب) عرضياً؟

$$\text{الحل: (أ) عدد الألواح} = \frac{44}{\frac{4}{5}} = \frac{44}{4} \times 5 = 55 \text{ لوحًا.}$$

$$(ب) \text{ عدد الألواح} = \frac{44}{\frac{11}{20}} = \frac{44}{11} \times 20 = 80 \text{ لوحًا.}$$

مثال 58: لعمل مشبك سلكي من النوع (أ) لأعمال المكاتب يلزم $\frac{3}{5}$ م من السلك. وتنفذ لعمله الماكينة في الثانية طولاً من السلك قدره $\frac{12}{5}$ م. ولعمل مشبك سلكي من النوع (ب) يلزم $\frac{3}{20}$ م، وتنفذ الماكينة لعمله طولاً من السلك قدره $\frac{6}{5}$ م في الثانية. كم مشبكًا سيعمل في الثانية من النوعين؟

$$\text{الحل: عدد المشابك المصنوعة بالماكينة من النوع (أ) في الثانية} = \frac{\frac{12}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{12}{3} = 4$$

$$4 \text{ مشابك} = \frac{5}{3} \times \frac{12}{5} =$$

$$\frac{\frac{6}{5}}{\frac{3}{20}} = \text{عدد المشابك المصنوعة بالماكينة من النوع (ب) في الثانية}$$

$$8 \text{ مشابك} = \frac{20}{3} \times \frac{6}{5} =$$

مثال 59: احسب بطريقة حسنة:

$$\begin{aligned} & \text{(أ)} \frac{5}{3} \times \frac{8}{7} \times \frac{6}{25} \quad \text{(ب)} \frac{7}{10} \times \frac{9}{11} \times \frac{20}{21} \quad \text{(ج)} \frac{10}{9} \times \frac{9}{40} \times \frac{13}{7} \\ & \text{(د)} \frac{4}{11} \times \frac{11}{8} \times \frac{9}{5} \quad \text{(هـ)} \frac{1}{11} \times 2 \frac{1}{7} \times 7 \frac{1}{3} \times 2 \frac{4}{5} \quad \text{(و)} \frac{1}{13} \times 1 \frac{5}{7} \times 5 \frac{1}{5} \times 5 \frac{1}{4} \\ & \text{(ز)} 2 \frac{1}{4} \times \frac{3}{11} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{9} \quad \text{(ح)} \frac{7}{12} \times \frac{4}{15} \times \frac{6}{7} \times 3 \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\text{الحل: (أ)} \frac{16}{35} = \frac{1 \times 8 \times 2}{1 \times 7 \times 5} = \frac{5}{3} \times \frac{8}{7} \times \frac{6}{25} \quad \text{(بالقسمة بسيطاً ومقاماً على } 5 \times 3 \text{)}$$

$$\text{(ب)} \frac{6}{11} = \frac{18}{33} = \frac{1 \times 9 \times 2}{1 \times 11 \times 3} = \frac{7}{10} \times \frac{9}{11} \times \frac{20}{21}$$

$$\text{(ج)} \frac{13}{28} = \frac{1 \times 1 \times 13}{1 \times 4 \times 7} = \frac{10}{9} \times \frac{9}{40} \times \frac{13}{7}$$

$$\text{(د)} \frac{9}{10} = \frac{1 \times 1 \times 9}{1 \times 2 \times 5} = \frac{4}{11} \times \frac{11}{8} \times \frac{9}{5}$$

$$\text{(هـ)} \frac{72}{1 \times 1 \times 1 \times 1} = \frac{6 \times 3 \times 2 \times 2}{1 \times 1 \times 1 \times 1} = \frac{18}{11} \times \frac{15}{7} \times \frac{22}{3} \times \frac{14}{5} = 1 \frac{7}{11} \times 2 \frac{1}{7} \times 7 \frac{1}{3} \times 2 \frac{4}{5}$$

$$\text{(و)} 54 = 3 \times 3 \times 2 \times 3 = \frac{15}{13} \times \frac{12}{7} \times \frac{26}{5} \times \frac{21}{4} = 1 \frac{2}{13} \times 1 \frac{5}{7} \times 5 \frac{1}{5} \times 5 \frac{1}{4}$$

$$\text{(ز)} \frac{15}{77} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 1}{1 \times 11 \times 7 \times 1} = \frac{9}{4} \times \frac{3}{11} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{9} = 2 \frac{1}{4} \times \frac{3}{11} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{9}$$

$$\text{(ح)} \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{2 \times 1 \times 1 \times 1} = \frac{7}{12} \times \frac{4}{15} \times \frac{6}{7} \times \frac{15}{4} = \frac{7}{12} \times \frac{4}{15} \times \frac{6}{7} \times 3 \frac{3}{4}$$

مثال 60: ضع مكان س العدد الصحيح:

$$\text{(أ)} \frac{17}{19} \times \frac{13}{27} = \frac{13}{27} \times \text{س} \quad \text{(ب)} \frac{8}{15} \times \frac{3}{7} = \text{س} \times \frac{8}{15} \quad \text{(ج)} \frac{11}{13} \times \frac{51}{67} = \text{س} \times \frac{11}{13}$$

$$\text{الحل: (أ)} \frac{17}{19} \times \frac{13}{27} = \frac{13}{27} \times \frac{17}{19} \quad \text{(ب)} \frac{8}{15} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{8}{15}$$

$$\frac{11}{13} \times \frac{51}{67} = \frac{51}{67} \times \frac{11}{13} \text{ (ج)}$$

مثال 62: احسب بطريقة حسنة:

$$\frac{5}{11} : (\frac{11}{20} : \frac{5}{22}) \text{ (د)} \quad (\frac{5}{4} : \frac{2}{3}) : \frac{3}{5} \text{ (ج)} \quad (\frac{2}{3} : \frac{9}{16}) : \frac{5}{4} \text{ (ب)} \quad \frac{4}{7} : (\frac{2}{3} : \frac{3}{5}) \text{ (أ)}$$

$$\frac{63}{40} = \frac{7 \times 3 \times 3}{4 \times 2 \times 5} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{7} \times \frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{7} \times \frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{8}{21}} = \frac{3}{5} \times \frac{21}{8} = \frac{63}{40} \text{ (أ): الحل}$$

$$\frac{40}{27} = \frac{4 \times 2 \times 5}{3 \times 9 \times 1} = \frac{16 \times 2}{3 \times 9} \times \frac{5}{4} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{3 \times 9}{16 \times 2}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{27}{16}} = \frac{5}{4} \times \frac{16}{27} = \frac{20}{27} \text{ (ب)}$$

$$\frac{9}{8} = \frac{5 \times 3 \times 3}{4 \times 2 \times 5} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{8}{15}} = \frac{3}{5} \times \frac{15}{8} = \frac{9}{8} \text{ (ج)}$$

$$\frac{10}{11} = \frac{5 \times 4}{22} = \frac{\frac{5}{22}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{22}}{\frac{1}{1} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{22}}{\frac{5}{11} \times \frac{11}{20}} = \frac{\frac{5}{22}}{\frac{5}{11}} = \frac{5}{22} \times \frac{11}{5} = \frac{11}{22} = \frac{1}{2} \text{ (د)}$$

مثال 63: احسب بطريقتين مختلفتين:

$$(\frac{4}{9} - \frac{8}{3}) \times \frac{3}{4} \text{ (ب)} \quad (\frac{2}{3} + \frac{6}{5}) \times \frac{5}{6} \text{ (أ)}$$

$$\frac{15}{7} \times (\frac{4}{15} - \frac{7}{5}) \text{ (د)} \quad \frac{8}{3} \times (\frac{3}{8} + \frac{3}{11}) \text{ (ج)}$$

$$1 \frac{5}{9} = \frac{5}{9} + 1 = \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} + \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} = (\frac{2}{3} + \frac{6}{5}) \times \frac{5}{6} \text{ (أ): الحل}$$

$$= \frac{14}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{28}{15} \times \frac{5}{6} = \frac{5 \times 2 + 3 \times 6}{15} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{2}{3} + \frac{6}{5} \right) \times \frac{5}{6}$$

$$1 \frac{5}{9} = \frac{14}{9}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{1} - \frac{2}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{4} - \frac{8}{3} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{4}{9} - \frac{8}{3} \right) \times \frac{3}{4} \quad (\text{ب})$$

$$1 \frac{2}{3} = \frac{5}{3} = \frac{1}{3} - 2$$

$$= \frac{20}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{4 - 24}{9} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{1 \times 4 - 3 \times 8}{9} \right) \times \frac{3}{4} = \left(\frac{4}{9} - \frac{8}{3} \right) \times \frac{3}{4}$$

$$1 \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{1}$$

$$1 \frac{8}{11} = \frac{19}{11} = 1 + \frac{8}{11} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{8}{3} \times \frac{3}{11} = \frac{8}{3} \times \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{11} \right) \quad (\text{ج})$$

$$= \frac{8}{3} \times \frac{33 + 24}{8 \times 11} = \frac{8}{3} \times \left(\frac{11 \times 3 + 8 \times 3}{8 \times 11} \right) = \frac{8}{3} \times \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{11} \right)$$

$$1 \frac{8}{11} = \frac{19}{11} = \frac{1 \times 19}{1 \times 1 \times 11} = \frac{8 \times 57}{3 \times 8 \times 11}$$

$$\frac{17}{7} = \frac{4}{7} - 3 = \frac{4}{7} - \frac{15}{5} = \frac{15}{7} \times \frac{4}{15} - \frac{15}{7} \times \frac{7}{5} = \frac{15}{7} \times \left(\frac{4}{15} - \frac{7}{5} \right) \quad (\text{د})$$

$$2 \frac{3}{7} =$$

$$2 \frac{3}{7} = \frac{17}{7} = \frac{15}{7} \times \left(\frac{1 \times 4 - 3 \times 7}{15} \right) = \frac{15}{7} \times \left(\frac{4}{15} - \frac{7}{5} \right)$$

ليس بالضرورة أن تكون إحدى الطريقتين أفضل على الدوام كما نرى.

مثال 64: إحسب وقارن:

$$\frac{1}{6} : \frac{2}{5} + \frac{1}{3} : \frac{2}{5} \quad , \quad \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \right) : \frac{2}{5} \quad (\text{أ})$$

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} - \frac{1}{10} : \frac{3}{4} \quad , \quad \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2} \right) : \frac{3}{4} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{4}{5} = \frac{6 \times 2}{3 \times 5} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{6}} = \frac{3}{6} : \frac{2}{5} = \left(\frac{1+2}{6} \right) : \frac{2}{5} \quad (\text{أ}): \text{الحل}$$

$$\frac{18}{5} = \frac{12}{5} + \frac{6}{5} = \frac{6 \times 2}{1 \times 5} + \frac{3 \times 2}{1 \times 5} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{6}} + \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{6} : \frac{2}{5} + \frac{1}{3} : \frac{2}{5}$$

لاحظ الاختلاف في النتيجة.

$$= \frac{10 \times 3}{4 \times 4} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{10}} = \frac{4}{10} : \frac{3}{4} = \left(\frac{1-5}{10} \right) : \frac{3}{4} = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2} \right) : \frac{3}{4} = \frac{15}{8} = \frac{5 \times 3}{4 \times 2}$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{5 \times 3}{2} = \frac{2 \times 3}{1 \times 4} - \frac{10 \times 3}{1 \times 4} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} - \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} - \frac{1}{10} : \frac{3}{4}$$

$$6 = \frac{12}{2} = \frac{3}{2} - \frac{15}{2}$$

لاحظ كذلك الاختلاف في النتيجة.

مثال 65: نموذج: $5 : 15 \frac{10}{11}$

$$3 \frac{2}{11} = \frac{2}{11} + 3 = \frac{10}{5 \times 11} + 3 = 5 : \frac{10}{11} + 5 : 15 = 5 : \left(\frac{10}{11} + 15 \right) =$$

احسب الآن كما في النموذج :

$$\begin{aligned} & 7 : 14 \frac{21}{25} \text{ (د)} \quad 2 : 8 \frac{4}{7} \text{ (ج)} \quad 30 \frac{10}{13} \times \frac{1}{10} \text{ (ب)} \quad 8 \frac{6}{11} \times \frac{1}{2} \text{ (أ)} \\ & \text{الحل: (أ)} \quad 8 \frac{6}{11} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{6}{11} + 8 \right) \times \frac{1}{2} = 8 \frac{6}{11} \times \frac{1}{2} \\ & \text{(ب)} \quad 30 \frac{10}{13} \times \frac{1}{10} = \left(\frac{10}{13} + 30 \right) \times \frac{1}{10} = \left(30 \frac{10}{13} \right) \times \frac{1}{10} \\ & \text{(ج)} \quad 2 : 8 \frac{4}{7} = 2 : \left(\frac{4}{7} + 8 \right) = 2 : 8 \frac{4}{7} \\ & \text{(د)} \quad 7 : 14 \frac{21}{25} = 7 : \left(\frac{21}{25} + 14 \right) = 7 : 14 \frac{21}{25} \end{aligned}$$

مثال 66: $\frac{2}{5}$ أشجار غابة من الصنوبر . $\frac{3}{4}$ أشجار الغابة علية .

(أ) ما نسبة (كسر) أشجار الصنوبر الصحيحة ؟ احسب بطريقتين مختلفتين .

(ب) ما نسبة (كسر) أشجار غير الصنوبر المعتلة ؟ احسب بطريقتين مختلفتين .

$$\begin{aligned} \text{الحل : (أ) نسبة أشجار الصنوبر الصحيحة} &= \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} - 1 \times \frac{2}{5} = \frac{3-2 \times 2}{2 \times 5} = \frac{3}{2 \times 5} - \frac{2}{5} = \\ &= \frac{1 \times 2}{4 \times 5} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{2}{5} = \frac{1}{10} = \frac{1}{2 \times 5} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ب) نسبة أشجار غير الصنوبر المعتلة} &= \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4} \times \left(\frac{2}{5} - 1 \right) = \frac{9}{20} = \frac{6-15}{20} = \frac{3 \times 2 - 5 \times 3}{4 \times 5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5} - \frac{3}{4} \\ \text{طريقة أخرى: نسبة أشجار غير الصنوبر المعتلة} &= \frac{9}{20} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{5} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مثال 67: } \frac{2}{3} \text{ تلاميذ فصل في مدرسة من الفتيات ، الثلث الباقي من الفتيان. } \frac{3}{4} \text{ الفتيات نجحن} \\ \text{في الامتحان ، } \frac{2}{3} \text{ الفتيان نجحوا في الامتحان. كم تكون نسبة الناجحين في الامتحان ؟} \\ \text{الحل: نسبة الناجحين في الامتحان} &= \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4} \right) \frac{2}{3} = \frac{13}{18} = \frac{13}{12} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{4}{12} + \frac{9}{12} \right) \frac{2}{3} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مثال 68: } \frac{2}{5} \text{ تلاميذ فصل يتعلمون قيادة السيارات . بسبب حادث الحافلة التي تقلهم أتى} \\ \text{ثلثهم إلى الدرس متأخرين . كم نسبة من حضر من كل التلاميذ في الموعد ؟} \\ \text{الحل: نسبة الحاضرين في الموعد} &= \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{13}{15} = \frac{4+9}{15} = \frac{2 \times 2}{5 \times 3} + \frac{3 \times 3}{5 \times 3} \\ \left(\frac{3}{5} \right) \text{ التلاميذ لا يتعلمون قيادة السيارات فمن المفترض أنهم حضروا الدرس في الموعد} \\ \text{المحدد ، كما أن } \frac{2}{3} \text{ التلاميذ الذين يدرسون قيادة السيارات لم يتأخروا عن الموعد ، وبهذا} \\ \text{تكون نسبة التلاميذ الحاضرين في الموعد المحدد كما هي موضحة} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مثال 69: في مدينة ما 12,000 مركبة منها 4,500 حافلة . تتجه } \frac{2}{3} \text{ هذه المركبات كلها} \\ \text{إلى قرية مجاورة . كم تكون نسبة الحافلات المتجهة إلى القرية من كل المركبات ؟} \\ \text{الحل : نسبة الحافلات المتجهة إلى القرية من كل المركبات} &= \frac{1}{4} = \frac{4,500}{12,000} \times \frac{2}{3} \\ \text{(عدد الحافلات المتجهة إلى القرية} &= 4,500 \times \frac{2}{3} = 3,000 \text{ حافلة)} \\ \text{وتكون نسبة الحافلات المتجهة إلى القرية من كل المركبات كما هو موضح} \end{aligned}$$

(3) احسب المساحات الآتية بالوحدات الموجودة على اليسار:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{4}, \frac{1}{100} \text{ سم}^2$$

$$\text{(نموذج: } \frac{1}{2} \text{ سم}^2 = 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 50 \text{ مم}^2)$$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100} \text{ دسم}^2$$

$$\text{(نموذج: } \frac{1}{2} \text{ دسم}^2 = 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 50 \text{ سم}^2)$$

(4) إذا علمت أن 1 لتراً = 1,000 مليلتر، 1 متر³ (متراً مكعباً) = 1,000 دسم³

(دسيمتر مكعب)، 1 دسيمتر مكعباً = 1,000 سم³ (سنتيمتر مكعب)، فاكتب الحجوم الآتية

بالوحدات المعطاة على اليسار:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1,000} \text{ لتر}$$

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{1,000} \text{ م}^3 (= \text{متراً مكعباً})$$

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{1,000} \text{ دسم}^3 (= \text{مليلتراً})$$

(5) اكتب كأجزاء من الوحدات التي على اليسار:

$$100, 500, 250, 1 \text{ م}$$

$$1, 250, 500, 100 \text{ مليلتر}$$

$$30, 1, 15, 45 \text{ دقيقة}$$

$$50, 1, 10, 20 \text{ سم}$$

$$1 \text{ م}$$

$$(1 \text{ كم} = 1,000 \text{ م})$$

$$\text{(نموذج: } 250 \text{ م} = \frac{250}{1,000} \text{ كم} = \frac{1}{4} \text{ كم})$$

$$20 \text{ سم} = \frac{20}{100} \text{ م} = \frac{1}{5} \text{ م})$$

(6) إذا علمت أن 1 كيلو جراماً (1 كجم) = 1,000 جرام (1,000 جم) فاحسب بالجرام

الأوزان المعطاة بالكيلوجرامات الآتية:

$$\frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{3}{5}, \frac{6}{20}, \frac{6}{100}, \frac{7}{10}, \frac{3}{50}, \frac{3}{100}, \frac{10}{250}, \frac{20}{25}, \frac{1}{40}$$

(7) كم كسرًا يكون لدينا إذا كان البسط أحد الأرقام 1، 2، 3، 4، 5، وكان المقام 6 أو 7 أو 8 أو 9 أو 10؟

اكتب الكسور التي لها الخصائص الآتية:

(أ) البسط أصغر من المقام بـ 5.

(أ) البسط يقبل القسمة على 3، لكن المقام لا يقبل القسمة على 3.

(8) حوّل أجزاء السنة الآتية إلى شهور:

$$\frac{11}{12}, \frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$$

(نموذج: $\frac{2}{3}$ سنة = $\frac{2}{3} \times 12$ شهرًا = 8 شهور)

(9) حوّل أجزاء الأيام الآتية إلى ساعات:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{24}, \frac{11}{12}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$$

(نموذج: $\frac{5}{6}$ يوم = $\frac{5}{6} \times 24$ ساعة = 20 ساعة)

(10) حوّل إلى كسر غير اعتيادي الكسور المختلطة الآتية:

$$4\frac{9}{17}, 3\frac{3}{16}, 8\frac{3}{10}, 7\frac{11}{20}, 3\frac{2}{7}, 6\frac{2}{5}, 9\frac{5}{8}, 2\frac{4}{5}, 3\frac{3}{4}, 4\frac{1}{2}$$

(11) حوّل الكسور غير الاعتيادية الآتية إلى كسور مختلطة:

$$\frac{40}{19}, \frac{38}{15}, \frac{25}{11}, \frac{15}{7}, \frac{27}{16}, \frac{24}{13}, \frac{18}{7}, \frac{9}{4}, \frac{35}{8}, \frac{17}{2}$$

(12) احسب الفرق بين الكسور الآتية والأعداد الطبيعية التي أكبر منها مباشرة:

$$\frac{13}{8}, \frac{14}{3}, \frac{26}{5}, \frac{65}{12}, \frac{17}{7}, \frac{8}{5}, \frac{20}{13}, \frac{11}{6}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}$$

(نموذج: $1\frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4+3}{4} = \frac{7}{4}$. العدد الطبيعي الذي أكبر من $1\frac{3}{4}$ مباشرة هو

$$2. \text{ ويكون } 2 = 1\frac{3}{4} - \frac{8}{4} = \frac{7}{4} - \frac{8}{4} = -\frac{1}{4}$$

(13) احسب الفرق بين الكسور في التمرين السابق مباشرة، والأعداد الطبيعية التي أصغر

منها مباشرة.

(نموذج: $\frac{5}{6} = \frac{5}{6} + \frac{6}{6} = \frac{5+6}{6} = \frac{11}{6}$ 1. العدد الطبيعي الذي أصغر من $\frac{11}{6}$ مباشرة هو 1 ويكون الفرق المطلوب هو $\frac{5}{6}$)

(14) اعتبر الكسور الآتية:

$$\frac{49}{6}, \frac{64}{8}, \frac{75}{5}, \frac{81}{10}, \frac{28}{8}, \frac{43}{9}, \frac{30}{6}, \frac{15}{4}, \frac{16}{5}, \frac{20}{5}$$

(أ) عيّن مما سبق الكسور التي يمكن أن تمثل ككسور مختلطة.

(ب) عَيِّنْ مما سبق الكسور التي يمكن أن تمثل كأعداد طبيعية.

(ج) عَيِّنْ شَرْطًا لِكُلِّ مِنْ (أ)، (ب) السَّابِقِينَ.

(15) حوّل الأزمنة الآتية بالساعات إلى دقائق:

$$9\frac{4}{5}, 13\frac{5}{12}, 2\frac{11}{12}, 4\frac{1}{2}, 3\frac{2}{3}, 1\frac{7}{12}, 3\frac{9}{20}, 4\frac{7}{12}, 2\frac{5}{6}, 1\frac{2}{3}$$

(نموذج: $1\frac{2}{3}$ ساعة $= (\frac{3}{3} + \frac{2}{3})$ ساعة $= \frac{5}{3}$ ساعة $= \frac{5}{3} \times 60$ دقيقة $= 100$ دقيقة)

(16) حَوْلَ الْأَزْمَنَةِ الْآتِيَةِ بِالسَّنَوَاتِ إِلَى شَهْوَرٍ:

$$7\frac{3}{4}, 9\frac{1}{12}, 7\frac{1}{3}, 8\frac{1}{6}, 6\frac{5}{12}, 3\frac{5}{6}, 6\frac{1}{2}, 5\frac{3}{4}, 4\frac{2}{3}, 2\frac{7}{12}$$

(نموذج: $2\frac{7}{12}$ سنة = $(\frac{24}{12} + \frac{7}{12})$ سنة = $\frac{31}{12}$ سنة = $\frac{31}{12} \times 12$ شهرًا = 31 شهرًا)

(17) حوّل الهجوم الآتية بالترات إلى مليلترات:

$$35\frac{9}{50}, 23\frac{7}{40}, 6\frac{7}{8}, 12\frac{1}{5}, 17\frac{1}{2}, 13\frac{7}{20}, 5\frac{3}{10}, 3\frac{5}{8}, 4\frac{4}{5}, 7\frac{3}{8}$$

(نمودج: $7\frac{3}{8}$ لتر = $(\frac{8 \times 7}{8} + \frac{3}{8})$ لتر = $(\frac{56}{8} + \frac{3}{8})$ لتر)

$$\frac{59}{8} \text{ لترًا} = 1,000 \times \frac{59}{8} \text{ مليلتر}$$

$$125 \times 59 = 7,375 \text{ مليلترًا}$$

(18) حوّل المساحات المعطاة بالأمتار المربعة الآتية إلى دسيمترات مربعة:

$$2, 1\frac{4}{5}, 4\frac{1}{2}, 3\frac{3}{4}, 2\frac{1}{4}$$

$$2م \frac{9}{4} = 2م (\frac{8}{4} + \frac{1}{4}) = 2م 2 \frac{1}{4} : \text{نمودج}$$

$$10 \times 10 \times \frac{9}{4} = \text{دسم 2}$$

$$225 = 25 \times 9 = \text{دسم 2}$$

(19) اكتب الأعداد الآتية في الصورة المختلطة:

$$\frac{219}{6}, \frac{43}{7}, \frac{27}{8}, \frac{19}{4}, \frac{11}{2}, \frac{324}{100}, \frac{27}{10}, \frac{13}{8}, \frac{15}{4}, \frac{17}{3}$$

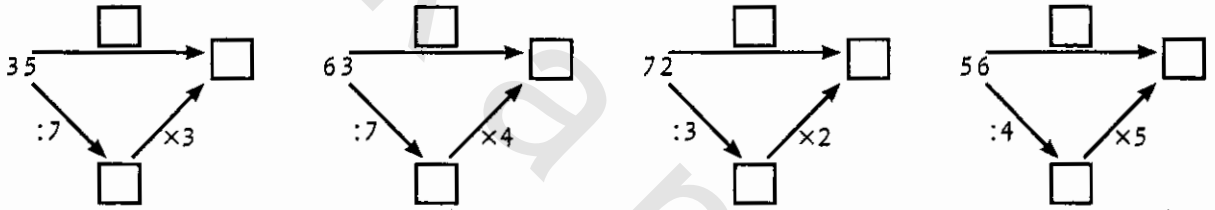
(20) (أ) قسم 25 طفلاً 4 توررات. كم يكون نصيب كل طفل؟

(ب) قسم 4 تفاحات على ثلاثة أطفال. كم يكون نصيب كل طفل؟

(21) اكتب بالصورة المختلطة:

$$\frac{38,254}{141}, \frac{28,476}{251}, \frac{32,073}{63}, \frac{1,415}{60}, \frac{45,976}{298}, \frac{2,474}{125}$$

(22) املأ المربعات الفارغة الآتية:



(كما سبق «x» تعني الضرب، «:» تعني القسمة)

(23) تمتلك الآنسة/ مي مساحة 306 م^2 من الأرض. على هذه المساحة بنت فيلا مكونة من طابقين. مساحة الطابق الأول 100 م^2 ، ومساحة الطابق الثاني 110 م^2 . كم ابنتت كسر المساحة المبنية إلى مساحة الأرض؟

(24) يريد الطفل/ عادل أن يحصل على 50 درجة (الدرجة النهائية) في امتحان الرياضيات، ومن أجل هذا فهو جاد في الاستذكار، لكنه حصل على 48 درجة فقط. بينما حصل في امتحان الدراسات الاجتماعية على 36 درجة من 40 درجة. هل كان إنجازاه في الرياضيات أفضل من إنجازاه في الدراسات الاجتماعية أم العكس هو الصحيح؟

(25) في حفل مدرسي كانت الفتيات من سن 9 إلى 12 يمثلن $\frac{2}{5}$ عدد الفتيات المشتركات وهو 35. كم كان عدد الفتيات المشتركات واللائي أعارهن ليست في هذه المرحلة من السن؟

(26) حصل الطفل / أحمد في عيد ميلاده على 20 جنيهًا من أبيه، وعلى 16 جنيهًا من أمه، وكان قد ادخر من قبل 48 جنيهًا. وهو يريد أن يشتري دراجة ثمنها 192 جنيهًا. كم يكون كسر ما معه إلى ثمن الدراجة؟

(27) كانت حصيلة حفل مدرسي 960 جنيهًا، حوّل منها 540 جنيهًا لدار للأطفال الأيتام. كم يكون كسر ما تبقى من الحصيلة إلى الحصيلة كلها؟

(28) اشترك الأطفال محمد ومختار وعلام في شراء هدية لأهمهم في عيد الأم ثمنها 90 جنيهًا. دفع محمد $\frac{4}{9}$ المبلغ، ودفع مختار $\frac{3}{9}$ المبلغ، ودفع علام الباقي. كم يكون ما دفعه كل منهم؟

(29) يريد الطفل / عمر أن يشتري دراجة ومن أجل هذا فقد ادخر 180 جنيهًا. وهو يقول لقد ادخرت $\frac{2}{3}$ ثمن الدراجة، فكم يكون ثمن الدراجة؟

(إرشاد: $\frac{2}{3}$ ثمن الدراجة = 180 جنيهًا.)

إذن $\frac{1}{3}$ ثمن الدراجة = $\frac{180}{2} = 90$ جنيهًا، وأكمل (...)

(30) املا المربعات الفارغة الآتية:

$$\begin{array}{ccccccc} \square \times \frac{3}{6} \rightarrow 300, & \square \times \frac{15}{2} \rightarrow 30, & \square \times \frac{3}{4} \rightarrow 21, & \square \times \frac{2}{9} \rightarrow 20 \\ \square \times \frac{3}{5} \rightarrow 12, & \square \times \frac{1}{5} \rightarrow 12, & \square \times \frac{3}{2} \rightarrow 45, & \square \times \frac{4}{4} \rightarrow 220 \\ \square \times \frac{7}{9} \rightarrow 63, & \square \times \frac{5}{8} \rightarrow 40, & \square \times \frac{15}{2} \rightarrow 15, & \square \times \frac{2}{5} \rightarrow 60 \end{array}$$

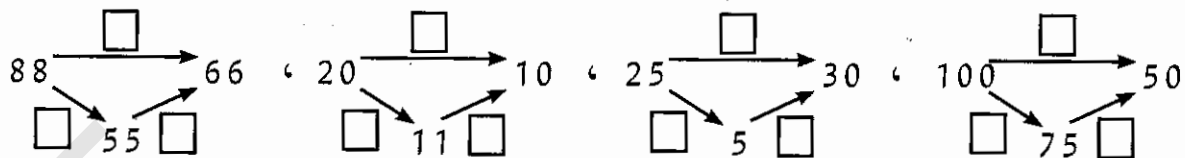
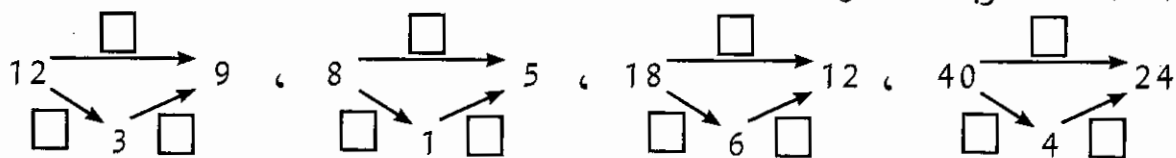
(حل جزء $\square \times \frac{2}{9} \rightarrow 20$: عدد $\times \frac{2}{9} = 20$. إذن $\frac{1}{9} \times$ عدد = $\frac{20}{2} = 10$)

(إذن العدد = $10 \times 9 = 90$).

(31) حصل الطالب / حسين على 14 صوتًا في انتخابات رئاسة اتحاد طلاب، وبهذا انتخب رئيسًا للاتحاد. فإذا كان كسر ما حصل عليه هو $\frac{7}{9}$ عدد الحاضرين، فكم كان عدد الحاضرين؟

(32) يقول ثابت: اليوم أكون قد راجعت 160 صفحة من المقرر، وهذا يمثل $\frac{4}{5}$ المقرر. كم يكون عدد صفحات المقرر؟

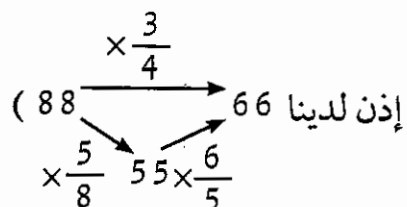
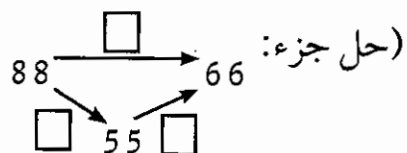
(33) املأ المربعات الفارغة؟



$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{11 \div 66}{11:88} = \frac{66}{88}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{11 \div 55}{11:88} = \frac{55}{88}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{11 \div 66}{11:55} = \frac{66}{55}$$



(34) في فصل من مدرسة ما يأتي 7 تلاميذ إلى المدرسة على الأقدام، 5 يأتون بالدراجات، ويأتي الباقون بالحافلات (= الأتوبيسات). فإذا كان عدد تلاميذ الفصل 30 تلميذاً فكم يكون كسر كل مجموعة من المجموعات الثلاث إلى عدد تلاميذ الفصل؟

(35) يراد رصف طريق طوله 14 كم. فإذا كان قد تم رصف $\frac{5}{6}$ منه، فكم يكون الباقي غير المرصوف؟

(36) في امتحان مادة الرياضيات رسب $\frac{2}{9}$ التلاميذ. فإذا كان عدد الراسبين 6، فكم يكون عدد التلاميذ الممتحنين؟

(37) في أحد فصول مدرسة يوجد 36 تلميذاً، $\frac{5}{12}$ منهم يمارسون رياضة كرة القدم، $\frac{2}{9}$ منهم يمارسون الشطرنج، $\frac{7}{18}$ منهم يمارسون تنس الطاولة.

(أ) كم من التلاميذ يمارس لعبة الشطرنج؟

(ب) كم منهم يمارس كرة القدم؟

(ج) كم منهم لا يمارس تنس الطاولة؟

(38) اشترك الأخوان حسن وحسين في افتتاح «سوبر ماركت» تكلف 250,000 جنيه. دفع حسن $\frac{3}{5}$ المبلغ، ودفع حسين الباقي. وكان الربح الصافي بعد الشهر الأول 10,500 جنيه. (أ) كم دفع كل من الأخوين لافتتاح السوبر ماركت؟ (ب) إذا كان الاتفاق أن توزع الأرباح بنسبة المساهمة في تكلفة الافتتاح فكم يكون نصيب كل منهما؟

(39) مد الكسور الآتية كما في المثال: $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

$\frac{24}{17}, \frac{18}{25}, \frac{7}{12}, \frac{8}{15}, \frac{11}{1}, \frac{5}{12}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{1}{8}, \frac{2}{3}$

(40) احسب عدد المد كما في المثال: $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

$\frac{54}{63} = \frac{6}{7}, \frac{21}{7} = \frac{3}{1}, \frac{55}{15} = \frac{11}{3}, \frac{49}{56} = \frac{7}{8}, \frac{40}{72} = \frac{5}{9}$

(41) (أ) مد الكسور الآتية بحيث يكون المقام 24:

(نموذج: $\frac{15}{24} = \frac{3 \times 5}{3 \times 8} = \frac{5}{8}$) $\frac{5}{1}, \frac{3}{8}, \frac{4}{6}, \frac{5}{4}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}$

(ب) مد الكسور الآتية بحيث يكون: (أ) المقام 96 (ب) البسط 90:

$\frac{10}{96}, \frac{18}{24}, \frac{5}{6}, \frac{90}{48}, \frac{30}{12}, \frac{6}{32}, \frac{45}{8}, \frac{9}{4}, \frac{2}{3}$

(نموذج: $\frac{90}{135} = \frac{45 \times 2}{45 \times 3} = \frac{2}{3}$ ، $\frac{64}{96} = \frac{32 \times 2}{32 \times 3} = \frac{2}{3}$)

(42) مد بحيث يكون المقام 10 أو 100 أو 1,000. أعط كذلك رقم المد:

$\frac{131}{200}, \frac{5}{8}, \frac{52}{125}, \frac{21}{250}, \frac{39}{200}, \frac{13}{40}, \frac{7}{25}, \frac{9}{20}, \frac{3}{25}, \frac{9}{2}, \frac{5}{4}, \frac{11}{5}$

(نماذج: $\frac{28}{100} = \frac{4 \times 7}{4 \times 25} = \frac{7}{25}$ رقم المد 4

$\frac{416}{1,000} = \frac{8 \times 52}{8 \times 125} = \frac{52}{125}$ رقم المد 8

$\frac{45}{10} = \frac{5 \times 9}{5 \times 2} = \frac{9}{2}$ رقم المد 5

(43) املاً المربعات الفارغة الآتية، وأعط رقم المد:

$\frac{48}{36} = \frac{\square}{12}, \frac{24}{40} = \frac{3}{\square}, \frac{35}{\square} = \frac{7}{12}, \frac{25}{\square} = \frac{5}{4}, \frac{\square}{35} = \frac{3}{7}$

$$\frac{720}{\square} = \frac{144}{\square} = \frac{72}{\square} = \frac{18}{\square} = \frac{6}{5}, \frac{\square}{840} = \frac{\square}{120} = \frac{\square}{24} = \frac{\square}{8} = \frac{3}{4}$$

(44) عيّن رقم المد في كل مما يأتي. كذلك عين المقولات الخاطئة، وفي هذه الحالة صحح المقام في الكسر الثاني:

$$\frac{110}{99} = \frac{11}{9}, \frac{48}{90} = \frac{8}{15}, \frac{48}{28} = \frac{12}{7}, \frac{65}{25} = \frac{13}{5}, \frac{36}{99} = \frac{4}{11}, \frac{42}{36} = \frac{7}{9}, \frac{35}{56} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{364}{441} = \frac{52}{63}, \frac{256}{225} = \frac{16}{15}, \frac{111}{138} = \frac{37}{46}, \frac{51}{96} = \frac{17}{32}, \frac{125}{56} = \frac{25}{11.2}$$

(نماذج: $\frac{36}{99} = \frac{4}{11}$: صحيحة. رقم المد 9. $\frac{110}{99} = \frac{11}{9}$: خاطئة، التصحيح: $\frac{110}{90} = \frac{11}{9}$. رقم المد 10.

$$\frac{256}{225} = \frac{16}{15} \text{ خاطئة. التصحيح: } \frac{256}{240} = \frac{16}{15} \text{ (رقم المد 16).}$$

(45) مد الكسور الآتية بحيث يكون لها: (أ) مقام مشترك (ب) بسط مشترك.

$$(أ) \frac{4}{5}, \frac{2}{3} \quad (ب) \frac{3}{4}, \frac{1}{2} \quad (ج) \frac{5}{4}, \frac{1}{6} \quad (د) \frac{9}{10}, \frac{4}{25} \quad (هـ) \frac{5}{6}, \frac{3}{8}$$

$$(و) \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2} \quad (ز) \frac{9}{70}, \frac{3}{35}, \frac{10}{21}, \frac{15}{14}$$

$$(نموذج: $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}, \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$;$$

$$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}, \frac{5}{4}$$

(46) مد الكسور الآتية بحيث يكون لها أصغر مقام مشترك:

$$(أ) \frac{15}{4}, \frac{9}{10} \quad (ب) \frac{15}{8}, \frac{5}{12} \quad (ج) \frac{12}{5}, \frac{18}{25} \quad (د) \frac{7}{15}, \frac{11}{10} \quad (هـ) \frac{25}{21}, \frac{45}{14}$$

$$(و) \frac{33}{40}, \frac{27}{36} \quad (ز) \frac{9}{10}, \frac{6}{25} \quad (ح) \frac{55}{18}, \frac{22}{27} \quad (ط) \frac{9}{20}, \frac{21}{5}, \frac{13}{15}, \frac{7}{10}$$

$$(ي) \frac{14}{15}, \frac{9}{10}, \frac{7}{8}, \frac{5}{6}$$

(نموذج: (ي) أصغر مقام مشترك هو 120 ويكون:

$$\left(\frac{112}{120} = \frac{14}{15}, \frac{108}{120} = \frac{9}{10}, \frac{105}{120} = \frac{7}{8}, \frac{100}{120} = \frac{5}{6} \right)$$

(47) عيّن إذا ما كانت المقولات الآتية صحيحة أم خاطئة. إذا كانت خاطئة صحح الكسر الثاني وذلك بتصحيح بسطه أو مقامه (لكن ليس بتصحيح الاثنين معاً)، بحيث تصبح المقولة صحيحة:

$$\frac{54}{96} = \frac{18}{32} \text{ (هـ)} \quad \frac{51}{132} = \frac{17}{44} \text{ (د)} \quad \frac{300}{209} = \frac{25}{19} \text{ (ج)} \quad \frac{72}{126} = \frac{9}{14} \text{ (ب)} \quad \frac{48}{52} = \frac{12}{13} \text{ (أ)}$$

$$\frac{144}{900} = \frac{12}{45} \text{ (و)}$$

(نموذجان: $\frac{51}{132} = \frac{17}{44}$ خاطئة. نصصح مقام الكسر الثاني فيكون لدينا $\frac{51}{123} = \frac{17}{41}$. رقم المد 3.

$\frac{144}{900} = \frac{12}{45}$ خاطئة. نصصح بسط الكسر الثاني فيكون لدينا: $\frac{240}{900} = \frac{12}{45}$. رقم المد 20.

وكان يمكننا هنا تصحيح مقام الكسر كالآتي: $\frac{144}{540} = \frac{12}{45}$. رقم المد 12)

(48) اعتبر الكسور الآتية: $\frac{108}{144}$, $\frac{72}{64}$, $\frac{72}{48}$, $\frac{180}{80}$, $\frac{36}{48}$, $\frac{36}{32}$

(أ) اختصر الكسور بقسمة كل من البسط والمقام على 4. (يقال إن 4 هو عدد الاختصار)

(ب) اختصر الكسور بحيث يكون المقام في كل حالة 16

(ج) اختصر الكسور بحيث يكون البسط في كل حالة 9

(نموذج: $\frac{9}{6} = \frac{8:72}{8:48}$, $\frac{18}{16} = \frac{2:36}{2:32} = \frac{36}{32}$, $\frac{9}{8} = \frac{4:36}{4:32} = \frac{36}{32}$)

(49) اختصر الكسور الآتية حتى تكون في أبسط صورة:

$$\frac{140}{350}, \frac{120}{24}, \frac{150}{90}, \frac{40}{60}, \frac{18}{24}, \frac{30}{45}$$

(نموذج: $\frac{5}{3} = \frac{25}{15} = \frac{75}{45} = \frac{150}{90}$. الأرقام تحت العلامة «=» هي أعداد الاختصار).

(50) اختصر بالقسمة على كل أعداد الاختصار الممكنة.

$$\frac{72}{12}, \frac{105}{30}, \frac{96}{72}, \frac{80}{32}, \frac{36}{54}, \frac{40}{48}, \frac{18}{24}, \frac{24}{16}$$

$$\frac{36}{6} = \frac{72}{12} \text{ (نموذج)}$$

$$\frac{24}{4} = \frac{3}{3}$$

$$\frac{18}{3} = \frac{6}{4}$$

$$\frac{12}{2} = \frac{6}{6}$$

$$((6 =) \frac{6}{1} = \frac{6}{12})$$

(51) عيّن المقولات الخاطئة. صححها وذلك بتصحيح المقام في الكسر الثاني. أعط عدد

الاختصار: $\frac{6}{13} = \frac{78}{169}$ ، $\frac{11}{12} = \frac{165}{180}$ ، $\frac{3}{4} = \frac{48}{64}$ ، $\frac{7}{8} = \frac{49}{63}$ ، $\frac{7}{5} = \frac{63}{45}$ ، $\frac{9}{10} = \frac{36}{40}$ ،

$\frac{9}{12} = \frac{108}{144}$ ، $\frac{4}{25} = \frac{64}{160}$ ، $\frac{15}{11} = \frac{45}{33}$ ، $\frac{3}{7} = \frac{33}{77}$ ، $\frac{7}{13} = \frac{35}{65}$ ، $\frac{7}{4} = \frac{56}{32}$

(نموذج: $\frac{7}{8} = \frac{49}{63}$: خاطئة. التصحيح: $\frac{7}{9} = \frac{49}{63}$. عدد الاختصار 7).

(52) املأ المربعات الفارغة. اكتب أعداد الاختصار غير الموجودة. أعط أعداد الاختصار الكلية:

$$\frac{\boxed{}}{2} = \frac{\boxed{}}{8} = \frac{\boxed{}}{24} = \frac{\boxed{}}{120} = \frac{360}{240}$$

$$\frac{4}{\boxed{}} = \frac{12}{\boxed{}} = \frac{24}{\boxed{}} = \frac{72}{\boxed{}} = \frac{144}{180}$$

(نموذج: $\frac{4}{5} = \frac{12}{15} = \frac{24}{30} = \frac{72}{90} = \frac{144}{180}$)

(53) في تمرين (49) ما الكسر الذي يختصر مباشرة أى في خطوة واحدة إلى أبسط صورة؟ ما عدد الاختصار؟

(54) اختصر بأعداد اختصار 2 ، 6 ، 12 :

$$\frac{35 \times 24}{48 \times 30} , \frac{60 \times 12}{36 \times 240} , \frac{36}{24 \times 60} , \frac{60}{36 \times 24} , \frac{60 \times 12}{84} , \frac{48 \times 36}{24}$$

(نموذج: $\frac{60 \times 6}{36 \times 120} = \frac{60 \times 12}{36 \times 240}$)

$$\frac{10 \times 12}{6 \times 240} = \frac{60 \times 12}{36 \times 240}$$

$$((\frac{60}{36 \times 20} =) \frac{60 \times 1}{36 \times 20} = \frac{60 \times 12}{36 \times 240})$$

(55) اختصر أولاً ، ثم احسب :

$$\frac{8 \times 15}{33 \times 4} , \frac{3 \times 42}{7} , \frac{10 \times 13}{15} , \frac{5 \times 3 \times 2}{7 \times 5 \times 3} , \frac{13 \times 6}{17 \times 18} , \frac{7 \times 5}{25} , \frac{5 \times 6}{21}$$

$$\frac{14 \times 12 \times 10}{20 \times 24 \times 7} , \frac{9 \times 7 \times 6}{3 \times 14 \times 18} , \frac{15 \times 6 \times 4}{30 \times 12 \times 8} , \frac{26 \times 5 \times 9}{25 \times 18 \times 10}$$

(نموذج: $\frac{13}{50} = \frac{39}{150} = \frac{13 \times 1 \times 3}{25 \times 6 \times 1} = \frac{13 \times 5 \times 3}{25 \times 6 \times 5} = \frac{13 \times 5 \times 9}{25 \times 18 \times 5} = \frac{26 \times 5 \times 9}{25 \times 18 \times 10}$)

(56) أي الكسور (الأعداد الكسرية) الآتية يمكن أن تكتب كأعداد طبيعية:

$$\frac{25}{13}, \frac{24}{12}, \frac{22}{11}, \frac{20}{10}, \frac{19}{7}, \frac{18}{6}, \frac{17}{5}, \frac{16}{4}, \frac{15}{3}, \frac{14}{2}, \frac{13}{1}, \frac{4}{8}, \frac{12}{6}$$

(نموذج: $2 = \frac{2}{1} = \frac{12}{6}$ أي يمكن كتابته كعدد طبيعي،

لا يمكن كتابته كعدد طبيعي) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

(57) عين أي الكسور فيما يلي أكبر:

(أ) $\frac{7}{12}, \frac{3}{4}$ (ب) $\frac{5}{6}, \frac{9}{10}$ (ج) $\frac{9}{10}, \frac{11}{12}$ (د) $\frac{5}{8}, \frac{11}{20}$ (هـ) $\frac{7}{20}, \frac{5}{12}$

(و) $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{6}{25}$ (ز) $\frac{3}{10}, \frac{1}{6}, \frac{5}{12}$

(58) رتب الكسور الآتية ترتيبًا تصاعديًا أي من الأصغر إلى الأكبر:

(أ) $\frac{12}{5}, \frac{17}{5}, \frac{3}{5}, \frac{6}{5}$ (ب) $\frac{5}{4}, \frac{13}{4}, \frac{3}{4}, \frac{9}{4}$ (ج) $\frac{11}{6}, \frac{1}{6}, \frac{21}{6}, \frac{5}{6}$

(د) $\frac{17}{12}, \frac{5}{12}, \frac{11}{12}, \frac{1}{12}$ (هـ) $\frac{9}{10}, \frac{2}{10}, \frac{7}{10}, \frac{1}{10}$ (و) $\frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{9}, \frac{5}{9}$

(59) طريقة رابعة لمقارنة الكسور تصلح في حالة الكسور غير الاعتيادية

عين أي الكسرين أكبر $\frac{13}{5}$ أم $\frac{22}{7}$

الحل: سنحول الكسرين إلى كسرين مختلفين

$\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$ ، $\frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}$ إذن $\frac{22}{7}$ أكبر من $\frac{13}{5}$

(60) عين أي الكسور أكبر:

(أ) $4, \frac{17}{4}$ (ب) $\frac{9}{2}, \frac{7}{5}$ (ج) $\frac{52}{5}, \frac{45}{4}, \frac{68}{7}$ (د) $\frac{62}{7}, \frac{89}{10}, \frac{71}{8}$

(هـ) $\frac{19}{3}, \frac{23}{5}$ (و) $\frac{51}{8}, \frac{52}{9}$ (ز) $\frac{38}{7}, \frac{43}{9}, \frac{67}{11}$ (ح) $\frac{227}{9}, \frac{259}{10}, \frac{295}{12}$

(61) طريقة خامسة لمقارنة الكسور

قارن الكسرين الآتين بجعل البسطين متساويين: $\frac{13}{40}$ ، $\frac{7}{20}$

$$\text{الحل: } \frac{91}{260} = \frac{13 \times 7}{13 \times 20} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{91}{280} = \frac{7 \times 13}{7 \times 40} = \frac{13}{40}$$

$$\frac{7}{20} > \frac{13}{40} \text{ (لأن } 260 < 280 \text{)} \quad \frac{91}{260} > \frac{91}{280}$$

(62) قارن الكسور الآتية:

$$\text{(أ) } \frac{13}{10}, \frac{11}{8} \quad \text{(ب) } \frac{9}{13}, \frac{6}{7} \quad \text{(ج) } \frac{7}{6}, \frac{9}{8}, \frac{17}{12} \quad \text{(د) } \frac{20}{13}, \frac{10}{7}, \frac{15}{11}$$

(63) أعط عددًا أكبر وعددًا أصغر في كل حالة:

$$\text{(أ) } \frac{7}{20} \quad \text{(ب) } \frac{13}{40} \quad \text{(ج) } \frac{5}{6} \quad \text{(د) } \frac{19}{8} \quad \text{(هـ) } \frac{5}{7}$$

(64) رتب الكسور الآتية مبتدئًا بالأصغر. واختبر ترتيبك بتحويل النتائج إلى وحدة أصغر:

$$\text{(أ) } \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{3}{50} \text{ كجم} \quad \text{(ب) } \frac{7}{6}, \frac{5}{6}, \frac{5}{12} \text{ ساعة} \quad \text{(ج) } \frac{9}{4}, \frac{9}{5}, \frac{11}{4} \text{ م}$$

(65) هات كسرًا بين كل كسرين فيما يلي:

$$\text{(أ) } \frac{7}{8}, \frac{3}{8} \quad \text{(ب) } \frac{5}{9}, \frac{2}{9} \quad \text{(ج) } \frac{1}{5}, \frac{1}{3} \quad \text{(د) } \frac{2}{5}, \frac{2}{15}$$

(66) يمكنك أحيانًا بالمقارنة بالعدد 1 أو $\frac{1}{2}$ أو بعدد آخر مناسب تعيين أي الكسرين

المعطيين أكبر.

$$\text{(نموذج: } \frac{1}{2} > \frac{3}{8}, \quad \frac{1}{2} < \frac{5}{7} \text{ إذن } \frac{5}{7} > \frac{3}{8} \text{)}$$

باستخدام هذه الطريقة حدد أي الكسور الآتية أصغر:

$$\text{(أ) } \frac{3}{8}, \frac{11}{10} \quad \text{(ب) } \frac{9}{7}, \frac{8}{11} \quad \text{(ج) } \frac{7}{5}, \frac{9}{4} \quad \text{(د) } \frac{20}{7}, \frac{51}{10} \quad \text{(هـ) } \frac{7}{10}, \frac{3}{8}$$

$$\text{(و) } \frac{9}{16}, \frac{5}{11} \quad \text{(ز) } \frac{11}{5}, \frac{12}{7} \quad \text{(ح) } \frac{5}{7}, \frac{7}{12} \quad \text{(ط) } \frac{3}{4}, \frac{2}{3} \quad \text{(ي) } \frac{9}{8}, \frac{11}{10}$$

$$(67) \text{ إذا علمت أن } \frac{58}{79} > \frac{61}{83} \text{ فاملأ المربعات الخالية بـ } > \text{ أو } < :$$

$$\frac{58}{81} \square \frac{61}{83} \text{ (د)} \quad \frac{55}{79} \square \frac{61}{83} \text{ (جـ)} \quad \frac{58}{83} \square \frac{58}{79} \text{ (ب)} \quad \frac{63}{83} \square \frac{58}{79} \text{ (أ)}$$

$$\frac{79}{58} \square \frac{83}{61} \text{ (هـ)}$$

(68) (أ) أوجد جميع الكسور التي يكون بسطها 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6 ويكون مقامها 12 أو 15 أو 16 أو 18 أو 20 أو 24.

(ب) اختصر كلما أمكن ذلك. ما الكسور المختلفة التي تحصل عليها؟

(ج) رتب هذه الكسور ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً.

(69) املاؤ المربعات الفارغة:

$$\frac{\square}{10} + \frac{\square}{10} = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \text{ (ب)}$$

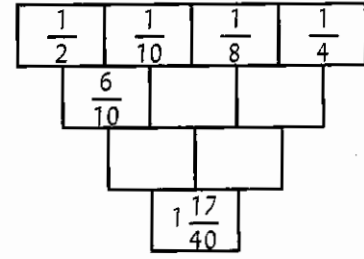
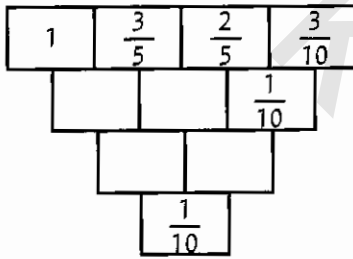
$$\frac{2}{9} + \frac{\square}{9} = \frac{2}{9} + \frac{1}{3} \text{ (أ)}$$

$$\frac{\square}{30} + \frac{\square}{30} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} \text{ (ب)}$$

$$\frac{\square}{20} + \frac{\square}{20} = \frac{7}{10} + \frac{3}{4} \text{ (ج)}$$

(71) اطرح:

(70) اجمع:



$$\frac{8}{28} + \frac{12}{21} \text{ (د)} \quad \frac{45}{108} + \frac{35}{84} \text{ (جـ)} \quad \frac{1}{4} + \frac{9}{12} \text{ (ب)} \quad \frac{3}{12} + \frac{1}{6} \text{ (أ) اجمع: (72)}$$

$$\frac{19}{48} + \frac{13}{60} \text{ (و)} \quad \frac{3}{20} + \frac{4}{9} \text{ (هـ)}$$

(73) اطرح:

$$\frac{9}{52} - \frac{10}{26} \text{ (د)} \quad \frac{60}{135} - \frac{52}{117} \text{ (جـ)} \quad \frac{41}{66} - \frac{50}{55} \text{ (ب)} \quad \frac{21}{35} - \frac{4}{5} \text{ (أ)}$$

$$\frac{8}{27} - \frac{11}{18} \text{ (و)} \quad \frac{5}{48} - \frac{7}{36} \text{ (هـ)}$$

(74) احسب:

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{10} + \frac{17}{20} \text{ (جـ)} \quad \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{7}{18} \text{ (ب)} \quad \frac{7}{12} + \frac{4}{12} + \frac{1}{6} \text{ (أ)}$$

$$\frac{3}{50} - \frac{7}{30} - \frac{19}{20} \text{ (و)} \quad \frac{303}{360} - \frac{7}{8} + \frac{11}{12} \text{ (هـ)} \quad \frac{2}{5} - \frac{1}{3} - \frac{14}{15} \text{ (د)}$$

(75) احسب:

$$(أ) \frac{13}{60} + \frac{2}{45} + \frac{1}{15} + \frac{7}{30} + \frac{11}{20} + \frac{4}{9} + \frac{5}{6}$$

$$(ب) \frac{3}{16} - \frac{1}{3} - \frac{14}{15} + \frac{3}{16} - \frac{23}{48} + \frac{11}{60} - \frac{67}{80}$$

(76) محل عصير فواكه، يضع في إناء سعته $2\frac{1}{8}$ لتر عصيرًا حجمه $\frac{9}{8}$ لتر، ثم يكمل الإناء بالماء. ما حجم الماء المضاف؟

(77) حقيبة يد فارغة تزن $3\frac{1}{7}$ كجم. وضع بها كتب زنتها $\frac{1}{6}$ كجم. كم يكون الوزن للحقيبة الممتلئة بالكتب؟

(78) حجرة مساحتها $24\frac{1}{4}$ م². وضع بها سجادة مساحتها $17\frac{1}{5}$ م². كم تكون مساحة الأرض غير المغطاة بالسجادة؟

(79) يستغرق برنامج بالتليفزيون $\frac{7}{12}$ ساعة ويستغرق برنامج يليه $\frac{8}{15}$ ساعة. أي البرنامجين يستغرق وقتًا أطول؟ وما الفرق بين الزمنين؟ وما مجموع الزمنين؟

(80) قطعة أرض مساحتها $1,024\frac{1}{2}$ م². أقيم عليها منزل مساحته 306 م²، وأقيم عليها «سوبر ماركت» مساحته $294\frac{1}{3}$ م². كم يتبقى من المساحة؟

ملحوظة: يمكن حل المسألة بطريقتين

الأولى: مساحة المنزل + مساحة السوبر ماركت

$$= 294\frac{1}{3} + 306 = 600\frac{1}{3} \text{ م}^2$$

المساحة المتبقية

$$= 1,024\frac{1}{2} - 600\frac{1}{3} = 404\frac{1}{6} \text{ م}^2$$

الثانية: مساحة الأرض - مساحة المنزل - مساحة السوبر ماركت

$$= 1,024\frac{1}{2} - 306 - 294\frac{1}{3} = 404\frac{1}{6} \text{ م}^2$$

بصفة عامة فإن: أ - ب - ج = أ - (ب + ج) لأية أعداد أ، ب، ج

(81) حقق القانون السابق مباشرة، فاحسب:

$$\left(\frac{1}{7} + \frac{3}{8}\right) - 1\frac{5}{7} \quad , \quad \frac{1}{7} - \frac{3}{8} - 1\frac{5}{7}$$

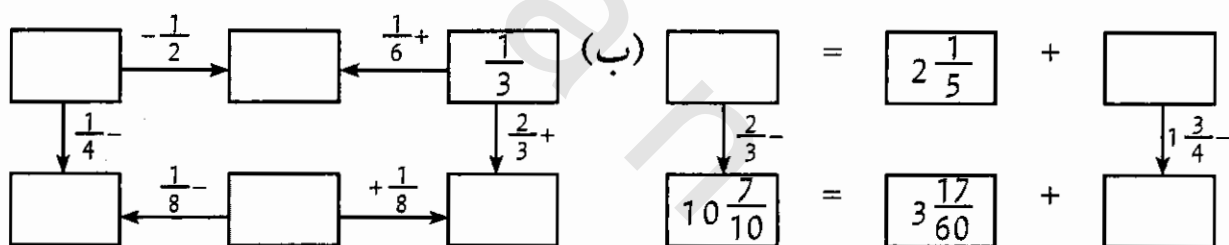
- (82) أوزان 6 كرات زجاجية هي: $3\frac{5}{6}$, $3\frac{7}{12}$, $4\frac{1}{8}$, $3\frac{3}{4}$, $4\frac{1}{4}$, $4\frac{3}{8}$ كجم. كيف يمكن أن يقسمها صاحبها إلى قسمين متساويين في الوزن؟
- (83) املأ المستطيلات الفارغة، حيث تمثل الأرقام أوزان محتويات صندوق بالكجم:

وزن القطعة	$\frac{1}{2}$		$3\frac{4}{9}$	$2\frac{5}{8}$	$1\frac{3}{4}$		$\frac{7}{20}$
وزن الغلاف	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{6}$		$\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{2}$	
الوزن الكلي		$\frac{9}{10}$		$3\frac{4}{5}$		$5\frac{2}{3}$	$\frac{12}{25}$

- (84) اجمع $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$. كم ينقص هذا المجموع عن العدد الطبيعي الذي أكبر منه مباشرة؟

- (85) اطرح: $\frac{1}{3}$ من $\frac{1}{2}$ ، واطرح: $\frac{1}{4}$ من $\frac{1}{3}$. كم يكون الفرق بين نتيجتي الطرحين؟

- (86) املأ المستطيلات الخالية:



- (87) مبتدئاً من $1\frac{1}{4}$ اجمع عدة مرات $3\frac{1}{2}$ إلى أن تتجاوز 12 لأول مرة. بكم تكون قد تجاوزت؟

- (88) مبتدئاً من $8\frac{3}{8}$ اطرح $1\frac{7}{10}$ عدة مرات إلى أن تقترب تماماً من أصغر عدد موجب. كم يتبقى؟

- (89) احسب. (اختصر أولاً ثم اضرب):

- (أ) $15 \times \frac{5}{12}$ (ب) $7 \times \frac{31}{21}$ (ج) $12 \times \frac{34}{69}$ (د) $108 \times \frac{25}{126}$ (هـ) $18 \times \frac{25}{27}$
- (و) $84 \times 1\frac{23}{96}$ (ز) $36 \times 4\frac{13}{27}$ (ح) $25 \times 3\frac{11}{35}$ (ط) $45 \times 2\frac{19}{153}$
- (ي) $36 \times 2\frac{17}{18}$ (ك) $25 \times 54\frac{7}{15}$ (ل) $26 \times 48\frac{5}{13}$

(90) احسب بطريقتين مختلفتين:

$$\begin{aligned} & (أ) 6 \times 3 \frac{1}{5} \quad (ب) 3 \times 4 \frac{2}{3} \quad (ج) 4 \times 3 \frac{2}{9} \quad (د) 15 \times 4 \frac{3}{5} \quad (هـ) 22 \times 8 \frac{9}{11} \\ & (و) 18 \times 5 \frac{7}{9} \quad (ز) 28 \times 14 \frac{2}{7} \quad (ح) 16 \times 12 \frac{5}{8} \quad (ط) 10 \times 13 \frac{4}{5} \quad (ى) 18 \times 11 \frac{2}{3} \\ & \text{(نموذج: } \frac{96}{5} = \frac{6+90}{5} = \frac{6}{5} + 18 = 6 \times (\frac{1}{5} + 3) = 6 \times 3 \frac{1}{5}, \frac{96}{5} = 6 \times \frac{16}{5} = 6 \times 3 \frac{1}{5} \text{)} \end{aligned}$$

(91) أوجد حاصل الضرب على صورة عدد مختلط:

$$\begin{aligned} & (أ) 9 \times \frac{4}{5} \quad (ب) 13 \times \frac{5}{6} \quad (ج) 17 \times \frac{8}{9} \quad (د) 15 \times \frac{3}{7} \quad (هـ) 8 \times \frac{14}{3} \quad (و) 14 \times \frac{3}{11} \\ & (ز) 13 \times \frac{8}{19} \quad (ح) 25 \times \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$(92) \text{ اقسم: } (أ) 4 : \frac{1}{6} \quad (ب) 3 : \frac{7}{8} \quad (ج) 3 : \frac{3}{4} \quad (د) 8 : \frac{15}{7}$$

$$(هـ) 5 : \frac{3}{17} \quad (و) 5 : \frac{7}{41} \quad (ز) 9 : \frac{7}{23} \quad (ح) 5 : \frac{9}{37}$$

$$\text{(تذكر أن: } \frac{1}{24} = \frac{1}{4 \times 6} = 4 : \frac{1}{6} \text{)}$$

(93) اختصر أولاً إذا كان ذلك ممكناً ثم احسب:

$$(أ) 15 : \frac{7}{37} \quad (ب) 16 : \frac{8}{25} \quad (ج) 57 : \frac{133}{15} \quad (د) 9 : \frac{111}{17}$$

$$(هـ) 17 : 5 \frac{18}{27} \quad (و) 38 : 5 \frac{32}{43} \quad (ز) 56 : 16 \frac{16}{27} \quad (ح) 85 : 8 \frac{18}{19}$$

$$\text{(نموذج: } \frac{2}{19} = \frac{170}{85 \times 19} = 85 : \frac{170}{19} = 85 : \frac{152+18}{19} = 85 : 8 \frac{18}{19} \text{)}$$

(94) (أ) قسم $2 \frac{1}{2}$ لتر من اللبن على سبعة أطفال. كم ينال كل طفل؟

(ب) أربعة أطفال يقسمون $1 \frac{3}{4}$ لتر من عصير التفاح. كم يأخذ كل طفل؟

(ج) زجاجة تحتوي على $1 \frac{7}{10}$ لتر من عصير البرتقال، يقسمها ثلاثة إخوة. كم ينال كل منهم؟

(95) تحتوي زجاجة $1 \frac{1}{4}$ لتر من عصير البرتقال. كم تحتوي 12 زجاجة؟

(96) لعمل قالب من «البودنج» يحتاج المرء إلى $1 \frac{3}{4}$ لتر من اللبن. كم لترًا يحتاج المرء من

اللبن لعمل 4 قوالب؟

(97) احسب: (أ) $\frac{1}{3}$ نصف قالب من الشيكولاتة

(ب) $\frac{1}{5}$ ثلاثة أرباع لتر من اللبن

(ج) $\frac{1}{12}$ من $\frac{1}{6}$ ساعة ونصف الساعة

(د) $\frac{1}{3}$ نصف $1\frac{3}{4}$ لتر من عصير الفاكهة.

حل: (ج) $\frac{1}{12}$ من $\frac{1}{6}$ ساعة ونصف الساعة = $\frac{1}{12} \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{2}$ ساعة = $\frac{1}{48}$ ساعة
(= $\frac{60}{48}$ دقيقة = $\frac{5}{4}$ دقيقة = $1\frac{1}{4}$ دقيقة)

(98) من 1 كجم من العنب يحصل المرء على $\frac{5}{6}$ لتر من العصير. كم لترًا يحصل المرء من:

(أ) 18 كجم (ب) 30 كجم (ج) 45 كجم؟

(99) حصل الأطفال مي، سلوى ونجوى على $\frac{4}{5}$ م 2 من باقي قماش لعمل ملابس لعرائسهن.

كم تأخذ كل طفلة من القماش؟

(100) يمتلك والد سلمى حديقة غناء مساحتها 960 م²، يتوسطها مرج يشغل $\frac{3}{4}$ مساحة

الحديقة. كم تكون مساحة المرج؟

(المرج: أرض ذات نبت كثير ترعى فيه الدواب، والجمع مروج)

(101) احسب:

(أ) $\frac{10}{9} \times \frac{3}{100}$	(ب) $\frac{35}{18} \times \frac{28}{25}$	(ج) $\frac{11}{70} \times \frac{21}{22}$	(د) $\frac{14}{18} \times \frac{12}{35}$
(هـ) $\frac{26}{36} \times \frac{12}{13}$	(و) $\frac{26}{60} \times \frac{36}{35}$	(ز) $\frac{20}{25} \times \frac{15}{28}$	(ح) $\frac{1}{99} \times \frac{108}{7}$
(ط) $\frac{7}{13} \times \frac{13}{7}$	(ي) $\frac{36}{24} \times \frac{16}{27}$	(ك) $\frac{75}{39} \times \frac{91}{50}$	

(نموذج: $\frac{7}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{3}{39} \times \frac{7}{50} = \frac{75}{39} \times \frac{91}{50}$)

لاحظ أننا اختصرنا وذلك بالقسمة أولاً على 3 ثم بالقسمة على 3 وتتم القسمة بالطبع في البسط والمقام معاً. وهذا يسهل عملية الضرب كثيراً.

(102) احسب:

(أ) $\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{4}$	(ب) $3\frac{2}{7} \times 2\frac{3}{5}$	(ج) $3\frac{1}{4} \times 4\frac{1}{5}$	(د) $3\frac{3}{8} \times 2\frac{1}{9}$
---------------------------------------	--	--	--

(هـ) $3\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{15}$ (و) $1\frac{11}{12} \times 3\frac{1}{5}$ (ز) $2\frac{14}{35} \times 1\frac{17}{28}$ (ح) $1\frac{5}{24} \times 3\frac{9}{33}$
 (ط) $3\frac{4}{37} \times 4\frac{19}{23}$ (ى) $6\frac{12}{17} \times 6\frac{5}{19}$ (ك) $1\frac{7}{18} \times 2\frac{14}{25}$ (ل) $8\frac{1}{6} \times 7\frac{1}{5}$
 (نموذج): $\frac{66+21}{22} = \frac{87}{22} = \frac{29}{2} \times \frac{3}{11} = \frac{29}{24} \times \frac{36}{11} = 1\frac{5}{24} \times 3\frac{3}{11} = 1\frac{5}{24} \times 3\frac{9}{33}$
 $3\frac{21}{22} = 3 + \frac{21}{22} =$

لاحظ أننا بسطنا الكسر $\frac{9}{33}$ أولاً بالقسمة بسيطاً ومقاماً على 3. كذلك حولنا العددين المختلطين إلى كسرين غير اعتياديين قبل عملية الضرب وهذه خطوة لا غنى عنها، كما ورد من قبل في ضرب الكسور.

(103) احسب: $^3(\frac{1}{6})$ ، $^2(\frac{3}{8})$ ، $^2(\frac{6}{7})$ ، $^2(\frac{7}{3})$ ، $^2(\frac{2}{7})$ ، $^3(\frac{5}{3})$ ، $^2(\frac{4}{5})$
 (نموذج): $(\frac{9}{64} = \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} = ^2(\frac{3}{8}))$.

(104) (أ) إذا كان مساحة زجاج 4 أبواب لخزانة ملابس (دولاب) هي $2\frac{3}{5}$ م². كم تكون مساحة زجاج باب واحد من أبواب خزانة الملابس؟
 (ب) كم تكون مساحة الزجاج المطلوب لعمل 8 خزانات ملابس؟

(105) في انتخابات اتحاد الطلاب حصل عباس على $\frac{2}{3}$ الأصوات، وكان عدد المشتركين في التصويت $\frac{4}{5}$ عدد الطلاب. كم جزءاً حصل عليه عباس من مجموع أصوات جميع الطلاب؟

(106) املأ المربعات الفارغة:

$\square \times \square = 35$ $\square : \square = 35$ $\square \times \frac{5}{6} = 35$

(107) املأ الخانات الفارغة في الجدول الآتي:

أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط	ى	ك	ل	م	
$\frac{12}{13}$			$\frac{15}{8}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{21}{6}$	$\frac{2}{3}$		$\frac{8}{9}$	$\frac{7}{15}$		$\frac{49}{24}$	المقسوم
$\frac{7}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{8}$			$\frac{7}{6}$		$\frac{10}{9}$	$\frac{12}{7}$		$\frac{3}{28}$		القاسم
	$\frac{8}{9}$	$\frac{35}{24}$		$\frac{28}{25}$	$\frac{77}{12}$		$\frac{16}{21}$	$\frac{9}{100}$		$\frac{35}{9}$	$\frac{32}{9}$	$\frac{49}{4}$	خارج القسمة

(108) يمتلئ $\frac{2}{5}$ إناء ب $\frac{3}{4}$ لتر من اللبن. كم تكون سعة الإناء؟

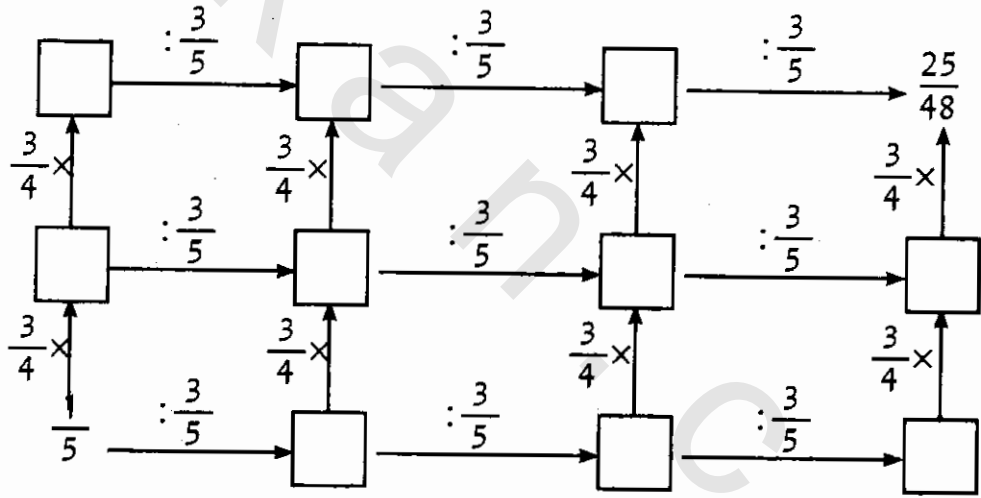
(109) اقسم $\frac{2}{5}$ على 1، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ ، ...

أكمل المتوالية. متى يكون خارج القسمة أكبر من 100؟

(110) سافرت السيدة / ليلي بالقطار مسافة 352 كم واستغرق ذلك $2\frac{3}{4}$ ساعة. كم تكون السرعة المتوسطة للقطار بالكم / ساعة؟ وسافر السيد / علام بقطار آخر فقطع مسافة 182 كم في $1\frac{3}{4}$ ساعة، بينما سافر السيد / توفيق بقطار ثالث فقطع مسافة 608 كم في $4\frac{3}{4}$ ساعة. أي القطارات كان أسرع؟

(111) يدفع السيد / مختار 252 جنيهاً من راتبه كضرائب. إذا كان ما يدفعه هو $\frac{2}{15}$ من راتبه، فكم يكون راتبه؟

(112) املأ المربعات الفارغة:



البسط = $\frac{2}{3}$. ما المقام؟

المقام = 10. ما البسط؟

(113) ضعف الكسر = 2.

(114) ضعف الكسر = $\frac{2}{5}$.

$$\frac{12\frac{1}{2}}{10\frac{1}{2}}$$

(116) احسب:

$$\frac{1\frac{3}{5}}{2\frac{2}{3}}$$

(115) احسب:

(117) عيّن قيمة س؟

$$\begin{array}{ll} \text{(أ)} \quad \frac{7}{8} \xleftarrow{\times \text{س}} \frac{8}{9} & \text{(ب)} \quad \frac{1}{4} \xleftarrow{\times \text{س}} \frac{1}{2} \\ \text{(ج)} \quad \frac{7}{8} \xleftarrow{\times \text{س}} \frac{5}{6} & \text{(د)} \quad \frac{1}{3} \xleftarrow{\times \text{س}} \frac{1}{2} \end{array}$$

(118) احسب: (أ) $\frac{1 \text{ م}}{1 \text{ دسم}}$ (ب) $\frac{1 \text{ سم}}{1 \text{ م}}$ (ج) $\frac{1 \text{ دسم}}{1 \text{ م}}$ (د) $\frac{1 \text{ م}}{1 \text{ كم}}$

(هـ) $\frac{1 \text{ ساعة}}{1 \text{ دقيقة}}$ (و) $\frac{1 \text{ جم}}{1 \text{ كجم}}$

(119) كم زجاجة سعة $\frac{7}{10}$ لتر تلزم لملء عصير فاكهة حجمه:

(أ) 350 لترًا (ب) 450 لترًا (ج) 175 لترًا (د) 1,050 لترًا.

(120) يزن لتر واحد من الكحول حوالي $\frac{4}{5}$ كجم. كم يزن:

(أ) 5 لترات (ب) $\frac{1}{2}$ لتر (ج) $\frac{3}{4}$ لتر (د) $\frac{7}{8}$ لتر (هـ) $1\frac{3}{4}$ لتر (و) $2\frac{4}{5}$ لتر؟

(121) 7 طرود ثقيلة متشابهة تزن $12\frac{1}{4}$ كجم. كم يزن الطرد الواحد؟

(122) تقطع دراجة حسن مسافة $2\frac{1}{5}$ م عندما تدور عجلتها مرة واحدة. وتقطع دراجة أخيه

الأصغر حسين فقط مسافة $\frac{5}{4}$ م عندما تدور عجلتها مرة واحدة.

(أ) كم تقطع كلتا الدراجتين من مسافة إذا دارتا:

(1) 10 دورات (2) 100 دورة (3) 1,000 دورة؟

(ب) إذا سارت الدراجتان مسافة 100 م، فكم دارت عجلة كل منهما؟

(ج) إذا كانت مدرسة حسن على بعد $2\frac{3}{4}$ كم من منزله، فكم تدور عجلة دراجته عندما

توصله من المنزل إلى المدرسة؟

(123) احسب بطريقة حسنة (انظر مثال 59 من أمثلة متنوعة):

$$\begin{array}{ll} \text{(أ)} \quad \frac{12}{35} \times \frac{10}{9} \times \frac{12}{5} & \text{(ب)} \quad \frac{17}{23} \times \frac{13}{27} \times \frac{9}{26} \\ \text{(ج)} \quad 1\frac{10}{17} \times 1\frac{3}{3} \times 3\frac{7}{9} & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{(د)} \quad 4\frac{4}{5} \times 2\frac{5}{7} \times 2\frac{1}{12} & \text{(هـ)} \quad \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{7}{8} \\ \text{(و)} \quad \frac{7}{10} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{(ح)} \quad \frac{3}{4} \times \frac{6}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{5}{6} & \text{(ز)} \quad 3\frac{1}{5} \times 10\frac{2}{3} \times 6\frac{1}{4} \times 1\frac{1}{8} \end{array}$$

(124) احسب بطريقة حسنة (انظر المثال 62 من أمثلة متنوعة):

$$\begin{aligned} & (أ) \left(\frac{5}{3} \times \frac{8}{17}\right) : \frac{3}{5} \quad (ب) \left(\frac{11}{5} \times \frac{35}{36}\right) : \frac{25}{44} \quad (ج) \left(\frac{4}{9} : \frac{15}{7}\right) : \frac{8}{9} \\ & (د) \frac{2}{13} \times \left(\frac{5}{9} : \frac{8}{39}\right) \quad (هـ) \frac{5}{7} \times \left(\frac{3}{11} : 1\frac{3}{7}\right) \quad (و) \frac{7}{19} \times \left(\frac{10}{9} : \frac{21}{38}\right) \\ & (ز) \left(\frac{3}{4} : \frac{5}{6}\right) : \frac{7}{8} \quad (ح) \left(\frac{2}{5} : \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{8} \quad (ط) \left(\frac{1}{2} : \frac{5}{8}\right) : \frac{15}{16} \\ & (ي) \left(\frac{3}{7} : 1\frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(125) احسب كما في مثال 65 من أمثلة متنوعة:

$$\begin{aligned} & (أ) 6\frac{12}{25} \times \frac{5}{6} \quad (ب) 12\frac{8}{17} \times \frac{3}{4} \quad (ج) \frac{2}{7} \times 14\frac{7}{8} \quad (د) 2 : 6\frac{1}{2} \\ & (هـ) 5 : 5\frac{1}{3} \quad (و) 5 : 15\frac{1}{5} \end{aligned}$$

(126) يوجد على المائدة دورقان يمثلان بعصير الفاكهة. أحدهما سعته $2\frac{1}{2}$ لتر والآخر سعته $1\frac{3}{4}$ لتر. توجد كذلك على المائدة أكواب فارغة سعة كل كوب $\frac{1}{8}$ لتر. ما عدد الأكواب اللازمة لتفريغ الدورقين من العصير. احسب بطريقتين مختلفتين (انظر مثال 66 من أمثلة متنوعة).

(127) يمتلك السيد / مختار مزرعة. خصص $\frac{9}{20}$ منها لزراعة الحبوب. من هذه المخصصة لزراعة الحبوب جعل ثلثها لزراعة الفول وجعل $\frac{4}{15}$ منها لزراعة القمح. كم تكون النسبة المخصصة للفول والقمح من المزرعة؟

(128) قطع السيد / علام مسافة 162 كم في ساعة ونصف، وقطع السيد / خيرى 93 كم في ثلاثة أرباع الساعة، وقطع السيد / مختار 168 كم في ساعة وثلاثة أرباع الساعة، وقطع السيد / توفيق 130 كم في ساعة وربع الساعة. أيهم كان الأسرع، وأيهم كان الأبطأ؟

(129) في فصل شريف يستطيع نصف التلاميذ السباحة. وثلث هؤلاء نال ميدالية السباحة الفضية. كم تكون نسبة الحائزين عليها من عدد تلاميذ الفصل؟

(130) في فصل إبراهيم ثلثا التلاميذ أعضاء في نواد رياضية. نصف هؤلاء يمارسون كرة القدم. كم تبلغ نسبة من يلعب كرة القدم من التلاميذ إلى عدد تلاميذ فصل إبراهيم؟

(131) خزان ماء سعته 108 لتراً. يراد ملؤه باستخدام إناء سعته $7\frac{1}{2}$ لتر. يمكن أن يملأ $\frac{9}{10}$ من حجم الإناء. كم مرة يستخدم فيها الإناء لملء الخزان؟

(132) قاس الصبيان حسن وحسين مكان لعبهما. قاس حسن الطول فكان 27 خطوة، وقاس حسين العرض فكان 24 خطوة. إذا كانت خطوة حسن تقدر بـ $\frac{4}{5}$ م، وخطوة حسين تقدر بـ $\frac{3}{5}$ م، فكم تكون مساحة مكان اللعب إذا كان المكان على شكل مستطيل، علماً بأن مساحة المستطيل = الطول × العرض؟

3 - الكسور العشرية

الطريقة العشرية طريقة شائعة جدًا للتعبير عن الأعداد الكسرية والمختلطة. ويكون المقام هنا 10 أو 100 أو 1000 أو ... أو ... بعبارة أخرى يكون المقام $10 \times \dots \times 10 \sim$ من المرات.

وعلى سبيل المثال فإننا نعبر عن العدد $2\frac{7}{10}$ بالطريقة العشرية كالآتي:

2.7 حيث يمثل 2 الجزء الصحيح من العدد، 7 الجزء الكسري (أو الكسر العشري) وتوضع «.» بين الجزء الصحيح والجزء الكسري. ويقال للاختصار «عدد عشري» إذا كان مكتوبًا بالطريقة العشرية. وعلى سبيل المثال فإن العدد 0.538 يعني في الحقيقة:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1,000} \times 8 + \frac{1}{100} \times 3 + \frac{1}{10} \times 5 \\ & \frac{8}{1,000} + \frac{3}{100} + \frac{5}{10} = \\ & \frac{8}{1,000} + \frac{30}{1,000} + \frac{500}{1,000} = \\ & \frac{8+30+500}{1,000} = \\ & \frac{538}{1,000} = \end{aligned}$$

مثال 1: عبر عن الكسر العشري 0.37 في صورة كسر اعتيادي.

الحل: العدد هو $\frac{37}{100}$

مثال 2: عبّر عن العدد العشري 0.25 في صورة كسر اعتيادي في أبسط صورة.

الحل: $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ (بقسمة البسط والمقام على 25)

مثال 3: عبّر عن العدد 4.3 على صورة كسر غير اعتيادي.

الحل: العدد هو $4\frac{3}{10} = 4 + \frac{3}{10} = \frac{40}{10} + \frac{3}{10} = \frac{43}{10}$

مثال 4: عبّر عن العدد 4.300 على صورة كسر غير اعتيادي

$$\begin{aligned} \text{الحل: العدد هو } 4 \frac{300}{1,000} + 4 &= 4 \frac{3}{10} \\ &= \frac{3}{10} + 4 \quad (\text{بقسمة البسط والمقام على } 100) \\ &= 4 \frac{43}{10} \quad (\text{مما سبق في مثال 3}) \end{aligned}$$

مثال 5: أيهما أكبر 0.678 أم 0.71؟

الحل: العددان ليس بهما أجزاء صحيحة. ونرى أن العدد 0.678 به الرقم 6 بعد «.»، بينما العدد 0.71 به العدد 7 بعد «.»، وبالتالي فإن العدد الثاني أكبر من الأول.

ويمكن رؤية ذلك بتحويل العددين (الكسرين العشريين) إلى كسرين اعتيادين، فالعددان هما:

$$\frac{678}{1,000} ، \frac{71}{100} \text{ أي } \frac{710}{1,000}$$

والمقامان هما الآن 1,000، ولكن البسط في العدد الأول 678، وفي العدد الثاني 710، وبالتالي فإن العدد الثاني أكبر.

مثال 6: أيهما أكبر 0.3567 أم 0.357؟

الحل: العددان يتحدان في الرقمين 3، 5 بعد العلامة «.». لكن العدد الثاني به 7 في الموقع الثالث بعد «.»، بينما العدد الأول به 6 بعد «.». وبالتالي فإن العدد الثاني يكون أكبر من الأول.

مثال 7: أيهما أكبر 0.989 أم 1؟

الحل: العدد الأول ليس به جزء صحيح، بينما الثاني عدد صحيح، فالعدد الثاني أكبر بالطبع من العدد الأول. ويمكن رؤية ذلك كذلك لأن 0.989 هو الكسر $\frac{989}{1,000}$ ، بينما العدد الثاني هو $\frac{1,000}{1,000}$ ، وبدهي أن العدد الثاني أكبر من الأول لأن $989 < 1,000$

(تذكر أن «<» تكون مفتوحة ناحية الأكبر).

مثال 8: عبّر عن الكسر العشري 0.306 بالكلمات

الحل: الكسر هو: ثلاثمائة وستة مقسومًا على ألف (أو من ألف)

ملحوظة: التعبير اللغوي الأسلم هو: ستة وثلاثمائة، ولكن التعبير الأشيع هو ما ذكرنا: ثلاثمائة وستة.

مثال 9: عبّر عن العدد 3.75 بالكلمات

الحل: العدد هو ثلاثة زائدًا خمسة وسبعين من مائة.

مثال 10: عبّر عن العدد الآتي بعدد عشري:

عند مستوى البحر يكون ضغط الهواء على البوصة المربعة من السطح أربعة عشر وسبعة أعشار رطلًا.

الحل: العدد هو $14\frac{7}{10}$.

مثال 11: عبّر عن العدد الآتي بعدد عشري:

في كثير من أقلام الرصاص الميكانيكية يكون سمك الخط سبعة أعشار ملليمتر.

الحل: العدد هو: 0.7 ملليمترًا أو 0.0007 متر

(تذكر أن 1 متر = 1,000 ملليمتر)

مثال 12: عبّر عن العدد الآتي بعدد عشري:

متوسط استهلاك الكهرباء في شقة هو ثلاثمائة واثنين وخمسين وعُشر (بضم العين) كيلووات ساعة.

الحل: العدد هو 352.1

مثال 13: يستطيع المرء ذو الإبصار الجيد أن يرى الأشياء التي طولها 0.0004 بوصة. هل يستطيع مثل هذا

الشخص أن يرى حشرة طولها 0.003 بوصة؟

الحل: بالطبع يستطيع لأن $0.0004 < 0.003$

(بالكلمات: 0.003 أكبر من 0.0004)

مثال 14: في دورة أولمبية أحرز عداءان في سباق 500 متر زمنين: 39.44، 39.5 ثانية. أي الرقمين أفضل؟

الحل: الزمن 39.44 أصغر من الزمن 39.5، لأن العددين اشتركا في الجزء الصحيح 39، لكن جاءت «4» بعد

«.» في العدد الأول، بينما جاءت «5» بعد «.» في العدد الثاني. وبالتالي يكون الزمن الأول أفضل.

مثال 15: في العام الماضي أطلق مصنع إلكترونيات 1.8 مليون رطل من الغاز السام في الهواء. وفي الوقت

نفسه أطلق مصنع مواد غذائية 1.4 مليون رطل من الغازات السامة، وأطلق مصنع كيماويات 1.48 مليون رطل

من الغازات السامة. أي المصانع الثلاثة كان الأسوأ تلويثًا للهواء؟

الحل: 1.8 أكبر من 1.4 ، 1.48 ، وبالتالي فإن مصنع الإلكترونيات يكون هو الأسوأ تلويثاً للبيئة.

مثال 16: في جزء من الفحص السنوي لاختبار الدم كان رقم السيد/ علام في بند معين 0.95. إذا كان المدى

الطبيعي لهذا البند هو من 1.1 إلى 2.3 ، فهل يكون رقم السيد/ علام في المدى الطبيعي؟

الحل: 0.95 أصغر من الحد الأدنى للمدى الطبيعي في هذا البند. وبهذا لا يكون رقم السيد/ علام في المدى الطبيعي.

مثال 17: إذا اعتبرت درجات التفوق في كلية ما هي 3.75 فأكثر، وقد حصل الطالب عبدالقادر على 3.96 فهل

يكون من المتفوقين؟

الحل: 3.96 أكبر من 3.75 ، وبهذا يعتبر عبدالقادر من المتفوقين.

مثال 18: كلما كان الزلزال أقوى كان رقمه على مقياس ريختر أكبر. الزلازل الجبارة مثل زلزال سان فرانسيسكو

سنة 1906 لها رقم 8 أو أكبر من ذلك. هل زلزال له الرقم 6.5 يكون زلزالاً جبارة؟

الحل: 6.5 أصغر من 8 ، وبهذا لا يعتبر الزلزال جبارة، لكنه زلزال قوي على أية حال.

تمارين

(1) اكتب بالكلمات الأعداد العشرية الآتية:

0.67 (أ)	0.78 (ب)	0.853 (ج)	0.409 (د)
4.53 (هـ)	17.805 (و)	25.003 (ز)	543.087 (ح)

(2) لكل عدد عشري فيما يلي أوجد الكسر الاعتيادي أو غير الاعتيادي المكافئ، في أبسط صورة:

0.73 (أ)	0.85 (ب)	3.4 (ج)	3.2 (د)
6.800 (هـ)	9.000 (و)	7.012 (ز)	18.304 (ح)

(3) عبر بأعداد عشرية عما يلي:

- (أ) سبعة أعشار
(ب) ستة وثلاثة وستون من مائة
(ج) خمسة وثلاثون من مائة
(د) ثمانية عشر وخمسة من ألف
(هـ) ثلاثة وتسعون وسبعة من ألف
(و) ثلاثة ومائة وثمانية من ألف
(ز) أربعة وثمانون وثلاثة من مائة
(ط) مائة وسبعة وخمسة وثلاثون من ألف
(ي) ألف وخمسة وثلاثة وتسعون من ألف
(ك) ثلاثة آلاف وسبعة وستة وأربعون من ألف
(ل) أربعة عشر ألفاً ومائة وثمانية عشر ومائتان وخمسة من ألف
(م) ستة وثلاثون ألفاً ومائتان وخمسة وسبعة عشر من ألف
(ن) خمسة وسبعون ألفاً ومائة وستة وسبعون وخمسة عشر من ألف

جمع وطرح الأعداد العشرية

لتوضيح الطريقة نعتبر المثال الآتي:

مثال 16: اجمع $63.078 + 48.15 + 3.5$

الحل: كبداية وحتى تتمكن من الطريقة سنكتب الأعداد رأسياً كما فعلنا مع الأعداد الطبيعية، بحيث تقع العلامات «.» رأسياً فوق بعضها، وبحيث نجمع الأعداد ذات «الموضع المشترك».

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ 48.15 + \\ 63.078 + \\ \hline 114.728 \end{array}$$

النتيجة: 114.728

مثال 17: اجمع $7.0081 + 0.62 + 43.57$

الحل: لدينا

$$\begin{array}{r} 43.57 \\ 0.62 + \\ 7.0081 + \\ \hline 51.1981 \end{array}$$

النتيجة: 51.1981

مثال 18: اجمع $0.192 + 14.02 + 8$

الحل: لاحظ أن 8 هي 8.0 والآن

$$\begin{array}{r} 8.0 \\ 14.02 + \\ 0.192 + \\ \hline 22.212 \end{array}$$

النتيجة: 22.212

مثال 19: اطرح $4.9356 - 7.083$

الحل: نضع 0 بعد الرقم 3 في العدد 7.083 حتى يصبح العددان العشريان لهما العدد نفسه من المواضع، ويكون لدينا:

$$\begin{array}{r} 7.0830 \\ 4.9356 - \\ \hline 2.1474 \end{array}$$

النتيجة: 2.1474

وللتأكد من النتيجة نجري التحقق الآتي:

اجمع باقي الطرح، المطروح، فيجب أن تكون
نتيجة الجمع هي المطروح منه.

$$\begin{array}{r} 2.1474 \\ 4.9356 + \\ \hline 7.0830 \end{array}$$

يسمى العدد 4.9356 المطروح ويسمى العدد 7.0830 المطروح منه، ويسمى العدد 2.1474 باقي الطرح
كما في حالة الأعداد الطبيعية.

$$\begin{array}{r} 87.0050 \\ 56.3821 - \\ \hline 30.6229 \end{array}$$

مثال 20: اطرح 56.3821 - 87.005

الحل: وضعنا الرقم 0 بعد الرقم 5 كما سبق

لاحظ أننا اقترضنا 1 من 5 فأصبحت الـ 5 الآن

4، كذلك اقترضنا 1 من 7، فأصبحت الـ 7

الآن 6 وأصبح الصفر الأول بعد العلامة «.» 10، ثم اقترضنا 1

من هذه الـ 10 فأصبحت 9 وأصبح الصفر الثاني بعد العلامة «.» الآن 10

وللتأكد نجمع باقي الطرح والمطروح لنحصل على المطروح منه:

إذن النتيجة صحيحة.

$$\begin{array}{r} 30.6229 \\ 56.3821 + \\ \hline 87.0050 \end{array}$$

مثال 21: اطرح 4.061 - 36

الحل: نعلم أن العدد 36 هو نفسه 36.000، لكننا سنكتب العدد بالطريقة الأخيرة، حتى نسهل علينا عملية

الطرح فيكون لدينا العدد نفسه من الأرقام العشرية في العددين:

المطرح والمطروح منه. والآن لدينا:

$$\begin{array}{r} 36.000 \\ 4.061 - \\ \hline 31.939 \end{array}$$

اقترضنا 1 من 6 في العدد الأول، فأصبحت

الـ 6 الآن 5. انتقل هذا الـ 1 إلى الصفر

الأول بعد العلامة «.» فأصبح هذا الصفر الآن 10.

ثم اقترضنا 1 من هذه الـ10، فأصبحت 9،
وانتقل الـ1 إلى الصفر الثاني الذي أصبح 10،
ثم اقترضنا 1 من هذه الـ10 فأصبحت 9
وانتقل هذا الـ1 إلى الصفر الأخير الذي أصبح 10.

وللتأكد من نتيجة الطرح سنجمع باقي

الطرح والمطروح، فإذا كانت النتيجة

صحيحة كان حاصل الجمع هو المطروح منه:

والنتيجة صحيحة كما نرى

$$\begin{array}{r} 4.061 \\ + 31.939 \\ \hline 36.000 \end{array}$$

سنكتب الآن العمليات أفقيًا بعد أن تمرسنا بما فيه الكفاية

مثال 22: عندما كانت الساعة الحادية عشرة كانت درجة حرارة مريض 106.2°ف (فهرنهايت). وعند الساعة الثانية عشرة انخفضت 3.8°ف. لكنها ارتفعت عند الساعة الواحدة من بعد الظهر 1.7°ف، فكم تكون درجة حرارته عند الساعة الواحدة من بعد الظهر؟

الحل: درجة حرارة المريض عند الساعة الثانية عشرة

$$= 106.2 - 3.8 = 102.4^{\circ}\text{ف}$$

وعند الساعة الواحدة من بعد الظهر تكون درجة حرارته

$$= 102.4 + 1.7 =$$

$$= 104.1^{\circ}\text{ف}$$

مثال 23: ذهب ماجد إلى السوق ليشتري ثلاثة أشياء، فوجد أن أثمانها 15.99، 8.99، 13.99 جنيه، وكان بحوزته 40 جنيهًا، فهل يستطيع ماجد أن يشتري الأشياء الثلاثة؟

الحل: مجموع أثمان ما أراد ماجد شراءه

$$13.99 + 8.99 + 15.99 =$$

$$= 38.97 \text{ جنيه.}$$

لكن $40 > 38.97$ ، وبالتالي فإن ماجدًا يستطيع شراء ما أراد.

مثال 24: وجد هيكل عظمي قُدر عمره بالوسائل التقنية بـ 56 قرنًا زائدًا أو ناقصًا 0.8 قرنًا. كم يكون أكبر عمر

ممکن للهيكل العظمي بالسنوات؟

الحل: أكبر عمر ممكن للهيكل

$$= 56 + 0.8$$

$$= 56.8 \text{ قرنًا}$$

$$= 56.8 \times 100 = 5,680 \text{ سنة.}$$

التقريب

المبدأ نفسه الذي استعمل في الأعداد الطبيعية: الرقم 5 وأكبر منه يحذف، ويزاد الرقم على يساره واحدًا. الرقم الذي أصغر من 5 يحذف، ولا يحدث أي تغيير آخر في العدد.

مثال 25: قرب العدد 0.573 لأقرب رقم عشري واحد.

الحل: يصبح العدد 0.6 (لأن $7 < 5$)

مثال 26: قرب العدد 0.748 لأقرب عدد صحيح.

الحل: يصبح العدد 1 (لأن $7 < 5$)

مثال 27: قرب العدد 65.4378 لأقرب ثلاثة أرقام عشرية.

الحل: العدد يصبح 65.438 (لأن $5 < 8$)

مثال 28: قرب العدد 24.352 لأقرب رقمين عشريين

الحل: العدد يصبح 24.35 (لأن $5 > 2$)

تمارين

(1) اجمع بالاستعانة بالكسور الاعتيادية

$$\begin{array}{l} \square = 0.56 + 0.37 \text{ (ب)} \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \square = \frac{56}{100} + \frac{37}{100} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \square = 0.5 + 0.4 \text{ (أ)} \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \square = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \square = 0.90 + 0.75 = 0.9 + 0.75 \text{ (ج)} \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \square = \frac{90}{100} + \frac{75}{100} = \frac{9}{10} + \frac{75}{100} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{حل (أ): } 0.9 = 0.5 + 0.4 \\ \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \frac{9}{10} = \frac{5}{10} + \frac{4}{10} \end{array}$$

(2) اجمع بطريقة حسنة:

$$1.22 + 2.63 + 0.78 + 1.37 \text{ (أ)}$$

$$12.09 + 7.73 + 17.91 + 12.25 \text{ (ب)}$$

$$1.37 + 2.51 + 0.41 + 2.63 + 1.59 \text{ (ج)}$$

$$1.1 + 0.3 + 0.33 + 2.89 + 2.37 \text{ (د)}$$

حل (أ): لاحظ أولاً أن قوانين الدمج والإبدال تسري هنا أيضاً

$$1.22 + 2.63 + 0.78 + 1.37$$

$$(1.22 + 0.78) + (2.63 + 1.37) =$$

$$2.00 + 4.00 =$$

$$(6 =) 6.00 =$$

(3) اجمع بطريقة حسنة:

$$(أ) 2.1, 5, 4.3, 3.9, 0.7$$

$$(ب) 1.1, 2.4, 9.9, 8.9, 1.6$$

$$(ج) 1.49, 0.37, 0.81, 1.52, 0.19, 0.13$$

$$(د) 6.6, 7.4, 3.1, 2.7, 6.8, 3.4$$

حل (أ): سنجمع الأعداد بالطريقة الآتية:

$$5 + (2.1 + 3.9) + (4.3 + 0.7)$$

$$5 + 6.0 + 5.0 =$$

$$5 + 6 + 5 =$$

$$16 =$$

(4) اجمع:

$$(ج) 18.345$$

$$297.47 +$$

$$386.63 +$$

$$71.245 +$$

$$(ب) 37.41$$

$$71.54 +$$

$$65.123 +$$

$$192.456 +$$

$$(أ) 12.725$$

$$3.8394 +$$

$$4.1432 +$$

$$8.79 +$$

15.348 (و)	140.4 (هـ)	45.678 (د)
653.487 +	253.55 +	162.135 +
74.2 +	57.701 +	287.6 +
216.38 +	288.834 +	98.7 +
851.807 +	266.83 +	354.64 +

(5) احسب بطريقة حسنة:

4.87 + 3.79 - 5.12 (ب)	2.41 - 2.59 - 6.32 (أ)
0.46 + 1.56 - 3.82 (د)	5.34 - 4.89 - 15.34 (ج)
3.77 - 1.88 - 14.77 (و)	1.61 - 0.84 - 5.61 (هـ)
6.39 + 8.79 - 15.43 (ح)	1.77 + 0.58 - 8.23 (ز)
0.46 - 1.25 - 2.17 + 0.54 - 3.25 (ي)	1.3 - 6.7 + 1.2 - 2.5 - 13.3 (ط)
7.37 - 2.63 - 6.88 - 23.12 (ل)	4.21 - 2.33 + 2.68 - 11.21 (ك)

حل (ط): $1.3 - 6.7 + 1.2 - 2.5 - 13.3$

$$1.2 - 2.5 - 6.7 + (1.3 - 13.3) =$$

$$1.2 - 2.5 - 6.7 + 12 =$$

$$1.2 - (2.5 - 18.7) =$$

$$15 = 1.2 - 16.2 =$$

(6) احسب:

11.486 (ج)	17.865 (ب)	156.86 (أ)
1.067 -	1.067 -	16.46 -
1.367 -	4.985 -	25.82 -

155	(و)	100	(هـ)	50.5	(د)
39.67	-	35.45	-	37.46	-
105.347	-	8.64	-	11.9	-

حل (و): سنجري الطرح على مرحلتين كما سنرى، وفيما بعد سنعرف طريقة أخرى.

115.330	ثانيًا:	155.00	أولًا:
105.347	-	39.67	-
9.983		115.33	

لاحظ أننا وضعنا صفرين بعد علامة «.» في العدد 155، ووضعنا صفرًا واحدًا بعد 33 في العدد 115.33 وللتحقق من النتيجة سنجمع باقي الطرح مع العددين 39.67، 105.347 فإذا كانت النتيجة صحيحة فإن حاصل الجمع يجب أن يكون المطروح منه 155. والآن:

$$\begin{array}{r}
 39.670 \\
 105.347 \quad + \\
 9.983 \quad + \\
 \hline
 155.000
 \end{array}$$

إذن النتيجة 9.983 صحيحة

$$\begin{array}{rcl}
 0.997 - 5.375 & & (7) \text{ نموذج:} \\
 (0.003 - 1.000) - 5.375 & = & (*) \\
 0.003 + 1.000 - 5.375 & = & \\
 1.000 - (0.003 + 5.375) & = & \\
 1.000 - 5.378 & = & \\
 4.378 & = &
 \end{array}$$

(*) سنعلم فيما بعد أن هذا الإجراء صحيح.

والآن على نسق هذا النموذج احسب:

0.99 - 10.03 (C) 0.98 - 3.26 (I)

1.04 - 16.31 (د) 14.98 - 45.21 (جـ)

1.39 - 15.98 (و) 19.95 - 70.03 (هـ)

$$0.997 - 8.29 (\gamma) \qquad 0.999 - 3.275 (j)$$

$$0.911 - 7.2 (c) \qquad 0.953 - 50.1 (b)$$

(8) املأ المربعات الخالية:

[illegible]

(9)

	14.38	71.51	9.3
	35.7	18.43	101.1
	16.35	24.18	17.05
×			

في الجدول أعلاه اجمع الأعداد في الصفوف والأعمدة وتأكد من حسابك بجمع النتائج في الثلاثة صفوف والثلاثة أعمدة فيظهر الجمعان في المستطيل $\times$ ، فإذا كان الجمع صحيحًا فيجب أن يتساوى الجمعان.

(10) املأ المستطيلات الفارغة:

ط	ح	ز	و	هـ	د	جـ	ب	أ	
	38.52		87.041	35.87		141.5	15.08	4.76	العدد الأول
54.163		33.148		71.4	13.56			0.871	العدد الثاني
88.97	70.35	77.4	178.08		48.07	183.7	33.17		المجموع

(11) احسب

- (أ) $7.008 - 7.8$
(ب) $0.07 - 0.7$
(ج) $0.455 - 4.55$
(د) $8.468 - 8.686$
(هـ) $0.053 - 0.53$
(و) $0.3664 - 3.66$

(12) احسب:

- (أ) $(0.19 - 0.87) + 2.34$
(ب) $(3.75 + 14.8) - 20.03$
(ج) $(3.18 + 5.2) - 10.5$
(د) $(7.3 - 14) - 31.4$
(هـ) $2.3 + (14.8 - 15.3) - 7.5$
(و) $(18.5 - 24) - (11.5 + 13.4) - 90$
(ز) $(17.3 + 4.9 - 13.02) - 45$
حل (ز): $(17.3 + 4.9 - 13.02) - 45 =$

$$(4.9 - 30.32) - 45 =$$

$$(4.90 - 30.32) - 45 =$$

$$(25.42) - 45 =$$

$$25.42 - 45.00 =$$

$$19.58 =$$

(13)

- (أ) إذا كان المطروح منه 9.73 والمطروح 5.845 فما الفرق؟
(ب) إذا كان المطروح 0.3745 وكان الفرق 6.504 فما المطروح منه؟
(ج) إذا كان الفرق 14.053 وكان المطروح منه 21.035 فما المطروح؟
(د) إذا كان الفرق 18.608 وكان المطروح 13.084 فما المطروح منه؟
(14) كرة من الخيط طول خيطها 13.5 متر، قطعت منها أجزاء أطوالها 2.3 مترًا، 2.37 متر، 98 سنتيمترًا. ما مجموع الأطوال المقطوعة، وما طول الجزء الباقي من الخيط؟

(15) وصفة لعمل الخبز: اخلط 30 جراماً من الخميرة مع 15 جراماً من السكر، مع 15 جراماً من الملح. أضف المخلوط إلى 1 كجم من الدقيق. قلب مع إضافة الماء. اتبعت امرأة هذه الوصفة وكانت الكتلة النهائية 1.65 كجم. كم كانت كتلة الماء المضاف؟

(16) في أول الشهر كان في الحساب الجاري للسيدة/ إلهام 2,780.15 جنيه وقد أضافت في خلال الشهر 1,350.18 جنيه، لكنها سحبت كذلك في خلال الشهر نفسه 1,205.77 جنيه. كم يكون في حساب السيدة/ إلهام الجاري في نهاية الشهر؟

(17) تقرأ السيدة/ ليلي عداد المياه الخاص بشقتها فكان كالتالي:

في أول يناير 1,835.275 متر مكعب، وفي أول فبراير 1,850.101 متر مكعب، وفي أول مارس كان 1,866.704 متر مكعب، وفي أول أبريل كان 1,882.453 متر مكعب.

(أ) كم كان استهلاك السيدة/ ليلي من المياه بالأمتار المكعبة في أشهر يناير، فبراير، مارس؟

(ب) كم كان استهلاكها من المياه بالأمتار المكعبة في ربع السنة؟

(18) يمتلك السيد/ ثاقب 32.95 فدان. منها 22.4 فداناً أرضاً زراعية، 3.2 فداناً غابة، 4.85 فدان مراعي. أما منزله والطرق في أرضه فمساحتهما تقدر بـ 1.1 فداناً. أما الباقي فهو أرض بور. كم تبلغ مساحة الأرض البور؟
(19) اشترى الفتى/ علي حذاء رياضياً بـ 284.50 جنيه، حلة رياضية بـ 554.75 جنيه، بنطالاً رياضياً بـ 120.25 جنيه. ودفع 1,000 جنيه. كم يسترد مما دفع؟

(20) يأخذ الفتى/ حسين مصروفاً يومياً 15 جنيهاً. يشتري عادة في كل يوم شطيرة بـ 7.5 جنيه، ومشروباً بـ 1.25 جنيه، قطعة من الحلوى بـ 3.5 جنيه. كم يوفر في كل يوم؟

(21) يقدم أحد محلات الأطعمة لفيفة مكونة من 1.25 كجم من الزبد، 2.75 كجم من القهوة، 350 جم من عسل النحل. ويبلغ وزن الغلاف 0.25 كجم. كم يكون وزن اللفيفة؟

(22) حملت عربة نقل بالخضر. كان وزن الجزر 1.75 طن، وكان وزن الطماطم 1.23 طن، وكان وزن الفلفل 0.75 طن، وكان وزن الخيار 1.65 طن. وكان وزن العربة بعد أن حملت 7.25 طن. كم يبلغ وزن العربة فارغة؟

(1 طن = 1,000 كجم)

(23) املاء الفراغات الآتية بالأعداد المناسبة:

$$1 \square 6 . \square 0 \square \text{ (ب)}$$

$$4 \square . 0 9 5 +$$

$$\hline 2 0 4 . 8 \square 0$$

$$1 \square . \square 8 \text{ (أ)}$$

$$4 . 3 \square +$$

$$\hline 2 0 . 1 4$$

$$1 5 6 . 7 \square 6 \text{ (د)}$$

$$2 \square 6 . \square 0 5 +$$

$$\hline \square 7 \square . 1 9 \square$$

$$9 6 . \square 4 \text{ (ج)}$$

$$2 4 . 9 \square +$$

$$\hline 1 2 \square . 9 7$$

$$0 . \square 4 \square 6 \text{ (هـ)}$$

$$0 . 8 0 4 \square +$$

$$\hline \square . 5 \square 3 1$$

$$0 . 7 4 8 6 \text{ حل (هـ)}$$

$$0 . 8 0 4 5 +$$

$$\hline 1 . 5 5 3 1$$

$$1 5 . 7 8 \text{ حل (أ)}$$

$$4 . 3 6 +$$

$$\hline 2 0 . 1 4$$

ضرب الأعداد العشرية

تماماً كضرب الأعداد الطبيعية. وهنا نحسب العدد الكلي للأرقام العشرية في العددين المضروبين في بعضهما، ثم نجعل عدد الأرقام العشرية في نتيجة حاصل الضرب يساوي العدد الكلي للأرقام العشرية الذي حسبناه.

مثال 29: احسب 4.3×4.63

الحل: سنضرب أولاً 43×463 كالآتي:

$$\begin{array}{r} 463 \\ 43 \times \\ \hline 1389 \\ 1852 \\ \hline 19909 \end{array}$$

19,909

ونتيجة حاصل الضرب هي

والآن لاحظ أن العدد الأول 4.63

به رقمان عشريان (أي بعد العلامة العشرية من جهة اليمين)،

العدد 4.3 به رقم عشري واحد،

فيكون مجموع الأعداد العشرية 3،

وبهذا يكون حاصل الضرب المطلوب به ثلاثة أرقام عشرية،

أي يكون حاصل الضرب هو 19.909

مثال 30: احسب 8×0.125

الحل: سنضرب أولاً 8×125 كالآتي:

$$\begin{array}{r} 125 \\ 8 \times \\ \hline 1000 \end{array}$$

العدد 0.125 به ثلاثة أرقام عشرية،

أما العدد 8 فليس به أرقام عشرية

فيكون حاصل الضرب النهائي به ثلاثة أرقام عشرية،

وبهذا يكون حاصل الضرب هو 1.000 أي هو 1

$$\begin{array}{r}
 45 \\
 12 \times \\
 \hline
 90 \\
 45 \\
 \hline
 540
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 54 \times \\
 \hline
 140 \\
 175 \\
 \hline
 1890
 \end{array}$$

مثال 31: احسب $1.2 \times 4.5 \times 3.5$

الحل: نحسب أولاً 1.2×4.5

$$5.40 =$$

$$5.4 =$$

والآن نحسب 5.4×3.5

$$18.90 =$$

$$18.9 =$$

ملحوظة: كان يمكن حساب 4.5×3.5 أولاً

ثم نحسب حاصل ضرب هذا الناتج في 1.2

مثال 32: احسب $6.3 + {}^2(1.3)$

الحل: نحسب أولاً ${}^2(1.3)$ كالآتي:

$$1.3 \times 1.3 = {}^2(1.3)$$

$$1.69 =$$

والآن $6.3 + {}^2(1.3)$

$$6.3 + 1.69 =$$

$$7.99 =$$

ملحوظة: تُعرف الأسس هنا كما عُرفت في الأعداد الطبيعية والكسور الاعتيادية وغير الاعتيادية.

$$\begin{array}{r}
 461 \\
 10 \times \\
 \hline
 000 \\
 461 \\
 \hline
 4610
 \end{array}$$

مثال 33: احسب 4.61×10

الحل $46.10 = 4.61 \times 10$

$$46.1 =$$

ملحوظة: الضرب في 10 يحرك العلامة العشرية ".
موضعاً واحداً إلى اليمين
وهكذا الضرب في 100 يحركها إلى اليمين موضعين.
وهكذا الضرب في 1,000 ،، ...

مثال 34: احسب $9.3724 \times 1,000$

الحل: $9.3724 \times 1,000$

$$9,372.4 =$$

مثال 35: احسب $3.14 \times 10,000$

الحل: $3.14 \times 10,000$

$$31,400.00 =$$

$$31,400 =$$

وبتفصيل أكثر: $10,000 = 100 \times 100$

$$314 = 3.14 \times 100$$

والآن $3.14 \times 10,000$

$$3.14 \times 100 \times 100 =$$

$$314 \times 100 =$$

$$31,400 =$$

مثال 36: يتكون جزيء الماء من ذرتي هيدروجين وذرة أكسجين. فإذا كان الوزن الذري للهيدروجين 1.008، وكان الوزن الذري للأكسجين 15.994، فاحسب:

(أ) وزن جزيء الماء

(ب) قرب هذا الوزن لأقرب عدد صحيح

الحل: وزن جزئيء الماء

$$15.994 + 1.008 \times 2 =$$

$$15.994 \times 2.016 =$$

$$18.010 =$$

$$18.01 =$$

(ب) وزن جزئيء الماء مقرباً إلى أقرب عدد صحيح = 18

مثال 37: كانت قراءة عدد الكهرباء في آخر شهر يناير 860.08 كيلو وات ساعة، وكانت قراءته في آخر شهر فبراير 1,216.16 كيلو وات ساعة. فإذا كان سعر الكيلو وات ساعة 0.20 جنيه فكم يكون المبلغ المطلوب سداده عن شهر فبراير، وقرب المبلغ إلى أقرب عدد صحيح.
الحل: المستهلك في شهر فبراير =

$$1,216.16 - 860.08 = 356.08 \text{ كيلو وات ساعة.}$$

المبلغ المطلوب سداده عن استهلاك الكهرباء عن شهر فبراير

$$356.08 \times 0.20 =$$

$$71.2160 \text{ جنيه}$$

$$71.216 \text{ جنيه}$$

المبلغ مقرباً إلى أقرب عدد صحيح = 71 جنيهاً

مثال 38: رزمة من الورق تحتوي على 520 ورقة، سمك الورقة 0.015 سم. كم يكون سمك الرزمة؟

$$\begin{array}{r} 52 \\ 15 \times \\ \hline 260 \\ 52 \\ \hline 780 \end{array}$$

الحل: سمك الرزمة = $0.015 \times 520 =$

$$7.800 \text{ سم}$$

$$7.8 \text{ سم}$$

مثال 39: يزن متر واحد من خيط 2.3 جم. ما كتلة

112.5 مترًا من هذا الخيط؟ أعط إجابتك

بالجرام

الحل: الكتلة بالجرام = 2.3×112.5

$$= 258.75 \text{ جرام}$$

مثال 40: يحتاج رداء إلى 4.5 متر من القماش.

إذا كان سعر المتر 42 جنيهاً، فكم تكون تكلفة القماش اللازم؟

الحل: تكلفة القماش = 4.5×42

$$= 189.0 \text{ جنيهاً}$$

$$= 189 \text{ جنيهاً}$$

ملحوظة:

لاحظ أننا في كل مرة عندما نضرب عددين عشريين في بعضها فإننا نضربها كما لو كانا عددين صحيحين، ثم نحسب مجموع الأرقام العشرية في كليهما ونضع العلامة العشرية ". بعد أن نعد من اليمين بعدد الأرقام العشرية.

مثال 41: تتحرك الأرض في الفراغ بسرعة 1.8 ميلاً في الثانية. احسب المسافة التي تقطعها الأرض في 60 ثانية.

(1 ميلاً $\approx$ 1.6 كيلو مترًا. $\approx$ تعني يساوي تقريباً)

الحل: المسافة التي تقطعها الأرض في 60 ثانية

$$= 60 \times 1.8$$

$$= 108.0 \text{ ميلاً}$$

$$= 108 \text{ ميلاً}$$

مثال 42: ثمن حاسب آلي (كمبيوتر) 4,658 جنيهاً. خفض البائع السعر بحيث كان 0.8 من السعر. كم يكون السعر الجديد؟

$$\text{الحل: السعر الجديد} = 4,658 \times 0.8 =$$

$$= 3,726.4 \text{ جنيهاً}$$

مثال 43: ثمن لعبة قطار للأطفال 118.5 جنيهاً. بسبب ارتفاع الأسعار رفع التاجر السعر إلى 1.15 من السعر الأول. كم يكون السعر الجديد؟

الحل: السعر بعد الزيادة

$$= 1.15 \times 118.5 =$$

$$= 136.275 \text{ جنيهاً}$$

$$\begin{array}{r} 1185 \\ \times 115 \\ \hline 5925 \\ 1185 \\ 1185 \\ \hline 136275 \end{array}$$

تمارين

(1) املأ المربعات الفارغة:

$$\square = 0.5 \times 0.15 \text{ (ب)}$$

$$\square = \frac{5}{10} \times \frac{15}{100}$$

$$\square = 0.9 \times 0.6 \text{ (أ)}$$

$$\square = \frac{9}{10} \times \frac{6}{10}$$

$$\square = 0.004 \times 0.02 \text{ (د)}$$

$$\square = \frac{4}{1,000} \times \frac{2}{100}$$

$$\square = 0.03 \times 0.25 \text{ (ج)}$$

$$\square = \frac{3}{100} \times \frac{25}{100}$$

حل (ب) $0.075 = 0.5 \times 0.15$

$$\frac{75}{1,000} = \frac{5}{10} \times \frac{15}{100}$$

(2) نموذج: 0.29×53.4

$$2.9 \times 5.34 =$$

$$15 = 3 \times 5 \approx$$

(تذكر أن $\approx$ تعني يساوي تقريباً)

والآن على نسق هذا النموذج احسب بالتقريب وبالضبط وقارن:

$$3.1 \times 2.9 \text{ (ج)} \quad 28.9 \times 3.2 \text{ (ب)} \quad 1.9 \times 4.11 \text{ (أ)}$$

$$2.01 \times 53.9 \text{ (و)} \quad 2.99 \times 14.1 \text{ (هـ)} \quad 1.01 \times 3.98 \text{ (د)}$$

$$7.98 \times 145.1 \text{ (ط)} \quad 18.02 \times 104.9 \text{ (ج)} \quad 15.1 \times 8.99 \text{ (ز)}$$

(3) من مجموعتي الأعداد الآتيتين هل يمكنك أن توجد النتائج المذكورة:

المجموعة الأولى: 14.8 ، 0.092 ، 0.15

المجموعة الثانية: 0.015 ، 0.29 ، 26.4

النتائج:

، 0.0435 ، 2.4288 ، 0.00138 ، 3.96 ، 0.02668 ، 390.72

0.222 ، 4.292 ، 0.00225

(نموذج: $0.00225 = 0.15 \times 0.015$)

(4) احسب:

- | | | | |
|--------------|-------------|--------------|--------------|
| (أ) 1.6^2 | (ب) 3.5^3 | (ج) 4.2^2 | (د) 5.3^3 |
| (هـ) 2.8^3 | (و) 1.1^4 | (ز) 12.1^2 | (ح) 0.05^2 |

(تذكر أن $3.1^4 = 3.1 \times 3.1 \times 3.1 \times 3.1$)

(5) احسب:

- | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| (أ) $3.2 \times 1.2 \times 1.5$ | (ب) $2.8 \times 1.3 \times 4.8$ | (ج) $4.5 \times 1.2 \times 3$ |
| (د) $6.7 \times 4.5 \times 3.2$ | (هـ) $5.2 \times 0.4 \times 6.5$ | (و) $1.4 \times 3.1 \times 1.7$ |

(6) احسب ثم قرب إلى أقرب رقمين عشريين:

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| (أ) 0.02×1.28 | (ب) 6.25×0.083 | (ج) 6.25×6.25 |
| (د) 7.03×0.095 | (هـ) 7.5×0.15 | (و) 12.1×3.09 |
| (ز) 0.131×8.7 | (ح) 3.5×18.12 | (ط) 3.14×1.12 |

حل (أ) 0.02×1.28

$$= 0.0256$$

$0.03 =$ (لأن الرقم العشري الثالث 5)

(7) احسب ثم قرب إلى أقرب ثلاثة أرقام عشرية

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| (أ) 0.236×17.8 | (د) 0.083×6.25 | (ز) 0.25×6.25 |
| (ب) 0.235×17.6 | (هـ) 0.98×6.34 | (ح) 0.095×7.03 |
| (ج) 8.23×0.55 | (و) 0.141×8.3 | (ط) 0.15×7.5 |

(8) احسب ثم اجعل رقم الآحاد صفرًا:

(هـ) 0.95×52.08

(جـ) 1.05×25.77

(أ) 1.5×11.25

(و) 0.93×36.49

(د) 1.25×40.22

(ب) 1.2×17.48

حل (أ) 1.5×11.25

$16.875 =$

لجعل رقم الآحاد صفرًا يكون حاصل الضرب 20

لأن $5 < 6$

(9) اضرب أولاً ثم حرك العلامة العشرية للحصول على باقي حواصل الضرب:

(جـ) 4.7×6.8

(ب) 0.45×2.75

(أ) 0.85×1.4

0.47×68

4.5×2.75

0.85×0.14

47×0.68

0.045×2.75

8.5×0.14

0.047×68

4.5×27.5

8.5×1.4

حل (أ): $1.4 \times 0.85 = 1.190 =$

$1.19 =$

والآن $0.119 = 0.14 \times 0.85$

$1.19 = 0.14 \times 8.5$

$11.9 = 1.4 \times 8.5$

(10) احسب:

(ز) $^3 1.7 + 16 \times ^2 0.2$

(د) $1.8 \times 0.7 + 1.3 + ^2 2.6$

(أ) $3.2 \times 1.4 \times 0.5$

(ح) $18 \times 3.5 - ^2 17$

(هـ) $^2 4.2 \times (2.38 - 2.97)$

(ب) $9.1 \times 0.54 \times 61$

(ط) $38 - 8 \times 6.5$

(و) $8 \times 0.5 + ^2 7.1 - 6.3 \times 14.53$

(جـ) $0.51 \times 6.1 \times 3.3$

(11) نموذج:

$0.5 \times 10 \times 4 = 0.5 \times 40$

$$5 \times 4 =$$

$$20 =$$

على هذا النسق احسب:

$$400 \times 0.15 \text{ (ط)}$$

$$30 \times 1.4 \text{ (هـ)}$$

$$30 \times 0.5 \text{ (أ)}$$

$$80 \times 0.05 \text{ (ي)}$$

$$4,000 \times 1.4 \text{ (و)}$$

$$300 \times 0.6 \text{ (ب)}$$

$$600 \times 1.25 \text{ (ك)}$$

$$1.5 \times 600 \text{ (ز)}$$

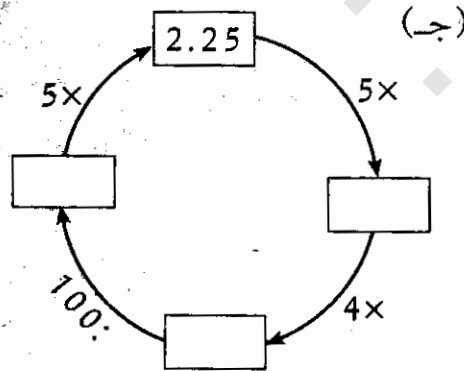
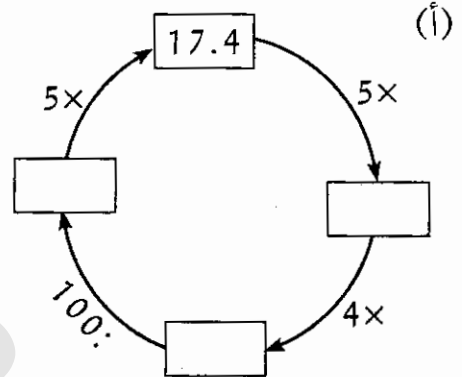
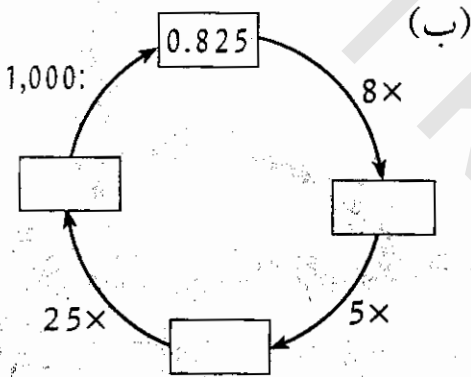
$$0.02 \times 80 \text{ (ج)}$$

$$3,000 \times 2.05 \text{ (ل)}$$

$$2.5 \times 300 \text{ (ح)}$$

$$0.5 \times 500 \text{ (د)}$$

(12) املا المستطيلات الخالية:



(13) يقطع قطار مسافة 38.9 مترًا في الثانية. كم يقطع في:

(ب) ساعة واحدة؟

(أ) دقيقة واحدة

(14) قطعة نقود سمكها 2.1 مم. كم يكون ارتفاع 75 قطعة موضوعة علي هيئة عمود؟

(15) ينتج مصنع أسمنت 50 طناً في اليوم. يجب أن يضاعف الإنتاج 1.4 مرة. كم يكون المطلوب إنتاجه؟

(16) ينتج مصنع شيكولاتة 1,200 قالب لبن كامل، 1,400 قالب نصف مر، 1,600 قالب بالمكسرات، 1,800 قالب أبيض. المطلوب مضاعفة الإنتاج 1.25 مرة. كم يكون المطلوب إنتاجه من كل صنف؟

(17) في قياس شعبية برامج التلفزيون كان هناك تقديران لبرنامجين:

البرنامج (أ) حصل على 18.4 نقطة، والبرنامج (ب) حصل على 16.8 نقطة. كل نقطة تعني 900,000 منزل مشاهد.

(أ) كم منزلاً مشاهداً للبرنامج (أ)؟

(ب) كم يزيد عدد المنازل المشاهدة للبرنامج (أ) على المنازل المشاهدة للبرنامج (ب)؟

(18) في محل لبيع الملابس كانت فاتورة مشتريات محمود كالتالي:

الصنف	الكمية	سعر الوحدة بالجنيه	السعر
نطاق (حزام)	1	25	
قميص	4	82.5	
سروال	2	116.25	
المجموع			

* املأ المستطيلات الفارغة.

(19) أوجد عددين عشرين بحيث يكون

(أ) حاصل ضربهما أكبر من مجموعها

(ب) حاصل ضربهما أصغر من مجموعها

كان أمراً مباشراً أن نكتب الكسر العشري كسراً اعتيادياً كما سبق، فمثلاً 0.45 هو $\frac{45}{100}$ (ويمكن بعد ذلك كتابته في أبسط صورة). أما الآن فلدينا هذا الكسر الاعتيادي (أو غير الاعتيادي) ونريد كتابته على صورة كسر عشري.

أحياناً يكون الأمر سهلاً تماماً كمثال $\frac{3}{4}$. سنضرب البسط والمقام في 25 كالآتي:

$$0.75 = \frac{75}{100} = \frac{25 \times 3}{25 \times 4} = \frac{3}{4}$$

مرجع السهولة هنا أن 4 عامل من عوامل 100. لكن الأمر ليس بهذه البساطة في كل مرة. على أية حال فإننا سنلجأ إلى أسلوب آخر يصلح في جميع الحالات، سواء كان مقام الكسر عاملاً من عوامل 10 ~ حيث n عدد طبيعي أم ليس عاملاً من عوامل 10 ~.

والمثال الآتي يوضح هذه الطريقة التي تسمى طريقة القسمة المطولة:

مثال 44: اقسم 3 على 4 لتحصل على عدد عشري.

الحل:

3 أصغر من 4، أي أن نتيجة القسمة كسر اعتيادي،

ولهذا نضع في خارج القسمة "0."

ونضع 0 إلى يمين 3، فيكون لدينا 30.

والآن بقسمة 30 على 4 ينتج 7. نكتب 7 إلى يمين "0."

ثم نضرب 7 في 4 فنحصل على 28. نطرح 28 من 30

فيكون لدينا 2. والآن نضع 0 إلى يمين 2 فيصبح لدينا 20.

نقسم 20 على 4 فينتج 5، فنكتب 5 إلى يمين 0.7.

وبضرب 5 في 4 نحصل على 20.

نطرح هذه الـ 20 من الـ 20 التي حصلنا عليها قبل ذلك

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ 4 \overline{) 30} \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

(بوضع 0 إلى يمين باقي طرح 28 من 30)، فيكون باقي الطرح 0. وتنتهي القسمة ويكون خارج القسمة 0.75

ملحوظة:

وضعنا سهما فوق الصفر المضاف إلى يمين المقسوم 3. وسنفعل ذلك دائما في مثل هذا الموقف.

مثال 45: عبر عن $\frac{1}{4}$ كعدد عشري (كسر عشري)

الحل: 1 أصغر من 4 فالنتيجة كسر اعتيادي

ولهذا نضع "0." في خارج القسمة، ونضع 0 إلى

يمين 1 فيكون لدينا 10. نقسم 10 على 4

فنحصل على 2. نضع 2 إلى يمين "0." في

خارج القسمة. نضرب 2 في 4 فنحصل على 8.

نطرح 8 من 10 فينتج 2. نضع 0 إلى

يمين هذه الـ 2 الأخيرة فيكون لدينا 20

نقسم 20 على 4 فينتج 5. نكتب 5 على

يمين 0.2 في خارج القسمة. نضرب 5 في 4 فينتج 20. نطرح هذه الـ 20

من 20 السابقة (التي نتجت من طرح 8 من 10 ثم وضع 0 إلى يمين باقي الطرح 2) فينتج 0.

وبهذا تنتهي عملية القسمة ويكون خارج القسمة هو 0.25

مثال 46: اكتب $2\frac{3}{5}$ على صورة كسر عشري

الحل: نجعل $2\frac{3}{5}$ أولاً في صورة كسر غير اعتيادي، فيكون لدينا:

$$\frac{13}{5} = \frac{3 + 5 \times 2}{5} = \frac{3}{5} + 2 = 2\frac{3}{5}$$

والآن يمكننا بسهولة أن نضرب البسط والمقام في 2 فنحصل على:

$$\frac{2 \times 13}{2 \times 5} = \frac{13}{5}$$

$$\frac{26}{10} =$$

$$2.6 =$$

هذه المسألة بالغة السهولة لأن المقام كان أحد عوامل 10، كما ذكرنا من قبل، لكننا نريد أن نحلها بطريقة القسمة المطولة كالآتي:

$$\begin{array}{r} 2.6 \\ 5 \overline{) 13} \\ \underline{10} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

نقسم 13 على 5 فيكون خارج القسمة 2. نضرب 2 في 5

فنحصل على 10. نطرح 10 من 13 فيكون الناتج 3.

الآن 3 أصغر من 5، لهذا يكون خارج قسمة 3 على 5 كسرًا اعتياديًا،

ولا يوجد في العدد المقسوم أرقام لم تستخدم، ولهذا نضع

العلامة العشرية "." بعد 2 ونضع 0 إلى يسار 3

فيصبح لدينا 30. نقسم 30 على 5 فيكون خارج القسمة 6.

نضرب 6 في 5 فينتج 30. نطرح هذه الـ 30 من الـ 30 التي حصلنا عليها

من قبل بطرح 10 من 13 ثم وضع 0 إلى يمين باقي الطرح 3.

نتيجة طرح 30 من 30 هي الصفر.

وتنتهي عملية القسمة ويكون خارج القسمة 2.6

مثال 47: اكتب العدد المختلط $4\frac{8}{9}$ في صورة عدد عشري

الحل: نضع أولاً العدد في صورة كسر غير اعتيادي كالآتي:

$$\frac{44}{9} = \frac{8 + 36}{9} = \frac{8 + 9 \times 4}{9} = 4\frac{8}{9}$$

والآن باتباع الخطوات السابقة نفسها نحصل على:

ونلاحظ أن خارج القسمة ليس منتهياً، فيستمر

ظهور 8 كباقي طرح، وبالتالي بقسمة 80 على 9

يستمر ظهور 8 بعد العلامة العشرية "."

في خارج القسمة. ونظرًا لأن 8 أكبر من 5

فإذا أردنا أن نقرب نتيجة القسمة (خارج القسمة)

إلى أقرب رقمين عشريين كانت النتيجة 4.89،

وإذا أردنا أن نقربها إلى أقرب ثلاثة أرقام عشرية كانت النتيجة 4.889، وهكذا...

$$\begin{array}{r} 4.88... \\ 9 \overline{) 44} \\ \underline{36} \\ 80 \\ \underline{72} \\ 80 \\ \underline{72} \\ 8 \\ \vdots \end{array}$$

مثال 48: اكتب العدد الآتي في صورة كسر عشري:

$$13\frac{5}{8}$$

الحل: نكتب العدد أولاً، كما فعلنا من قبل، في صورة كسر غير اعتيادي كالآتي:

$$\frac{109}{8} = \frac{5 + 104}{8} = \frac{5 + 8 \times 13}{8} = 13\frac{5}{8}$$

والآن نجري القسمة المطولة كالآتي:

$$\begin{array}{r} 13.625 \\ 8 \overline{) 109} \\ \underline{8} \\ 29 \\ \underline{24} \\ 50 \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

1 أصغر من 8، لكن 10 أكبر من 8 فيكون خارج قسمة

10 على 8 هو 1. نضرب 1 في 8 فيكون الناتج 8.

نطرح 8 من 10 فنحصل على 2. نزل رقماً واحداً بعد

10 من 109 وهو 9 (وهو الرقم الباقي الوحيد) فيكون

لدينا 29. نقسم 29 على 8 فينتج 3 نكتب 3 إلى يمين 1 في خارج

القسمة. نضرب 3 في 8 فيكون الناتج 24. نطرح 24 من 29 فينتج 5.

الآن 5 أصغر من 8، ولا يوجد في العدد المقسوم أرقام لم تستخدم.

ولهذا نضع العلامة العشرية "." على يمين 13 في خارج القسمة، ونضع 0 إلى يمين 5، فيكون لدينا

50. نقسم 50 على 8 فيكون خارج القسمة 6. نكتب 6 إلى يمين العلامة العشرية في خارج القسمة.

نضرب 6 في 8 فيكون الناتج 48. نطرح 48 من 50 فيكون الناتج 2. نضع 0 على يمين 2 فيكون

لدينا 20. نقسم 20 على 8 فيكون خارج القسمة 2. نكتب 2 على يمين 13.6. فنحصل حتى الآن

على خارج قسمة 13.62. نضرب 2 في 8 فينتج 16. نطرح 16 من 20 فيكون لدينا 4. نضع 0 على

يمين 4 فيكون لدينا 40. نقسم 40 على 8 فينتج 5. نكتب 5 إلى يمين 13.62 فيكون لدينا 13.625.

نضرب 5 في 8 ينتج 40. نطرح 40 من 40 التي حصلنا عليها من قبل فيكون باقي الطرح 0، وتنتهي

عملية القسمة. ويكون خارج القسمة 13.625

مثال 49: بالقسمة المطولة اقسم 6,240 على 65.

الحل: 6، 62 أصغر من 65، ولهذا نأخذ 624. فنقسم 624 على 65 فينتج 9 (خارج قسمة). نضرب

9 في 65 فنحصل على 585. نطرح 585 من 624 فيكون الناتج 39. ننزل رقماً واحداً من 6,240

$$\begin{array}{r}
 96 \\
 65 \overline{) 6240} \\
 \underline{585} \\
 390 \\
 \underline{390} \\
 0
 \end{array}$$

بعد 624 وهو الصفر (وهو الرقم الباقي الوحيد) فيكون لدينا 390.

نقسم 390 على 65 فيكون الناتج 6.

نكتب 6 إلى يمين 9 في خارج القسمة فنحصل

حتى الآن على 96. نضرب 6 في 65 فينتج 390.

نطرح هذه الـ 390 من 390 التي حصلنا عليها من قبل فيكون

باقي الطرح 0. وبهذا تنتهي القسمة، ويكون خارج القسمة 96

مثال 50: أجز القسمة المطولة لـ 38,454 على 58.

$$\begin{array}{r}
 663 \\
 58 \overline{) 38454} \\
 \underline{348} \\
 365 \\
 \underline{348} \\
 174 \\
 \underline{174} \\
 0
 \end{array}$$

الحل: 3، 38 أصغر من 58، ولهذا نبدأ بـ 384، نقسم 384 على 58

فيكون خارج القسمة 6. نضرب 6 في 58 فنحصل على 348. نطرح

348 من 384 فيكون باقي الطرح 36. ننزل رقمًا واحدًا بعد 384 من

38,454، أي ننزل 5 فيكون لدينا 365. نقسم 365 على 58 فيكون

لدينا 6. نكتب 6 على يمين 6 السابقة في خارج القسمة. نضرب 6

في 58 فيكون لدينا مرة أخرى 348. نطرح 348 من 365 فنحصل

على 17. ننزل رقمًا واحدًا بعد 3,845 أي ننزل 4 (وهو الرقم الباقي

الوحيد) فيكون لدينا 174 نقسم 174 على 58 فيكون خارج القسمة

3. نكتب 3 إلى يمين 66 (خارج القسمة). نضرب 3 في 58 فنحصل

على 174. نطرح 174 من 174 التي سبق الحصول عليها يكون باقي

الطرح 0. أي أن عملية القسمة انتهت وخارج القسمة النهائي هو 663

مثال 51: أجز القسمة المطولة لـ 0.38454 على 0.58

الحل: في المثال السابق مباشرة أجزينا القسمة المطولة لـ 38454 على 58.

$$\frac{\frac{38,454}{100,000}}{\frac{58}{100}} = \frac{0.38454}{0.58} \quad \text{والآن}$$

$$\frac{100 \times 38,454}{100,000 \times 58} = \frac{100}{58} \times \frac{38,454}{100,000} =$$

$$(بقسمة البسط والمقام على 1,000) \quad 0.663 = \frac{663}{1,000} =$$

مثال 52: اقسم 0.000014 على 0.007

$$\frac{14}{1,000,000} = \frac{0.000014}{0.007} \quad \text{الحل:}$$

$$\frac{7}{1,000}$$

$$\frac{1,000 \times 14}{1,000,000 \times 7} = \frac{1,000}{7} \times \frac{14}{1,000,000} =$$

$$(بقسمة البسط والمقام على 1,000) \quad 0.002 = \frac{2}{1,000} =$$

وكما ذكرنا في الأعداد الطبيعية يمكن التحقق من نتيجة خارج القسمة بضرب خارج القسمة في القاسم، فإذا كانت النتيجة صحيحة كان حاصل الضرب هو المقسوم.

التحقيق: 0.007×0.002

$$0.000014 = \frac{14}{1,000,000} = \frac{7}{1,000} \times \frac{2}{1,000} =$$

إذن النتيجة صحيحة

مثال 53: اقسم 0.00045 على 0.025

الحل: سنقسم أولاً 45 على 25 كالآتي:

$$\begin{array}{r} 1.8 \\ 25 \overline{) 45} \\ \underline{25} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 0 \end{array}$$

4 أصغر من 25، فنبدأ بـ 45 ونقسمها على 25 فيكون خارج القسمة

1. نضرب 1 في 25 فنحصل على 25. نطرح 25 من 45 فنحصل

على 20. الآن 20 أصغر من 25، ولا توجد أرقام في العدد المقسوم لم

تستخدم، فنضع علامة عشرية "." بعد 1 ونضع 0 إلى يمين 20 فيكون

لدينا 200. نقسم 200 على 25 فيكون خارج القسمة 8. نضع 8 بعد العلامة العشرية "0." في خارج القسمة. نضرب 25×8 فنحصل على 200. نطرح هذه الـ 200 من الـ 200 السابقة، فيكون باقي الطرح 0، وتنتهي عملية القسمة، ويكون خارج القسمة هو 1.8

والآن:

$$\frac{\frac{45}{100,000}}{25} = \frac{0.00045}{0.025}$$

$$\frac{1,000 \times 45}{100,000 \times 25} = \frac{1,000}{25} \times \frac{45}{100,000} =$$

$$(بقسمة البسط والمقام على 1,000) \quad 0.018 = \frac{1.8}{100} =$$

مثال 54: اقسم 0.06 على 0.00024

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ \downarrow \\ 24 \overline{) 60} \\ \underline{48} \\ 120 \\ \underline{120} \\ 0 \end{array}$$

الحل: سنقسم أولاً 6 على 6.24 أصغر من 24، فنضع علامة عشرية في خارج القسمة بعد 0 أي نكتب "0."، 0 إلى يمين 6. والآن نقسم 60 على 24، فيكون خارج القسمة 2. نضرب 2 في 24 فنحصل على 48. نطرح 48 من 60 فيكون باقي الطرح 12. نضع 0 إلى يمين 12 فيكون لدينا 120. نقسم 120 على 24 فيكون الناتج 5. نضع 5 إلى يمين 0.2. نضرب 5 في 24 فنحصل على 120 (كما هو متوقع بالطبع). نطرح هذه الـ 120 من الـ 120 السابقة فيكون باقي الطرح صفر، وتنتهي القسمة ويكون خارج القسمة 0.25.

$$\frac{\frac{6}{100}}{24} = \frac{0.06}{0.00024}$$

والآن:

$$\frac{100,000 \times 6}{100 \times 24} = \frac{100,000}{24} \times \frac{6}{100} =$$

(بقسمة البسط والمقام على 100)

$$250 = 1,000 \times 0.25 =$$

التحقيق:

$$\frac{6,000}{100,000} = \frac{24}{100,000} \times 250 =$$

$$0.06 =$$

إذن الحل صحيح

مثال 55: اقسّم 40.2 على 0.7، وقرب النتيجة لأقرب رقمين عشريين.

الحل: سنقسم أولاً 402 على 7 كالآتي:

$$\begin{array}{r} 57.428 \\ 7 \overline{) 402} \\ \underline{35} \\ 52 \\ \underline{49} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 4 \end{array}$$

نقسم 40 على 7 فيكون خارج القسمة 5. نضرب 5 في 7، فيكون الناتج

35. نطرح 35 من 40، فيكون باقي الطرح 5. ننزل رقمًا واحدًا بعد 40 من

402، فيكون هو 2 (وهو الرقم الوحيد الباقي من العدد المقسوم). نقسم

52 على 7 فيكون خارج القسمة 7. نكتب 7 إلى يمين 5. نضرب 7 في 7

فنحصل على 49. نطرح 49 من 52 فيكون الناتج 3. الآن 3 أصغر من

7، ولا توجد أرقام في العدد المقسوم لم تستخدم. ولهذا نضع علامة عشرية

”.” في خارج القسمة إلى يمين 57، ونضع 0 إلى يمين 3، فيكون لدينا 30.

نقسم 30 على 7 فيكون خارج القسمة 4. نضع 4 على يمين العلامة العشرية

نضرب 4 في 7 ينتج 28. نطرح 28 من 30 فيكون الناتج 2. نضع 0 إلى

يمين 2، فيكون لدينا 20. نقسم 20 على 7، فيكون خارج القسمة 2. نضع

2 إلى يمين 57.4. نضرب 2 في 7 نحصل على 14. نطرح 14 من 20 ينتج

6. نضع 0 إلى يمين 6 فيكون لدينا 60. نقسم 60 على 7 فينتج 8 خارج

قسمة. نضع 8 إلى يمين 57.42. نضرب 8 في 7 نحصل على 56. نطرح

56 من 60 نحصل على 4. ونكتفي بهذا القدر لأن المطلوب نتيجة القسمة

مقربة إلى رقمين عشريين.

والآن:

$$\frac{\frac{402}{10}}{\frac{7}{10}} = \frac{40.2}{0.7}$$

$$(بقسمة البسط والمقام على 10) \quad \frac{402}{7} = \frac{10 \times 402}{10 \times 7} = \frac{10}{7} \times \frac{402}{10} = 57.428 =$$

ولأن $5 < 8$ فيكون الجواب مقرباً إلى رقمين عشريين هو: 57.43

التحقيق: 0.7×57.43

$$40.201 = 40.2 \approx (\text{تذكر أن } \approx \text{ تعني يساوي بالتقريب})$$

مثال 56: اقسم 74.268 على 100,000

$$\frac{74,268}{1,000} = \frac{74.268}{100,000} \quad \text{الحل:}$$

$$0.00074268 = \frac{74,268}{100,000 \times 1,000} =$$

التحقيق: $100,000 \times 0.00074268$

$$74.268 =$$

إذن النتيجة صحيحة

مثال 57: يتقاضى عامل 13 جنيهاً عن كل ساعة عمل. هو يرغب في الحصول على 1,248 جنيهاً

لشراء تليفزيون لمنزله. كم ساعة ينبغي له أن يعمل؟

الحل: سنقسم 1,248 على 13 كالآتي:

$$\begin{array}{r} 96 \\ 13 \overline{) 1248} \\ \underline{117} \\ 78 \\ \underline{78} \\ 0 \end{array}$$

12 أصغر من 13 ولهذا نبدأ بـ 124 فنقسم 124 على 13 فنحصل على

خارج قسمة 9. نضرب 9 في 13 فنحصل على 117. نطرح 117 من

124 فيكون لدينا 7 باقي طرح. ننزل رقماً واحداً من 1,248 بعد 124

فيكون هو 8. (هو الرقم الباقي الوحيد). ويكون لدينا الآن 78.

نقسم 78 على 13 فنحصل على 6. نكتب 6 على يمين 9 في خارج القسمة. نضرب 6 في 13 فنحصل (بالطبع) على 78. نطرح هذه الـ 78 من الـ 78 التي حصلنا عليها من قبل فيكون الناتج 0. وتنتهي عملية القسمة. ويكون خارج القسمة 96.

$$\begin{array}{r} 96 \\ 13 \\ \hline 288 \\ 96 \\ \hline 1248 \end{array}$$

أي أن العامل ينبغي له أن يشتغل 96 ساعة حتى يحصل على المبلغ الذي يريده ويستطيع أن يشتري التلفزيون
التحقيق: $1,248 = 13 \times 96$

أي أن النتيجة صحيحة

مثال 58: في سباق عدو كان الرقم القياسي 7.9 ثانية. حاول عداء أن يضرب هذا الرقم ثلاث مرات، فكانت أرقامه: 8.2، 8، 8.3. كم ابتعد متوسط أرقام هذا العداء عن الرقم القياسي مقرباً الجواب إلى أقرب رقمين عشريين؟

الحل: سنحسب متوسط أرقام العداء:

$$\frac{8.3 + 8 + 8.2}{3} = \text{المتوسط}$$

$$8.166... = \frac{24.5}{3} =$$

$$\approx 8.17 \text{ ثانية (لأن } 6 < 5 \text{)}$$

الفرق بين متوسط أرقام العداء والرقم القياسي

$$= 8.17 - 7.9 = 0.27 \text{ ثانية}$$

مثال 59: عندما اكتشف الذهب في شمال أيرلندة وجنوب إفريقيا وجد أن كل باوند من المادة الخام في أيرلندة يحتوي على 0.003 أونس من الذهب. بينما في جنوب إفريقيا يحتوي على 0.00008 أونس من الذهب. كم تكون المادة الخام في أيرلندة أعلى منها في إفريقيا؟

(1 باوند = 16 أونس)

$$\begin{array}{r}
 0.375 \\
 8 \overline{) 30} \\
 \underline{24} \\
 60 \\
 \underline{56} \\
 40 \\
 \underline{40} \\
 0
 \end{array}$$

الحل: نجري القسمة $\frac{0.003}{0.00008}$ ، ولهذا نجري القسمة أولاً 3 على 8. 3 أصغر من 8، ولهذا نضع في خارج القسمة العلامة العشرية "." بعد 0 طبعاً. ونضع 0 إلى يمين 3 فيكون لدينا 30. الآن نقسم 30 على 8 فيكون خارج القسمة 3. نضع 3 على يمين "0." فيكون خارج القسمة حتى الآن 0.3. نضرب 3 في 8 فنحصل على 24. نطرح 24 من 30 فيكون باقي الطرح 6. نضع 0 إلى يمين 6 فيكون لدينا 60. نقسم 60 على 8 فيكون خارج القسمة 7. نضع 7 على يمين 0.3. نضرب 7 في 8 فنحصل على 56. نطرح 56 من 60 فيكون باقي الطرح 4. نضع 0 إلى يمين 4 فيكون لدينا 40. نقسم 40 على 8 فيكون خارج القسمة 5. نضع 5 إلى يمين 0.37 فيكون لدينا 0.375. نضرب 5 في 8 فنحصل على 40 (بالطبع). نطرح هذه الـ 40 من 40 التي سبق أن حصلنا عليها فيكون باقي الطرح 0. وبهذا تنتهي عملية القسمة، ويكون

$$0.375 = \frac{3}{8}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 1,000 \\
 \hline
 8 \\
 \hline
 100,000
 \end{array}
 = \frac{0.003}{0.00008}$$

والآن:

$$\frac{100,000}{8} \times \frac{3}{1,000} =$$

$$\frac{100,000 \times 3}{1,000 \times 8} =$$

$$100 \times \frac{3}{8} = \text{(بقسمة البسط والمقام على 1,000)}$$

$$37.5 = 100 \times 0.375 =$$

أي أن المادة الخام من أيرلندا الشمالية أغلى 37.5 مرة من المادة الخام في جنوب إفريقيا.

التحقيق: 0.00008×37.5

$$\frac{3,000}{1,000,000} = \frac{8}{100,000} \times \frac{375}{10} = 0.003 =$$

إذن النتيجة صحيحة

مثال 60: إذا كانت أعمار خمسة من لاعبي كرة القدم هي 22، 27، 29، 26، 24 سنة، وكان عمر المدير الفني 50 سنة، فكم يكون الفرق بين عمر المدير الفني، ومتوسط أعمار اللاعبين الخمسة؟
الحل: متوسط أعمار اللاعبين الخمسة

$$\frac{24 + 26 + 29 + 27 + 22}{5} = 25 \frac{3}{5} = \frac{128}{5} =$$

ولتحويل $\frac{3}{5}$ إلى كسر عشري نجري القسمة المطولة البسيطة. 3 أصغر من 5، ولهذا نضع "0." في خارج القسمة ونضع 0 بجوار 3 فيكون لدينا 30. نقسم 30 على 5 فنحصل على 6. نضع 6 بعد "0." في خارج القسمة. نضرب 6 في 5 فنحصل (بالطبع) على 30. نطرح 30 من 30 فيكون باقي الطرح 0 وتنتهي القسمة. ويكون خارج القسمة 0.6

$$\begin{array}{r} 0.6 \\ 5 \overline{) 30} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

أي أن متوسط أعمار اللاعبين الخمسة هو 25.6 سنة ويكون الفرق بين عمر المدير الفني ومتوسط أعمار اللاعبين الخمسة هو:

$$25.6 - 50$$

$$= 24.4 \text{ سنة.}$$

مثال 61: في دوري كرة السلة للجامعات فاز فريق الفتيات لجامعة ما 21 مرة، وخسر 14 مرة. بينما فاز فريقها للفتيان 22 مرة وخسر 18 مرة. ما كسر (نسبة) فوز فريقي الفتيات والفتيان، وأي الفريقين تكون نتائجه أفضل؟

الحل: كسر (نسبة) فوز فريق الفتيات

$$\frac{21}{35} = \frac{21}{14 + 21} =$$

(بقسمة البسط والمقام على 7)

$$0.6 = \frac{3}{5} = \frac{7 \times 3}{7 \times 5} =$$

كسر (نسبة) فوز فريق الفتيان

$$\frac{11}{20} = \frac{22}{40} = \frac{22}{18 + 22} =$$

$$\frac{55}{100} = \frac{5 \times 11}{5 \times 20} =$$

$$0.55 =$$

فيكون فريق الفتيات صاحب النتائج الأفضل

تمارين

(1) نموذج: 0.25×6.8

$$\frac{1}{4} \times 6.8 =$$

$$1.7 = \frac{6.8}{4} =$$

والآن أجز على هذا النسق:

(ط) 0.125×7.28

(هـ) 0.2×77.5

(أ) 0.25×8.4

(ي) 0.25×60

(و) 0.5×48.78

(ب) 0.25×1.44

(ك) 0.25×52.4

(ز) 0.2×7.55

(جـ) 0.25×56

(ل) 0.125×196

(ح) 0.125×8.8

(د) 0.2×4.55

(لاحظ أن: $\frac{1}{8} = 0.125$)

(2) اقسـم 7.5 ، 0.36 ، 42 على

(أ) 30 (ب) 5 (جـ) 25 (د) 75

$$\frac{4 \times 0.36}{4 \times 25} = \frac{0.36}{25}$$

(إرشاد:

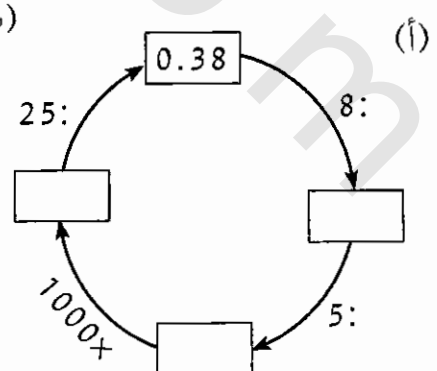
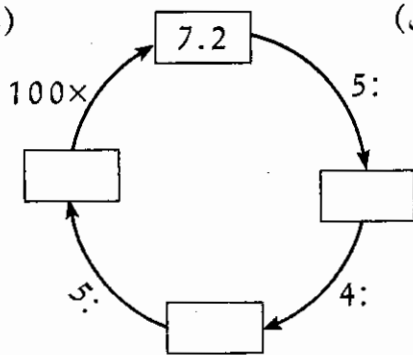
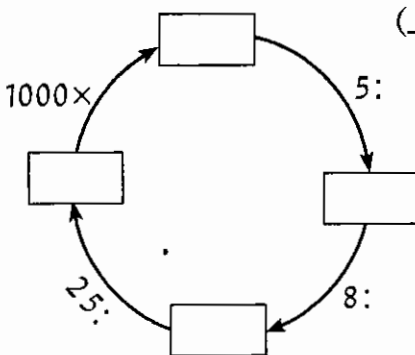
$$0.0144 = \frac{1.44}{100} =$$

$$\frac{\frac{0.36}{25}}{3} = \frac{0.36}{3 \times 25} =$$

والآن $\frac{0.36}{75}$

$$(0.0048 = \frac{0.0144}{3} =$$

(3) املاُ المستطيلات الفارغة:



(4) احسب واحدة من كل مجموعة، ثم استنتج باقي المجموعة:

32:1,8016 (ج)	9:0.216 (ب)	18:81 (أ)
32:1.8016	9:2.16	18:8.1
32:180.16	9:2,160	18:0.081
32:18.016	9:2.16	18:0.81
32:0.018016	9:0.00216	18:810

(5) حول الكسور الآتية إلى كسور عشرية:

$\frac{9}{5}$ (هـ)	$2\frac{13}{80}$ (د)	$\frac{36}{15}$ (ج)	$\frac{31}{8}$ (ب)	$\frac{23}{40}$ (أ)
$7\frac{9}{12}$ (ي)	$5\frac{3}{25}$ (ط)	$\frac{23}{125}$ (ح)	$\frac{33}{25}$ (ز)	$\frac{15}{16}$ (و)

حل (د) $0.125 = \frac{1}{8}$ ومن ثم فإن $0.0125 = \frac{1}{80}$ ويكون $0.0125 \times 13 = \frac{13}{80}$
 $0.1625 = 2\frac{13}{80}$ ويكون $2.1625 =$

$$\begin{array}{r} 125 \\ 13 \\ \hline 375 \\ 125 \\ \hline 1625 \end{array}$$

(6) حول الكسور الآتية إلى كسور عشرية:

$\frac{24}{50}$ (هـ)	$\frac{19}{20}$ (د)	$\frac{7}{5}$ (ج)	$\frac{6}{25}$ (ب)	$\frac{9}{20}$ (أ)
$\frac{180}{300}$ (ي)	$\frac{110}{200}$ (ط)	$\frac{27}{30}$ (ح)	$\frac{3}{8}$ (ز)	$\frac{3}{2}$ (و)
$\frac{36}{48}$ (س)	$\frac{27}{45}$ (ن)	$\frac{177}{500}$ (م)	$\frac{19}{250}$ (ل)	$\frac{23}{125}$ (ك)
$\frac{21}{35}$ (ر)	$\frac{27}{72}$ (ق)	$\frac{45}{180}$ (ص)	$\frac{24}{64}$ (ف)	$\frac{84}{56}$ (ع)

حل (ع): $1 + \frac{1}{2} = \frac{8}{8} + \frac{4}{8} = \frac{8+4}{8} = \frac{12}{8} = \frac{84}{56}$

(بالقسمة بسطاً ومقاماً على 7)

$$1.5 =$$

(بالقسمة بسطاً ومقاماً على 45)

حل (ص): $0.25 = \frac{1}{4} = \frac{45}{180}$

(7) احسب:

$$\frac{8.1}{2.7} \text{ (د)}$$

$$\frac{2.56}{3.2} \text{ (ج)}$$

$$\frac{0.96}{1.6} \text{ (ب)}$$

$$\frac{0.86}{0.6} \text{ (أ)}$$

$$\text{حل (ج)} \quad \frac{2.56}{3.2} = \frac{10}{32} \times \frac{256}{100} = \frac{256}{100} \times \frac{10}{32} = \frac{256}{32} \times \frac{10}{100} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$\text{(بالقسمة بسيطاً ومقاماً على 32)} \quad \frac{10 \times 8}{100 \times 1} = \frac{10 \times 256}{100 \times 32} =$$

$$\text{(بالقسمة بسيطاً ومقاماً على 10)} \quad 0.8 = \frac{8}{10} = \frac{1 \times 8}{10 \times 1} =$$

(8) احسب:

$$3.05 : 124.745 \text{ (ب)}$$

$$32.7 : 76.845 \text{ (أ)}$$

$$0.0234 : 0.548730 \text{ (د)}$$

$$0.567 : 1.82007 \text{ (ج)}$$

$$83.4 : 85.71018 \text{ (و)}$$

$$7.48 : 5475.36 \text{ (هـ)}$$

(9) املأ المربعات الخالية:

$$0.03 = 1.5 \times \square \text{ (ج)}$$

$$0.24 = \square \times 0.6 \text{ (أ)}$$

$$2.1 = \square \times 0.03 \text{ (د)}$$

$$1.2 = \square \times 0.4 \text{ (ب)}$$

$$5.78 = 1.7 \times \square \text{ (و)}$$

$$10.5 = \square \times 2.5 \text{ (هـ)}$$

$$7.05 = 1.5 \times \square \text{ (ح)}$$

$$6.912 = 4.8 \times \square \text{ (ز)}$$

(10) (أ) المقسوم هو 4.368، القاسم هو 1.4 ما خارج القسمة؟

(ب) خارج القسمة هو 1.09، القاسم هو 6.5 ما المقسوم؟

(ج) المقسوم هو 101.7، خارج القسمة هو 40.68. ما القاسم؟

(11) عيّن المربعات الخالية:

$$1.8 = 3 - \frac{2.4}{\square} \text{ (ب)}$$

$$1.8 = 3 - \square \times 2.4 \text{ (أ)}$$

$$1.25 = \frac{\square}{0.4} \text{ (د)}$$

$$1.25 = \frac{0.4}{\square} \text{ (ج)}$$

$$0.4 + 1.08 = \square \times 2 \text{ (و)}$$

$$1.08 = 0.4 + \square \times 2 \text{ (هـ)}$$

$$1.5 = (0.5 - \square) \times 0.75 \text{ (ح)}$$

$$3.25 = 0.5 - \square \times 0.75 \text{ (ز)}$$

حل (ح): $1.5 = (0.5 - \square) \times 0.75$ يقتضي أن:

$$2 = \frac{1.5}{0.75} = 0.5 - \square$$

$$2.5 = 2 + 0.5 = \square$$

(12) احسب:

$$\frac{\frac{6.57}{9} - 12.13}{3} \text{ (ب)}$$

$$\frac{1}{\frac{4}{5} - 1} \text{ (أ)}$$

$$1.5 : (13.2 + 3 : 6.75) \text{ (د)}$$

$$6 : (15 : 7.5 - 6 : 8.4) \text{ (ج)}$$

$$7 : (0.15 \times 6 + 12 : 14.4) \text{ (و)}$$

$$1.5 \times (5 : 0.4 - 0.2 \times 8.4) \text{ (هـ)}$$

$$0.3 \times (0.05 + 0.2 : 12.5) \text{ (ح)}$$

$$16 \times (3 : 0.72 + 14 : 5.6) \text{ (ز)}$$

$$0.24 \times (0.3 : 0.84 + 1.6 \times 1.38) \text{ (ي)}$$

$$2 : (0.34 : 1.7 - 19.5) \text{ (ط)}$$

$$(0.125 : 0.1 + 3 \times 0.4) \times 0.72 \text{ (ل)}$$

$$1.2 \times (25 \times 0.9 - 0.14 : 5.6) \text{ (ك)}$$

$$\text{حل (ب): } 3.8 = \frac{11.4}{3} = \frac{0.73 - 12.13}{3} = \frac{\frac{6.57}{9} - 12.13}{3}$$

$$\text{حل (ل): } (0.125 : 0.1 + 3 \times 0.4) \times 0.72 =$$

$$(0.8 + 1.2) \times 0.72 =$$

$$1.44 = 2 \times 0.72 =$$

(13) احسب:

$$2 \times (0.8 \times 0.7 - {}^2 1.3) + ({}^2 0.5 - 1.42) \times 3 \text{ (أ)}$$

$$(10 \times 0.3 - 0.7 : 4.2) : 1.5 - 4.5 : (4.5 + {}^2 0.5 - 2.5) \text{ (ب)}$$

$${}^2 (0.6 + 15 : 13.5) + 0.8 : (0.4 \times 0.5 - 5.8) \text{ (ج)}$$

$$(0.6 : 1.5 - 4.5) \times 5 + 5 : 0.8 + (0.32 + 1.2 : 0.48) : 1.08 \text{ (د)}$$

$$^2(1.3 \times 5 - 2 \times 3.9) + 0.4 \times 3.6 \text{ (هـ)}$$

$$(4.5 \times 0.4 - 2.8) \times 1.5 - (^2 0.4 - 0.8 \times 0.6) \times 5 - 80 \text{ (و)}$$

$$110 \times 0.004 - ^2[5 \times (3.6 - 4.5) - 19 \times 0.3] \text{ (ز)}$$

$$1.3 : 0.26 - [8 : (0.4 - 4 : 3.2) - 70 : 10.5] : 0.33 \text{ (ح)}$$

$$(1.8 - 2.8) \times 1.5 - (^2 0.4 - 0.48) \times 5 - 80 = \text{حل (و): المقدار}$$

$$1 \times 1.5 - (0.16 - 0.48) \times 5 - 80 =$$

$$1.5 - 0.32 \times 5 - 80 =$$

$$1.5 - 1.6 - 80 = ,$$

$$3.1 - 80 =$$

$$76.9 =$$

$$0.2 - [8 : (0.4 - 0.8) - 0.15] : 0.33 = \text{حل (ح): المقدار}$$

$$0.2 - [8 : 0.4 - 0.15] : 0.33 =$$

$$0.2 - [0.05 - 0.15] : 0.33 =$$

$$0.2 - 0.1 : 0.33 =$$

$$0.2 - 3.3 =$$

$$3.1 =$$

(14) احسب بطريقة حسنة:

$$(4 \times 17) : (3.4 \times 4) \text{ (ب)}$$

$$(1.9 \times 9) : (76.9 \times 9) \text{ (أ)}$$

$$0.3 \times 4 : (8 \times 0.6 + 0.6) \text{ (د)}$$

$$0.4 \times 14 : (0.4 \times 0.7 - 4.2 \times 0.4) \text{ (ج)}$$

$$(8 \times 4) : 1.2 \times 0.8 + (8 \times 4) : ^2 0.8 \text{ (هـ)}$$

$$\frac{1.2 \times 0.8}{8 \times 4} + \frac{0.8 \times 0.8}{8 \times 4} = \text{حل (هـ): المقدار}$$

$$\frac{1.2 \times 0.8 + 0.8 \times 0.8}{8 \times 4} =$$

$$\frac{2 \times 0.8}{8 \times 4} = \frac{[1.2 + 0.8] \times 0.8}{8 \times 4} =$$

(بالقسمة بسطاً ومقاماً على 8)

$$0.05 = \frac{1.6}{8 \times 4} =$$

(15) احسب بطريقة حسنة:

$$(أ) (2.5 : 2) : 13.5 \quad (ب) (3.5 : 2) : 34.3 \quad (ج) (1.25 : 8) : 2.6$$

$$(د) (0.5 : 1.6) : 0.0448 \quad (هـ) (25 : 0.2) : 7 \quad (و) (0.5 : 0.6) : 1.83$$

$$(ز) (5 : 0.4) : 26.5 \quad (ح) (0.4 : (0.25 : 0.007))$$

$$\text{حل (ح): } (0.4 \times 0.25) : 0.007 = 0.4 : (0.25 : 0.007)$$

$$0.1 : 0.007 =$$

$$\frac{10}{1} \times \frac{7}{1,000} = \frac{\frac{7}{1,000}}{\frac{1}{10}} =$$

$$\begin{aligned} \text{(بالقسمة بسطاً ومقاماً على 10)} \quad \frac{1 \times 7}{100 \times 1} &= \frac{10 \times 7}{1,000 \times 1} = \\ &0.07 = \end{aligned}$$

(16) احسب:

$$(ب) 0.5 : (0.3 + 0.3 \times 2.5)$$

$$(أ) 5 : (1 + 5.1 \times 1.5)$$

$$(د) 3 : {}^3(1 - 1.1)$$

$$(ج) 0.26 : ({}^2 2.1 - {}^2 3.1)$$

$$(و) 0.7 : ({}^2 0.4 - {}^2 2.4)$$

$$(هـ) 0.2 : ({}^2 1.1 - {}^2 1.2)$$

$$\text{حل (هـ): } 0.2 : ({}^2 1.1 - {}^2 1.2) = 0.2 : (1.21 - 1.44) =$$

$$0.2 : 0.23 =$$

$$\frac{10}{2} \times \frac{23}{100} = \frac{2}{10} : \frac{23}{100} =$$

$$\frac{23}{20} = \frac{10 \times 23}{100 \times 2} =$$

$$1.15 =$$

(17) بعد رحلة لفصل في مدرسة ما تبقى من المبلغ الذي حُصِّل من التلاميذ 71.12 جنيه. إذا كان

عدد تلاميذ الفصل المشتركين في الرحلة 28 تلميذاً، فكم يحصل كل تلميذ من النقود؟

- (18) رزمة من الورق عدد أوراقها 450 ورقة، وسمكها 2.7 سم. كم يكون سمك الورقة الواحدة؟
- (19) في حفل عيد ميلاد للأطفال شُرب 6 زجاجات من عصير الليمون. سعة كل زجاجة 0.75 لتر. وكان عدد الأطفال 8. ما مقدار ما شرب كل طفل؟
- (20) في فصل من مدرسة ما يُجمع من كل طفل مبلغ 15 جنيهاً. بعد ثلاثة شهور أراد الأطفال شراء 9 كرات. إذا كان عدد أطفال الفصل 25 طفلاً، فكم يكون ثمن الكرة الواحدة؟
- (21) في حفل مدرسي كان هناك 5 تورتات ثمن كل تورتة 80 جنيهاً، 10 زجاجات من عصير البرتقال ثمن الزجاجات 2.5 جنيه. إذا كان عدد التلاميذ المشتركين 34 تلميذاً، فكم يدفع كل تلميذ؟
- (22) تقدر خطوة الفتى جعفر بـ 0.8 مترًا. كم يكون عدد خطواته إذا تحول 4 كيلو مترات؟
- (23) في محل لعصير الفاكهة جُمع في يوم 1,050 لترًا من عصير التفاح، وكان المطلوب تعبئتها في زجاجات سعة الزجاجات 0.7 لترًا، كم يكون عدد الزجاجات اللازمة؟
- (24) تتحمل عربة نقل وزنًا قدره 1.8 طنًا. إذا كان وزن قفص واحد من أقفاص يراد نقلها 0.24 طن، فكم قفصًا يمكن نقله بالعربة؟
- (إرشاد: يجب ألا يزيد وزن الأقفاص التي يمكن نقلها عن 1.8 طنًا، وفي الوقت نفسه ينقل أكبر عدد من الأقفاص تسمح به إمكانية العربة)
- (25) ذهبت السيدة/ ليلي إلى سوبر ماركت لتشتري علبةً من الجبن والحلاوة والسجق. ثمن علبة الجبن 5 جنيهات، وثمرن علبة الحلاوة 4 جنيهات وثمرن علبة السجق 6. لا تريد السيدة ليلي أن تدفع في هذا اليوم أكثر من 100 جنيه، علمًا بأنها ستشتري أيضًا لابنها ياسر كتابًا ثمنه 40 جنيهاً.
- (أ) إذا اشترت 6 علب من الجبن، 4 علب من الحلاوة، فكم تستطيع أن تشتري من علب السجق؟ وكم يتبقى معها؟
- (ب) إذا اشترت 5 علب من الجبن و 3 علب من السجق، فكم تستطيع أن تشتري من علب الحلاوة؟ وكم يتبقى معها؟

(ج) إذا اشترت 3 علب من الحلوة، و 4 علب من السجق فكم تستطيع أن تشتري من علب الجبن؟ وكم يتبقى معها؟

(26) في حفل ميلاد الفتاة منى حضرت 1.5 لتر من عصير الفراولة. وملأت 8 أكواب منها. وتبقى 0.2 لترًا. فكم يكون سعة كل كوب؟

(27) حملت عربة نصف نقل وزنها فارغة 0.975 طن بثلاثة صناديق أوزانها 0.715 طن، 1.75 طن، 1.5 طن. إذا كان الوزن الكلي المسموح به للعربة هو 5 أطنان فهل يكون التحميل آمنًا؟ وما الحمل الواقع على كل عجلة من عجلات العربة الأربع؟

(الحل: مجموع الأوزان: $1.5 + 1.75 + 0.715 + 0.975 = \dots$ طن
الحمل الواقع على كل عجلة = $\frac{1.5 + 1.75 + 0.715 + 0.975}{4}$ طن...)

(28) في حفل شعبي اشترك فيه 58 رجلًا وامرأة، و 39 طفلًا تكلف 930 جنيهاً، وزعت تكلفته على المشتركين باعتبار اشتراك الطفل = نصف اشتراك الرجل أو المرأة. كم يدفع السيد/ علام. الذي اصطحب معه زوجته وأبناءه الثلاثة؟

(الحل: توزع تكلفة الحفل على $\frac{39}{2} + 58 =$

$$= 19.5 + 58 = 77.5 \text{ رجلًا أو امرأة}$$

(باعتبار اشتراك الطفل = $\frac{1}{2}$ اشتراك الرجل أو المرأة)

ويدفع كل رجل مبلغًا = $\frac{930}{77.5} = \dots$ جنيهاً.

وبهذا يدفع السيد/ علام مبلغًا = $(\frac{3}{2} + 2) \times \frac{930}{77.5} = \dots$ جنيهاً).

(29) مزارع لديه 1,600 طن من الكرنب. سيتسلم منه جاره المزارع 250 طنًا، وسيحمل الباقي على عربات. تتحمل كل عربة وزنًا قدره 17.5 طنًا. كم يحتاج من العربات لنقل باقي الكرنب؟

(الحل: سيتبقى عند المزارع من الكرنب وزنًا قدره $1,600 - 250 = 1,350$ طنًا

$$\text{عدد العربات اللازمة} = \frac{1,350}{17.5} = 77.14 \text{ عربة}$$

أي يحتاج إلى 78 عربة.

أو يحتاج إلى 77 عربة وينقل الباقي بطريقة أخرى تكون أوفر في التكلفة.

كم يتبقى في هذه الحالة من الكرنب بالطن؟)

الكسور العشرية الدورية

مثال 62: اقسم $\frac{1}{3}$

الحل: 1 اصغر من 3. سنضع علامة عشرية في خارج القسمة ونضع 0 إلى يمين 1. سنستمر كما سبق ونحصل في خارج القسمة على $0.333\ldots$ ويستمر ظهور الـ 3 على الدوام. ويرمز أحيانا لخارج القسمة بالرمز $0.\overline{3}$ ويقال إن $0.\overline{3} = \frac{1}{3}$ كسر عشري دوري

$$\begin{array}{r} 0.333 \\ 3 \overline{) 10} \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \\ \vdots \end{array}$$

مثال 63: اقسم $\frac{1}{9}$

الحل: 1 أصغر من 9. ولهذا نضع علامة عشرية في خارج القسمة، ونضع 0 إلى يمين 1. نقسم 10 على 9 فنحصل على 1. نضع 1 على يمين "0" في خارج القسمة. نضرب 1 في 9 ونحصل على 9. نطرح 9 من 10 نحصل على 1. نضع 0 إلى يمين 1. نقسم 10 على 9 ونحصل على 1. نضرب 1 في 9 نحصل على 9. نطرح 9 من 10 نحصل على 1... وهكذا... ونحصل على خارج قسمة $0.111\ldots$

$$\begin{array}{r} 0.111 \\ 9 \overline{) 10} \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \\ \vdots \end{array}$$

ويستمر ظهور 1 على الدوام. ويرمز أحيانا لخارج القسمة بالرمز $0.\overline{1}$ (كما سبق في حالة $\frac{1}{3}$) ويقال إن $0.\overline{1} = \frac{1}{9}$ كسر عشري دوري

مثال 64: اقسم $\frac{2}{3}$

الحل: كما سبق
 $0.666\ldots = \frac{2}{3}$
 $0.\overline{6} =$

$$\begin{array}{r} 0.666\ldots \\ 3 \overline{) 20} \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \\ \vdots \end{array}$$

مثال 65: اقسم $\frac{5}{6}$

نحصل هنا على

$$\begin{array}{r}
 0.8333... \\
 \downarrow \\
 6 \overline{) 50} \\
 \underline{48} \\
 20 \\
 \underline{18} \\
 20 \\
 \underline{18} \\
 20 \\
 \underline{18} \\
 2 \\
 \vdots
 \end{array}$$

$$0.8333... = \frac{5}{6}$$

$$0.8\overline{3} =$$

لاحظ أنه ظهر هنا أولاً 8 ثم تكرر ظهور 3،
ويستمر ظهور 3 بلا نهاية.

$$\text{مثال 66: اقسم } \frac{3}{11}$$

الحل: 3 أصغر من 11. نضع علامة عشرية في خارج القسمة ونضع 0 إلى يمين 3، فيكون لدينا 30. نقسم 30 على 11 نحصل على 2. نضع 2 بعد العلامة العشرية. نضرب 2 في 11 نحصل على 22. نطرح 22 من 30 نحصل على 8. نضع 0 على يمين 8 فيكون لدينا 80. نقسم 80 على 11 نحصل على 7. نضع 7 إلى يمين 0.2، فيكون لدينا حتى الآن في خارج القسمة 0.27. نضرب 7 في 11 نحصل على 77. نطرح 77 من 80 نحصل على 3. نضع 0 إلى يمين 3. يكون لدينا 30. نقسم 30 على 11 نحصل على 2. نضع 2 إلى يمين 0.27 فيكون لدينا 0.272 حتى الآن في خارج القسمة. نضرب 2 في 11 نحصل على 22. نطرح 22 من 30 نحصل على 8. نضع 0 إلى يمين 8 يكون لدينا 80. نقسم 80 على 11 نحصل على 7. نضع 7 إلى يمين 0.272 في خارج القسمة فيكون لدينا حتى الآن 0.2727. نضرب 7 في 11 نحصل على 77. نطرح 77 من 80 نحصل على 3... وهكذا... ويستمر ظهور 27 وبهذا يكون خارج القسمة $0.2\overline{7} = 0.272727...$ (بالاصطلاح السابق)

$$\text{مثال 67: اقسم } \frac{3}{22}$$

الحل: 3 أصغر من 22 فنضع علامة عشرية في خارج القسمة ونضع 0

$$\begin{array}{r}
 0.13636... \\
 \begin{array}{r}
 \downarrow \\
 22 \overline{) 30} \\
 \underline{22} \\
 80 \\
 \underline{66} \\
 140 \\
 \underline{132} \\
 80 \\
 \underline{66} \\
 140 \\
 \underline{132} \\
 8 \\
 \vdots
 \end{array}
 \end{array}$$

إلى يمين 3 فيكون لدينا 30. نقسم 30 على 22 فيكون خارج القسمة 1. نضع 1 بعد العلامة العشرية. نضرب 1 في 22 نحصل على 22. نطرح 22 من 30 نحصل على 8. نضع 0 إلى يمين 8 فيكون لدينا 80. نقسم 80 على 22 نحصل على 3. نضع 3 إلى يمين 0.1 فيكون لدينا 0.13. نضرب 3 في 22 نحصل على 66. نطرح 66 من 80 فنحصل على 14. نضع 0 إلى يمين 14 فيكون لدينا 140. نقسم 140 على 22 ينتج 6. نضع 6 إلى يمين 0.13 فيكون لدينا 0.136. نضرب 6 في 22 نحصل على 132. نطرح 132 من 140 نحصل على 8. نضع 0 إلى يمين 8 فيكون لدينا 80. نقسم 80 على 22 نحصل على 3. نكتب 3 إلى يمين 0.136 في خارج القسمة فيكون لدينا 0.1363. نضرب 3 في 22 نحصل على 66. نطرح 66 من 80 فيكون لدينا 14. نضع 0 إلى يمين 14 فيكون لدينا 140. نقسم 140 على 22 نحصل على 6. نضع 6 إلى يمين 0.1363 فيكون لدينا 0.13636. نضرب 6 في 22 نحصل على 132. نطرح 132 من 140 نحصل على 8.... وهكذا ... ويستمر ظهور 36 بلا نهاية في خارج القسمة وبهذا يكون

$$0.13636... = \frac{3}{22}$$

$$= 0.\overline{136} \text{ (بالاصطلاح السابق)}$$

ملحوظة هامة:

إذا لم يظهر 0 في باقي الطرح فسيكون لدينا كسر عشري دوري أما إذا ظهر 0 في باقي الطرح فسيكون لدينا كسر عشري غير دوري (أو منتهٍ) (راجع الأمثلة السابقة).

مثال 68: ضع < أو > في المربعات الخالية:

$$(أ) 0.4 \square 0.45 \quad (ب) 0.7 \square 0.77 \quad (ج) 0.2 \square 0.23$$

$$(د) 0.5 \square 0.5555 \quad (هـ) 0.56 \square 0.\bar{5} \quad (و) 0.\bar{3} \square 0.34$$

الحل:

$$(أ) 0.45 > 0.\bar{4} \quad (ب) 0.\bar{7} > 0.77 \quad (ج) 0.2 < 0.23$$

$$(د) 0.\bar{5} > 0.5555 \quad (هـ) 0.56 > 0.\bar{5} \quad (ب) 0.\bar{3} < 0.34$$

مثال 69: قرب لأقرب: (1) رقمين عشريين (2) ثلاثة أرقام عشرية.

$$(أ) 0.\bar{5} \quad (ب) 0.1\bar{6} \quad (ج) 0.41\bar{6} \quad (د) 0.2\bar{7} \quad (هـ) 0.04\bar{5} \quad (و) 0.04\bar{5}$$

الحل: (1) التقريب لأقرب رقمين عشريين:

$$(أ) 0.\bar{5} = 0.555... \approx 0.56$$

$$(ب) 0.1\bar{6} = 0.1666... \approx 0.17$$

$$(ج) 0.41\bar{6} = 0.41666... \approx 0.42$$

$$(د) 0.2\bar{7} = 0.2777... \approx 0.28$$

$$(هـ) 0.04\bar{5} = 0.04555... \approx 0.05$$

$$(و) 0.04\bar{5} = 0.0454545... \approx 0.05$$

(2) التقريب لأقرب ثلاثة أرقام عشرية:

$$(أ) 0.\bar{5} \approx 0.556$$

$$(ب) 0.1\bar{6} \approx 0.167$$

$$(ج) 0.41\bar{6} \approx 0.417$$

$$(د) 0.2\bar{7} \approx 0.278$$

$$(هـ) 0.04\bar{5} \approx 0.046$$

$$(و) 0.04\bar{5} \approx 0.045$$

مثال 70: رتب ترتيباً تصاعدياً (أي الأصغر فالأكبر):

$$0.333, 0.334, 0.33, 0.\overline{3}, 0.3 \text{ (أ)}$$

$$0.01, 0.\overline{01}, 0.11, 0.1, 0.\overline{1} \text{ (ب)}$$

$$0.17, 0.167, 0.166, 0.1\overline{6}, 0.16 \text{ (ج)}$$

$$0.\overline{78}, 0.77, 0.\overline{7}, 0.78, 0.7 \text{ (د)}$$

الحل:

$$0.334 > 0.\overline{3} > 0.333 > 0.33 > 0.3 \text{ (أ)}$$

$$0.\overline{1} > 0.11 > 0.1 > 0.\overline{01} > 0.01 \text{ (ب)}$$

$$0.17 > 0.167 > 0.1\overline{6} > 0.166 > 0.16 \text{ (ج)}$$

$$0.\overline{78} > 0.78 > 0.\overline{7} > 0.77 > 0.7 \text{ (د)}$$

مثال 71: احسب:

$$\frac{0.6}{0.8} \text{ (أ)} \quad \frac{0.5}{0.3} \text{ (ب)} \quad \frac{0.\overline{3}}{0.6} \text{ (ج)} \quad \frac{3}{2.\overline{6}} \text{ (د)}$$

الحل:

$$\frac{0.6}{0.8} \text{ (أ)} \quad \frac{6.666...}{8} = \frac{0.666...}{0.8} =$$

$$0.8333.. =$$

$$0.8\overline{3} =$$

(انظر مثال 64)

$$\frac{\frac{2}{3}}{0.8} =$$

حل آخر: $\frac{0.6}{0.8}$

$$\frac{10}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{10}} =$$

(بقسمة البسط والمقام على 4)

$$\frac{5}{6} = \frac{10 \times 2}{8 \times 3} =$$

(انظر مثال 65)

$$\frac{\frac{5}{10}}{\frac{1}{3}} = \frac{0.8\overline{3}}{\frac{0.5}{3}} =$$

$$\frac{0.5}{0.\overline{3}} \text{ (ب)}$$

$$1.5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{1} \times \frac{5}{10} =$$

$$1.5 = 3 \times 0.5 = \frac{0.5}{\frac{1}{3}} = \frac{0.5}{0.\bar{3}} \quad \text{حل آخر:}$$

$$\frac{10 \times 1}{6 \times 3} = \frac{10}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{6}{10}} = \frac{\frac{1}{3}}{0.6} = \frac{0.\bar{3}}{0.6} \quad \text{مثال 62 (جـ)}$$

(بقسمة البسط والمقام على 2)

$$0.\bar{5} = 0.555 \dots = 0.111 \dots \times 5 = \frac{1}{9} \times 5 = \frac{5}{9} \quad \text{مثال 63}$$

$$\frac{3 \times 3}{8} = \frac{3}{\frac{8}{3}} = \frac{3}{2\frac{2}{3}} = \frac{3}{2.\bar{6}} \quad \text{مثال 64 (د)}$$

$$1.125 = \frac{9}{8} =$$

مثال 72: احسب متجنبًا الحساب مع الكسور العشرية الدورية:

$$1.8 + \frac{0.\bar{6}}{\frac{2}{3}} \quad \text{(ب)} \quad 0.\bar{3} \times \frac{3}{4} + 0.25 : \frac{5}{8} \quad \text{(أ)}$$

$$4 \times 0.\bar{1} + 5 \times 0.\bar{2} \quad \text{(د)} \quad 7 \times \frac{2}{3} + 5 \times 0.\bar{1} \quad \text{(ج)}$$

الحل:

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{\frac{5}{8}}{\frac{1}{4}} = 0.\bar{3} \times \frac{3}{4} + 0.25 : \frac{5}{8} \quad \text{(أ)}$$

(لاحظ أن $0.25 = \frac{1}{4}$)

$$\frac{1 \times 3}{3 \times 4} + \frac{4 \times 5}{1 \times 8} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{4}{1} \times \frac{5}{8} =$$

$$\frac{2 + 10}{4} = \frac{2 \times 1 + 2 \times 5}{4} = \frac{1}{4} + \frac{5}{2} =$$

$$3 = \frac{12}{4} =$$

$$1.8 + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = 1.8 + \frac{0.\bar{6}}{\frac{2}{3}} \quad (\text{ب})$$

$$2.8 = 1.8 + 1 =$$

$$\frac{7 \times 2}{3} + \frac{5}{9} = 7 \times \frac{2}{3} + 5 \times \frac{1}{9} = 7 \times \frac{2}{3} + 5 \times 0.\bar{1} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{14 \times 3 + 5 \times 1}{9} = \frac{14}{3} + \frac{5}{9} = \text{مثال 63}$$

$$5.\bar{2} = 5 \frac{2}{9} = \frac{47}{9} = \frac{42 + 5}{9} =$$

(تأكد من أن $0.\bar{2} = \frac{2}{9}$)

$$4 \times \frac{1}{9} + 5 \times \frac{2}{9} = 4 \times 0.\bar{1} + 5 \times 0.\bar{2} \quad (\text{د})$$

$$\frac{14}{9} = \frac{4 + 10}{9} = \frac{4}{9} + \frac{10}{9} =$$

$$1 \frac{5}{9} =$$

نقسم $\frac{5}{9}$: يتضح أن $0.\bar{5} = \frac{5}{9}$

وهكذا فإن $1.\bar{5} = 1 \frac{5}{9}$

ملحوظة: كان يمكن حساب $\frac{5}{9}$ كالآتي:

$$0.\bar{1} \times 5 = \frac{1}{9} \times 5 = \frac{5}{9}$$

$$0.\bar{5} =$$

وسبق أن لاحظنا أن $0.\bar{2} = \frac{2}{9}$ وكان يمكن كذلك حساب $\frac{2}{9}$ كالآتي:

$$0.\bar{2} = 0.\bar{1} \times 2 = \frac{1}{9} \times 2 = \frac{2}{9}$$

وهكذا...

مثال 73: احسب:

(أ) اقسم $\frac{1}{3}$ على الفرق بين $2.\bar{3}$ ، $1.\bar{6}$

(ب) اقسم الفرق بين $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ على $0.\bar{6}$

(ج) اضرب الفرق بين $0.\bar{7}$ ، $0.\bar{2}$ في مجموع $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{10}$

الحل:

$$1\frac{2}{3} - 2\frac{1}{3} = 1.\bar{6} - 2.\bar{3} \quad (\text{أ})$$

$$\frac{2}{3} = \frac{5-7}{3} = \frac{5}{3} - \frac{7}{3} =$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \quad \text{والآن}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{2-3}{6} = \frac{2 \times 1 - 3 \times 1}{3 \times 2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{3 \times 1}{2 \times 6} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{0.\bar{6}} \quad \text{والآن}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{2 \times 2} =$$

(بقسمة البسط والمقام على 3)

$$0.222... - 0.777... = 0.\bar{2} - 0.\bar{7} \quad (\text{ج})$$

$$0.\bar{5} = 0.555... =$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{1}{10} + \frac{5}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{5} \times 0.\bar{5} = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{2}\right) \times (0.\bar{2} - 0.\bar{7})$$

$$\frac{3}{5} \times 0.555... =$$

$$0.\bar{3} = 0.333... = 3 \times 0.111... =$$

مثال 74: احسب $\frac{1}{99}$

$$\begin{array}{r} 0.010101... \\ 99 \overline{) 100} \\ \underline{99} \\ 100 \\ \underline{99} \\ 100 \\ \underline{99} \\ 100 \end{array}$$

الحل: 1 أصغر من 99، فنضع علامة عشرية ونضع 0 إلى يمين 1
فيكون لدينا 10. مازالت 10 أصغر من 99، فنضع 0 إلى يمين العلامة
العشرية، ونضع 0 إلى يمين 10، فيكون لدينا 100. الآن 100 أكبر من
99، فنقسم 100 على 99 نحصل على 1. نضرب 1 في 99 نحصل على

99 نظر 99 من 100 نحصل على 1. وهكذا يكون لدينا قسمة 1 على 99 مرة أخرى فنحصل على 01 إلى يمين 01 التي حصلنا عليها قبل ذلك، وهكذا دواليك فتكون النتيجة هي:

$$0.010101... = \frac{1}{99}$$

$$0.\overline{01} =$$

$$\frac{1}{999} \text{ مثال 75: احسب}$$

بالطريقة السابقة نفسها نحصل على

$$0.001001001... = \frac{1}{999}$$

$$0.\overline{001} =$$

$$\begin{array}{r} 0.001001... \\ \underline{999} \\ 1000 \\ \underline{999} \\ 1000 \\ \underline{999} \\ 1000 \\ \underline{999} \\ 1000 \\ \underline{999} \\ 1 \\ \vdots \end{array}$$

مثال 76: احسب بالكسور العشرية الدائرية:

$$... , \frac{4}{999}, \frac{3}{999}, \frac{2}{999}, ... , \frac{4}{99}, \frac{3}{99}, \frac{2}{99}, ... , \frac{4}{9}, \frac{3}{9}, \frac{2}{9}$$

الحل:

$$0.\overline{2} = \frac{2}{9} \quad (\text{كما سبق})$$

$$0.\overline{3} = 0.\overline{1} \times 3 = \frac{1}{9} \times 3 = \frac{3}{9}$$

$$0.\overline{4} = 0.\overline{1} \times 4 = \frac{1}{9} \times 4 = \frac{4}{9}$$

$$0.\overline{02} = 0.\overline{01} \times 2 = \frac{1}{99} \times 2 = \frac{2}{99}$$

$$0.\overline{03} = 0.\overline{01} \times 3 = \frac{1}{99} \times 3 = \frac{3}{99}$$

$$0.\overline{04} = 0.\overline{01} \times 4 = \frac{1}{99} \times 4 = \frac{4}{99}$$

$$0.\overline{002} = 0.\overline{001} \times 2 = \frac{1}{999} \times 2 = \frac{2}{999}$$

$$0.\overline{003} = 0.\overline{001} \times 3 = \frac{1}{999} \times 3 = \frac{3}{999}$$

$$0.\overline{004} = 0.\overline{001} \times 4 = \frac{1}{999} \times 4 = \frac{4}{999}$$

مثال 77: حول الكسور العشرية الآتية إلى كسور اعتيادية أو غير اعتيادية:

(أ) $0.\overline{7}$ (ب) $0.\overline{15}$ (ج) $3.\overline{296}$ (د) $0.0\overline{5}$ (هـ) $3.204\overline{1}$

الحل:

(أ) $0.\overline{7}$ $\frac{7}{9} = \frac{1}{9} \times 7 = 0.\overline{7} \times 7 =$

(ب) $0.\overline{15}$ $\frac{5}{33} = \frac{15}{99} = \frac{1}{99} \times 15 = 0.\overline{01} \times 15 =$

(ج) $3.\overline{296}$ $\frac{1}{999} \times 296 + 3 = 0.\overline{001} \times 296 + 3 =$

$\frac{89}{27} = \frac{8 + 81}{27} = \frac{8}{27} + 3 =$

(بالقسمة بسطاً ومقاماً على 37)

(د) $0.0\overline{5}$ $0.\overline{1} \times 0.5 = 0.0555... =$

$\frac{1}{9} \times \frac{5}{10} = \frac{1}{9} \times 0.5 =$

$\frac{1}{18} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{2} =$

$0.004\overline{1} + 3.20 = 3.204\overline{1}$ (هـ)

$0.414141... \times \frac{1}{100} + 3.20 =$

$0.\overline{01} \times 41 \times \frac{1}{100} + 3.20 =$

$\frac{1}{99} \times 41 \times \frac{1}{100} + 3.20 =$

$\frac{41}{9,900} + 3.20 =$

$\frac{41}{9,900} + \frac{990}{990} \times \frac{2}{10} + 3 =$

$\frac{41}{9,900} + \frac{1,980}{9,900} + 3 =$

$\frac{2,021}{9,900} + 3 =$

$\frac{2,021 + 9,900 \times 3}{9,900} =$

$\frac{31,721}{9,900} = \frac{2,021 + 29,700}{9,900} =$

ملحوظة: لاحظ الفرق بين $0.004\overline{1}$ التي حسبناها تَوًّا، وبين $0.004\overline{1}$ التي حسبناها كَالْآتِي

$$0.004100410041... = 0.004\overline{1}$$

$$0.000\overline{1} \times 41 =$$

مثال 78: فسّر:

$$99 : \left(\frac{52}{100} + 99 \times \frac{52}{100} \right) = 99 : 52 = \frac{52}{99}$$

$$99 : \frac{52}{100} + \frac{52}{100} =$$

الحل:

$$(بضرب البسط والمقام في 100) \quad 99 : \left(\frac{100 \times 52}{100} \right) = 99 : 52 = \frac{52}{99}$$

$$99 : \left[\frac{52 + 99 \times 52}{100} \right] = 99 : \left[\frac{(1 + 99) \times 52}{100} \right] =$$

$$99 : \frac{52}{100} + 99 : \frac{99 \times 52}{100} = 99 : \left[\frac{52}{100} + \frac{99 \times 52}{100} \right] =$$

$$(بقسمة البسط والمقام على 99) \quad 99 : \frac{52}{100} + \frac{52}{100} = 99 : \frac{52}{100} + \frac{99 \times 52}{99 \times 100} =$$

لاحظ أننا هنا في * استخدمنا قانون التوزيع

$$أ \times (ب + ج) = أ \times ب + أ \times ج$$

لأية أعداد طبيعية أو كسرية، كما سبق أن ذكرنا من قبل أنه قانون صحيح

مثال 79: حوّل إلى كسور اعتيادية أو غير اعتيادية:

$$(أ) 0.\overline{8} \quad (ب) 1.\overline{3} \quad (ج) 0.\overline{05} \quad (د) 3.\overline{45}$$

$$(هـ) 2.\overline{81} \quad (و) 6.\overline{6} \quad (ز) 1.\overline{01} \quad (ح) 0.\overline{006}$$

$$(ط) 6.\overline{060} \quad (ي) 0.\overline{030} \quad (ك) 0.\overline{006} \quad (ل) 6.\overline{060}$$

الحل:

$$\frac{8}{9} = \frac{1}{9} \times 8 = 0.\overline{1} \times 8 = 0.\overline{8} \quad (أ)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{1}{9} \times 6 = 0.\overline{1} \times 6 = 0.\overline{6} \quad (ب)$$

$$\frac{1}{9} \times 3 + 1 = 0.\dot{1} \times 3 + 1 = 0.\bar{3} + 1 = 1.\bar{3} \text{ (ج)}$$

$$\frac{4}{3} = (1\frac{1}{3} =) \frac{1}{3} + 1 = \frac{3}{9} + 1 =$$

$$\frac{20}{3} = \frac{2}{3} + 6 = 0.\bar{6} + 6 = 6.\bar{6} \text{ (د)}$$

$$(\frac{2}{3} = 0.\bar{6} \text{ أن تذكر})$$

$$\frac{5}{99} = \frac{1}{99} \times 5 = 0.\overline{01} \times 5 = 0.\overline{05} \text{ (هـ)}$$

$$\frac{81}{99} + 2 = \frac{1}{99} \times 81 + 2 = 0.\overline{01} \times 81 + 2 = 2.\overline{81} \text{ (و)}$$

$$\frac{31}{11} = \frac{9}{11} + 2 = \text{(بقسمة البسط والمقام على 9)}$$

$$\frac{1}{99} \times 45 + 3 = 0.\overline{01} \times 45 + 3 = 0.\overline{45} + 3 = 3.\overline{45} \text{ (ز)}$$

$$\frac{38}{11} = \frac{5}{11} + 3 = \frac{45}{99} + 3 = \text{(بقسمة البسط والمقام على 9)}$$

$$\frac{100}{99} = \frac{1}{99} + 1 = 0.\overline{01} + 1 = 1.\overline{01} \text{ (ح)}$$

$$0.\overline{001} \times 48 + 2 = 0.\overline{048} + 2 = 2.\overline{048} \text{ (ط)}$$

$$\frac{48}{999} + 2 = \frac{1}{999} \times 48 + 2 =$$

$$\frac{682}{333} = \frac{16 + 666}{333} = \frac{16}{333} + 2 =$$

$$0.\overline{001} \times 60 + 6 = 6.\overline{060} + 6 = 6.\overline{060} \text{ (ي)}$$

$$\frac{20}{333} + 6 = \frac{60}{999} + 6 = \frac{1}{999} \times 60 + 6 =$$

$$\frac{2,018}{333} = \frac{20 + 1,998}{333} =$$

$$\frac{2}{333} = \frac{6}{999} = \frac{1}{999} \times 6 = 0.\overline{001} \times 6 = 0.\overline{006} \text{ (ك)}$$

$$\frac{10}{333} = \frac{30}{999} = \frac{1}{999} \times 30 = 0.\overline{001} \times 30 = 0.\overline{030} \text{ (ل)}$$

مثال 80: ضع في صورة كسر اعتيادي أو غير اعتيادي:

(أ) 0.07	(ب) 0.06	(ج) 0.04	(د) 0.03
(هـ) 0.005	(و) 0.021	(ز) 0.0245	(ح) 0.1206
(ط) 0.235	(ي) 0.481	(ك) 0.027	(ل) 0.027
(م) 2.045	(ن) 1.0101	(س) 1.072	(ع) 3.0214

الحل:

$$\frac{7}{100} = 0.07 \text{ (أ)}$$

$$\frac{3}{50} = \frac{6}{100} = 0.06 \text{ (ب)}$$

$$\frac{2}{45} = \frac{4}{90} = \frac{1}{9} \times 4 \times \frac{1}{10} = 0.1 \times 4 \times \frac{1}{10} = 0.04 \text{ (ج)}$$

$$\frac{1}{33} = \frac{3}{99} = 0.01 \times 3 = 0.03 \text{ (د)}$$

$$\frac{1}{180} = \frac{5}{900} = \frac{1}{9} \times 5 \times \frac{1}{100} = 0.1 \times 5 \times \frac{1}{100} = 0.005 \text{ (هـ)}$$

$$\frac{1 \times 21 \times 1}{99 \times 10} = \frac{1}{99} \times 21 \times \frac{1}{10} = 0.01 \times 21 \times \frac{1}{10} = 0.021 \text{ (و)}$$

$$\frac{7}{330} = \frac{7}{33 \times 10} =$$

$$0.0045 + 0.02 = 0.0245 \text{ (ز)}$$

$$0.45 \times \frac{1}{100} + 0.02 =$$

$$0.01 \times 45 \times \frac{1}{100} + 0.02 =$$

$$\frac{1}{99} \times 45 \times \frac{1}{100} + 0.02 =$$

$$\frac{45}{9,900} + \frac{2}{100} =$$

$$\frac{45 + 198}{9,900} = \frac{45 + 99 \times 2}{9,900} =$$

$$\frac{27}{1,100} = \frac{243}{9,900} =$$

$$0.06 \times \frac{1}{100} + 0.12 = 0.1206 \text{ (ح)}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{99} \times \frac{6}{100} + 0.12 &= 0.\overline{01} \times 6 \times \frac{1}{100} + 0.12 = \\ \frac{398}{3,300} &= \frac{2 + 396}{3,300} = \frac{2}{3,300} + \frac{12}{100} = \\ &= \frac{199}{1,650} =\end{aligned}$$

$$0.0\overline{35} + 0.2 = 0.2\overline{35} \text{ (ط)}$$

$$\begin{aligned}0.\overline{01} \times 35 \times \frac{1}{10} + 0.2 &= 0.\overline{35} \times \frac{1}{10} + 0.2 = \\ \frac{1}{99} \times 35 \times \frac{1}{10} + \frac{2}{10} &= \\ \frac{35 + 198}{990} &= \frac{35 + 99 \times 2}{990} = \frac{35}{990} + \frac{2}{10} = \\ &= \frac{233}{990} =\end{aligned}$$

$$0.\overline{01} \times 81 \times \frac{1}{10} + 0.4 = 0.\overline{81} \times \frac{1}{10} + 0.4 = 0.0\overline{81} + 0.4 = 0.4\overline{81} \text{ (ي)}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{99} \times 81 \times \frac{1}{10} + 0.4 &= \\ \frac{1 \times 81 \times 1}{99 \times 10} + 0.4 &= \\ \frac{9}{110} + \frac{4}{10} &= \frac{9}{110} + 0.4 = \\ \frac{53}{110} &= \frac{9 + 11 \times 4}{110} =\end{aligned}$$

$$\frac{3}{111} = \frac{1}{999} \times 27 = 0.\overline{001} \times 27 = 0.0\overline{27} \text{ (ك)}$$

$$\frac{1}{99} \times 27 \times \frac{1}{10} = 0.\overline{01} \times 27 \times \frac{1}{10} = 0.0\overline{27} \times \frac{1}{10} = 0.0\overline{27} \text{ (ل)}$$

$$\frac{3}{110} = \frac{1}{11} \times 3 \times \frac{1}{10} =$$

$$0.\overline{45} \times \frac{1}{10} + 2 = 0.0\overline{45} + 2 = 2.0\overline{45} \text{ (م)}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{99} \times 45 \times \frac{1}{10} + 2 &= 0.\overline{01} \times 45 \times \frac{1}{10} + 2 = \\ \frac{1 + 22 \times 2}{22} &= \frac{1}{22} + 2 = \frac{1 \times 45 \times 1}{99 \times 10} + 2 = \\ \frac{45}{22} &= \frac{1 + 44}{22} =\end{aligned}$$

$$0.\overline{01} \times \frac{1}{100} + 1.01 = 1.01\overline{01} \text{ (ن)}$$

$$\frac{1}{99} \times \frac{1}{100} + 1.01 =$$

$$\frac{1 + 9,999}{9,900} = \frac{1 + 99 \times 100 \times 1.01}{9,900} =$$

$$\frac{100}{99} = \frac{10,000}{9,900}$$

$$0.\overline{01} \times 72 \times \frac{1}{10} + 1 = 0.\overline{72} \times \frac{1}{10} + 1 = 1.0\overline{72} \text{ (س)}$$

$$\frac{1}{99} \times 72 \times \frac{1}{10} + 1 =$$

$$\frac{8}{11} \times \frac{1}{10} + 1 = \frac{1 \times 72}{99} \times \frac{1}{10} + 1 =$$

$$\frac{59}{55} = \frac{4 + 55}{55} = \frac{4}{55} + 1 = \frac{8 \times 1}{11 \times 10} + 1 =$$

$$0.\overline{214} \times \frac{1}{10} + 3 = 0.0\overline{214} + 3 = 3.0\overline{214} \text{ (ع)}$$

$$\frac{1}{999} \times 214 \times \frac{1}{10} + 3 = 0.\overline{001} \times 214 \times \frac{1}{10} + 3 =$$

$$\frac{214 + 9,990 \times 3}{9,990} = \frac{1 \times 214 \times 1}{9,990} + 3 =$$

$$\frac{15,092}{4,995} = \frac{30,184}{9,990} = \frac{214 + 29,970}{9,990}$$

مثال 81: اجعل مقامات الكسور الآتية 10 أو 100 أو 1,000 أو ... واكتب الكسر في الصورة العشرية.

$$\frac{11}{40} \text{ (أ)} \quad \frac{1}{20} \text{ (ب)} \quad \frac{5}{8} \text{ (ج)} \quad \frac{1}{80} \text{ (د)} \quad \frac{18}{125} \text{ (هـ)} \quad \frac{27}{200} \text{ (و)} \quad \frac{19}{250} \text{ (ز)}$$

الحل:

$$0.275 = \frac{275}{1,000} = \frac{25 \times 11}{25 \times 40} = \frac{11}{40} \text{ (أ)}$$

$$0.05 = \frac{5}{100} = \frac{5 \times 1}{5 \times 20} = \frac{1}{20} \text{ (ب)}$$

$$0.625 = \frac{625}{1,000} = \frac{125 \times 5}{125 \times 8} = \frac{5}{8} \text{ (ج)}$$

$$0.0125 = \frac{125}{10,000} = \frac{125 \times 1}{125 \times 80} = \frac{1}{80} \text{ (د)}$$

$$0.144 = \frac{144}{1,000} = \frac{8 \times 18}{8 \times 125} = \frac{18}{125} \text{ (هـ)}$$

$$0.135 = \frac{135}{1000} = \frac{5 \times 27}{5 \times 200} = \frac{27}{200} \text{ (و)}$$

$$0.076 = \frac{76}{1000} = \frac{4 \times 19}{4 \times 250} = \frac{19}{250} \text{ (ز)}$$

ملحوظة هامة: نلاحظ أنه إذا كان مقام الكسر له العاملان الأوليان 2، 5 أو أحدهما فقط فإنه عند تحويله إلى كسر عشري يكون غير دوري أو منته.

أما إن كانت عوامله الأولية ليس من بينها 2 أو 5 فإنه يكون دوريًا. أما إن كان به 2 أو 5 وعلى الأقل عامل أولى واحد ليس 2 وليس 5 فإنه يكون كسرًا به جزء غير دوري وجزء دوري أي هو كسر مختلط.

مثال 82: أذكر ثلاثة كسور عشرية أحدهما منته والآخر دوري والثالث به جزء منته وجزء دوري.

$$\text{الحل: } \frac{7}{5 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{7}{5 \times 8} = \frac{7}{40}$$

$$0.175 = \frac{175}{1,000} = \frac{25 \times 7}{25 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2} =$$

كسر عشري منته،

$$0.\bar{1} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$$

كسر عشري دوري،

$$0.\bar{16} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

كسر عشري به جزء منته، وجزء دوري

مثال 83: حلل المقامات الآتية إلى عوامل أولية. قرر إذا ما كانت الكسور العشرية التي تتحول إليها منتهية أو دورية أو مختلطة بها جزء منته وجزء دوري.

$\frac{1}{15}$ (د)	$\frac{5}{12}$ (ج)	$\frac{5}{8}$ (ب)	$\frac{4}{9}$ (أ)
$\frac{11}{36}$ (ح)	$\frac{17}{30}$ (ز)	$\frac{11}{25}$ (و)	$\frac{13}{18}$ (هـ)

الحل:

$$\text{(أ)} \quad \frac{4}{3 \times 3} = \frac{4}{9} \text{ عشري دوري}$$

$$(ب) \frac{5}{2 \times 2 \times 2} = \frac{5}{8} \text{ عشري منته}$$

$$(ج) \frac{5}{3 \times 2 \times 2} = \frac{5}{12} \text{ عشري مختلط}$$

$$(د) \frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15} \text{ عشري مختلط}$$

$$(هـ) \frac{13}{3 \times 3 \times 2} = \frac{13}{18} \text{ عشري مختلط}$$

$$(و) \frac{11}{5 \times 5} = \frac{11}{25} \text{ عشري منته}$$

$$(ز) \frac{17}{5 \times 3 \times 2} = \frac{17}{30} \text{ عشري مختلط}$$

$$(ح) \frac{17}{3 \times 3 \times 2 \times 2} = \frac{17}{36} \text{ عشري مختلط}$$

مثال 84: أي الكسور الآتية إذا تحول إلى كسر عشري أصبح منتهياً، وأيها دورياً وأيها مختلطاً:

$$(أ) \frac{4}{12} \quad (ب) \frac{3}{12} \quad (ج) \frac{10}{15} \quad (د) \frac{25}{30}$$

$$(هـ) \frac{10}{36} \quad (و) \frac{28}{35}$$

الحل:

$$(أ) \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ عشري دوري}$$

$$(ب) \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2 \times 2} \text{ عشري منته}$$

$$(ج) \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \text{ عشري دوري}$$

$$(د) \frac{25}{30} = \frac{5}{6} = \frac{5}{3 \times 2} \text{ عشري مختلط}$$

$$(هـ) \frac{10}{36} = \frac{5}{18} = \frac{5}{3 \times 3 \times 2} \text{ عشري مختلط}$$

$$(و) \frac{28}{35} = \frac{4}{5} \text{ عشري منته.}$$

أمثلة متنوعة

مثال 85: إن طعامنا يحتوي ماء. البطاطس أربعة أخماسه ماء. اللحم البقري ثلثاه ماء. حتى الزبد فإن سدسه ماء. احسب كم يكون وزن الماء في:

(أ) 2.5 كجم بطاطس

(ب) 0.75 كجم من اللحم البقري

(ج) 1.5 كجم من الزبد

الحل:

$$(أ) \text{ وزن الماء في } 2.5 \text{ كجم بطاطس} = \frac{4}{5} \times 2.5 =$$

$$= \frac{10}{5} = 2 \text{ كجم.}$$

$$(ب) \text{ وزن الماء في } 0.75 \text{ كجم من اللحم البقري} = \frac{2}{3} \times 0.75 =$$

$$= 2 \times 0.25 = 0.5 \text{ كجم}$$

$$(ج) \text{ وزن الماء في } 1.5 \text{ كجم من الزبد} = \frac{1}{6} \times 1.5 =$$

$$= \frac{1}{6} \times 1.5 \times 1,000 =$$

$$= \frac{1,500}{6} = 250 \text{ جرامًا}$$

$$= 0.25 \text{ كجم}$$

مثال 86: تتحدد كمية الدم بالتر في المرء بالتقريب حسب وزنه، كالتالي:

$$\text{كمية الدم بالتر} = \text{الوزن بالكجم} \times \frac{1}{13}$$

احسب كمية الدم في أشخاص أوزانهم بالكيلو جرام:

84.5، 71.5، 58.5، 52

$$\text{الحل: كمية الدم بالتر إذا كان الوزن 52 كجم} = \frac{1}{13} \times 52 = 4 \text{ لترات}$$

$$\text{كمية الدم بالتر إذا كان الوزن 58.5 كجم} = \frac{1}{13} \times 58.5 =$$

$$4.5 = 0.5 + 4 = \frac{1}{13} \times (6.5 + 52) =$$

$$\frac{1}{13} \times 71.5 = \text{كمية الدم باللتر إذا كان الوزن 71.5 كجم}$$

$$\frac{1}{13} \times (6.5 + 65) =$$

$$0.5 + 5 = \frac{6.5}{13} + \frac{65}{13} =$$

$$5.5 = \text{لتر}$$

$$\frac{1}{13} \times 84.5 = \text{كمية الدم باللتر إذا كان الوزن 84.5 كجم}$$

$$\frac{1}{13} \times 6.5 + \frac{1}{13} \times 78 = \frac{1}{13} \times (6.5 + 78) =$$

$$6.5 = 0.5 + 6 = \text{لتر}$$

ملحوظة:

كان من الممكن إجراء القسمة المطولة في الثلاث حالات الأخيرة، لكننا فضلنا هذه الطريقة. أما الحالة الأولى فهي واضحة تمامًا.

مثال 87: ذهبت الطفلة مي مع أمها للتسوق، بعد أن ادخرت مبلغًا من مصروفها اليومي. وعندما رأت نموذجًا للكرة الأرضية ثمنه 165.5 جنيه صاحت: الآن لدي $\frac{3}{5}$ هذا الثمن. كم تكون الطفلة مي قد ادخرت؟

$$\text{الحل: المبلغ الذي ادخرته مي} = \frac{3}{5} \times 165.5 =$$

$$= 99.3 \text{ جنيهًا}$$

مثال 88: مساحة حديقة السيدة/ لبنى 250.5 متر مربع. $\frac{1}{5}$ هذه المساحة زرعت بالخضروات، $\frac{2}{5}$ المساحة بالأزهار. كم تكون المساحة المزروعة بالخضروات والمساحة المزروعة بالأزهار، والمساحة المتبقية؟

$$\text{الحل: المساحة المزروعة بالخضروات} = \frac{1}{5} \times 250.5 =$$

$$= 50.1 \text{ مترًا مربعًا}$$

$$\frac{2}{5} \times 250.5 = \text{المساحة المزروعة بالأزهار}$$

$$100.2 = 2 \times 50.1 = \text{متراً مربعاً}$$

$$100.2 - 50.1 - 250.5 = \text{المساحة المتبقية}$$

$$100.2 - 200.4 =$$

$$100.2 = \text{متراً مربعاً}$$

$$\text{حل آخر للجزء الأخير: المساحة المتبقية} = (1 - \frac{1}{5} - \frac{2}{5}) \times \text{المساحة الكلية}$$

$$= (1 - \frac{3}{5}) \times \text{المساحة الكلية}$$

$$= \frac{2}{5} \times \text{المساحة الكلية}$$

$$100.2 = \text{متراً مربعاً}$$

(ستستوعب هذا الحل أفضل بعد دراستك النسبة والتناسب)

مثال 89: راتب السيد/ علام الشهري 2,562.4 جنيهاً. يدفع ربعها إيجاراً للمنزله. وقيمة الإيجار هذه

تساوي 1.25 قيمة الإيجار قبل 5 سنوات. كم تكون قيمة الإيجار اليوم، وقبل خمس سنوات؟

$$\text{الحل: قيمة الإيجار اليوم} = \frac{1}{4} \times 2,562.4 = 640.6 \text{ جنيهاً}$$

$$\text{قيمة الإيجار قبل خمس سنوات} = \frac{1}{1.25} \times 640.6 =$$

$$= \frac{1}{\frac{5}{4}} \times 640.6 =$$

$$= \frac{4}{5} \times 640.6 = \frac{2,562.4}{5}$$

$$= 512.48 \text{ جنيه}$$

مثال 90: إذا كانت البوصة = 2.54 سم فاحسب كم تساوي بالسنتيمترات

$$(أ) 3\frac{1}{2} \text{ بوصة}$$

$$(ب) 5\frac{1}{4} \text{ بوصة}$$

الحل:

$$2.54 \times 3\frac{1}{2} = \text{(أ) } 3\frac{1}{2} \text{ بوصة}$$

$$1.27 \times 7 = 2.54 \times \frac{7}{2} =$$

$$8.89 \text{ سم.}$$

$$2.54 \times 5\frac{1}{4} = \text{(ب) } 5\frac{1}{4} \text{ بوصة}$$

$$\frac{1.27 \times 21}{2} = 2.54 \times \frac{21}{4} =$$

$$\frac{2,667}{100 \times 2} = \frac{100 \times 26.67}{100 \times 2} = \frac{26.67}{2} =$$

$$13.335 \text{ سم.}$$

مثال 91: اشترى السيد/ حسن 6 صناديق من زجاجات عصير المانجو لحفل أقامه دفع ثمنها 294.6 جنيهاً. كم يكون سعر الصندوق؟

وإذا كان صندوق عصير التفاح به 12 زجاجة، وسعر الصندوق 36.6 جنيهاً، فكم يكون سعر الزجاجة؟

$$\text{الحل: سعر الصندوق} = \frac{294.6}{6} = 49.1 \text{ جنيهاً.}$$

$$\text{سعر الزجاجة} = \frac{36.6}{12} = 3.05 \text{ جنيه.}$$

مثال 92: اشترت السيدة/ أميمة لمنزلها: خبزاً بمبلغ 3.5 جنيه، لحوماً بمبلغ 48.34 جنيه، فاكهة وخضروات بمبلغ 38.7 جنيهاً، جبناً ولبناً وبيضاً بمبلغ 27.5 جنيه، سجقاً وبسطرمة بمبلغ 28.85 جنيه. ودفعت 200 جنيه لكل ذلك. كم تسترد السيدة/ أميمة من النقود؟

$$\text{الحل: مجموع ما دفعت السيدة/ أميمة} = 28.85 + 27.5 + 38.7 + 48.34 + 3.5 =$$

$$146.89 \text{ جنيه}$$

$$146.89 - 200 = \text{تسترد السيدة/ أميمة مبلغا قدره}$$

$$53.11 \text{ جنيه}$$

مثال 93: في فصل مدرسي أقيم معرض لبيع المنتجات التي صنعها التلاميذ وضعت 6 مناضد متجاورة

طول كل منها 1.3 مترًا. ووقف 5 تلاميذ للبيع. كم تكون المسافة التي تخص كل تلميذ؟

الحل: طول صف المناضد = $1.3 \times 6 = 7.8$ مترًا

المسافة التي تخص كل تلميذ = $\frac{7.8}{5}$ متر

$$\frac{780}{5} \text{ سم} = \frac{100 \times 7.8}{5} \text{ سم} =$$

$$156 \text{ سم}$$

مثال 94: في محل لبيع السجق واللحوم وضعت مجموعة قطع من الصنف نفسه أوزانها بالكيلو جرام:

0.892، 0.91، 0.884، 0.925، 0.875

ووضعت لافتات الأسعار بالجنيه كآتي:

44.6، 44.2، 46.25، 43.75، 45.05

كم يكون سعر كل قطعة؟

الحل: لأن القطع كلها من الصنف نفسه، فستكون الأسعار وفقا للأوزان، وهكذا تكون الأسعار

كآتي:

0.892	0.91	0.884	0.925	0.875	وزن القطعة
44.6	45.5	44.2	46.25	43.75	السعر

تمارين عامة

(1) احسب

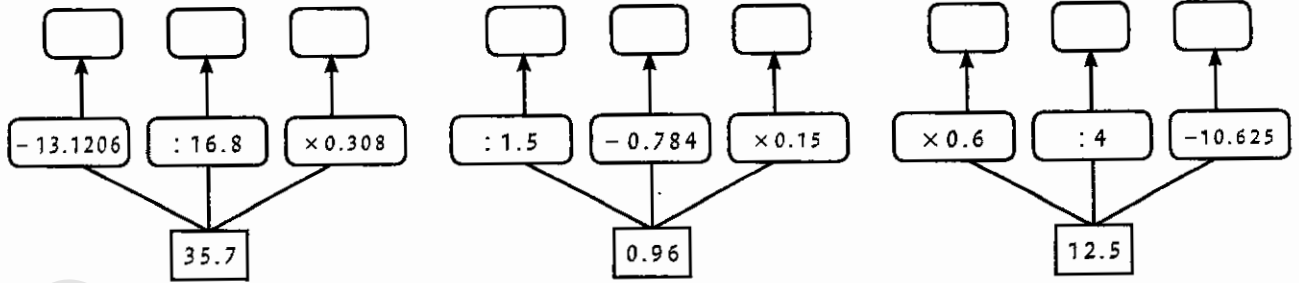
- | | | |
|--------------------------|-------------------------|--------------------|
| (أ) $5.3 + 7.6$ | (هـ) 0.13×0.16 | (ك) $0.005 : 0.7$ |
| (ب) 100×0.25 | (و) $1,000 : 3.04$ | (ل) $0.003 : 0.6$ |
| (جـ) 0.002×0.82 | (ز) $2.3 - 5.8$ | (م) $4.81 + 3.705$ |
| (د) $6 : 1.02$ | (ح) $0.004 : 9.6$ | (ن) $0.004 : 1$ |
| | (ط) 0.26×0.04 | (س) $0.25 : 200$ |

(2) احسب:

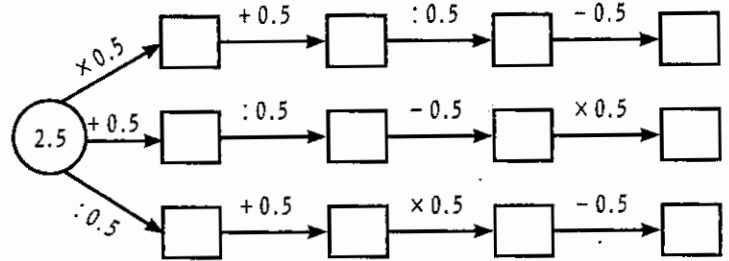
- (أ) $38.05 + 25.37 + 12.83 + 8.356$
- (ب) $17.6 + 85.03 + 14.52 + 3.7605$
- (جـ) $18.053 + 3.751 + 15.642 + 4.835$
- (د) $14.8 - 83.17 - 105.43$
- (هـ) $5.831 - 3.891 - 16.54$
- (و) $4.51 - 6.781 - 18.431$

(3) احسب وقرب لأقرب الأرقام العشرية الموضحة:

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| (أ) 4.352×18.15 | لأقرب رقمين عشريين |
| (ب) 14.81×61.35 | لأقرب رقم عشري واحد |
| (جـ) 4.671×13.8453 | لأقرب ثلاثة أرقام عشرية |
| (د) $15 : 42.356$ | لأقرب رقم عشري واحد |
| (هـ) $22 : 31.067$ | لأقرب رقمين عشريين |
| (و) $8.459 : 13$ | لأقرب ثلاثة أرقام عشرية |
- (4) املأ الأشكال الهندسية الفارغة، ثم اجمع الناتج. ماذا تلاحظ؟

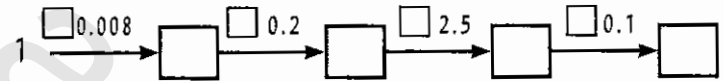


(5) املأ المربعات الفارغة



والآن اكتب 0.1 بدلاً من 0.5 واملأ المربعات مرة أخرى

(6) ضع في المربعات الآتية إحدى العلامتين : ×، : بحيث يكون الناتج النهائي أكبر ما يمكن:



(7) احسب:

$$\frac{0.15}{0.3} \text{ (هـ)}$$

$$\frac{1.12}{1.4} \text{ (د)}$$

$$\frac{12}{15} \text{ (ج)}$$

$$\frac{24}{7.5} \text{ (ب)}$$

$$\frac{5.6}{8} \text{ (أ)}$$

$$\frac{0.77}{1.1} \text{ (ي)}$$

$$\frac{1.4 \times 9}{1.2} \text{ (ط)}$$

$$\frac{3 : 4.8}{10} \text{ (ح)}$$

$$\frac{0.8 + 5}{2.4} \text{ (ز)}$$

$$\frac{0.121}{1.1} \text{ (و)}$$

(8) احسب

$$^3 0.3 \text{ (هـ)}$$

$$^2 4.3 \text{ (د)}$$

$$^2 0.3 \text{ (ج)}$$

$$^3 1.4 \text{ (ب)}$$

$$^2 1.5 \text{ (أ)}$$

$$^4 0.3 \text{ (ي)}$$

$$^4 0.2 \text{ (ط)}$$

$$^2 0.33 \text{ (ح)}$$

$$^2 0.25 \text{ (ز)}$$

$$^2 6.1 \text{ (و)}$$

(9) احسب:

$$1.6 \times 6.2 + 3.8 \times 0.87 \text{ (ب)}$$

$$0.19 + 1.2 \times 4.5 \text{ (أ)}$$

$$(3.15 - 6.41) \times (13.56 + 8.45) \text{ (د)}$$

$$(7.3 - 11.15) \times 3.7 \text{ (ج)}$$

$$0.2 : 0.48 - 0.5 : 1.65 \text{ (و)}$$

$$1.5 \times 4.2 + 0.09 : 6.3 \text{ (هـ)}$$

$$0.75 : (4.5 + 0.11 : 0.44) \text{ (ح)}$$

$$(3.18 - 1.875 \times 4) : 1.4 \text{ (ز)}$$

$$1.8 : 4.2 - 4.5 \times (0.086 + 3.452) \text{ (ي)}$$

$$0.1 : 0.45 - 0.95 \times 6.7 \text{ (ط)}$$

(10) لكل عددين يمكن تكوين أربعة مسائل بسيطة كالتالي:

العددان هما 0.64، 18.54 لدينا:

$$(أ) 0.64 + 18.54 \quad (ب) 0.64 - 18.54$$

$$(ج) 0.64 \times 18.54 \quad (د) 0.64 : 18.54$$

افعل مثل هذا مع: (أ) 10.8، 0.96 (ب) 84.75، 37.5

$$(ج) 0.72، 0.927 \quad (د) 0.018، 0.1572$$

(11) احسب:

$$(أ) 0.5 \times 2\frac{1}{2} + 0.15 \times \frac{1}{6} \quad (ب) 5 : 0.035 + \frac{5}{24} \times 0.8$$

$$(ج) 0.25 + 0.3 \times \frac{2}{3} - \frac{3}{11} \times 3.3 \quad (د) 0.2 \times \frac{2}{3} - \frac{2}{3} : 0.6$$

$$(هـ) 0.35 + 0.3 \times \frac{2}{3} - \frac{3}{2} \quad (و) [\frac{2}{3} : 0.013 + 0.017 : (\frac{2}{3} - 3.2)] \times \frac{2}{3}$$

$$(ز) \frac{5}{8} \times 0.8 - \frac{1}{2} + 0.475 \quad (ح) \frac{2}{5} + 0.1 \times \frac{3}{4} + 0.5 : 0.3$$

$$(ط) (1\frac{7}{8} \times 0.35 - 3\frac{3}{7}) : [(0.56 + \frac{1}{9}) - 2.27]$$

(12) عربة نقل حمولتها 3 طن. تحمل بلاطاً لسقف بيت، وزن البلاطة 2.5 كجم. كم بلاطة تستطيع العربة حملها؟

(13) أقام فصل في مدرسة حفلاً تكلف 517.5 جنيه. إذا كان عدد تلاميذ الفصل 23 تلميذاً. كم يدفع كل تلميذ؟

(14) قامت عزة وناهد وفاتن برحلة تكلفت 288.5 جنيه. كم تدفع كل واحدة؟

(15) ثمن خمس تذاكر مخفضة للقطار 86.5 جنيه. كم يكون ثمن التذكرة الواحدة؟

(16) أعلنت السكك الحديدية عن بيع تذاكر لـ 24 رحلة ذهاباً وإياباً، ثمنها 403.2 جنيهاً. كم يكون ثمن تذكرة واحدة؟

(17) صندوق مياه معدنية به 12 زجاجة، ثمنه 15.6 جنيهاً. كم يكون ثمن الزجاجات الواحدة؟

(18) دفع السيد/ علام 83.25 جنيه لقاء 37 لترًا من البنزين. كم يكون سعر لتر واحد من البنزين؟

(19) يستطيع الميكروسكوب الضوئي أن يميز بين نقطتين المسافة بينهما 0.0005 مم. بينما يستطيع الميكروسكوب الإلكتروني أن يميز بين نقطتين المسافة بينهما 0.0000005 مم. كم مرة يكون الميكروسكوب الإلكتروني أقوى من الميكروسكوب الضوئي؟

(20) إن أثقل عضو في البدن المتوسط هو الجلد الذي يزن نحو 9 باوند. بينما يكون أخف عضو هو القلب الذي يزن نحو 0.7 باوند. كم مرة يكون وزن الجلد أثقل من وزن القلب؟

4. النسب المئوية

عندما نقول إن طالباً قد اجتاز الامتحان وحصل على 80 في المائة، فإننا نعني أنه حصل على 80 درجة من 100 درجة، فالنسبة المئوية هي نسبة مقامها 100. وللتعبير عن ذلك نقول إن الطالب حصل على 80%.

ويمكن أن تزيد النسبة على 100 %، كأن يحقق تاجر مثلاً ربحاً قدره 120 %، أي أنه ربح $\frac{120}{100}$ من الثمن الذي اشترى به.

مثال 1: عبر عن 120 % ككسر غير اعتيادي، وكعدد مختلط، وكعدد عشري.

الحل: 120 % تعني $\frac{120}{100}$

وهي ككسر غير اعتيادي: $\frac{6}{5} = \frac{120}{100}$ (بقسمة البسط والمقام على 20)

وكعدد مختلط $1\frac{1}{5}$

وكعدد عشري = 1.2

مثال 2: عبر عن النسبة المئوية $33\frac{1}{3}$ % ككسر اعتيادي

الحل: $33\frac{1}{3}$ % $\frac{1}{3} = \frac{100}{300} = \frac{\frac{100}{3}}{100} = \frac{33 \times 3 + 1}{100} = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = 33\frac{1}{3}$ %

مثال 3: يحصل 4 % من الطلاب في امتحان ما علي تقدير ممتاز. عبر عن هذه النسبة المئوية ككسر.

الحل: 4 % $\frac{1}{25} = \frac{4}{100}$ (بقسمة البسط والمقام على 4)

مثال 4: عبر عن 80 % ككسر اعتيادي وكعدد عشري

الحل: 80 % $\frac{4}{5} = \frac{80}{100}$ ككسر اعتيادي

= 0.8 كعدد عشري.

مثال 5: عبر عن 300 % ككسر غير اعتيادي، وكعدد طبعي وكعدد عشري

الحل: 300 % $\frac{3}{1} = \frac{300}{100}$ (كسر غير اعتيادي)

$$3 = (\text{عدد طبيعي})$$

$$3.0 = \text{عدد عشري.}$$

مثال 6: عبر عن 1 % ككسر عشري، ككسر اعتيادي

$$\text{الحل: } 1\% = 0.01 \text{ (كسر عشري)}$$

$$= \frac{1}{100} \text{ (كسر اعتيادي)}$$

مثال 7: عبر عن 12.5 % ككسر اعتيادي، ككسر عشري.

$$\text{الحل } 12.5\% = \frac{12.5}{100} = \frac{125}{1,000} = \frac{5}{40} \text{ (بقسمة البسط والمقام على 25)}$$

$$= \frac{1}{8} \text{ (كسر اعتيادي) (بقسمة البسط والمقام على 5)}$$

$$12.5\% = 0.125 \text{ (كسر عشري)}$$

مثال 8: عبر عن 65 % ككسر عشري وككسر اعتيادي

$$\text{الحل: } 65\% = 0.65 \text{ (كسر عشري)}$$

$$= \frac{65}{100} = \frac{13}{20} \text{ كسر اعتيادي (بقسمة البسط والمقام على 5)}$$

مثال 9: اكتب 0.125 كنسبة مئوية.

$$\text{الحل: } 0.125 = \frac{125}{1,000} = \frac{12.5}{100} = 12.5\% \text{ (بقسمة البسط والمقام على 10)}$$

بكلمات أخرى:

$$12.5\% = \frac{12.5}{100} = \frac{125}{1,000} = \frac{125}{1,000} \times 100\% = 12.5\%$$

لاحظ أن المطلوب في هذا المثال عكس جزء من المطلوب في مثال 7 أعلاه. هناك كان لدينا نسبة مئوية

طلب تحويلها إلى كسر عشري. هنا كسر عشري طلب كتابته كنسبة مئوية.

مثال 10: اكتب 0.05 ككسر اعتيادي، وكنسبة مئوية

$$\text{الحل: } 0.05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \text{ (بقسمة البسط والمقام على 5)}$$

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{5}{100} \times 100\% = 5\%$$

مثال 11: ما النسبة المئوية التي تكافئ 2؟

$$\text{الحل: } 2 = \frac{200}{100} = \frac{100 \times 2}{100} = \frac{2}{1}$$

مثال 12: عبر عن 0.3572 كنسبة مئوية مقربة إلى أقرب عدد صحيح

$$\text{الحل: } 0.3572 = 100 \times 0.3572 =$$

$$= 35.72\%$$

$$= 36\% \text{ مقربة إلى أقرب عدد صحيح}$$

مثال 13: لسلعة ما سعر محدد. يعطي أحد المتاجر تخفيضًا قدره 18% من سعرها، بينما يعطي الآخر

تخفيضًا قدره 0.20 من السعر أي المتجرين يعطي تخفيضًا أكبر؟

$$\text{الحل: } 0.20 = \frac{20}{100} = 100 \times \frac{20}{100} = 20\% < 18\%$$

إذن المتجر الثاني يعطي تخفيضًا أكبر.

$$\text{حل آخر} = 18\% = \frac{18}{100} = 0.18 < 0.20$$

الإجابة نفسها بالطبع: المحل الثاني يعطي تخفيضًا أكبر.

مثال 14: اكتب $\frac{1}{16}$ كنسبة مئوية

الحل: سنجري القسمة المطولة: $16 < 1$. إذن نضع علامة عشرية "0."

ونكتب 0 إلى يمين 1 فيصبح لدينا 10. مازالت $10 < 16$ ، فنضع 0 على

يمين العلامة العشرية، ونضع 0 على يمين 10 فيصبح لدينا 100. والآن

نقسم 100 على 16 فيكون خارج القسمة 6. نضع 6 على يمين 0.0. نضرب

6 في 16 فينتج 96. نطرح 96 من 100 فيكون باقي الطرح 4. نضع 0 على

يمين 4 فيكون لدينا 40. نقسم 40 على 16 فيكون خارج القسمة 2. نضع 2

على يمين 0.06. نضرب 2 في 16 فينتج 32. نطرح 32 من 40 فيكون باقي

الطرح 8. نضع 0 على يمين 8 فيكون لدينا 80. نقسم 80 على 16 فيكون

خارج القسمة 5. نضع 5 إلى يمين 0.062. نضرب 5 في 16 فينتج (بالطبع)

80. نطرح 80 من 80 فيكون باقي الطرح 0، وتنتهي عملية القسمة أي أن:

$$0.0625 = \frac{1}{16}$$

وهذا يكون:

$$0.0625 = \frac{1}{16} = 0.0625 \times 100\%$$

$$= 6.25\%$$

مثال 15: أيهما أكبر 170% أم $1\frac{5}{8}$ ؟

الحل: نقسم $1\frac{5}{8}$ أي $\frac{13}{8}$ قسمة مطولة كالآتي:

$$\begin{array}{r} 1.625 \\ 8 \overline{) 13} \\ \underline{8} \\ 50 \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

نقسم 13 على 8 فيكون ناتج القسمة 1. نضرب 1 في 8 فنحصل على 8. نضرب 8 في 1 فنحصل (بالطبع) على 8. نطرح 8 من 13 فيكون باقي الطرح 5. لم تعد هناك أرقام باقية في 13 لم تستخدم. 5 أصغر من 8 فنضع علامة عشرية إلى يمين 1 ونضع 0 إلى يمين 5 فيكون لدينا 50. نقسم 50 على 8 فينتج 6. نضع 6 إلى يمين "1." نضرب 6 في 8 فيكون لدينا 48. نطرح 48 من 50 فينتج 2. نضع 0 إلى يمين 2 فينتج 20. نقسم 20 على 8 فينتج 2. نضع 2 إلى يمين 1.6. نضرب 2 في 8 فينتج 16. نطرح 16 من 20 فينتج 4. نضع 0 إلى يمين 4 فيكون لدينا 40. نقسم 40 على 8 فينتج 5. نضع 5 إلى يمين 1.62. نضرب 5 في 8 فينتج 40. نطرح 40 من 40 (التي حصلنا عليها قبل ذلك) فيكون باقي الطرح 0 وتنتهي عملية القسمة. ويكون

$$1.625 = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$$

$$= 1.625 \times 100\%$$

$$= 162.5\% > 170\%$$

$$\frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}, \frac{17}{10} = \frac{170}{100} = 170\%$$

$$\text{والآن: } 1 < \frac{136}{130} = \frac{8}{13} \times \frac{17}{10} = \frac{10}{13} \times \frac{17}{8}$$

$$\frac{13}{8} < \frac{17}{10} \text{ أي أن}$$

$$\frac{5}{8} < 170\% \text{ أي أن}$$

$$\text{حل ثالث: } \frac{130}{80} = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$$

(بضرب البسط والمقام في 8)

$$\frac{136}{80} = \frac{17}{10} = \frac{170}{100} = 170\%$$

$$\frac{130}{80} < \frac{136}{80}$$

$$\frac{5}{8} < 170\% \text{ أي أن}$$

مثال 16: حصل طالب في امتحان للرياضيات على $\frac{56}{60}$. كم تكون درجته إذا عدلت النهاية العظمى

وأصبحت 100 بدلاً من 60؟ قرب الجواب إلى أقرب رقم صحيح

$$\text{الحل: } \frac{1}{10} \times \frac{28}{3} = \frac{28}{30} = \frac{56}{60}$$

$$\frac{1}{10} \times 9.333 \dots =$$

$$0.9\bar{3} = 0.9333 \dots =$$

وتكون درجته المئوية هي:

$$100 \times 0.9\bar{3} = 100 \times 0.9333 \dots$$

$$93.\bar{3} =$$

$$93\% \text{ مقربة إلى أقرب رقم صحيح } (5 > 3)$$

مثال 17: ما 25% من 12؟

(بقسمة البسط والمقام على 25)

$$\text{الحل: } 3 = 12 \times \frac{1}{4} = 12 \times \frac{25}{100}$$

مثال 18: أوجد 300% لـ 5

(بقسمة البسط والمقام على 100)

$$\text{الحل: } 5 \times \frac{3}{1} = 5 \times \frac{300}{100} = 5 \times 300\%$$

$$15 = 5 \times 3 =$$

مثال 19: أودع رجل مبلغ 50,000 جنيه في أحد البنوك بفائدة سنوية قدرها 7.5%. كم يكون العائد السنوي؟

$$\text{الحل: } 50,000 \times 7.5\% = 50,000 \times \frac{7.5}{100} =$$

$$500 \times 7.5 = \text{(بقسمة البسط والمقام على 100)}$$

$$500 \times \frac{75}{10} = \text{(بضرب البسط والمقام في 10)}$$

$$50 \times 75 = \text{(بقسمة البسط والمقام على 10)}$$

$$= 3,750 \text{ جنيهًا}$$

طريقة أخرى مشابهة:

$$50,000 \times \frac{75}{1,000} = 50,000 \times \frac{7.5}{100} = 50,000 \times 7.5\% \text{ (بضرب البسط والمقام في 10)}$$

$$3,750 = 500 \times 75 = \text{(بقسمة البسط والمقام على 1,000)}$$

مثال 20: حصل رجل على 8,000 جنيه كعائد سنوي على وديعة إذا كانت الفائدة السنوية 8% فكم تكون قيمة الوديعة؟

الحل: سنفترض أن قيمة الوديعة هي x جنيهًا، فيكون:

$$8,000 = x \times \frac{8}{100} = x \times 8\%$$

$$\frac{8,000}{\frac{8}{100}} = \text{فيكون } x$$

$$100 \times \frac{8,000}{8} =$$

$$100 \times 1,000 =$$

$$= 100,000 \text{ جنيه}$$

مثال 21: أصبح ثمن سيارة 168,000 جنيه، وهو الذي يساوي 120% من ثمنها قبل عام. كم كان ثمن السيارة قبل عام؟

الحل: ليكن ثمن السيارة قبل عام هو x جنيهًا، فيكون:

$$168,000 = 120\% \times x$$

$$168,000 = \frac{120}{100} \times x \text{ أي أن: } x = \frac{168,000 \times 100}{120}$$

$$\frac{168,000}{\frac{120}{100}} = x \text{ وهذا يقتضي أن } x =$$

$$100 \times \frac{168,000}{120} =$$

$$140,000 \text{ جنيه}$$

(بقسمة البسط والمقام على 120)

مثال 22: في جمعية أدبية كان العنصر النسائي يشكل 55% من أعضاء الجمعية. فإذا كان عدد الرجال

في الجمعية 81 رجلاً، فكم يكون عدد أعضاء الجمعية؟

الحل: ليكن عدد أعضاء الجمعية x فردًا

يشكل العنصر الرجالي فيها

$$100\% - 55\%$$

$$\frac{55}{100} - \frac{100}{100} =$$

$$\frac{45}{100} = \frac{55 - 100}{100} =$$

$$81 = x \times \frac{45}{100} \text{ وبهذا يكون: } x = \frac{81 \times 100}{45}$$

$$\frac{100}{45} \times 81 = \frac{81}{\frac{45}{100}} = x$$

↔

$$180 = 20 \times 9 = x \text{ (بالقسمة على 45).}$$

مثال 23: ما النسبة المئوية التي تختار من 90 لاعبًا حتى نحصل على 60 لاعبًا؟

الحل: لتكن النسبة هي x ، فيكون:

$$60 = 90 \times x$$

(بقسمة البسط والمقام على 30)

$$\frac{2}{3} = \frac{60}{90} = x$$

↔

وتكون النسبة المئوية هي $100 \times \frac{2}{3} = 66.\bar{6} \% = 66.666 \dots \%$

$\approx 66.7 \%$ (مقربة إلى أقرب رقم عشري واحد)

مثال 24: ما النسبة المئوية التي إذا ضربت في 48 كان الناتج 80؟

الحل: لتكن النسبة هي x . لدينا:

$$80 = 48 \times x$$

$$\frac{5}{3} = \frac{80}{48} = x \quad \Leftrightarrow \quad \text{(بقسمة البسط والمقام على 16)}$$

$$\frac{500}{3} \% = 100 \% \times \frac{5}{3} = \text{النسبة المئوية}$$

$$166.\bar{6} \% = 166.666 \dots \%$$

$\approx 166.7 \%$ (مقربة إلى أقرب رقم عشري واحد)

مثال 25: إذا كان 30 % من عدد ما هو 42، فما العدد؟

الحل: ليكن العدد هو x . لدينا:

$$42 = x \times 30 \%$$

$$42 = x \times \frac{30}{100} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{100 \times 42}{30} = \frac{42}{\frac{30}{100}} = x \quad \Leftrightarrow$$

$$140 = x \quad \text{أي أن}$$

مثال 26: اشترى رجل سيارة بمبلغ 160,000 جنيه، ودفع 40,000 جنيه مقدماً، والباقي على

أقساط شهرية. كم تكون نسبة ما دفعه الرجل مقدماً؟

الحل: النسبة المئوية لما دفعه الرجل

$$100 \% \times \frac{40,000}{160,000} =$$

$$100 \% \times \frac{1}{4} =$$

$$25\% =$$

مثال 27: ماذا تساوي 60% من 140؟

$$\text{الحل: } 60\% \times 140 = \frac{60}{100} \times 140 = 84$$

مثال 28: ما النسبة المئوية التي تؤخذ من 180 للحصول على 135؟

الحل: لتكن النسبة x وهذا يقتضي أن:

$$135 = 180 \times x$$

(بقسمة البسط والمقام على 45)

$$\frac{3}{4} = \frac{135}{180} = x$$

وبالتالي فإن النسبة المئوية $\frac{3}{4} \times 100\% =$

$$75\% =$$

مثال 29: إذا خفض سعر سيارة بنسبة 15%، وكان السعر الأصلي 180,000 جنيه، فكم يصبح السعر المخفض؟

الحل: نسبة سعر السيارة بعد التخفيض إلى السعر الأصلي

$$\begin{array}{r} 85 \\ 18 \times \\ \hline 680 \\ 85 \\ \hline 1530 \end{array}$$

$$85\% = \frac{85}{100} = \frac{15}{100} - \frac{100}{100} =$$

$$\frac{85}{100} \times 180,000 = \text{ويكون سعر السيارة المخفض}$$

$$85 \times 1,800 =$$

$$153,000 = \text{جنيه}$$

حل آخر (مشابه):

$$\begin{array}{r} 18 \\ 15 \times \\ \hline 90 \\ 18 \\ \hline 270 \end{array}$$

$$\frac{15}{100} \times 180,000 = \text{المبلغ المخفض من ثمن السيارة}$$

$$15 \times 1,800 =$$

$$27,000 = \text{جنيه}$$

$$27,000 - 180,000 = \text{ويكون سعر السيارة بعض التخفيض}$$

$$153,000 = \text{جنيه}$$

مثال 30: تناول مريض 18 ملليجرامًا من دواء ما، وكان هذا يمثل 120 % من أقصى المسموح به تناوله من هذا الدواء في المرة الواحدة. كم يكون أقصى المسموح به تناوله في المرة الواحدة من هذا الدواء؟

الحل: ليكن x هو أقصى المسموح به تناوله في المرة الواحدة بالملليجرام

$$18 = x \times \% 120 \text{ أي أن } 18 = x \times \frac{120}{100} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{100}{120} \times 18 = \frac{18}{\frac{120}{100}} = x \quad \Leftrightarrow$$

$$= 15 \text{ ملليجرامًا}$$

مثال 31: رسب 12 طالبًا في امتحان للرياضيات، وكان عدد الطلاب الممتحنين 40 طالبًا. كم تكون النسبة المئوية للنجاح في الامتحان؟

الحل: عدد الناجحين = $12 - 40 = 28$ طالبًا

$$\text{وتكون النسبة المئوية للنجاح} = \frac{28}{40} \times 100 \% = 70 \% =$$

حل آخر (شبيه):

$$\text{النسبة المئوية للرسوب} = \frac{12}{40} \times 100 \% =$$

$$= 30 \% (= \frac{30}{100})$$

$$\text{وتكون نسبة النجاح} = \frac{70}{100} = \frac{30}{100} - \frac{100}{100} =$$

$$\text{أي أن النسبة المئوية للنجاح} = \frac{70}{100} \times 100 \% = 70 \%$$

مثال 32: كان سعر خط تليفون محمول 500 جنيه، وبعد خمس سنوات أصبح 60 جنيهًا. كم تكون النسبة المئوية للهبوط في سعر الخط؟

الحل: مقدار الهبوط في سعر الخط بعد خمس سنوات

$$= 500 - 60 = 440 \text{ جنيهًا}$$

وتكون النسبة المئوية للهبوط في سعر الخط

$$\% 88 = \% 100 \times \frac{440}{500} =$$

حل آخر (شبيه):

النسبة المئوية لسعر الخط بعد التخفيض إلى السعر الأصلي

$$\left(\frac{12}{100}\right) \% 12 = \% 100 \times \frac{60}{500} =$$

وتكون نسبة الهبوط في سعر الخط

$$\frac{88}{100} = \frac{12}{100} - \frac{100}{100} =$$

وتكون النسبة المئوية للهبوط في سعر الخط

$$\% 88 = \% 100 \times \frac{88}{100} =$$

مثال 33: كان رسم الاشتراك في نادٍ عشرة آلاف جنيه. وبعد سنة ارتفع هذا الرسم إلى أربعة عشر ألفاً.

كم تكون النسبة المئوية للارتفاع؟

الحل: مقدار الارتفاع في رسم الاشتراك

$$10,000 - 14,000 =$$

$$= 4,000 \text{ جنيه}$$

وتكون النسبة المئوية للارتفاع في رسم الاشتراك

$$\% 40 = \% 100 \times \frac{4,000}{10,000} =$$

مثال 34: يعتبر المرء معرضاً للخطر إذا انخفض ضغطه الأدنى المتفق عليه بأكثر من %40. إذا

انخفض الضغط الأدنى لفرد ما من 80 (الضغط الأدنى المتفق عليه) إلى 42. هل يعتبر هذا الفرد

معرضاً للخطر؟

الحل: مقدار الانخفاض في الضغط الأدنى

$$38 = 42 - 80 =$$

النسبة المئوية للانخفاض

$$\% 47.5 = \% 100 \times \frac{38}{80} =$$

إذن يعتبر هذا الفرد بالفعل معرضاً للخطر.

مثال 35: إذا كانت ضريبة المبيعات على سلعة ثمنها 1,900 جنيه هي 142.5 جنيه. فما معدل هذه

الضريبة كنسبة مئوية؟

الحل: معدل الضريبة كنسبة مئوية

$$\begin{array}{r} 75 \\ 19 \overline{) 1425} \\ \underline{133} \\ 95 \\ \underline{95} \\ 0 \end{array}$$

$$\% 100 \times \frac{142.5}{1,900} =$$

$$\% \frac{142.5}{19} =$$

$$\% 7.5 =$$

مثال 36: يتقاضى موزع 6% من ثمن البضاعة المباعة لقاء مجهوده في التوزيع. إذا باع الموزع بضاعة

بمبلغ 6,100 جنيه، فكم يحصل صاحب البضاعة من هذا المبلغ؟

الحل: ما يحصل عليه الموزع من ثمن البضاعة المباعة

$$366 = \frac{6}{100} \times 6,100 = \text{جنيهاً}$$

ويكون نصيب صاحب البضاعة من البيع هو:

$$5,734 = 6,100 - 366 \text{ جنيهاً}$$

مثال 37: تعطي صيدلية خصماً لزبائنها قدره 10%. إذا كان الثمن دواء ما في الصيدلية 64 جنيهاً،

فكم يدفع الزبون لشرائه؟

الحل: قيمة الخصم عند بيع الدواء للزبون

$$6.4 = \frac{10}{100} \times 64 = \text{جنيهاً}$$

وبهذا يدفع الزبون عند شرائه هذا الدواء مبلغاً

$$57.6 = 64 - 6.4 = \text{جنيهاً}$$

مثال 38: رفع متجر أحذية أسعاره بنسبة 35%. فإذا كان المتجر يبيع حذاء ما قبل رفع الأسعار

بمبلغ 120 جنيهاً، فبكم يرتفع سعر الحذاء؟

الحل: مقدار الارتفاع في سعر الخذاء

$$\frac{35}{100} \times 120 =$$

$$42 = \text{جنيهاً}$$

مثال 39: أودع رجل مبلغ 1,200 جنيه في صندوق التوفير، بفائدة سنوية قدرها 8 %. كم يصبح المبلغ بعد عام واحد؟

الحل: بعد عام يصبح المبلغ 108 % من المبلغ الأصلي، وبهذا يكون:

$$1,200 \times \frac{108}{100} = 1,296 \text{ جنيهاً}$$

حل آخر (مشابه):

الزيادة التي تطرأ على المبلغ بعد عام

$$1,200 \times \frac{8}{100} = 96 \text{ جنيهاً}$$

وبهذا يصير المبلغ بعد عام:

$$1200 + 96 = 1296 \text{ جنيهاً}$$

مثال 40: أودع رجل مبلغ 3,300 جنيه في صندوق التوفير بفائدة سنوية قدرها 8 % كم يكون ما تقاضاه كربح بعد سنتين، علماً بأنه يتسلم عائدته كل سنة؟

الحل: هنا يسمى هذا الربح ربحاً بسيطاً. أما إن ترك الرجل المبلغ بعد زيادته في السنة الأولى، ثم زاد المبلغ كله أي المبلغ الأصلي + ربح السنة الأولى بعد سنة ثانية - وهذه ليست الحال هنا - فيسمى ذلك ربحاً مركباً.

$$\begin{array}{r} 33 \\ 16 \times \\ \hline 198 \\ 33 \\ \hline 528 \end{array}$$

هنا يكون مجموع ما تقاضاه الرجل كربح بعد سنتين

$$3,300 \times \frac{8}{100} \times 2 =$$

$$528 = \text{جنيهاً}$$

مثال 41: في المثال السابق مباشرة إذا لم يسحب الرجل عائدته في نهاية السنة الأولى، وتركه مع المبلغ الأصلي كمبلغ جديد، فكم يكون عائد الرجل (أي ربح الرجل) في نهاية السنة الثانية؟

الحل: كما ذكرنا في المثال السابق يكون هذا ما يسمى بالربح المركب. ولحساب هذا المبلغ كله بعد سنتين

$$\begin{array}{r} 11664 \\ 33 \times \\ \hline 34992 \\ 34992 \\ \hline 384912 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 108 \times \\ \hline 864 \\ 000 \\ 108 \\ \hline 11664 \end{array}$$

$$1.08 \times 1.08 \times 3,300 =$$

$$^2 1.08 \times 3,300 =$$

$$1.1664 \times 3,300 =$$

$$= 3,849.12 \text{ جنيه}$$

ويكون عائد الرجل بعد سنتين

$$3,300 - 3,849.12 =$$

$$= 549.12 \text{ جنيهًا}$$

ويلاحظ أن عائد الرجل في حالة الربح المركب أكبر من عائده في حالة الربح البسيط، والفرق بينهما =

$$549.12 - 528 = 21.12 \text{ جنيه}$$

مثال 42: اكتب في صورة كسر واختصر إن أمكن:

(أ) 15 %	(ب) 20 %	(ج) 70 %	(د) 75 %	(هـ) 150 %
(و) 14 %	(ز) 45 %	(ح) 68 %	(ط) 120 %	(ي) 60 %
(ك) 2.5 %	(ل) 0.1 %	(م) 112.5 %	(ن) 0.05 %	(س) 6.25 %

الحل:

(أ) 15 %	$\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$	(بقسمة البسط والمقام على 5)
(ب) 20 %	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	(بقسمة البسط والمقام على 20)
(ج) 70 %	$\frac{70}{100} = \frac{7}{10}$	
(د) 75 %	$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$	(بقسمة البسط والمقام على 25)
(هـ) 150 %	$\frac{150}{100} = \frac{3}{2}$	(بقسمة البسط والمقام على 50)
(و) 14 %	$\frac{14}{100} = \frac{7}{50}$	(بقسمة البسط والمقام على 2)

(ز) 45 % $\frac{9}{20} = \frac{45}{100}$ (بقسمة البسط والمقام على 5)

(ح) 68 % $\frac{17}{25} = \frac{68}{100}$ (بقسمة البسط والمقام على 4)

(ط) 120 % $\frac{6}{5} = \frac{120}{100}$ (بقسمة البسط والمقام على 20)

(ي) 60 % $\frac{3}{5} = \frac{60}{100}$ (بقسمة البسط والمقام على 20)

(ك) 2.5 % $\frac{1}{40} = \frac{25}{1,000} = \frac{2.5}{100}$ (بقسمة البسط والمقام على 25)

(بضرب البسط والمقام في 10)

(ل) 0.1 % $\frac{1}{1,000} = \frac{0.1}{100}$ (بضرب البسط والمقام في 10)

(م) 112.5 % $\frac{9}{8} = \frac{1,125}{1,000} = \frac{112.5}{100}$ (بقسمة البسط والمقام على 125)

(بضرب البسط والمقام في 10)

(ن) 0.05 % $\frac{1}{2,000} = \frac{5}{10,000} = \frac{0.05}{100}$ (بقسمة البسط والمقام على 5)

(بضرب البسط والمقام في 100)

$$\begin{array}{r} 16 \\ 625 \overline{) 10000} \\ \underline{625} \\ 3750 \\ \underline{3750} \\ 0 \end{array}$$

(س) 6.25 % $\frac{1}{16} = \frac{625}{10,000} = \frac{6.25}{100}$

(بقسمة البسط والمقام على 625 كما هو موضح)

مثال 43: اكتب كعدد عشري:

(أ) 23 %	(ب) 95 %	(ج) 125 %	(د) 250 %	(هـ) 15 %
(و) 0.9 %	(ز) 10.8 %	(ح) 5.7 %	(ط) 0.75 %	(ي) 130 %
(ك) 1.23 %	(ل) 0.04 %	(م) 0.007 %	(ن) 500 %	(س) 270 %

الحل:

(أ) 23 % = 0.23

(ب) 95 % = 0.95

(ج) 125 % = 1.25

$$2.5 = 2.50 = \% 250 \text{ (د)}$$

$$0.15 = \% 15 \text{ (هـ)}$$

$$0.009 = \% 0.9 \text{ (و)}$$

$$0.108 = \% 10.8 \text{ (ز)}$$

$$0.057 = \% 5.7 \text{ (ح)}$$

$$0.0075 = \% 0.75 \text{ (ط)}$$

$$1.3 = 1.30 = \% 130 \text{ (ي)}$$

$$0.0123 = \% 1.23 \text{ (ك)}$$

$$0.0004 = \% 0.04 \text{ (ل)}$$

$$0.00007 = \% 0.007 \text{ (م)}$$

$$5.0 = \% 500 \text{ (ن)}$$

$$2.7 = 2.70 = \% 270 \text{ (س)}$$

مثال 44: اكتب الأعداد العشرية الآتية في صورة نسب مئوية:

0.5 (أ)	0.3 (ب)	0.75 (ج)	0.11 (د)	1.7 (هـ)
2.9 (و)	0.05 (ز)	0.15 (ح)	0.33 (ط)	0.48 (ي)

الحل:

$$0.5 (أ) = \% 100 \times 0.5 = \% 50$$

$$0.3 (ب) = \% 100 \times 0.3 = \% 30$$

$$0.75 (ج) = \% 100 \times 0.75 = \% 75$$

$$0.11 (د) = \% 100 \times 0.11 = \% 11$$

$$1.7 (هـ) = \% 100 \times 1.7 = \% 170$$

$$2.9 (و) = \% 100 \times 2.9 = \% 290$$

$$\% 5 = \% 100 \times 0.05 = 0.05 \text{ (ز)}$$

$$\% 15 = \% 100 \times 0.15 = 0.15 \text{ (ح)}$$

$$\% 33 = \% 100 \times 0.33 = 0.33 \text{ (ط)}$$

$$\% 48 = \% 100 \times 0.48 = 0.48 \text{ (ي)}$$

مثال 45: اكتب الكسور الآتية في صورة نسبة مئوية:

$$\frac{1}{2} \text{ (أ)} \quad \frac{1}{4} \text{ (ب)} \quad \frac{1}{5} \text{ (ج)} \quad \frac{3}{4} \text{ (د)} \quad \frac{3}{50} \text{ (هـ)} \quad \frac{8}{5} \text{ (و)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (ز)} \quad \frac{2}{3} \text{ (ح)}$$

الحل:

$$\% 50 = \% 100 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ (أ)}$$

$$\% 25 = \% 100 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ (ب)}$$

$$\% 20 = \% 100 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \text{ (ج)}$$

$$\% 75 = \% 100 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \text{ (د)}$$

$$\% 6 = \% 100 \times \frac{3}{50} = \frac{3}{50} \text{ (هـ)}$$

$$\% 160 = \% 100 \times \frac{8}{5} = \frac{8}{5} \text{ (و)}$$

$$\% 33.\bar{3} = \% 33.333 \dots = \% 100 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ (ز)}$$

$$\% 66.\bar{6} = \% 66.666 \dots = \% 100 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \text{ (ح)}$$

مثال 46: اكتب في صورة نسبة مئوية:

$$\frac{3}{40} \text{ (هـ)} \quad \frac{7}{4} \text{ (د)} \quad \frac{11}{25} \text{ (ج)} \quad \frac{9}{10} \text{ (ب)} \quad \frac{1}{50} \text{ (أ)}$$

$$\frac{7}{20} \text{ (ي)} \quad \frac{1}{30} \text{ (ط)} \quad \frac{5}{12} \text{ (ح)} \quad 3\frac{1}{5} \text{ (ز)} \quad 2\frac{1}{4} \text{ (و)}$$

الحل:

$$\% 2 = \% 100 \times \frac{1}{50} = \frac{1}{50} \text{ (أ)}$$

$$\% 90 = \% 100 \times \frac{9}{10} = \frac{9}{10} \text{ (ب)}$$

$$\% 44 = \% 100 \times \frac{11}{25} = \frac{11}{25} \text{ (ج)}$$

$$\% 175 = \% 25 \times 7 = \% 100 \times \frac{7}{4} = \frac{7}{4} \text{ (د)}$$

$$\% 7.5 = \% \frac{30}{40} = \% 10 \times \frac{3}{4} = \% 100 \times \frac{3}{40} = \frac{3}{40} \text{ (هـ)}$$

$$\% 225 = \% 25 \times 9 = \% 100 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4} \text{ (و)}$$

$$\% 320 = \% 20 \times 16 = \% 100 \times \frac{16}{5} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5} \text{ (ز)}$$

$$\% \frac{125}{3} = \% 25 \times \frac{5}{3} = \% 100 \times \frac{5}{12} = \frac{5}{12} \text{ (ح)}$$

$$\% 41.\bar{6} = \% 41.666 \dots =$$

$$\% 3.\bar{3} = \% 3.333 \dots = \% 100 \times \frac{1}{30} = \frac{1}{30} \text{ (ط)}$$

$$\% 35 = \% 5 \times 7 = \% 100 \times \frac{7}{20} = \frac{7}{20} \text{ (ي)}$$

مثال 47: اكتب النسبة المئوية فيما يلي:

$$100 \text{ من } 200 \text{ (أ)} \quad 7 \text{ من } 400 \text{ (ب)} \quad 12 \text{ من } 15 \text{ (ج)}$$

$$10 \text{ من } 1,000 \text{ (د)} \quad 13 \text{ من } 13 \text{ (هـ)} \quad 64 \text{ من } 800 \text{ (و)}$$

$$2.4 \text{ من } 60 \text{ (ز)} \quad 1.7 \text{ من } 50 \text{ (ح)} \quad 18.75 \text{ من } 25 \text{ (ط)}$$

الحل:

$$\% 50 = \% 100 \times \frac{100}{200} \quad 100 \text{ من } 200 \text{ تعني (أ)}$$

$$\% 1.75 = \% 100 \times \frac{7}{400} \quad 7 \text{ من } 400 \text{ تعني (ب)}$$

$$\% 80 = \% 100 \times \frac{4}{5} = \% 100 \times \frac{12}{15} \quad 12 \text{ من } 15 \text{ تعني (ج)}$$

$$\begin{aligned} \text{(د) } 10 \text{ من } 1,000 \text{ تعني } 1\% &= 100\% \times \frac{10}{1,000} \\ \text{(هـ) } 13 \text{ من } 13 \text{ تعني } 100\% &= 100\% \times \frac{13}{13} \\ \text{(و) } 64 \text{ من } 800 \text{ تعني } 8\% &= 100\% \times \frac{64}{800} \\ \text{(ز) } 2.4 \text{ من } 60 \text{ تعني } 4\% &= 100\% \times \frac{24}{600} = 100\% \times \frac{2.4}{60} \\ \text{(ح) } 1.7 \text{ من } 50 \text{ تعني } 3.4\% &= 100\% \times \frac{1.7}{50} \\ \text{(ط) } 18.75 \text{ من } 25 \text{ تعني } 75\% &= 100\% \times \frac{18.75}{25} \\ 75\% &= 75.00\% \end{aligned}$$

مثال 48: اكتب النسب المئوية فيما يلي بعد أن تكتب الآتي ككسور:

- (أ) 40 جنيهاً من 100 جنية
(ب) 35 كجم من 25 كجم
(ج) 17 كم من 20 كم
(د) 3 دقائق من 30 دقيقة
(هـ) 70 م من 200 م
(و) 30 طنًا من 50 طنًا

الحل:

$$\begin{aligned} \text{(أ) لدينا } 40 \text{ جنية من } 100 \text{ جنية } 40\% &= 100\% \times \frac{40}{100} = \frac{40}{100} \\ \text{(ب) لدينا } 35 \text{ كجم من } 25 \text{ كجم } 140\% &= 100\% \times \frac{35}{25} = \frac{35}{25} \\ \text{(ج) لدينا } 17 \text{ كم من } 20 \text{ كم } 85\% &= 100\% \times \frac{17}{20} = \frac{17}{20} \\ \text{(د) لدينا } 3 \text{ دقائق من } 30 \text{ دقيقة } 10\% &= 100\% \times \frac{3}{30} = \frac{3}{30} \\ \text{(هـ) لدينا } 70 \text{ م من } 200 \text{ م } 35\% &= 100\% \times \frac{70}{200} = \frac{70}{200} \end{aligned}$$

$$(و) \text{ لدينا } \frac{30 \text{ طنًا}}{50 \text{ طنًا}} = \frac{30}{50} = \frac{30}{50} \times \frac{100}{100} = 60\% = 2 \times 30\%$$

* لاحظ أنه عند عمل نسبة معينة تكون النسبة بين شيئين من النوع نفسه. فهي نسبة بين طولين أو كتلتين أو زمنين أو أو ... وتكون النسبة في النهاية خالية من التمييز، أي لدينا $\frac{3}{5}$ أو $\frac{2}{7}$ أو ... أو ... مثلاً.

مثال 49: أيهما أكبر في كل مما يأتي:

(أ) 3 من 5 أم 52 من 80؟

(ب) 9 من 12 أم 37 من 50؟

احسب بإحدى الطرائق التي درستها عند مقارنة الكسور، ثم احسب مرة أخرى بإيجاد النسب المئوية، وقارن.

الحل:

$$(أ) \text{ سنحسب } \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{16}{16} = \frac{48}{80} > \frac{52}{80}$$

$$\frac{52}{80} > \frac{3}{5} \quad \text{إذن}$$

$$\text{والآن } \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{52}{80} = \frac{52}{80} \times \frac{100}{100} = \frac{65}{100} = 65\%$$

$$60\% < 65\%$$

$$\frac{52}{80} > \frac{3}{5} \quad \text{إذن نتيجة متفقة (بالطبع) مع ما سبق.}$$

$$(ب) \text{ سنحسب } \frac{9}{12} = \frac{9}{12} \times \frac{50}{50} = \frac{450}{600} = \frac{150}{200} = \frac{150}{148} < \frac{37}{37}$$

$$\frac{37}{50} < \frac{9}{12} \quad \text{إذن}$$

$$\text{والآن } \% 75 = \% 25 \times 3 = \% 100 \times \frac{3}{4} = \% 100 \times \frac{9}{12} = \frac{9}{12}$$

$$\% 75 > \% 74 = \% 2 \times 37 = \% 100 \times \frac{37}{50} = \frac{37}{50}$$

$$\text{إذن } \frac{37}{50} < \frac{9}{12} \text{ كما هو متوقع مما سبق.}$$

مثال 50: في انتخابات تمثيل طلاب الفصول حصل صالح على 20 صوتاً من عدد تلاميذ الفصل 30، بينما حصل رشدي على 18 صوتاً من عدد تلاميذ فصله والبالغ 25. أيهما حصل على نسبة أعلى؟ استخدم النسبة المئوية.

الحل:

$$\text{نسبة صالح } \% 66.\bar{6} = \% 66.666 \dots = \% 100 \times \frac{20}{30} = \frac{20}{30} =$$

$$\text{نسبة رشدي } \% 72 = \% 100 \times \frac{18}{25} = \frac{18}{25} =$$

أي أن نسبة رشدي أكبر

مثال 51: عدد تلاميذ مدرسة 1,200، منهم 500 تلميذ يأتون من ضاحية المدينة. كم تكون النسبة المئوية لعدد طلاب المدينة إلى عدد طلاب المدرسة؟

$$\text{الحل: عدد تلاميذ المدينة في المدرسة } = 500 - 1,200 = 700 \text{ تلميذ}$$

$$\text{النسبة المئوية لعدد طلاب المدينة إلى عدد طلاب المدرسة } = \% 100 \times \frac{700}{1,200} =$$

$$\% 58.\bar{3} = \% 58.333 \dots =$$

مثال 52: يتحمس همام بشدة لناديه. هو يقول إن ناديه قد فاز في 60% من المباريات، وتعادل في ثلثها، وخسر مرتين فقط من عدد مبارياته البالغ 15 مباراة. هل هذا ممكن؟

$$\text{الحل: عدد المباريات التي فاز فيها نادي همام } = 15 \times \frac{60}{100} = 9 \text{ مباريات}$$

$$\text{عدد المباريات التي تعادل فيها نادي همام } = 15 \times \frac{1}{3} = 5 \text{ مباريات}$$

$$\text{العدد الكلي للمباريات حسب قول همام } = 9 + 5 + 2 (= \text{عدد المباريات الخاسرة}) = 16 \text{ مباراة}$$

لكن العدد الكلي للمباريات = 15 مباراة
إذن لا يمكن أن يكون كلام همام صحيحًا.

مثال 53: احسب:

- (أ) 4% من 600 كجم (ب) 65% من 480 كجم (ج) 14% من 875 جنيهاً
(د) 22% من 3,455 كم (هـ) 35% من 12 م (و) 3% من 5 جنيهاً
(ز) 32% من 75 سم (ح) 115% من 40 جنيهاً (ط) 3% من 3,400 لتر
الحل:

$$\begin{array}{r} 48 \\ 65 \times \\ \hline 240 \\ 288 \\ \hline 3120 \end{array}$$

$$(أ) 4\% \text{ من } 600 \text{ كم} = 600 \times \frac{4}{100} = 24 \text{ كم}$$

$$(ب) 65\% \text{ من } 480 \text{ كجم} = 480 \times \frac{65}{100} = 312 \text{ كجم}$$

$$\begin{array}{r} 875 \\ 14 \times \\ \hline 3500 \\ 875 \\ \hline 12250 \end{array}$$

$$(ج) 14\% \text{ من } 875 \text{ جنيهاً} = 875 \times \frac{14}{100} = 122.5 \text{ جنيه}$$

$$= 122.5 \text{ جنيه}$$

$$\begin{array}{r} 3455 \\ 22 \times \\ \hline 6910 \\ 6910 \\ \hline 76010 \end{array}$$

$$(د) 22\% \text{ من } 3,455 \text{ كم} = 3,455 \times \frac{22}{100} = 760.1 \text{ كم}$$

$$= 760.1 \text{ كم}$$

$$(هـ) 35\% \text{ من } 12 \text{ م} = 12 \times \frac{35}{100} = 4.2 \text{ م}$$

$$= 4.2 \text{ م}$$

$$(و) 3\% \text{ من } 5 \text{ جنيهاً} = 5 \times \frac{3}{100} = 0.15 \text{ جنيه}$$

$$(ز) 32\% \text{ من } 75 \text{ سم} = 75 \times \frac{32}{100} = 24 \text{ سم}$$

$$(ح) 115\% \text{ من } 40 \text{ جنيهاً} = 40 \times \frac{115}{100} = 46.00 \text{ جنيهاً}$$

$$46 = \text{جنيهاً}$$

$$(ط) 3\% \text{ من } 3,400 \text{ لتر} = 3,400 \times \frac{3}{100} = 102.00 \text{ لترًا}$$

$$102 = \text{لترًا}$$

مثال 54: احسب بالتقريب باستخدام قيمة مناسبة تضرب في النسبة المئوية:

$$(أ) 25\% \text{ من } 205 \text{ كجم} \quad (ب) 75\% \text{ من } 55 \text{ م} \quad (ج) 80\% \text{ من } 187 \text{ جنيهاً}$$

$$(د) 20\% \text{ من } 47 \text{ جنيهاً} \quad (هـ) 25\% \text{ من } 803 \text{ جنيهاً} \quad (و) 60\% \text{ من } 178 \text{ كجم}$$

$$(ز) \frac{2}{3} \times 66\% \text{ من } 1.44 \text{ طن} \quad (ح) 30\% \text{ من } 12.3 \text{ جنيهاً} \quad (ط) 15\% \text{ من } 75 \text{ جنيهاً}$$

الحل:

$$(أ) 25\% \text{ من } 205 \text{ كجم} = 205 \times \frac{25}{100} = 50 \text{ كجم}$$

$$(ب) 75\% \text{ من } 55 \text{ م} = 55 \times \frac{75}{100} = 45 \text{ م}$$

$$(ج) 80\% \text{ من } 187 \text{ جنيهاً} = 187 \times \frac{80}{100} = 144 \text{ جنيهاً}$$

$$(د) 20\% \text{ من } 47 \text{ جنيهاً} = 47 \times \frac{20}{100} = 10 \text{ جنيهاً}$$

$$(هـ) 25\% \text{ من } 803 \text{ جنيهاً} = 803 \times \frac{25}{100} = 200 \text{ جنيهاً}$$

$$(و) 60\% \text{ من } 178 \text{ كم} = 178 \times \frac{60}{100} = 108 \text{ كم}$$

$$(ز) \frac{2}{3} 66\% \text{ من } 1.84 \text{ طن} = \frac{200}{3}\% \text{ من } 1.84 =$$

$$1.84 \times \frac{200}{100 \times 3} = 1.84 \times \frac{\frac{200}{3}}{100} =$$

$$\frac{18}{10} \times \frac{200}{100 \times 3} = 1.8 \times \frac{200}{100 \times 3} \approx 1.2 = 1.200 \text{ طنًا.}$$

$$(ح) 30\% \text{ من } 12.3 \text{ جنيهاً} = 12.3 \times \frac{30}{100} \approx 3.6 = 12 \times \frac{30}{100} \text{ جنيهاً}$$

$$(ط) 15\% \text{ من } 75 \text{ جنيهاً} = 75 \times \frac{15}{100} \approx 11.25 = 80 \times \frac{15}{100}$$

$$12 = 12.00 \text{ جنيهاً}$$

مثال 55: احسب بالتقريب مستخدماً قيماً مناسبة للأعداد والنسب المئوية:

$$(أ) 33\% \text{ من } 205 \quad (ب) 26\% \text{ من } 105 \quad (ج) 82\% \text{ من } 198 \quad (د) 11\% \text{ من } 95$$

الحل:

$$(أ) 33\% \text{ من } 205 = 205 \times \frac{33}{100} \approx 67.65 = 200 \times \frac{30}{100} = 60.00$$

$$60 =$$

$$(ب) 26\% \text{ من } 105 = 105 \times \frac{26}{100} \approx 27.3 = 100 \times \frac{25}{100} = 25.00$$

$$25 =$$

$$(ج) 82\% \text{ من } 198 = 198 \times \frac{82}{100} \approx 162.36 = 200 \times \frac{80}{100} = 160.00$$

$$160 =$$

$$(د) 11\% \text{ من } 95 = 95 \times \frac{11}{100} \approx 10.45 = 100 \times \frac{10}{100} = 10$$

مثال 56: احسب بالتقريب مستخدماً قيماً مناسبة للنسب المئوية:

$$(أ) 9.2\% \text{ من } 300 \text{ جنيهاً} \quad (ب) 19.7\% \text{ من } 90 \text{ كجم}$$

$$(ج) 31\% \text{ من } 12 \text{ كم} \quad (د) 4.8\% \text{ من } 32 \text{ م}$$

الحل:

$$(أ) 9.2\% \text{ من } 300 \text{ جنيه} \approx 9\% \text{ من } 300 \text{ جنيه} = 300 \times \frac{9}{100} = 27.00 = 27 \text{ جنيهًا.}$$

$$(ب) 19.7\% \text{ من } 90 \text{ كجم} \approx 20\% \text{ من } 90 \text{ كجم} = 90 \times \frac{20}{100} = 18.00 = 18 \text{ كجم}$$

$$(ج) 31\% \text{ من } 12 \text{ كم} \approx 30\% \text{ من } 12 \text{ كم} = 12 \times \frac{30}{100} = 3.60 = 3.6 \text{ كم}$$

$$(د) 4.8\% \text{ من } 32 \text{ م} \approx 5\% \text{ من } 32 \text{ م} = 32 \times \frac{5}{100} = 1.60 = 1.6 \text{ م}$$

مثال 57: خفض 180 جنيهًا (أ) 10 %، (ب) 15 %، (ج) 18 % (د) 80 %

الحل:

$$(أ) 180 \text{ تصبح: } 180 - 18 = 162 \text{ جنيهًا}$$

طريقة أخرى مشابهة: التخفيض 10 % يعني أن المبلغ أصبح 90 % منه، وبالتالي فإن 180 تصبح:

$$162 = 162.00 = \frac{90}{100} \times 180$$

(ب) التخفيض 15 % يعني أن المبلغ أصبح 85 % منه

وبالتالي فإن 180 تصبح:

$$153.00 = \frac{85}{100} \times 180$$

$$153 = 153 \text{ جنيهًا}$$

(ج) التخفيض 18 % يعني أن المبلغ أصبح

82 % منه. وبالتالي فإن 180 تصبح:

$$147.60 = \frac{82}{100} \times 180$$

$$147.6 = 147.6 \text{ جنيهًا}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ 18 \times \\ \hline 680 \\ 85 \\ \hline 1530 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82 \\ 18 \times \\ \hline 656 \\ 82 \\ \hline 1476 \end{array}$$

(د) التخفيض 80 % يعني أن المبلغ أصبح 20 % منه.

وبالتالي فإن 180 تصبح:

$$180 \times \frac{20}{100} = 36.00 = 36 \text{ جنيهاً.}$$

مثال 58: في البيع بالتصفية أو للكميات الكبيرة يعطي أحد متاجر الآلات الموسيقية خصماً قدره 20

% . وفي حالة بيع أكثر من ثلاثة أقراص CD فإنه يعطي 10 % خصماً آخر على المبلغ المخفض. ادخر

ساهر مبلغاً من المال لشراء 3 أقراص CD ثمن كل منها 18 جنيهاً. هل يستطيع الآن بعد أن علم بهذا

المتجر أن يحصل بما ادخره على 4 أقراص CD ثمن كل منها 18 جنيهاً؟

الحل: المبلغ الذي ادخره ساهر = $3 \times 18 = 54$ جنيهاً.

المبلغ المطلوب لشراء أربعة أقراص CD من المتجر

$$\frac{90}{100} \times \frac{80}{100} \times 18 \times 4 = \frac{72 \times 72}{100} = \frac{100 \times 72 \times 72}{100 \times 100} =$$

$$\frac{5184}{100} = 51.84 \text{ جنيهاً}$$

(لاحظ أن $\frac{80}{100}$ هي نسبة المبلغ المدفوع نتيجة الخصم الأول، $\frac{90}{100}$

نسبة المبلغ المدفوع نتيجة الخصم الثاني)

إذن يستطيع ساهر أن يشتري أربعة أقراص CD من المتجر.

مثال 59: زاد الراتب الشهري للسيد / علام قبل سنتين بالضبط بنسبة 3 % وكان 3,000 جنيهاً.

وزاد بعد سنة بنسبة 5 % كم يبلغ راتبه الشهري قبل بداية هذا العام. احسب كذلك مجموع ما تقاضاه

في العامين الآخرين:

الحل: راتب السيد / علام قبل سنة وعدة أشهر = $3,000 \times \frac{103}{100}$

$$\frac{309}{105} \times 3090 =$$

$$\frac{309}{32445}$$

$$3,090 = 103 \times 30 =$$

$$\frac{105}{100} \times 3090 =$$

$$3,244.5 =$$

مجموع ما تقاضاه السيد / علام في العامين الآخرين

$$3,244.5 \times 12 + 3,090 \times 12 =$$

= ... جنيهاً (أكمل)

مثال 60: بسبب ارتفاع الأسعار رفع مصنع أثاث أسعاره بنسبة 6%. بينما رفع مصنع آخر أسعاره مرتين في كل مرة بنسبة 3%. إذا كان المصنعان قبل رفع الأسعار يبيعان منضدة صغيرة بمبلغ 200 جنيه، فبكم يبيعانها الآن؟

الحل: ثمن المنضدة الآن في المصنع الأول

$$212 = \frac{106}{100} \times 200 =$$

ثمن المنضدة الآن في المصنع الثاني

$$\begin{array}{r} 103 \\ 103 \times \\ \hline 309 \\ 000 \\ 103 \\ \hline 10609 \end{array} \quad \frac{103 \times 103 \times 2}{100} = \frac{103}{100} \times \frac{103}{100} \times 200 =$$

$$\frac{10609 \times 2}{100} =$$

$$212.18 = \text{جنيه}$$

مثال 61: يحتوي جسم الثدييات على 70% من الوزن ماء. لنعتبر وزن رجل 75 كجم، ووزن جمل 850 كجم.

(أ) كم لترًا من الماء في جسم الجمل وفي جسم الرجل؟

(ب) لا يتحمل الإنسان كثيرًا فقدان الماء من جسمه. فبعد فقدان 4% من مائه يبدأ المرء في الشعور بالتعب. بينما يتحمل الجمل فقدان الماء بدرجة أكبر، فلا يبدأ في الإحساس بالإرهاك إلا بعد أن يتجاوز النقص في مائه نسبة 27%. كم لترًا من الماء يستطيع المرء والجمل فقده بدون خطر؟

(ج) يستطيع الجمل أن يزيد وزنه عن طريق شرب الماء وتخزينه بنسبة 25%. كم لترًا من الماء يستطيع إذن أن يشربه؟ كم لترًا تستطيع أنت أن تشرب من الماء حتى تزيد بنفس النسبة؟!

الحل:

(أ) اللتر وزن 1 كجم

$$\text{وزن الماء في جسم الرجل} = 75 \times \frac{70}{100} = 52.50 \text{ كجم}$$

ويكون في جسم الرجل بالتالي 52.5 لتر من الماء

$$\text{وزن الماء في جسم الجمل} = 850 \times \frac{70}{100} = 595 \text{ كجم}$$

ويكون في جسم الجمل 595 لترًا من الماء

(ب) يستطيع المرء أن يفقد من جسمه مقدارًا من الماء بدون خطر

$$= 52.5 \times \frac{4}{100} = 2.1 \text{ كجم}$$

أي 2.1 لترًا

ويستطيع الجمل أن يفقد من جسمه مقدارًا من الماء بدون خطر

$$= 595 \times \frac{27}{100} = 160.65 \text{ كجم}$$

أي 160.65 لتر

$$\begin{array}{r} 595 \\ \times 27 \\ \hline 4165 \\ 1190 \\ \hline 16065 \end{array}$$

(ج) يستطيع الجمل أن يشرب - ليزيد وزنه - مقدارًا من الماء

$$= 850 \times \frac{25}{100}$$

$$= 850 \times \frac{1}{4} = 212.5 \text{ كجم}$$

أي 212.5 لتر

متروك للتلميذ أن يضرب وزنه في $\frac{25}{100}$ أي في $\frac{1}{4}$ ليعرف كم يجب أن يشرب من الماء حتى يزيد

وزنه كما يزيد وزن الجمل بنسبة 25 % !

سنشير فيما يلي إلى القيمة الأصلية بـ ق ، النسبة المئوية للزيادة بـ ف ، الزيادة بـ ز .

مثال 62 : احسب ق إذا كان

$$(أ) \quad 12 = ز ، \quad 3\% = ف$$

$$(ب) \quad 6 = ز ، \quad 6\% = ف$$

الحل :

$$(أ) \quad ز = ق \times ف$$

$$12 = ق \times \frac{3}{100} \Rightarrow ق = \frac{12}{\frac{3}{100}} = \frac{12 \times 100}{3}$$

$$400 =$$

$$\frac{100 \times 6}{6} = \frac{6}{\frac{6}{100}} = \text{ق} \Leftrightarrow \frac{6}{100} \times \text{ق} = 6 \quad (\text{ب})$$

$$100 =$$

مثال 63: احسب ق إذا كان: ف = 2% ، 3% ، 12% :

(أ) ز = 60 جنيهاً

(ب) ز = 240 جراماً

(ج) ز = 18 متراً

الحل:

(أ) ز = ق × ف

$$\frac{100 \times 60}{2} = \frac{60}{\frac{2}{100}} = \text{ق} \Leftrightarrow \frac{2}{100} \times \text{ق} = 60$$

$$3,000 = \text{جنيه}$$

$$\frac{100 \times 60}{3} = \frac{60}{\frac{3}{100}} = \text{ق} \Leftrightarrow \frac{3}{100} \times \text{ق} = 60$$

$$2,000 = \text{جنيه}$$

$$\frac{100 \times 60}{12} = \frac{60}{\frac{12}{100}} = \text{ق} \Leftrightarrow \frac{12}{100} \times \text{ق} = 60$$

$$500 = \text{جنيه}$$

$$\frac{100 \times 240}{2} = \frac{240}{\frac{2}{100}} = \text{ق} \Leftrightarrow \frac{2}{100} \times \text{ق} = 240 \quad (\text{ب})$$

$$12,000 = \text{جرام}$$

$$\frac{100 \times 240}{3} = \frac{240}{\frac{3}{100}} = \text{ق} \Leftrightarrow \frac{3}{100} \times \text{ق} = 240$$

$$8,000 = \text{جرام}$$

$$\frac{100 \times 240}{12} = \frac{240}{\frac{12}{100}} = \text{ق} \quad \frac{12}{100} \times \text{ق} = 240$$

$$2,000 \text{ جرام} =$$

$$\frac{100 \times 18}{2} = \frac{18}{\frac{2}{100}} = \text{ق} \quad \frac{2}{100} \times \text{ق} = 18 \quad (\text{ج})$$

$$900 \text{ متر} =$$

$$\frac{100 \times 18}{3} = \frac{18}{\frac{3}{100}} = \text{ق} \quad \frac{3}{100} \times \text{ق} = 18$$

$$600 \text{ متر} =$$

$$\frac{100 \times 18}{12} = \frac{18}{\frac{12}{100}} = \text{ق} \quad \frac{12}{100} \times \text{ق} = 18$$

$$150 \text{ مترًا} =$$

مثال 64: احسب ق إذا كان:

(أ) ف = 5% ، ز = 200 جنيه

(ب) ف = 25% ، ز = 12 كجم

(ج) ف = $33\frac{1}{3}\%$ ، ز = 69 طنًا

(د) ف = 40% ، ز = 320 جرامًا

(هـ) ف = 75% ، ز = 84 كجم

(و) ف = 12.5% ، ز = 35 جرامًا

الحل:

ز = ق × ف

$$\frac{100 \times 200}{5} = \frac{200}{\frac{5}{100}} = \text{ق} \quad \frac{5}{100} \times \text{ق} = 200 \quad (\text{أ})$$

4,000 جنيه =

$$\frac{100 \times 12}{25} = \frac{12}{\frac{25}{100}} = \text{ق} \leftarrow \frac{25}{100} \times \text{ق} = 12 \quad (\text{ب})$$

= 48 كجم.

$$\frac{\text{ق}}{3} = \frac{100 \times \text{ق}}{100 \times 3} = \frac{\frac{100}{3}}{100} \times \text{ق} = \frac{33\frac{1}{3}}{100} \times \text{ق} = 69 \quad (\text{ج})$$

$$\text{ق} \leftarrow 207 = 69 \times 3 \text{ طنًا.}$$

$$\frac{100 \times 320}{40} = \frac{320}{\frac{40}{100}} = \text{ق} \leftarrow \frac{40}{100} \times \text{ق} = 320 \quad (\text{د})$$

= 800 جرام.

$$\frac{100 \times 84}{75} = \frac{84}{\frac{75}{100}} = \text{ق} \leftarrow \frac{75}{100} \times \text{ق} = 84 \quad (\text{هـ})$$

$$4 \times 28 = \frac{4 \times 84}{3} =$$

= 112 كجم.

$$\frac{100 \times 35}{12.5} = \text{ق} \leftarrow \frac{12.5}{100} \times \text{ق} = 35 \quad (\text{و})$$

$$= 280 = 8 \times 35 \text{ جرامًا.}$$

مثال 65: بطرح 12 %، 60 %، 75 % من القيمة الأصلية نحصل على الآتي:

(أ) 11.44 جنيه (ب) 404.8 كجم

(ج) 21.56 جنيه (د) 63.36 سم³

فما القيمة الأصلية؟

الحل:

$$11.44 = 88 \% \text{ من القيمة الأصلية} \quad \frac{88}{100} \times \text{القيمة الأصلية} =$$

$$\frac{1,144}{88} = \frac{11.44 \times 100}{88} = \frac{11.44}{\frac{88}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \leftarrow$$

$$= 13 \text{ جنيهًا.}$$

$$11.44 = 40\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{40}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$\frac{11.44 \times 100}{40} = \frac{11.44}{\frac{40}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$28.6 \text{ جنيهاً} = \frac{1,144}{40} =$$

$$11.44 = 25\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{25}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$11.44 \times 4 = \text{القيمة الأصلية} \times \frac{1}{4} = \quad \Leftrightarrow$$

$$45.76 \text{ جنيه.}$$

$$(ب) \quad 404.8 = 88\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{88}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$\frac{404.8 \times 100}{88} = \frac{404.8}{\frac{88}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$460 \text{ كجم} = \frac{40,480}{88} = \text{(تأكد من ذلك!)}$$

$$404.8 = 40\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{40}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$\frac{404.8 \times 100}{40} = \frac{404.8}{\frac{40}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$1,012 \text{ كجم} = \frac{4,048}{4} =$$

$$404.8 = 25\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{25}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$1,619.2 \text{ كجم} = 4 \times 404.8 = \frac{404.8}{\frac{1}{4}} = \frac{404.8}{\frac{25}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$(ج) \quad 21.56 = 88\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{88}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$\frac{2,156}{88} = \frac{21.56 \times 100}{88} = \frac{21.56}{\frac{88}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$24.5 \text{ جنيه} = \text{(تأكد من ذلك!)}$$

$$21.56 = 40\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{40}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$\frac{21.56 \times 100}{40} = \frac{21.56}{\frac{40}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$53.9 \text{ جنيهًا} = \frac{2,156}{40} =$$

$$21.56 = 25\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{25}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$4 \times 21.56 = \frac{21.56}{\frac{1}{4}} = \frac{21.56}{\frac{25}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$= 86.24 \text{ جنيه.}$$

$$(د) \quad 63.36 = 88\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{88}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$\frac{6,336}{88} = \frac{63.36 \times 100}{88} = \frac{63.36}{\frac{88}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$= 72 \text{ سم}^3 \text{ (تأكد من ذلك!)}$$

$$63.36 = 40\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{40}{100} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$\frac{63.36 \times 100}{40} = \frac{63.36}{\frac{40}{100}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$= 158.4 \text{ سم}^3.$$

$$63.36 = 25\% \text{ من القيمة الأصلية} = \frac{25}{100} \times \text{القيمة الأصلية} = \frac{1}{4} \times \text{القيمة الأصلية}$$

$$4 \times 63.36 = \frac{63.36}{\frac{1}{4}} = \text{القيمة الأصلية} \quad \Leftrightarrow$$

$$= 253.44 \text{ سم}^3.$$

مثال 66: ارتفع سعر ثلاجة هذا العام بارتفاع معظم الأسعار، فكانت نسبة الزيادة في سعرها 10 %، وكان سعرها 2,200 جنيه. كم كان سعرها قبل الزيادة؟
الحل:

سعر الثلاجة بعد الزيادة = 110 % من سعرها قبل الزيادة

$$= \frac{110}{100} \times \text{سعرها قبل الزيادة}$$

$$\text{أي أن } 2,200 = \frac{110}{100} \times \text{سعرها قبل الزيادة}$$

$$\text{سعرها قبل الزيادة} = \frac{2,200 \times 100}{110} = \frac{2,200}{1.1}$$

$$= 2,000 \text{ جنيه.}$$

مثال 67: في معرض للكتاب أجرت دار نشر تخفيضًا على كتبها بنسبة 15 %، فإذا كانت الأسعار كالاتي، فما الأسعار قبل التخفيض:

- (أ) 12.75 جنيه (ب) 54.40 جنيه (ج) 102.85 جنيه
(د) 48.45 جنيه (هـ) 14.45 جنيه (و) 21.25 جنيه؟

الحل:

هذه الأسعار تمثل 85 % من الأسعار قبل التخفيض

$$(أ) 12.75 = \text{السعر قبل التخفيض} \times \frac{85}{100} = \text{السعر قبل التخفيض} \times 0.85$$

$$\Rightarrow \text{ويكون السعر قبل التخفيض} = \frac{12.75}{0.85} = \frac{100 \times 12.75}{85} = 15 \text{ جنيهًا.}$$

$$(ب) 54.40 = \text{السعر قبل التخفيض} \times \frac{85}{100} = \text{السعر قبل التخفيض} \times 0.85$$

$$\Rightarrow \text{ويكون السعر قبل التخفيض} = \frac{54.40}{0.85} = \frac{100 \times 54.40}{85} = 64 \text{ جنيهًا.}$$

$$(ج) 102.85 = \text{السعر قبل التخفيض} \times \frac{85}{100} = \text{السعر قبل التخفيض} \times 0.85$$

$$\frac{100 \times 102.85}{85} = \frac{102.85}{\frac{85}{100}} = \text{السعر قبل التخفيض} \quad \Leftarrow$$

$$121 = \frac{10,285}{85} = \text{جنيهاً.}$$

$$(د) 48.45 = \text{السعر قبل التخفيض} \times 85\% = \frac{85}{100} \times \text{السعر قبل التخفيض}$$

$$\frac{48.45 \times 100}{85} = \frac{48.45}{\frac{85}{100}} = \text{السعر قبل التخفيض} \quad \Leftarrow$$

$$57 = \frac{4,845}{85} = \text{جنيهاً.}$$

$$(هـ) 14.45 = \text{السعر قبل التخفيض} \times 85\% = \frac{85}{100} \times \text{السعر قبل التخفيض}$$

$$\frac{100 \times 14.45}{85} = \frac{14.45}{\frac{85}{100}} = \text{السعر قبل التخفيض} \quad \Leftarrow$$

$$17 = \frac{1,445}{85} = \text{جنيهاً.}$$

$$(و) 21.25 = \text{السعر قبل التخفيض} \times 85\% = \frac{85}{100} \times \text{السعر قبل التخفيض}$$

$$\frac{100 \times 21.25}{85} = \frac{21.25}{\frac{85}{100}} = \text{السعر قبل التخفيض} \quad \Leftarrow$$

$$25 = \frac{2,125}{85} = \text{جنيهاً.}$$

على الطالب أن يتأكد من صحة هذه الأجوبة.

مثال 68: في مدينة ما يوجد نحو 2.4 مليون سيارة خصوصية، 83% من هذا العدد سيارات أجرة

ونقل وخلافه. كم يكون عدد السيارات الكلي؟

الحل: عدد السيارات بخلاف السيارات الخصوصية

$$= 83\% \times 2,400,000 =$$

$$= \frac{83}{100} \times 2,400,000 =$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ 24 \times \\ \hline 332 \\ 166 \\ \hline 1992 \end{array}$$

$$1,992,000 = 83 \times 24,000 =$$

ويكون عدد السيارات الكلي في المدينة

$$1,992,000 + 2,400,000 =$$

$$4,392,000 =$$

مثال 69: في سنة 2002 كان عدد الحاصلين على الشهادة الابتدائية في إحدى المحافظات 178,000 هذا الرقم يقل 11 % عن عدد الحاصلين على الشهادة نفسها سنة 2008. كم يكون عدد الطلاب الحاصلين على هذه الشهادة سنة 2008؟

الحل: عدد الحاصلين على الشهادة الابتدائية سنة 2008 في المحافظة

$$200,000 = \frac{100}{89} \times 178,000 =$$

مثال 70: تتكون فطيرة من 30 % من الزبد، 35 % من الجبن، 35 % من الدقيق. إذا كان وزن الزبد في المطبخ 450 جراماً، ووزن الجبن 500 جرام، ووزن الدقيق 1 كجم. كم يكون أكبر وزن ممكن للفطيرة؟

الحل: أكبر وزن ممكن للفطيرة نحصل عليه إذا أخذنا كل الجبن الموجود بالمطبخ فيكون في هذه الحالة وزن الزبد

$$\frac{6}{7} \times 500 = \frac{30}{35} \times 500 =$$

$$428\frac{4}{7} = \frac{3,000}{7} =$$

أي أنه يمكن بالفعل أن يتم عمل الفطيرة لأن وزن الزبد المطلوب أقل من الوزن الموجود بالمطبخ ويكون وزن الفطيرة الكلي

$$500 + 500 + 428\frac{4}{7} =$$

(لأن وزن الدقيق = وزن الجبن = 35 % من وزن الفطيرة)

$$1,428\frac{4}{7} =$$

مثال 71: تحتوي مياه البحار عادة على نسبة ملح تقدر بـ 3.5 %، أي أن كل 100 جم من الماء تحتوي

على 3.5 جم من الملح.

(أ) إن إحساس تذوق المرء بالملح يصبح غير مقبول إذا تجاوزت نسبة الملح 0.25 %. كم يلزم إضافة ماء نقي إلى 1 كجم من ماء البحر حتى تصبح نسبة الملح 0.25 %؟

(ب) في بعض مناطق فرنسا يحصل على الملح بتبخير مياه بحار. كم يلزم من كيلو جرامات ماء بحار حتى يمكن الحصول على 1 كجم من الملح؟
الحل:

(أ) لتكن x هي وزن الماء النقي المضاف بالجرامات إلى 1,000 جم

$$\text{لدينا } \frac{2.5}{1,000} = \frac{35}{1,000 + x}$$

$$\left(\frac{2.5}{1,000} = \frac{25}{1,0000} \text{ تعني } 0.25\% \right)$$

$$\text{أي أن } 1,000 \times (1,000 + x) \times \frac{35}{1,000 + x}$$

$$1,000 \times (1,000 + x) \times \frac{2.5}{1,000} =$$

$$(1,000 + x) \times 2.5 = 1,000 \times 35 \quad \Leftrightarrow$$

$$2,500 + x \times 2.5 = 35,000 \quad \Leftrightarrow$$

$$2,500 - 35,000 = x \times 2.5 \quad \Leftrightarrow$$

$$32,500 =$$

$$\frac{325,000}{25} = \frac{32,500}{2.5} = x$$

$$13,000 = \text{جرام}$$

(ب) لتكن كمية الماء اللازم تبخيرها حتى يمكن الحصول على 1 كجم من الملح x جم

$$\text{لدينا } \frac{1,000}{x} = \frac{35}{1,000}$$

(لاحظ أن 3.5 جم في كل 100 جم تعني 35 جم في كل 1,000 جم،

1 كجم (كما تعلم) = 1,000 جم)

$$\begin{array}{r}
 28.571 \\
 35 \overline{) 1000} \\
 \underline{70} \\
 300 \\
 \underline{280} \\
 200 \\
 \underline{175} \\
 250 \\
 \underline{245} \\
 50 \\
 \underline{35} \\
 150
 \end{array}$$

$$\frac{1,000 \times x \times 1,000}{x} = \frac{x \times 1,000 \times 35}{1,000} \quad \Leftrightarrow$$

$$1,000 \times 1,000 = x \times 35 \quad \Leftrightarrow$$

$$\text{جرام} \frac{1,000 \times 1,000}{35} = x \quad \Leftrightarrow$$

$$\text{كجم} \frac{1,000}{35} =$$

$$\approx 28.571 \text{ كجم}$$

مثال 72: اشترت عائلة السيد / نجم ثلاجة. وخفضت البائعة 20 % من ثمن الثلاجة كما هو معلن للجميع. ولأن السيد / نجم دفع نقدًا، فقد خفضت البائعة من السعر المخفض 3 % كذلك. وفي النهاية تكلفت الثلاجة 2,910 جنيه.

(أ) كم يكون ثمن الثلاجة قبل إجراء التخفيضين؟

(ب) لقد صاح السيد / نجم قائلاً: لقد خفضت البائعة لنا 23 % هل هذا صحيح؟

الحل:

(أ) ليكن x هو الثمن الأصلي للثلاجة قبل إجراء التخفيض الأول بالجنهات بعد إجراء التخفيض

$$\text{الأول أصبح ثمن الثلاجة } x \times \frac{80}{100}$$

$$\text{التخفيض الثاني} = x \times \frac{80}{100} \times \frac{3}{100} = x \frac{24}{1,000}$$

$$\text{أي أن التخفيض الثاني} = x 0.024$$

وبهذا يكون ثمن الثلاجة بعد إجراء التخفيضين

$$= x 0.800 - x 0.024$$

$$= x 0.776$$

ويكون لدينا

$$2,910 = x 0.776$$

$$\begin{array}{r}
 3.75 \\
 776 \overline{) 2910} \\
 \underline{2328} \\
 5820 \\
 \underline{5432} \\
 3880 \\
 \underline{3880} \\
 0
 \end{array}$$

$$\frac{2,910,000}{776} = \frac{2,910}{0.776} = x \text{ أن جنيه}$$

$$= 3,750 \text{ جنيه}$$

أي أن ثمن الثلاجة قبل إجراء التخفيضين = 3,750 جنيه

(ب) لقد كان ثمن الثلاجة x وأصبح بعد إجراء التخفيضين $0.776x$ أي أن السعر أصبح 0.776 من السعر الأصلي، أي أن التخفيض الكلي = 0.224 من السعر الأصلي أي أنه 22.4% ، وليس كما توهم السيد/ نجم! (يبدو أنه ضعيف في الحساب!)

مثال 73: احسب ف إذا كان:

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| (أ) ق = 200، ز = 24 | (ب) ق = 860، ز = 559 |
| (ج) ق = 72، ز = 61.2 | (د) ق = 1240، ز = 868 |
| (هـ) ق = 1580، ز = 663.6 | (و) ق = 1090، ز = 196.2 |
| (ح) ق = 6920، ز = 3806 | (ط) ق = 498، ز = 423.3 |
| (ي) ق = 48.5، ز = 15.52 | (ك) ق = 960، ز = 80 |

الحل:

$$(أ) \text{ ف} = \frac{24}{200} \times 100\% = 12\%$$

$$(ك) \text{ ف} = \frac{80}{960} \times 100\% = \frac{1}{12} \times 100\% = 8\frac{1}{3}\%$$

وأكمل...

مثال 74: ما النسبة المئوية للزيادة التي تناظر 12 جنيهًا، 36 جنيهًا، 108 جنيهًا من:

- | | | | |
|-----------------|--------------------|-----------------|---------------|
| (أ) 60 جنيهًا | (ب) 108 جنيهًا | (ج) 12.5 جنيهًا | (د) 3000 جنيه |
| (هـ) 250 جنيهًا | (و) 2400 جنيه | (ز) 100 جنيهًا | (ح) 1875 جنيه |
| (ط) 6.25 جنيهًا | (ي) 468.75 جنيهًا؟ | | |

الحل:

$$\% 20 = \% 100 \times \frac{1}{5} = \% 100 \times \frac{12}{60} = \text{ف (أ)}$$

$$\% 60 = \% 100 \times \frac{3}{5} = \% 100 \times \frac{36}{60} = \text{ف}$$

$$\% 180 = \% 100 \times \frac{9}{5} = \% 100 \times \frac{108}{60} = \text{ف}$$

$$\% 11 \frac{1}{9} = \% 100 \times \frac{1}{9} = \% 100 \times \frac{12}{108} = \text{ف (ب)}$$

$$\% 33 \frac{1}{3} = \% 100 \times \frac{1}{3} = \% 100 \times \frac{36}{108} = \text{ف}$$

$$\% 100 = \% 100 \times \frac{108}{108} = \text{ف}$$

وأكمل ...

مثال 75: اكتب على هيئة كسر في أبسط صورة، ثم على هيئة نسبة مئوية:

(أ) 35 من 70	(ب) 40 من 50	(ج) 30 من 120
(د) 45 من 60	(هـ) 24 من 72	(و) 18 من 27
(ز) 45 من 75	(ح) 12 من 96	(ط) 36 من 40

الحل:

$$\frac{1}{2} = \frac{35}{70} \quad (\text{أ})$$

$$\% 50 = \% 100 \times \frac{1}{2} =$$

$$\frac{4}{5} = \frac{40}{50} \quad (\text{ب})$$

$$\% 80 = \% 100 \times \frac{4}{5} =$$

$$\frac{1}{4} = \frac{30}{120} \quad (\text{ج})$$

$$\% 25 = \% 100 \times \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{4} = \frac{45}{60} \quad (\text{د})$$

$$\% 75 = \% 100 \times \frac{3}{4} =$$

$$\frac{1}{3} = \frac{24}{72} \quad (\text{هـ})$$

$$\% 33 \frac{1}{3} = \% 100 \times \frac{1}{3} =$$

$$\frac{2}{3} = \frac{18}{27} \quad (\text{و})$$

$$\% 66 \frac{2}{3} = \% 100 \times \frac{2}{3} =$$

$$\frac{3}{5} = \frac{45}{75} \quad (\text{ز})$$

$$\% 60 = \% 100 \times \frac{3}{5} =$$

$$\frac{1}{8} = \frac{12}{96} \quad (\text{ح})$$

$$\% 12 \frac{1}{2} = \% 100 \times \frac{1}{8} =$$

$$\frac{9}{10} = \frac{36}{40} \quad (\text{ط})$$

$$\% 90 = \% 100 \times \frac{9}{10} =$$

مثال 76: احسب ف باستخدام قيم تقريبية لـ ق:

$$(أ) \quad ق = 102, \quad ز = 7 \quad (ب) \quad ق = 48, \quad ز = 10$$

$$(ج) \quad ق = 29, \quad ز = 6 \quad (د) \quad ق = 98, \quad ز = 11$$

$$(هـ) \quad ق = 51, \quad ز = 25 \quad (و) \quad ق = 87, \quad ز = 30$$

$$(ز) \quad ق = 2.1, \quad ز = 0.4 \quad (ح) \quad ق = 35.5, \quad ز = 7$$

الحل:

$$(أ) \quad \text{سنأخذ } ق = 100.$$

$$\% 7 = \% 100 \times \frac{7}{100} = \text{ف} \quad \Leftarrow$$

$$(ب) \quad \text{سنأخذ } ق = 50$$

$$\% 20 = \% 100 \times \frac{10}{50} = \text{ف} \quad \Leftarrow$$

(ج) سنأخذ ق = 30

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{6}{30} \times 100 \% = 20 \%$$

(د) سنأخذ ق = 100

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{11}{100} \times 100 \% = 11 \%$$

(هـ) سنأخذ ق = 50

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{25}{50} \times 100 \% = 50 \%$$

(و) سنأخذ ق = 90

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{30}{90} \times 100 \% = 33\frac{1}{3} \%$$

(ز) سنأخذ ق = 2

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{0.4}{2} \times 100 \% = 20 \%$$

(ح) سنأخذ ق = 35

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{7}{35} \times 100 \% = 20 \%$$

مثال 77: احسب ف باستخدام قيم تقريبية لـ ز:

(أ) ق = 50 ، ز = 23 (ب) ق = 200 ، ز = 8.1

(ج) ق = 240 ، ز = 39 (د) ق = 800 ، ز = 77

(هـ) ق = 1.25 ، ز = 0.49 (و) ق = 45 ، ز = 32.5

الحل:

(أ) سنأخذ ز = 25

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{25}{50} \times 100 \% = 50 \%$$

(ب) سنأخذ ز = 8

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{8}{200} \times 100 \% = 4 \%$$

(ج) سنأخذ $z = 40$

$$\% 16 - \frac{2}{3} = \% 100 \times \frac{1}{6} = \% 100 \times \frac{40}{240} = \text{ف} \quad \Leftrightarrow$$

(د) سنأخذ $z = 80$

$$\% 10 = \% 100 \times \frac{80}{800} = \text{ف} \quad \Leftrightarrow$$

(هـ) سنأخذ $z = 0.5$

$$\% 40 = \% 100 \times \frac{2}{5} = \% 100 \times \frac{50}{125} = \% 100 \times \frac{0.5}{1.25} = \text{ف} \quad \Leftrightarrow$$

(و) سنأخذ $z = 30$

$$\% 66 - \frac{2}{3} = \% 100 \times \frac{2}{3} = \% 100 \times \frac{30}{45} = \text{ف} \quad \Leftrightarrow$$

مثال 78: احسب ف باستخدام قيم تقريبية لـ ق، ز:

$$(أ) \quad \text{ق} = 51, \text{ ز} = 11 \quad (ب) \quad \text{ق} = 35, \text{ ز} = 11$$

$$(ج) \quad \text{ق} = 210, \text{ ز} = 43 \quad (د) \quad \text{ق} = 901, \text{ ز} = 296$$

$$(هـ) \quad \text{ق} = 10.4, \text{ ز} = 6.5 \quad (و) \quad \text{ق} = 0.81, \text{ ز} = 0.38$$

الحل:

$$(أ) \quad \text{نأخذ ق} = 50, \text{ ز} = 10$$

$$\% 20 = \% 100 \times \frac{10}{50} = \text{ف} \quad \Leftrightarrow$$

$$(ب) \quad \text{نأخذ ق} = 30, \text{ ز} = 10$$

$$\% 33 - \frac{1}{3} = \% 100 \times \frac{10}{30} = \text{ف} \quad \Leftrightarrow$$

$$(ج) \quad \text{نأخذ ق} = 200, \text{ ز} = 40$$

$$\% 20 = \% 100 \times \frac{40}{200} = \text{ف} \quad \Leftrightarrow$$

$$(د) \quad \text{نأخذ ق} = 900, \text{ ز} = 300$$

$$\% 33 - \frac{1}{3} = \% 100 \times \frac{300}{900} = \text{ف} \quad \Leftrightarrow$$

$$(هـ) \quad \text{نأخذ ق} = 10, \text{ ز} = 6$$

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{6}{10} \times 100\% = 60\%$$

$$(و) \text{ نأخذ } 0.8 = \text{ز}, 0.4 = \text{ف}$$

$$\Leftrightarrow \text{ف} = \frac{0.4}{0.8} \times 100\% = 50\%$$

$$\begin{array}{r} 0.77916 \dots \\ \downarrow \\ 240 \overline{) 1870} \\ \underline{1680} \\ 1900 \\ \underline{1680} \\ 2200 \\ \underline{2160} \\ 400 \\ \underline{240} \\ 1600 \\ \underline{1440} \\ 160 \end{array}$$

مثال 79: احسب النسبة المئوية لـ 187 من 240، مقرباً الجواب إلى أقرب رقمين عشريين.

$$\text{الحل: نجري القسمة المطولة} = \frac{187}{240}$$

خارج القسمة ... 0.7791666 ويكون الجواب: 77.916%

ويكون الجواب (النسبة المئوية) مقرباً إلى أقرب رقمين عشريين

هو 77.92%

(لأن 6 < 5)

مثال 80: أعلنت إحدى دور السينما عن أن ثمن تذكرة واحدة هو 8 جنيهات، بينما يكون ثمن عشر

تذاكر هو 72.5 جنيهًا. كم تكون النسبة المئوية لثمن عشر تذاكر مجتمعة إلى ثمن عشر تذاكر متفرقة؟

الحل: ثمن عشر تذاكر متفرقة = $10 \times 8 = 80$ جنيهًا

النسبة المئوية لثمن عشر تذاكر مجتمعة إلى ثمن عشر تذاكر متفرقة =

$$\% \frac{72.5}{8} = \% 100 \times \frac{72.5}{80}$$

$$= 90.625\%$$

مثال 81: في أحد الانتخابات حصل مرشح على 25,025 صوتاً من 55,000 صوت. وكان المرشح

نفسه قد حصل قبل سنوات في الانتخاب في الدائرة نفسها على نسبة أصوات 44%. هل حدث

ارتفاع في نسبة الأصوات التي حصل عليها في المرة الثانية عن المرة الأولى؟

الحل: النسبة المئوية للأصوات التي حصل عليها المرشح في المرة الثانية

$$= \% 100 \times \frac{25,025}{55,000}$$

$$= 45.5\% \text{ (تأكد من هذه النتيجة)}$$

إذن حدث ارتفاع في نسبة الأصوات في المرة الثانية عن المرة الأولى

مثال 82: ذهب سامر إلى حفل بدار الأوبرا، وهناك قرر أن عدد الحاضرين 2,000. وفي اليوم التالي قرأ في الصحف أن عدد الحاضرين كان 2,250 كم تكون النسبة المئوية للخطأ في تقديره؟

الحل: عدد الحاضرين بالفعل - عدد الحاضرين المقرر

$$= 2,250 - 2,000 = 250 \text{ فردًا}$$

النسبة المئوية للخطأ في تقدير سامر

$$= \frac{250}{2,250} \times 100\%$$

$$= \frac{2,500}{2,250} \times 100\% = \frac{25,000}{2,250} \times 100\%$$

$$= \frac{1}{9} \times 100\% = 11\frac{1}{9}\%$$

(لاحظ أننا قسمنا الخطأ على العدد الصحيح للحاضرين وليس العدد المقدّر للحاضرين)

مثال 83: عندما نقيس بالمسطرة قطعة مستقيمة طولها كما رأينا 8 ملليمترًا مثلاً فإن طولها الحقيقي يتراوح بين 7.5 ملليمترًا، 8.5 ملليمترًا. كذلك إن نحن قسنا قطعة مستقيمة طولها كما رأينا 8 سم فإن طولها الحقيقي يتراوح بين 8.05 سم، 7.95 سم. كم يكون الخطأ النسبي المئوي في الحالتين؟

الحل: عندما كان قياسنا للقطعة = 8 ملليمترًا كان الخطأ النسبي المئوي

$$= \frac{0.5}{8} \times 100\% = \frac{50}{8}\% = 6.25\%$$

عندما كان قياسنا للقطعة = 8 سم كان الخطأ النسبي المئوي

$$= \frac{0.05}{8} \times 100\% = \frac{5}{8}\% = 0.625\%$$

مثال 84: في نادٍ للشباب يوجد 12 فتاة، 18 فتى كأعضاء. كيف تتغير النسبة المئوية للفتيات إذا انضم للنادي:

(أ) ثلاث فتيات

(ب) ثلاثة فتيان؟

الحل: النسبة المئوية للفتيات قبل انضمام ثلاث فتيات

$$= \frac{12}{18 + 12} \times 100\%$$

$$\% 100 \times \frac{12}{30} =$$

$$\% 40 =$$

(أ) بعد انضمام ثلاث فتيات للنادي تصبح النسبة المئوية للفتيات

$$\% 100 \times \frac{15}{18 + 15} =$$

$$\% 100 \times \frac{15}{33} =$$

$$\% 45 \frac{5}{11} = \% \frac{500}{11} =$$

أي أن النسبة المئوية للفتيات ارتفعت بمقدار

$$\% 5 \frac{5}{11} = \% 40 - \% 45 \frac{5}{11}$$

(ب) بعد انضمام الفتيان الثلاثة للنادي تصبح النسبة المئوية للفتيات

$$\% 100 \times \frac{12}{21 + 12} =$$

$$\% 100 \times \frac{12}{33} =$$

$$\% 36 \frac{4}{11} = \% \frac{400}{11} =$$

أي أن النسبة المئوية للفتيات انخفضت بمقدار

$$\% 3 \frac{7}{11} = \% 36 \frac{4}{11} - \% 40$$

مثال 85: طرح معهد لقياس الرأي سؤالاً عن ممارسة الرياضة وأجاب نصف المشتركين في الإجابة

عن السؤال بأنهم يمارسون بعض الألعاب الرياضية. كم تكون النسبة المئوية للذين يمارسون الرياضة؟

وطرحت إحدى الصحف سؤالاً: هل تشترك في نادٍ؟ فإذا علمت أن ثلثي قارئ الصحيفة يقرأون

صفحات الرياضة، وأجاب واحد من كل عشرة منهم بأنه يشترك في نادٍ، فكم تكون النسبة المئوية

للمشاركين في نادٍ من قارئ الصحيفة، علماً بأنه ليس من المتوقع أن يشترك إنسان في نادٍ، ولا يقرأ

صفحات الرياضة؟

الحل: النسبة المئوية للذين يمارسون الرياضة كما جاء عند معهد قياس الرأي

$$\% 50 = \% 100 \times \frac{1}{2} =$$

النسبة المئوية للمشاركين في ناد من قراء الصحيفة

$$\% 100 \times \frac{1}{10} \times \frac{2}{3} =$$

$$\% 6 \frac{2}{3} = \% \frac{20}{3} =$$

مثال 86: يستطيع ميزان خطابات أن يقرأ جراماً واحداً، بينما يستطيع ميزان المطبخ أن يقرأ 5 جرامات بالضبط.

(أ) كم يكون الخطأ المطلق في قياس كل من الميزانين؟

(ب) كم يكون الخطأ النسبي المئوي إذا قرأ ميزان الخطابات 24 جراماً، بينما قرأ ميزان المطبخ 25 جراماً؟

الحل:

(أ) الخطأ المطلق في قراءة ميزان الخطابات = جراماً واحداً.

والخطأ المطلق في قراءة ميزان المطبخ = 5 جرامات

(ب) الخطأ النسبي المئوي في قراءة 24 جراماً بميزان الخطابات

$$\% 100 \times \frac{1}{24} =$$

$$\% \frac{25}{6} = \% \frac{100}{24} =$$

$$\% 4 \frac{1}{6} =$$

الخطأ النسبي في قراءة 25 جراماً بميزان المطبخ

$$\% 100 \times \frac{5}{25} =$$

$$\% 20 =$$

مثال 87: احسب الربح الذي يحصل عليه رجل وضع 1,200 جنيه في البنك بفائدة سنوية قدرها:

$$\% 2 \text{ (أ)} \quad \% 6 \text{ (ب)} \quad \% 12 \frac{1}{2} \text{ (ج)} \quad \% 15 \text{ (د)}$$

(هـ) $8\frac{1}{3}\%$ (و) 14% (ز) $10\frac{1}{2}\%$ (ح) 9%

بعد سنة من إيداعه المبلغ

الحل:

(أ) الربح $= \frac{2}{100} \times 1,200 = 24$ جنيهاً

(ب) الربح $= \frac{6}{100} \times 1,200 = 72$ جنيهاً

(ج) الربح $= \frac{12\frac{1}{2}}{100} \times 1,200 = \frac{\frac{25}{2}}{100} \times 1,200 = 150$ جنيهاً

(د) الربح $= \frac{15}{100} \times 1,200 = 180$ جنيهاً

(هـ) الربح $= \frac{8\frac{1}{3}}{100} \times 1,200 = \frac{\frac{25}{3}}{100} \times 1,200 = 100$ جنيهاً

(و) الربح $= \frac{14}{100} \times 1,200 = 168$ جنيهاً

(ز) الربح $= \frac{10\frac{1}{2}}{100} \times 1,200 = \frac{\frac{21}{2}}{100} \times 1,200 = 126$ جنيهاً

(ح) الربح $= \frac{9}{100} \times 1,200 = 108$ جنيهاً

مثال 88: أودع رجل في مصرف (بنك) مبلغاً من المال بفائدة سنوية قدرها 5% فما المبلغ الذي أودعه إذا حصل في نهاية العام على:

(أ) 15 جنيهاً (ب) جنيهين (ج) 4.10 جنيه

(د) 85 جنيهاً (هـ) 132 جنيهاً (و) 60 جنيهاً؟

الحل: ليكن المبلغ المودع هو x

$$\frac{5}{100} \times x = 15 \quad (أ)$$

$$\frac{100 \times 15}{5} = \frac{15}{\frac{5}{100}} = x \quad \Leftrightarrow$$

300 = جنيه

أي أن الرجل أودع 300 جنيه
طريقة أخرى مشابهة:

15 = جنيهًا	5 % من المبلغ
3 = جنيهات	1 % من المبلغ $\Leftrightarrow$
300 = 100 × 3 = جنيه	100 % من المبلغ $\Leftrightarrow$
جنيهين =	5 % من المبلغ (ب)
$\frac{2}{5}$ جنيه =	1 % من المبلغ $\Leftrightarrow$
$40 = \frac{2}{5} \times 100 =$ جنيهًا	100 % من المبلغ $\Leftrightarrow$

أي أن الرجل أودع 40 جنيهًا

4.10 = جنيه	5 % من المبلغ (ج)
0.82 = جنيه	1 % من المبلغ $\Leftrightarrow$
82 = جنيهًا	100 % من المبلغ $\Leftrightarrow$

أي أن الرجل أودع 82 جنيهًا

85 = جنيهًا	5 % من المبلغ (د)
17 = جنيهًا	1 % من المبلغ $\Leftrightarrow$
1,700 = جنيه	100 % من المبلغ $\Leftrightarrow$

أي أن الرجل أودع 1,700 جنيه

132 = جنيهًا	5 % من المبلغ (هـ)
26.4 = جنيهًا	1 % من المبلغ $\Leftrightarrow$
2,640 = جنيهًا	100 % من المبلغ $\Leftrightarrow$

أي أن الرجل أودع 2,640 جنيهًا

60 = جنيهًا	5 % من المبلغ (و)
-------------	-------------------

$$\Leftrightarrow 1\% \text{ من المبلغ} = 12 \text{ جنيهاً}$$

$$\Leftrightarrow 100\% \text{ من المبلغ} = 1,200 \text{ جنية}$$

أي أن الرجل أودع 1,200 جنية

مثال 89: ما الفائدة السنوية التي تعطي مبلغًا من المال قدره 2,500 جنية ربحًا في نهاية العام قدره:

(أ) 50 جنيهاً (ب) 250 جنيهاً (ج) 300 جنية (د) 275 جنيهاً

(هـ) 450 جنيهاً (و) 12.5 جنية (ز) 7.5 جنية (ح) 100 جنية؟

$$\text{الحل: الفائدة السنوية} = \frac{\text{الربح في نهاية العام}}{\text{المبلغ المودع}} \times 100\%$$

$$\text{(أ) الفائدة السنوية} = 100\% \times \frac{50}{2,500} = 2\%$$

$$\text{(ب) الفائدة السنوية} = 100\% \times \frac{250}{2,500} = 10\%$$

$$\text{(ج) الفائدة السنوية} = 100\% \times \frac{300}{2,500} = \frac{300}{25}\%$$

$$= 12\%$$

$$\text{(د) الفائدة السنوية} = 100\% \times \frac{275}{2,500} = 11\%$$

$$\text{(هـ) الفائدة السنوية} = 100\% \times \frac{450}{2,500} = 100\% \times \frac{4.50}{25} =$$

$$= 18\%$$

$$\text{(و) الفائدة السنوية} = 100\% \times \frac{12.5}{2,500} = \frac{12.5}{25}\%$$

$$= 0.5\%$$

$$\text{(ز) الفائدة السنوية} = 100\% \times \frac{7.5}{2,500} = \frac{7.5}{250}\%$$

$$= 0.3\%$$

$$\text{(ح) الفائدة السنوية} = 100\% \times \frac{100}{2,500} = 4\%$$

مثال 90: ما المبلغ الذي يعطي ربحًا في نهاية العام قدره 750 جنيهاً إذا كانت الفائدة السنوية هي:

(أ) 3% (ب) 7.5% (ج) 4% (د) 12.5%

(هـ) 6.25% (و) 24% (ز) 15% (ح) 3.75%

الحل: الربح في نهاية العام = المبلغ المودع × الفائدة السنوية

$$\frac{\text{الربح في نهاية العام}}{\text{الفائدة السنوية}} = \text{أي أن المبلغ المودع}$$

(أ) المبلغ المودع $= \frac{750}{\frac{3}{100}} = \frac{100 \times 750}{3} = 25,000$ جنيه

(ب) المبلغ المودع $= \frac{750}{\frac{7.5}{100}} = \frac{100 \times 750}{7.5} = 10,000$ جنيه

(ج) المبلغ المودع $= \frac{750}{\frac{4}{100}} = \frac{100 \times 750}{4} = 18,750$ جنيهًا

(د) المبلغ المودع $= \frac{750}{\frac{12.5}{100}} = \frac{100 \times 750}{12.5} = 6,000$ جنيه

(هـ) المبلغ المودع $= \frac{750}{\frac{6.25}{100}} = \frac{100 \times 750}{6.25} = 12,000$ جنيه

$$\frac{10,000 \times 750}{625} =$$

$$12,000 = 10,000 \times 1.2 =$$

(و) المبلغ المودع $= \frac{750}{\frac{24}{100}} = \frac{100 \times 750}{24} = 3,125$ جنيهًا

(ز) المبلغ المودع $= \frac{750}{\frac{15}{100}} = \frac{100 \times 750}{15} = 5,000$ جنيه

(ح) المبلغ المودع $= \frac{750}{\frac{3.75}{100}} = \frac{100 \times 750}{3.75} = 20,000$ جنيه

مثال 91: ما الفائدة السنوية إذا كان الربح بعد عام من الإيداع 240 جنيهًا، وكان المبلغ:

(أ) 2,000 جنيه (ب) 6,000 جنيه (ج) 3,600 جنيه (د) 6,400 جنيه

(هـ) 1,600 جنيه (و) 1,250 جنيهًا؟

الحل:

(أ) الفائدة السنوية	$\% 12 = \% 100 \times \frac{240}{2,000} =$
(ب) الفائدة السنوية	$\% 4 = \% 100 \times \frac{240}{6,000} =$
(ج) الفائدة السنوية	$\% 6\frac{2}{3} = \% \frac{20}{3} = \% 100 \times \frac{240}{3,600} =$
(د) الفائدة السنوية	$\% 3\frac{3}{4} = \% 100 \times \frac{240}{6,400} =$
(هـ) الفائدة السنوية	$\% 15 = \% 100 \times \frac{240}{1,600} =$
(و) الفائدة السنوية	$\% 19.2 = \% 100 \times \frac{240}{1,250} =$

مثال 92: بنك يقرض بفائدة سنوية قدرها 9.5%. ما الذي يدفعه المرء في السنة نظير اقتراضه مبلغاً هو:

(أ) 70,000 جنيه	(ب) 120,000 جنيه	(ج) 150,000 جنيه
(د) 14,000 جنيه	(هـ) 220,000 جنيه	(و) 95,000 جنيه

الحل:

(أ) ما يدفعه المقرض	$\frac{9.5}{100} \times 70,000 =$	$9.5 \times 700 =$
		6,650 جنيهاً
(ب) ما يدفعه المقرض	$\frac{9.5}{100} \times 120,000 =$	$9.5 \times 1,200 =$
		11,400 جنيه
(ج) ما يدفعه المقرض	$\frac{9.5}{100} \times 150,000 =$	$9.5 \times 1,500 =$
		14,250 جنيهاً
(د) ما يدفعه المقرض	$\frac{9.5}{100} \times 14,000 =$	$9.5 \times 140 =$
		1,330 جنيهاً
(هـ) ما يدفعه المقرض	$\frac{9.5}{100} \times 220,000 =$	$9.5 \times 2,200 =$

$$= 20,900 \text{ جنيه}$$

$$(و) \text{ ما يدفعه المقترض} = \frac{9.5}{100} \times 95,000 = 9.5 \times 950 =$$

$$= 9,025 \text{ جنيهاً}$$

على الطالب أن يتأكد من صحة هذه الأجوبة

مثال 93: تحتاج السيدة/ ليلي إلى الاقتراض من البنك الذي يقترض بفائدة سنوية قدرها 8 %، لكنها لا تستطيع أن تدفع نظير اقتراضها أكثر من 1,000 جنيه في السنة. ما المبلغ الذي يمكنها أن تقترضه؟

الحل: ما تدفعه السيدة/ ليلي نظير الاقتراض = المبلغ الذي تقترضه $\times$ الفائدة السنوية

$$1,000 = \text{المبلغ الذي تقترضه} \times \frac{8}{100}$$

$$\text{المبلغ الذي تقترضه} = \frac{100 \times 1,000}{8} = 12,500 \text{ جنيه}$$

مثال 94: أودع الأخوان يحيى وهدى مبلغين متساويين في بنكين مختلفين. يعطى بنك يحيى $4\frac{1}{2}\%$

فائدة سنوية، بينما يعطى بنك هدى 4 % فائدة سنوية. وفي نهاية العام وجد أن ربح مبلغ يحيى يزيد

على ربح مبلغ هدى بـ 2.3 جنيهاً. ما المبلغ الذي أودعه كلاهما في البنكين؟

الحل:

الفرق بين الفائدتين السنويتين لبنكي يحيى وهدى

$$= 4\frac{1}{2}\% - 4\% = \frac{1}{2}\%$$

هذا الفرق يناظر 2.3 جنيهاً

$$\text{إذن } 1\% \text{ يناظر } 2.3 \times 2 = 4.6 \text{ جنيهاً}$$

بالتالي فإن 100 % تناظر

$$460 = 4.6 \times 100 \text{ جنيهاً}$$

إذن المبلغ الذي أودعه كلاهما هو

$$460 \text{ جنيهاً}$$

مثال 95: أودع مبلغ 12,000 جنيه في مصرف بفائدة سنوية قدرها 8 %. كم يبلغ هذا المبلغ بعد

عامين من الإيداع؟

الحل: يصبح المبلغ بعد عام واحد: $12,000 \times \frac{108}{100}$ جنيهاً
وبعد عام آخر أي بعد عامين من الإيداع يصير المبلغ

$$\frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \times 12,000$$

$$\frac{11,664}{10,000} \times 12,000 =$$

$$13,996.8 = \text{جنيهاً}$$

$$\begin{array}{r} 11664 \\ 12 \times \\ \hline 23328 \\ 11664 \\ \hline 139968 \end{array}$$

(تذكر هذا ما يسمى بالربح المركب)

مثال 96: ذهب فارس إلى المسرح. ولحسن حظه كانت معه بطاقته المدرسية. كم يكون قد وفر في المائة بالمقارنة بالبالغين في مختلف الأماكن

الصف	البالغون	التلاميذ
1 - 10	48 جنيهاً	42 جنيهاً
11 - 20	36 جنيهاً	27 جنيهاً
21 - 30	24 جنيهاً	18 جنيهاً
الأماكن العلوية	15 جنيهاً	7.5 جنيهاً

الحل: التوفير بالنسبة للصفوف 1 - 10 =

$$48 - 42 = 6 \text{ جنيهاً}$$

ويكون التوفير النسبي المئوي بالمقارنة بالبالغين

$$\% 100 \times \frac{1}{8} = \% 100 \times \frac{6}{48} =$$

$$12.5 \% =$$

التوفير بالنسبة للصفوف 11 - 20

$$36 - 27 = 9 \text{ جنيهاً}$$

ويكون التوفير النسبي المئوي بالمقارنة بالبالغين

$$\% 100 \times \frac{9}{36} =$$

$$25 \% =$$

التوفير بالنسبة للصفوف 21 - 30

$$24 - 18 = 6 \text{ جنيهاً}$$

ويكون التوفير النسبي المئوي بالمقارنة بالبالغين

$$\% 25 = \% 100 \times \frac{6}{24} =$$

التوفير بالنسبة للأماكن العلوية

$$7.5 = 15 - 7.5 =$$

ويكون التوفير النسبي المئوي بالمقارنة بالبالغين

$$\% 50 = \% 100 \times \frac{7.5}{15} =$$

مثال 97: علبة لحم بقري محفوظ، الوزن الصافي للحم 340 جرامًا، ووزن العلبة فارغة مع التغليف

68 % من الوزن الصافي. كم يكون الوزن الكلي للعلبة؟

الحل: وزن العلبة فارغة مع التغليف

$$231.2 = \frac{68}{100} \times 340 =$$

ويكون الوزن الكلي للعلبة

$$231.2 + 340 =$$

$$571.2 =$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 68 \times \\ \hline 272 \\ 204 \\ \hline 2312 \end{array}$$

مثال 98: مصنع للخزف والصيني يمكن أن يصل المكسور من إنتاجه إلى 20 % . هناك طلب بشراء

1,000 قطعة، كم عدد القطع التي على المصنع أن ينتجها حتى يحقق طلب الشراء؟

الحل: ليكن عدد القطع المنتجة x

$$1,000 = x \times \frac{80}{100} \text{ لدينا}$$

$$\frac{100 \times 1,000}{80} = \frac{1,000}{\frac{80}{100}} = x \quad \Leftrightarrow$$

$$1,250 = \frac{5 \times 1,000}{4} \text{ قطعة}$$

(لاحظ أنه من المضمون أن 80 % من الإنتاج يكون سليماً)

مثال 99: في إنتاج الشيكولاتة كانت تكلفة الكاكاو تمثل 40 % من التكلفة الكلية. ارتفع سعر الكاكاو

بنسبة 12 %، ما النسبة المئوية للارتفاع في تكلفة الشيكولاتة؟

الحل: إذا كان إنتاج قطعة الشيكولاتة يتكلف 100 قرش فمنها 40 قرشاً ثمن الكاكاو

$$\text{ويصبح ثمن الكاكاو } 40 \times \frac{112}{100} = 44.8 \text{ قرشاً}$$

وتصبح تكلفة قطعة الشيكولاتة بعد زيادة سعر الكاكاو هي

$$60 + 44.8 = 104.8 \text{ قرشاً (باقي التكلفة)}$$

وتكون الزيادة في تكلفة قطعة الشيكولاتة = 4.8 قرشاً

وتكون النسبة المئوية للارتفاع في تكلفة قطعة الشيكولاتة

$$\frac{4.8}{100} \times 100\% = 4.8\%$$

مثال 100: عبوة بها 200 جرام من اللبن المركز ونسبة الدهون فيه 10%. يراد إنزال هذه النسبة إلى

4%، فكم جراماً من الماء تلزم إضافتها؟

$$\text{الحل: وزن الدهون في اللبن المركز} = \frac{10}{100} \times 200 = 20 \text{ جراماً}$$

هذه الدهون يجب أن تمثل 4% من وزن اللبن بعد إضافة الماء إليه

أي أن 4% من الوزن تناظر 20 جراماً

فيكون 1% من الوزن يناظر 5 جرامات

ويكون 100% من الوزن يناظر 500 جرام

وبالتالي فإنه يجب إضافة ماء وزنه

$$500 - 200 = 300 \text{ (الوزن قبل إضافة الماء)}$$

$$300 = \text{جرام}$$

مثال 101: لعمل خلطة كوارك (نوع من الطعام يشبه الجبن) حضر حسن 250 جراماً من قشدة

الكوارك بها 40% من الدهون، 500 جرام من الكوارك بها 20% من الدهون. كم تكون النسبة

المتوية للدهون في الخلطة؟

$$\text{الحل: وزن الدهون في قشدة الكوارك} = \frac{40}{100} \times 250 = 100 \text{ جرام}$$

$$\text{وزن الدهون في الكوارك} = \frac{20}{100} \times 500 = 100 \text{ جرام}$$

الوزن الكلي للدهون في قشدة الكوارك والكوارك

$$200 = 100 + 100 = \text{جرام}$$

النسبة المئوية للدهون في خلطة الكوارك

$$= \frac{200}{750} \times 100\% = \frac{80}{3}\%$$

$$= \frac{4}{3} \times 20\% = 26.\bar{6}\%$$

$$= 26.666\% \dots = 26.\bar{6}\%$$

مثال 102: في معمل التصوير بإحدى المدارس حمض بتركيز 5%، وحمض بتركيز 20% عمل مزيج من الحمضين:

(أ) لتر واحد من الحمض بتركيز 5%، مع لتر واحد من الحمض بتركيز 20%. كم يكون تركيز المزيج؟

(ب) لتران من الحمض بتركيز 5%، مع 1/2 لتر من الحمض بتركيز 20%. كم يكون تركيز المزيج؟
الحل:

(أ) لتر واحد من الحمض بتركيز 5% يحتوي على 0.05 لتر من المادة المركزة
كذلك لتر واحد من الحمض بتركيز 20% يحتوي على 0.20 لتر من المادة المركزة
وتكون النسبة المئوية لتركيز المزيج هي:

$$= \frac{0.20 + 0.05}{2} \times 100\%$$

$$= \frac{0.25}{2} \times 100\% =$$

$$= \frac{1}{8} \times 100\% = 12.5\%$$

(ب) لتران من الحمض بتركيز 5% يحتويان على 0.1 لتر (*) من المادة المركزة

1/2 لتر من الحمض بتركيز 20% يحتوي على 0.10 لتر من المادة المركزة

وتكون النسبة المئوية لتركيز المزيج هي:

$$= \frac{0.1 + 0.1}{2.5} \times 100\% = \frac{0.2}{2.5} \times 100\% =$$

$$= \frac{0.8}{10} \times 100\% = 8\%$$

(*) سنكتب 0.1 لترًا إذا قرأنا: واحد من عشرة لترًا

سنكتب 0.1 لترًا إذا قرأنا: عُشر لتر وهذا هو الأصح.

مثال 103: هناك نظم مختلفة لحساب أزمدة الودائع. في صناديق التوفير لا يحتسب عادة شهر الإيداع وشهر السحب. وفي البنوك تحتسب أزمدة الودائع بالأُسبوع والشهر والشهور والسنة. وقد تحتسب كذلك بالأيام إذا كانت الوديعة ضخمة جدًا.

كذلك أحيانًا تحتسب السنة على أنها 360 يومًا، وجميع الأشهر 30 يومًا. احسب ربح وديعة 20,000 جنيه بفائدة سنوية قدرها 9% ولمدة شهرين.

$$\text{الحل: الربح} = 20,000 \times \frac{9}{100} \times \frac{2}{12} \quad (\text{حيث إن عدد شهور السنة 12 شهرًا})$$

$$= 300 \text{ جنيه}$$

مثال 104: أودع السيد/ على في دفتر توفير البريد مبلغ 39,000 جنيه بفائدة سنوية قدرها 8% وذلك في 20 فبراير وسحب المبلغ بأرباحه في 10 يوليو من العام نفسه. احسب ما حصل عليه السيد/ على.

الحل: سنحسب المدة في دفاتر التوفير للشهور الكاملة فقط. فيكون المودع قد أودع ماله 4 شهور (مارس، إبريل، مايو، يونيو) وبهذا يكون الربح الذي حصل عليه هو:

$$\frac{4}{12} \times \frac{8}{100} \times 39,000$$

$$= 1,040 \text{ جنيهًا}$$

ويكون السيد/ على قد تسلم:

$$1,040 + 39,000 = 40,040 \text{ جنيهًا}$$

مثال 105: أمن رجل ضد الحوادث لدى إحدى شركات التأمين على أن يدفع سنويًا 2% من 120,000 جنيه (مبلغ التأمين) كم يدفع في كل عام؟

الحل: ما يدفعه الرجل سنويًا =

$$120,000 \times \frac{2}{100} = 2,400 \text{ جنيه}$$

مثال 106: اتفق رجل مع إحدى شركات التأمين على أن يدفع سنويًا 70 جنيهًا بحساب (قسط) 0.5%. كم يكون مبلغ التأمين؟

$$\text{الحل: } 70 = \text{مبلغ التأمين} \times 0.5\%$$

$$= \text{مبلغ التأمين} \times \frac{0.5}{100}$$

$$= \text{مبلغ التأمين} \times \frac{5}{1,000}$$

$$= \frac{1,000 \times 70}{5} = \frac{70}{\frac{5}{1,000}}$$

مبلغ التأمين

$$= 14,000 \text{ جنيه}$$

مثال 107: كم يكون حساب القسط إذا كان مبلغ التأمين 60,000 جنيه، ويكون المبلغ المدفوع سنوياً 60 جنيهاً؟

الحل: المبلغ المدفوع سنوياً = حساب القسط $\times$ مبلغ التأمين

$$60 = \text{حساب القسط} \times 60,000$$

$$\text{حساب القسط} = \frac{60}{60,000}$$

$$= \frac{1}{1,000} = 0.1\%$$

مثال 108: أمن مزارع محصوله ضد البرد بمبلغ 50,000 جنيه، وبحساب قسط 7.5%. كم يدفع في كل عام؟

الحل: ما يدفعه المزارع كل عام

$$= \frac{7.5}{100} \times 50,000$$

$$= 3,750 = 75 \times 50 \text{ جنيهاً}$$

تمارين عامة

(1) اكتب في صورة كسر واختصر إن أمكن:

(أ) 30 %	(ب) 80 %	(ج) 300 %	(د) 3 %	(هـ) 35 %
(و) 32 %	(ز) 55 %	(ح) 92 %	(ط) 88 %	(ي) 400 %
(ك) 18 %	(ل) 24 %	(م) 48 %	(ن) 1.5 %	(س) 37.5 %
(ف) 0.5 %	(ص) 127.5 %	(ق) 1.02 %	(ر) 3.6 %	(ش) 5.4 %

(2) اكتب ككسر عشري:

(أ) 27 %	(ب) 78 %	(ج) 145 %	(د) 350 %	(هـ) 17 %
(و) 0.13 %	(ز) 12.7 %	(ح) 6.5 %	(ط) 0.83 %	(ي) 180 %
(ك) 1.57 %	(ل) 0.077 %	(م) 0.003 %	(ن) 900 %	(س) 330 %

(3) اكتب الأعداد العشرية الآتية في صورة نسب مئوية:

(أ) 0.8	(ب) 12.5	(ج) 0.135	(د) 0.087	(هـ) 0.003
(و) 0.036	(ز) 9.5	(ح) 0.28	(ط) 0.45	(ي) 3.42

(4) اكتب الكسور الآتية في صورة نسب مئوية:

(أ) $\frac{1}{10}$	(ب) $\frac{1}{8}$	(ج) $\frac{3}{8}$	(د) $\frac{7}{8}$	(هـ) $\frac{3}{2}$
(و) $\frac{5}{4}$	(ز) $\frac{9}{8}$			

(5) اكتب في صورة نسب مئوية:

(أ) $\frac{7}{8}$	(ب) $\frac{1}{25}$	(ج) $\frac{19}{50}$	(د) $1\frac{1}{2}$	(هـ) $\frac{11}{12}$
(و) $\frac{1}{30}$	(ز) $3\frac{4}{5}$	(ح) $2\frac{1}{11}$	(ط) $\frac{13}{10}$	(ي) $7\frac{1}{6}$

حل (أ): $\% \frac{175}{2} = \% \frac{25}{2} \times 7 = \% 100 \times \frac{7}{8} = \frac{7}{8}$

$\% 87.5 =$

حل (ح): $\% 100 \times \frac{23}{11} = \frac{23}{11} = 2\frac{1}{11}$ ونجري القسمة المطولة

كالآتي:

$$\begin{array}{r}
 20.909 \dots \\
 11 \overline{) 230} \\
 \underline{22} \\
 100 \\
 \underline{99} \\
 100 \\
 \underline{99} \\
 1 \\
 \vdots
 \end{array}$$

$$20.9090 \dots = \frac{230}{11}$$

$$20.\overline{90} =$$

وبالتالي فإن:

$$\% 209.090909 \dots = \% 100 \times \frac{23}{11}$$

$$\% 209.\overline{09} =$$

(6) اكتب النسب المئوية فيما يلي:

(ج) 22 من 25

(ب) 7 من 10

(أ) 19 من 20

(و) 150 من 165

(هـ) 4 من 25

(د) 60 من 400

(ط) 37 من 40

(ح) 50 من 250

(ز) 120 من 300

(7) اكتب الآتي في صورة كسور ثم احسب النسبة المئوية:

(ج) $\frac{64 \text{ كجم}}{80 \text{ كجم}}$

(ب) $\frac{50 \text{ كم}}{330 \text{ كم}}$

(أ) $\frac{100 \text{ م}}{300 \text{ م}}$

(و) $\frac{98 \text{ جم}}{2 \text{ كجم}}$

(هـ) $\frac{900 \text{ م}}{2 \text{ كم}}$

(د) $\frac{36 \text{ دقيقة}}{60 \text{ دقيقة}}$

(ط) $\frac{31 \text{ سم}}{4 \text{ م}}$

(ح) $\frac{79 \text{ ثانية}}{4 \text{ دقائق}}$

(ز) $\frac{35 \text{ جنيه}}{200 \text{ جنيه}}$

(8) أيهما أكبر في كل مما يأتي:

(أ) 11 من 40 أم 7 من 25؟

(ب) 99 من 100 أم 199 من 200؟

احسب بإحدى الطرائق التي درستها عند مقارنة الكسور، ثم احسب مرة أخرى بإيجاد النسب المئوية، وقارن.

(9) علقت أيتن صور العائلة في 12 صفحة من صفحات ألبومها البالغ 40 صفحة. كم تكون نسبة

الصفحات الفارغة المئوية؟

(10) يأخذ عادل مصروفًا شهريًا يقدر بـ 60% مما يأخذه زاهر. كم تكون النسبة المئوية للزيادة في

مصروف عادل حتى يتساوى مع مصروف زاهر الشهري؟

(الحل: يقل مصروف عادل الشهري بنسبة 40% عن مصروف زاهر الشهري، فتكون النسبة المئوية

$$\text{للزيادة في مصروف عادل حتى يتساوى مع مصروف زاهر} \left(\dots = 100 \times \frac{\frac{40}{\frac{100}{60}}}{100} \right)$$

(11) في إحصائية نشرت بالصحف عن قطاع معين ذى دخل متوسط أن 41 % يمتلكون تليفزيونًا ملونًا، 93 % يمتلكون سيارة، 90 % يمتلكون ثلاجة، 98 % يمتلكون غسالة كهربية، 99 % يمتلكون هاتفًا.

لماذا لا يمكن تمثيل هذه البيانات في صورة شرائح أو قطاعات دائرية؟

(12) احسب 3 %، 18 %، 85 % من:

(أ) 3,400 لتر (ب) 230 جم (ج) 150 طنًا (د) 24 كجم

(هـ) 5 أطنان (و) 7 كم (ز) 190 م (ح) 276 م

$$\text{حل جزء من (ح): } \dots = 276 \times \frac{3}{100} = 2.28 \text{ م}$$

(13) احسب 7 %، 27 %، 180 % من:

(أ) 20 (ب) 70 (ج) 85 (د) 18 (هـ) 5 (و) 2.4

(ز) 17.5 (ح) 22.4 (ط) 85.5 (ي) 15.8 (ك) 1.6 (ل) 0.9

(م) 0.64 (ن) 0.94 (س) 1.08 (ف) 0.05

(14) احسب 0.9 %، 20.5 %، 62.5 % من:

(أ) 215.5 (ب) 350.8 (ج) 62.7 (د) 21.5 (هـ) 1.8

(و) 6.4 (ز) 1.04 (ح) 2.8

$$\text{حل جزء من (أ): } 215.5 \times \frac{0.9}{100} = 215.5 \times 0.9\%$$

$$1.9395 = \frac{19,395}{10,000} = \frac{2,155}{10} \times \frac{9}{1,000} =$$

(15) نموذج: 20 % من 150 جنيهًا = $150 \times \frac{1}{5} = 30$ جنيهًا

علي نسق هذا النموذج احسب:

(أ) 10 % من 75 جنيهًا (ب) 25 % من 280 جنيهًا (ج) 50 % من 620 كم

(د) 20 % من 80 م (هـ) 75 % من 240 كم (و) 40 % من 260 جم

(ز) 60 % من 80 سم (ح) 120 % من 40 كم.

(16) احسب بالتقريب مستخدماً قيماً مناسبة للنسب المئوية:

(أ) $13\frac{1}{3}$ % من 250 جنيهاً (ب) $7\frac{1}{4}$ % من 120 جم

(ج) 92 % من 48 سم (د) 112 % من 240 طنًا.

حل (ب): $7\frac{1}{4}$ % من 120 جم $= 120 \times \frac{7\frac{1}{4}}{100} =$

$$8.4 = 8.40 = 120 \times \frac{7}{100} \approx$$

(17) احسب بالتقريب مستخدماً قيماً مناسبة للأعداد والنسب المئوية:

(أ) 73 % من 42 (ب) 65 % من 580

(ج) 19 % من 123 (د) 17 % من 37

(18) احسب 10 %، 5 %، 25 %، 50 %، $66\frac{2}{3}$ % من:

(أ) 720 (ب) 150 (ج) 60 (د) 22 (هـ) 75

(و) 9 (ز) 500 جنيه (ح) 780 جنيهاً (ط) 2,400 جنيه (ي) 0.03 م

(ك) 45 دقيقة (ل) 1,000 كجم (م) 600 كم (ن) 540 ثانية

حل (أ): $72 = 72.00 = \frac{10}{100} \times 720$

$$36 = 36.00 = \frac{5}{100} \times 720$$

$$180 = \frac{1}{4} \times 720 = \frac{25}{100} \times 720$$

$$360 = 360.00 = \frac{50}{100} \times 720$$

$$480 = \frac{200}{100 \times 3} \times 720 = \frac{200}{3} \times \frac{720}{100} = \frac{66\frac{2}{3}}{100} \times 720$$

(19) قررت إحدى الحكومات نوعاً من الضريبة على البضائع المباعة والخدمات تقدر بـ 12 %.

احسب هذه الضريبة على:

(أ) 36,000 جنيه (ب) 72.40 جنيه (ج) 19.80 جنيه

(د) 316 جنيهاً (هـ) 2.80 جنيه (و) 3,720 جنيهاً

بالإشارة إلى القيمة الأصلية بـ ق، النسبة المئوية للزيادة بـ ف، الزيادة بـ ز:

(20) احسب ق إذا كان: ف = 2%، 3%، 12%:

(أ) ز = 54 كجم (ب) ز = 144 كم

(ج) ز = 108 طناً (د) ز = 15 سم

(هـ) ز = 36 جنيهاً (و) ز = 30 م

(21) تعمل سبيكة من الزنك والنحاس. نسبة النحاس 65%، نسبة الزنك 35% في السبيكة.

توجد كمية كافية من النحاس، لكن كمية الزنك الموجودة 8.4 كجم فقط. كم يكون أكبر وزن ممكن

للسبيكة؟

(22) احسب ق إذا كان ف = 2%، 3%، 12%:

(أ) ز = 54 كجم (ب) ز = 144 كم

(ج) ز = 108 طناً (د) ز = 15 سم

(هـ) ز = 36 جنيهاً

(25) احسب ق إذا كان ز = 45، 150، 600:

(أ) ف = 2% (ب) ف = 3% (ج) ف = 5%

(د) ف = 15% (هـ) ف = 6% (و) ف = 24%

(ز) ف = 10% (ح) ف = 75% (ط) ف = 50%

(24) احسب ق إذا كان:

(أ) ز = 5,320، ف = 35% (ب) ز = 19,688، ف = 23%

(ج) ز = 3,920، ف = 112% (د) ز = 9,747، ف = 114%

(هـ) ز = 4,731، ف = 83% (و) ز = 2,058، ف = 42%

(ز) ز = 1,806، ف = 21.5% (ح) ز = 453.12، ف = 12.8%

(ط) ز = 16,910.4، ف = 54.2% (ي) ز = 866.64، ف = 47.1%

(ك) ز = 103.5، ف = $7\frac{1}{2}\%$ (ل) ز = 360.64، ف = 4.6%

(م) ز = 308.76، ف = 24.8% (ن) ز = 536.75، ف = 56.5%

- (س) ز = 140.5 ، ف = $2\frac{1}{2}\%$ (ع) ز = 107.2 ، ف = 13.4%
 (ف) ز = 482.48 ، ف = 32.6% (ص) ز = 475 ، ف = 3.8%
 (ق) ز = 75 ، ف = 150% (ر) ز = 168 ، ف = 120%
 (ش) ز = 765 ، ف = 17% (ت) ز = 253 ، ف = 110%

(25) نموذج: ز = 70 ، ف = 20% = $\frac{1}{5}$

↔ ق = $\frac{70}{\frac{1}{5}} = 350$ علي هذا النسق احسب ق:

(أ) ز = 200 جنيه، ف = 50%

(ب) ز = 12 كجم، ف = 25%

(ج) ز = 69 طنًا، ف = $33\frac{1}{3}\%$

(د) ز = 320 جم، ف = 40%

(هـ) ز = 84 كجم، ف = 75%

(و) ز = 35 جم، ف = 12.5%

(26) احسب ق إذا كان ف = 10% ، 30% ، 75% :

(أ) ز = 800 (ب) ز = 280 (ج) ز = 6

(د) ز = 22 (هـ) ز = 120 (و) ز = 0.12

(ز) ز = $\frac{3}{5}$ (ح) ز = $1\frac{1}{5}$

(27) احسب ق باستخدام قيمة تقريبية لـ ز حيث ف = 10% ، 20% ، 40% ، 75% ، 80% :

(أ) ز = 103 (ب) ز = 295 (ج) ز = 2,007 (د) ز = 0.98

(هـ) ز = 38 (و) ز = 73 (ز) ز = 41.2 (ح) ز = 53.3

حل (أ): نختار ز = 100

$$ق = \frac{100}{\frac{100}{1000}} = \frac{100 \times 100}{10} = 1,000$$

$$ق = \frac{100}{\frac{20}{100}} = \frac{100 \times 100}{20} = 500$$

$$250 = \frac{100 \times 100}{40} = \frac{100}{\frac{40}{100}} = \text{ق}$$

$$133\frac{1}{3} = \frac{400}{3} = \frac{100 \times 100}{75} = \frac{100}{\frac{75}{100}} = \text{ق}$$

$$125 = \frac{100 \times 100}{80} = \frac{100}{\frac{80}{100}} = \text{ق}$$

(28) احسب ق باستخدام قيم تقريبية لـ ف:

(أ) 800 = ز ، ف = 12.3 %

(ب) 60 = ز ، ف = 11.6 %

(ج) 80 = ز ، ف = 26 %

(29) احسب ق باستخدام قيم تقريبية لـ ف، ز:

(أ) 94 = ز ، ف = 31 % (ب) 211 = ز ، ف = 4.8 %

(ج) 950 = ز ، ف = 19 % (د) 7.8 = ز ، ف = 0.9 %

(هـ) 360 = ز ، ف = 78 % (و) 5.1 = ز ، ف = 24 %

(30) احسب النسبة المئوية لما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب رقمين عشريين:

(أ) 14 إلى 41 (ب) 62 إلى 85 (ج) 19 إلى 110

(د) 723 إلى 950 (هـ) 53 إلى 420 (و) 7 إلى 16

(ز) 13 إلى 120 (ح) 1,903 إلى 1,944 (ط) 1,916 إلى 1,948

(31) احسب النسبة المئوية لما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب رقمين عشريين:

(أ) 0.8 إلى 0.97 (ب) 1.7 إلى 1.53 (ج) 9.6 إلى 7.4

(د) 0.36 إلى 2.9 (هـ) 0.79 إلى 0.05 (و) 13.7 إلى 15.4

(ز) 0.7 إلى 1,500 (ح) 12.3 إلى 0.81 (ط) 7.5 إلى 31

(32) احسب النسبة المئوية الآتية:

(أ) 7 زيادة على 5 (ب) 1,200 زيادة على 1,000 (ج) 2,500 زيادة على 1,500

(د) 1.8 م نقصاً عن 3 م (هـ) 70 كجم نقصاً عن 80 كجم (و) 7 جنيهات نقصاً عن 10 جنيهات

حل (أ) النسبة هي: $\% 100 \times \frac{5+7}{5}$

$$\% 100 \times \frac{12}{5} =$$

$$\% 240 =$$

حل (هـ) النسبة هي: $\% 100 \times \frac{70-80}{80}$

$$\% 100 \times \frac{10}{80} =$$

$$\% 12.5 =$$

لاحظ كما سبق أن النسبة لا يظهر فيها التمييز

(33) احسب النسب المئوية الآتية مقرباً الجواب إلى أقرب رقمين عشريين:

(أ) 20 زيادة على 17 (ب) 100 نقصاً عن 105

(ج) 105 زيادة على 100 (د) 2.6 نقصاً عن 3

(هـ) 75 زيادة على 70 (و) 0.7 نقصاً عن 5

(ز) 290 زيادة على 120 (ح) 0.75 نقصاً عن 75

(ط) 0.5 زيادة على 0.47 (ي) 73 نقصاً عن 270

(ك) 2.8 زيادة على 0.62 (ل) 0.09 نقصاً عن 1

(34) كم تكون النسبة المئوية إذا كبر العدد أو صغر بحيث:

(أ) نُصِّف (ب) ضَعَّف (ج) ضُرب في ثَمَس

(د) ضُرب في رُبِع (هـ) نُصِّف ثم ضُرب في رُبِع

حل (هـ) العدد ضرب في $\frac{1}{8}$. تكون النسبة المئوية هي:

$$\% 100 \times \frac{x \cdot \frac{1}{8}}{x} = \% 12.5 \text{ حيث } x \text{ هو العدد.}$$

(35) بالنظر إلى مثال 83 احسب الخطأ النسبي المئوي في القياس إذا كان الطول المقاس للقطعة

المستقيمة هو 16 سم.

(36) في نادٍ للشباب يوجد 15 فتاة، 21 فتى كأعضاء.

كيف تتغير النسبة المئوية للفتيان إذا انضم للنادي:

(أ) فتیان (ب) فتاتان؟

(37) في سنة 1990 كان عدد سكان الكرة الأرضية كالآتي:

في آسيا : 3,000 مليون

في إفريقية : 610 مليوناً

في أوروبا : 780 مليوناً

في الأمريكتين : 702 مليوناً

في أستراليا : 26 مليوناً

(أ) احسب النسبة المئوية لعدد سكان كل قارة إلى عدد سكان الكرة الأرضية

(ب) قدرت الأمم المتحدة عدد سكان القارات سنة 2050 على النحو الآتي:

في آسيا : 6,350 مليوناً

في إفريقية : 1,020 مليوناً

في أوروبا : 1,080 مليوناً

في الأمريكتين : 1,200 مليوناً

في أستراليا : 48 مليوناً

قارن النسبة المئوية للزيادة في القارات الخمس

(ج) احسب النسبة المئوية لعدد سكان كل قارة إلى عدد سكان الكرة الأرضية سنة 2050. واعمل

جدولاً فيه النسبة المئوية لعدد سكان القارات الخمس سنة 1990، 2050 إلى عدد سكان الكرة الأرضية في السنتين المعنيتين.

(38) احسب الربح الذي يحصل عليه رجل أودع مبلغاً من المال في بنك بفائدة سنوية قدرها 3.5 % إذا كان المبلغ هو:

(أ) 100 جنيه (ب) 12 جنيهًا (ج) 720 جنيهًا

(د) 1,500 جنيه (هـ) 4,300 جنيه (و) 12,480 جنيهًا

(39) احسب الربح الذي يحصل عليه رجل من البنك الذي يعطي فائدة سنوية قدرها 4.5 % إذا كان المبلغ المودع:

- (أ) 80,000 جنيه (ب) 90,000 (ج) 100,000 جنيه
(د) 150,000 جنيه (هـ) 16,000 جنيه (و) 540 جنيهًا
(ز) 720 جنيهًا (ح) 444 جنيهًا (ط) 5 جنيهات

(40) احسب المبلغ الذي أودعه رجل في مصرف (بنك) بفائدة سنوية قدرها 8 % إذا كان الربح الذي حصل عليه في نهاية العام هو:

- (أ) 40 جنيهًا (ب) 16 جنيهًا (ج) 0.48 جنيه (د) 736 جنيهًا
(هـ) 0.06 جنيه (و) 150 جنيهًا (ز) 124 جنيهًا (ح) 144 جنيهًا

(41) لتكن الفائدة السنوية التي أودع رجل بها مبلغه في البنك هي 7.5 %، وحصل في نهاية السنة على

- (أ) 132 جنيهًا (ب) 15.30 جنيه (ج) 0.45 جنيه
(د) 732 جنيهًا (هـ) 30 جنيهًا (و) 72 جنيهًا
(ز) 64 جنيهًا (ح) 120 جنيهًا (ط) 84 جنيهًا

فما المبلغ المودع؟

(42) ما الفائدة السنوية التي تعطي مبلغًا من المال قدره 2,000 جنيه ربحًا في نهاية العام قدره:

- (أ) 80 جنيهًا (ب) 440 جنيهًا (ج) 150 جنيهًا
(د) 10 جنيهات (هـ) 90 جنيهًا (و) 60 جنيهًا
(ز) 100 جنيه (ح) 120 جنيهًا (ط) 140 جنيهًا؟

(43) ما الفائدة السنوية التي تعطي مبلغًا من المال قدره 5,000 جنيه ربحًا في نهاية العام قدره:

- (أ) 150 جنيهًا (ب) 350 جنيهًا (ج) 100 جنيه
(د) 125 جنيهًا (هـ) 425 جنيهًا (و) 490 جنيهًا
(ز) 200 جنيه (ح) 300 جنيه (ط) 400 جنيه؟

(44) يحتاج السيد/ أبو النصر إلى الاقتراض من البنك الذي يقرض بفائدة سنوية قدرها $10\frac{1}{2}\%$.

لكن السيد/ أبا النصر لا يستطيع أن يدفع لقاء اقتراضه أكثر من 1,000 جنيه في السنة.

ما المبلغ الذي يستطيع السيد/ أبو النصر أن يقترضه؟

(45) اقترض السيد/ توفيق من البنك مبلغًا قدره 80,000 جنيه بفائدة سنوية قدرها $9\frac{1}{2}\%$

(أ) ما الذي يدفعه السيد/ توفيق في كل عام ما دام قد ظل مدينًا للبنك؟

(ب) اتفق السيد/ توفيق مع البنك على أن يسدد إلى جانب ما يدفعه نظير الاستدانة مبلغ 10 % من المبلغ الأصلي الذي استدانه. كم يستغرق هذا من الوقت حتى يسدد دينه كاملاً؟

(46) وضع السيد/ همام في دفتر توفير البريد 5,000 جنيه بفائدة $3\frac{1}{2}\%$ ، ولم يسحب منها شيئاً أو يضيف إليها شيئاً طوال عامين. كم يبلغ مقدار ما أودعه بعد عامين؟
(تذكر الربح المركب!)

(47) (أ) وضع السيد/ يحيى مبلغ 5,000 جنيه في المصرف بفائدة 4 %. كم يبلغ هذا المبلغ بعد ثلاث سنوات إذا لم يضيف إليه شيئاً أو يسحب منه شيئاً؟
وكم يكون قد ربح السيد/ يحيى بعد هذه السنوات الثلاث؟
(ب) ما نسبة هذا المبلغ بعد زيادته إلى المبلغ الأصلي الذي وضعه؟
(ج) وإذا كان السيد/ يحيى يسحب أرباح مبلغه في نهاية كل عام، فكم يكون مجموع الأرباح في السنوات الثلاث. قارن مع ما ربحه في (أ)

(48) احسب ما يصير إليه مبلغ 10,000 جنيه بعد ثلاث سنوات، وبعد خمس سنوات بفائدة 5 % وبربح مركب.

(49) كم يستغرق من السنوات مبلغ 1,000 جنيه بفائدة سنوية 10 % وبربح مركب حتى يتضاعف، أي حتى يصبح 2,000؟
افعل الشيء نفسه لمبلغ 2,000 جنيه.

(50) في بداية العام وضعت السيدة/ ليلي 2,750 جنيهًا في دفتر توفير البريد. وفي نهاية العام سحبت 100 جنيه. إلى كم يصل ما تدخره في دفتر التوفير بعد أربع سنوات إذا كانت الفائدة السنوية 5 %؟
(لاحظ أن الربح مركب)

(51) وضعت السيدة/ لبنى في دفتر التوفير في أول العام 4,000 جنيه بفائدة سنوية 5 %. كم يبلغ هذا المبلغ بعد خمس سنوات إذا لم تسحب منه أو تضيف إليه شيئاً؟
(52) احسب:

- | | |
|--------------------------|--------------------------------|
| (أ) 7.5 % من 130 كجم | (ب) 113 % من 12 جنيهًا |
| (ج) 3.5 % من 17,000 جنيه | (د) 8.5 % من 144 م |
| (هـ) 12.5 % من 830 لترًا | (و) $16\frac{2}{3}\%$ من 960 م |

$$(ز) 3\frac{1}{3} \% \text{ من } 48 \text{ طنًا} \quad (ح) 9\frac{1}{11} \% \text{ من } 132 \text{ مترًا}$$

$$\text{حل (ز):} \quad 3\frac{1}{3} \% \text{ من } 48 \text{ طنًا} = \frac{10}{3} \% \text{ من } 48 \text{ طنًا} =$$

$$48 \times \frac{10}{100 \times 3} = 48 \times \frac{10}{300} = 1.6 \text{ طنًا}$$

$$\text{حل (ح):} \quad 9\frac{1}{11} \% \text{ من } 132 \text{ مترًا} = \frac{100}{11} \% \text{ من } 132 \text{ مترًا} =$$

$$132 \times \frac{100}{100 \times 11} = 132 \times \frac{100}{1100} = 12 \text{ مترًا}$$

(53) احسب ق إذا كان:

$$(أ) \quad ز = 140 \text{ جنيهًا،} \quad ف = 3.5 \%$$

$$(ب) \quad ز = 140.7 \text{ كجم،} \quad ف = 2.1 \%$$

$$(ج) \quad ز = 108 \text{ كم،} \quad ف = 7.2 \%$$

$$(د) \quad ز = 13.2 \text{ م،} \quad ف = 133\frac{1}{3} \%$$

$$(هـ) \quad ز = 620 \text{ جنيهًا،} \quad ف = 112.5 \%$$

$$(و) \quad ز = 175 \text{ م،} \quad ف = 0.75 \%$$

(54) عبّر عن الآتي بنسب مئوية:

$$(أ) \quad 12 \text{ إلى } 20 \quad (ب) \quad 15 \text{ إلى } 25 \quad (ج) \quad 47 \text{ إلى } 80$$

$$(د) \quad 32 \text{ إلى } 48 \quad (هـ) \quad 30 \text{ إلى } 24 \quad (و) \quad 1,200 \text{ إلى } 5,000$$

$$(ز) \quad 7 \text{ إلى } 6 \quad (ح) \quad 0.2 \text{ إلى } 5 \quad (ط) \quad 3.4 \text{ إلى } 6$$

$$(ي) \quad 0.7 \text{ إلى } 0.8 \quad (ك) \quad 31 \text{ إلى } 40 \quad (ل) \quad 17 \text{ إلى } 20$$

$$\text{حل (أ):} \quad 12 \text{ إلى } 20 = 100 \times \frac{12}{20} \% = 60 \%$$

$$\text{حل (ب):} \quad 15 \text{ إلى } 25 = 100 \times \frac{15}{25} \% = 60 \%$$

حل (د) 32 إلى $48 = \frac{32}{48} \times 100\% = \frac{2}{3} \times 100\% = 66\frac{2}{3}\%$
 $66.\bar{6}\%$

حل (هـ) 30 إلى $24 = \frac{30}{24} \times 100\% = \frac{5}{4} \times 100\% = 125\%$

حل (ح) 0.2 إلى $5 = \frac{0.2}{5} \times 100\% = \frac{20}{5}\% = 4\%$

(55) املاً الجدولين الآتيين

(ب)

ق	ز	ف
120	45	
7.6	17	2.5%
775		95%

(أ)

ق	ز	ف
56		8.2%
7.6	1.9	
1105		85%

(56) نسبة الخطأ في قياس رادار ما 5% . التقطت سرعة سيارة فكانت 80 كم/ساعة. كم تكون السرعتان القصوى والصغرى المحتملتان للسيارة؟

(57) في إحدى الدول الأوروبية كان عدد حوادث الطريق $325,000$ حادثة سنة 1987 . كان 18% منها بسبب السرعة الزائدة، 5% بتأثير شرب الكحوليات. كم كان عدد الحوادث بسبب السرعة الزائدة وبسبب شرب الكحوليات؟

(58) علبة حلوى. الوزن الصافي للحلوى 125 جراماً. 68% من هذا الوزن الصافي يمثل وزن العلبة فارغة والتغليف. كم يكون الوزن الكلي للعلبة؟

(59) في علب الدهان تكون النسبة بين وزن العلبة فارغة مع التغليف ووزن الدهان نفسه غير حسنة، فوزن المحتوى يكون عادة صغيراً بالنسبة لوزن العلبة فارغة مع تغليفها. علبة مرهم وزنها 140 جراماً، ووزن الدهان نفسه 28 جراماً. كم تكون النسبة المئوية لوزن العلبة فارغة إلى وزن العلبة (ممتلئة)؟

(60) لاحظ الفتى حسين أن بائع السجق يزن ورق تغليف السجق مع السجق. اشترى حسين 500 جرام من السجق، ولما ذهب إلى المنزل وزن ورق التغليف بميزان الخطابات الذي يحتفظ به والده، فوجد وزنه 4 جرامات. كم تكون النسبة المئوية لوزن ورق التغليف إلى الوزن الكلي (500 جرام لأن البائع يزن الورق مع السجق)

(61) يتكون جسم الإنسان من 70 % ماء، 15 % مواد زلالية، 10 % دهون، 5 % مواد معدنية ومواد أخرى. ارسم دائرة عيّن عليها المناطق التي تمثل الماء، المواد الزلالية والدهون والمواد المعدنية مع المواد الأخرى. احسب أوزان الماء ... في جسمك

(إرشاد: ارسم دائرة، قسم الزاوية المركزية (= 360) بنسب 70 %، 15 %، 10 %، 5 % تحصل على زوايا مركزية قدرها على الترتيب

$$\begin{array}{r} 36 \\ 15 \times \\ \hline 180 \\ 36 \\ \hline 540 \end{array}$$

$$252^\circ = 360^\circ \times \frac{70}{100}$$

$$54^\circ = 360^\circ \times \frac{15}{100}$$

$$36^\circ = 360^\circ \times \frac{10}{100}$$

$$18^\circ = 360^\circ \times \frac{5}{100}$$

(راجع جزء الهندسة)

(62) «عمى الأحمر والأخضر» مرض هو عدم القدرة على التمييز بين اللونين الأحمر والأخضر، أو

التمييز بدرجة سيئة. 8 % من الرجال مصابون بهذا المرض، بينما $3\frac{1}{2}$ % من النساء مصابات به. في

مصر نحو 40 مليوناً من الرجال، 40 مليون امرأة. كم يكون عدد المصابين والمصابات بهذا المرض؟

(63) يشكل الدم لدى البالغين حوالي 7 % من أوزانهم. كم لترًا من الدم يكون في جسم رجل وزنه

75 كجم؟

(64) في الدول الأجنبية يعتبر سائق السيارة غير صالح للقيادة إذا تعدت نسبة الكحول في دمه

0.8 %. كم تكون هذه النسبة مناظرة لوزن 75 كجم؟

(65) ينبغي للأشخاص ذوي الضغط المرتفع أن يتنبهوا ألا يتناولوا في طعامهم اليومي أكثر من

جرامين من عنصر الصوديوم. وتحتوي المياه المعدنية عادة على 0.8 % من عنصر الصوديوم. ما الكمية

التي يستطيع أن يشربها من المياه المعدنية في اليوم فرد ذو ضغط مرتفع؟

(66) احسب الأرباح فيما يلي:

(أ) 1,200 جنيه بفائدة سنوية 4 % لمدة شهرين

(ب) 480 جنيهًا بفائدة سنوية $3\frac{1}{2}$ % لمدة 5 شهور

(ج) 960 جنيهًا بفائدة سنوية $2\frac{1}{2}$ % لمدة 3 سنوات ونصف

(د) 540 جنيهًا بفائدة سنوية $4\frac{3}{4}\%$ لمدة 245 يوما تبدأ من 10 مارس

(هـ) 660 جنيهًا بفائدة سنوية $5\frac{1}{4}\%$ لمدة 8 شهور

(و) 780 جنيهًا بفائدة سنوية 7% لمدة 4 شهور

(ز) 1,500 جنيه بفائدة سنوية 6% لمدة سنتين

(ح) 750,000 جنيه بفائدة سنوية 4% لمدة خمسة وأربعين يومًا (تحتسب المدة هنا بالأيام)

(ط) 20,000 جنيه بفائدة سنوية 8% في صندوق توفير البريد في المدة من 3 مارس إلى 6 أغسطس من السنة نفسها

(67) أمن رجل ضد الحوادث لدى إحدى شركات التأمين بمبلغ

(أ) 70,000 جنيه (ب) 160,000 جنيه (ج) 1,000,000 جنيه

على أن يدفع 2% سنويًا من مبلغ التأمين. كم يدفع الرجل في كل سنة؟

(68) اتفق رجل مع إحدى شركات التأمين على أن يدفع سنويًا.

(أ) 85.50 جنيه (ب) 40.20 جنيه (ج) 90.40 جنيه

بحساب "قسط" 0.5%. كم يكون مبلغ التأمين؟

(69) كم يكون حساب القسط إذا كان مبلغ التأمين:

(أ) 180,000 جنيه (ب) 480,000 جنيه (ج) 150,000 جنيه

ويكون المبلغ المدفوع سنويًا 60 جنيهًا؟

(70) اشترطت شركة تأمين ضد الحريق حساب قسط سنوي 0.4%. كم يكون مبلغ التأمين إذا كان

المبلغ المدفوع سنويًا 120 جنيهًا؟

(71) للتأمين لأثاث المنزل بمبلغ أكبر من 120,000 جنيه يدفع المرء لدى إحدى شركات التأمين

سنويًا مبلغ 245.16 جنيه. كم يكون حساب القسط؟

(72) أمن رجل على أبنائه بمبلغ مليون جنيه، على أن يدفع سنويًا مبلغ 726.40 جنيه. كم يكون

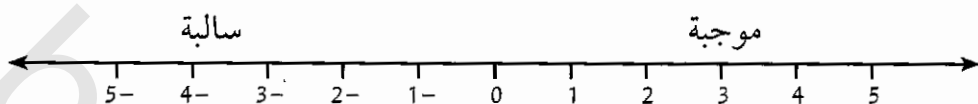
حساب القسط؟

(73) أمن رجل على سيارته بمبلغ 600,000 جنيه على أن يدفع سنويًا مبلغ 360 جنيهًا. كم يكون

حساب القسط؟

5. الأعداد ذات الإشارة

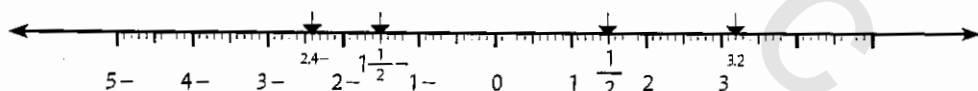
* الأعداد ذات الإشارة هي أعداد تأخذ إحدى الإشارتين + أو - . الأعداد الصحيحة هي: $0, 1, 2, 3, 4, \dots$ وهي مستمرة إلى ما لا نهاية من الاتجاهين. ويمكن تمثيل الأعداد الصحيحة على خط مستقيم يسمى محور الأعداد الحقيقية كالآتي:



تعريف:

العدد الموجب هو عدد أكبر من الصفر، أي على يمين الصفر على محور الأعداد الحقيقية.
العدد السالب هو عدد أصغر من الصفر، أي على يسار الصفر على محور الأعداد الحقيقية.
العددان اللذان على بعدين متساويين من الصفر، لكن في جهتين مختلفتين منه يقال إن كلا منهما معكوس الآخر.
الأعداد الصحيحة الموجبة هي التي تكلمنا عنها في البداية تحت مسمى "الأعداد الطبيعية".
القيمة المطلقة لعدد هي بعده عن النقطة 0 أي عن الصفر، على محور الأعداد الحقيقية. وبهذا تكون القيمة المطلقة لعدد هي العدد نفسه بإشارة موجبة،
فمثلاً القيمة المطلقة للعدد 3 هي 3، والقيمة المطلقة للعدد -3 هي 3 كذلك. ويعبر عن القيمة المطلقة للعدد x بـ $|x|$.

مثال 1: المطلوب تمثيل الأعداد 3.2، -2.4، $\frac{1}{2}$ ، $1\frac{1}{2}$ على محور الأعداد الحقيقية.



مثال 2: أوجد معكوسات الأعداد الآتية:

3، -6، 4.5، 1.8، -1.3

الحل: المعكوسات هي على الترتيب:

-3، 6، -4.5، -1.8، 1.3

مثال 3: أوجد القيمة المطلقة لـ 5، -5، 0، 4، -7

الحل: $5 = |5|$ ، $4 = |4|$ ، $0 = |0|$

$$7 = |7|, 5 = |5|$$

لاحظ أن: $|5| = |5|$ ، وهكذا لأي عدد: مقياسه = مقياس معكوسه. (مقياس العدد = قيمته المطلقة)

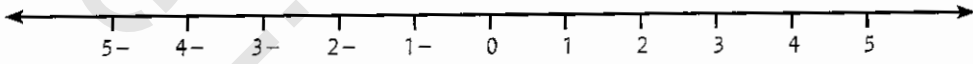
ملحوظة: جميع الأعداد الموجبة أكبر من جميع الأعداد السالبة، فالعدد الذي على يمين الصفر أكبر من العدد الذي على يسار الصفر. لكن بالنسبة للقيم المطلقة فالأمر مختلف، فمثلاً:

$$3 < 1, \text{ لكن } |3| = 3 > 1 = |1|$$

فالقيمة المطلقة لـ 3 أكبر من القيمة المطلقة لـ 1، على الرغم من أن 1 أكبر من 3.

مثال 4: أيهما أصغر 5- أم 3-؟

الحل: 5- أصغر من 3-، فـ 5- يقع على يسار 3-.



مثال 5: أيهما أكبر 0 أم 1؟

الحل: جميع الأعداد الموجبة تقع على يمين 0، فهي جميعاً أكبر منه

مثال 6: يقع منزل محمد منخفضاً عن سطح البحر بـ 12 قدماً، بينما يقع منزل علي منخفضاً عن سطح البحر بـ 14 قدماً. أي المنزلين يكون أعلى؟

الحل: سنعتبر أن سطح البحر هو النقطة 0 على محور الأعداد الحقيقية. فيكون منزل محمد عند النقطة -12، منزل علي عند النقطة -14. لكن $-12 > -14$ ، أي أن منزل محمد أعلى من منزل علي.

مثال 7: كانت الدرجات الثلاث الأشد انخفاضاً على الأرض هي: -64.8°س، -64.3°س، -54.5°س. أي هذه الدرجات التي سجلت تكون الأشد انخفاضاً؟

الحل: واضح أن الدرجة الأشد انخفاضاً هي:

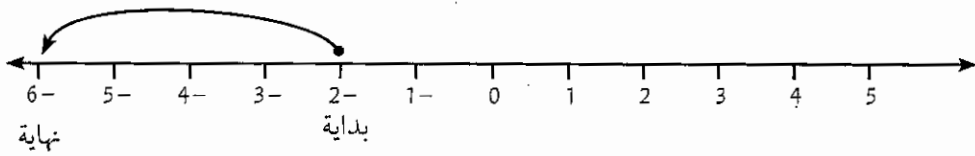
$$-64.8^\circ\text{س}$$

مثال 8: هل تزن أكثر إن أنت فقدت 2 كجم أم إذا فقدت 3 كجم؟

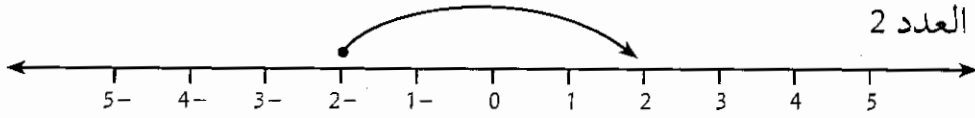
الحل: بالطبع يكون وزنك أكبر إن أنت فقدت 2 كجم، لأن $-2 < -3$

جمع الأعداد ذات الإشارة

لجمع عددين مثل $-2 < -4$ نبدأ مثلاً عند -2، وتتحرك إلى اليسار 4 وحدات فنصل إلى النقطة -6، أي إلى العدد -6



ولجمع العددين -2، 4 فإننا نبدأ أيضاً عند النقطة -2، ثم نتحرك إلى اليمين 4 وحدات فنصل إلى النقطة 2 أي العدد 2



ويلاحظ أننا نستطيع إذا أردنا أن نجمع عددين أن نبدأ بأيهما، ثم نتحرك إلى اليمين أو إلى اليسار حسب إشارة العدد الآخر، وبقدر القيمة المطلقة لهذا العدد الآخر.

طريقة الجمع:

يمكن تطبيق الطريقة الآتية لجمع عددين ذوي إشارتين:

(1) إذا كان العددان لهما الإشارة نفسها نجمع القيمتين المطلقتين للعددين ثم نعطي إشارتهما لحاصل الجمع.

(2) إذا كانت إشارتا العددين مختلفتين نطرح القيمة المطلقة الأصغر من القيمة المطلقة الأكبر للعددين، ثم نعطي باقي الطرح إشارة العدد الذي له القيمة المطلقة الأكبر.

مثال 9: اجمع -1، -4

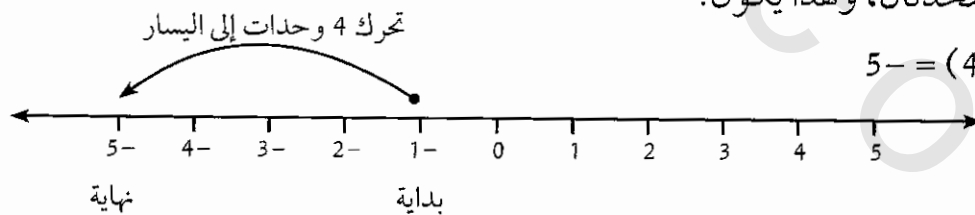
الحل: نحسب أولاً القيمتين المطلقتين للعددين كالآتي:

$$4 = |-4|, 1 = |-1|$$

$$5 = 4 + 1$$

الإشارتان متحدتان، ولهذا يكون:

$$5- = (4-) + (1-)$$

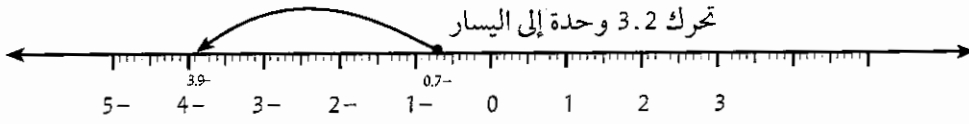


مثال 10: اجمع -0.7، -3.2

الحل: كما سبق: $0.7 = |-0.7|, 3.2 = |-3.2|$

$$3.9 = 3.2 + 0.7$$

وبالتالي فإن: $3.9- = (3.2-) + (0.7-)$

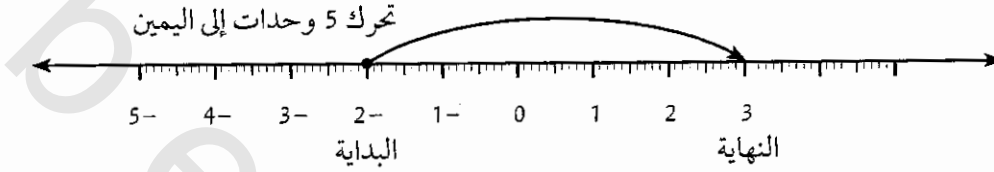


مثال 11: اجمع -2، 5

الحل: لاحظ أن إشارتي العددين مختلفتين ونحسب كما سبق:

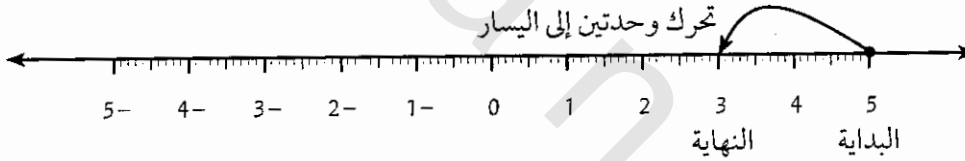
$$2 = |-2|, 5 = |5| \text{ ويكون}$$

$$3 = 2 - 5 = 5 + 2 - ((2))$$



ولاحظ أننا طرحنا القيمة المطلقة الأصغر من القيمة المطلقة الأكبر. ولأن القيمة المطلقة الأكبر موجبة كانت النتيجة موجبة

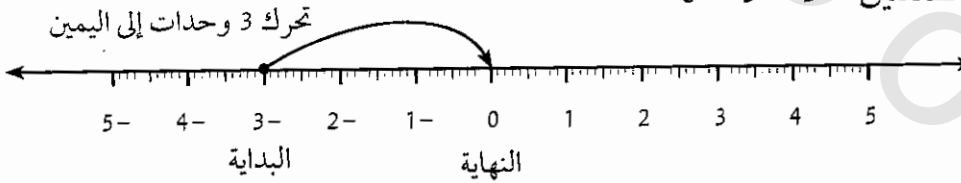
كذلك لاحظ أنه في كل الأمثلة السابقة والتالية يمكن أن تكون نقطة البداية مختلفة بأخذ العدد الآخر نقطة بداية، لكن نقطة النهاية لن تتغير بالطبع، كما يتضح في الرسم الآتي بالنسبة للمثال الأخير:



مثال 12: اجمع -3، 3

$$\text{الحل: } 3 = |-3|, 3 = |3|$$

$$0 = 3 - 3 = \text{فرق القيمتين المطلقتين}$$



مثال 13: اجمع -3.6، 1.4

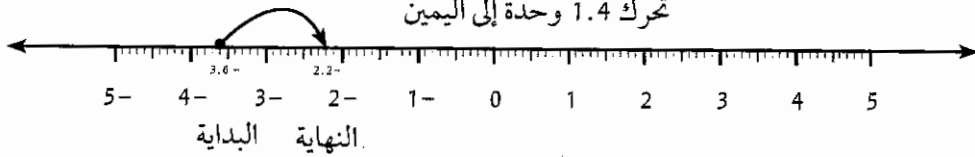
$$\text{الحل: } 1.4 = |1.4|, 3.6 = |-3.6|$$

العددان مختلفان في الإشارة. ولهذا نطرح القيمة المطلقة الأصغر من القيمة المطلقة الأكبر أولاً كآتي:

$$2.2 = 1.4 - 3.6$$

ثم نعطي النتيجة إشارة العدد ذي القيمة المطلقة الأكبر، فيكون لدينا:

$$2.2- = 1.4 + 3.6-$$



مثال 14: اجمع 2-، 5-، 4-، 6-، 8-

$$(8-) + (6-) + 4 + (5-) + 2$$

الحل:

$$(8-) + (6-) + (5-) + 4 + 2 =$$

سوالب موجبان

بجمع العددين الموجبين يكون لدينا:

$$6 = 4 + 2$$

وبجمع الأعداد السالبة يكون لدينا:

$$19- = (8-) + (6-) + (5-)$$

والآن نجمع عددًا موجبًا وعددًا سالبًا كالآتي:

$$19 = |19-| \quad , \quad 6 = |6|$$

فيكون $13- = (19-) + 6$ (لأن 19 أكبر من 6)

مثال 15: زار المذنب الكبير الأرض حوالي سنة 1200 قبل الميلاد. فإذا علمت أنه يزورها كل 3000 سنة، فمتى كانت أو ستكون زيارته التالية؟

الحل: نحسب القيمتين المطلقتين للعددين -1200، 3000:

$$3000 = |3000| \quad 1200 = |1200-|$$

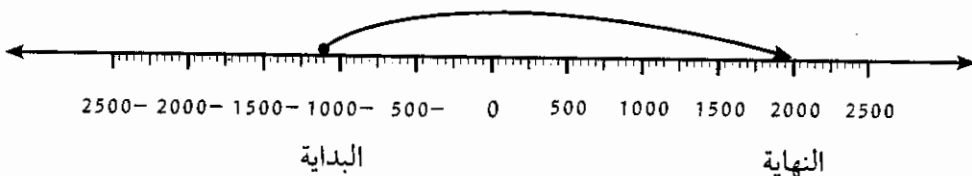
العددان مختلفان في الإشارة، فنحسب الفرق بين القيمتين المطلقتين:

$$1800 = 1200 - 3000$$

والآن: $|3000| > |1200-|$ ، فتكون إشارة الناتج موجبة:

$$1800 = 3000 + (1200-)$$

أي أن المذنب الكبير زار الأرض في حوالي سنة 1800 ميلادية



مثال 16: في معمل الكيمياء برّد الباحث المادة الكيماوية إلى -10 س. وبعد تفاعل كيماوي ارتفعت حرارة المادة 15 س. ماذا كانت درجة الحرارة النهائية؟

الحل: كما سبق نحسب القيمتين المطلقتين:

$$15 = |15|, 10 = |-10|$$

الفرق بين القيمتين المطلقتين

$$5 = 10 - 15 =$$

ومن حيث إن $|15| < |-10|$ فإن درجة الحرارة النهائية تكون:

$$5 = 15 + 10 -$$

مثال 17: أصبحت كليوباترا ملكة على مصر سنة 51 قبل الميلاد. ولقد تركت العرش بعد عشرين سنة من توليها. في أية سنة تركت كليوباترا العرش؟

الحل: كما سبق، حيث إن لدينا عددين مختلفين في الإشارة:

$$20 = |20|, 51 = |51 -|$$

$$31 = 20 - 51$$

ومن حيث إن العدد ذا القيمة المطلقة الأكبر سالب، فيكون الناتج سالبًا. أي أن:

$$31 - = 20 + (51 -)$$

أي أن كليوباترا تركت عرش مصر سنة 31 قبل الميلاد.

مثال 18: لدى السيد/ علام حسابان بنكيان أحدهما به 2,035.75 جنيه والآخر به 3,156.50 جنيه. سحب السيد/ علام من كليهما مبلغ 1,500 جنيه. هل يكفي المبلغ الباقي في حسابه ليشتري مكيفًا بمبلغ 2,500 جنيه؟

الحل: مجموع ما لدى السيد/ علام في حسابه البنكيين

$$3,156.50 + 2,035.75 =$$

$$5,192.25 = \text{جنيه}$$

مجموع ما يتبقى في الحسابين بعد السحب

$$1,500 - 1,500 - 5,192,25 =$$

$$3,000 - 5,192,25 =$$

$$2500 > 2,192.25 = \text{جنيه}$$

ذن لا يكفي ما تبقى في الحسابين حتى يمكن شراء المكيف

طرح الأعداد ذات الإشارة

لإجراء عملية الطرح حوّل عملية الطرح إلى عملية جمع مع تغيير إشارة العدد المطروح إلى عكسها، ثم طبق طريقة الجمع.

مثال 19: احسب الفرق: $3 - (-5)$

$$2 = 5 + 3 - = (-5) - 3 -$$

الحل:

$$2 - = 3 + 5 - = (3 -) - 5 -$$

مثال 20:

مثال 21: احسب الفرق: $8 - (-4)$

$$12 = 4 + 8 = (-4) - 8$$

الحل:

مثال 22: احسب $10 + (-3) - (-15)$

$$10 + (-3) - (-15)$$

الحل:

$$(3 -) + 15 + 10 = 15 + (3 -) + 10 =$$

$$22 = (3 -) + 25 =$$

مثال 23: احسب: $3 - 9\frac{1}{4}$

$$(9\frac{1}{4} -) + 3 - = 9\frac{1}{4} - 3 -$$

الحل:

$$12\frac{1}{4} - = (العددان متحدان في الإشارة)$$

مثال 24: تعلم من دروس الكيمياء أن الأكسجين - ونحن نفكر فيه دائماً كغاز - إذا برد إلى درجة

-183 س (درجة الغليان) أصبح سائلاً وإذا برد إلى درجة -218 س (درجة الانصهار) أصبح

متجمداً. إلى أي مدى تكون درجة الغليان أعلى من درجة الانصهار؟

الحل: نحسب الفرق: $183 - (-218)$

$$35 = 218 + 183 - = \text{س}$$

أي أن درجة غليان الأكسجين أعلى من درجة انصهاره بـ 35 س

مثال 25: اخترع الورق في الصين حوالي سنة 100 قبل الميلاد. قبل كم سنة كان ذلك؟

الحل: باعتبار أننا في سنة 2,010 يكون ذلك قبل:

$$2110 = 100 + 2010 = \text{سنة}$$

مثال 26: أسست إثيوبيا حوالي سنة 1000 قبل الميلاد. بينما أسست الولايات المتحدة الأمريكية سنة

1789. إلى أي حد تكون إثيوبيا أقدم من الولايات المتحدة؟

الحل: نحسب الفرق بين 1789، -1000 كالآتي:

$$1000 + 1789 = (1000-) - 1789$$

$$= 2789 \text{ سنة}$$

أي أن إثيوبيا أقدم من الولايات المتحدة بـ 2,789 سنة

ملخص عمليتي الجمع والطرح

* لجمع عدد موجب تحرك إلى اليمين على خط الأعداد، ولطرح عدد موجب تحرك إلى اليسار على خط الأعداد.

* جمع عدد سالب يساوي طرح عدد موجب، وطرح عدد سالب يساوي جمع عدد موجب.

تمارين

(1) عيّن منتصف كل نقطتين على محور الأعداد فيما يلي:

(أ) 4 ، 6	(ب) 2- ، 8	(ج) 2- ، 5
(د) 1.4- ، 0.4	(هـ) 5- ، 1	(و) 1/2- ، 1 1/2
(ز) 1/3- ، 2/5	(ح) 1/4- ، 5/6	(ط) 3/4- ، 3-

حل (ب): منتصف 2- ، 8 هو النقطة $3 = \frac{6}{2} = \frac{8+2-}{2}$

حل (د): منتصف 1.4- ، 0.4 هو النقطة $0.5- = \frac{1-}{2} = \frac{0.4+1.4-}{2}$

حل (ح): منتصف 1/4- ، 5/6- هو النقطة : $\left(\frac{5-}{6} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{\left(\frac{5-}{6} + \frac{1}{4}\right)}{2} =$
 $\left(\frac{2 \times 5- - 3 \times 1}{12}\right) \frac{1}{2} =$
 $\frac{7-}{24} = \left(\frac{7-}{12}\right) \times \frac{1}{2} =$

(2) اشرح المقصود بما يأتي :

(أ) الزيادة في وزن المريض علام -500 جرام.

(ب) توفي الفيلسوف الإغريقي سقراط عام -399.

(3) $\mathbb{N}$ هي مجموعة الأعداد الطبيعية : $\{ \dots , 3 , 2 , 1 , 0 \}$

$\mathbb{Z}$ هي مجموعة الأعداد الصحيحة : $\{ \dots , 3- , 2- , 1- , 0 , 1 , 2 , 3 \dots \}$

$\mathbb{Q}$ هي مجموعة الأعداد الكسرية (أو النسبية) تكون (عناصرها) (أو أعضاؤها) على الصورة

$\dots , 4 = \frac{4}{1} , \frac{2}{5} , \frac{3}{4} , \dots$ حيث a , b عددان صحيحان ، مثل : $\frac{a}{b} : 0 \neq b$

عيّن أين تقع الأعداد الآتية في المجموعات السابقة :

$\frac{5}{100} - , 0.04- , 73.3 , 0.9023 , 3\frac{1}{2} - , 0.7- , 10- , 15$

حل جزئي: 15 تقع في $\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q}$ ، وسنشير إلى ذلك بالكتابة :

$\mathbb{Q} \ni 15 , \mathbb{Z} \ni 15 , \mathbb{N} \ni 15$

$\mathbb{Q} \ni \frac{7}{10} - = 0.7-$

$$\mathbb{Q} \ni \frac{7}{2} - = 3\frac{1}{2} -$$

لاحظ أن $0.7 -$ وكذلك $3\frac{1}{2} -$ لا تقعان في $\mathbb{N}$ ولا تقعان في $\mathbb{Z}$ وسنشير إلى هذا بالكتابة:

$$\mathbb{Z} \not\ni 3\frac{1}{2} - , \mathbb{N} \not\ni 3\frac{1}{2} - , \mathbb{Z} \not\ni 0.7 - , \mathbb{N} \not\ni 0.7 -$$

(4) خارطة الزمن في العالم كالآتي :

الأردن 2	مصر 2	الجزائر 0
فنزويلا 4-	بيرو 5-	ألمانيا 1
الكويت 3	السعودية 3	تركيا 3
شيلي 4-	اليونان 3	إيطاليا 1
....		الأرجنتين 3-

إذا كانت عقارب الساعة في مصر تشير إلى السادسة صباحًا فإلى كم تشير الساعة في :

(أ) السعودية	(ب) الجزائر	(ج) شيلي
(د) ألمانيا	(هـ) الأردن	(و) تركيا
(ز) الأرجنتين	(ح) فنزويلا	(ط) بيرو ؟

حل جزئي: (أ) السعودية تتقدم على مصر بساعة واحدة فتكون الساعة في السعودية السابعة صباحًا.

(د) مصر تتقدم على ألمانيا بساعة واحدة ، فتكون الساعة في ألمانيا الخامسة صباحًا.

(ز) مصر تتقدم على الأرجنتين بخمس ساعات (2 - (3 -) = 5) ، فتكون الساعة في الأرجنتين الواحدة صباحًا.

(ح) مصر تتقدم على فنزويلا بست ساعات (2 - (4 -) = 6) ، فتكون الساعة في فنزويلا

الثانية عشرة منتصف الليل من اليوم السابق. أى إذا كانت الساعة في مصر السادسة صباحًا

من يوم الخميس فإنه تكون في فنزويلا الثانية عشرة مساءً في نهاية يوم الأربعاء بالضبط.

(ط) مصر تتقدم على بيرو بسبع ساعات فتكون الساعة في بيرو الحادية عشرة مساءً من

يوم الأربعاء عندما تكون الساعة في مصر السادسة صباحًا من يوم الخميس.

(5) ضع علامة < بين كل من الأزواج الآتية من الأعداد :

(أ) 4 ، 6	(ب) 9 - ، 17	(ج) 19 - ، 8	(د) 0 ، 18 -
-----------	--------------	--------------	--------------

(هـ) -314 ، -287 (و) -6,823 ، -6,328 (ز) -20,001 ، -1,000

(ح) -112 ، -121 (ط) -305 ، -35 (ي) -72 ، -27

حل (ب) : $9 > 17$ (-9 أصغر من 17)

حل (د) : $0 > 18$

حل (و) : $6,328 > 6,823$

لاحظ أن: $6,823 > 6,328$ ، لكن $6,328 > 6,823$

حل (ح) : $112 > 121$

واستنتج أن ضرب طرفي العلامة (>) في -1 يبدل مكاني طرفيها.

(6) رتب الأعداد الآتية من الأصغر إلى الأكبر:

(أ) -24 ، 6 ، $9\frac{1}{3}$ ، -34 ، 0 ، $\frac{17}{2}$

(ب) $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{7}$ ، $\frac{7}{3}$ ، -1

(ج) 3 ، -46 ، 9 ، 5 ، -0.7 ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{3}{4}$ ، -6

(د) $\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{11}$ ، $\frac{4}{9}$

حل (ب) : $\frac{7}{3}$ ، -1 ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{7}$

(7) أنت تعلم أن: $0 < -2 < -4$ رتب الأعداد الآتية مع 0:

(ح) -13 ، 2

(ب) 4 ، 6

(أ) -6 ، -4

(و) -0.8 ، -0.5

(هـ) 0.3 ، 0.54

(د) 5 ، 26

(ط) -1.6 ، -1.7

(ج) 0.24 ، 0.42

(ز) 0.002 ، 1.48

(8) ضع علامة > بين كل عددين من الأعداد الآتية:

(ح) $\frac{11}{17}$ ، $\frac{9}{13}$

(ب) $\frac{7}{11}$ ، $\frac{5}{9}$

(أ) $\frac{7}{8}$ ، $\frac{3}{4}$

(و) -3.8 ، $3\frac{7}{8}$

(هـ) $1\frac{11}{15}$ ، $1\frac{4}{5}$

(د) $\frac{7}{24}$ ، $\frac{5}{18}$

(ط) $\frac{23}{7}$ ، 3.14

(ج) 2.2 ، $2\frac{1}{8}$

(ز) 1.04 ، $1\frac{1}{16}$

حل (هـ) : $\frac{26}{15} = 1\frac{11}{15}$ ، $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$

$$1 < \frac{27}{26} = \frac{15}{26} \times \frac{9}{5} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{26}{15}} = \frac{1\frac{4}{5}}{1\frac{11}{15}}$$

$$\text{أى أن : } 1\frac{4}{5} < 1\frac{11}{15}$$

$$\text{وبالتالى يكون } 1\frac{4}{5} - > 1\frac{11}{15} -$$

(9) عيّن العدد الصحيح الأكبر مباشرة من العدد المذكور ، والعدد الصحيح الأصغر مباشرة منه فى كل مما يأتى :

$$(أ) 12\frac{1}{4} \quad (ب) 12.9 \quad (ج) 32\frac{3}{4} \quad (د) 9.3$$

$$(هـ) 23\frac{3}{4} \quad (و) 100.2 \quad (ز) 1,009.5 \quad (ح) 17\frac{7}{8}$$

حل (ج): العدد الصحيح الأكبر مباشرة من $32\frac{3}{4}$ هو 32-

العدد الصحيح الأصغر مباشرة من $32\frac{3}{4}$ هو 33-

$$\text{حل (هـ): } 5\frac{3}{4} - = 23\frac{3}{4} -$$

العدد الصحيح الأكبر مباشرة من $5\frac{3}{4}$ هو 5-

العدد الصحيح الأصغر مباشرة من $5\frac{3}{4}$ هو 6-

حل (ز): العدد الصحيح الأكبر مباشرة من 1,009.5 هو 1,009-

العدد الصحيح الأصغر مباشرة من 1,009.5 هو 1,010-

(10) أوجد العدد الذى يقع فى منتصف المسافة على محور الأعداد بين كل زوج من الأعداد الآتية :

$$(أ) 5\frac{1}{2} ، 6 \quad (ب) 3- ، 2.5 \quad (ج) 1\frac{3}{4} - ، 2-$$

$$(د) \frac{1}{2} - ، \frac{1}{4} \quad (هـ) \frac{1}{4} - ، 0.8 \quad (و) 0.2 ، 0.04$$

$$(ز) 0.4 ، 0.06 \quad (ح) \frac{4}{5} ، \frac{3}{4} \quad (ط) \frac{8}{7} - ، \frac{7}{8}$$

$$\text{حل (هـ): } 0.25 - = \frac{1}{4} -$$

العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين 0.8 ، $\frac{1}{4}$ على محور الأعداد هو :

$$0.275 = \frac{0.55}{2} = \frac{(0.25-) + 0.8}{2}$$

حل (ج): العدد الذي يقع في منتصف المسافة بين $-\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{5}$ على محور الأعداد هو :

$$\frac{4 \times 4 + 5 \times 3 -}{20 \times 2} = \frac{4 \times 4 + 5 \times 3 -}{20} = \frac{\frac{4}{5} + \frac{3}{4} -}{2}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{16 + 15 -}{40} =$$

(11) اذكر عدداً يقع بين كل زوج من الأعداد الآتية :

(أ) 1 ، 1.6 (ب) -1.7 ، -1.8 (ج) -2.4 ، $-\frac{11}{5}$

(د) $-\frac{4}{5}$ ، $-\frac{13}{5}$ (هـ) -0.02 ، -0.03 (و) -0.004 ، -0.005

(ز) -0.06 ، -0.061 (ح) -1.031 ، -1.0309

حل (ج): العدد -1.03095 يقع بين -1.031 ، -1.0309

(12) إذا كان العدد الكسرى (أو النسبي) ع أصغر من 6 أو يساوى 6 فإننا نكتب $6 \geq ع$

وبالتالى فإن $6 \leq ع$ تعنى أن ع أكبر من أو يساوى 6 . اكتب مجموعة الأعداد الصحيحة التى تحقق كلا من:

(أ) $4 \geq ع \geq 0$ (ب) $9 > ع \geq 6$ (ج) $3.6 \geq ع > 1.2$

حل (ب): المجموعة هى : { -6 ، -7 ، -8 }

حل (ج): المجموعة هى : { -2 ، -3 }

(13) هل يكبر أم يصغر العدد الكسرى (أو النسبي) ع الموجب = $\frac{1}{ب}$ حيث ا ، ب عددان صحيحان

$ب \neq 0$ إذا ضرب ا فى 2 وقسم ب على 2؟ ماذا يحدث إذا كان ع عدداً كسرياً (نسبياً) سالباً؟

(14) احسب:

(أ) $|5-| + |16-|$ (ب) $|4.5-| + |8.4-|$ (ج) $|\frac{2}{3}-| \times |\frac{9}{4}-|$

(د) $|4-| \times |18.2|$ (هـ) $|\frac{3}{4}-| \times |10.2-|$ (و) $|8-| : |24-|$

(ز) $|\frac{4}{3}-| : |19.6|$ (ح) $|3.2| : |21.76-|$ (ط) $|0.25| : |\frac{1}{4}-|$

(ي) $|9.3| - |17.6|$ (ك) $|2,864| - |3,284-|$

$$\text{حل جزئى (ح): } \frac{3}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = \left| \frac{2}{3} - \right| \times \left| \frac{9}{4} - \right|$$

$$(ى) \quad 8.3 = 9.3 - 17.6 = |9.3| - |17.6|$$

$$(ط) \quad 1 = \left| \frac{1}{4} \right| : \left| \frac{1}{4} \right| = |0.25| : \left| \frac{1}{4} - \right|$$

(15) اضرب أمثلة لأعداد كسرية (نسبية) ع بحيث يكون :
 $|ع| = -ع$

(16) وقّع على محور الأعداد كلاً من الأعداد الآتية :

(أ) 5 ، -5 وهما على بُعدين متساويين من النقطة 0

(ب) -6.7 ، -6.8 ولاحظ أن -6.8 أبعد عن النقطة 0 من النقطة -6.7 (البعد هو القيمة المطلقة) .

(17) (أ) رتب الأعداد الآتية من الأصغر إلى الأكبر :

$$2- ، 9 ، 0 ، \frac{3}{4}- ، 1- ، \frac{4}{5}$$

(ب) رتب القيم المطلقة للأعداد السابقة في (أ) من الأصغر إلى الأكبر .

(18) (أ) اكتب الأعداد الطبيعية التى قيمها المطلقة أصغر من 8

(ب) اكتب الأعداد الصحيحة التى قيمها المطلقة أصغر من 8

(ح) اكتب الأعداد الصحيحة التى قيمها المطلقة أكبر من 4 وأصغر من 8 .

حل (ح): الأعداد هى: 5 ، 6 ، 7 ، -5 ، -6 ، -7

(19) أوجد الأعداد الصحيحة ع التى تحقق:

$$(أ) \quad 3 > |ع| \quad (ب) \quad 5.4 > |ع| \quad (ح) \quad 0.9 > |ع|$$

$$(د) \quad 0 > |ع| \quad (هـ) \quad 7 > |ع| > 2 \quad (و) \quad 5.5 > |ع| > 3.5$$

$$(ز) \quad 5 > |ع| > 0 \quad (ح) \quad 10 > |ع| > 3$$

حل جزئى (ح): $|ع| > 0.9$ ، ع عدد صحيح $\Leftarrow ع = 0$

لأن القيمة المطلقة لأى عدد أكبر من الصفر إذا كان العدد لا يساوى الصفر ، وهى تساوى الصفر إذا كان العدد هو الصفر .

(٩) $|ع| > 0$: لا يوجد عدد يحقق هذا الشرط .

(١٠) $3.5 < |ع| < 5.5$ ، ع صحيح $\Leftrightarrow ع = 4$ ، $ع = -4$ ، $ع = 5$ ، $ع = -5$

(20) وقّع على محور الأعداد المناطق التي يكون فيها العدد ع بحيث إن :

(أ) $|ع| > 4$ (ب) $|ع| > 5.2$ (ج) $|ع| > 2$

(د) $|ع| > 4.5$ (هـ) $ع > 4$ ، $ع > 0$

(و) $3 < ع < 1$ ، $|ع| > 2$ (ز) $3.2 < ع < 0$ ، $|ع| < 1$

(ط) $|ع| < 1$ ، $ع > 0$

(21) ماذا تستنتج عن العددين الكسريين (النسبيين) المختلفين عن الصفر س ، ص إذا حققا:

(أ) $س > ص$ ، $|س| > |ص|$ (ب) $س > ص$ ، $|س| < |ص|$

(ج) $س < ص$ ، $|س| > |ص|$ (د) $س < ص$ ، $|س| < |ص|$

حل (ب): العددان سالبان أى أن: $0 < ص < س$ (أى أن: $س > ص > 0$)

أو أن يكون س سالبًا ، ص موجبًا مثل $س = -5$ ، $ص = 3$

(22) تأمل أولاً هل المجموع موجب أم سالب ، ثم احسب:

(أ) $75 + (85-)$ (ب) $55 + (63-)$ (ج) $(22-) + (38-)$

(د) $75 + (75-)$ (هـ) $56 + (65-)$ (و) $97 + (79-)$

(ز) $106 + 824$ (ح) $(312-) + (148-)$ (ط) $(5,821-) + 783$

(ي) $(917) + (8,083-)$ (ك) $(3,279-) + (4,397-)$ (ل) $287 + (365-)$

(23) احسب:

(أ) $19.9- + 25.8$ (ب) $118.4 + (18.6-)$ (ج) $19.25- + 25.15$

(د) $47.11 + (68.89-)$ (هـ) $132.35 + (92.7-)$ (و) $84.3 + (127.52-)$

(ز) $159.1 + 93.9$ (ح) $(9.26-) + 59.4$ (ط) $78.23 + (116.3-)$

(ي) $(81.4-) + (986.3-)$ (ك) $(463.9-) + 47.4$ (ل) $(137.5-) + 164.2$

(24) احسب:

(أ) $\frac{3}{5} + \frac{2}{3}$ (ب) $\left(\frac{2}{3}-\right) + \frac{1}{2}$ (ج) $\frac{4}{7} + \left(2\frac{1}{4}-\right)$

$$\begin{array}{lll}
 4\frac{1}{2} + \left(3\frac{1}{3}-\right) \text{ (و)} & \left(6\frac{2}{9}-\right) + 7\frac{2}{9} \text{ (هـ)} & \left(\frac{5}{6}-\right) + \left(\frac{1}{3}-\right) \text{ (ء)} \\
 \left(1\frac{4}{5}-\right) + \left(2\frac{1}{3}-\right) \text{ (ط)} & \frac{7}{20} + \frac{1}{6} \text{ (ع)} & 2\frac{3}{4} + \left(2\frac{4}{5}-\right) \text{ (ز)} \\
 \left(\frac{2}{7}-\right) + \left(1\frac{3}{4}-\right) \text{ (ل)} & \left(3\frac{1}{2}-\right) + 2\frac{2}{5} \text{ (ك)} & 3\frac{4}{5} + \left(4\frac{1}{4}-\right) \text{ (ى)}
 \end{array}$$

(25) احسب:

$$\begin{array}{lll}
 \left(4\frac{3}{7}-\right) + (5.3-) \text{ (ح)} & 22\frac{1}{7} + (26.5-) \text{ (ب)} & 13\frac{2}{3} + (25.4-) \text{ (ا)} \\
 \left(14\frac{1}{3}-\right) + 16.8 \text{ (و)} & \left(10\frac{3}{8}-\right) + 13.6 \text{ (هـ)} & 7\frac{3}{4} + (6.15-) \text{ (ء)} \\
 16\frac{1}{8} + (14.375-) \text{ (ط)} & (9.4-) + \left(18\frac{1}{10}-\right) \text{ (ع)} & (5.3-) + \left(14\frac{5}{6}-\right) \text{ (ز)} \\
 23\frac{2}{7} + (26.5-) \text{ (ل)} & \left(4\frac{2}{3}-\right) + 12.9 \text{ (ك)} & 4\frac{1}{5} + \left(7\frac{2}{3}-\right) \text{ (ى)}
 \end{array}$$

$$\text{حل (ا): } 13\frac{2}{3} + 25\frac{4}{10}- = 13\frac{2}{3} + 25.4-$$

سنحسب أولاً:

$$\frac{4}{15} = \frac{20 + 12-}{30} = \frac{10 \times 2 + 3 \times 4-}{30} = \frac{2}{3} + \frac{4}{10}-$$

$$\text{كذلك فإن: } 12- = 13 + 25-$$

$$\text{والآن: } 12 - \frac{4}{15} = 13\frac{2}{3} + 25.4-$$

$$11\frac{11}{15}- =$$

$$\text{حل (ط): } 16\frac{1}{8} + (14.375-) = 16.125 + 14.375-$$

$$\text{سنحسب أولاً: } 0.250- = 0.125 + 0.375-$$

$$\text{كذلك فإن: } 2 = 16 + 14-$$

$$\text{والآن: } 2 + 0.250- = 16\frac{1}{8} + (14.375-)$$

$$1.750 =$$

(26) أصبح حساب السيد/ علام في البنك مدينًا بـ 1,873 جنيهًا. لكنه سحب بعد ذلك مبلغ

584 جنيهًا. كم يكون حسابه الآن؟

(27) في حساب عائلة سعد الدين بالمصرف مبلغ 23,782.4 جنيهاً. تكلفة تذاكر السفر لقضاء رحلة الإجازة 7,831.5 جنيهاً. وتتكلف أجرة السكن والمؤن 14,530 جنيهاً، كما قدرتها العائلة. هل تستطيع العائلة أن تقوم بهذه الرحلة؟

(28) في المحيط الهادى (الباسفيكى) يوجد جبل عند نيوزيلندة ارتفاعه 8,690 متراً. كم تبعد قمة الجبل عن سطح الماء إذا كان عمق المحيط في هذه المنطقة 9,050 متراً؟

(29) احسب:

(أ) $0 - (6-)$	(ب) $104 - 96$	(ج) $44 - (19-)$
(د) $118 - (38-)$	(هـ) $(322-) - (124-)$	(و) $514 - 628$
(ز) $256 - (256-)$	(ح) $1,850 - (1,541-)$	(ط) $9,731 - (1,592-)$
(ي) $8,521 - (9,307-)$	(ك) $4,231 - 2,352$	(ل) $7,348 - (8,643-)$

(30) احسب:

(أ) $25.8 - 19.9$	(ب) $(17.82-) - (43.91-)$	(ج) $(123.4-) - (43.8-)$
(د) $59.4 - (39.26-)$	(هـ) $68.79 - 47.11$	(و) $117.3 - (17.5-)$
(ز) $84.75 - 153.28$	(ح) $823.4 - (651.7-)$	(ط) $981.2 - 781.4$

(31) احسب:

(أ) $\left(\frac{5}{6}-\right) - \left(\frac{3}{4}-\right)$	(ب) $\left(\frac{1}{4}-\right) - \frac{1}{3}$	(ج) $2\frac{1}{2}- - \left(1\frac{1}{4}-\right)$
(د) $\frac{5}{6} - \left(\frac{4}{3}-\right)$	(هـ) $1\frac{1}{3} - 1\frac{4}{5}$	(و) $\left(\frac{2}{3}-\right) - 1\frac{2}{5}$
(ز) $3\frac{3}{4} - 3\frac{2}{3}$	(ح) $\left(1\frac{3}{8}-\right) - 2\frac{2}{5}$	(ط) $\left(5\frac{4}{5}-\right) - 3\frac{1}{4}$
(ي) $8\frac{1}{7} - 7\frac{3}{8}$	(ك) $\left(6\frac{1}{5}-\right) - 13\frac{1}{7}$	(ل) $8\frac{1}{5} - \left(7\frac{1}{3}-\right)$

حل (ج): $\left(1\frac{1}{4}-\right) - 2\frac{1}{2}- = 1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2}- = \frac{5}{4} + \frac{5}{2}- = \frac{5+10-}{4} = \frac{1 \times 5 + 2 \times 5-}{4} =$

حل (ك): $\left(13\frac{1}{7}-\right) + \left(6\frac{1}{5}-\right) = 13\frac{1}{7} - \left(6\frac{1}{5}-\right) =$

العددان متحدان في الإشارة

$$\frac{5 \times 92 + 7 \times 31}{35} - = \left(\frac{92}{7} + \frac{31}{5} \right) - =$$

$$\frac{677}{35} - = \frac{460 + 217}{35} - =$$

... = (أكمل بالقسمة المطولة)

$$\left(13\frac{1}{7} + 6\frac{1}{5} \right) - = \dots \text{طريقة أخرى:}$$

$$\frac{12}{35} = \frac{5+7}{35} = \frac{1}{7} + \frac{1}{5} \text{ : سنجمع أولاً}$$

$$\text{كذلك فإن: } 19 = 13 + 6$$

$$\text{فيكون: } \left(19 + \frac{12}{35} \right) - = \left(13\frac{1}{7} + 6\frac{1}{5} \right) - = 13\frac{1}{7} - \left(6\frac{1}{5} - \right)$$

$$19\frac{12}{35} - =$$

(32) احسب:

$$1.4 - 2\frac{2}{3} - \text{ (ح)}$$

$$3\frac{5}{8} - 3\frac{3}{5} \text{ (ب)}$$

$$5.8 - 5\frac{5}{8} \text{ (أ)}$$

$$\left(2\frac{1}{2} - \right) - \left(\frac{4}{9} - \right) \text{ (و)}$$

$$20.4 - 17\frac{1}{8} \text{ (ه)}$$

$$\left(4\frac{1}{2} - \right) - 0.7 \text{ (س)}$$

$$\left(2\frac{1}{4} - \right) - \frac{35}{8} - \text{ (ط)}$$

$$3\frac{5}{6} - 3.6 \text{ (ع)}$$

$$\left(2\frac{1}{2} - \right) - \left(3\frac{5}{7} - \right) \text{ (ز)}$$

$$1\frac{3}{8} - 1.525 - \text{ (ل)}$$

$$(3.9 -) - 3\frac{4}{5} - \text{ (ك)}$$

$$2.4 - 2\frac{1}{5} \text{ (ي)}$$

$$\text{حل جزئي (ع): } \frac{5}{6} - \frac{6}{10} = 3\frac{5}{6} - 3\frac{6}{10} = 3\frac{5}{6} - 3.6$$

$$\frac{7}{30} - = \frac{14}{60} - = \frac{50 - 36}{60} = \frac{10 \times 5 - 6 \times 6}{60} =$$

$$0.2 - = 2.4 - 2.2 = 2.4 - 2\frac{1}{5} \text{ (ي)}$$

$$0.1 = 3.9 + 3.8 - = 3.9 + 3\frac{4}{5} - = (3.9 -) - 3\frac{4}{5} - \text{ (ك)}$$

(33) املاً المربعات الخالية :

$$72 - = \square + 72 - \text{ (ب)}$$

$$37 = (34 -) - \square \text{ (أ)}$$

$$84 = 63 - \square \text{ (س)}$$

$$41 = \square - 66 - \text{ (ح)}$$

$$1.9 = \square - 4.8 - \text{ (و)}$$

$$0 = 318 - \square \text{ (ه)}$$

$$37 = 34 + \square \quad \Leftarrow \quad 37 = (34-) - \square : (أ) \text{ حل جزئي}$$

$$34 - 37 = 34 - 34 + \square \quad \Leftarrow$$

$$3 = \square \quad \Leftarrow \quad 3 = 0 + \square \quad \Leftarrow$$

$$37 = (34-) - 3 : \text{أى أن}$$

$$1.9 + 4.8 = \square - 4.8 - 4.8 \quad \Leftarrow \quad 1.9 = \square - 4.8 - (و)$$

$$6.7 + \square = \square - \square \quad \Leftarrow \quad 6.7 = \square - \quad \Leftarrow \quad 6.7 = \square - 0 \quad \Leftarrow$$

$$6.7 - 6.7 + \square = 6.7 - 0 \quad \Leftarrow \quad 6.7 + \square = 0 \quad \Leftarrow$$

$$\square = 6.7 - \quad \Leftarrow \quad 0 + \square = 6.7 - \quad \Leftarrow$$

$$1.9 = (6.7-) - 4.8- : \text{أى أن}$$

$$\square = 1.9 - 4.8- \quad \Leftarrow \quad 1.9 = \square - 4.8- : \text{هذا الحل يكافئ الحل الآتى}$$

$$6.7- = \square \quad \Leftarrow$$

أى أننا إذا نقلنا أى "حد" عبر علامة التساوى "=" نغير إشارته ، فإذا كان موجباً أصبح سالباً ، وإذا كان سالباً أصبح موجباً .

(34) اطرح:

$$2\frac{1}{3} - 20.5- (ب) \quad (أ) \quad 224.1 - (35.68-)$$

(ح) ما المسافة بين العددين -27.5 ، -14.6 على محور الأعداد؟

(د) ما العدد الذى نضيفه إلى $-6,358$ حتى نحصل على $-5,239$ ؟

(هـ) ما العدد الذى نطرحه من $-6,358$ حتى نحصل على $-5,239$ ؟

$$\text{حل جزئي (ب): } 2\frac{1}{3} - 20\frac{1}{2}- = 2\frac{1}{3} - 20.5-$$

$$\text{نحسب أولاً: } 22 = 2 + 20$$

$$\text{ثم نحسب ثانيًا: } \frac{5}{6} = \frac{2 \times 1 + 3 \times 1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$\text{فيكون: } 22\frac{5}{6} = 2\frac{1}{3} + 20\frac{1}{2}$$

$$\text{وبالتالى يكون: } (2\frac{1}{3} + 20\frac{1}{2})- = 2\frac{1}{3} - 20\frac{1}{2}-$$

$$22\frac{5}{6}- =$$

(د) لدينا: $5,239 - \square + 6,358 =$

ومن التمرين السابقة مباشرة يكون لدينا

$\square = 5,239 - 6,358 = 1,119$ وهو العدد المطلوب جمعه

(هـ) لدينا: $5,239 - \square - 6,358 =$

ومن التمرين السابقة مباشرة يكون لدينا

$\square = 5,239 + 6,358 -$

أى أن: $\square = 1,119 -$ وهو العدد المطلوب طرحه

(35) سدد السيد/ علام للمصرف مبلغ 8,500 جنيه من دينه وعلى الرغم من هذا بقى مدينًا

للمصرف بمبلغ 4,640 جنيهًا. كم كان دينه قبل هذا السداد؟

(36) فى نهار يوم من أيام شهر مارس كانت درجة الحرارة فى بلد إفريقيا 29°س، بينما كانت

فى بلد فى سيبيريا -18°س. وفى الليل هبطت درجة الحرارة فى البلد الإفريقى إلى 14°س،

بينما هبطت فى بلد سيبيريا إلى -26.5°س.

(أ) احسب فى البلدين الفرق فى درجتى الحرارة فى النهار والليل.

(ب) احسب الفرق بين درجتى النهار فى البلدين، ودرجتى الليل فى البلدين.

حل (ب): الفرق بين درجتى النهار فى البلدين = $29 - (-18) = 47^\circ\text{س}$

$= 29 + 18 = 47^\circ\text{س}$

الفرق فى درجتى الليل فى البلدين = $14 - (-26.5) = 40.5^\circ\text{س}$

$= 14 + 26.5 = 40.5^\circ\text{س}$

أى أن درجة الحرارة فى البلد الإفريقى أعلى منها فى بلد سيبيريا فى النهار بـ 47°س وفى

الليل بـ 40.5°س.

(37) يتحول غاز الكلور إلى الحالة السائلة عند درجة حرارة -34.1°س، ويتحول إلى الحالة

الصلبة عند درجة حرارة -101°س.

(أ) كم درجة حرارة ينبغى للمرء أن يسخن الكلور فى درجة -87°س حتى يصبح غازًا؟

(ب) كم درجة حرارة ينبغى للمرء أن يبرد الكلور فى درجة -87°س حتى يصبح فى الحالة

الصلبة؟

حل (أ): $-87^{\circ}\text{س} + \square = -34.1^{\circ}\text{س}$ حيث $\square$ عدد درجات الحرارة التي ينبغي أن يسخن المرء الكلور.

$$\Leftarrow \square = 87 - 34.1 = 52.9^{\circ}\text{س} \quad (\text{في الواقع أكبر قليلاً من } 52.9^{\circ}\text{س})$$

(38) احسب أعمار المشاهير الآتية أسماؤهم، وموضح أمام كل منهم سنة ميلاده وسنة وفاته:

(أ) فيثاغوراس (-580 إلى -496) (ب) إقليدس (-365 إلى -300)

(ج) أرشميدس (-287 إلى -212) (د) يوليوس قيصر (-100 إلى -44)

(هـ) كليوباترا (-69 إلى -30) (و) أغسطس (-63 إلى -14)

حل (أ): عمر فيثاغوراس $= -496 - (-580) =$

$$= -496 + 580 = 84 \text{ سنة}$$

(هذا الحل ليس دقيقاً، لأنه لا توجد سنة صفر)

(39) املاً المربعات الخالية:

$$(أ) \square + 23 = 3 \quad (ب) \square - 23 = 3 \quad (ج) 48 - \square = 71$$

$$(د) \square + 218 = 17 \quad (هـ) \square - 314 = 0 \quad (و) \square + 64 = 70$$

$$(ز) \square - 78 = 25 \quad (ح) \square + 64 = 64 \quad (ط) 8.6 + \square = 2.5$$

$$(ي) \square - 0.6 = 0.5 \quad (ك) \square - \frac{3}{4} = 2 \quad (ل) \square + 2\frac{1}{4} = 1\frac{1}{3}$$

$$\text{حل (ك)} \quad 2 - \frac{3}{4} = \square \quad \Leftarrow \quad \frac{8-3}{4} = \frac{8}{4} - \frac{3}{4} = 2 - \frac{3}{4} = \square$$

$$1\frac{1}{4} - \frac{5}{4} =$$

$$\text{حل (ل)} \quad 1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{4} = \square \quad \Leftarrow \quad \frac{4}{3} - \frac{9}{4} = 1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{4} = \square$$

$$\frac{16-27}{12} = \frac{4 \times 4 - 3 \times 9}{12} =$$

$$\frac{(36+7)-}{12} = \frac{43-}{12} =$$

$$3\frac{7}{12} - =$$

(40) املاً المربعات الخالية:

$$(أ) 20 = \square + 25 \quad (ب) 20 = \square - 25 \quad (ج) 20 - = \square + 25$$

$$(د) 20 - = \square + 25 \quad (هـ) 20 = \square - 25 \quad (و) 20 - = \square - 25$$

$$\begin{aligned} 72 &= \square - 34 \text{ (ط)} & 20 &= \square - 25 \text{ (ج)} & 20 &= \square + 25 \text{ (ز)} \\ 10 &= \square - 146 \text{ (ل)} & 10 &= \square - 83 \text{ (ك)} & 15 &= \square + 63 \text{ (ي)} \\ \square &= 156- \Leftarrow \square = 10 - 146- \Leftarrow 10 = \square - 146- \text{ (ل): حل} \\ & & & & 156 &= \square \text{ أي أن:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square &= 73 \Leftarrow \square = 10 - 83 \Leftarrow 10 = \square - 83 \text{ (ك): حل} \\ & & & & 73 &= \square \text{ أي أن} \end{aligned}$$

تذكر أن: نقل عدد عبر علامة "=" يغير إشارته.

(41) لاحظ أنه لا تأتي علامتا الحساب + ، - متتاليتين مباشرة، فلا نكتب مثلاً 5 + - 1 ، بل

$$\text{نكتب } 5 + (1-) \text{ وهذه تساوي } 4 = 1 - 5$$

اكتب عمليات الطرح الآتية كعمليات جمع:

$$\begin{aligned} 40 - 23 \text{ (أ)} & \quad 7.4 - 11.7 \text{ (ب)} & 43 - 22 \text{ (ح)} \\ 95 - 78 \text{ (د)} & \quad 5 - 19 \text{ (هـ)} & (42-) - 83 \text{ (و)} \\ 82 - 16 \text{ (ز)} & \quad (25-) - 37 \text{ (ح)} \end{aligned}$$

$$\text{حل جزئي (و): } 83 - (42-) = 42 + 83 = 125$$

$$(ز) \quad 82 - 16 = (82-) + 16- = 98-$$

راجع عملية الطرح: "لإجراء عملية الطرح نحول عملية الطرح إلى عملية جمع مع تغيير إشارة الرقم المطروح إلى عكسها، ثم نطبق طريقة الجمع".

(42) اكتب عمليات الجمع الآتية كعمليات طرح:

$$\begin{aligned} 29 + 41 \text{ (أ)} & \quad 89 + 63 \text{ (ب)} & 69 + 25 \text{ (ح)} \\ 780 + 241 \text{ (د)} & \quad (27-) + 144 \text{ (هـ)} & 74 + 108 \text{ (و)} \\ (64-) + 71 \text{ (ز)} & \quad (64-) + 14 \text{ (ح)} & 75 + 308 \text{ (ط)} \end{aligned}$$

$$\text{حل جزئي (ز): } 71 - (64-) = 64 - 71 =$$

$$135 - =$$

$$(ط) \quad 75 + 308 - = (75-) - 308 - = 233 -$$

(43) لاحظ أن:

$$(60-) - 40- = 60 + 40- = (40-) + 60 = (40+) - 60 = 40 - 60$$

اكتب على هذا النمط:

$$66 + 53 \text{ (د)} \quad 65 + 17- \text{ (ح)} \quad 61 - 37- \text{ (ب)} \quad 95 - 82 \text{ (ا)}$$

(44) (ا) ما العدد الذي أكبر من -26 ب 84 ؟

(ب) ما العدد الذي أصغر من -75 ب 215 ؟

(ح) بكم يكون العدد -376 أكبر من -518 ؟

(د) بكم يكون العدد $-1,115$ أصغر من $1,875$ ؟

(هـ) ما العدد الذي يضيف إليه المرء -74 حتى حصل على 21 ؟

(و) ما العدد الذي يطرحه المرء من 124 حتى يحصل على -278 ؟

(ز) ما العدد الذي يجمعه المرء على 138 حتى يحصل على -78 ؟

(45) احسب بطريقة حسنة:

$$(ب) \quad 73 + 225 - 23 - 75 \quad (ا) \quad (47-) + (56-) + 37$$

$$(د) \quad 37 - 87 + 76 \quad (ح) \quad 53 + 18 - 37$$

$$(و) \quad 2,026 - 1,726 + 3,214 \quad (هـ) \quad 53 + 84 + 93 -$$

$$(ج) \quad \frac{1}{4} + 2 - \frac{3}{4} \quad (ز) \quad 1.2 - 6.8 - 3.2 -$$

$$(ي) \quad 1\frac{2}{5} - \frac{3}{5} - 2\frac{1}{3} \quad (ط) \quad 1\frac{3}{5} - 2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{2} -$$

$$(ل) \quad 1.3 - 2.4 + 4.7 \quad (ك) \quad 1.3 - \frac{2}{5} + 4.7 -$$

$$\text{حل جزئي (ا): } (47-) + (56-) + 37 = (56-) + (47-) + 37$$

$$66- = (10-) + 56- =$$

$$(ب) \quad 23 - 73 + 225 - 75 = 73 + 225 - 23 - 75$$

$$100- = 50 + 150- =$$

(46) احسب بطريقة حسنة:

$$(ب) \quad 13 - 17 + 47 - 83$$

$$(ا) \quad 18 + 3 - 18 - 47 -$$

$$1.72 - 0.6 - 0.72 + 0.4 - (س)$$

$$30 + \frac{1}{4} + 1.6 - 3.25 (و)$$

$$37 - 14.3 - 27.3 + 86 - (ع)$$

$$43 - 85 - 23 + 65 (ي)$$

$$26.2 - 6.5 + 16.5 - 14.8 - (ل)$$

$$1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + 4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} (هـ)$$

$$\frac{1}{9} + \frac{3}{7} - \frac{5}{9} + \frac{4}{7} (ف)$$

$$\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} (ح)$$

$$3 + 1.2 + \frac{5}{6} + 0.8 - (هـ)$$

$$6.4 + 5.2 + 65 - 21.4 (ز)$$

$$86 - 650 + 348 - 436 - (ط)$$

$$65 - 113 + 87 + 123 - (ك)$$

$$7.3 + 11.3 + 8.3 - 1.7 (م)$$

$$\frac{7}{10} + \frac{3}{5} - \frac{2}{5} + \frac{5}{3} - (س)$$

(47) املأ المربعات الآتية بإحدى علامتين: "+" أو "-":

$$20 = 3 \square 18 \square 35 (ب)$$

$$21 = 13 \square 18 \square 16 (س)$$

$$88 = 22 \square 17 \square 93 (و)$$

$$30 = 7 \square 12 \square 25 (ا)$$

$$35 = 4 \square 13 \square 44 (ح)$$

$$70 = 20 \square 18 \square 68 (هـ)$$

(48) أزل الأقواس فيما يلي ثم احسب:

$$(63 - 16) - 24 (ب)$$

$$(12 + 45) - 8 - (س)$$

$$(13 - 9 -) - 5 - (و)$$

$$(78 - 45) - 34 - (ع)$$

$$(45 - 18 -) - 35 (ي)$$

$$17 - (18 - 34) (ل)$$

$$(16 + 57 -) - (هـ)$$

$$(72 - 17) + (54 - 21) - 68 (ف)$$

$$(24 + 91 -) + (18 + 89 - 24) - (ق)$$

$$(287 - 518 -) - (78 - 417 -) - (ش)$$

$$254 - (739 + 618 -) + (513 - 317) - (ت)$$

$$17 = 13 + 9 + 5 - (13 - 9 -) - 5 - (و):$$

$$(63 - 16) + 24 (ا)$$

$$(13 + 9 -) + 7 - (ح)$$

$$(18 - 6 -) + 48 (هـ)$$

$$(25 - 18) + 22 (ز)$$

$$(19 + 23) - 12 (ط)$$

$$(35 + 28 -) + 67 - (ك)$$

$$15 + (38 - 29) - (م)$$

$$(4 - 9) - 9 - 4 (س)$$

$$(73 + 25) - (17 - 42) + 53 - (ص)$$

$$(218 + 94 -) - (124 - 83) - (ر)$$

تذكر قاعدة الطرح. بعبارة أخرى إذا أزلنا الأقواس وكان خارج الأقواس من جهة اليمين
 "- فإننا نغير كل الإشارات داخل القوسين، فتصبح الإشارة "+" "-"، وبالعكس تصبح
 الإشارة "-" "+"

$$(ق) -(24 + 91) + (18 + 89 - 24) =$$

$$24 + 91 - 18 - 89 + 24 =$$

$$91 - 18 - 89 + 24 + 24 =$$

$$20 = (20) + 0 = 109 - 89 + 0 =$$

(49) أزل الأقواس فيما يلي ثم احسب:

$$(ب) \left(\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) - \frac{4}{5} =$$

$$(أ) \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3} =$$

$$(د) \left(\frac{1}{2}\right) + \left(3\frac{1}{6} - \frac{5}{6} - 2\frac{1}{5}\right) - \frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} =$$

$$(ح) \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{4}\right) + \left(2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2}\right) -$$

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{5} + 2\frac{1}{8} - 1\frac{1}{2}\right) =$$

$$(هـ) \frac{3}{4} - \left(\frac{2}{5} - 1\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} - \frac{3}{5} =$$

$$(ز) (7 + 6.3) + (3.4 - 8.6 - 0.5) - 3.4 =$$

$$(ح) (2.08 - 1.42) - (0.87 + 0.65) - 2.58 =$$

$$(ط) 1.48 - (0.95 - 2.05 - 1.8) + 3.04 =$$

$$(ي) (2.2 + 0.8 - 7.3 - 8) - 13.8 - 17.2 =$$

$$(ك) \left(1\frac{1}{8} - 7.4\right) - \left(4.4 - 2\frac{3}{8}\right) - 13 =$$

$$(ل) \left(3.4 - \frac{2}{5}\right) - (1.4 - 0.83) =$$

$$\text{حل جزئي (أ): } \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{6} - \frac{3}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) =$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1-3}{2} + 1 = \frac{1}{6} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1 =$$

$$\frac{1}{6} - 2 = \frac{1}{6} - 1 + 1 =$$

$$1\frac{5}{6} = \frac{11}{6} = \frac{1-12}{6} =$$

$$(2.2 + 0.8 - 7.3 - 8) - 13.8 - 17.2 \text{ (ي)}$$

$$2.2 - 0.8 + 7.3 + 8 - 13.8 - 17.2 =$$

$$0.8 + 13.8 - 7.3 + (8 - 2.2 - 17.2) =$$

$$(0.8 + 13.8 -) + 7.3 + 7 =$$

$$1.3 = 13 - 14.3 = 13 - 7.3 + 7 =$$

$$\left(1\frac{1}{8} - 7.4\right) - \left(4.4 - 2\frac{3}{8}\right) - 13 \text{ (ك)}$$

$$1\frac{1}{8} + 7.4 - 4.4 + 2\frac{3}{8} - 13 =$$

$$1\frac{1}{8} + 2\frac{3}{8} - 7.4 - (4.4 + 13) =$$

$$\left(1\frac{2}{8} -\right) + 10 = \left(1\frac{1}{8} + 2\frac{3}{8} -\right) + 7.4 - 17.4 =$$

$$8\frac{3}{4} = 1\frac{1}{4} - 10 =$$

(50) جَمْع "الحدود الموجبة" في أقواس، وجمع "الحدود السالبة" في أقواس ثم احسب:

$$64 + 25 - 48 - 23 + 57 - 49 \text{ (ب)}$$

$$9 - 13 + 12 - 8 \text{ (أ)}$$

$$42 + 37 - 28 - 79 + 38 - 46 \text{ (ح)}$$

$$195 - 407 - 316 + 185 + 413 \text{ (د)}$$

$$5.5 - 0.48 + 7.5 - 3.48 - 6.25 \text{ (ه)}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} + \frac{3}{8} - \frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \text{ (و)}$$

$$\frac{1}{12} - 1.4 - 3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{4} - 0.8 - 1\frac{1}{3} \text{ (ز)}$$

$$5.5 - 0.48 + 7.5 - 3.48 - 6.25 \text{ : (ه) حل جزئي}$$

$$5.5 - 7.5 - 3.48 - 0.48 + 6.25 =$$

$$(5.5 + 7.5 + 3.48) - (0.48 + 6.25) =$$

$$9.75 - = 16.48 - 6.73 =$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{12} - 1.4 - 3\frac{1}{5} + 2\frac{1}{4} - 0.8 - 1\frac{1}{3} \quad (ج) \\
 & \left(\frac{1}{12} + 1.4 + 2\frac{1}{4} + 0.8 \right) - \left(3\frac{1}{5} + 1\frac{1}{3} \right) = \\
 & \left(\frac{1}{12} + 2\frac{1}{4} + 1.4 + 0.8 \right) - \left(4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) = \\
 & \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4} + 2 + 2.2 \right) - \left(4 + \frac{3+5}{15} \right) = \\
 & \left(\frac{1+3 \times 1}{12} + 4.2 \right) - 4\frac{8}{15} = \\
 & \frac{4}{12} - 4.2 - 4\frac{8}{15} = \left(\frac{4}{12} + 4.2 \right) - 4\frac{8}{15} = \\
 & 4.2 - \frac{1}{3} - 4\frac{8}{15} = \frac{1}{3} - 4.2 - 4\frac{8}{15} = \\
 & 0 = 4.2 - 4.2 = 4.2 - 4\frac{1}{5} = 4.2 - 4\frac{3}{15} = 4.2 - \frac{5}{15} - 4\frac{8}{15} =
 \end{aligned}$$

(51) اطرح الحدود التي في الصف الثاني من الحدود التي في الصف الأول:

$$112 - 83 \quad (ب)$$

$$38 + 27 - \quad (ا)$$

$$47 - 64 -$$

$$64 + 78$$

$$3.7 - 4.5 - \quad (د)$$

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} \quad (ح)$$

$$7.3 - 9 -$$

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{13 \times 2 - 3 \times 5}{6} &= \frac{13}{3} - \frac{5}{2} = 4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} \quad \text{حل جزئي (ح):} \\
 \frac{11 -}{6} &= \frac{26 - 15}{6} =
 \end{aligned}$$

$$\frac{4 \times 11 - 3 \times 5}{12} = \frac{11}{3} - \frac{5}{4} = 3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{29 -}{12} = \frac{44 - 15}{12} =$$

$$\frac{29}{12} + \frac{11 -}{6} = \left(3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} \right) - \left(4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{7}{12} = \frac{29 + 22 -}{12} = \frac{29 + 2 \times 11 -}{12} =$$

$$8.2 - = 3.7 - 4.5 - \quad (د)$$

$$16.3 - = 7.3 - 9 -$$

$$8.1 = 16.3 + 8.2 - = (16.3 -) - 8.2 -$$

(52) (أ) ا طرح مجموع $74 + 83$ من الفرق $74 - 83$

(ب) ا طرح الفرق $74 - 83$ من المجموع $74 + 83$

(ج) ا جمع مجموع -35 ، 78 على "المعكوس الجمعى" لـ $(124 - 83)$

(المعكوس الجمعى لعدد هو العدد بإشارة مخالفة)

حل جزئى (أ) : $157 = 74 + 83$

$$9 = 74 - 83$$

هو الجواب المطلوب $148 = 157 - 9$

(ج) $-43 = 78 + 35$

$$41 = 124 - 83$$

المعكوس الجمعى لـ $(124 - 83)$ هو 41

ويكون : $84 = 41 + 43$ وهو الجواب المطلوب

(53) فك الأقواس المستديرة أولاً ، ثم فك الأقواس المربعة ثم احسب :

$$(أ) -427 - [(257 + 245) - 517]$$

$$(ب) -[71 - (52 + 88 - 15) - 23]$$

$$(ج) -[(83 + 67) - [(86 - 28) - 54]]$$

$$(د) (51 - 87) - [(71 + 25) - (98 - 95)]$$

$$(هـ) -28 - [(124 + 23) - (198 - 22)]$$

$$(و) [13 - (201 + 127) - 16] - (48 - 302)$$

$$(ز) 0.06 + [8.23 - (4.71 - 2.56)]$$

$$(ح) \left[\left(\frac{53}{12} - \frac{37}{6} \right) - \left(\frac{5}{8} + \frac{7}{4} \right) - \frac{11}{12} \right] + \frac{25}{24}$$

حل جزئى (ز) : $0.06 + [8.23 - (4.71 - 2.56)]$

$$0.06 + [8.23 - 4.71 - 2.56] =$$

$$0.06 + 8.23 + 4.71 + 2.56 =$$

$$10.44 = 13.00 + 2.56 =$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\left(\frac{53}{12} - \frac{37}{6} \right) - \left(\frac{5}{8} + \frac{7}{4} \right) - \frac{11}{12} \right] + \frac{25}{24} - (ج) \\
 & \left[\frac{53}{12} + \frac{37}{6} - \frac{5}{8} - \frac{7}{4} - \frac{11}{12} \right] + \frac{25}{24} - = \\
 & \frac{53}{12} + \frac{37}{6} - \frac{5}{8} - \frac{7}{4} - \frac{11}{12} + \frac{25}{24} - = \\
 & \frac{2 \times 53 + 4 \times 37 - 3 \times 5 - 6 \times 7 - 2 \times 11 + 1 \times 25}{24} - = \\
 & \frac{106 + 148 - 15 - 42 - 22 + 25}{24} - = \\
 & \frac{42 - 57 - 3}{24} - = \\
 & 4 \frac{1}{4} - = 4 \frac{3}{12} - = \frac{51}{12} - = \frac{102}{24} - =
 \end{aligned}$$

(54) احسب بطريقتين مختلفتين:

$$(37 + 27 - 218) + 323 - (أ)$$

$$(91 - 528) + (87 - 85) - 429 - (ب)$$

$$\text{حل (ب): } (91 - 528) + (87 - 85) - 429 -$$

$$437 + (2-) - 429 - =$$

$$10 = 439 + 429 - = 437 + 2 + 429 - =$$

طريقة أخرى:

$$91 - 528 + 87 + 85 - 429 - = \dots$$

$$528 + 87 + 91 - 85 - 429 - =$$

$$10 = 615 + 605 - =$$

(55) املا الجدولين الآتيين :

-	2-	1.4	4 $\frac{5}{6}$ -	2 $\frac{1}{3}$ -
1.8				
$\frac{2}{3}$ -				
1 $\frac{1}{2}$				

-	8-	2.5	$\frac{5}{3}$ -	2 $\frac{2}{5}$ -
$\frac{3}{2}$ -				
0.6				
1 $\frac{3}{4}$ -				

لاحظ أن هناك طريقتين للطرح. انظر مثلاً الجدول (١). إما أن نطرح $8 - \frac{3}{2}$ من $\frac{3}{2}$ فيكون الناتج $-\frac{3}{2} - (8 - \frac{3}{2}) = -8 + \frac{3}{2} = -\frac{13}{2}$ وإما أن نطرح $-\frac{3}{2}$ من $8 - \frac{3}{2}$ فيكون الناتج $8 - (-\frac{3}{2}) = 8 + \frac{3}{2} = \frac{19}{2}$ وهكذا ...

(56) تقع صفحة الماء (سطح الماء) للبحر الميت أسفل الصفر الطبيعي لسطح الماء بـ 590 متراً، بينما تقع أدنى نقطة فيه تحت الصفر الطبيعي بـ 800 متر. كم يبلغ عمق البحر الميت؟

ضرب الأعداد ذات الإشارة

إذا كانت الأعداد صحيحة، فالضرب عملية جمع متكرر، فمثلاً إذا كان البنك الذى به حسابك الجارى يخصم كل ثلاثة أشهر مبلغ 15 جنيهاً، فكم يكون التغير فى حسابك بعد سنة؟

$$(15-) + (15-) + (15-) + (15-) = \text{التغير فى الحساب بعد سنة}$$

$$= (15-) \times 4 = -60 \text{ جنيهاً}$$

والآن إذا قارنا حسابك الآن بحسابك قبل تسعة أشهر، فكيف تكون نتيجة المقارنة؟

يكون حسابك قبل تسعة أشهر أزيد من حسابك الآن بمبلغ $15 \times 3 = 45$ جنيهاً

(تسعة أشهر = ثلاثة أشهر + ثلاثة أشهر + ثلاثة أشهر)

طريقة الضرب:

لضرب عددين بإشارتين نتبع الآتى:

(1) اضرب القيمتين المطلقتين للعددين.

(2) إذا كان العددان هما الإشارة نفسها يكون حاصل الضرب موجباً.

أما إن كان لهما إشارتان مختلفتان فالإشارة سالبة.

وبعد أن نكون قد قمرسنا ، لن نحسب القيمتين المطلقتين، بل سنحل مباشرة.

مثال 26: اضرب $2-$ فى $3-$

$$\text{الحل: } 2 = |2-| , \quad 3 = |3-|$$

$$6 = 3 \times 2 = |3-| \times |2-|$$

العددان لهما الإشارة نفسها، فحاصل الضرب موجب ويكون:

$$6 = (3-) \times (2-)$$

مثال 27: احسب: $8 \times (7-)$

$$\text{الحل: } 8 = |8| , \quad 7 = |7-|$$

$$56 = 7 \times 8 = |7-| \times |8|$$

العددان لهما إشارتان مختلفتان، فيكون:

$$56- = (7-) \times 8$$

مثال 28: احسب: $2(5-)$

الحل: $2(5-) = (5-) \times (5-) = 25$ (العددان لهما الإشارة نفسها)

مثال 29: احسب: $2(13-)$

الحل: $2(13-) = (13 \times 13)- = 169-$

لاحظ الفرق بين هذا المثال، والمثال السابق مباشرة.

مثال 30: احسب: $(5-) \times (4-) \times 8$

الحل: $(5-) \times (4-) \times 8 = 20 \times 8 = 160$ ، $5-$ ، $4-$ لهما الإشارة نفسها

مثال 31: احسب: $(5-) \times (4-) \times (8-)$

الحل: $(5-) \times (4-) \times (8-) = (20) \times (8-) = 160-$

مثال 32: احسب: $2\frac{3}{4} \times (4-)$

الحل: $2\frac{3}{4} \times (4-) = \frac{11}{4} \times (4-) = 11-$

وبالتفصيل:

$$\frac{11}{4} = \left| \frac{11}{4} \right| = \left| 2\frac{3}{4} \right| , \quad 4 = |4-|$$

$$11 = \frac{11}{4} \times 4 = \left| 2\frac{3}{4} \right| \times |4-|$$

والعددان $4-$ ، $2\frac{3}{4}$ لهما إشارتان مختلفتان، فيكون:

$$11- = 2\frac{3}{4} \times (4-)$$

مثال 33: احسب: $2(12-) \times 8 - 150$

الحل: $2(12-) = (12-) \times (12-) = 144$

والآن: $144 \times 8 - 150 = 2(12-) \times 8 - 150$

$$1,002- = 1,152 - 150 =$$

مثال 34: في محاولة لاستكشاف المحيط كانت غواصة على بعد 400 متر من القاع. إذا كانت الغواصة تستطيع أن تغطس 80 مترًا في الدقيقة، فهل تستطيع أن تصل إلى قاع المحيط بعد أربع دقائق؟

الحل: بعد أربع دقائق تكون الغواصة قد غطست: $320 = 80 \times 4$ مترًا
لكنها على بُعد 400 متر من القاع، إذن هي لا تكون قد وصلت إلى قاع المحيط بعد
4 دقائق

مثال 35: تقاس درجة الحرارة بمقياس سلسيوس، وفهرنهايت. ولإيجاد المقابل بمقياس سلسيوس
لدرجة 4°F (4°F فهرنهايت) نحسب $(4 - 32) \times \frac{5}{9}$. بسط هذا التعبير

الحل: $(4 - 32) \times \frac{5}{9} = \frac{5}{9} \times (36 -)$ وبالتفصيل:

$$\frac{5}{9} = \left| \frac{5}{9} \right|, \quad 36 = |36 - |$$

$$20 = 4 \times 5 = \frac{5}{9} \times 36 = \left| \frac{5}{9} \right| \times |36 - |$$

$$20 - = \frac{5}{9} \times (36 -)$$

(العددان مختلفان في الإشارة)

مثال 36: سقط جسيم من قمة برج فوصل إلى الأرض بعد ثانيتين. إذا علمت أن (ف) المسافة
المقطوعة بالجسيم تحسب من العلاقة:

$$ف = \frac{1}{2} \times 32 \times ز^2$$

حيث ز هو الزمن بالثواني الذي يقطع فيه الجسيم هذه المسافة (ف) بالأقدام، فما ارتفاع
البرج؟

الحل: ارتفاع البرج = $\frac{1}{2} \times (32) \times (2)^2$

$$64 = 4 \times 32 \times \frac{1}{2} = \text{قدمًا}$$

مثال 37: املاء المربعات الخالية فيما يأتي:

$$56 = \square \times (7 -) \quad (ب)$$

$$48 - = \square \times 12 \quad (ا)$$

$$65 - = 13 \times \square \quad (د)$$

$$54 = \square \times 6 \quad (ح)$$

$$45 = (15 -) \times \square \quad (و)$$

$$81 - = \square \times (9 -) \quad (هـ)$$

$$100 = \square \times (25 -) \quad (ج)$$

$$48 - = 16 \times \square \quad (ز)$$

$$(0.7 -) \times \square = 0.21 \quad (ي)$$

$$\square \times (3 -) = \frac{3}{4} \quad (ط)$$

$$(ل) \quad (17-) \times \square = 0$$

$$(هـ) \quad \frac{3}{7} = \square \times \left(\frac{3}{7}-\right)$$

$$(ف) \quad 1 = (1-) \times \square$$

$$(ك) \quad \square \times 6 = 84$$

$$(م) \quad 14- = \square \times 14$$

$$(س) \quad \frac{1}{6}- = \square \times \left(\frac{1}{6}-\right)$$

الحل:

$$(ب) \quad 56 = (8-) \times (7-)$$

$$(د) \quad 65- = 13 \times (5-)$$

$$(و) \quad 45 = (15-) \times (3-)$$

$$(ج) \quad 100 = (4-) \times (25-)$$

$$(ي) \quad (0.7-) \times (0.3-) = 0.21$$

$$(ل) \quad (17-) \times 0 = 0$$

$$(هـ) \quad \frac{3}{7} = (1-) \times \left(\frac{3}{7}-\right)$$

$$(ف) \quad 1 = (1-) \times (1-)$$

$$(أ) \quad 48- = (4-) \times 12$$

$$(ح) \quad 54 = 9 \times 6$$

$$(هـ) \quad 81- = 9 \times (9-)$$

$$(ز) \quad 48- = 16 \times (3-)$$

$$(ط) \quad \left(\frac{1}{4}-\right) \times (3-) = \frac{3}{4}$$

$$(ك) \quad 14 \times 6 = 84$$

$$(م) \quad 14- = (1-) \times 14$$

$$(س) \quad \frac{1}{6}- = 1 \times \left(\frac{1}{6}-\right)$$

مثال 38: المعكوس الجمعي لعدد هو العدد بإشارة مخالفة، فالمعكوس الجمعي لـ 3 هو -3،

والمعكوس الجمعي لـ $\frac{1}{2}$ هو $\frac{1}{2}-$

تدعى أيتن: "أستطيع أن أحصل على المعكوس الجمعي لعدد عن طريق الجمع وكذلك عن طريق الضرب". اضرب مثلاً تؤيد به كلام أيتن.

الحل: ليكن لدينا $\frac{1}{3}$. المعكوس الجمعي هو $\frac{1}{3}-$

يمكن الحصول على $\frac{1}{3}-$ عن طريق الجمع كالاتى:

$$\frac{1}{3}- = \frac{1-1-1}{3} = \left(\frac{1}{3}-\right) + \left(\frac{1}{3}-\right) + \frac{1}{3}$$

وعن طريق الضرب كالاتى:

$$\frac{1}{3}- = \frac{1}{3} \times (1-)$$

مثال 39: حصلت صباح على ترمومتر من باريس يظهر درجة الحرارة وفقاً لنظام سلسيوس $^{\circ}\text{س}$ وكذلك لنظام رومور $^{\circ}\text{ر}$. إذا علمت أن 1°ر تناظر $\frac{5}{4}^{\circ}\text{س}$ ، فأجب عما يأتي:

(أ) ما الدرجات في نظام سلسيوس التي تناظر الدرجات 20، -24، -32 في نظام رومور؟

(ب) ما الدرجات في نظام رومور التي تناظر الدرجات 30، -15، -10 في نظام سلسيوس؟

الحل: (أ) 20°ر تناظر $20 \times \frac{5}{4}^{\circ}\text{س} = 25^{\circ}\text{س}$

-24°ر تناظر $-24 \times \frac{5}{4}^{\circ}\text{س} = -30^{\circ}\text{س}$

-32°ر تناظر $-32 \times \frac{5}{4}^{\circ}\text{س} = -40^{\circ}\text{س}$

(ب) 30°س تناظر $30 \times \frac{4}{5}^{\circ}\text{ر} = 24^{\circ}\text{ر}$

-15°س تناظر $-15 \times \frac{4}{5}^{\circ}\text{ر} = -12^{\circ}\text{ر}$

-10°س تناظر $-10 \times \frac{4}{5}^{\circ}\text{ر} = -8^{\circ}\text{ر}$

لاحظ أن: $1^{\circ}\text{ر} = \frac{5}{4}^{\circ}\text{س}$ تستلزم أن 1°س تناظر $\frac{4}{5}^{\circ}\text{ر}$

مثال 40: احسب:

(أ) $\frac{1}{5} \times 2(5 \times 3-)$ (ب) $(\frac{1}{10}-) \times 2(3 \times 12-)$ (ج) $3((\frac{1}{6}-) \times 3)$

(د) $2(\frac{2}{5} \times 2.5-)$ (هـ) $2((2.5-) \times 1\frac{3}{5})$ (و) $3(\frac{4}{7}-) \times (1\frac{3}{4}-)$

(ز) $\frac{2}{3} \times 2((7\frac{3}{8}-) \times 0)$ (ح) $(\frac{1}{5}-) \times (1\frac{1}{2}) \times (2\frac{1}{3}-)$ (ط) $(\frac{1}{4}-) \times (\frac{2}{3}-) \times (6-)$

الحل: (أ) $\frac{1}{5} \times 5 \times (3-) \times 5 \times (3-) = \frac{1}{5} \times 2(5 \times 3-)$

$45 = 3 \times 5 \times 3 =$

(ب) $(\frac{1}{10}-) \times 3 \times (12-) \times 3 \times (12-) = (\frac{1}{10}-) \times 2(3 \times 12-)$

$(\frac{1}{5}-) \times 3 \times 12 \times 3 \times 6 =$

$129\frac{3}{5} = \frac{648}{5} = \frac{108 \times 6}{5} =$

(ج) $3((\frac{1}{6}-) \times 3) = (\frac{1}{6}-) \times 3 \times (\frac{1}{6}-) \times 3 \times (\frac{1}{6}-) \times 3 =$

$\frac{1}{8} = (\frac{1}{2}-) \times (\frac{1}{2}-) \times (\frac{1}{2}-) =$

$$1 = {}^2(1-) = {}^2\left(\frac{2}{5} \times \frac{5}{2}-\right) = {}^2\left(\frac{2}{5} \times 2.5-\right) (س)$$

$$16 = {}^2(4-) = {}^2\left(\left(\frac{5}{2}-\right) \times \frac{8}{5}\right) = {}^2\left((2.5-) \times 1\frac{3}{5}\right) (هـ)$$

$$\left(\frac{4}{7}-\right) \times \left(\frac{4}{7}-\right) \times \left(\frac{4}{7}-\right) \times \left(\frac{7}{4}-\right) = {}^3\left(\frac{4}{7}-\right) \times \left(1\frac{3}{4}-\right) (و)$$

$$\frac{16}{49} = \frac{16}{49} \times 1 = \left(\frac{4}{7}-\right) \times \left(\frac{4}{7}-\right) \times 1 =$$

$$(0 = \text{إذا ضرب في أى عدد } = 0) \quad 0 = \frac{2}{3} \times {}^2\left(\left(7\frac{3}{8}-\right) \times 0\right) (ز)$$

$$\left(\frac{1}{5}-\right) \times \frac{3}{2} \times \left(\frac{7}{3}-\right) = \left(\frac{1}{5}-\right) \times \left(1\frac{1}{2}-\right) \times \left(2\frac{1}{3}-\right) (ح)$$

$$\frac{7}{10} = \frac{1 \times 1 \times 7}{5 \times 2 \times 1} =$$

$$1- = \frac{6 \times 1 \times 2}{4 \times 3} - = (6-) \times \left(\frac{1}{4}-\right) \times \left(\frac{2}{3}-\right) (ط)$$

مثال 41: احسب:

$$(1.09-) \times (0.1-) (ح) \quad 320 \times (0.25-) (ب) \quad 2.5 \times (62-) (ا)$$

$$(1.01-) \times 9.9 (و) \quad (0.64-) \times (2.5-) (هـ) \quad (0.04-) \times 0.8 (س)$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ 25 \times \\ \hline 310 \\ 124 \\ \hline 1550 \end{array}$$

$$\text{الحل: (ا)} \quad 155.0- = 2.5 \times (62-)$$

$$155- =$$

$$80- = 320 \times \frac{1}{4} - = 320 \times (0.25-) (ب)$$

$$0.109 = (1.09-) \times (0.1-) (ح)$$

$$0.032- = (0.04-) \times 0.8 (س)$$

$$1.60 = 0.32 \times 5 = 0.64 \times \frac{5}{2} = (0.64-) \times (2.5-) (هـ)$$

$$9.999- = (1.01-) \times 9.9 (و)$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ 101 \times \\ \hline 99 \\ 00 \\ \hline 99 \\ 9999 \end{array}$$

(تذكر أنه إذا كان في حاصل الضرب عدد فردى من الإشارات السالبة كان الجواب سالبًا. وإذا كان عدد الإشارات السالبة زوجيًا كان الجواب موجبًا).

تمارين

(1) احسب:

$$(أ) 14 \times (450-) \quad (ب) (16-) \times (32-) \quad (ج) (1.6-) \times 3.5$$

$$(د) \frac{1}{6} \times 9.6 \quad (هـ) \frac{2}{3} \times 4.8 \quad (و) 1.5 \times 5.4$$

$$(ز) \frac{9}{10} \times (5\frac{1}{3}-) \quad (ح) (24-) \times \frac{3}{8} \quad (ط) (1\frac{1}{25}-) \times (125-)$$

حل (هـ): $1.6 = \frac{1}{6} \times 9.6$

حل (و): $3.2 = 2 \times 1.6 = \frac{2}{3} \times 4.8$

(2) احسب:

$$(أ) 52 \times (3.1-) \quad (ب) 6.5 \times (317-) \quad (ج) 2.4 \times (851-)$$

$$(د) (0.15-) \times (1.091-) \quad (هـ) (1\frac{1}{25}-) \times (6.25-) \quad (و) (\frac{3-}{16}) \times \frac{5}{2}$$

$$(ز) (\frac{1}{10}-) \times^3 (12.3-) \quad (ح) (\frac{3-}{16}) \times 2 \times (\frac{4-}{5}) \quad (ط) (\frac{1}{10}-) \times 5$$

$$(ي) (2\frac{3}{5}-) \times 0.75 \quad (ك) (\frac{7}{5} \times (3.5-))^2 \quad (ل) 1.25 \times (\frac{4}{7}-)^3$$

$$(م) (\frac{1}{6}-)^2 \times (\frac{1}{5}-) \times (\frac{3}{4}-) \quad (ن) (\frac{7}{6})^2 \times \frac{3}{5} \times (2\frac{1}{4}-)$$

$$(س) 25 \times 0.8 \times (0.004-) \quad (ع) (1.6-) \times (\frac{3}{4}-)^2$$

$$(ف) (30-) \times (1\frac{2}{3}) \times (\frac{1}{15}-) \quad (ص) 0 \times (\frac{4}{7}-)^3 \times \frac{4}{5}$$

(3) اكتب أولاً التعابير الآتية في صورة حسابية ، ثم احسب :

(أ) اضرب مجموع 64 ، -27 في -76

(ب) اجمع -847 على حاصل ضرب -23 في -35

(ج) اطرح -371 من حاصل ضرب -51 في 13

(د) اطرح من حاصل ضرب 24 في (-18) العدد 141

(هـ) اجمع حاصل ضرب (-24) في 25 على حاصل ضرب (-15) في 40

(و) اضرب حاصل ضرب (-64) في (-30) في مجموع (-600) ، 200

قسمة الأعداد ذات الإشارة:

لنفترض أن هناك دينًا على شركة ما قدره 1,200 جنيه، وللشركة صاحبان. إذا اعتبرنا الدين "شيئًا سالبًا" فإن نصيب كل من الصاحبين للشركة هو:

$$\frac{1,200-}{2} = 600- \text{ جنيه}$$

ولنفترض أن هذه الـ 600- جنيه ستسدد على أقساط كل منها 150- جنيهًا فيكون عدد الأقساط هو:

$$\frac{600-}{150-} = 4 \text{ أقساط}$$

لدينا القاعدة الآتية لقسمة الأعداد ذات الإشارة:

لقسمة عدد ذي إشارة على عدد ذي إشارة فإننا نقسم أولاً القيمة المطلقة للعدد الأول على القيمة المطلقة للعدد الثانى، فإذا كان العددان لهما الإشارة نفسها كانت النتيجة موجبة، أما إذا كان العددان بإشارتين مختلفتين كانت النتيجة سالبة. وبعد قليل من المرات سنؤدى العملية مباشرة بأسرع من ذلك.

مثال 42: اقسـم 27- على 9-

الحل: نحسب أولاً القيمتين المطلقتين للعددين $27 = |27-|$ ، $9 = |9-|$

$$3 = \frac{27-}{9-} = \frac{|27-|}{|9-|}$$

ومن حيث إن العددين لهما الإشارة نفسها (سالبة) فيكون الجواب موجبًا، أى أن:

$$3 = \frac{27-}{9-}$$

مثال 43: اقسـم 32- على 16

الحل: $32 = |32-|$ ، $16 = |16|$

$$2 = \frac{32-}{16} = \frac{|32-|}{|16|}$$

ومن حيث إن العددين لهما إشارتان مختلفتان فإن:

$$2- = \frac{32-}{16}$$

مثال 44: اقسم 9.8 على (-2)

الحل: $9.8 = |9.8|$ ، $2 = |-2|$ ،

$$4.9 = \frac{9.8}{2} = \frac{|9.8|}{|-2|}$$

ولأن إشارتي العددين مختلفتان فإن :

$$4.9- = \frac{9.8}{2-}$$

مثال 45: اقسم (-64) على $(3\frac{1}{5}-)$

الحل: $3\frac{1}{5}- = \frac{16}{5}-$

$$64 = |64| \quad ، \quad \frac{16}{5} = \left| \frac{16}{5} \right| = \left| 3\frac{1}{5} \right|$$

$$20 = \frac{5 \times 64}{16} = \frac{64}{\frac{16}{5}} = \frac{|64|}{\left| 3\frac{1}{5} \right|}$$

ومن حيث إن العددين لهما الإشارة نفسها ، فيكون :

$$20 = \frac{64-}{3\frac{1}{5}-}$$

مثال 46: في بورصة للأوراق المالية كان التغير في قيمة سهم في خمسة أيام متتالية كالاتى:

$$2.14 \quad ، \quad 3.65- \quad ، \quad 1.96 \quad ، \quad 0.95- \quad ، \quad 3.74 \text{ جنيه}$$

ما متوسط التغير في قيمة السهم في الأيام الخمسة؟

الحل: متوسط التغير في قيمة السهم في الأيام الخمسة

$$= \frac{3.74 + (0.95-) + 1.96 + (3.65-) + 2.14}{5}$$

$$= \frac{3.24}{5} = \frac{4.60 - 7.84}{5} = 0.648 \text{ جنيه}$$

مثال 47: رصد رجل أرصاد درجات الحرارة خلال أسبوع ، فكانت كالاتى:

$$5^{\circ}\text{س} \quad ، \quad 0^{\circ}\text{س} \quad ، \quad -8^{\circ}\text{س} \quad ، \quad -12^{\circ}\text{س} \quad ، \quad 5^{\circ}\text{س}$$

وتوقع أن يكون متوسط درجات الحرارة في الأسبوع التالى -2°س .

هل يمكن أن يكون توقعه صحيحاً؟

الحل: متوسط درجات الحرارة في الأسبوع المذكور هو:

$$\frac{(20-) + 10}{5} = \frac{5 + (12-) + (8-) + 0 + 5}{5}$$

$$2- = \frac{10-}{5} =$$

إذن يمكن أن يكون توقعه صحيحًا.

مثال 48: احسب مقربًا الناتج إلى أقرب ثلاثة أرقام عشرية:

$$\frac{{}^2(0.2) + {}^2(0.4) + {}^2(-0.6)}{3}$$

$$\frac{0.04 + 0.16 + 0.36}{3} = \frac{{}^2(0.2) + {}^2(0.4) + {}^2(-0.6)}{3} \quad \text{الحل:}$$

$$0.187 \approx 0.186666 \dots = \frac{0.56}{3} =$$

مثال 49: اختصر كلما أمكن ذلك:

$$\frac{121-}{143-} \text{ (د)} \quad \frac{45-}{81-} \text{ (ح)} \quad \frac{16-}{60} \text{ (ب)} \quad \frac{6-}{9} \text{ (أ)}$$

$$\frac{4-}{15} = \frac{16-}{60} \text{ (ب)} \quad \frac{2-}{3} = \frac{6-}{9} \text{ (أ) : الحل}$$

$$\frac{11}{13} = \frac{121-}{143-} \text{ (د)} \quad \frac{5}{9} = \frac{45-}{81-} \text{ (ح)}$$

مثال 50: اكتب النتائج الآتية على صورة كسر:

$$0.5 : \left| \frac{7}{8} \right| \text{ (ح)} \quad \left(\frac{7}{10} \right) : 10.8- \text{ (ب)} \quad \left| \frac{5-}{6} \right| : \left(1\frac{1}{2}- \right) \text{ (أ)}$$

$$\frac{9-}{5} = \frac{6}{5} \times \frac{3-}{2} = \frac{5}{6} : \left(\frac{3}{2}- \right) = \left| \frac{5-}{6} \right| : \left(1\frac{1}{2}- \right) \text{ (أ) : الحل}$$

$$\frac{8}{7} = \left(\frac{10-}{7} \right) \times \frac{8}{10} = \left(\frac{7}{10} \right) : \frac{8}{10} = \left(\frac{7}{10}- \right) : 10.8- \text{ (ب)}$$

$$\frac{7}{4} = \frac{2}{1} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{2} : \frac{7}{8} = 0.5 : \left| \frac{7}{8} \right| \text{ (ح)}$$

تمارين عامة

(1) اختصر كلما أمكن ذلك:

$$\frac{600-}{625-} \text{ (ف)}$$

$$\frac{91-}{140} \text{ (ح)}$$

$$\frac{25}{90-} \text{ (ب)}$$

$$\frac{108-}{153} \text{ (ا)}$$

$$\frac{64-}{256} \text{ (ج)}$$

$$\frac{38}{57-} \text{ (ز)}$$

$$\frac{34-}{51-} \text{ (و)}$$

$$\frac{39}{52-} \text{ (ه)}$$

$$\frac{37-}{37-} \text{ (ل)}$$

$$\frac{52-}{91} \text{ (ك)}$$

$$\frac{67}{67-} \text{ (ي)}$$

$$\frac{111-}{37} \text{ (ط)}$$

(2) احسب: (تذكر أن القسمة يعبر عنها بإحدى العلامات - ، : ، ÷):

$$0.1 : (40-) \text{ (ف)} \quad 0.5 : (24-) \text{ (ح)} \quad (2-) : 0.5 \text{ (ب)} \quad 0.4 : (2.8-) \text{ (ا)}$$

$$0.5 : (0.06-) \text{ (ج)} \quad (0.2-) : 40 \text{ (ز)} \quad (0.04) : 0.4 \text{ (و)} \quad 0.4 : (0.2-) \text{ (ه)}$$

$$17 : (1.04-) \text{ (ل)} \quad (1.2-) : 0.84 \text{ (ك)} \quad (0.09) : (3.6-) \text{ (ي)} \quad (12-) : (1.2-) \text{ (ط)}$$

$$1.8 : (5.49-) \text{ (ع)} \quad (4.5-) : 18 \text{ (س)} \quad (4.8-) : (0.72-) \text{ (ه)} \quad 144 : (4.8-) \text{ (م)}$$

(3) احسب:

$$(6-) : \frac{2}{3} \text{ (ف)} \quad (8-) : \left(\frac{4-}{9}\right) \text{ (ح)} \quad 5 : \left(\frac{5-}{6}\right) \text{ (ب)} \quad (2-) : \frac{1}{3} \text{ (ا)}$$

$$\left(\frac{2-}{5}\right) : (12-) \text{ (ج)} \quad \left(\frac{3}{4-}\right) : 18- \text{ (ز)} \quad \frac{1}{4} : (5-) \text{ (و)} \quad \frac{1}{5} : (4-) \text{ (ه)}$$

$$\left(\frac{1}{25-}\right) : \left(\frac{7-}{25}\right) \text{ (ل)} \quad \left(\frac{1}{5-}\right) : \frac{2}{5} \text{ (ك)} \quad \frac{3}{8} : \left(\frac{9-}{8}\right) \text{ (ي)} \quad \frac{1}{5} : \left(\frac{1}{5-}\right) \text{ (ط)}$$

$$\text{حل جزئي: (ح)} \quad \frac{1}{18} = \frac{4-}{9 \times 8-} = \frac{4-}{8-} = (8-) : \left(\frac{4-}{9}\right)$$

$$30 = \frac{5 \times (12-)}{2-} = \frac{12-}{\frac{2-}{5}} = \left(\frac{2-}{5}\right) : (12-) \text{ (ج)}$$

$$3- = \frac{8}{3} \times \frac{9}{8-} = \frac{\frac{9}{8-}}{\frac{8}{3}} = \frac{3}{8} : \left(\frac{9-}{8}\right) \text{ (ي)}$$

$$2- = \frac{5-}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{5-}{1}} = \left(\frac{1}{5-}\right) : \frac{2}{5} \text{ (ك)}$$

(4) اختصر كلما أمكن ذلك:

$$(أ) (126-) : (12-) \quad (ب) 294 : (21-) \quad (ج) (637-) : 35$$

$$(د) 84 : (27-) \quad (هـ) 312 : (32-) \quad (و) 455- : (104-)$$

$$(ز) 85 : (34-) \quad (ح) 45 : (153-) \quad (ط) 355 : (142-)$$

$$(ي) (1,081-) : (46-) \quad (ك) 266 : (14-) \quad (ل) (583-) : 371$$

$$\text{حل جزئي: } (ز) 85 : (34-) = \frac{85}{34-} = \frac{5}{2-}$$

$$(ح) 45 : (153-) = \frac{153-}{45} = \frac{17-}{5}$$

(5) اكتب نتائج القسمة الآتية في صورة أعداد عشرية:

$$(أ) 156- : 24 \quad (ب) 116 : (16-) \quad (ج) 925- : (250-)$$

$$(د) 558 : (45-) \quad (هـ) (174.6-) : 18 \quad (و) (42.25-) : (13-)$$

$$(ز) 22.75 : (65-) \quad (ح) 25 : (2-) \quad (ط) 3.5 : (21.7-)$$

$$(ي) 316.05 : (9.03-) \quad (ك) (7.92-) : 0.072 \quad (ل) (0.009-) : (0.036-)$$

$$\text{حل جزئي: } (أ) 156- : 24 = \frac{156-}{24} = \frac{13-}{2} = 6.5-$$

$$(ح) 25 : (2-) = \frac{2-}{25} = \frac{8-}{100} = 0.08-$$

$$(ط) 3.5 : (21.7-) = \frac{21.7-}{3.5} = \frac{217-}{35} = \frac{31-}{5} = 6.2-$$

(6) اكتب نتائج القسمة الآتية في صورة كسور:

$$(أ) (40-) : \left(\frac{1}{4}-\right) \quad (ب) (0.3-) : \frac{3}{20} \quad (ج) (4.25-) : \left(3\frac{2}{5}-\right)$$

$$(د) 0.75 : \left(\frac{3}{7}-\right) \quad (هـ) 4\frac{4}{5} : (2.4-) \quad (و) \left(1\frac{1}{3}-\right) : 0.4$$

$$(ز) \left(\frac{5}{7}-\right) : (0.28-) \quad (ح) 2\frac{1}{2} : (0.3-) \quad (ط) (4.8-) : 2\frac{2}{15}$$

$$(ي) \left(\frac{3}{10}-\right) : (0.08-) \quad (ك) 0.045 : \left(\frac{3}{20}-\right) \quad (ل) (0.068-) : 3\frac{2}{5}$$

$$\text{حل جزئي: } (ج) (4.25-) : \left(3\frac{2}{5}-\right) = \left(4\frac{1}{4}-\right) : \left(3\frac{2}{5}-\right)$$

$$\frac{5}{4} = \frac{5}{17} \times \frac{17}{4} = \frac{\frac{17}{4}}{\frac{17}{5}} = \left(\frac{17}{5}\right) : \left(\frac{17}{4}\right) =$$

$$\frac{\frac{24}{5}}{\frac{32}{15}} = \frac{32}{15} : \frac{24}{5} = 2\frac{2}{15} : \left(4\frac{4}{5}\right) = 2\frac{2}{15} : (4.8) \text{ (ط)}$$

$$\frac{9}{4} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{3}{1}\right) = \frac{15}{32} \times \left(\frac{24}{5}\right) =$$

$$\frac{20}{3} \times \frac{45}{1,000} = \left(\frac{3}{20}\right) : \frac{45}{1,000} = \left(\frac{3}{20}\right) : (0.045) \text{ (ك)}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{15}{50} =$$

(7) أى الكسور الآتية يمكن حسابها، وأيها لا يمكن حسابها:

$$\frac{0.9}{0} \text{ (د)} \quad \frac{0}{\left(\frac{3}{4}\right)} \text{ (ح)} \quad \frac{(8-)}{0} \text{ (ب)} \quad \frac{0}{(5-)} \text{ (ا)}$$

$$2 : \left(\frac{13}{8} - 1.625\right) \text{ (ع)} \quad \left(2.5 + \frac{5}{2}\right) : (4-) \text{ (ز)} \quad \frac{0.01}{0} \text{ (و)} \quad \frac{0}{(0.001-)} \text{ (ه)}$$

(إرشاد: لا يمكن القسمة على "0" وخارج قسمة "0" على أى عدد غير الصفر يساوى

الصفر. لاحظ أن: $0 = 2.5 + \frac{5}{2}$ ، كما أن: $0 = \frac{13}{8} - 1.625$

(8) اختصر:

$$\begin{array}{llll} \frac{5-}{9} \text{ (د)} & \frac{15-}{26-} \text{ (ح)} & \frac{8-}{21} \text{ (ب)} & \frac{3-}{8} \text{ (ا)} \\ \frac{10}{9-} & \frac{75}{39-} & \frac{72-}{49} & \frac{1}{2-} \\ \frac{5}{2-} \text{ (ع)} & \frac{3-}{8-} \text{ (ز)} & \frac{15-}{3} \text{ (و)} & 8\frac{11}{15} \text{ (ه)} \\ & & \frac{4-}{3} & 9\frac{2}{3} \end{array}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{39}{75} \times \frac{15}{26} = \frac{15-}{26-} \text{ (ح)} \quad \frac{26-}{39-}$$

$$\frac{131}{145} = \frac{3}{29} \times \frac{131}{15} = \frac{131}{29} = 8\frac{11}{29} \text{ (ه)}$$

$$20 = \frac{(4-)}{3} \times 15- = \frac{15-}{\frac{3}{4-}} \quad (و)$$

$$\frac{1}{16-} = \frac{3}{6 \times 8-} = \frac{\frac{3-}{8-}}{6-} \quad (ز)$$

(9) اكتب النتائج الآتية على صورة كسر:

$$\frac{3}{|0.5-|} \quad (د)$$

$$\left| \frac{0.4}{5-} \right| \quad (ح)$$

$$\left| \frac{3-}{0.5} \right| \quad (ب)$$

$$\left| 1\frac{3}{4-} \right| : 2 \quad (ا)$$

$$\frac{6-}{|0.3-|} \quad (ع)$$

$$\frac{0.01-}{|3.2-|} \quad (ز)$$

$$\left| \frac{3-}{2.4-} \right| \quad (و)$$

$$\frac{|4-|}{1.5-} \quad (هـ)$$

$$\text{حل جزئى: (ح)} \quad \frac{2}{25} = \frac{4}{5 \times 10} = \frac{\frac{4}{10}}{5} = \frac{0.4}{5} = \left| \frac{0.4}{5-} \right|$$

$$\frac{8-}{3} = \frac{2 \times 4-}{3} = \frac{4}{\frac{3}{2-}} = \frac{|4-|}{1.5-} \quad (هـ)$$

$$\frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{1}{\frac{8}{10}} = \frac{1}{0.8} = \frac{3}{2.4} = \left| \frac{3-}{2.4-} \right| \quad (و)$$

$$\frac{1-}{320} = \frac{0.1-}{32} = \frac{0.01-}{3.2} = \frac{0.01-}{|3.2-|} \quad (ز)$$

(10) (ا) ما العدد الذى يضرب فى $2\frac{1}{4-}$ لنحصل على 1؟

(ب) ما العدد الذى يقسم $2\frac{1}{4-}$ لنحصل على 1؟

(ح) ما العدد الذى يُقسم على $\frac{5}{8-}$ لنحصل على 1؟

(د) ما العدد الذى يقسم $\frac{5}{8-}$ لنحصل على 1؟

حل جزئى: (ا) العدد الذى يضرب فى $2\frac{1}{4-}$ أى فى $\frac{9}{4-}$ لنحصل على 1 هو $\frac{4}{9-}$

(ح) العدد الذى يُقسم على $\frac{5}{8-}$ لنحصل على 1 هو $\frac{5}{8}$

(11) اكتب أولاً التعبيرات الآتية فى صورة حسابية، ثم احسب:

(ا) اقسم مجموع 54 ، -29 على 75

(ب) اقسم -88.2 على 1.8 ، ثم اجمع -3.6 على الناتج

(ح) اقسم حاصل ضرب 21 ، -30 على حاصل ضرب 45 ، -14

(و) ما العدد الذى يُقسم على $2\frac{7}{10}$ حتى نحصل على 2-

(هـ) ما العدد الذى يقسم $3\frac{3}{14}$ حتى نحصل على $\frac{27}{35}$ ؟

(12) اكتب النتائج الآتية على صورة كسر:

$$(أ) \left(\frac{3}{8}-\right) : (4-) \quad (ب) \left(\frac{3}{8}-\right) \times (4-) \quad (ج) \left(2\frac{1}{8}-\right) : 17$$

$$(د) \left(1\frac{1}{7}-\right) : (4-) \quad (هـ) \left(2\frac{1}{4} : \left(1\frac{1}{2}-\right)\right) : (2-) \quad (و) \left(18 : \left(3\frac{3}{5}-\right)\right) \times 10$$

$$(ز) \left(2 : \left(\frac{7}{8}-\right)\right) : (8-) \quad (ح) \frac{5}{12} : \left((3-) : 2\frac{3}{4}\right) \quad (ط) \left(\frac{9-}{10}\right) : \left(\frac{5}{6} : \left(\frac{3-}{4}\right)\right)$$

$$(ي) \left(\frac{1}{6-} : \left(\frac{5}{8} \cdot \left(\frac{4-}{15}\right)\right)\right) \quad (ك) \left((4-) : \left(\frac{2-}{5}\right)\right) \times \left(\left(\frac{1}{6-}\right) : \left(\frac{5}{3-}\right)\right)$$

$$\text{حل جزئى: (هـ)} \left(2\frac{1}{4} : \left(1\frac{1}{2}-\right)\right) : (2-) = \left(\frac{9}{4} : \left(\frac{3}{2}-\right)\right) : (2-)$$

$$(2-) : \left(\frac{2}{3}-\right) = (2-) : \left(\frac{4}{9} \times \frac{3}{2}-\right) = (2-) : \frac{\frac{3}{2}-}{\frac{9}{4}} =$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2-}{3 \times (2-)} = \frac{\frac{2-}{3}}{2-} =$$

$$\left(18 : \frac{18-}{5}\right) \times 10 = \left(18 : \left(3\frac{3}{5}-\right)\right) \times 10 \quad (و)$$

$$2- = \left(\frac{1}{5}-\right) \times 10 = \frac{(18-)}{18 \times 5} \times 10 = \frac{\frac{18-}{5}}{18} \times 10 =$$

$$1 = \left(\frac{1}{6-}\right) : \left(\frac{1}{6-}\right) = \left(\frac{1}{6-}\right) : \left(\frac{5}{8} \cdot \left(\frac{4-}{15}\right)\right) \quad (ي)$$

(13) أى الإدعاءات الآتية صحيح ، وأيها خاطئ:

(أ) عندما يقسم المرء عدداً على معكوسه الجمعى يحصل على 1-

(ب) عندما يضرب المرء عدداً فى معكوسه الجمعى يحصل على - مربع العدد .

(ج) عندما يقسم المرء مربع عدد على معكوسه الجمعى يحصل على العدد .

(د) لا توجد أعداد تساوى معكوساتها الجمعية .

(هـ) لأى ثلاثة أعداد a, b, c ؛ c لا يساوى الصفر $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$.

(14) برهن أو أنف بضرب مثال:

لأى ثلاثة أعداد a ، b ، لا يساويان الصفر ، c

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} = \frac{c}{a+b}$$

(إرشاد: التقرير خاطئ. أوجد مثلاً).

(15) احسب بطريقة حسنة:

$$\left(\frac{2}{3}-\right)(4-)+\left(1\frac{1}{3}-\right)(4-)(ب) \quad \left[\left(\frac{2}{3}-\right)+\frac{1}{2}\right]\left(\frac{6}{7}-\right)(ا)$$

$$\left[\frac{1}{5}-\frac{3}{10}\right]\times\frac{5}{2}(ح)$$

حل جزئى: (ا) $\left[\left(\frac{2}{3}-\right)+\frac{1}{2}\right]\left(\frac{6}{7}-\right)$

$$\left(\frac{2}{3}-\right)\times\left(\frac{6}{7}-\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{6}{7}-\right)=\left[\left(\frac{2}{3}-\right)+\frac{1}{2}\right]\left(\frac{6}{7}-\right)$$

$$\frac{1}{7}=\frac{4}{7}+\frac{3}{7}-=$$

لاحظ أننا أزلنا الأقواس "بالتوزيع" أى بتوزيع الضرب على الجمع.

$$\left[\left(\frac{2}{3}-\right)+1\frac{1}{3}-\right](4-)=\left(\frac{2}{3}-\right)(4-)+\left(1\frac{1}{3}-\right)(4-)(ب)$$

$$8=\frac{6\times4}{3}=\left[\left(\frac{6}{3}-\right)\right]\times(4-)=\left[\frac{2}{3}-\frac{4}{3}-\right]\times(4-)=$$

(16) احسب بطريقة حسنة:

$$\frac{5}{3}+\left(\frac{7}{3}\right)\times\left(\frac{5}{6}-\right)(ب) \quad (193)\times(4-)(ا)$$

حل جزئى: (ا) $(193)\times(4-)$

$$(7-)\times(4-)+200\times(4-)=$$

$$772- = 28 + 800- =$$

(17) احسب بفك الأقواس:

$$[1+(10-)]\times29(ب) \quad [(2-)+20]\times(15-)(ا)$$

$$(7-)\times[3-60](د) \quad [(3-)+40]12(ح)$$

$$1.5\times(8+20-)(و) \quad [2-10](0.3-)(هـ)$$

$$0.2\times(7.2-0.5)(ج) \quad (5-)\times[0.05+1.5-](ز)$$

$$(15-) \times \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right) \text{ (ى)}$$

$$\left[\frac{1}{6} + \frac{1}{4} \right] (12-) \text{ (ط)}$$

$$(8-) \times \left(6 - \frac{3}{4} \right) \text{ (ل)}$$

$$(24) \times \left(\frac{5}{12} + \frac{3}{8} - \right) \text{ (ك)}$$

$$(20-) \times \left(3.5 + \frac{4}{5} \right) \text{ (ه)}$$

$$(4-) \times \left(\frac{3}{4} - 1.6 \right) \text{ (م)}$$

$$\left(\frac{10}{3} - 5 \right) 4.2- \text{ (ع)}$$

$$\left(\frac{10}{3} \right) \left(\frac{2}{5} + 0.5- \right) \text{ (س)}$$

(تذكر أن كتابة مثل (ع) تعني $(4.2-) \times \left(\frac{10}{3} - 5 \right)$)

$$\text{حل جزئي: (ا) } (2-) (15-) + 20 \times 15- = [(2-) + 20] \times (15-)$$

$$270- = 30 + 300- =$$

$$(4-) \frac{3}{4} - (4-) (1.6) = (4-) \times \left(\frac{3}{4} - 1.6 \right) \text{ (م)}$$

$$3.4- = 3 + 6.4- =$$

$$(18) \text{ نموذج: } [4 + 16] (17-) = 4 \times (17-) + 16 \times (17-)$$

$$340- = (20) (17-) =$$

على هذا النسق احسب:

$$(15-) (16-) + 25 \times (16-) \text{ (ب)}$$

$$(23) (2-) + (18-) (23) \text{ (ا)}$$

$$14 \times 5 - (14-) \times 25 \text{ (س)}$$

$$13 \times 7 + (17-) 13 \text{ (ح)}$$

$$30 \times 18 - 18 \times 26 \text{ (و)}$$

$$20 \times 9 - 9 \times 23 \text{ (ه)}$$

$$12 \times 4 - 12 \times 46- \text{ (ج)}$$

$$13 \times 16 + 8 \times 16- \text{ (ز)}$$

$$2 \times 13 + (13-) 72 \text{ (ى)}$$

$$(5-) 60 + 5 \times 340- \text{ (ط)}$$

$$(15) 0.8 - (0.8) 13 \text{ (ل)}$$

$$18 \times 6 + (18-) 46 \text{ (ك)}$$

$$(1.2-) 1.3 + (1.3-) 4.8 \text{ (ه)}$$

$$0.8 \times 1.4 - (1.4) (3.2-) \text{ (م)}$$

$$(6-) \times \frac{8}{5} + \frac{4}{5} \times 8- \text{ (ع)}$$

$$\frac{2}{3} \times 7 - (8-) \frac{2}{3} \text{ (س)}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \times \frac{3}{8} \text{ (ص)}$$

$$(1.3-) \times \left(\frac{3}{4} - \right) - 7 \times \frac{3}{4} \text{ (ف)}$$

$$\left(\frac{3}{4} - \right) \times \frac{3}{2} - \frac{3}{8} \text{ (ر)}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \text{ (ق)}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{7}{3} + \frac{2}{5} \times 2 \frac{1}{3}- \text{ (ث)}$$

$$\left(1 \frac{1}{2} - \right) \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \times 1 \frac{1}{2} \text{ (ش)}$$

$$\left(\frac{5}{12} - 0.5\right) \frac{7}{6} \text{ (غ)}$$

$$\frac{2}{3} - (4.0-) \times \frac{5}{6} \text{ (ض)}$$

$$1- = 5 - 4 = \frac{45}{9} - \frac{36}{9} = 9 : (45 - 36) \text{ (19) نموذج:}$$

على هذا النسق احسب:

$$7 : (126 - 84) \text{ (ح)} \quad (8-) : (56 - 32) \text{ (ب)} \quad 14 : (56 + 28) \text{ (ا)}$$

$$(12-) : (12 + 7.2-) \text{ (و)} \quad (6-) : (4.8 - 4.2) \text{ (ه)} \quad (12-) : (168 - 48) \text{ (س)}$$

$$\frac{5}{6} : \left(\frac{5}{3} + 5-\right) \text{ (ط)} \quad \frac{1}{8} : \left(\frac{5}{4} - \frac{15}{2}\right) \text{ (ع)} \quad 0.5 : (4.8 - 12) \text{ (ز)}$$

$$\left(1\frac{1}{6}-\right) : \left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}-\right) \text{ (ك)} \quad \left(\frac{1}{5}-\right) : \left(3 + \frac{4}{5}\right) \text{ (ي)}$$

$$216- = 240 - 24 = 12 \times (20 - 2) = 12 \times (18-) \text{ (20) نموذج:}$$

$$216- = 36 - 180- = (2 + 10)18- =$$

على هذا النسق احسب:

$$(12-) \times 98- \text{ (ح)} \quad (19-) \times 14 \text{ (ب)} \quad 21 \times 16- \text{ (ا)}$$

$$21 \times 3\frac{5}{7}- \text{ (و)} \quad (12-) \times 4\frac{5}{6} \text{ (ه)} \quad 13 \times 204- \text{ (س)}$$

$$8 \times 6\frac{3}{4}- \text{ (ع)} \quad 10\frac{8}{9} \times 36- \text{ (ز)}$$

$$\frac{7}{3}- = \frac{9-2}{3} = \frac{(9-2)6}{18} = \frac{54-12}{18} \text{ (21) نموذج:}$$

على هذا النسق احسب:

$$\frac{57+95-}{38-} \text{ (س)} \quad \frac{60-105-}{30} \text{ (ح)} \quad \frac{104+65-}{26-} \text{ (ب)} \quad \frac{90+75}{30} \text{ (ا)}$$

$$\frac{176-112}{256+96-} \text{ (ع)} \quad \frac{98-63}{49+14-} \text{ (ز)} \quad \frac{28-}{119-56} \text{ (و)} \quad \frac{51}{170-85-} \text{ (ه)}$$

$$\frac{(35-14)8}{(96-48)7} \text{ (ل)} \quad \frac{80-35}{85-60} \text{ (ك)} \quad \frac{78+26}{130-52} \text{ (ي)} \quad \frac{81-36}{54-27-} \text{ (ط)}$$

(22) احسب:

$$\left(\frac{1}{8}-\right)(128 - 136 - 72) \text{ (ب)} \quad (124 - 52 + 24-) \frac{1}{4} \text{ (ا)}$$

$$\left(\frac{3}{5}-\right)(215 - 170 - 85) \text{ (س)} \quad (72 - 93 + 57-) \left(\frac{2}{3}-\right) \text{ (ح)}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) \frac{3}{4} \text{ (و)} \quad (4.4 + 6.8 - 3.2)(15-) \text{ (ه)}$$

$$\left(\frac{8}{8}\right)(16 - 17 - 9) = \left(\frac{1}{8}\right)(128 - 136 - 72) \quad (\text{ب}) \text{ حل جزئى:}$$

$$24 = (1-)(24-) =$$

$$(1.1 + 1.7 - 0.8)(4)(15-) = (4.4 + 6.8 - 3.2)(15-) \quad (\text{هـ})$$

$$12- = (0.2)(4)(15-) =$$

(23) احسب:

$$\left(\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{1}{2} - (8-) : \frac{4-}{5} \quad (\text{ب})$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) : \frac{3}{4} + 2- \quad (ا)$$

$$\frac{\left(\frac{4-}{3}\right) \times \frac{1}{2} + 1-}{7 : \frac{2}{3} - \frac{1}{3}} \quad (د) \quad \left(3\frac{1}{10}\right) \times 3 + \left(1\frac{1}{2}\right) : \frac{4}{5} - \frac{1}{2} \quad (ح)$$

$$\frac{\left(\frac{2}{5}\right) 2.5 + \left(\frac{1}{8}\right) \times 0.4}{(0.5-) 1.5 - (0.8-)\frac{1}{2}} \quad (و)$$

$$\frac{\frac{1}{5} : 0.4 - 2}{1 - \left(2\frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{7}} \quad (\text{هـ})$$

$$\left(3\frac{1}{10}\right) \times 3 + \left(1\frac{1}{2}\right) : \frac{4}{5} - \frac{1}{2} \quad (\text{ح}) \text{ حل جزئى:}$$

$$\left(\frac{31}{10}\right) \times 3 + \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} =$$

$$\frac{3 \times 93 - 2 \times 2 \times 4 + 15 \times 1}{30} = \frac{93}{10} - \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{124-}{15} = \frac{248-}{30} = \frac{279 - 16 + 15}{30} =$$

$$\frac{\left(\frac{2}{5}\right) \frac{5}{2} + \frac{1}{20}}{0.75 + 0.4-} = \frac{\left(\frac{2}{5}\right) 2.5 + \left(\frac{1}{8}\right) \times 0.4}{(0.5-) 1.5 - (0.8-)\frac{1}{2}} \quad (و)$$

$$3- = \frac{1.05-}{0.35} = \frac{1 - 0.05-}{0.35} =$$

(24) عبر حسابياً عما يلى:

(ا) اضرب مجموع -48 ، 208 فى -19

(ب) اضرب -48 فى -19 ثم اجمع 208 على حاصل الضرب

(ح) اضرب مجموع -81 ، 32 في مجموع -49 ، 39

(و) اقسّم حاصل ضرب -24 في 36 على -27

(هـ) اقسّم -332 على 83 ، ثم اقسّم خارج القسمة على -6

(و) اجمع -29 على حاصل ضرب 29 في -28 ثم اقسّم المجموع على 5

(ز) اطرح 25 من حاصل ضرب 82 في -6 واضرب باقى الطرح في -20

(25) احسب: $(24 : 72) : 3$ ، $72 : (3 : 24)$ النتيجةتان بالطبع مختلفتان.

كذلك احسب $(24 \times 72) \times 3$ ، $3 \times (24 \times 72)$. النتيجةتان بالطبع متساويتان.

ماذا تستنتج من هذا؟

(26) احسب: $[4 \times (56-)] : 28$ ، $28 : [(56-) \times 4]$ ، وقارن.

كذلك احسب: $756 : [5 \times (7-)]$ ، $[5 \times (7-)] : 756$ ، وقارن.

(27) احسب: $(12 : 48) : 2$ ، $2 : (12 : 48)$ ، $(2 : 12) : 48$ ، $48 : (2 : 12)$ ، $3 : (6 : 24)$ ، $24 : (3 : 6)$ ؛

$3 : (5 : 75)$ ، $(3 : 5) : 75$

(28) نموذج: $\frac{48-}{3-} = \frac{48-}{36-} = (24 : 36-) : 48-$

$$32 = \frac{2 \times 48-}{3-} =$$

على هذا النسق احسب:

(ح) $(2 : 3) : 48$

(ب) $(3 : 16) : 128$

(أ) $3 : (16 : 128)$

(و) $2 : (3 : 48)$

(هـ) $(2 : 27) : 81$

(و) $2 : (27 : 81)$

(29) احسب:

(ب) $\frac{1}{2} \times (8 : 128-)$

(أ) $4 : (24 : 96)$

(و) $(26 : 65-) : 144-$

(ح) $[(6-) : 15] : (3 : 48-)$

حل جزئى: $(2- : 5) : (16-) = [(6-) : 15] : (3 : 48-)$

$$6\frac{2}{5} = \frac{32}{5} = \frac{(2-) \times (16-)}{5} = \frac{16-}{\frac{5}{2-}} =$$

(30) نموذج: سنكتب $\frac{36}{5}$ بالشكل الآتي: $36 : (5 : 2)$

على هذا النسق اكتب:

$$\frac{3}{4-} : \frac{5}{5} \quad (س)$$

$$\frac{65-}{13} : \frac{26}{7-} \quad (ح)$$

$$\frac{7}{3} : \frac{2}{2} \quad (ب)$$

$$\frac{7}{3} : \frac{2}{2} \quad (ا)$$

(31) احسب:

$$6 : (4 : 3-) - 3 \times (8 : 7) \quad (ب)$$

$$(5 : 2-) \times (2 : 1) - 8 : (5 : 4-) \quad (ا)$$

$$\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3}{8} : 6 \right) + \frac{2}{3} : \frac{4-}{5} \quad (س)$$

$$8 : [4 \times 12-] + 8 \times [(4-) : 5] \quad (ح)$$

$$\left(5 \times \frac{3}{4-} \right) : [^3(2-) : 4 - 3] \quad (هـ)$$

$$\left(2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} \right) : 5 - \frac{1}{4} : \left[\left(\frac{1}{10-} \right) \times 2\frac{1}{2} \right] \quad (و)$$

$$[2 : (3 : 9-)] \times \frac{5}{3} - 8 : \left[\left(\frac{9}{4-} \right) : 27 \right] \quad (ز)$$

$$\frac{[12 + (14-) 6]^3 (6-)}{(25)(4-)[9 + 4 \times (3-)]} \quad (ط)$$

$$\frac{(15-)[16 + (12-)8]}{[(24-)4 - 12] 5} \quad (ع)$$

حل جزئي: (هـ) $\left(5 \times \frac{3}{4-} \right) : [^3(2-) : 4 - 3]$

$$\frac{\left(\frac{1}{2} + 3 \right)}{\frac{15-}{4}} = \left(\frac{15-}{4} \right) : \left[\frac{4}{(8-)} - 3 \right] =$$

$$\frac{14-}{15-} = \frac{4}{15-} \times \frac{7}{2} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{15-}{4}} =$$

$$[2 : (3 : 9-)] \times \frac{5}{3} - 8 : \left[\left(\frac{9}{4-} \right) : 27 \right] \quad (ز)$$

$$[2 : 3-] \frac{5}{3} - 8 : \frac{27}{\frac{9-}{4}} =$$

$$\frac{5}{2} + \frac{4 \times 3-}{8} = \left(\frac{3-}{2} \right) \times \frac{5}{3} - 8 : \frac{4 \times 27}{9-} =$$

$$1 = \frac{5}{2} + \frac{3-}{2} = \frac{5}{2} + \frac{12-}{8} =$$

$$\frac{(15-)(16+96-)}{(96+12)5} = \frac{(15-)[16+(12-)8]}{[(24-)4-12]5} \quad (ع)$$

$$2\frac{2}{9} = \frac{20}{9} = \frac{(15-)(80-)}{(108)(5)} =$$

$$\frac{[12+84-]216-}{(25)(4-)(3-)} = \frac{[12+(14-)6]^3(6-)}{(25)(4-)[9+4 \times (3-)]} \quad (ط)$$

$$51\frac{21}{25} = \frac{1,296}{25} = \frac{6 \times 216}{25} = \frac{24 \times 216}{25 \times 4} = \frac{(72-)(216-)}{(25)(4-)(3-)} =$$

(32) ما العدد الذى يتكون من رقمين إذا قُسم على 3 كان الباقي 1 ، وإذا قسم على 4 كان الباقي 2 ، وإذا قسم على 5 كان الباقي 3 ، وإذا قسم على 6 كان الباقي 4 ؟ كيف نبرهن على أن هذا العدد وحيد ، أى لا يوجد عدد آخر يتكون من رقمين له هذه الخصائص العجيبة؟ هل توجد أعداد أخرى تتكون من عدد أكبر من الأرقام لها هذه الخصائص؟

(33) عبّر عن الأعداد 1 ، 2 ، ... ، 9 ، 10 باستخدام أربع سبعات ، والعمليات الحسابية الأساسية الأربع والأقواس.

$$\text{مثال: } 7 : (7 + 7 + 7) = 3 \quad , \quad 7 - 7 : 77 = 4$$

(34) احسب: $(2-) \times [3 + (2-) \times 6] - 5$ مرة بحساب الأقواس المربعة أولاً ، ومرة أخرى بفك الأقواس المربعة. كم عدد عمليات الضرب والجمع التى تحتاجها كل مرة؟ وإذا كان حاسب آلى يأخذ فى حساب عملية الضرب ثمانية أضعاف ما يأخذه فى حساب عملية الجمع من الوقت ، ففارق بين الزمنين المستهلكين بالحاسب الآلى فى حالة الحساب بالطريقتين المذكورتين.

(35) تذكر أنه عند حساب التعبيرات الحسابية فإننا نحسب أولاً ما بداخل الأقواس ، ثم نؤدى عملية الأسس (القوة) ثم عمليتي الضرب والقسمة أو الموجود منهما ، ثم نؤدى عمليتي الجمع والطرح أو الموجود منهما. والآن احسب:

$$(1) \quad \left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) \times 3 \quad (ب) \quad \left(\frac{1}{3} : 2 - \frac{1}{2} : 3\right) \frac{2}{5}$$

$$(ج) \quad \left(\left(\frac{2}{5}-\right) \times 3 - \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{6} \quad (د) \quad \left(6 : \frac{3}{4} - 1\right) : 4-$$

$$^3_3 - ^3_5 \text{ (ج)} \quad (5-) \times \left((8-) : \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \right) - 1 \text{ (ه)}$$

$$^2 \left(\frac{1}{2} - \right) \times 4 \text{ (ع)} \quad \left(\left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \right) : \frac{4}{3} + 4 \right) \left(\frac{3}{4} - \right) 7 \text{ (ز)}$$

$$^3_6 \times ^2 \left(\frac{2}{3} - \right) \text{ (ل)} \quad ^2 [(3-) \times 2] 4- \text{ (ی)} \quad ^3 [(3 \times (2-))] \text{ (ط)}$$

$$(5-) \times \left((8-) : \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \right) - 1 \text{ (ه)}: \text{ حل جزئی:}$$

$$(5-) \times \left[\frac{2}{(8-) \times 5} - \frac{3}{4} \right] - 1 = (5-) \times \left(\frac{\frac{2}{5}}{8-} - \frac{3}{4} \right) - 1 =$$

$$(5-) \times \left[\frac{1 + 5 \times 3}{20} \right] - 1 = (5-) \times \left[\frac{1}{20} + \frac{3}{4} \right] - 1 =$$

$$(5-) \times \frac{16}{20} - 1 = (5-) \times \left(\frac{1 + 15}{20} \right) - 1 =$$

$$5 = 4 + 1 = (5-) \times \frac{4}{5} - 1 =$$

$$\left[\left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \right) : \frac{4}{3} + 4 \right] \left(\frac{3}{4} - \right) 7 \text{ (ز)}$$

$$\left[\left(\frac{7-}{12} \right) : \frac{4}{3} + 4 \right] \left(\frac{3}{4} - \right) 7 = \left[\frac{2 \times 1 + 3 \times 3-}{12} : \frac{4}{3} + 4 \right] \left(\frac{3}{4} - \right) 7 =$$

$$\left[\frac{4 \times 4}{7} - 4 \right] \left(\frac{3}{4} - \right) 7 = \left[\left(\frac{12}{7-} \right) \times \frac{4}{3} + 4 \right] \left(\frac{3}{4} - \right) 7 =$$

$$\left(\frac{16 - 28}{7} \right) \left(\frac{3}{4} - \right) 7 = \left[\frac{4 \times 4 - 7 \times 4}{7} \right] \left(\frac{3}{4} - \right) 7 =$$

$$9- = \left(\frac{12}{7} \right) \left(\frac{3}{4} - \right) 7 =$$

(36) احسب كما سبق:

$$\left(^2 \left(\frac{3}{4} \right) - \frac{1}{3} \right) : 2 \frac{1}{2} \text{ (ب)}$$

$$10 \times ^2 \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2} \right) \text{ (ا)}$$

$$1 \frac{3}{5} \times \left(^2 \left(\frac{4}{5} \right) : \frac{2}{3} - \right) + 1 \frac{1}{3} - \text{ (د)}$$

$$\frac{2}{3} : ^2 \left(\frac{4}{5} - \right) - ^2 \left(\frac{5}{2} \right) : 6 \text{ (ح)}$$

$$22 \times \left(\left(\frac{4}{3} + 5- \right) : 2 - ^2 \left(\frac{1}{2} - \right) : \frac{5}{8} \right) \text{ (ه)}$$

$$^2 \left(\left(^2 2.5 - 6 \right) - ^2 \left(1 \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \right) \text{ (و)}$$

$$\text{حل جزئى: (هـ)} \quad 22 \times \left(\left(\frac{4}{3} + 5 - \right) : 2 - \frac{1}{2} - \frac{5}{8} \right)$$

$$22 \times \left(\frac{4 + 3 \times 5 -}{3} : 2 - \frac{1}{4} : \frac{5}{8} \right) =$$

$$22 \times \left(\frac{4 + 15 -}{3} : 2 - \frac{4}{1} \times \frac{5}{8} \right) =$$

$$22 \times \left(\frac{3 \times 2}{11 -} - \frac{5}{2} \right) = 22 \times \left(\frac{11 -}{3} : 2 - \frac{5}{2} \right) =$$

$$22 \times \left(\frac{2 \times 6 + 11 \times 5}{11 \times 2} \right) = 22 \times \left(\frac{6}{11} + \frac{5}{2} \right) =$$

$$67 = 22 \times \frac{67}{22} = 22 \times \frac{(12 + 55)}{22} =$$

$$^2 \left(\left(^2 2.5 - 6 \right) - ^2 \left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \right) \quad (\text{و})$$

$$^2 \left(\left(\frac{25}{4} - 6 \right) - ^2 \left(\frac{3 \times 2 - 3}{4} \right) \right) = ^2 \left(\left(\frac{5}{2} \times \frac{5}{2} - 6 \right) - ^2 \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4} \right) \right) =$$

$$^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{16} \right) = ^2 \left(\left(\frac{1 -}{4} \right) - \frac{9}{16} \right) = ^2 \left(\left(\frac{25 - 24}{4} \right) - ^2 \left(\frac{3 -}{4} \right) \right) =$$

$$\frac{169}{256} = ^2 \left(\frac{13}{16} \right) = ^2 \left(\frac{4 + 9}{16} \right) = ^2 \left(\frac{4 \times 1 + 9}{16} \right) =$$

(37) (أ) ابدأ بالرقم 3. أضف إليه -5. اضرب الناتج في $\frac{1}{2}$. ارفع الناتج إلى القوة (الأس) 2.

اطرح 3- من الناتج. اقسم على $-\frac{2}{3}$ ، ما الناتج؟

(ب) ابدأ بالعدد $-\frac{4}{5}$. اقسم على 8. اطح $\frac{1}{2}$. ارفع للقوة (الأس) 3. اضرب في -2.

اطرح 0.032. ما الناتج؟

(ج) ابدأ بالرقم $\frac{4}{3}$. ارفع للقوة (الأس) 2. اضرب في -3. اطح 2. ارفع للقوة (الأس)

2. اقسم على $7\frac{1}{3}$. ما الناتج؟

$$\text{حل جزئى: (أ)} \quad \frac{2-}{3} : \left[(3-) - ^2 \left[\frac{1}{2} \times (5 - 3) \right] \right]$$

$$\frac{2-}{3} : (3 + 1) = \frac{2-}{3} : \left[3 + ^2 \left(\frac{1}{2} \times 2- \right) \right] =$$

$$6- = \frac{3 \times 4}{2-} =$$

(38) (أ) ارفع العدد 4 إلى القوة (الأس) 2 ، ثم اضرب الناتج في 3 ، ثم أضف 5 إلى الناتج الأخير. ما الناتج؟

(ب) ابدأ مرة أخرى بالعدد 4. غير ترتيب العمليات الثلاث الذي أديتها في الخطوة (أ) بكل الطرائق الممكنة. احسب الناتج في كل مرة.

$$\text{حل جزئي: (أ) لدينا } 53 = 5 + 48 = 5 + 3 \times 16 = 5 + 3 \times 2^4$$

(39) لاحظ أنه إذا كان : $a > b$ (أى أن a أصغر b) فإنه لجميع الأعداد الكسرية (النسبية) c يكون : $a + c > b + c$ ، كذلك فإنه إذا كان : $c < 0$ أى إذا كان c موجباً فإنه يكون : $a > b$ ، بينما إذا كان c سالباً فإنه يكون : $a < b$. والآن لأن $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ ضع إحدى العلامتين فيما يلى :

$$(أ) \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) ? \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$(ب) \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}\right) ? \left(\frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$(ج) \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) ? \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$(د) \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) ? \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\text{حل جزئي: (أ) } \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) < \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$(د) \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) > \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{4}\right)$$

(40) فى كل الأزواج الآتية أى العددين أكبر:

$$(ب) -25.1 ، -23.8$$

$$(أ) -94 ، -83$$

$$(د) -0.84 ، -\frac{22}{25}$$

$$(ج) \frac{2}{3} ، \frac{3}{5}$$

$$\text{حل جزئي: (د) } -0.88 = -\frac{88}{100} = -\frac{4 \times 22}{4 \times 25} = -\frac{22}{25}$$

وبالطبع فإن -0.84 أكبر من -0.88

(41) ما العدد الذي يقع في منتصف المسافة على خط الأعداد بين كل من:

$$\frac{3}{4} - , \frac{1}{2} - \text{ (د) } \quad \frac{3}{4} , \frac{1}{2} - \text{ (ح) } \quad \frac{3}{4} - , \frac{1}{2} \text{ (ب) } \quad \frac{3}{4} , \frac{1}{2} \text{ (أ) }$$

$$\frac{1 \times (3 -) + 2 \times 1}{4} = \frac{\left(\frac{3}{4} -\right) + \frac{1}{2}}{2} \text{ هو العدد المطلوب هو (ب) حل جزئي:}$$

$$\frac{1}{8} - = \frac{3 - 2}{2 \times 4} =$$

$$\frac{1}{8} = \frac{\left(\frac{3}{4} -\right) + \frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{2} \text{ هو العدد المطلوب هو (ح) (من ب)}$$

(42) اذكر خمسة أعداد كسرية (نسبية) بين $\frac{7}{8} -$ ، $\frac{9}{10} -$

(43) أي العددين أكبر: $4\frac{2}{3} -$ ، $4\frac{3}{5} -$ ؟ قارن بدون الحساب:

$$\frac{1}{7} + 4\frac{3}{5} - , \frac{1}{7} + 4\frac{2}{3} - \text{ (ب) } \quad \frac{1}{6} - 4\frac{3}{5} - , \frac{1}{6} - 4\frac{2}{3} - \text{ (أ) }$$

$$4\frac{3}{5} - 1\frac{1}{2} - , 4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} - \text{ (د) } \quad 4\frac{3}{5} - \frac{3}{8} , 4\frac{2}{3} - \frac{3}{8} \text{ (ح) }$$

$$4\frac{3}{5} - \frac{5}{7} - , 4\frac{2}{3} - \frac{5}{7} - \text{ (و) } \quad 0.95 + 4\frac{3}{5} - , 0.95 + 4\frac{2}{3} - \text{ (هـ) }$$

حل جزئي: $4\frac{2}{3} - = 4.666... -$ ، $4\frac{3}{5} - = 4.6 -$ ، وبالتالي فإن:

$4\frac{3}{5} - > 4\frac{2}{3} -$ في كل ما سبق جمعنا أو طرحنا عددًا كسريًا على

$4\frac{2}{3} -$ ، $4\frac{3}{5} -$ راجع مسألة رقم (39) السابقة.

(44) أيهما أكبر: $3\frac{2}{5} -$ أم $3.45 -$ ؟ قارن بدون حساب:

$$12 \times (3.45 -) , 12 \times \left(3\frac{2}{5} -\right) \text{ (أ) }$$

$$(26 -) \times (3.45 -) , (26 -) \times \left(3\frac{2}{5} -\right) \text{ (ب) }$$

$$(3.45 -) \times \left(\frac{5}{6} -\right) , \left(3\frac{2}{5} -\right) \times \left(\frac{5}{6} -\right) \text{ (ح) }$$

$$17.5 \times (3.45 -) , 17.5 \times \left(3\frac{2}{5} -\right) \text{ (د) }$$

حل جزئي: $3\frac{2}{5} - = 3.40 -$ ، وبالتالي فإن: $3\frac{2}{5} -$ أكبر من

$3.45 -$ راجع مسألة 39 السابقة حيث كان الضرب في عدد موجب أو سالب

(45) ضع في المربعات الخالية إحدى العلامتين (> أو <):

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{2} \square \frac{4}{5} - \frac{3}{8} \quad (ب) \quad \frac{1}{2} + \frac{4}{5} - \square \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \quad (أ)$$

$$\left(\frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{3} \square \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} - \quad (و) \quad \left(\frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{2} \square \left(\frac{4}{5}\right) \times \frac{3}{8} \quad (ح)$$

$$1.7 \times \left(\frac{2}{5}\right) \square \left(\frac{2}{5}\right) \times 1\frac{2}{3} \quad (و) \quad (4.8-) \times 3.4 \square 3.7 \times 4.8 - \quad (هـ)$$

$$\left(\frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{2} < \left(\frac{4}{5}\right) \times \frac{3}{8} \quad (ح) \quad \text{حل جزئي:}$$

$$(4.8-) \times 3.4 > 3.7 \times 4.8 - \quad (هـ) \quad \left(\frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{3} > \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} - \quad (و)$$

$$1.7 \times \left(\frac{2}{5}\right) < \left(\frac{2}{5}\right) \times 1\frac{2}{3} \quad (و)$$

(46) ضع في المربعات الخالية إحدى العلامتين (> أو <):

$$(14-) : 33 \square (14-) : 35 \quad (ب) \quad 16 : 23 \square 17 : 23 \quad (أ)$$

$$4 : \frac{3}{4} - \square 5 : \frac{3}{4} - \quad (و) \quad 36 : 50 - \square 36 : 48 - \quad (ح)$$

$$1.3 : \frac{1}{2} - \square 1.3 : 0.4 - \quad (و) \quad \left(\frac{2}{5}\right) : 2 - \square \left(\frac{2}{5}\right) : 3 - \quad (هـ)$$

$$\text{حل جزئي:} \quad (ح) \quad 36 : 50 - \square 36 : 48 - \quad \text{أى أن لدينا:}$$

$$\frac{1}{36} \times 50 - \square \frac{1}{36} \times 48 - \quad \text{وبالتالى يكون:}$$

$$\frac{1}{36} \times 50 - < \frac{1}{36} \times 48 - \quad (\text{لأن } 50 < 48 \text{ وضربنا الطرفين فى عدد موجب})$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} - \square \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} - \quad \text{أى أن لدينا:} \quad 4 : \frac{3}{4} - \square 5 : \frac{3}{4} - \quad (و)$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} - < \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} - \quad \text{وبالتالى يكون:}$$

$$\text{لأن } \frac{1}{4} > \frac{1}{5} \text{ وضربنا الطرفين فى عدد سالب.}$$

(47) لعددين كسريين (نسبيين) س ، ص لدينا:

$$(أ) \quad س + 4 > ص + 4 \quad (ب) \quad 5س < 5ص \quad (ح) \quad -6س > -6ص$$

$$(و) \quad -\frac{3}{4}س > -\frac{3}{4}ص \quad (هـ) \quad -2س < -2ص \quad (و) \quad 9 - س > 9 - (-9ص)$$

أى العددين أكبر؟

حل جزئى: (ا) ص أكبر من س (ب) س أكبر من ص

(ح) س أكبر من ص (لأن -6 سالب) (هـ) ص أكبر من س

لأن: $2 - س < 2 - ص$ معناه أن: $-س < -ص$ أى أننا ضربنا طرفى

س $> ص$ فى -1 أى أن: $س > ص$ أى أن: ص أكبر من س

(و) $س - 9 > -9 - ص$ معناه أن: $س - 9 > 9 - ص$

وهذا معناه أن: ص أكبر من س

(48) نموذج: $4س > 2 \Leftrightarrow 4س \times \frac{1}{4} > 2 \times \frac{1}{4}$ أى أن: $س > \frac{1}{2}$

على هذا النسق بسط:

(ا) $5س > 4$ (ب) $8س < 4$ (ح) $10س > 15$

(د) $4س < 8$ (هـ) $3 > 4س$ (و) $12 > 9س$

(ز) $0 < 5س$ (ح) $\frac{1}{2}س < \frac{3}{4}$

حل جزئى: (ب) $8س < 4 \Leftrightarrow 8س < \frac{4-}{8}$ أى أن: $س < \frac{1}{2}$

(د) $4س < 8 \Leftrightarrow 8 > 4س$ أى أن: $س > 2$

(لاحظ أننا ضربنا الطرفين فى $-\frac{1}{4}$)

(ز) $0 < 5س \Leftrightarrow 0 < س$ (بضرب الطرفين فى $-\frac{1}{5}$)

(ح) $\frac{1}{2}س < \frac{3}{4} \Leftrightarrow س > \frac{6}{4}$ أى أن: $س > \frac{3}{2}$

(49) أوجد المعكوس الجمعى والمعكوس الضربى لكل من:

(المعكوس الضربى للعدد س هو $\frac{1}{س}$ بشرط $س \neq 0$)

(ا) $\frac{7-}{8}$ (ب) $1\frac{1}{2}-$ (ح) $\frac{3-}{10}$ (د) $\frac{15}{4-}$

(هـ) $\frac{8-}{12-}$ (و) $0.6-$ (ز) $\frac{0.2-}{1.8-}$ (ح) $\frac{0.3-}{2.7}$

حل جزئى: (ب) المعكوس الجمعى للعدد $1\frac{1}{2}-$ هو $1\frac{1}{2}$

$1\frac{1}{2}-$ هو $\frac{3}{2}-$ ويكون المعكوس الضربى له هو $\frac{2-}{3}$

(هـ) العدد $\frac{8-}{12-}$ هو $\frac{2}{3}$. ويكون المعكوس الجمعى له $\frac{2-}{3}$ ، بينما معكوسه الضربى هو $\frac{3}{2}$

(و) المعكوس الجمعى للعدد -0.6 هو 0.6 . العدد -0.6 هو $-\frac{6}{10}$ أى $-\frac{3}{5}$ ، ويكون معكوسه الضربى هو $-\frac{5}{3}$

(ج) العدد $\frac{0.3-}{2.7}$ هو $-\frac{1}{9}$ ومعكوسه الجمعى هو $\frac{1}{9}$ ، أما معكوسه الضربى فهو -9

(50) أى العبارتين الآتيتين صحيحة وأيهما خاطئة:

(أ) عندما يضرب المرء عدداً فى معكوسه الضربى يحصل على 1-

(ب) المعكوس الضربى لعدد أصغر دائماً من العدد.

(إرشاد: العبارتان خاطئتان. أوجد أمثلة).

(51) فكر نبيل: $0.3 - \frac{1}{3} > 0$ ، وبالتالى فإن: $3 \times (\frac{1}{3} - 0.3) > 0$

وعندما نضرب الطرفين فى المعكوس الضربى لما بين القوسين نحصل على:

$$\frac{1}{(\frac{1}{3} - 0.3)} \times 0 > \frac{1}{(\frac{1}{3} - 0.3)} \times (3 \times (\frac{1}{3} - 0.3))$$

وبالتالى فإن: $0 > 3$ أين يقع الخطأ؟

(52) "سنبرهن" على أن: $5 = 3$ كالاتى:

لدينا $\frac{5}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ سنضرب الطرفين فى $(\frac{1}{2} - \frac{5}{6})$ فنحصل على:

$$(\frac{1}{2} - \frac{5}{6}) \frac{5}{6} = (\frac{1}{2} - \frac{5}{6}) (\frac{1}{3} + \frac{1}{2})$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{6} - \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{2} (\frac{1}{3} + \frac{1}{2}) - \frac{5}{6} (\frac{1}{3} + \frac{1}{2})$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{6} - \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$$

وبطرح $\frac{5}{6} \times \frac{1}{3}$ من الطرفين فنحصل على:

$$\frac{5}{6} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} - \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$$

$$(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{5}{6}) \frac{5}{6} = (\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{5}{6}) \frac{1}{2}$$

وبقسمة الطرفين على ما بداخل القوسين نحصل على: $\frac{5}{6} = \frac{1}{2}$

وبضرب الطرفين في 6 نحصل على: $5 = 3$

أين يقع الخطأ؟

(53) يدعى نبيل أن: إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ حيث a, b, c, d أعداد صحيحة فإنه إما أن

يكون في كلا الكسرين البسط أكبر من المقام، وإما أن يكون المقام أكبر من البسط، وإما أن يتساوى البسط والمقام. هل هذا صحيح؟

(إرشاد: الأعداد الصحيحة قد تكون سالبة!)

(54) اقسم العدد 5,764,801 على 7، واقسم الناتج على 7، وهكذا ... بعد كم خطوة

تكون نتيجة القسمة ليست عدداً طبيعياً؟

(55) اطرح العدد 17 من العدد 34,849، ثم اطرح من الناتج 17، وهكذا ... بعد كم خطوة

تحصل على عدد ليس طبيعياً؟

(56) أى العمليات الأربع $+$ ، $-$ ، $\times$ ، $:$ يمكن تطبيقها بلا حدود على المجموعات الآتية:

(أ) الأعداد الكسرية (النسبية) الموجبة. (ب) الأعداد الكسرية السالبة.

(ج) الأعداد الطبيعية الزوجية. (د) الأعداد الطبيعية الفردية.

(هـ) الأعداد 1، 0، -1. (و) الأعداد 1، -1؟

(تذكر أن: الأعداد الطبيعية الزوجية هي 0، 2، 4، ...)

والأعداد الطبيعية الفردية هي 1، 3، 5، ...)

(57) اختبر إذا ما كانت الأعداد الآتية طبيعية أم صحيحة أم كسرية (نسبية):

(أ) 36 : 652 (ب) 39 : 2223

(ج) $28 \times 42 - 32 \times 47$ (د) $4^{12} - 20,000$

(تذكر أن: كل عدد طبيعى هو عدد صحيح، لكن ليس كل عدد صحيح يكون عدداً

طبيعياً. كما أن كل عدد صحيح هو عدد كسرى، لكن ليس كل عدد كسرى يكون عدداً صحيحاً).

(58) احسب بطريقة حسنة:

$$20 - 96 + 47 + 24 + 37 - (\text{ب})$$

$$15 + 41 - 45 + 21 (\text{أ})$$

$$517 - 21 - 11 - 627 + 432 (\text{د}) \quad 121 - 632 - 427 + 124 + 323 (\text{ح})$$

$$341 + 1,000 - 459 + 122 - 478 - (\text{هـ})$$

$$\text{حل جزئي: } (15 + 45) + (41 - 21) = 15 + 41 - 45 + 21 (\text{أ})$$

$$40 = 60 + 20 - =$$

$$341 + 1,000 - 459 + 122 - 478 - (\text{هـ})$$

$$341 + 459 + 1,000 - 122 - 478 - =$$

$$800 - = 800 + 1,600 - =$$

(59) احسب بطريقة حسنة:

$$1.1 - 6.5 - 7.4 - 5.2 + 4.2 - (\text{ب})$$

$$3.2 + 9.7 - 0.8 + 3.7 (\text{أ})$$

$$2.5 - 2.79 - 0.58 + 6.32 + 0.29 (\text{ح})$$

$$3.40 + 0.92 - 4.72 + 1.68 - 4.42 - (\text{د})$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{3}{5} - (\text{و})$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{3} - (\text{هـ})$$

$$\frac{3}{9} - \frac{4}{15} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} - \frac{5}{12} (\text{ز})$$

$$\frac{1}{6} - \frac{3}{8} + \frac{5}{6} + \frac{1}{8} - \frac{2}{3} (\text{ز})$$

$$\text{حل جزئي: } (3.2 + 0.8) + (9.7 - 3.7) = 3.2 + 9.7 - 0.8 + 3.7 (\text{أ})$$

$$2 - = 4 + 6 - =$$

$$(0.58 + 6.32) + (2.5 - 2.79 - 0.29) = 2.5 - 2.79 - 0.58 + 6.32 + 0.29 (\text{ح})$$

$$1.9 = 6.9 + 5 - = (0.58 + 6.32) + (2.5 - 2.5 -) =$$

$$3.40 + 0.92 - 4.72 + 1.68 - 4.42 - (\text{د})$$

$$3.40 + (0.92 - 1.68 -) + (4.72 + 4.42 -) =$$

$$1.10 = 2.60 - 3.70 = 2.60 - (3.40 + 0.30) = 3.40 + 2.60 - 0.30 =$$

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} - \right) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{3} - (\text{هـ})$$

$$1\frac{1}{6} = \frac{7}{6} = \frac{3 \times 1 + 2 \times 2}{6} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{2}{4} + \frac{2}{3} =$$

(60) جَمع الحدود الموجبة، وجمع الحدود السالبة ثم أكمل:

$$(أ) 81 + 64 - 45 + 34 - (ب) 56 - 51 - 28 + 49 - 53 + 68 -$$

$$(ج) 9 + 35 - 121 + 23 - 172 - 22 + 13$$

$$\text{حل جزئي: } (ج) 9 + 35 - 121 + 23 - 172 - 22 + 13$$

$$(35 + 23 + 172) - (9 + 121 + 22 + 13) =$$

$$65 - = 230 - 165 =$$

(61) احسب بطريقة حسنة:

$$(أ) 2.4 - 5.2 + 3.6 - 1.8 + 4.2 - (ب) 3.3 - 0.5 - 2.7 + 4.3 - 3.4 -$$

$$(ج) 3.7 + 1.79 - 0.53 - 0.15 + 0.24$$

$$(د) 6.20 + 4.93 - 0.32 + 2.78 - 1.22 -$$

$$(هـ) \frac{5}{2} + \frac{9}{4} - \frac{7}{8} - \frac{9}{4} + \frac{7}{2} + \frac{5}{8} + \frac{1}{4} - (و) \frac{7}{3} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12} - \frac{9}{8} + \frac{3}{4} - \frac{7}{6} - \frac{5}{6} + \frac{1}{3} -$$

$$(ز) 1\frac{1}{6} + 8\frac{3}{4} - 6\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} + 4\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4} - (ح) 4\frac{4}{15} - 5\frac{8}{15} - 7\frac{4}{9} + 9\frac{7}{15} - 6\frac{7}{15} + \frac{23}{45} -$$

$$\text{حل جزئي: } (أ) 2.4 - 5.2 + 3.6 - 1.8 + 4.2 -$$

$$5.2 = 6 - 11.2 = (2.4 + 3.6) - 5.2 + 1.8 + 4.2 =$$

$$(هـ) \frac{5}{2} + \frac{9}{4} - \frac{7}{8} - \frac{9}{4} + \frac{7}{2} + \frac{5}{8} + \frac{1}{4} -$$

$$\left(\frac{5}{2} + \frac{7}{2}\right) + \left(\frac{7}{8} - \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{4} + \frac{1}{4}\right) =$$

$$5\frac{1}{2} = 6 + \frac{1}{2} - = 6 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - = \frac{12}{2} + \frac{2}{8} - \frac{1}{4} - =$$

(62) اشرح مجموع الصف الثاني من مجموع الصف الأول:

$$(ب) \frac{1}{4} - 2.5 + 1\frac{1}{2} -$$

$$(أ) \frac{1}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} -$$

$$6 - 2\frac{3}{4} + 3.2 - 5$$

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} -$$

$$(ج) \frac{1}{2} + 0.7 - 2.1 - 1 -$$

$$3\frac{1}{4} - 4.2 + 1 -$$

$$\text{حل جزئى: (ا) لدينا: } \frac{3}{5} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - 1 = \frac{2}{5} - \frac{2}{4} - \frac{2}{3} - 1 =$$

$$\frac{12 - 15 - 20 - 30}{30} = \frac{6 \times 2 - 15 \times 1 - 10 \times 2 - 30 \times 1}{30} =$$

$$\frac{17}{30} = \frac{47 - 30}{30} =$$

(63) اضرب بطريقة حسنة كلما أمكن ذلك:

$$(50) \times (8-) \times (48-) \quad (\text{ب})$$

$$2 \times (3-) \times 5 \times (37-) \quad (\text{ا})$$

$$(25-) \times (15-) \times 8 \times (3-) \quad (\text{س})$$

$$38 \times (125-) \times (5-) \times 8 \quad (\text{ح})$$

$$\frac{8}{45} \times (25-) \times (5-) \times \frac{9}{50} \quad (\text{و})$$

$$49 \times (125-) \times (4-) \times \left(\frac{2}{7}\right) \quad (\text{هـ})$$

$$\text{حل جزئى: (ب) } 19,200 = (400-) \times (48-) = (50) \times (8-) \times (48-)$$

$$7 \times 125 \times 4 \times 2- = 49 \times (125-) \times (4-) \times \left(\frac{2}{7}\right) \quad (\text{هـ})$$

$$7,000- = 7 \times 1,000- =$$

$$\frac{8 \times (25-) \times (45-)}{45 \times 50} = \frac{8}{45} \times (25-) \times (5-) \times \frac{9}{50} \quad (\text{و})$$

$$4 = \frac{8}{2} = \frac{8 \times (1-) \times (1-)}{1 \times 2} =$$

(64) اضرب حواصل الضرب الآتية فى -8:

$$125 \times (5-) \times (13-) \quad (\text{ح})$$

$$8 \times 25 \times (7-) \quad (\text{ب})$$

$$7 \times 5 \times (3-) \quad (\text{ا})$$

$$(4-) \times 1\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2}- \quad (\text{و})$$

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{4} \quad (\text{هـ})$$

$$(2-) \times 25 \times 23 \quad (\text{س})$$

$$\text{حل جزئى: (هـ) } 2 = \frac{2 \times (1-) \times 3 \times 8-}{3 \times 2 \times 4} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{4} \times 8-$$

$$(4-) \times \frac{5}{4} \times \left(\frac{5}{2}\right) \times (8-) = (4-) \times 1\frac{1}{4} \times \left(2\frac{1}{2}\right) \times (8-) \quad (\text{و})$$

$$100- = (4-) \times 5 \times (5-) \times (1-) =$$

(65) اقسم حواصل الضرب الآتية على -6:

$$125 \times (54-) \times 35- \quad (\text{ح})$$

$$3 \times (42-) \times 5 \quad (\text{ب})$$

$$5 \times 12 \times 24- \quad (\text{ا})$$

$$6 \times (36-) \times 12- \text{ (و)} \quad 3 \times 42 \times 43- \text{ (هـ)} \quad 5 \times 2 \times (624-) \times 17 \text{ (ز)}$$

$$\text{حل جزئى: (ب)} \quad 105 = 3 \times 7 \times 5 = \frac{3 \times (42-) \times 5}{6-}$$

$$17,680 = 10 \times 104 \times 17 = \frac{5 \times 2 \times (624-) \times 17}{6-} \text{ (ز)}$$

(66) تأمل أولاً هل الضرب وفك الأقواس ثم الجمع أو الطرح أفضل، أم أن الأفضل حساب ما بداخل الأقواس أولاً:

$$\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \times 6 \text{ (ب)} \quad (9 + 11 + 67 - 46) \times 24 \text{ (ا)}$$

$$25 \times (315 + 412 - 236) \text{ (ز)} \quad (12 + 72 - 24) \times \frac{1}{4} \text{ (ح)}$$

$$\left(\frac{9}{11} + \frac{13}{33} - \frac{7}{22}\right) \frac{15-}{7} \text{ (و)} \quad (24-) \times \left(\frac{7}{8} + \frac{7}{3} - \frac{1}{12}\right) \text{ (هـ)}$$

حل جزئى: (ا) واضح أن حساب ما القوسين أولاً أسهل

$$24- = (1-) \times 24 = (67 - 66) \times 24 = (9 + 11 + 67 - 46) \times 24$$

(ح) غير واضح أن فك القوسين بالضرب فى $\frac{1}{4}$ أسهل، الحساب سهل فى الحالتين:

$$9- = 3 + 18 - 6 = (12 + 72 - 24) \times \frac{1}{4}$$

$$139$$

$$25 \times$$

$$695$$

$$278$$

$$3475$$

(ز) واضح أن حساب ما بين القوسين أولاً أسهل:

$$25 \times (412 - 551) = 25 \times (315 + 412 - 236)$$

$$3,475 = 25 \times 139 =$$

(هـ) واضح أن الفك أسهل من حساب ما بين القوسين:

$$(24-) \times \frac{7}{8} + (24-) \times \frac{7}{3} - (24-) \times \frac{1}{12} = (24-) \times \left(\frac{7}{8} + \frac{7}{3} - \frac{1}{12}\right)$$

$$33 = 23 - 56 = 21 - 56 + 2 =$$

$$72 = 3 \times 24 = (49 + 46-)24 = 49 \times 24 + (46-) \times 24 \text{ (67) نموذج:}$$

تأمل إن كان هذا النموذج يصلح عند حساب الآتى:

$$(8-) \times 5 - 400 \times 5- \text{ (ب)} \quad (8-) \times (5-) - 400 \times 5- \text{ (ا)}$$

$$5.5 \times 5.3 - 4.7 \times 5.5- \text{ (ز)} \quad 20 \times 5.2 + (4.7-) \times 20 \text{ (ح)}$$

$$56 \times 9 - 29 \times 8 \text{ (و)} \quad 87 \times 4 - 4 \times 6.5 + 4 \times 45 \text{ (هـ)}$$

$${}^3_7 \times 2.6 - {}^2_7 \times 2.5 \text{ (C)}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{3}{4} - \frac{7}{4} \times \frac{3}{5} \quad (5)$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{8}{9} (e)$$

$$2,040- = 408 \times 5- = (8 + 400) \times 5- =$$

$$(8 - 400) \times 5 = ((8-) + 400)5 = (8-) \times 5 - 400 \times 5 \quad (\hookrightarrow)$$

$$1,960- = 392 \times 5- =$$

$$(5.3 + 4.7)5.5 - = 5.5 \times 5.3 - 4.7 \times 5.5 - (4)$$

$$55- = 10 \times 5.5- =$$

$$144 = 18 \times 8 = 2 \times 9 \times 8 = (7-9)9 \times 8 = 56 \times 9 - 2^9 \times 8 \quad (3)$$

(تذكر أن: $(a \pm b) \times c$ تعني أن: $a \times c \pm b \times c$)

$$3 \times \frac{18-}{5} = (1-4) \frac{18-}{5} = 18 \times \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \times 18- (b)$$

$$10\frac{4}{5} = \frac{54}{5} =$$

$$\frac{16-}{27} = \left(\frac{2-}{3}\right) \times \frac{8}{9} = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \frac{8}{9} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{8}{9} (e)$$

(68) ما الأقواس التي يمكن الاستغناء عنها فيما يلي؟ اكتب بدون هذه الأقواس، ثم احسب:

$$3 : 6 + (7 \times 4) : 28 \text{ (✓)} \quad ({}^4 2) + (2 : 8) - (5 \times 7) \times 4 \text{ (✗)}$$

$$(7 \times 18 - 34) + 76 \text{ (ㄷ)}$$

$$(5 : 26) + (3 \times 4-) + 38 \text{ (g)} \qquad (42) - 2 : (4 : 72) \text{ (d)}$$

$$[8 \times (3-)] \times 5 - 4 \times 23 \text{ (C)} \qquad ({}^3 2 - 17) + {}^3(4-) \text{ (J)}$$

$$^2[(3 : 9) - (2-) \times 17] \quad (b)$$

$42 + 2 : 8 - 5 \times 7 \times 4 = (42) + (2 : 8) - (5 \times 7) \times 4$ (1) : حل جزئی

$$152 = 4 - 156 = 4 - (16 + 140) = 16 + 4 - 140 =$$

(ب) لا يمكن الاستغناء عن القوسين:

$$3 = 2 + 1 = 3 : 6 + 28 : 28 = 3 : 6 + (7 \times 4) : 28$$

(هـ) لا يمكن الاستغناء عن القوسين الأولين ، ويستغنى عن القوسين الأخيرين

$$^4 2 - 2 : 18 = ^4 2 - 2 : (4 : 72) = (^4 2) - 2 : (4 : 72)$$

$$7- = 16 - 9 =$$

(و) يمكن الاستغناء عن القوسين الأخيرين فقط:

$$5.2 + (12-) + 38 = (5 : 26) + (3 \times 4-) + 38$$

$$31.2 = 12 - 43.2 =$$

$$^2 [3 : 9 - (2-) \times 17] = ^2 [(3 : 9) - (2-) \times 17] \text{ (ط)}$$

(يمكن الاستغناء عن القوسين الأخيرين حسب ترتيب إجراء العمليات، ولا يمكن

الاستغناء عن قوسى -2 لأنه لا يجوز أن تأتى علامتان لعمليتين متتاليتين). 37

$$\begin{array}{r} 37 \times \\ 259 \\ 111 \\ \hline 1369 \end{array}$$

$$1,369 = ^2 (37-) = ^2 (3 - 34-) =$$

(69) اكتب بدون أقواس:

$$(14 + 68 - 23) + 15 \text{ (ب)}$$

$$(7 - 6 \times 5) - 4 \text{ (ا)}$$

$$(9 + 65-) - (58 - 34) \text{ (ز)}$$

$$(16 - 92 + 28) - 46- \text{ (ح)}$$

$$[(29 - 16) - (29 + 25) - 120]- \text{ (و)}$$

$$[(32 - 26) - 70] + 15 \text{ (هـ)}$$

$$\text{حل جزئى: (ا)} \quad 7 + 6 \times 5 - 4 = (7 - 6 \times 5) - 4$$

$$\text{(هـ)} \quad 32 + 26 - 70 + 15 = [(32 - 26) - 70] + 15$$

$$\text{(و)} \quad 29 - 16 + 29 + 25 + 120- = [(29 - 16) - (29 + 25) - 120]-$$

(70) اكتب بدون أقواس:

$$(36 + 15)3 - (17 - 8)4 \text{ (ب)}$$

$$(6 \times 5 - 4)3 \text{ (ا)}$$

$$(7 \times 5 - ^2 8) - 4 \times 3 \text{ (ز)}$$

$$4 \times (36 + 15) - (72 - 28)5- \text{ (ح)}$$

$$\text{(هـ)} \quad (5 : 8 + 1-)5 - (4-) \times (21 - 39) + 38$$

$$\text{حل جزئى: (ز)} \quad 7 \times 5 + ^2 8 - 4 \times 3 = (7 \times 5 - ^2 8) - 4 \times 3$$

$$\text{(هـ)} \quad (5 : 8 + 1-)5 - (4-) \times (21 - 39) + 38$$

$$(5 : 8) \times 5 - 5 + 4 \times 21 + 4 \times 39 - 38 =$$

$$8 - 5 + 4 \times 21 + 4 \times 39 - 38 =$$

(71) املأ ما بين الأقواس:

$$(\dots) + 34 = 93 - 86 + 38 \quad (أ)$$

$$(\dots) - (124) = 217 + 83 - 124 \quad (ب)$$

$$(\dots) - 31 - = 73 - 112 + 31 - \quad (ج)$$

$$(\dots) - 4.5 - = 1.4 + 5.6 - 3.7 - 4.5 - \quad (د)$$

$$(\dots)4 + 35 = 96 + 48 - 35 \quad (هـ)$$

$$(\dots)4 - 35 = 96 + 48 - 35 \quad (و)$$

$$(\dots)\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{4}{15} + \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \quad (ز)$$

$$(\dots)\frac{3}{4} - 1 = \frac{3}{7} \times \frac{5}{8} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} - 1 \quad (ح)$$

$$\text{حل جزئى: } (\dots) - 4.5 - = 1.4 + 5.6 - 3.7 - 4.5 -$$

$$(\dots) - = 1.4 + 9.3 - \quad \Leftarrow \quad (\dots) - = 1.4 + 5.6 - 3.7 - \quad \Leftarrow$$

$$7.9 = (\dots) \quad \Leftarrow \quad (\dots) - = 7.9 - \quad \Leftarrow$$

$$(\dots)4 + 35 = 96 + 48 - 35 \quad (هـ)$$

$$(\dots)4 = 48 \quad \Leftarrow \quad (\dots)4 = 96 + 48 - \quad \Leftarrow$$

$$12 = (\dots) \quad \Leftarrow$$

$$(\dots)\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{4}{15} + \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \quad (ز)$$

$$(\dots)\frac{2}{5} - = \frac{4 + 3 \times 2 -}{15} \quad \Leftarrow \quad (\dots)\frac{2}{5} - = \frac{4}{15} + \frac{2}{5} - \quad \Leftarrow$$

$$(\dots)\frac{2}{5} - = \frac{2 -}{15} \quad \Leftarrow \quad (\dots)\frac{2}{5} - = \frac{4 + 6 -}{15} \quad \Leftarrow$$

$$\frac{1}{3} = \left(\frac{5 -}{2}\right) \times \frac{2}{15} - = (\dots) \quad \Leftarrow$$

(72) احسب:

$$\left(\frac{5 -}{12}\right) \times 3 - \left(8 : \frac{7}{2} - 1\right) \frac{4}{9} \quad (أ)$$

$$\frac{15}{16} : \frac{3}{8} - \frac{5}{6} : \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right) - 1 \quad (ب)$$

$$\frac{(7 -)}{4} : \frac{5}{7} + \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{7} -\right) : \frac{2}{7} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{7} - 15 \quad (ج)$$

$$(7-): 3\frac{1}{2} - \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right) : \left(2\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2}\right) \text{ (ء)}$$

$$\frac{3}{7} : 1\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} : \frac{3}{8}\right)\frac{4}{3} - 2- \text{ (هـ)}$$

$$(5-): 9\frac{1}{2} - \left(3\frac{1}{15} - 4\right)\left(7\frac{1}{4} - 2\frac{1}{3}\right) \text{ (و)}$$

$$\left(2\frac{1}{3}-\right) : \left[7 : \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{5}\right) - ^2\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)\right] \text{ (ز)}$$

$$0.95 : \left(1\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) + ^2\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{7}\right) : 3- \text{ (ح)}$$

$$(7-): 3\frac{1}{2} - \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right) : \left(2\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2}\right) \text{ (ء) حل جزئى:}$$

$$(7-): \frac{7}{2} - \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{3}\right) : \left(\frac{11}{4} - \frac{9}{2}\right) =$$

$$(7-): \frac{7}{2} - \frac{15-8}{6} : \frac{11-18}{4} =$$

$$(7-): \frac{7}{2} - \frac{7-}{6} : \frac{7}{4} =$$

$$1- = \frac{1}{2} + \frac{6}{4} - = \frac{7}{(7-)\times 2} - \frac{6}{7-} \times \frac{7}{4} =$$

$$\left(2\frac{1}{3}-\right) : \left[7 : \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{5}\right) - ^2\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)\right] \text{ (ز)}$$

$$\left(\frac{7}{3}-\right) : \left[7 : \left(\frac{5\times 1 - 3\times 4}{15}\right) - ^2\left(\frac{3-4}{6}\right)\right] =$$

$$\left(\frac{7}{3}-\right) : \left[7 : \frac{5-12}{15} - ^2\left(\frac{1}{6}\right)\right] =$$

$$\left(\frac{7}{3}-\right) : \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{36}\right) = \left(\frac{7}{3}-\right) : \left(\frac{7}{7\times 15} - \frac{1}{36}\right) =$$

$$\left(\frac{7}{3}-\right) : \frac{7-}{180} = \left(\frac{7}{3}-\right) : \frac{12-5\times 1}{180} =$$

$$\frac{1}{60} = \frac{3-}{7} \times \frac{7-}{180} =$$

(73) احسب:

$$1.4 : 0.56 + (0.5 \times 2.4 - 1.5 : 0.4)1.5 \text{ (ا)}$$

$$0.5 : 1.9 - ^21.5 \times 8.2 \times 4 + 1.4 : 4.2 \text{ (ب)}$$

$$1.25 : \frac{4}{3} - \left(1.6 : \frac{4}{5}\right) : \left(\frac{3}{4} : 0.4\right) \text{ (ح)}$$

$$(12 \times \frac{3}{4}) : 9 - {}^2(\frac{4}{5} : 3.2) \text{ (ع)}$$

$$0.5 : 1.9 - {}^21.5 \times 8.2 \times 4 + 1.4 : 4.2 \text{ (ب) حل جزئی:}$$

$$0.5 : 1.9 - 2.25 \times 8.2 \times 4 + 3 =$$

$$0.5 : 1.9 - \frac{9}{4} \times 8.2 \times 4 + 3 =$$

$$73 = 3.8 - 73.8 + 3 =$$

$$(12 \times \frac{3}{4}) : 9 - {}^2(\frac{4}{5} : 3.2) \text{ (ع)}$$

$$15 = 1 - 16 = 9 : 9 - {}^24 = (12 \times \frac{3}{4}) : 9 - {}^2(0.8 : 3.2) =$$

(74) احسب:

$$\frac{{}^2(5-) + 15 \times 8 - 7 \times 25}{0.5 : 23 - (16 \times 4 - 9 : 27)6} \text{ (ب)}$$

$$\frac{12 \times 2 + 24 - 4 \times 15}{3 \times 12 - 4 : 48} \text{ (ا)}$$

$$\frac{(2-) : {}^2(1.5 \times 13 + 27.5)}{3.5 \times 0.4 - 2.25 \times 0.2 \times 0.3} \text{ (ع)}$$

$$\frac{(5-)(1.2 \times 0.3 - 3.6)}{5 : (0.9 \times 0.8 + 0.5 \times 1.2-)} \text{ (ح)}$$

$$\frac{60}{24-} = \frac{24 + 24 - 60}{36 - 12} = \frac{12 \times 2 + 24 - 4 \times 15}{3 \times 12 - 4 : 48} \text{ (ا) حل جزئی:}$$

$$2\frac{1}{2}- = \frac{5}{2}- =$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 25 \times \end{array}$$

$$135$$

$$54$$

$$675$$

$$\frac{(5-)(0.36 - 3.6)}{5 : (0.72 + 0.6-)} = \frac{(5-)(1.2 \times 0.3 - 3.6)}{5 : (0.9 \times 0.8 + 0.5 \times 1.2-)} \text{ (ح)}$$

$$(25-) \times 27 = \frac{(25-) \times 0.81}{0.03} = \frac{5 \times (5-) \times 3.24}{0.12} =$$

$$675- =$$

(75) احسب:

$$\frac{(7-) : (\frac{1}{4} - \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3})}{(\frac{3}{8} - \frac{7}{2})(\frac{5}{6} + \frac{5}{12})} \text{ (ب)}$$

$$\frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} - (\frac{1}{3} - \frac{5}{6}) : (\frac{1}{2} - \frac{3}{4})}{(\frac{7}{8} - \frac{5}{3})\frac{4}{5} - \frac{2}{3}} \text{ (ا)}$$

$$\frac{(16 - 2\frac{2}{3})\frac{9}{8} + 2 - (\frac{8-}{27})^3 3}{(1.25-)1\frac{1}{3} + (2\frac{2}{3} \times 1\frac{7}{8} + 1\frac{1}{4}-) : \frac{5}{8}} \text{ (ح)}$$

$$\frac{\frac{7}{9} \times \frac{5}{8} - \frac{16}{7-7}}{\frac{2(\frac{5-}{6})1.5 + 0.5 - \frac{2}{3}}{(\frac{3}{2} : 0.75 - 2)\frac{7}{8}}} \text{ (ع)}$$

$$\frac{(7-): \left(\frac{1}{4} - 2\right)}{\left(\frac{3 - 4 \times 7}{8}\right) \left(\frac{2 \times 5 + 5}{12}\right)} = \frac{(7-): \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{3}\right)}{\left(\frac{3}{8} - \frac{7}{2}\right) \left(\frac{5}{6} + \frac{5}{12}\right)} \quad \text{حل جزئي: (ب)}$$

$$\frac{8 \times 12}{25 \times 15 \times 4} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{25 \times 15}{8 \times 12}} = \frac{(7-): \frac{7}{4}}{\frac{25}{8} \times \frac{15}{12}} =$$

$$\frac{8}{125} = \frac{24}{375} = \frac{24-}{25 \times 15} =$$

$$\frac{7}{9} \times \frac{5}{8} - \frac{16}{8-7} : \frac{2\left(\frac{5}{6}\right)1.5 + 0.5 - \frac{2}{3}}{\left(\frac{3}{2} : 0.75 - 2\right)\frac{7}{8}} \quad (د)$$

$$\frac{7 \times 5}{72} - \frac{8 \times 16}{7-56} : \frac{\frac{25}{36} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\left(\frac{3}{2} : \frac{3}{4} - 2\right)\frac{7}{8}} =$$

$$\frac{35}{72} - \frac{8 \times 16}{49} : \frac{\frac{25}{24} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\left(\frac{3}{2} : \frac{3}{4} - 2\right)\frac{7}{8}} =$$

$$\frac{35}{72} - \frac{8 \times 16}{49} : \frac{\frac{25 + 12 \times 1 - 8 \times 2}{24}}{\left(\frac{3}{2}\right)\frac{7}{8}} =$$

$$\frac{35}{72} - \frac{49}{8 \times 16} \times \frac{2 \times 8}{3 \times 7} \times \frac{29}{24} =$$

$$\left[5 - \frac{29}{8}\right] \frac{7}{72} = \frac{35}{72} - \frac{7 \times 29}{8 \times 3 \times 24} =$$

$$\frac{77}{576} = \frac{11 \times 7-}{576} = \left[\frac{40 - 29}{8}\right] \frac{7}{72} =$$

(76) اقسام مجموع $\frac{1}{3}$ ، $1\frac{1}{2}$ على حاصل ضربهما .

(77) اطرح حاصل ضرب $3\frac{1}{4}$ ، 0.8 من نصف مجموعهما .

(78) اجمع نصف $2\frac{1}{3}$ ، ثلاثة أرباع $\frac{2}{9}$

(79) اضرب $\frac{3}{4}$ من $\frac{4}{5}$ في مجموع $1\frac{1}{2}$ ، $2\frac{1}{3}$

(إرشاد: المطلوب حساب $\left(2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}\right) \left(\frac{4}{5}\right) \times \frac{3}{4}$)

(80) اقسام $\frac{5}{6}$ من $\frac{1}{2}$ - على $\frac{2}{3}$ من $\frac{5}{8}$ -

(إرشاد: المطلوب حساب $\left(\frac{1}{2} - \right) \times \frac{5}{6} : \left(\left(\frac{5}{8} - \right) \times \frac{2}{3}\right)$)

(81) بكم يكون حاصل ضرب $1\frac{2}{3}$ ، $5\frac{1}{2}$ أكبر من ثلاثة أمثال $3\frac{1}{4}$ ؟

(82) ما العدد الذى يجب إضافته إلى مجموع $\frac{3}{4}$ ، $1\frac{4}{5}$ حتى نحصل على ثلاثة أرباع 0.8 ؟

حل جزئى: $\frac{9}{5} - \frac{3}{4} = 1\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \left(1\frac{4}{5} - \right) + \frac{3}{4}$

$$\frac{21-}{20} = \frac{36-15}{20} = \frac{4 \times 9 - 5 \times 3}{20} =$$

العدد المطلوب هو: $-\frac{3}{4} \times 0.8 = \left(\frac{21-}{20}\right) - \frac{3}{4}$...

(83) ما العدد الذى يضرب فى مجموع 2.4 ، $\frac{3}{8}$ حتى نحصل على 1.62 ؟

حل جزئى: $2.025 = 0.375 - 2.4 = \frac{3}{8} - 2.4 = \left(\frac{3}{8} - \right) + 2.4$

العدد المطلوب هو: $\frac{1.62}{2.025} = \dots$

(84) ما العدد الذى إذا ضرب فى $3\frac{1}{2}$ كان أكبر من مجموع $3\frac{1}{2}$ ، 1.8 بـ 1.8 ؟

حل جزئى: $1.7 = 1.8 - 3.5 = (1.8 -) + 3\frac{1}{2}$

العدد $\times 3\frac{1}{2} = 1.8 + 1.7$ وأكمل ...

(85) اشرح: إذا قسم 100 ضعف عدد نحصل على خمسة أضعاف العدد مضروبة فى خمسة .

(86) هل يوجد عدد كسرى (نسبي) بحيث يكون:

(أ) العدد يساوى ضعفه؟ (ب) أكبر من معكوسه الجمعى بـ 1 ؟

(ج) معكوسه الجمعى = معكوسه الضربى؟

(87) ما العدد الذى يقع على خط الأعداد فى منتصف المسافة بين معكوس 2.4 الجمعى ،

معكوسه الضربى؟

حل جزئى: العدد هو $\frac{\frac{1}{2.4} + 2.4-}{2} = \dots$

(88) ما العدد الذى بعده عن العدد $\frac{1}{2}$ ضعف بعده عن العدد $-\frac{3}{4}$ ؟ كم عددًا يحقق هذا؟

حل جزئى: ليكن العدد هو س ، بُعد العدد س عن $\frac{1}{2}$ هو $|س - \frac{1}{2}|$ ،

$$\text{بُعده عن } -\frac{3}{4} \text{ هو } |س - (-\frac{3}{4})| = |س + \frac{3}{4}|$$

$$\text{لدينا : } |س - \frac{1}{2}| = 2|س + \frac{3}{4}|$$

$$\text{ويكون لدينا حالتان : } س - \frac{1}{2} = 2(س + \frac{3}{4}) ،$$

$$س - \frac{1}{2} = 2(-س - \frac{3}{4}) \text{ وأكمل } \dots$$

(89) يقع جبل الزيتون في القدس أعلى من مستوى سطح الماء في البحر الأبيض المتوسط بـ 809 مترًا ، ويقع مستوى سطح الماء في البحر الميت أسفل مستوى سطح الماء في البحر الأبيض المتوسط بـ 393 مترًا. كم يكون الفرق بين ارتفاع جبل الزيتون وارتفاع مستوى سطح الماء في البحر الميت.

(90) في منطقة في سيبيريا يكون متوسط درجات الحرارة على مدار العام من يناير إلى ديسمبر كالآتي: -49°س ، -45.1°س ، -29.7°س ، -13.2°س ، -1.9°س ، 12.6°س ، 15.4°س ، 10.8°س ، 2.4°س ، -14.2°س ، -36.9°س ، -47°س ، احسب متوسط درجات الحرارة في العام .

(91) إن التقويم الهجرى هو التقويم الرسمى في البلدان الإسلامية. وهو يقوم على أساس هجرة الرسول صلى الله عليه وسلم من مكة إلى المدينة. وكان ذلك في سنة 622 بعد ميلاد المسيح عليه السلام. احسب وفقًا لهذا التقويم تاريخ الأحداث الآتية علمًا بأنه لا يوجد سنة صفر ميلادية. بل يعقب سنة 1 قبل الميلاد سنة 1 بعد الميلاد مباشرة.

(أ) تأسيس روما (753 قبل الميلاد)

(ب) وفاة الإسكندر الأكبر (323 قبل الميلاد)

(ج) تتويج كارل الأكبر (800 بعد الميلاد)

(د) بدء الحرب العالمية الأولى (1918)

(هـ) بدء الحرب العالمية الثانية (1939)

(و) سنة 2010

حل جزئى: (أ) تأسيس روما يكون بالتقويم الهجرى سنة:

$$-752 - 622 = 1374 \text{ أى قبل الهجرة بـ } 1374 \text{ سنة}$$

لاحظ أننا حسبنا هنا من -752 وليس من -753 لعدم وجود سنة 0 ميلادية.

كذلك لاحظ أن بهذا الحساب تجاوز. هل تعلم ما هو؟ ولمساعدتك سنحسب بهذا الأسلوب:

(هـ) بدء الحرب العالمية الثانية يكون بالتقويم الهجرى سنة:

$$1939 - 622 = 1317$$

(و) سنة 2010 ميلادية تكون بالتقويم الهجرى - بهذا الأسلوب - سنة:

$$2010 - 622 = 1399$$

لكننا نعلم أن سنة 2010 ميلادية تناظر سنة 1431 هجرية . كيف تفسر هذا؟

(92) عندما يسافر الأوروبي ليقضى عطلة فى خارج بلده فإنه يسأل عن القوة الشرائية فى ذلك

البلد مقارنة ببلده. فإذا كانت زيادة القوة الشرائية فى بلد ما تعنى 15%، فمعنى هذا أن

ما يشتريه فى بلده بـ 1.15 يورو يشتريه فى ذلك البلد بـ 1 يورو. وفى سنة 1999 كانت

القوة الشرائية لليورو مقارنة بقوته فى ألمانيا على النحو التالى:

فى إيطاليا -5% ، وفى النمسا -12% ، وفى السويد -16%

تريد عائلة ألمانية أن تقضى 14 يوماً فى إحدى هذه الدول، كم تكون هذه العائلة قد

دفعت من المال أكثر مما تدفعه فى ألمانيا إذا كانت تدفع فى المتوسط فى اليوم فى إحدى هذه

الدول 38 يورو؟

حل جزئى: ما تدفع العائلة فى إيطاليا زيادة عما تدفعه فى ألمانيا فى 14 يوماً

$$= 38 \times 0.05 \times 14 = 0.70 \times 38 = 26.6 \text{ يورو.}$$

(93) تقول أيتن لابنة خالها مى وقد رأتها تلاعب قطتها: قطتان يكون لهما 8 أرجل، 3 قطط

لها 12 رجلاً، كذلك 5 قطط لها 20 رجلاً. ووافقت مى على ذلك. وزادت أيتن: قطعة

واحدة لها 4 أرجل، ولأنه لا يوجد قطعة لها ثلاثة أرجل فإن 0 قطط لها 3 أرجل وبالتالى

فإن قطعة واحدة يكون 7 أرجل. ما وجه المغالطة هنا، ترد به مى؟

(94) سنظهر أن $1 \times 1 = 2$!!

لدينا: $45 - 25 = 36 - 16$

$$\frac{81}{4} + 45 - 25 = \frac{81}{4} + 36 - 16 \quad \Leftarrow$$

$$\text{والآن: } \left(\frac{9}{2} - 5\right)^2 = \frac{81}{4} + 45 - 25, \quad \left(\frac{9}{2} - 4\right)^2 = \frac{81}{4} + 36 - 16$$

$$\text{وبالتالي فإن: } \left(\frac{9}{2} - 4\right)^2 = \left(\frac{9}{2} - 5\right)^2 \quad \Leftarrow$$

$$\frac{9}{2} - 4 = \frac{9}{2} - 5$$

وبجمع $\frac{3}{2}$ على الطرفين نحصل على: $1 = 2$

وبالتالي فإن $1.1 = 1.2 = 2$

ما وجه الخطأ في هذه المغالطة؟

6. التقديرات

لأن كل امرئ معرض للخطأ في الحساب، فإننا نجري تقديرًا للعمليات بحيث نرى هل يختلف الناتج المقدر عن الناتج الحاصل اختلافًا جوهريًا، أم لا. إن كان هناك اختلاف جوهري، فمعنى هذا أن خطأ ما وقع في الحساب، أما إن لم يكن هناك اختلاف جوهري، فالأرجح أن النتيجة صحيحة. وعند التقدير فالقاعدة الأساسية - كما ذكرنا من قبل - أن 0.5 أو أكبر من 0.5 يكون 1، وأصغر من 0.5 يحذف. وهكذا يمتد التقريب كما ورد في الأعداد الطبيعية حيث قربنا إلى أقرب 10، وإلى أقرب 100، ...

تقديرات الجمع والطرح في الأعداد الصحيحة:

مثال 1: استخدم التقدير لبيان إذا كان المجموع الآتي صحيحًا:

$$\begin{array}{r} 183,066 \\ + 78,911 \\ + 96,527 \\ \hline 358,504 \end{array}$$

الحل: سنجمع:

$$\begin{array}{r} 183,000 \\ + 79,000 \\ + 97,000 \\ \hline 359,000 \end{array}$$

والأرجح أن عملية الجمع صحيحة وذلك بالرجوع إلى الأصل المعطى، فنجد حاصل الجمع المقدر قريبًا من حاصل الجمع المحسوب (المعطى).

مثال 2: استخدم التقدير لبيان إذا ما كان المجموع الآتي صحيحًا:

$$32,327 = 12,644 + 3,882 + 5,801$$

$$\text{الحل: سنجمع: } 23,000 = 13,000 + 4,000 + 6,000$$

واضح أن هنا فرقًا كبيرًا، وعلى وجه القطع فإن الناتج المحسوب (المعطى) خاطئ.

مثال 3: استخدم التقدير لبيان إذا ما كان المجموع الآتى صحيحاً:

$$15,731 = 2,811 + 9,106 + 814$$

الحل: سنجمع: $13,000 = 3,000 + 9,000 + 1,000$

واضح أن هناك فرقاً كبيراً بين التقدير والحساب، ولهذا فإننا نؤكد أن المجموع المحسوب خاطئ.

مثال 4: استخدم التقدير لاختبار باقى الطرح:

$$\begin{array}{r} 120,426,811 \\ - 98,155,722 \\ \hline 32,271,039 \end{array}$$

الحل: سنحسب باقى الطرح:

$$\begin{array}{r} 120,000,000 \\ - 98,000,000 \\ \hline 22,000,000 \end{array}$$

واضح أن الفرق بين الجواب المعطى والجواب المقدار كبير جداً، فالجواب المعطى خطأ على وجه القطع.

مثال 5: استخدم التقدير لاختبار باقى الطرح:

$$13,279,949 = 97,892,106 - 111,172,055$$

الحل: سنحسب باقى الطرح:

$$13,000,000 = 98,000,000 - 111,000,000$$

الفرق بين الجواب المعطى والجواب المقدار ليس كبيراً جداً، فمن المحتمل أن يكون الجواب المعطى صحيحاً، وبالحساب الدقيق يتضح أن الجواب المعطى صحيح بالفعل.

مثال 6: استخدم التقدير لاختبار حاصل الضرب: $7,882 = 961 \times 82$

$$\text{الحل: سنحسب: } 80,000 = 1,000 \times 80$$

واضح أن الفرق هائل بين القيمة المعطاة والقيمة المقدرة، ولهذا فالنتائج المعطى خاطئ على وجه اليقين.

مثال 7: اختبر إذا ما كان حاصل الضرب الآتى صحيحًا:

$$334,062 = 37,118 \times 9$$

الحل: سنحسب: $370,000 = 37,000 \times 10$

الفرق هنا ليس كبيرًا جدًا، فمن المحتمل أن يكون الجواب المعطى صحيحًا. وبالحساب الدقيق يتضح أن النتيجة صحيحة بالفعل.

مثال 8: اختبر إذا ما كان خارج القسمة الآتى صحيحًا:

$$203 = 91 : 18,473$$

الحل: سنحسب: $200 = 90 : 18,000$

الفرق صغير بالفعل بين القيمة المعطاة والقيمة المقدرة، فمن المحتمل أن يكون الجواب صحيحًا، وللتأكد نجري القسمة المطولة كالآتى:

$$\begin{array}{r} 203 \\ 91 \overline{) 184'73} \\ \underline{182} \\ 27 \\ \underline{0} \\ 273 \\ \underline{273} \\ 0 \end{array}$$

نقسم 184 على 91 فيكون خارج القسمة 2. نضرب 2 في 91 فيكون الناتج 182. نطرح 182 من 184 فيكون باقى الطرح 2. وننزل الرقم 7 (أول رقم من الجزء الباقي 73) فيكون لدينا 27. 27 أصغر من 91، ولهذا يكون خارج قسمة 27 على 91 هو 0. نضع 0 إلى يمين 2، وننزل 3 (الرقم الباقي الوحيد) فيكون لدينا 273. 273 نقسم 273 على 91 فيكون خارج القسمة 3. نضع 3 إلى يمين 20 فيكون لدينا 203.

نضرب 3 في 91 فيكون حاصل الضرب (بالطبع) 273. نطرح 273 من 273 فيكون باقى الطرح 0. وتنتهى عملية القسمة. وخارج القسمة هو بالفعل 203. أى أن النتيجة المعطاة صحيحة.

مثال 9: اختبر إذا ما كان خارج القسمة الآتى صحيحًا:

$$1,005 = 37 : 37,185$$

الحل: سنحسب: $1,000 = 37 : 37,000$

الفرق هنا محدود جدًا، ويبدو أن النتيجة صحيحة، ولهذا سنجرى القسمة المطولة للتأكد.

$$\begin{array}{r}
 1005 \\
 37 \overline{) 37'185} \\
 \underline{37} \\
 1 \\
 \underline{0} \\
 18 \\
 \underline{0} \\
 185 \\
 \underline{185} \\
 0
 \end{array}$$

نقسم 37 على 37 فيكون خارج القسمة 1. نضرب 1 في 37 فينتج 37. نطرح 37 من 37، فيكون باقى الطرح 0. نزل 1 (أول رقم من 185 وهو الجزء الباقى من 37,185). نقسم 1 على 37 فيكون خارج القسمة 0. نضع 0 إلى يمين 1 ثم نزل 8، الرقم التالى بعد 1 الذى أنزلنا 0، فيكون لدينا 18. نقسم 18 على 37 فيكون خارج القسمة 0 أيضاً. نضع 0 إلى يمين 10 فى خارج القسمة. ونزل الرقم الأخير 5 فيكون لدينا 185. نقسم 185 على 37 فيكون خارج القسمة 5. نضع 5 إلى يمين 100 فيكون 185 لدينا فى خارج القسمة 1,005. نضرب 5 فى 37 فنحصل على 185. نطرح 185 من 185 فيكون باقى الطرح 0، وتنتهى القسمة. ويكون خارج القسمة 1,005. أى أن النتيجة صحيحة.

مثال 10: اختر خارج القسمة: $2,003 = 89 : 178,267$

الحل: سنحسب: $1,977.\bar{7} = 1,977.777... = 90 : 178,000$

النتيجتان المعطاة والقدرة متقاربتان، ولهذا فمن المحتمل أن تكون النتيجة صحيحة، ولهذا سنجرى القسمة المطولة للتأكد:

$$\begin{array}{r}
 2003 \\
 89 \overline{) 178'267} \\
 \underline{178} \\
 2 \\
 \underline{0} \\
 26 \\
 \underline{0} \\
 267 \\
 \underline{267} \\
 0
 \end{array}$$

نقسم 178 على 98 فخارج القسمة 2. نضرب 2 فى 89، فنحصل على 178، نطرح 178 من 178 فيكون الناتج 0. نزل الرقم الأول من الرقم الباقى 267، وهو 2. نقسم 2 على 89 فيكون خارج القسمة 0. نضع 0 إلى يمين 2 فى خارج القيمة ونزل الرقم الثانى 6 فيكون لدينا 26. نقسم 26 على 89 فيكون خارج القيمة 0. نضع 0 إلى يمين 20 فى خارج القسمة فيكون لدينا فى خارج القسمة 200. ونزل الرقم الثالث الباقى 7 فيكون لدينا 267

نقسم 267 على 89 نحصل على 3. ونضع 3 إلى يمين 200 فيكون لدينا 2003. نضرب

3 في 89 فنحصل على 267. نطرح هذه الـ 267 من 267 السابقة فيكون باقى الطرح 0 وتنتهى القسمة. ويكون خارج القسمة هو بالفعل 2,003. أى أن النتيجة المعطاة صحيحة.

مثال 11: اختبر خارج القسمة: $8,009 = 18 : 14,562$

الحل: سنحسب: $750 = 20 : 15,000$

الفارق كبير جدًا، والنتيجة المعطاة خاطئة بالضرورة.

مثال 12: اختبر خارج القسمة: $704 = 65 : 455,260$

الحل: سنحسب: $6,500 = 70 : 455,000$

الفارق هنا كبير جدًا، والنتيجة المعطاة خاطئة بالطبع.

مثال 13: اختبر خارج القسمة: $201 = 57 : 11,457$

الحل: سنحسب: $183.\bar{3} = 183.33... = 60 : 11,000$

الفارق ليس كبيرًا جدًا، ومن المحتمل أن يكون الناتج صحيحًا وسنجرى القسمة المطولة للتأكد:

$$\begin{array}{r} 201 \\ 57 \overline{) 114'57} \\ \underline{114} \\ 5 \\ \underline{0} \\ 57 \\ \underline{57} \\ 0 \end{array}$$

نقسم 114 على 57 فنحصل على 2 كخارج قسمة. نضرب 2 في

57 نحصل (بالطبع) على 114. نطرح 114 من 114 فيكون باقى

الطرح 0، وننزل 5 الرقم الأول من العدد الباقي 57. نقسم 5

على 57 فيكون خارج القسمة 0. نضع 0 إلى يمين 2 في خارج

القسمة فيكون لدينا 20. ننزل الرقم الثانى والأخير من الرقم

الباقي 57 وهو 7 فيكون لدينا 57. نقسم 57 على 57 فيكون

خارج القسمة 1. نضع 1 إلى يمين 20 فيكون لدينا 201 في خارج

القسمة. نضرب 1 في 57 فنحصل على 57، ونطرح هذه الـ 57 من 57 السابقة فيكون

باقى الطرح 0، وتنتهى القسمة. أى أن نتيجة القسمة هي 201، ويكون الناتج المعطى

صحيحًا بالفعل.

مثال 14: اختبر خارج القسمة: $108 = 93 : 10,044$

الحل: سنحسب: $100 = 100 : 10,000$

النتيجتان المعطاة والمقدرة متقاربتان، ومن المحتمل أن يكون الجواب المعطى صحيحًا، ولهذا سنجرى القسمة المطولة كالآتي:

$$\begin{array}{r} 108 \\ 93 \overline{) 100'44} \\ \underline{93} \\ 74 \\ \underline{0} \\ 744 \\ \underline{744} \\ 0 \end{array}$$

نقسم 100 على 93 فنحصل على 1 كخارج قسمة. نضرب 1 في 93 فنحصل على 93. نطرح 93 من 100 فيكون باقى الطرح 7. نزل 4 الرقم الأول من الرقم الباقي 44. فيكون لدينا 74. نقسم 74 على 93 فيكون خارج القسمة 0. نضع 0 إلى يمين 1 فيكون لدينا 10 في خارج القسمة. نزل الرقم الثانى. والأخير 4 من 44، فيكون لدينا 744. نقسم 744 على 93 فيكون خارج القسمة 8. نضع 8 إلى يمين 10 فيكون لدينا في خارج القسمة 108.

نضرب 8 في 93 فنحصل على 744. نطرح 744 من 744 السابقة فيكون باقى الطرح 0 وتنتهى القسمة. ويكون خارج القسمة بالفعل هو 108، أى أن النتيجة صحيحة.

ملحوظة هامة: فى جميع الأمثلة السابقة عندما ظهر 0 فى خارج القسمة، اختصرنا فى الكتابة فلم نقل بضرب 0 فى الرقم القاسم، كانت النتيجة 0 وبالتالى لم نطرح 0 من الرقم الذى يعلوه. بل أنزلنا الرقم التالى فى الأرقام الباقية من الرقم المقسوم التى لم تستخدم بعد. ففى المثال الأخير مثلاً ظهر 0 إلى يمين 1، فلم نكتب بضرب 0 فى 93 فنحصل على 0 ثم نطرح 0 من 74 لنحصل على 74، بل أنزلنا 4 الأخيرة مباشرة. ولكننا على أية حالة أوضحنا ذلك بالتفصيل فى عمليات القسمة المكتوبة دائماً إلى اليسار.

مثال 15: اختبر خارج القسمة: $1,667 = 21 : 250,007$

الحل: سنحسب: $12,500 = 20 : 250,000$

واضح أن القيمتين المعطاة والمقدرة مختلفتان اختلافاً كبيراً جداً. وبالتأكيد فإن النتيجة المعطاة خاطئة.

مثال 16: اجمع واختبر بالتقدير: $2\frac{321}{1,000} + 8\frac{3}{10}$

الحل: $2\frac{321}{1,000} + 8\frac{300}{1,000} = 2\frac{321}{1,000} + 8\frac{3}{10}$

$$10\frac{621}{1,000} = \frac{621}{1,000} + 2 + 8 =$$

التقدير، سنحسب $10 = 2 + 8$

النتيجتان ليستا متباعدتين مما يدعم صحة الحل.

مثال 17: اجمع واختبر بالتقدير: $4\frac{1}{2} + 20\frac{3}{5}$

الحل: $\frac{11}{10} + 4 + 20 = 4\frac{5}{10} + 20\frac{6}{10} = 4\frac{1}{2} + 20\frac{3}{5}$

$$25\frac{1}{10} = \frac{1}{10} + 1 + 24 = 24\frac{11}{10} =$$

التقدير: $26 = 5 + 21$

النتيجتان ليستا متباعدتين مما يدعم صحة الحل.

مثال 18: اجمع واختبر بالتقدير: $4\frac{2}{3}$ ياردة + $2\frac{11}{36}$ ياردة + $1\frac{1}{2}$ ياردة

الحل: $1\frac{18}{36} + 2\frac{11}{36} + 4\frac{24}{36} = 1\frac{1}{2} + 2\frac{11}{36} + 4\frac{2}{3}$

$$8\frac{17}{36} = 7\frac{53}{36} =$$

التقدير: $9 = 2 + 2 + 5$ ياردات

النتيجتان متقاربتان، مما يدعم صحة الحل.

مثال 19: اجمع واختبر بالتقدير: $100\frac{1}{2} + 25\frac{7}{24} + \frac{1}{3}$

الحل: $100\frac{12}{24} + 25\frac{7}{24} + \frac{8}{24} = 100\frac{1}{2} + 25\frac{7}{24} + \frac{1}{3}$

$$125 + 1 + \frac{1}{8} = 125 + 1 + \frac{3}{24} = 125\frac{27}{24} =$$

$$126\frac{1}{8} =$$

التقدير: $126 = 101 + 25 + 0$ ياردات

النتيجتان متقاربتان جداً، مما يدعم صحة الحل.

مثال 20: اطرح، ثم اختبر بالتقدير أو بالجمع: (أى اجمع باقى الطرح على المطروح، ويجب أن يكون الناتج هو المطروح منه):

$$\frac{17}{100} - \frac{39}{100}$$

$$\text{الحل: } \frac{11}{50} = \frac{22}{100} = \frac{17}{100} - \frac{39}{100}$$

$$\text{الاختبار بالجمع: } \frac{39}{100} = \frac{17}{100} + \frac{22}{100} = \frac{17}{100} + \frac{11}{50} . \text{ إذن الحل صحيح.}$$

$$\text{الاختبار بالتقدير: لدينا } 0 = 0 - 0$$

$$\text{النتيجتان } \frac{11}{50} , 0 \text{ متقاربتان مما يوحى بصحة الحل.}$$

$$\text{مثال 21: اطرح ثم اختبر بالتقدير أو بالجمع: } \frac{3}{10} - \frac{5}{8}$$

$$\text{الحل: } \frac{13}{40} = \frac{12}{40} - \frac{25}{40} = \frac{3}{10} - \frac{5}{8}$$

(لاحظ أن المضاعف المشترك الأصغر لـ 8 ، 10 هو 40)

$$\text{التقدير: } 1 = 0 - 1$$

لاحظ أن: $\frac{1}{2} < \frac{5}{8}$ ، $\frac{1}{2} > \frac{3}{10}$ وربما لا يعطى التقدير هنا مؤشراً صحيحاً.

$$\text{الاختبار بالجمع: } \frac{5}{8} = \frac{25}{40} = \frac{13}{40} + \frac{12}{40} = \frac{13}{40} + \frac{3}{10}$$

إذن الحل صحيح.

$$\text{مثال 22: اطرح ثم اختبر بالتقدير أو بالجمع: } 2\frac{5}{16} - 3\frac{1}{4}$$

$$\text{الحل: } 2\frac{5}{16} - 3\frac{4}{16} = 2\frac{5}{16} - 3\frac{1}{4}$$

$$\frac{15}{16} = \frac{1}{16} - \frac{16}{16} = \frac{1}{16} - 1 = \frac{5}{16} - 2 - \frac{4}{16} + 3 =$$

$$\text{التقدير: } 1 = 2 - 3$$

النتيجتان $\frac{15}{16}$ ، 1 متقاربتان، مما يدعم الحل.

$$\text{الاختبار بالجمع، } \frac{20}{16} + 2 = \frac{5}{16} + 2 + \frac{15}{16} = 2\frac{5}{16} + \frac{15}{16}$$

$$\frac{4}{16} + 1 + 2 = \frac{4}{16} + \frac{16}{16} + 2 = \frac{4+16}{16} + 2 =$$

$$3\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + 3 = \frac{4}{16} + 3 =$$

إذن الحل صحيح.

$$\text{مثال 23: بسط واختبر بالتقدير: } \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{2}{3}$$

$$\text{الحل: } \frac{15 \times 1}{15 \times 2} + \frac{6 \times 1}{6 \times 5} - \frac{10 \times 2}{10 \times 3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{2}{3}$$

(لاحظ أن المضاعف المشترك الأصغر لـ 2 ، 3 ، 5 هو $5 \times 3 \times 2$ أى 30)

$$\frac{29}{30} = \frac{15}{30} + \frac{6}{30} - \frac{20}{30} =$$

$$\text{التقدير: } 2 = 1 + 0 - 1$$

ربما يبدو التقدير هنا ليس قريباً بدرجة كافية من الحل المضبوط.

$$\text{مثال 24: بسط واختبر بالتقدير: } 1\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5} - 7\frac{1}{3}$$

$$\text{الحل: } 1\frac{5}{15} - 2\frac{12}{15} - 7\frac{5}{15} = 1\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5} - 7\frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{15} - \frac{12}{15} - \frac{5}{15} + 1 - 2 - 7 =$$

$$\frac{17-5}{15} + 4 = \frac{17}{15} - \frac{5}{15} + 4 =$$

$$\frac{4}{5} - 4 = \frac{12}{15} - 4 =$$

$$\frac{4}{5} - \frac{20}{5} = \frac{4}{5} - \frac{5 \times 4}{5} =$$

$$3\frac{1}{5} = \frac{16}{5} = \frac{4-20}{5} =$$

تعمدنا في هذا الحل أن نحسب المضاعف المشترك الأصغر لـ 3 ، 5. وكان يمكن اختصار

الحل كالآتى:

$$\frac{1}{3} - 1 - \frac{4}{5} - 2 - \frac{1}{3} + 7 = 1\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5} - 7\frac{1}{3}$$

$$3\frac{1}{5} = \frac{4}{5} - 1 + 3 = \frac{4}{5} - 4 = \frac{4}{5} - 1 - 2 - 7 =$$

التقدير: $3 = 1 - 3 - 7$ التيجتان متقاربتان، مما يدعم الحل.

$$\text{مثال 25: بسط واختبر بالتقدير: } 6\frac{1}{2} - 3\frac{4}{5} - 15\frac{1}{2}$$

$$\text{الحل: } \frac{1}{2} - \frac{4}{5} - \frac{1}{2} + 6 - 3 - 15 = 6\frac{1}{2} - 3\frac{4}{5} - 15\frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{5} - 6 = \left(\frac{8-}{10} \right) + 6 = \frac{5 \times 1 - 2 \times 4 - 5 \times 1}{10} + 6 =$$

$$\frac{26}{5} = \frac{4-30}{5} = \frac{4-5 \times 6}{5} =$$

$$5\frac{1}{5} = \frac{1}{5} + 5 = \frac{1}{5} + \frac{25}{5} = \frac{1+25}{5} =$$

(وبطريقة أسرع: $5\frac{1}{5} = \frac{4}{5} - 1 + 5 = \frac{4}{5} - 6$ إذن النتيجةتان متقاربتان مما يدعم الحل .

$$\text{التقدير: } 5 = 11 - 16 = 7 - 4 - 16$$

$$\text{مثال 26: بسط واختبر بالتقدير: } 1\frac{3}{10} - 5\frac{9}{10} + 12\frac{1}{6}$$

$$\text{الحل: } \frac{3}{10} - \frac{9}{10} + \frac{1}{6} + 1 - 5 + 12 = 1\frac{3}{10} - 5\frac{9}{10} + 12\frac{1}{6}$$

$$\frac{9-27+5}{30} + 16 = \frac{3 \times 3 - 3 \times 9 + 5 \times 1}{30} + 16 =$$

$$16\frac{23}{30} = \frac{23}{30} + 16 =$$

$$\text{التقدير: } 17 = 1 - 6 + 12$$

النتيجةتان متقاربتان مما يدعم الحل.

$$\text{مثال 27: بسط واختبر بالتقدير: } 3\frac{3}{4} - 2\frac{9}{10} + 4\frac{1}{10}$$

$$\text{الحل: } \frac{3}{4} - \frac{9}{10} + \frac{1}{10} + 3 - 2 + 4 = 3\frac{3}{4} - 2\frac{9}{10} + 4\frac{1}{10}$$

$$\frac{3}{4} - 1 + 3 = \frac{3}{4} - \frac{9+1}{10} + 3 =$$

$$3\frac{1}{4} = \frac{1}{4} + 3 =$$

$$\text{التقدير: } 3 = 4 - 3 + 4$$

النتيجةتان متقاربتان مما يدعم الحل.

$$\text{مثال 28: بسط واختبر بالتقدير: } \frac{1}{5} - 8\frac{9}{10} - 19\frac{1}{6}$$

$$\text{الحل: } \frac{1}{5} - \frac{9}{10} - \frac{1}{6} + 8 - 19 = \frac{1}{5} - 8\frac{9}{10} - 19\frac{1}{6}$$

$$\frac{6-27-5}{30} + 11 = \frac{6 \times 1 - 3 \times 9 - 5 \times 1}{30} + 11 =$$

$$10\frac{1}{15} = \frac{1}{15} + 10 = \frac{14}{15} - 11 = \left(\frac{28-}{30} \right) + 11 =$$

التقدير: $10 = 9 - 19$. النتيجةتان متقاربتان مما يدعم الحل.

مثال 29: بسط واختبر بالتقدير: $\left(2\frac{1}{2}\right)\left(1\frac{1}{5}\right)$

$$\text{الحل: } 3 = \frac{6}{5} \times \frac{5}{2} = 1\frac{1}{5} \times 2\frac{1}{2}$$

التقدير: $3 = 1 \times 3$. النتيجةتان منطقتان والحل مقبول.

مثال 30: بسط ثم اختبر بالتقدير: $1\frac{1}{10} \times \frac{7}{8} \times \frac{4}{5}$

$$\text{الحل: } \frac{77}{100} = \frac{11 \times 7}{10 \times 2 \times 5} = \frac{11 \times 7 \times 4}{10 \times 8 \times 5} = \frac{11}{10} \times \frac{7}{8} \times \frac{4}{5}$$

(لاحظ أن: $\frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$)

التقدير: $1 = 1 \times 1 \times 1$. النتيجةتان ليستا متباعدتين جدًا.

مثال 31: بسط ثم اختبر بالتقدير: $\frac{5}{6} \times \frac{3}{10} \times 8\frac{1}{3}$

$$\text{الحل: } 2\frac{1}{12} = \frac{25}{12} = \frac{5 \times 3 \times 25}{6 \times 10 \times 3} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{10} \times \frac{25}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{10} \times 8\frac{1}{3}$$

التقدير: $0 = 1 \times 0 \times 8$

النتيجةتان متباعدتان، لكن الحل صحيح! وهذا نتج عن وجود $\frac{3}{8}$ في حاصل الضرب، فأصبح بعد التقريب 0 مما جعل النتيجة = 0.

مثال 32: بسط ثم اختبر بالتقدير: $7\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5}$

$$\text{الحل: } 16\frac{13}{15} = \frac{253}{15} = \frac{23}{3} \times \frac{11}{5} = 7\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5}$$

التقدير: $16 = 8 \times 2$. النتيجةتان متقاربتان مما يرجح صحة الحل.

مثال 33: بسط ثم اختبر بالتقدير: $2\frac{4}{9} \times 1\frac{3}{10}$

$$\text{الحل: } 3\frac{8}{45} = \frac{143}{45} = \frac{22}{9} \times \frac{13}{10} = 2\frac{4}{9} \times 1\frac{3}{10}$$

التقدير: $2 = 2 \times 1$. النتيجةتان ليستا متقاربتين تمامًا ، لكن الحل صحيح.

مثال 34: بسط ثم اختبر بالتقدير: $2\frac{7}{10} : 6\frac{1}{4}$

$$\text{الحل: } 2\frac{17}{54} = \frac{125}{54} = \frac{10}{27} \times \frac{25}{4} = \frac{27}{10} : \frac{25}{4} = 2\frac{7}{10} : 6\frac{1}{4}$$

التقدير: $2 = 3 : 6$. النتيجةتان متقاربتان مما يرجح الحل.

مثال 35: بسط ثم اختبر بالتقدير: $\frac{4}{5} : 1\frac{1}{3}$

$$\text{الحل: } 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{5} : \frac{4}{3} = \frac{4}{5} : 1\frac{1}{3}$$

التقدير: $1 = 1 : 1$.

النتيجةتان ليستا متقاربتين تمامًا، (لأن نسبة الاختلاف هي $\frac{2}{3} \approx 66.7\%$) لكن الحل صحيح.
(≈ تعنى يساوى بالتقريب).

مثال 36: بسط ثم اختبر بالتقدير: $\frac{5}{6} : 15\frac{2}{3}$

$$\text{الحل: } 18\frac{4}{5} = \frac{94}{5} = \frac{6}{5} \times \frac{47}{3} = \frac{5}{6} : \frac{47}{3} = \frac{5}{6} : 15\frac{2}{3}$$

التقدير: $16 = 1 : 16$. النتيجةتان ليستا متقاربتين تمامًا ، لكن الحل صحيح.

مثال 37: اجمع ثم اختبر بالتقدير: $9.45 + 6.7 + 8.01$

$$\text{الحل: } 24.16 = 9.45 + 6.7 + 8.01$$

التقدير: سنقرب الأعداد إلى رقم عشرى واحد:

$$24.2 = 9.5 + 6.7 + 8$$

النتيجةتان متقاربتان جدًا، وهذا يعطى إشارة إلى أن الحل صحيح.

مثال 38: اجمع ثم اختبر بالتقدير: $1.75 + 15 + 17.83 + 3.99 + 8.99$

$$\text{الحل: } 47.56 = 1.75 + 15 + 17.83 + 3.99 + 8.99$$

التقدير: سنقرب الأعداد إلى أقرب عدد صحيح:

$$48 = 2 + 15 + 18 + 4 + 9$$

النتيجةتان متقاربتان جدًا، مما يدعم الحل تمامًا.

مثال 39: اختبر بالتقدير المجموع الآتى:

$$\begin{array}{r} 0.00441 \\ + 0.06882 \\ + 0.0103 \\ \hline 0.8353 \end{array}$$

الحل: سنجرى التقريب إلى ثلاثة أرقام عشرية:

$$\begin{array}{r} 0.004 \\ + 0.069 \\ + 0.010 \\ \hline 0.083 \end{array}$$

الفرق كبير جداً، وواضح أن الحل خاطئ تماماً.

مثال 40: اختبر بالتقدير المجموع الآتى:

$$\begin{array}{r} 32.71 \\ + 43.09 \\ + 8.27 \\ \hline 74.07 \end{array}$$

الحل: سنجرى التقدير الآتى حيث قربنا الأعداد إلى أقرب رقم صحيح:

$$\begin{array}{r} 33 \\ + 43 \\ + 8 \\ \hline 84 \end{array}$$

واضح أن الفرق كبير، مما يؤكد أن الحل خاطئ.

مثال 41: اختبر بالتقدير المجموع الآتى:

$$0.4694 = 0.2051 + 0.074 + 0.1903$$

الحل: سنجرى التقدير الآتى حيث قربنا الأعداد إلى أقرب رقمين عشريين:

$$0.47 = 0.21 + 0.07 + 0.19$$

واضح أن الفرق ضئيل جداً، مما يدعم الحل المعطى.

مثال 42: اختبر بالتقدير المجموع الآتى:

$$225.14 = 3.01 + 82.87 + 139.26$$

الحل: سنجرى التقدير الآتى حيث أجرينا التقريب إلى أقرب عدد صحيح:

$$225 = 3 + 83 + 139$$

الفرق هنا أيضاً ضئيل جداً، مما يدعم الحل المعطى.

مثال 43: اختبر بالتقدير باقى الطرح:

$$\begin{array}{r} 0.35 \\ - 0.1007 \\ \hline 0.2493 \end{array}$$

الحل: سنجرى التقدير الآتى مقربين الأعداد إلى أقرب رقمين عشريين:

$$\begin{array}{r} 0.35 \\ - 0.10 \\ \hline 0.25 \end{array}$$

واضح أن الفرق ضئيل جداً، مما يجعل باقى الطرح المعطى معقولاً جداً.

مثال 44: اختبر بالتقدير باقى الطرح:

$$\begin{array}{r} 0.072 \\ - 0.0056 \\ \hline 0.664 \end{array}$$

الحل: سنجرى التقدير الآتى مقربين الأعداد إلى أقرب رقمين عشريين:

$$\begin{array}{r} 0.07 \\ - 0.06 \\ \hline 0.01 \end{array}$$

واضح أن الفرق كبير جداً، مما يؤكد أن باقى الطرح المعطى خاطئ تماماً.

مثال 45: اختبر بالتقدير باقى الطرح:

$$\begin{array}{r} 65 \\ - 2.778 \\ \hline 62.222 \end{array}$$

الحل: سنجرى التقدير الآتى حيث قربنا قربنا الأعداد إلى أقرب عدد صحيح:

$$\begin{array}{r} 65 \\ - 3 \\ \hline 62 \end{array}$$

واضح أن الفرق ضئيل جداً، مما يجعل باقى الطرح المعطى معقولاً جداً.

مثال 46: اختبر بالتقدير باقى الطرح الآتى:

$$5.5515 = 2.9995 - 8.551$$

الحل: سنجرى التقدير الآتى مقربين الأعداد إلى أقرب رقم عشرى واحد:

$$5.6 = 3 - 8.6$$

واضح أن الفرق ضئيل بالفعل، مما يدعم الجواب المعطى.

مثال 47: استخدم التقدير لاختبار حاصل الضرب:

$$21.34 = 7.283 \times 2.93$$

الحل: سنقرب العددين إلى أقرب رقم عشرى واحد، ونجرى حاصل الضرب كالاتى:

$$\begin{array}{r} 29 \\ 73 \times \\ \hline 87 \\ 203 \\ \hline 2117 \end{array}$$

$$21.17 = 7.3 \times 2.9$$

الفرق ضئيل جداً، مما يدعم حاصل الضرب المعطى.

مثال 48: استخدم التقدير لاختبار حاصل الضرب:

$$0.16 = 0.71 \times 0.023$$

الحل: سنقرب العددين إلى أقرب رقمين عشريين ونجرى حاصل الضرب كالاتى:

$$0.0142 = 0.71 \times 0.02$$

واضح أن الفرق كبير جداً، مما يؤكد خطأ الجواب المعطى.

مثال 49: استخدم التقدير لاختبار حاصل الضرب:

$$462.45 = 6,005.79 \times 0.77$$

الحل: سنقرب العددين إلى أقرب رقم عشرى واحد ونجرى حاصل الضرب كالاتى:

$$4,804.64 = 6,005.8 \times 0.8$$

واضح أن الفرق كبير جداً، مما يؤكد خطأ النتيجة المعطى.

مثال 50: استخدم التقدير لاختبار حاصل الضرب:

$$0.86 = 0.287 \times 2.99$$

الحل: سنقرب العددين إلى أقرب رقم عشري واحد، ونجرب حاصل الضرب كالآتي:

$$0.9 = 0.3 \times 3$$

الفرق ضئيل، مما يدعم حاصل الضرب المعطى.

ملحوظة: عند تقريب 2.99 إلى أقرب رقم عشري واحد سيصبح العدد 3.

مثال 51: اكتشف العلماء علاقة بين طول عظمة الفخذ للإنسان وطوله، فيمكن التكهّن بطول

إنسان من العلاقة: $\text{الطول} = 32 + 1.9 \times \text{طول عظمة الفخذ}$

حيث تقاس الأطوال بالبوصة.

مستخدمًا هذه العلاقة احسب طول العملاق الألماني قسطنطين الذى طول عظمه فخذ

29.9 بوصة، واختبر حسابك بالتقدير.

الحل: طول العملاق الألماني $= 32 + 1.9 \times 29.9$

$$= 56.81 + 32 = 88.81 \text{ بوصة}$$

والآن سنجرى التقريب إلى أقرب عدد صحيح، فيكون لدينا:

طول العملاق الألماني بالتقدير $= 32 + 2 \times 30$

$$= 60 + 32 = 92 \text{ بوصة}$$

الفرق ليس كبيرًا، مما يدعم النتيجة المحسوبة.

مثال 52: لحساب الضريبة العقارية في إحدى الولايات الأمريكية تضرب قيمة المنزل في

0.027333. إذا كانت قيمة منزل 100,000 دولار، فاحسب ضريبه العقارية،

ثم استخدم التقدير لاختبار النتيجة إلى حصلت عليها.

الحل: قيمة الضريبة $= 100,000 \times 0.027333 = 2,733.3$ دولاراً

التقدير: سنقرب إلى أقرب أربعة أرقام عشرية، فتكون قيمة الضريبة:

$$2,730 = 100,000 \times 0.0273 \text{ دولاراً}$$

الرقمان متقاربان، مما يدعم النتيجة المحسوبة.

مثال 53: احسب مقرباً إلى أقرب رقم عشري واحد، ثم اختبر بالضرب أو بالتقدير:

$$2.4 : 69.1$$

$$\begin{array}{r} 28.79 \\ 24 \overline{) 69.1} \\ \underline{48} \\ 211 \\ \underline{192} \\ 190 \\ \underline{168} \\ 220 \\ \underline{216} \\ 4 \end{array}$$

الحل: سنقسم 691 على 24 (بضرب البسط والمقام في 10)

خارج القسمة هو 28.79 تقريباً

وبالتقريب إلى أقرب رقم عشري واحد يكون 28.8

الاختبار بالضرب: سنضرب خارج القسمة في القاسم:

$$69.12 = 2.4 \times 28.8$$

واضح أن الفرق ضئيل جداً، مما يدعم صحة عملية القسمة.

$$\begin{array}{r} 288 \\ 24 \times \\ \hline 1152 \\ 576 \\ \hline 6912 \end{array}$$

وبالتقدير: سنقسم 69 على 2 فتكون النتيجة 34.5

مع مراعاة أننا قسمنا هنا على 2 وليس على 2.4 فيمكن

ترجيح أن خارج القسمة 28.8 صحيح.

مثال 54: احسب مقرباً إلى أقرب رقم عشري واحد، ثم اختبر بالضرب أو بالتقدير:

$$2.1 : 961.2$$

$$\begin{array}{r} 457.71 \\ 21 \overline{) 961.2} \\ \underline{84} \\ 121 \\ \underline{105} \\ 162 \\ \underline{147} \\ 150 \\ \underline{147} \\ 30 \\ \underline{21} \\ 9 \end{array}$$

الحل: سنقسم أولاً 9,612 : 21 بالقسمة المطولة المعتادة:

خارج القسمة ≈ 457.71

وبالتقريب إلى أقرب رقم عشري واحد ≈ 457.7

الاختبار بالضرب:

سنضرب خارج القسمة 457.7 في القاسم 2.1:

ويكون الناتج هي: 961.17

وهو قريب إلى درجة بعيدة جداً

من 961.2، مما يدعم نتيجة خارج القسمة المعطاة.

وبالتقدير: سنقسم 960 على 2 فيكون خارج القسمة هو 480

ومراعاة أننا قسمنا على 2 وليس على 2.1 يكون من المرجح أن خارج القسمة المعطى صحيح.

مثال 55: احسب ثم اختبر بالضرب أو بالتقدير: $1 + \frac{2.04}{3}$

الحل: $1.68 = 1 + 0.68 = 1 + \frac{2.04}{3}$

الاختبار بالضرب: $2.04 = 0.68 \times 3$

الاختبار بالتقدير: $0.67 \approx (0.\bar{6}) = 0.666... = \frac{2}{3}$

الرقمان: 0.68 ، 0.67 متقاربان جداً مما يرجح الحل.

مثال 56: اختبر إذا ما كان الحساب الآتي صحيحاً، وذلك بأسلوب التقدير:

$$21.3 \approx 0.614 : 0.2883$$

الحل: سنقسم 0.6 : 0.3

$$2 = 3 : 6 = 0.3 : 0.6$$

واضح أن الفرق كبير جداً، فالنتيجة المعطاة خاطئة على وجه القطع.

مثال 57: اختبر إذا ما كان الحساب الآتي صحيحاً وذلك بأسلوب التقدير:

$$516.39 \approx 0.61 : 31.5$$

الحل: سنقسم $50 = \frac{300}{6} = \frac{30}{0.6}$

واضح أن الفرق كبير جداً، فالنتيجة خاطئة حتماً.

مثال 58: استخدم التقدير لاختبار إذا ما كان خارج القسمة الآتي صحيحاً:

$$1,181.10 = 2.54 : 3,000$$

الحل: سنقسم $1,000 = 3 : 3,000$

هنا قسمنا على 3 وليس على 2.54، مما يرجح أن النتيجة المعطاة صحيحة.

مثال 59: مستخدماً التقدير اختبر إذا ما كان خارج القسمة الآتي صحيحاً:

$$7.46 = 4.89 : 365$$

الحل: سنحسب $70 = 5 : 350$

واضح أن الفرق بعيد جداً بين الجوابين، فالجواب المعطى خاطئ يقيناً.

مثال 60: تاريخيًا فإن الميل كان المسافة التي قطعها جندي روماني عندما سار 2,000 خطوة. إذا كان الميل 5,280 قدمًا، فكم كانت خطوة الروماني بالأقدام، مقربًا النتيجة إلى أقرب رقم عشري واحد، ثم اختبر جوابك بالتقدير.

$$\text{الحل: خطوة الروماني بالأقدام} = \frac{5,280}{2,000} = 2.64 \text{ قدمًا}$$

$$\text{التقدير: سنقسم } \frac{5,000}{2,000} = 2.5$$

الاختلاف في الرقمين ليس كبيرًا، خاصة أننا قسمنا 5,000 وليس 5,280، وهو ليس قريبًا جدًا من 5,000، مما يرجع أن الحل صحيح.

مثال 61: في زلزال قوى دمر 100 منزل بخسائر قدرت بـ 12.7 مليون جنيه. ما متوسط الخسارة لكل منزل؟ استخدم التقدير لاختبار إجابتك.

$$\text{الحل: متوسط الخسارة لكل منزل} = \frac{12.7}{100} = 0.127 \text{ مليون جنيه}$$

$$= 127,000 \text{ جنيه}$$

$$\text{التقدير: سنقسم } \frac{12}{100} = 0.12 \text{ مليون جنيه}$$

$$= 120,000 \text{ جنيه}$$

النتيجتان متقاربتان، مما يدعم الحل.

تمارين

(1) استخدم التقدير لحساب حاصل الضرب:

$$18,129,511 = 21 \times 86,331$$

(2) يفكر صاحب مكتبة في شراء 22 كتابًا ثمن النسخة الواحدة 57 جنيهًا، لكنه ليس مع آلة حاسبة أو حتى بجوزته قلم وورقة، ويريد أن يتخذ القرار فورًا، فكيف يحسب؟ وما الفرق بين ما يحسبه بذهنه، وبين التكلفة الحقيقية؟

(إرشاد: قرب الرقمين بحيث يكون رقم الآحاد في كليهما صفرًا).

(3) جاء السؤال الآتي في امتحانات بعض التلاميذ:

يأخذ عامل 860 قرشاً نظير العمل لمدة ساعة. كم يتقاضى عن عمل 42 ساعة؟
وقد حسبها تلميذ كالآتي: $860 \times 42 = 36,120$ جنيهاً.

وقد تأمل التلميذ هذا الرقم قائلاً إنه من غير الممكن أن يكون ذلك صحيحاً، وأراد أن يختبر
بالتقدير. وبحساب التقدير اكتشف أنه كتب الناتج ... جنيهاً، والصحيح أنه ... قرشاً.
كيف استخدم التلميذ التقدير؟

(4) احسب بدقة وبالتقدير: $1\frac{7}{8} \times 4\frac{1}{5}$

(5) احسب بدقة وبالتقدير:

(أ) $58 + 17$	(ب) $26 - 92$	(ج) $287 - 653$
(د) $19 : 817$	(هـ) 37×24	(و) $18 : 171$
(ز) 18×53	(ح) $24 : 672$	(ط) $452 + 133$
(ي) 9.6×5.8	(ك) $22 : 572$	(ل) $3.47 + 12.75$
(م) 16.7×1.09	(ن) $7\frac{4}{7} \times 8\frac{1}{2}$	(س) $7.8 : 12.48$
(ف) $5\frac{1}{3} : 19\frac{2}{3}$	(ص) $3.64 : 9.774$	(ق) $6\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{8}$
(ر) $6.7 : 14.07$	(ش) $6\frac{7}{8} - 17\frac{3}{4}$	(ت) $4.81 - 13.09$

(6) قرب الأعداد الآتية إلى أقرب رقمين عشريين، ثم احسب:

(أ) 0.924×0.413	(ب) 0.025×0.075	(ج) 0.023×0.074
(د) 0.333×0.667	(هـ) $0.028 : 0.617$	(و) $0.027 : 0.108$
(ز) $0.251 : 0.067$	(ح) 0.094×0.123	(ط) 8.732×12.341

(7) قرب إلى رقم عشري واحد، ثم احسب:

(أ) $4.81 - 13.09$	(ب) $0.88 + 5.83$	(ج) 4.53×2.68
(د) 0.09×0.12	(هـ) 0.37×6.53	(و) $0.22 : 0.81$
(ز) $0.41 : 0.92$	(ح) $0.025 : 0.075$	(ط) $0.023 : 0.047$

(8) في سنة 2009 كان سعر منزل 2,476,000 جنيه. إذا كانت قيمة المنزل ترتفع بنسبة 10% في كل عام، فقدر قيمته سنة 2010 إلى أقرب 1,000 جنيه .

(9) عدد سكان خمس قرى هو 15,600 ، 17,300 ، 62,800 ، 74,000 ، 31,400 ، كل رقم من هذه الأرقام مقرب إلى أقرب 100. أوجد مجموع عدد السكان في القرى الخمس مقرباً الجواب إلى أقرب 1,000.

(10) سعة دورق 10.5 لتراً، وسعة فنجان 320 مليلتراً. قدر واحسب بدقة عدد المرات اللازمة لإفراغ الدورق من الماء بالفنجان. (1 لتر = 1,000 مليلتر).

(11) لدى فلاح 40,000 جنيه، يريد أن يشتري 9 عجول، ثمن العجل 3,720 جنيهاً. استخدم التقدير للتأكد من أن الفلاح يستطيع أن يشتري العجول، واحسب بدقة ما يتبقى له من المال بعد شرائه لها.

(12) 36 فريق كرة قدم يتجمعون في استاد القاهرة، كل فريق يتكون من 18 لاعباً (بما فيهم اللاعبون الاحتياطيون). احسب بالتقدير وبدقة عدد اللاعبين جميعاً.

(13) ليكن $s = \frac{0.176}{0.32}$. استخدم التقدير لبيان أى قيمة هي الصحيحة من القيم الآتية لـ s :

(أ) 0.71	(ب) 0.09	(ج) 0.15	(د) 0.45
(هـ) 0.98	(و) 0.02	(ز) 0.18	(ح) 0.2
(ط) 0.21	(ى) 0.3	(ك) 0.55	(ل) 0.61

(14) حلّ تلميذ المسألة الآتية:

احسب تكلفة 7.8 متراً من القماش إذا كان سعر المتر 40.75 جنيه.

كانت إجابة التلميذ 31,785 جنيهاً!

(أ) هل هذه إجابة معقولة؟ (ب) قدر إجابة معقولة.

(إرشاد: اضرب 8×40)

(ح) ما الخطأ الذي تعتقد أن التلميذ قد ارتكبه؟

(15) يبيع محل للصحف والمجلات حوالى 340 مجلة أسبوعياً، ومتوسط سعر المجلة 480 قرشاً. قدر واحسب بدقة دخل المحل من بيع المجلات كل أسبوع.

(16) تطير طائرة 2,783 كيلو متراً في $5\frac{3}{4}$ ساعة. قدر واحسب بدقة المسافة التى تقطعها الطائرة فى زمن ساعة واحدة من الطيران.

(17) يعلن محل لبيع بعض الملابس عن تخفيضات قدرها 60% وقد أذاع القائمة الآتية للأسعار قبل التخفيض وبعده: (السعر بالجنيه المصرى).

21.74	بدلاً من 33.99	19.29	بدلاً من 29.99
15.84	بدلاً من 25.99	15.23	بدلاً من 24.99
12.57	بدلاً من 19.99		

(أ) احسب نسبة كل سعر جديد إلى السعر المناظر القديم مئوياً.

(ب) هل التخفيضات بالفعل 60%؟

(18) خطوة رجل حوالى 70 سنتيمتراً. ويحتاج فى المتوسط إلى 2,858 خطوة ليصل من منزله إلى مكتب البريد. قدر واحسب بدقة المسافة من منزله إلى مكتب البريد.

(19) وزن 8 برتقالات 965 جراماً. اشترى السيد/ حسين 5 كيلو جرامات من البرتقال. قدر واحسب بدقة عدد البرتقالات التى اشتراها.

(20) وضع 97 كتاباً مدرسياً على هيئة عمود رأسى فكان طول العمود 147 سنتيمتراً. قدر سمك الكتاب بالمليمترات.

(21) زنة كتاب مدرسى 324 جراماً. اشترت مدرسة 96 نسخة من الكتاب. احسب بالكيلو جرام زنة الكتب مجتمعة.

(22) طول محيط سياج مدرسة 1,805 متراً. ويوجد بطول المحيط 201 شجرة باسقة، موزعة توزيعاً منتظماً. قدر المسافة بين كل شجرتين.

(23) يجرى متسابق حول ملعب ويعود إلى نقطة البداية فى 58 ثانية. قدر كم يستهلك من الزمن إذا كان سيجرى حول الملعب:

(أ) 4 مرات. (ب) 6 مرات. (ج) 10 مرات.

(24) احسب بالتقدير كم عدد معلبات الخضار التي يشتريها السيد/حسن إذا كان سعر 12 معلبة 36.5 جنيهاً، وهو بحوزته 150 جنيهاً خصص منها 20 جنيهاً على الأكثر لشراء هذه المعلبات؟

(25) كانت حصيلة حفل مدرسى 23,595 جنيهاً، وكانت قيمة تذكرة مشاهدة الحفل 5 جنيهاً. قدّر عدد المشاهدين للحفل.

(26) لقد ادخرت عائلة السيد/علام 18,000 جنيه لإيجار المنزل الذي يسكنونه هذا العام. وفي العام الماضي كانت تكلفة معيشة العائلة 57,424.85 جنيه ذهب منها 31% إيجاراً للمسكن. هل من المتوقع أن يكفى ما ادخرته العائلة هذا العام لإيجار مسكنها. استخدم التقدير.

(27) تدور الأرض في الفضاء بسرعة 18.6 ميلاً في الثانية. قدّر المسافة التي تقطعها الأرض في 90 ثانية.

(28) يزن سائل حوالى 65.5 رطلاً لكل قدم مكعب. سعة خزان نحو 30 قدماً مكعباً. قدّر وزن السائل في الخزان.

(29) أبعاد حجرة الاستقبال في منزل السيد/أبي النصر 5.3 ، 4.8 ، 2.5 متراً. قدّر مساحة الحجرة وحجمها.

(30) تستهلك سيارة 0.16 جالون من الغاز حتى تسير 3.6 ميلاً. يمثل هذا المعدل قدّر عدد الجالونات التي تستهلكها حتى تسير 2,885 ميلاً.

(31) إذا كان 1 دولاراً يكافئ 5.54 جنيه مصرى. قدّر المبلغ بالدولار الذى يكافئ 84,000 جنيه مصرى.

(32) يقطع القطار مسافة 667 كيلو متراً في 9 ساعات و 45 دقيقة. قدّر الزمن الذى يستهلكه القطار في قطع مسافة 900 كيلو متر إذا سار بنفس السرعة.

7. النسبة والتناسب

تعريف: النسبة هي مقارنة بين عددين بدلالة قسمة أحدهما على الآخر $\div$. وتكتب عادة على الصور $\frac{1}{2}$ أو $1 : 2$ وتقرأ 1 إلى 2. أما المعدل فهو نسبة بين كميتين غير متشابهتين.
(راجع موضوع الكسور)

مثال 1: اكتب النسبة 12 : 4 في أبسط صورة.

$$\text{الحل: } 12 : 4 \text{ هي } \frac{12}{4} = \frac{3}{1}$$

مثال 2: اكتب النسبة 12 إلى 7 في أبسط صورة.

الحل: النسبة 12 إلى 7 هي $\frac{12}{7}$ وهى بالفعل في أبسط صورة.

مثال 3: اكتب النسبة 7 : 3 في أبسط صورة.

الحل: النسبة 7 : 3 هي نفسها في أبسط صورة. وأبسط صورة معناها أن العددين صحيحين وليس بينهما قواسم مشتركة (غير 1 ، -1 بطبيعة الحال).

مثال 4: اكتب النسبة الآتية في أبسط صورة: $\frac{48}{60}$

الحل: بقسمة البسط والمقام على 12 يتضح أن النسبة هي $\frac{4}{5}$

مثال 5: عبّر عن النسبة 5.7 : 3.8 في أبسط صورة أى في صورة م : ن حيث م ، ن عددان صحيحان.

الحل: 5.7 : 3.8 = $\frac{5.7}{3.8} = \frac{57}{38}$ وذلك بضرب البسط والمقام في 10.

والآن بقسمة البسط والمقام على 19 يتضح أن:

$$\frac{3}{2} = \frac{5.7}{3.8} = \frac{57}{38} \text{ ، أى أن : } \frac{3}{2} = \frac{5.7}{3.8}$$

وهى أبسط صورة ممكنة .

مثال 6: إذا كانت أجرة حرفى هي 50 جنيهاً لكل 8 ساعات عمل. فما معدل أجرته في الساعة؟

الحل: معدل أجرة الحرفى في الساعة = $\frac{50}{8}$ ، أى هي:

$$\frac{25}{4} \text{ جنيهاً/ساعة} = 6\frac{1}{4} \text{ جنيه/ساعة} .$$

مثال 7: إذا قطعت سيارة مسافة 77 كيلو مترًا في 70 دقيقة، فما معدل سير (سرعة) السيارة بالكيلومتر/ساعة.

$$\text{الحل: تقطع السيارة في دقيقة واحدة مسافة} = \frac{77}{70} = \frac{11}{10} \text{ كيلو مترًا}$$

$$\text{وبالتالي تقطع السيارة في ساعة واحدة مسافة: } 60 \times \frac{11}{10} = 66 \text{ كيلو مترًا}$$

أى أن معدل سير (سرعة) السيارة هى 66 كيلو مترًا/ساعة.

مثال 8: إذا فاز النادى الأهلى فى 24 مباراة وتعادل فى أربع مباريات، وخسر مباراتين من مباريات الدورى العام فى موسم ما، فاحسب نسبة الفوز، التعادل والهزيمة فى أبسط صورة.

الحل: عدد المباريات التى لعبها الأهلى فى ذلك الموسم = $24 + 4 + 2 = 30$ مباراة

$$\text{نسبة الفوز هى: } \frac{4}{30} = \frac{24}{30} \quad (\text{بقسمة البسط والمقام على 6})$$

$$\text{نسبة التعادل هى: } \frac{2}{30} = \frac{4}{30} \quad (\text{بقسمة البسط والمقام على 2})$$

$$\text{نسبة الهزيمة هى: } \frac{1}{30} = \frac{2}{15} \quad (\text{بقسمة البسط والمقام على 2})$$

مثال 9: تقدم متسابقان للحصول على وظيفة ناسخ بالحاسب الآلى، فكتب الأول 350 كلمة فى 5 دقائق، وكتب الثانى 400 كلمة فى 6 دقائق. اختبر إذا ما كان المتسابقان لهما معدل الكتابة نفسه.

$$\text{الحل: معدل الكتابة للمتسابق الأول} = \frac{350}{5} = 70 \text{ كلمة/دقيقة}$$

$$\text{معدل الكتابة للمتسابق الثانى} = \frac{400}{6} = \frac{200}{3} \approx 66.67 \text{ كلمة/دقيقة}$$

أى أن معدل الكتابة للمتسابق الأول أكبر من معدل الكتابة للمتسابق الثانى.

مثال 10: يقسم طفلان 15 تفاحة بنسبة 2 : 3، كم يأخذ كل منهما من التفاح؟

الحل: لدينا النسبة 2 : 3، أى أن عدد الأجزاء التى يقسم إليها التفاح 5،

يأخذ أحد الطفلين منها جزءين، ويأخذ الطفل الآخر ثلاثة أجزاء،

وبهذا يكون نصيب الطفل صاحب الجزءين من التفاح

$$= 15 \times \frac{2}{5} = 6 \text{ تفاحات}$$

ويكون نصيب الطفل صاحب الأجزاء الثلاثة من التفاح
$$= 15 \times \frac{3}{5} = 9$$
 تفاحات

التحقيق: $15 = 9 + 6$ تفاحة

مثال 11: إذا زيد مبلغ 420 جنيهاً بنسبة 7 : 6 ، فكم يصبح المبلغ؟

الحل: المبلغ بعد الزيادة $= 420 \times \frac{7}{6} = 490$ جنيهاً

مثال 12: إذا نقص المبلغ السابق (في مثال 11) بنسبة 6 : 7 ، فكم يصبح المبلغ؟

الحل: المبلغ بعد النقصان $= 420 \times \frac{6}{7} = 360$ جنيهاً

مثال 13: إذا كانت الإقامة لمدة سبعة أيام في فندق ما تتكلف 2,016 جنيهاً، فكم تتكلف الإقامة بالفندق نفسه لمدة ثلاثة أيام؟

الحل: تكلفة الإقامة في الفندق لمدة يوم واحد $= \frac{2,016}{7} = 288$ جنيهاً

وتكون تكلفة الإقامة في الفندق لمدة ثلاثة أيام $= 288 \times 3 = 864$ جنيهاً

ملحوظة: يمكن بالطبع حل المسألة السابقة مباشرة، كما سبق، كالاتى:

التكلفة لمدة ثلاثة أيام $= 2,016 \times \frac{3}{7} = 864$ جنيهاً

مثال 14: خصص 42% من مبلغ معين للفائز الأول في مسابقة ما، بينما خصص 35% من

المبلغ للفائز الثانى في المسابقة نفسها. فإذا كان المبلغ الذى اكتسبه الأول هو 5,430 جنيهاً،

فكم يكسب الفائز الثانى؟

الحل: المبلغ الذى يكسبه الفائز الثانى هو:

$$= 5,430 \times \frac{35}{42} = 4,525$$
 جنيهاً

ملحوظة: يمكن الحل على خطوتين كالاتى:

$$1\% \text{ من المبلغ} = \frac{5,430}{42} = \frac{905}{7}$$
 جنيهاً

ويكون 35% من المبلغ = المبلغ الذى يكسبه الفائز الثانى

$$= 35 \times \frac{905}{7} = 4,525$$
 جنيهاً

مثال 15: عبّر عن النسبة 13 : 8 على صورة $v : 1$

$$\text{الحل: } 13 : 8 = \frac{13}{8} = 1.625 = 1 : v$$

مثال 16: النسبة بين عدد الطلاب إلى عدد الطالبات في كلية ما هي 7 : 6 ، فإذا كان عدد طلاب

الكلية 5,200 طالب وطالبة ، فما عدد الطالبات؟

الحل: مجموع الأجزاء = 7 + 6 = 13 جزءاً

$$\text{ويكون عدد الطالبات} = 5,200 \times \frac{6}{13} = 2,400 \text{ طالبة}$$

$$\text{التحقيق: عدد الطلبة: } 5,200 \times \frac{7}{13} = 2,800 \text{ طالب}$$

$$\text{عدد الطلبة + عدد الطالبات} = 2,400 + 2,800 = 5,200 \text{ طالب وطالبة.}$$

مثال 17: عيّن أى النسبتين أكبر: 7 : 13 أو 8 : 15

$$\text{الحل: } \frac{7}{13} = 0.538... , \frac{8}{15} = 0.533...$$

واضح أن النسبة الأولى أكبر.

مثال 18: عيّن أى النسبتين أكبر: $\frac{11}{12}$ أم $\frac{12}{13}$ ؟

الحل: يمكن الحل كما سبق في المثال 16 ، وذلك بقسمة 11 على 12 ، 12 على 13 ، ويمكن

الحل كذلك بالطريقة الآتية:

$$\frac{143}{156} = \frac{11}{12} \quad (\text{بضرب البسط والمقام في 13}) ,$$

$$\frac{144}{156} = \frac{12}{13} \quad (\text{بضرب البسط والمقام في 12})$$

بمقارنة $\frac{143}{156}$ ، $\frac{144}{156}$ يتضح أن المقامين متساويان (وهو ما تعمدنا أن نفعله) بينما البسط

في الكسر الثانى أكبر من البسط فى الكسر الثانى ، وبالتالي يكون الكسر الثانى أكبر من

الكسر الأول ، أى أن النسبة الثانية أكبر من النسبة الأولى.

مثال 18: قرية على شكل مربع بالتقريب محيطها 10 كيلو مترات ، وكثافة السكان فيها

1,500 فرد/كيلومتر مربع. كم عدد سكان القرية بالتقريب؟

$$\text{الحل: طول ضلع المربع تقريباً} = \frac{10}{4} = 2.5 \text{ كم (كيلو مترًا)}$$

وبالتالى فإن مساحة القرية بالتقريب $= 2.5 \times 2.5 = 6.25$ كم² (كيلو متر مربع)
ويكون عدد سكان القرية بالتقريب $= 6.25 \times 1,500 = 9,375$ فرداً.

مثال 19: النسبة بين بعدى مستطيل 4 : 3 إذا كان طول محيط المستطيل 154 سم (ستيمترًا)
فأوجد مساحته.

الحل: طول نصف المحيط $= \frac{154}{2} = 77$ سم

مجموع أجزاء بعدى المستطيل $= 3 + 4 = 7$ أجزاء

وبهذا يكون طولاً بعدى المستطيل هما: $77 \times \frac{4}{7} = 44$ سم ،

$77 \times \frac{3}{7} = 33$ سم

وتكون مساحة المستطيل هى: $33 \times 44 = 1,452$ سم²

مثال 20: مربع مساحته تساوى مساحة مستطيل ، النسبة بين بعدى المستطيل 4 : 1 ، وطول
محيط المستطيل يساوى 30 وحدة. أوجد طول ضلع المربع.

الحل: طول نصف محيط المستطيل $= \frac{30}{2} = 15$ وحدة .

مجموع أجزاء بعدى المستطيل $= 1 + 4 = 5$ أجزاء

البعد الأول للمستطيل $= 15 \times \frac{4}{5} = 12$ وحدة

البعد الثانى للمستطيل $= 15 \times \frac{1}{5} = 3$ وحدات

مساحة المربع = مساحة المستطيل $= 3 \times 12 = 36$ وحدة مربعة

ويكون طول ضلع المربع = 6 وحدات

(لأن $36 = 6 \times 6$)

مثال 21: إذا كان أجر حرفى عن أربعة أسابيع هو 880 جنيهاً، فكم يكون أجره عن عشرة
أسابيع إذا كان صاحب العمل سيحاسبه بمعدل الأجر نفسه؟

الحل: أجر العامل عن أسبوع واحد $= \frac{880}{4} = 220$ جنيهاً

أجر العامل عن عشرة أسابيع $= 220 \times 10 = 2,200$ جنيه

(وذلك بفرض أن معدل الأجر ثابت)

ويمكن حل المسألة في خطوة واحدة كالتالى:

ليكن أجر العامل عن عشرة أسابيع هو س ، فإذا كان معدل الأجر للعامل ثابتاً فإن:

$$\frac{880}{4} = \frac{س}{10}$$

ومن ثمّ فإن: س = $10 \times \frac{880}{4} = 2,200$ جنيه (بضرب الطرفين فى 10)

مثال 22: حلّ المعادلة الآتية ثم تحقق من إجابتك:

$$\frac{3}{4} = \frac{س}{16}$$

$$\text{الحل: } \frac{3}{4} = \frac{س}{16} \Leftrightarrow 16 \times 3 = 4 \times س$$

(وذلك بضرب الطرفين عبر علامة = فى 4×16)

$$\Leftrightarrow س = 4 \times 3 = 12 \quad (\text{بقسمة الطرفين على 4})$$

التحقيق: $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$ (وذلك بقسمة البسط أى 12 والمقام أى 16 على 4) . إذن النتيجة صحيحة.

بصورة أخرى $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$ صحيح إذا كان :

$$16 \times 3 = 4 \times 12 \quad (\text{وذلك بضرب الطرفين عبر علامة = فى } 4 \times 16)$$

وهذا صحيح لأن: $16 \times 3 = 48 = 4 \times 12$

مثال 23: حلّ المعادلة الآتية ثم تحقق من إجابتك:

$$\frac{1}{12} = \frac{س}{75}$$

$$\text{الحل: } \frac{1}{12} = \frac{س}{75} \Leftrightarrow \frac{1}{12 \times 5} = \frac{س}{75}$$

$$\Leftrightarrow 75 = س \times 12 \times 5 \Leftrightarrow 15 = س$$

$$\Leftrightarrow 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} = \frac{15}{12} = س$$

$$\text{التحقيق: } \frac{1}{60} = \frac{1}{15 \times 4} = \frac{5}{75 \times 4} = \frac{5}{4} = \frac{1}{75}$$

كذلك فإن: $\frac{1}{60} = \frac{1}{12 \times 5} = \frac{1}{12}$ إذن الحل صحيح.

مثال 24: حلّ المعادلة الآتية ثم تحقق من إجابتك:

$$\frac{1}{\frac{3}{s}} = \frac{4}{s}$$

$$\text{الحل: } \frac{1}{\frac{3}{s}} = \frac{4}{s} \Leftrightarrow \frac{s}{3} = \frac{1}{3} \times s = 3 \times 4$$

$$\Leftrightarrow s = 3 \times 3 \times 4 \quad \text{أى أن: } s = 36$$

$$\text{التحقيق: } \frac{1}{9} = \frac{4}{36} \quad , \quad \frac{1}{9} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{3} \quad \text{إذن الحل صحيح.}$$

$$\text{التحقيق بصورة أخرى: إذا كان } \frac{1}{\frac{3}{s}} = \frac{4}{36} \quad \text{صحيحًا فإن:}$$

$$\frac{1}{3} \times 36 = 3 \times 4 \quad \text{وهذا صحيح لأن}$$

$$12 = \frac{1}{3} \times 36 \quad , \quad 12 = 3 \times 4$$

مثال 25: يقف ولد طوله 160 سم بالقرب من مئذنة، فإذا كان طول ظله 200 سم، وكان

طول المئذنة 8 م (8 أمتار) فما طول ظل المئذنة؟

الحل: ليكن طول ظل المئذنة هو s سم . لدينا:

$$\frac{s}{160} = \frac{200}{800} \quad (1 \text{ م} = 100 \text{ سم})$$

$$\text{وبالتالى فإن: } s = \frac{200}{160} \times 800 = 1,000 \text{ سم} = 10 \text{ م}$$

$$\text{التحقيق: إذا كان } \frac{200}{160} = \frac{1,000}{800} \quad \text{صحيحًا فإن:}$$

$$\text{وهذا صحيح لأن: } 800 \times 200 = 160 \times 1,000$$

$$800 \times 200 = 160,000 = 160 \times 1,000$$

إذن الإجابة صحيحة.

مثال 26: إذا كان $s = \frac{4}{5}$ ص ، $e = \frac{8}{7}$ ص فأوجد $e : s$

$$\text{الحل: } \frac{e}{s} = \frac{\frac{8}{7} \text{ ص}}{\frac{4}{5} \text{ ص}} = \frac{5}{4} \times \frac{8}{7} = \frac{10}{7}$$

$$\text{أى أن: } e : s = 10 : 7$$

تعريف: التناسب هو تقرير أن نسبتين $\frac{1}{a}$ ، $\frac{1}{b}$ متساويتان، ونكتب:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$$

ولاحظ أنه إذا كان $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ فإن $1 \times b = a \times 1$ وذلك بضرب النسبتين في $b \times a$

وبالعكس إذا كان: $1 \times b = a \times 1$ فإن $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$ وذلك بقسمة $1 \times b$ ، $b \times a$

على $b \times a$

ويقال إن حاصل ضرب الطرفين $1 \times b =$ حاصل ضرب الوسطين $b \times a$.

ومن المهم جدًا أن تلاحظ أنه لا يمكننا أن نقسم على الصفر، فإذا كتبنا مثلاً $\frac{1}{0}$ فإن شرطًا

ضروريًا لذلك أن يكون $b \neq 0$ الصفر.

(راجع الأمثلة السابقة 22 ، 23 ، 24 ، 25)

مثال 27: اختر إذا ما كان التناسب $\frac{16}{12} = \frac{12}{9}$ صحيحًا.

الحل: إذا كان التناسب السابق صحيحًا، فإن:

$$9 \times 16 = 12 \times 12$$

ولكن $144 = 12 \times 12$ ، $144 = 9 \times 16$ وبالتالي فإن التناسب صحيح.

طريقة أخرى: $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$ (وذلك بقسمة البسط والمقام على 4)،

كذلك فإن: $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$ (بقسمة البسط والمقام على 3)

إذن التناسب صحيح.

مثال 28: اختر إذا ما كان التناسب $\frac{6}{7} = \frac{15}{18}$ صحيحًا

الحل: إذا كان التناسب السابق صحيحًا فإن:

$$18 \times 6 = 7 \times 15$$

لكن $105 = 7 \times 15$ بينما $108 = 18 \times 6$ ، $108 \neq 105$

إذن التناسب المعطى ليس صحيحًا.

مثال 29: يحفر تسعة عمال قطعة أرض في خمسة عشر يومًا. كم يومًا يحتاجه خمسة عمال لحفر

قطعة الأرض نفسها؟

الحل: هذا المثال يختلف عن المثالين السابقين 21 ، 25 ، ففي هذين المثالين يقال إن التناسب طردي، بينما في هذا المثال يقال إن التناسب عكسي، لأن النقص في عدد العمال يستلزم بالطبع مدة أطول لأداء العمل نفسه.

المدة التي يحتاجها عامل واحد لأداء الحفر للقطعة نفسها

$$= 15 \times 9 = 153 \text{ يوماً}$$

⇐ المدة التي يحتاجها خمسة عمال لأداء الحفر للقطعة نفسها

$$= \frac{135}{5} = 27 \text{ يوماً}$$

ملحوظتان: (1) يمكن التعبير عن التناسب العكسي السابق هكذا:

$$\frac{9}{5} = \frac{\text{س}}{15}$$

حيث س هو عدد الأيام اللازمة للحفر في حالة قيام خمسة عمال به، وبالتالي فإن:

$$5\text{س} = 9 \times 15$$

ونصل بالطبع إلى النتيجة نفسها.

(2) افترضنا أن جميع العمال يعملون بالكفاءة نفسها.

مثال 30: خمسة عمال يبنون حائطاً في عشرة أيام. كم عدد الأيام التي يتم فيها بناء الحائط إذا كان عدد العمال:

(أ) عاملاً واحداً. (ب) عشرة عمال. (ج) عشرين عاملاً.

الحل: هذا مثال آخر للتناسب العكسي، فكلما زاد عدد العمال نقص عدد الأيام.

(أ) إذا كان عامل واحد هو البناء، فإن عدد الأيام $= 10 \times 5 = 50$ يوماً

(ب) إذا كان عدد العمال 10، فإن عدد الأيام $= \frac{50}{10} = 5$ أيام

(ج) إذا كان عدد العمال 20، فإن عدد الأيام $= \frac{50}{20} = 2.5$ يوماً

(وذلك بفرض أن جميع العمال يعملون بالكفاءة نفسها)

مثال 31: يكفي كيس من القمح لتغذية 100 دجاجة 12 يوماً. كم يوماً يكفي هذا الكيس لتغذية 80 دجاجة؟

الحل: مرة أخرى هذا تناسب عكسي.

إذا كان الكيس يغذى دجاجة واحدة فإنه يكفي لعدد من الأيام هو:

$$1,200 = 12 \times 100 \text{ يوم}$$

فإذا كان المطلوب تغذية 80 دجاجة، فإن عدد الأيام التي يستنفد فيها الكيس لتغذية

$$\text{الدجاج} = \frac{1,200}{80} = 15 \text{ يومًا}$$

وإذا أردنا أن نعبر عن هذا التناسب العكسي، فليكن عدد الأيام التي يستنفد فيها الكيس لتغذية 80 دجاجة هو س، وبالتالي فإن:

$$12 \times 100 = 80 \text{ س} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{100}{80} = \frac{\text{س}}{12}$$

$$15 \text{ يومًا} = \frac{12 \times 100}{80} = \text{س} \quad \Leftrightarrow$$

مثال 32: يقسم ثابت وجابر وعلام مبلغًا من المال قدره 1,360 جنيهاً، بحيث إنه لكل جنيته يأخذه ثابت يأخذ جابر جنيتهن مقابلين له. وكل ثلاثة جنيتهات يأخذها جابر يأخذ علام أربعة جنيتهات مقابلة. كم يأخذ علام من المبلغ؟

الحل: إذا أخذ جابر ستة جنيتهات فإن ثابت يأخذ $\frac{6}{2} = 3$ جنيتهات

(لأنه يأخذ جنيهاً واحداً مقابل جنيتهين يأخذهما جابر)،

ويأخذ علام $6 \times \frac{4}{3} = 8$ جنيتهات. أي أن نسبة توزيع المبلغ هي:

3 لثابت : 6 لجابر : 8 لعلام

ويكون مجموع أجزاء النسبة $= 3 + 6 + 8 = 17$ جزءاً

وبالتالي يكون نصيب علام هو: $1,360 \times \frac{8}{17} = 640$ جنيهاً

مثال 33: عبر عن التناسب الآتي بأعداد صحيحة:

$$0.6 : 0.4 : 0.425$$

$$0.6 : 0.4 : 0.425$$

الحل:

$$600 : 400 : 425 = \text{(بالضرب في 1,000)}$$

$$120 : 80 : 85 = \text{(بالقسمة على 5)}$$

$$24 : 16 : 17 = \text{(بالقسمة على 5 مرة أخرى)}$$

مثال 34: قسم مبلغ 539 جنيهاً بالنسب $2\frac{1}{4} : \frac{1}{2} : 1\frac{1}{3}$

الحل: النسب $2\frac{1}{4} : \frac{1}{2} : 1\frac{1}{3}$ هي $\frac{9}{4} : \frac{1}{2} : \frac{4}{3}$ ، أي هي النسب:

$$(بضرب النسب في 12) \quad 27 : 6 : 16$$

$$\text{ويكون مجموع الأجزاء} = 27 + 6 + 16 = 49$$

ويكون تقسيم المبلغ كالتالي:

$$\text{الأول} = \frac{27}{49} \times 539 = 11 \times 27 = 297 \text{ جنيهاً}$$

$$\text{الأول} = \frac{6}{49} \times 539 = 11 \times 6 = 66 \text{ جنيهاً}$$

$$\text{الأول} = \frac{16}{49} \times 539 = 11 \times 16 = 176 \text{ جنيهاً}$$

$$\text{التحقيق: } 539 = 176 + 66 + 297$$

مثال 35: يستثمر حسن وحسين بعض أموالهما في شركة، فيودع بها حسن مبلغ 18,000 جنيه

لمدة ستة أشهر، بينما يودع بها حسين مبلغ 10,500 جنيه لمدة ثمانية أشهر، فإذا كان

عائدهما معاً 5,760 فكيف يقتسمانه؟

$$\text{الحل: استثمار حسن} = 6 \times 18,000 = 108,000 \text{ جنيه شهر}$$

$$\text{استثمار حسين} = 8 \times 10,500 = 84,000 \text{ جنيه شهر}$$

(الوحدة هنا جنيه شهر)

$$\text{نصيب حسن من العائد} = \frac{108,000}{84,000 + 108,000} \times 5,760 =$$

$$= \frac{108}{192} \times 5,760 = \frac{108,000}{192,000} \times 5,760 =$$

$$= 3,240 = 108 \times 30 \text{ جنيهاً}$$

$$\text{نصيب حسين من العائد} = \frac{84,000}{19,200} \times 5,760 = \frac{84}{192} \times 5,760 =$$

$$= 2,520 = 84 \times 30 \text{ جنيهاً}$$

$$\text{التحقيق: } 5,760 = 2,520 + 3,240 \text{ جنيهاً}$$

مثال 36: النسبة بين أعمار علي ومحمد وإبراهيم هي: 4 : 5 : 3. إذا كان عُمر علي يزيد على عُمر إبراهيم بثلاث سنوات، فما أعمارهم؟

الحل: عُمر علي : عُمر محمد : عمر إبراهيم : عُمر علي - عُمر إبراهيم

$$4 : 5 : 3 : 3 - 4$$

$$= 4 : 5 : 3 : 1$$

$$= س : ص : ع : 3 \text{ (الفرق بين عُمر علي$$

وعُمر إبراهيم بالسنوات)

$$\Leftarrow \frac{س}{1} = \frac{4}{3} \Leftarrow س = 3 \times 4 = 12 \text{ سنة ،}$$

$$\Leftarrow \frac{ص}{1} = \frac{5}{3} \Leftarrow ص = 3 \times 5 = 15 \text{ سنة ،}$$

$$\Leftarrow \frac{ع}{1} = \frac{3}{3} \Leftarrow ع = 3 \times 3 = 9 \text{ سنوات ،}$$

أى أن: عُمر علي 12 سنة ، عُمر محمد 15 سنة ، عُمر إبراهيم 9 سنوات.

مثال 37: إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث الداخلية هي 8 : 7 : 6 ، فأوجد هذه القياسات.

الحل: مجموع أجزاء قياسات زوايا المثلث الداخلية = 6 + 7 + 8 = 21 جزءاً

ونعلم أن مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية = 180° (انظر الهندسة)

وبالتالى تكون قياسات زوايا المثلث الداخلية هي:

$$، \quad 68\frac{4}{7}^\circ = \frac{480}{7} = 180^\circ \times \frac{8}{21}$$

$$، \quad 60^\circ = 180^\circ \times \frac{7}{21}$$

$$، \quad 51\frac{3}{7}^\circ = \frac{360}{7} = 180^\circ \times \frac{6}{21}$$

$$\text{التحقيق: } 180^\circ = 51\frac{3}{7}^\circ + 60^\circ + 68\frac{4}{7}^\circ$$

مثال 38: إذا كانت النسبة بين أعمار حسن، حسين، عادل كالنسبة بين 7 : 5 : 4 ، وكان

مجموع عمرى حسن وحسين 18 سنة، فما عمر كل منهم؟

الحل: لدينا التناسب الآتى:

عُمر حسن : عُمر حسين : عُمر عادل : عُمر حسن + عُمر حسين

7 : 5 : 4 : 12

= س : ص : ع : 18

$$\text{فيكون لدينا: } \frac{3}{2} = \frac{18}{12} = \frac{س}{7} \quad \Leftarrow \quad س = 7 \times \frac{3}{2} = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ سنة}$$

(اللغة السليمة: عشر سنوات ونصف السنة)

$$\frac{3}{2} = \frac{18}{12} = \frac{ص}{5} \quad \Leftarrow \quad ص = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ سنة،}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{18}{12} = \frac{ع}{4} \quad \Leftarrow \quad ع = 4 \times \frac{3}{2} = 6 \text{ سنوات}$$

أى أن: عُمر حسن 10 سنوات ونصف، عُمر حسين سبع سنوات ونصف، عُمر إبراهيم ست سنوات.

مثال 39: إذا كان طول أحمد إلى طول طه 4 : 3 وكان طول طه إلى طول يس 5 : 4 ، فأوجد

طول أحمد : طول طه : طول يس

الحل: لدينا : طول أحمد : طول طه : طول يس

4 : 3

4 : 5

سنجعل طول طه = $4 \times 3 = 12$ ، وبالتالي يكون طول أحمد هو :

$$16 = 12 \times \frac{4}{3}$$

$$\text{ويكون طول يس} = 12 \times \frac{5}{4} = 15$$

وتكون نسب أطوال أحمد : طه : يس هى : 15 : 12 : 16

تمارين

- (1) يحصل عادل على 275 جنيهاً نظير العمل 5 أيام. كم يحصل إذا عمل 20 يوماً؟
- (2) تباع فتاة 14 قلماً جافاً نظير 21 جنيهاً. بكم تباع 35 قلماً من النوع نفسه؟
- (3) يفلح 8 أشخاص حقلاً في 6 أيام. كم من الأيام يلزم حتى يقوم بالعمل نفسه 12 شخصاً؟
(تناسب عكسي!).
- (4) يجري ولد عمره 12 عاماً مسافة 100 متر في 14 ثانية. إذا تصورنا تناسباً عكسياً بين الأعمار وبين الأزمنة التي تقطع فيها المسافة نفسها ففي كم ثانية يقطع المسافة نفسها طفل في التاسعة من عمره؟ هل تختلف المسألة إذا تصورنا تناسباً طردياً بين الأعمار وبين السرعات التي يتم بها الجرى لقطع المسافة نفسها؟
- (5) تسير سيارة بسرعة 60 كم/ساعة وتتم رحلتها في 7.5 ساعة. كم تأخذ من الوقت لقطع المسافة نفسها إذا سارت بسرعة 90 كم/ساعة؟
- (6) لملء خزان بالماء يحتاج إلى 28 دلوّاً، سعة كل دلو 12 لتراً. كم دلوّاً سعة كل واحد 9 لترات تكفي لملء الخزان نفسه؟
- (7) منزل قيمته 2,000,000 جنيه قدرت ضريبته بـ 3,000 جنيه. كم تكون نسبة الضريبة إلى القيمة؟
- (8) أوجد نسبة طول محيط دائرة إلى مساحتها إذا كان نصف قطر الدائرة 5 سم.
- (9) يقال لمستطيل إنه مستطيل ذهبي إذا كانت النسبة بين طوله إلى عرضه هي النسبة الذهبية وهي 1.618 : 1. واعتبر المصريون القدماء وكذلك الإغريق أن المستطيل الذهبي هو الأريج بالنسبة إلى العين.
أي المستطيلين اللذين أبعادهما 3×5 ، 5×8 أقرب إلى المستطيل الذهبي؟
- (10) يتكون معدن معين من 5 أجزاء من القصدير، جزءين من الرصاص. كم تكون كتلة القصدير والرصاص في 35 كجم من المعدن؟
- (11) إن أطول حيوان هو الزرافة. ما طول زرافة إذا كان طول ظلها 320 سم، وكان بالقرب منها رجل طوله 180 سم، وطول ظله 100 سم؟

- (12) في بعض البلدان قيمة 8 يورو تعادل 9 دولارات. لدى رجل 8,190 دولاراً. يريد أن يحولها إلى عملة اليورو. كم يستطيع هذا الرجل أن يحصل على نقود من عملة اليورو؟
- (13) يكتب محترف على الكمبيوتر 10 صفحات في 40 دقيقة. كم يستغرق من الوقت حتى يكتب 32 صفحة؟
- (14) في دراجة ذات سرعات مختلفة كلما يدور البدال 9 دورات تدور العجلة 14 دورة. إذا دار البدال 180 دورة، فكم تدور العجلة؟
- (15) يسرى 30 جالوناً من الزيت في أنبوبة في 4 ساعات. بهذا المعدل كم يستغرق 280 جالوناً من الزيت نفسه وفي الأنبوبة نفسها حتى يسرى خلالها؟
- (16) تتكون كبسولة دواء من مادتين النسبة بينهما كنسبة 9 : 5. إذا كان وزن الكبسولة 140 ملليجراماً، فكم يكون وزن كل مادة منهما؟
- (17) ينصح بتناول 0.8 جراماً من البروتين لكل 2.2 رطلاً (باوند) من وزن شخص بالغ في اليوم. إذا كان وزنك 150 رطلاً، فكم يكون وزن البروتين الذي ينصح لك بتناوله كل يوم؟
- (18) متوسط عدد نبضات قلب شخص بالغ 8 لكل 6 ثوانٍ، بينما متوسط عدد نبضات مولود حديث الولادة 7 نبضات كل 3 ثوانٍ. هل المعدلان متساويان؟
- (19) في أسبوع واحد حصل حسن على 175 جنيهاً لقاء عمل 25 ساعة، بينما حصل حسين على 350 جنيهاً لقاء عمل 50 ساعة. هل معدل الدفع لهما كان واحداً؟
- (20) يتساقط ماء مفقود من صنوبر بمعدل حوالى 15 جالوناً في كل يوم. ما كمية الماء المفقودة من الصندوق في 3 ساعات؟
- (21) يتحرك جبل من الثلج عند القطب الجنوبي حوالى بوصتين في كل عام. كم يستغرق من الوقت حتى يتحرك قدماً واحداً؟
- (22) جاء في تقرير سيناتور أن 640 طنّاً مترياً من الوقود النووي المستهلك أنتج 660,000 جالون من الفقد النووي. كم يكون الفقد النووي الناتج عن 810 طنّاً مترياً من الوقود النووي؟

(23) تستهلك سيارة 0.16 جالوناً من الغاز حتى تعبر نفقاً طوله 3.6 ميلاً. بهذا المعدل كم تستهلك السيارة من جالونات الغاز حتى تقطع مسافة 2,885 ميلاً داخل الدولة مقرباً الجواب إلى أقرب عُشر جالون؟

(24) يحضر السيد/ علام محلولاً من مبيد للحشرات وماء ليرش به نباتات منزله. وكانت التعليمات على قنينة مبيد الحشرات أن يخلط جزءاً واحداً من المبيد مع 50 جزءاً من الماء. ما مقدار الماء الذي يجب على السيد/ علام أن يخلطه مع ملعقتين من مبيد الحشرات؟

(25) تنص وصفة لعمل الدجاج بالكارى مع القرع الصيفى على استخدام $\frac{1}{2}$ باوند (رطل) من القرع الصيفى لأربعة أشخاص. كم يكون اللازم من القرع الصيفى إذا كانت الوجبة ستقدم إلى تسعة أشخاص؟

(26) بعدا صورة مستطيل 3 ، 5 بوصة. إذا أريد تكبير الصورة بحيث يكون عرضها 25 بوصة، بماذا يكبر الطول حتى يحتفظ بالنسبة نفسها للطول إلى العرض؟

(27) في المقياس الشائع لنموذج السكك الحديدية يكون حجم نموذج القطار $\frac{1}{160}$ من القطار الحقيقى. بهذا المقياس كم يكون حجم نموذج شاحنة طولها حوالى 40 قدماً؟

$$(28) \text{ حلّ المعادلة: } \frac{س}{19} = \frac{10}{3}$$

$$(29) \text{ حلّ المعادلة: } \frac{4}{3} = \frac{52}{س} \quad (\text{إرشاد: } 3 \times 52 = 4س ، \text{ وأكمل } \dots)$$

$$(30) \text{ حلّ المعادلة: } \frac{15}{2} = \frac{س}{2\frac{2}{3}}$$

$$(31) \text{ حلّ المعادلة: } \frac{س}{11} = \frac{6}{5\frac{1}{2}}$$

$$(32) \text{ حلّ المعادلة: } \frac{18}{س} = \frac{4.8}{56}$$

$$(33) \text{ حلّ المعادلة: } \frac{س}{0.16} = \frac{0.15}{4.8}$$

$$(34) \text{ حلّ المعادلة: } \frac{3}{س} = \frac{4}{6} \quad (\text{إرشاد: } 3 \times 3 = 4س \text{ وأكمل } \dots)$$

(35) حلّ المعادلة:

$$\frac{4}{س} = \frac{2}{10}$$

(36) حلّ المعادلة:

$$\frac{600}{س} = \frac{3}{\frac{1}{2}} \quad (\text{إرشاد: } 3س = \frac{1}{2} \times 600 \text{ وأكمل } \dots)$$

$$\text{أو } \frac{600}{س} = 6 \Leftrightarrow 6س = 600 \text{ ، وأكمل } \dots$$

(37) حلّ المعادلة:

$$\frac{1.5}{1.25} = \frac{س}{0.5}$$

(38) حلّ المعادلة:

$$\frac{س}{0.21} = \frac{0.12}{0.18}$$

(39) حلّ المعادلة:

$$\frac{0.36}{4.2} = \frac{2.4}{س}$$

(40) كانت القيمة الأصلية لمنزل 950,000 جنيه. ارتفعت هذه القيمة بعد 5 سنوات إلى 1,100,000 جنيه. ما نسبة الزيادة إلى القيمة الأصلية؟ وما نسبة القيمة الجديدة إلى القيمة الأصلية؟

(41) حتى يسوّق السيد/ أبو النصر أعماله يستطيع أن يشتري 3 مليون عنوان بـ 4,000 جنيه أو 5 مليون عنوان بـ 6,000 جنيه. أيهما يكون أفضل بالنسبة له؟

(42) إذا كان عدد نبضات قلب مريض 12 نبضة في 15 ثانية، فكم يكون عدد نبضاته في دقيقة واحدة؟

(43) كان المطلوب في دور الحضانة أن تكون نسبة المشرفات إلى الأطفال كنسبة 2 : 5. في إحدى دور الحضانة هناك 60 طفلاً، 12 مشرفة. هل تحقق هذه الدار النسبة المطلوبة؟

(44) جاء في موسوعة الأفلام: على الرغم من احتجاج المدير فإن الفيلم الصامت "جشع" (سنة 1924) قد خفضت بكراته من 42 بكرة إلى 10 بكرات. إذا كان زمن النسخة الأصلية قبل التخفيض 9 ساعات، فكم يكون زمن النسخة المعدل؟ (كانت الأفلام في ذلك الحين صامتة).

(45) يتحرك نهر جليد في ألاسكا بوصتين في 16 شهراً. كم يتحرك في شهر؟

(46) أعمار عمار وياسر وسمية 12 ، 20 ، 14 سنة. تقاسموا مبلغ 6,900 جنيه بنسبة أعمارهم. ما نصيب كل منهم؟

(47) تتكلف ماكينة 23,200 جنيه. يتكون هذا المبلغ من المواد المستخدمة، أجره التصنيع، ونفقات عامة بنسبة 7 : 9 : 2. احسب تكلفة أجره تصنيع 32 ماكينة.

(48) تعاون السيدان علام وأبو النصر في بعض الأعمال فدفَعَ السيد/ علام 140,000 جنيه، بينما دفع السيد/ أبو النصر 180,000 جنيه واتفقا على أن يأخذ السيد/ علام 20% من الأرباح لقاء إدارة الأعمال، ويوزع الباقي من الأرباح بنسبة مساهمة كل منهما. أوجد نسبة ما يأخذه السيد/ علام إلى ما يأخذه السيد/ أبو النصر.
(حل جزئي: ليكن الربح هو س .

$$\text{نصيب السيد/ علام} = 0.2س + 0.8س \times \frac{140,000}{180,000 + 140,000}$$

$$= (0.2 + 0.8 \times \frac{14}{32})س$$

$$\text{نصيب السيد/ أبو النصر} = 0.8س \times \frac{180,000}{180,000 + 140,000}$$

$$= 0.8 \times \frac{18}{32}س ، \text{ وأكمل } \dots$$

(49) أوجد النسبة التي يجب أن تتغير بها الكمية الأولى حتى تصبح مساوية للثانية:

(أ) 10 ، 15 (ب) 1 ساعة و 30 دقيقة ، 1 ساعة و 15 دقيقة

(ج) 40 فتاة ، 25 فتاة (د) 150 م ، 120 م (هـ) $3\frac{1}{2}$ جم ، 5 جم

(50) خزان من المياه يكفي عائلة 15 يومًا إذا استهلكت 15 لترًا في كل يوم. كم يومًا يكفي العائلة إذا استهلكت 25 لترًا في اليوم؟

(51) وزع فلاح 480 من الأنعام على أبنائه الثلاثة بنسبة 5 : 4 : 3. ما نصيب كل منهم؟

(52) اقتسم حسن وحسين 11 كجم من المانجو. أخذ حسن $1\frac{1}{2}$ مرة قدر ما أخذ حسين. إذا كان ثمن المانجو 88 جنيهاً، فكم يدفع كل منهما؟

(53) اقتسمت رنا وأيتن 5 دسات من البيض بنسبة 2 : 1. كم تأخذ كل منهما من البيض؟

(54) تستطيع السيدة/ هدى أن تشتري $15\frac{3}{4}$ مترًا من القماش بسعر 32.40 جنيه للمتر. كم مترًا تستطيع شراءه إذا كان سعر المتر 25.20 جنيهاً؟

(55) في سنة 1991 كان تعداد قرية 10,150 نسخة. وكانت الزيادة في هذا العدد من السكان بنسبة 16% عما كان عليه عددهم سنة 1990. كم كان تعداد القرية سنة 1990؟

(حل جزئى: ليكن تعداد السكان سنة 1990 هو س. إذن تعداد السكان سنة 1991 هو
1.16س = 10,150 وأكمل . . .)

(56) فى مدرسة بدمنهوڤر يوجد 1,350 مقعداً منها 108 مقعداً مكسوراً. احسب نسبة المقاعد المكسورة إلى كل المقاعد فى أبسط صورة. ومن ثم أوجد النسبة المئوية للمقاعد المكسورة والمقاعد السليمة.

(حل جزئى: نسبة المقاعد المكسورة إلى كل المقاعد = $\frac{108}{1,350}$. . .)

وتكون النسبة المئوية للمقاعد المكسورة = $100 \times \frac{108}{1,350}$ ، . . . ، وأكمل . . .)

(57) أعطى فلاح 42% من ماشيته لابنه الأصغر، 48% لابنه الأكبر. إذا كان الابن الأصغر حصل على 224 من الأنعام، فكم حصل الأكبر؟

(58) أوجد الكمية التى يزن 175% منها 5.6 كجم

(حل جزئى: الكمية = $5.6 \times \frac{100}{175}$ كجم . . .)

(59) 85% من كمية ما تزن 1.19 كجم. كم يكون وزن الكمية؟

(حل جزئى: وزن الكمية = $1.19 \times \frac{100}{85}$ كجم . . .)

(60) تقطع سيارة مسافة 80 كم بسرعة 40 كم/ساعة، ثم 150 كم بسرعة 50 كم/ساعة.

(أ) احسب المسافة الكلية التى قطعتها. (ب) احسب الزمن الذى قطعته فى كل جزء من الرحلة. (ج) ومن ثم احسب الزمن الكلى للرحلة. (د) استخدم (أ) ، (ج) لحساب متوسط سرعتها فى الرحلة بأكملها.

(61) تستخدم سيارة البنزين بمعدل لتر واحد لكل 11 كم. إذا كان سعر لتر البنزين 1.75 جنيه، فكم تتكلف رحلة طولها 891 كم؟

(62) تعداد قرية فى سنة ما 53,280 نسمة، توفى منهم فى السنة نفسها 562 فرداً. كم يكون معدل الوفيات لكل 1,000 فرد فى هذه السنة؟

(63) عندما يسير السيد/ يس بسيارته بسرعة 60 كم/ساعة فإنه يحتاج إلى ساعتين ليصل إلى هدفه. كم تكون المسافة التى يقطعها؟ وإذا سار بسرعة 50 كم/ساعة، فكم من الزمن يستهلك حتى يصل إلى هدفه؟

مقياس الرسم:

لرسم شكل كبير نحتاج بالطبع إلى تصغيره، وحتى يكون رسمنا مضبوطاً ومماثلاً تماماً للشكل الأصلية فإننا يجب أن نصغر كل أبعاد الشكل الأصلي بالنسبة نفسها. وتعرف هذه النسبة بمقياس الرسم، ويكون:

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{أى طول فى الشكل المصغر}}{\text{الطول المناظر فى الشكل الأصيل}}$$

مثال 40: رسم فناء مدرسة بمقياس رسم : 1 سم يمثل 5 أمتار.

(أ) إذا كانت أبعاد ملعب كرة القدم هي 80 م × 53 م، فأوجد الطول والعرض في الرسم.

(ب) إذا كان رسم إحدى صالات المدرسة مستطيلاً أبعاده 7 سم، 3.2 سم، فأوجد البعدين الحقيقيين للصالة.

الحل: (أ) 80 متراً يمثلها $\frac{80}{5} = 16$ سم

53 متراً يمثلها $\frac{53}{5} = 10.6$ سم

إذاً أبعاد رسم ملعب كرة القدم هي: 16 سم × 10.6 سم

(ب) 7 سم تمثل $5 \times 7 = 35$ متراً

3.2 سم تمثل $5 \times 3.2 = 16$ متراً

إذاً أبعاد الصالة الحقيقية هي 35 م × 16 م

مثال 41: إذا كان مقياس الرسم لخارطة هو: $\frac{1}{4}$ سم : 50 كم، فأوجد المسافة الحقيقية بين بلدين ممثلة على الخارطة بـ 10 سم.

الحل: $\frac{1}{4}$ سم يمثل 50 كم

← 1 سم يمثل $4 \times 50 = 200$ كم

10 سم يمثل $200 \times 10 = 2,000$ كم

إذن المسافة الحقيقية بين البلدين = 2,000 كم.

مثال 42: إذا كان مقياس الرسم لخارطة هو $\frac{1}{2}$ بوصة : 50 ميلاً، فأوجد كم ميلاً يناظر 2.5 بوصة.

الحل: $\frac{1}{2}$ بوصة تناظر 50 ميلاً

$$\Leftarrow \frac{1}{2} \times 5 = 2\frac{1}{2} \text{ بوصة} \quad \text{تناظر} \quad 50 \times 5 = 250 \text{ ميلاً}$$

مثال 43: إذا كان مقياس الرسم لخارطة هو 1 : 2,000,000، فأوجد البعد على الخارطة بين

القاهرة وطنطا، القاهرة ودمنهو، علماً بأن المسافة بين القاهرة وطنطا هي 84 كم، وبين القاهرة ودمنهو 145 كم.

$$\text{الحل: البعد على الخارطة بين القاهرة وطنطا} = \frac{8,400,000}{2,000,000} = 4.2 \text{ سم}$$

$$\text{البعد على الخارطة بين القاهرة ودمنهو} = \frac{14,500,000}{2,000,000} = 7.25 \text{ سم}$$

(لاحظ أن: 84 كم = 8,400,000 سم، 145 كم = 14,500,000 سم)

تمرين

املاً الأماكن الفارغة في الجدول الآتي:

الطول الحقيقي	مقياس الرسم	الطول على الرسم
90 م	1 سم : 10 م	9 سم
20 م	1 سم : 5 م	
8 م	1 سم : 2 م	
3 كم	1 سم : 200 م	
2.86 كم	5 سم : 1 كم	
1.53 كم	10 سم : 1 كم	
60 م	1 سم : 10 م	6 سم
	1 سم : 5 م	11 سم
	1 سم : 100 م	8.2 سم
	1 سم : 50 كم	8.6 سم
	2 سم : 1 كم	14.8 سم
	5 سم : 1 م	11.3 سم

8. الوحدات

تعرضنا فيما سبق لذكر بعض الوحدات للطول والكتلة والزمن ، ونفصل هنا القول فيها.
هناك نظامان أساسيان في الوحدات: النظام الفرنسى والنظام الإنجليزى. وسنبداً بالنظام الفرنسى.

• النظام الفرنسى:

الطول: المتر هو الوحدة الأساسية للقياس في الطول. وقد أخذ المتر كوحدة على أساس أنه يساوى $\frac{1}{10,000,000}$ أى واحدًا مقسومًا على عشرة ملايين من المسافة من القطب الشمالى إلى خط الاستواء

لدينا الجدول الآتى:

الطول	الكتابة باختصار	العلاقة مع الوحدة الأساسية
1 كيلو متر	1 كم	1,000 م
1 هكتومتر	1 هكم	100 م
1 دسامتر	1 دام	10 م
1 متر	1 م	1 م
1 دسيمتر	1 دم	0.1 م
1 سنتيمتر	1 سم	0.01 م
1 ملليمتر	1 مم	0.001 م

مثال 1: حوّل 600 م إلى كيلو مترات.

$$\text{الحل: } 600 \text{ م} = \frac{600}{1,000} \text{ كم} = 0.6 \text{ كم}$$

مثال 2: عبّر عن 4 كم بالملليمتر.

الحل: للسهولة سنجرى هذا التعبير على خطوتين:

$$(1) 4 \text{ كم} = 1,000 \times 4 = 4,000 \text{ م}$$

$$(2) 4,000 \text{ م} = 1,000 \times 4,000 = 4,000,000 \text{ مم}$$

أى أن 4 كيلو مترات يساوى 4 مليون ملليمتر.

مثال 3: عبّر عن مترين و 73 سنتيمترًا بدلالة كيلو مترات.

الحل: لدينا 2.73 م وهذا يساوى

$$0.00273 \text{ كم} = \frac{2.73}{1,000}$$

مثال 4: عبّر عن خمسة كيلو مترات وسبعة عشر مترًا بدلالة ملليمترات.

الحل: لدينا : $5 \times 1,000 + 17$ مترًا

$$= 5,000 + 17 = 5,017 \text{ م}$$

$$= 5,017,000 = 1,000 \times 5,017 \text{ مم}$$

مثال 5: احسب بالأمتار: 93.7 سم + 83 مم + 2.63 م

الحل: 93.7 سم + 83 مم + 2.63 م

$$= 0.937 \text{ م} + 0.083 \text{ م} + 2.630 \text{ م}$$

$$= 3.650 \text{ م}$$

مثال 6: احسب بالأمتار: 2.895 كم + 1,347 م + 1,758 م

الحل: 2.895 كم + 1,347 م + 1,758 م

$$= 2.895 + 1,347 + 1,758 = 1,758 \text{ م}$$

$$= 2,895 \text{ م} + 1,347 \text{ م} + 1,758 \text{ م} = 6,000 \text{ متر}$$

مثال 7: احسب بالأمتار: -2.895 كم + 1,347 م + 1,758 م

الحل: -2.895 كم + 1,347 م + 1,758 م

$$= -2,895 \text{ م} + 3,105 \text{ م} = 210 \text{ مترًا}$$

مثال 8: احسب بالكيلو مترات : 9×213.6

الحل: $9 \times 213.6 = 9 \times 0.2136 \text{ كم}$

$$= 1.9224 \text{ كم}$$

$$\begin{array}{r}
 19.25 \\
 36 \overline{) 693} \\
 \underline{36} \\
 333 \\
 \underline{324} \\
 90 \\
 \underline{72} \\
 180 \\
 \underline{180} \\
 0
 \end{array}$$

مثال 9: احسب بالسنتيمترات : 69.3 م : 36

الحل: 69.3 م : 36 = 6,930 سم : 36

$$= 192.5 \text{ سم}$$

(ملحوظة: قسمنا 693 على 36 فكان خارج القسمة 19.25 ،

وضربنا خارج القسمة في 10 لأننا نقسم 6,930 على 36

وليس 693 على 36).

مثال 10: قسمت ورقة كتابة طولها 29.7 سم إلى 33 فراغاً متساوياً. كم تكون المسافة بين كل خطين بالمليمترات؟

$$\text{الحل: المسافة بين كل خطين} = \frac{29.7 \text{ سم}}{33} = \frac{297 \text{ مم}}{33} = 9 \text{ مم}$$

مثال 11: طول قطعة من الحديد 6.056 متر. قسمت إلى 8 قطع متساوية الطول. أوجد طول كل قطعة بالسنتيمترات.

$$\text{الحل:} \frac{6.056 \text{ م}}{8} = \frac{605.6 \text{ سم}}{8} = 75.7 \text{ سم}$$

مثال 12: خمسة قضبان سكك حديدية طول كل منها 8.95 متر، وضعت على استقامة واحدة لتكوّن خطأً، بحيث كانت مسافة خمسة مليمترات بين كل قضيب وآخر. أوجد الطول الكلي للخط بالأمتار.

$$\text{الحل: الطول الكلي للخط} = 8.95 \times 5 + 0.005 \times 4 \text{ متر}$$

(عدد الفجوات بين كل قضيب وآخر 4)

$$= 44.750 + 0.020 \text{ متر} = 44.770 \text{ متر}$$

مثال 13: بكرة طول خيطها $13\frac{1}{2}$ متر. قطع منها أطوال 2.3 ، 1.8 ، 2.37 من الأمتار، 95 سنتيمتراً. قسم باقى الخيط إلى أجزاء، طول كل جزء منها 32 سنتيمتراً. كم عدد هذه الأجزاء؟

الحل: مجموع أطوال الأجزاء الأربعة المقطوعة أولاً

$$= 2.3 + 1.8 + 2.37 + 0.95 \text{ متراً}$$

$$= 230 + 180 + 237 + 95 \text{ سنتيمترًا } = 742 \text{ سنتيمترًا}$$

طول باقى الخيط بعد قطع الأجزاء المذكورة

$$= 1,350 - 742 = 608 \text{ سنتيمترًا}$$

$$\text{عدد الأجزاء الصغيرة} = \frac{608}{32} = 19 \text{ جزءًا}$$

السعة: اللتر هو وحدة السعة . واللتتر هو الفراغ الممتلئ بكيلو جرام واحد من الماء تحت درجة الحرارة والضغط القياسيين. ويستعمل الكيلو لتر واللتتر والملييلتر فى الأغراض العلمية .
لدينا الجدول الآتى:

السعة	الكتابة باختصار	العلاقة مع الوحدة الأساسية
1 كيلو لتر	1 كل	1,000 ل
1 لتر	1 ل	1 ل
1 ملييلتر	1 مل	0.001 ل

مثال 14: يمتلئ دلو بـ 24 لترًا من الماء باستخدام 80 كوبًا. كم تكون سعة الكوب بالملييلتر؟

$$\text{الحل: } 24 \text{ لترًا} = 1,000 \times 24 \text{ ملييلتر}$$

$$\text{وتكون سعة الكوب} = \frac{24 \times 1,000}{80} = 300 \text{ ملييلتر}$$

مثال 15: ما العلاقة بين الدسيمتر المكعب واللتر؟

الحل: نعلم أن السنتيمتر المكعب الواحد من الماء يزن جرامًا واحدًا (فى درجة حرارة 4°س). وبهذا يكون الدسيمتر المكعب يزن: $10 \times 10 \times 10$ جرامًا (الدسيمتر = 10 سنتيمترات). أى أن الدسيمتر المكعب يزن 1,000 جرام. أى يزن كيلو جرامًا واحدًا. واللتتر يزن كذلك كيلو جرامًا واحدًا (تحت درجة الحرارة والضغط القياسيين). إذن اللتر يساوى دسيمترًا مكعبًا واحدًا.

مثال 16: اجمع باللترات: 1.678 ل ، 465 مل ، 2.014 ل

$$\text{الحل: } 465 \text{ مل} = 0.465 \text{ ل}$$

$$\text{وبالتالى فإن: } 1.678 \text{ ل} + 0.465 \text{ ل} + 2.014 \text{ ل} = 4.157 \text{ لتر}$$

مثال 17: بعد أن وزع جراج 4.967 كيلو لتر من البترول بقى في أحواضه 685 لتراً. كم كان في الجراج من البترول باللترات؟

الحل: مقدار ما كان بالجراج من البترول باللترات = $4,967 + 685 = 5,652$ لتراً

مثال 18: إذا كان عليك أن تعطى مريضاً يومياً جرعة من الدواء قدرها 4 مليلترات، وكان لديك من هذا الدواء لتر واحد، فهل يكفي هذا الدواء 240 يوماً؟

الحل: عدد الأيام التي ينفد بعدها الدواء = $\frac{1,000}{4} = 250$ يوماً

(1 لتر = 1,000 مليلتر) ، إذن يكفي الدواء المريض 240 يوماً.

الكتلة: الجرام هو وحدة القياس الأساسية للكتلة، وهو كتلة سنتيمتر واحد مكعب من الماء في درجة حرارة 4°س (أربعة سيلسيوس). ولأن الجرام وحدة صغيرة جداً، فيستعمل الكيلو جرام ممثلاً للوحدة الأساسية للوزن في الحياة العملية. ولدينا الجدول الآتى المناظر لجدول الأطوال:

الكتلة	الكتابة باختصار	العلاقة مع الوحدة الأساسية
1 كيلو جرام	1 كجم	1,000 جم
1 هكتوجرام	1 هجم	100 جم
1 دكا جرام	1 دكجم	10 جم
1 جرام	1 جم	1 جم
1 دسيجرام	1 دسجم	0.1 جم
1 سنتيجرام	1 سنجم	0.01 جم
1 ملليجرام	1 مللجم	0.001 جم

وفي الحياة العملية يستخدم فقط الكيلو جرام والجرام والمليجرام. وهنا وحدة للكتلة الكبيرة تسمى الطن المترى وهو يساوى 1,000 كيلو جرام.

مثال 19: كم يساوى 1.5 جم بالمليجرامات؟

الحل: 1.5 جم = $1,000 \times 1.5 = 1,500$ ملليجرام.

ملحوظة: عادة تستخدم هنا الكسور العشرية وليست الكسور الاعتيادية.

مثال 20: عبّر عن 0.002 كجم بالمليجرامات

الحل: 0.002 كجم = $1,000 \times 0.002$ جم = 2 جم

$$= 1,000 \times 2 \text{ مليجرام} = 2,000 \text{ مليجرام}$$

مثال 21: احسب 96 كجم + 35.6 جم = $1,000 \times 96 + 35.6$ جم

$$= 96,000 + 35.6 \text{ جم}$$

$$= 96,035.6 \text{ جم}$$

مثال 22: كم تساوى 2,500 مليجرام بالجرامات؟

$$\text{الحل: } 2,500 \text{ مليجرام} = \frac{2,500}{1,000} \text{ جرام} = 2.5 \text{ جم}$$

مثال 23: كم تساوى 450 مليجرامًا بالجرامات؟

$$\text{الحل: } 450 \text{ مليجرامًا} = \frac{450}{1,000} \text{ جم} = 0.45 \text{ جم}$$

مثال 24: عادة ما يعطى فيتامين ج فى حبوب، قوة الحبة 500 مليجرام. كم حبة يحتاجها المرء

للحصول على جرعة 0.5 جم؟

$$\text{الحل: } 0.5 \text{ جم} = 1,000 \times 0.5 = 500 \text{ مليجرام}$$

عدد الحبات التى يحتاجها المرء للحصول على جرعة 0.5 جم .

$$= \frac{500}{500} = 1 \text{ حبة} ، \text{ أى حبة واحدة}$$

مثال 25: أنبوبة كريم حلقة وزن 312 جرامًا. كم يكون وزنها بالكيلو جرامات؟

$$\text{الحل: الوزن بالكيلو جرام} = \frac{312}{1,000} = 0.312 \text{ كجم}$$

مثال 26: إن ملعقة شاي من ملح الطعام العادى تحتوى على نحو 2,000 مليجرام من

الصوديوم. كم يكون هذا المقدار من الصوديوم بالجرامات؟

$$\text{الحل: } 2,000 \text{ مليجرام} = \frac{2,000}{1,000} \text{ جم} = 2 \text{ جم}$$

مثال 27: إذا كان متوسط مستوى الكوليسترول فى مجموعة الأطفال هو 160 مليجرامًا لكل

100 مليلتر، فعبّر عن هذه النسبة بدلالة الجرامات لكل لتر.

الحل: متوسط مستوى الكوليسترول في مجموعة الأطفال في 1,000 مليلتر

$$= 10 \times 160 = 1,600 \text{ ملليجرام}$$

(لأن لتر واحد = 1,000 مليلتر).

$$= \frac{1,600}{1,000} \text{ جرام/لتر} = 1.6 \text{ جم/لتر}$$

(لأن 1 جم = 1,000 ملليجرام).

الزمن: الثانية هي الوحدة الأساسية للزمن، ولدينا الجدول الآتي:

العلاقة مع الوحدة الأساسية	الكتابة باختصار	الزمن
1 ث	1 ث	1 ثانية
60 ثانية	1 ق	1 دقيقة
3,600 ث (= 60 ق)	1 س	1 ساعة

مثال 28: جرى التقليد في قسم الرياضيات منذ أن كان قسمين: قسم الرياضة البحتة وقسم

الرياضة التطبيقية في كلية العلوم بجامعة عين شمس أن يستغرق المحاضر ساعة وأربعين

دقيقة في إلقاء محاضراته من الزمن الرسمي المخصص للمحاضرة وهو ساعتان. كم تكون

نسبة الزمن الفعلي للمحاضرة إلى الزمن الرسمي لها؟

$$\text{الحل: } 40 \text{ دقيقة} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \text{ ساعة}$$

$$\text{الزمن الفعلي للمحاضرة} = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3} \text{ ساعة}$$

$$\text{نسبة الزمن الفعلي إلى الزمن الرسمي} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{6}} = \frac{5}{2}$$

حل آخر: سنحسب الزمنين بالدقائق وليس بالساعات كما فعلنا في الحل الأول.

$$\text{الزمن الفعلي للمحاضرة} = 60 + 40 = 100 \text{ دقيقة}$$

$$\text{نسبة الزمن الفعلي للمحاضرة إلى الزمن الرسمي} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$$

مثال 29: وفي معهد الرياضيات بجامعة ميونخ (في ألمانيا) حيث المحاضرات باللغة المشقة! يكون الزمن الرسمي للمحاضرة ساعتان: يحاضر الأستاذ 45 دقيقة ثم يعطى - رفقاً بالمستمعين! - استراحة 15 دقيقة، ويحاضر مرة أخرى 45 دقيقة. ويحتاج الطالب في المعتاد لتحليل المحاضرة وفك ألغازها وطلاسمها (!!) نحو أربع ساعات. احسب:

(أ) نسبة الزمن الفعلي إلى الزمن الرسمي للمحاضرة.

(ب) نسبة الزمن الذى يبذله الطالب لتفهم المحاضرة إلى الزمن الذى يستغرقه الأستاذ في إلقاء محاضراته.

الحل: (أ) الزمن الفعلي للمحاضرة = 45 + 45 = 90 دقيقة

$$\text{نسبة الزمن الفعلي للمحاضرة إلى الزمن الرسمي لها} = \frac{90}{60 \times 2} = \frac{90}{120} = \frac{3}{4}$$

(الساعة = 60 دقيقة)

(ب) نسبة الزمن الذى يبذله الطالب لتفهم المحاضرة إلى الزمن الذى يستغرقه الأستاذ في

$$\text{إلقاء محاضراته} = \frac{60 \times 4}{90} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} : 1$$

مثال 30: تأخذ سيارة زمنًا قدره 6 ساعات و 14 دقيقة في قطع مسافة ما، بينما تأخذ سيارة أخرى 4 ساعات و 39 دقيقة لتقطع المسافة نفسها. ما الفرق بين الزمنين بالدقائق والساعات؟

الحل: الزمن الذى تستغرقه السيارة الأولى = 60 × 6 + 14 =

$$= 360 + 14 = 374 \text{ دقيقة}$$

الزمن الذى تستغرقه السيارة الثانية = 60 × 4 + 39 = 240 + 39 = 279 دقيقة

الفرق بين الزمنين = 374 - 279 = 95 دقيقة

$$= \frac{95}{60} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12} \text{ ساعة}$$

مثال 31: تستهلك ماكينة 750 مليلترًا من زيت الديزل في الدقيقة الواحدة. كم تستهلك

باللتر في $1\frac{1}{3}$ ساعة؟

الحل: $1\frac{1}{3}$ ساعة = 60 × $\frac{1}{3}$ + 60 = 20 + 60 = 80 دقيقة

ما تستهلكه الماكينة من زيت الزيت في $1\frac{1}{3}$ ساعة

$$60 \text{ لترات} = \frac{60,000}{1,000} = \frac{80 \times 750}{1,000} =$$

مثال 32: يخطو ولد بمعدل 84 خطوة في الدقيقة، طول كل خطوة منها نحو 0.65 متر. كم يستغرق من الوقت ليسيّر 2.73 كيلو متر؟

$$\begin{array}{r} 84 \\ 65 \times \\ \hline 420 \\ 504 \\ \hline 5460 \end{array}$$

الحل: المسافة التي يقطعها الولد في الدقيقة = $0.65 \times 84 = 54.60$ متر

الزمن الذي يستغرقه الولد لقطع مسافة 2.73 كيلو متر

$$50 \text{ دقيقة} = \frac{1,000 \times 2.73}{54.6} =$$

لاحظ أننا حولنا 2.73 كيلو متر إلى أمتار، حتى نقسم الناتج على ما يقطعه الولد في الدقيقة بالأمتار.

مثال 33: تضخ مضخة 9.6 كيلو لترًا من الماء في الساعة. كم تضخ من الماء باللترات في الثانية؟

الحل: ما تضخه المضخة من الماء في الثانية باللترات

$$2 \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = \frac{96}{36} = \frac{1,000 \times 9.6}{3,600} =$$

• النظام الإنجليزى:

الطول: القدم هو وحدة الطول في النظام الإنجليزى، ولدينا الجدول الآتى:

العلاقة مع الوحدة الأساسية	الكتابة باختصار	الطول
$\frac{1}{12}$ قد	1 بو	1 بوصة
1 قد	1 قد	1 قدمًا
3 قد	1 يار	1 ياردة
5,280 قد	1 مي	1 ميلًا

مثال 34: اجمع: 3 أقدام و 6 بوصات + 8 أقدام و 7 بوصات

الحل: 3 أقدام و 6 بوصات + 8 أقدام و 7 بوصات

= 11 قدمًا ، 13 بوصة = 12 قدمًا ، بوصة واحدة

$$= 12 \times 12 + 1 \text{ بوصة} = 145 \text{ بوصة}$$

مثال 35: اطرخ ياردتين وخمسة أقدام من أربع ياردات وثلاثة أقدام

الحل: 2 ياردة و 5 أقدام $= 5 + 3 \times 2 = 5 + 6 = 11$ قدماً

4 ياردة و 3 أقدام $= 3 + 3 \times 4 = 3 + 12 = 15$ قدماً

$\Leftarrow$ 4 ياردة و 3 أقدام - 2 ياردة و 5 أقدام = 4 أقدام

مثال 36: في سنة 1940 استخدم الرياضى الأمريكى كورنيليوس وورمردام محوراً من الخيزران

ليقفز 15 قدماً وثمانى بوصات مسجلاً رقماً قياسياً. وفي سنة 1962 استخدم الرياضى

الأمريكى ديف تورك عوداً من الزجاج المغزول ليسجل الرقم القياسى 16 قدماً وبوصتين.

بكم كانت قفزة تورك أعلى من قفزة وورمردام؟

الحل: 15 قدماً و 8 بوصات $= 8 + 12 \times 15 = 8 + 180 = 188$ بوصة

16 قدماً و بوصتان $= 2 + 12 \times 16 = 2 + 192 = 194$ بوصة

قفزة تورك أعلى من قفزة وورمردام بـ $194 - 188 = 6$ بوصات

مثال 37: أيهما أطول: طريق طوله ميلان أم طريقة طوله 10,000 قدم.

الحل: ميلان $= 5,280 \times 2 = 10,560$ قدماً

ولأن $10,560 > 10,000$ ، فالطريق الأول (أى الذى طوله ميلان) أطول.

مثال 38: أعلى جبل فى العالم هو إفرست. ترتفع قمته بـ 29,035 قدماً عن سطح البحر.

أوجد ارتفاع الجبل بالميل لأقرب رقم عشرى.

الحل: ارتفاع إفرست بالميل $= \frac{29,035}{5,280} = 5.498$ ميل

$= 5.5$ ميلاً لأقرب رقم عشرى

مثال 39: إذا كان متوسط طول المرأة فى الولايات المتحدة هو 5 أقدام وأربع بوصات، بينما متوسط

طول الفتاة ذات العشر سنوات هو 4 أقدام، و 6 بوصات، فما الفرق بين طوليهما المتوسطين؟

الحل: 5 أقدام و 4 بوصات $= 4 + 12 \times 5 = 4 + 60 = 64$ بوصة

4 أقدام و 6 بوصات $= 6 + 12 \times 4 = 6 + 48 = 54$ بوصة

الفرق بين طولى المرأة والفتاة ذات العشر سنين فى المتوسط $= 64 - 54 = 10$ بوصات

السعة: الأونس السائلة هي وحدة السعة للسوائل ولدينا العلاقات الآتية:

$$1 \text{ باينت} = 16 \text{ أونس سائلة}$$

$$1 \text{ كوارت} = 2 \text{ باينت}$$

$$1 \text{ جالون} = 4 \text{ كوارت}$$

مثال 40: املأ الفراغ: 7 كوارت = □ باينت

الحل: نعلم أن 1 كوارت = 2 باينت ، وبالتالي فإن:

$$7 \text{ كوارت} = 7 \times 2 \text{ باينت} = 14 \text{ باينت}$$

مثال 41: إذا كانت سعة برميل البترول هي 30 كوارتًا فكم جالونًا من الزيت تكفي لملء برميل؟

الحل: نعلم أن 1 جالون = 4 كوارت وبالتالي فإن عدد الجالونات الضرورية لملء برميل البترول

$$= \frac{30}{4} = 7.5 \text{ جالون}$$

مثال 42: كم تكافئ من الأونسات السائلة 3 جالونات؟

الحل: 1 جالون = 4 كوارت

$$= 4 \times 2 \text{ باينت} = 8 \text{ باينت}$$

$$= 8 \times 16 \text{ أونس سائلة} = 128 \text{ أونس سائلة}$$

$$\Leftarrow 3 \text{ جالون} = 3 \times 128 = 384 \text{ أونس سائلة}$$

مثال 43: لقد اشترى توفيق 9 باينت من اللبن. هل تكفي كي تملأ إناء سعته 6 كوارت؟

الحل: 1 كوارت = 2 باينت

$$\Leftarrow 6 \text{ كوارت} = 6 \times 2 \text{ باينت} = 12 \text{ باينت}$$

إذن لا تكفي 9 باينت لتملأ إناء سعته 6 كوارت.

مثال 44: كم يكون الفرق بين 6 جالون، 5 جالون و 3 كوارت؟

$$\text{الحل: } 6 \text{ جالون} = 6 \times 4 = 24 \text{ كوارت}$$

$$5 \text{ جالون} = 5 \times 4 = 20 \text{ كوارت}$$

$$5 \text{ جالون و } 3 \text{ كوارت} = 20 + 3 = 23 \text{ كوارت}$$

$$6 \text{ جالون} - 5 \text{ جالون و } 3 \text{ كوارت} = 24 \text{ كوارت} - 23 \text{ كوارت} = 1 \text{ كوارت}$$

الكتلة: لدينا الوحدات الآتية: الأونس ، والباوند ، والطن ولدينا العلاقات الآتية:

$$1 \text{ باوند} = 16 \text{ أونس}$$

$$1 \text{ طن} = 2,000 \text{ باوند}$$

مثال 45: علّق إلى سياج قنطرة: تحذير! أقصى حمولة 3 أطنان. ولقد كان وزن سيارة السيد/

مختار 5,000 باوند. هل يستطيع أن يعبر القنطرة بسيارته في سلام؟

$$\text{الحل: } 3 \text{ أطنان} = 2,000 \times 3 = 6,000 \text{ باوند}$$

وبالتالي فإن السيد/ مختار يستطيع أن يعبر القنطرة بسلام.

مثال 46: اجمع 5 باوند و 9 أونس ، 2 باوند و 14 أونس

$$\text{الحل: } 5 \text{ باوند و } 9 \text{ أونس} = 9 + 16 \times 5 = 89 \text{ أونس}$$

$$2 \text{ باوند و } 14 \text{ أونس} = 14 + 16 \times 2 = 46 \text{ أونس}$$

$$\Leftarrow 5 \text{ باوند و } 9 \text{ أونس} + 2 \text{ باوند و } 14 \text{ أونس} = 46 + 89 = 135 \text{ أونس}$$

$$= \frac{135}{16} \text{ باوند} = 8 \text{ باوند و } 7 \text{ أونس}$$

وكان يمكن الحل كالآتي :

$$5 \text{ باوند و } 9 \text{ أونس} + 2 \text{ باوند و } 14 \text{ أونس} = 7 \text{ باوند و } 23 \text{ أونس}$$

$$= 8 \text{ باوند و } 7 \text{ أونس}$$

مثال 47: املاء الفراغ: $2\frac{1}{2}$ طن = □ باوند

$$\text{الحل: } 2\frac{1}{2} \text{ طن} = \frac{5}{2} \text{ طن} = 2,000 \times \frac{5}{2} = 5,000 \text{ باوند}$$

مثال 48: املاء الفراغ: 9,000 باوند = □ طن

$$\text{الحل: نعلم أن: } 1 \text{ طن} = 2,000 \text{ باوند}$$

$$9,000 \text{ باوند} = \frac{9,000}{2,000} \times 1 \text{ طن}$$

$$= 4.5 \text{ طن}$$

طريقة أخرى: $1,000 + 2,000 \times 4 = 9,000$

$$\Leftarrow 9,000 \text{ باوند} = 4 \text{ طن} + \frac{1}{2} \text{ طن} = 4\frac{1}{2} \text{ طن}$$

مثال 49: اطرح: 6 باوند و 3 آونس - 3 باوند و 9 آونس

الحل: 6 باوند و 3 آونس = $3 + 16 \times 6 = 99$ آونس

3 باوند و 9 آونس = $9 + 16 \times 3 = 57$ آونس

⇐ 6 باوند و 3 آونس - 3 باوند و 9 آونس

$$= 57 - 99 = 42 \text{ آونس}$$

$$= \frac{42}{16} \text{ باوند} = 2 \text{ باوند و } 10 \text{ آونس}$$

مثال 50: اجمع 17 باوند و 5 آونس + 18 باوند و 13 آونس

الحل: 17 باوند و 5 آونس = $5 + 272 = 5 + 16 \times 17 = 277$ آونس

18 باوند و 13 آونس = $13 + 288 = 13 + 16 \times 18 = 301$ آونس

⇐ 17 باوند و 5 آونس + 18 باوند و 13 آونس = $301 + 277 = 578$ آونس

$$= \frac{578}{16} \text{ باوند} = 36 \frac{2}{16} \text{ باوند}$$

طريقة أخرى: 17 باوند + 18 باوند = 35 باوند

5 آونس + 13 آونس = 18 آونس = 1 باوند و 2 آونس

⇐ 17 باوند و 5 آونس + 18 باوند و 13 آونس = 36 باوند و 2 آونس

• العلاقة بين نظامى الوحدات:

الطول:

1 بوصة ≈ 2.5 سنتيمتر (معناها يساوى تقريباً، كما ذكرنا من قبل)

1 قدم ≈ 30 سم

39 بوصة ≈ 1 متر

3.3 قدم ≈ 1 متر

3,300 قدم ≈ 1 كيلو متر

1 ميل ≈ 1,600 متر

1 ميل ≈ 1.6 كيلو متر

السعة:

$$1 \text{ باينت} \approx 470 \text{ مليلتر}$$

$$2.1 \text{ باينت} \approx 1 \text{ لتر}$$

$$1.1 \text{ كوارت} \approx 1 \text{ لتر}$$

$$1 \text{ جالون} \approx 3.8 \text{ لتر}$$

$$260 \text{ جالون} \approx 1 \text{ كيلو لتر}$$

الكتلة:

$$1 \text{ أونس} \approx 28 \text{ جرام}$$

$$1 \text{ باوند} \approx 450 \text{ جرام}$$

$$2.2 \text{ باوند} \approx 1 \text{ كيلو جرام}$$

$$1 \text{ طن} \approx 910 \text{ كيلو جرام}$$

ملحوظة: هذه الأرقام تقريبية، فمثلاً الأقرب دقة لعلاقة البوصة بالسنتيمتر هي:

$$1 \text{ بوصة} \approx 2.54 \text{ سنتيمتر}$$

الأقرب دقة لعلاقة الأونس بالجرام هي: $1 \text{ أونس} \approx 28.35 \text{ جرام}$

مثال 51: عبّر عن 5 أونس بالجرام.

$$\text{الحل: } 5 \text{ أونس} \approx 5 \times 28 = 140 \text{ جراماً}$$

مثال 52: عبّر عن 10 جالون بدلالة اللتر.

$$\text{الحل: } 10 \text{ جالون} \approx 10 \times 3.8 = 38 \text{ لتراً}$$

مثال 53: الطول النموذجي للسريّر هو 1.9 متر. عبّر عن هذا الطول بالبوصات، مقرباً الجواب إلى أقرب بوصة.

$$\text{الحل: } 1.9 \text{ متر} \approx 1.9 \times 39 = 74.1 \text{ بوصة} \approx 74 \text{ مقرباً إلى أقرب بوصة}$$

مثال 54: المسافة من القاهرة إلى طنطا حوالى 84 كيلو متراً، ومن القاهرة إلى دمنهور حوالى 145 كيلو متراً. احسب المسافتين بالأميال.

$$\text{الحل: المسافة من القاهرة إلى طنطا} \approx \frac{84}{1.6} \text{ ميلاً} = 52.5 \text{ ميلاً}$$

$$\text{المسافة من القاهرة إلى دمنهور} \approx \frac{145}{1.6} \text{ ميلاً} \approx 90.6 \text{ ميلاً}$$

تمارين متنوعة

(1) خلط أستاذ الكيمياء محتويات كأسين إحداهما تحتوى 3.5 لترًا والأخرى تحتوى على 800 مليلتر من سائل. كم تكون الكمية كلها.

(2) تحتوى قنينة على 0.5 لتر من زيت الزيتون. عبّر عن هذه الكمية بالمليلتر.

(3) ما الوحدات الآتية التى تكون مقياسًا للطول:

(أ) الجرام. (ب) المتر. (ج) اللتر. (د) الثانية.

(4) اجمع: 7 أقدام و 11 بوصة، 4 أقدام و 7 بوصات.

(5) أيهما أكبر: 700 سم أو 23 قدمًا؟

(6) املأ الأماكن الفارغة:

(أ) 5 باينت = كوارت (ب) 10 كوارت = باينت

(ج) 3 جالون = أونس سائلة (د) 1.5 باوند = جرامًا

(هـ) 15 مترًا = قدمًا (و) 40 قدمًا = بوصة

(7) اطرح 1 باوند و 14 أونس من 3 باوند و 9 أونس.

(8) اطرح 5 جالون و 1 كوارت من 6 جالون.

(9) أيهما أكبر: 2,100 ملليمتر أم 80 بوصة؟

(10) سعة برميل من الزيت 50 كوارت. كم جالونًا تكفى لملء البرميل؟

(11) يحضر حسين 3 محاضرات تستغرق كل محاضرة ساعة وأربعين دقيقة، ويترك للطلاب 15

دقيقة بين كل محاضرة وأخرى. إذا ابتدأت المحاضرات فى التاسعة صباحًا، ولم يكن هناك

فراغات فى جدول حسين الدراسى، أى أن محاضراته الثلاث جاءت متتابعة فيما عدا الـ

15 دقيقة المشار إليها، فمتى ينتهى حسين من حضور محاضراته؟

(12) اجمع: 91.5 سم + 75 مم + 2.76 م واكتب النتيجة بالأمتار.

(13) أقسم: 138.6 م على 72.

(14) اضرب: 312.6×9 م واكتب النتيجة بالكيلو متر.

(15) احسب: $1,759$ م + $1,376$ م - 2.789 كم .

(16) رصت 25 بلاطة على هيئة عمود، سمك البلاطة = 8.4 سم. كم يبلغ طول العمود؟
(الجواب بالأمتار).

(17) رصت مجموعة كتب على هيئة عمود، سمك الكتاب 7.8 سم، عدد الكتب 24 كتابًا.
كم يكون ارتفاع العمود (الجواب بالأمتار).

وإذا كان ارتفاع المخزن الذى رصت فيه الكتب 2.9 مترًا، فكم يكون البعد بين قمة
العمود وسقف المخزن؟

(18) ورقة مستطيلة بعدها 29.6 سم ، 21.2 سم. قسمت إلى مستطيلات صغيرة بخطوط توازى
طولها وعرضها. إذا كان عدد الخطوط الموازية لطولها هو 15 خطأ، وعدد الخطوط
الموازية للعرض هو 11 خطأ. فاحسب المسافة بين كل خطين يوازيان طول الورقة، بين
كل خطين يوازيان عرض الورقة. (طول الورقة 29.6 سم ، وعرضها 21.2 سم).
(إرشاد: لاحظ أن عدد المسافات فى كل حالة يزيد على عدد الخطوط بـ 1)

(19) قطع قضيب من الحديد طوله 4.036 متر إلى 8 قطع متساوية الطول، كم يبلغ طول كل
قطعة؟

(20) يتنزه الطفل سعيد مع أبيه، فيدور معه حول حديقة لها خمسة حدود (جوانب) أطوالها كالاتى:
115 ، 78 ، 103 ، 86 ، 94 من الأمتار. كم مشى سعيد مع أبيه بالكيلو متر؟

(21) سلك على شكل مستطيل بعده 124 مم ، 72 مم. إذا كانت كتلة سنتيمتر واحد من
السلك هي 1.1 جم، فكم تكون كتلة السلك كله؟

(22) كتلة ورقة 4.36 جم. كم تبلغ كتلة 500 ورقة من هذا النوع بالكيلو جرام؟

(23) كتلة خمس علب من الحلوى 2.25 كجم. كم تبلغ كتلة ثلاث علب منها؟

(24) خيط مرن طوله 52 سم. يمتد هذا الخيط 25 مم كلما حُمِّلَ بـ 30 جم. إذا حُمِّلَ الخيط

بـ 1.5 كجم. فكم يبلغ طوله الكلى؟

(25) حُمِّلَ لورى (عربة نقل) بـ 7.2 طنًا من الرمل. وخلال الرحلة فقد من الرمل إما بسبب

التسرب وإما بسبب التطاير حوال 208 كجم من الرمل. ما كتلة الرمل المتبقية في نهاية الرحلة؟

(26) يوجد 696 لترًا من البترول في جراج. زوّد بـ 4.735 كيلو لتر من البترول. كم يبلغ ما

به من البترول؟

(27) تأخذ سيارة من الوقت 5 ساعات و 12 دقيقة في رحلة ما، بينما تأخذ سيارة أخرى

4 ساعات و 47 دقيقة. كم يكون الفرق بين الزمنين؟

(28) تضع مضخة 8.3 كيلو لترًا من الماء في الساعة. ما مقدار ما تضخه المضخة في الثانية بالتر؟

(29) تسير سيارة بسرعة متوسطة 80 كم/ساعة. إذا كانت الرحلة التي ينبغي لها أن تتمّها تبلغ

220 كم، فكم تستغرق السيارة من الوقت حتى تتم الرحلة؟

$$(\text{إرشاد: تذكر أن الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة المتوسطة}})$$

(30) يتحرك القطار المتجه من القاهرة إلى قنا في الساعة الحادية عشرة وأربعين دقيقة ويتوقف

بالجيزة ثلاث دقائق وفي بنى سويف والمنيا وأسيوط وسوهاج ويصل إلى قنا بعد أن يقف

في كل من المحطات الأربع السابقة خمس دقائق. إذا وصل القطار إلى قنا في تمام الساعة

العاشرة والنصف، فاحسب كسر زمن سير القطار إلى الزمن الكلى للرحلة.

(31) تستهلك ماكينة 960 مليلترًا من زيت الديزل في دقيقة و 20 ثانية. كم تستهلك في ساعة

ونصف؟

(32) يخطو رجل 92 خطوة في الدقيقة. كم يستغرق من الوقت ليقطع مسافة 4.6 كم إذا كانت

خطوته تساوى 75 سم؟

(33) تقطع سيارة مسافة 84 كم في الساعة. كم تقع في 25 دقيقة؟

(34) عمل ثابت في ثلاثة أماكن متعاقبة. كانت مدة عمله في الأول 8 أشهر، وفي الثانى

11 شهرًا وفي الثالث سنة وثلاثة أشهر. كم يكون ثابت قد عمل بالسنوات؟ وبالشهور؟

(35) تعرض دار من دور الخيالة (= السينما) فيلمين في برنامج واحد: الأول عن الخيال العلمى ويستغرق ساعة و 57 دقيقة، والثانى فيلم تاريخى يستغرق ساعتين و 18 دقيقة. ويتخلل عرض الفيلمين استراحة مدتها 10 دقائق. احسب كسر مجموع زمنى عرض الفيلمين إلى الزمن الكلى للبرنامج (= مجموع الزمنين + زمن الاستراحة).

(36) جوادان من أشهر الجياد فى التاريخ الحديث هما "إشادة"، "أمانة السر". فى سنة 1948 فاز "إشادة" بدرى (= سباق خيل) كنتاكى وذلك بزمن دقيقتين وخمس ثوان. وبعد خمس وعشرين سنة كسب "أمانة السر" الدرې نفسه بزمن دقيقة وتسع وخمسين ثانية. ما الفرق بين الزمنين؟

(37) فى سنة 1934 ولدت التوائم "ديون" الكندية، التى أصبحت مشهورة عالمياً، كأول توائم خمسة تبقى على قيد الحياة بعد اجتياز مرحلة الطفولة. وعند الميلاد كان وزن الأصغر 1 باوند وخمسة عشر أونس، بينما كان وزن الأكبر 3 باوند و 4 أونس. ما الفرق بين وزنيهما؟

(38) واحدة من أطوال النساء فى العالم كانت الأمريكية ساندى آلن التى كانت فى الثانية والعشرين من العمر حين كان طولها 91 بوصة. ما طولها بالأقدام؟

(39) كان تأميم قناة السويس فى 26 يوليو سنة 1956، ووقع العدوان الثلاثى الغاشم على مصر فى يوم 29 أكتوبر 1956. كم كان الفرق بالأيام بين التاريخين؟

(40) لقيت مصر هزيمة مهينة فى 5 يونيو 1967، لكنها استردت كرامتها فى 6 أكتوبر 1973. احسب الفرق بالأيام بين التاريخين.

(41) الرقم القياسى للبقاء تحت الماء دون تنفس، وبدون أية أجهزة خاصة مساعدة هو 823 ثانية. احسب هذه المدة بالدقائق والثوانى.

(42) فى مطبخك فتحة عرضها 35 بوصة. تريد أن تضع فيها ثلاثتك التى عرضها 3 أقدام. هل هذا ممكن؟

(43) واحد من أثقل المواليد فى التاريخ كان طفلاً إيطالياً وزنه عند الميلاد كان 360 أونس. احسب وزنه بالكيلو جرام.

- (44) يستطيع قطار أن يصعد جبلاً بسرعة 55 كم/ساعة. احسب هذه السرعة بالميل/ساعة.
- (45) تعتبر عربة مسافرين صغيرة إذا كانت المسافة بين العجلتين الأمامية والخلفية أصغر من 95 بوصة. احسب هذه المسافة بالأمتار.
- (46) في سنة 1989 سفح صهريج زيت في ألاسكا 10,000,000 جالون من الزيت. احسب هذه الكمية باللتر.
- (47) طول ضلع طوبة مربعة 75 مم. رصت 200 طوبة متجاورة على استقامة واحدة. احسب الطول الكلى بالستيمترات.
- (48) كانت المسافة بين أقصى الجناح الأيمن إلى أقصى الجناح الأيسر في طائر ما قبل التاريخ 8 أمتار. احسب هذه المسافة بالأقدام.
- (49) حد السرعة في مصر بالنسبة للسيارات الملاكى هو 100 كم/ساعة. احسب هذه السرعة بالميل/ساعة.
- (50) في معمل الفيزياء قيس طول ذراع البندول المتذبذب فكان 7.5 سم. احسب هذا الطول بالبوصات.
- (51) وفقاً لصحيفة طبية فإن الغذاء اليومي للمرء ينبغي أن يحتوى على 6,000 ملليجرام من الصوديوم. كم يكون ذلك بالجرام؟
- (52) في أى أولمبياد يكون سباق الـ 100 متر من المباريات الأساسية. كم يكون ذلك بالكيلومتر؟
- (53) إذا احتوى 200 جم من الشيكولاتة على 1,100 سعر حرارى، فكم يحتوى 1 كجم من الشيكولاتة نفسها من السعرات الحرارية؟
- (54) من المعلوم طبيًا أن دم البالغ يحتوى على 24 بليوناً من كرات الدم الحمراء. وعلى ملليمتر واحد تصطف 150 كرة دم حمراء على وجه التقريب.
- (أ) كم يبلغ بالكيلو متر طول شريط تصطف عليه 24 بليوناً من كرات الدم الحمراء؟
- (ب) كم مرة يلف هذا الشريط حول محيط الكرة الأرضية؟
- (1 بليون = 1,000 مليون ، محيط الكرة الأرضية = 40,000 كم)

(55) في سنة 1908 كان طول طريق الماراثون في سباق لندن الرياضي 26 ميلاً و 385 ياردة. احسب طول طريق الماراثون بالكيلومتر.

(56) استخدم الإغريق في القياس: القدم والقامة والمنصة. يبلغ القدم بمقياسنا الحالى حوالى 30.8 سم، بينما تبلغ القامة 6 أقدام، وتبلغ المنصة 100 قامة. ما نسبة المنصة إلى الكيلو متر؟

(57) المسافة من الأرض إلى القمر حوالى 384,000 كم. المسافة من القاهرة إلى أسوان حوالى 900 كم. بعد كم رحلة بالقطار ذهاباً وإياباً بين القاهرة وأسوان يكون القطار قد قطع مسافة تساوى المسافة بين الأرض والقمر؟

(58) في 22 ديسمبر تشرق الشمس في الساعة 8.35، وتغرب عند الساعة 16.27 في مدينة بوتروب. هذا هو أقصر يوم في السنة. كم يبلغ طوله؟ (المقصود بـ 8.35 الساعة الثامنة وخمس وثلاثين دقيقة. وبالمثل 16.24 هى الساعة الرابعة وأربع وعشرين دقيقة من بعد الظهر).

(59) في 12 أبريل سنة 1961 وعند الساعة 9.07 بتوقيت موسكو بدأ يورى جاجارين رحلته الشهيرة في الفضاء وعاد بعد 108 دقيقة. كم كانت الساعة عند عودته بتوقيت موسكو؟

(60) في 7 أبريل سنة 1909 كان روبرت إدوين بيرى أول من وصل إلى القطب الشمالى. وكان قد فارق كولومبيا قبل ذلك التاريخ بـ 28 يوماً. حدد اليوم الذى فارق فيه كولومبيا.

(61) تتكون السنة من 365 يوماً (أو 366 يوماً إذا كانت كبيسة). ما أقل عدد من أيام الخميس وما أكبر عدد من أيام الخميس يمكن أن يكونا في السنة؟

(إرشاد: عدد الأسابيع في السنة: $\frac{365}{7} = 52$ ويتبقى يوم أو $\frac{366}{7} = 52$ ويتبقى يومان.

حتى نحسب أكبر عدد من أيام الخميس ابدأ السنة بيوم الخميس وأكمل . . .)

(62) حوض غسيل به صنبوران أيمن وأيسر، تتساقط من كليهما قطرات من الماء. تسقط قطرة من الصنبور الأيسر كل 14 ثانية، وتسقط قطرة من الصنبور الأيمن كل 16 ثانية. وقد لاحظت الطفلة هنا أنه من حين إلى آخر تسقط القطرتان في الوقت نفسه.

(أ) ما طول الفترة الزمنية التي يحدث فيها هذا مرتين متتاليتين؟

(ب) كم يستغرق من الوقت حتى تسقط 3,000 قطرة من كلا الصنبورين في الحوض؟

حل جزئى: (ا) المضاعف المشترك الأصغر لـ (14 ، 16) = $2 \times 7 = 14$ ثانية

إذن تنزل القطرتان من الصنبورين فى الوقت نفسه فى كل مرة بعد = 112 ثانية

أى أن الفترة الزمنية التى يحدث فيها هذا مرتين متتاليتين = 112 دقيقة

(ب) بعد 112 ثانية يكون قد سقط من الصنبور الأيسر عدد من القطرات

$$= \frac{112}{14} = 8 \text{ قطرات}$$

ويكون قد سقط من الصنبور الأيمن عدد من القطرات = $\frac{112}{16} = 7$ قطرات

إذن بعد 112 ثانية يكون قد سقط من الصنبورين 15 قطرة، أكمل . . .

(63) بلغت الفتاتان هنا وجنا فى عام 2010 العاشرة من عمريهما. تدعى هنا أنه يوم عيد

ميلادها العاشر يكون عمرها 3,652 يومًا، بينما تدعى جنا أن يوم عيد ميلادها العاشر

يكون عمرها 3,653 يومًا. أى الفتاتين قولها صحيح؟ ولماذا؟

(إرشاد: ولدت الفتاتان سنة 2000، وهى سنة كبيسة أى عدد أيامها 366 يومًا، تليها

سنتان كبيستان: سنة 2004، سنة 2008، بينما $3,652 = 3,650 + 2$ يومًا

$= 365 \times 10 + 2$ يومًا = عشر سنوات ويومين

، $3,653 =$ عشر سنوات وثلاثة أيام، وأكمل . . .

(64) تتقدم ساعة توفيق كل دقيقة بمقدار 15 ثانية.

(ا) ما مبلغ ما تتقدمه ساعة توفيق بعد أسبوع، بعد شهر بالساعات؟

(ب) بعد كم من الأيام تشير ساعة توفيق إلى الوقت المضبوط؟ (ساعة توفيق لا تميز بين

أوقات ما قبل الظهر وما بعد الظهر)

(إرشاد: (ب) بعد يوم تكون ساعة توفيق قد تقدمت بـ $\frac{1}{4}$ يوم وأكمل . . .

(65) مجموعة أطباق تتكون من 6 وحدات. كل وحدة تزيد عن الوحدة الأصغر مباشرة بـ 120

جرامًا. إذا كانت المجموعة كلها وزن 3.6 كجم، فما وزن كل وحدة؟

حل جزئى: ليكن وزن الطبق الأقل وزنًا هو س جرامًا. ويكون لدينا

$$س + (س + 120) + (س + 240) + (س + 360) + (س + 480) + (س + 600)$$

$= 3,600$ ، وأكمل . . .

(66) عند الطفلة هنا مجموعتان من القضبان الخشبية. طول القضيب من المجموعة الأولى 7 سم، وطول القضيب من المجموعة الثانية 4 سم. وضح كيف يمكن للطفلة هنا أن تقيس الأطوال الآتية:

(أ) 22 سم. (ب) 23 سم. (ج) 20 سم. (د) 1 سم.

(67) الزمن من اكتمال القمر إلى اكتمال القمر أى من بدر إلى بدر هو 2,551,443 ثانية. احسب هذا الزمن بالأيام والساعات والدقائق والثواني.

(إرشاد: اقسم 2,551,443 على $24 \times 60 \times 60$ (عدد الثواني في يوم واحد. خارج القسمة هو عدد الأيام باقى القسمة هو كسر يوم بالثواني. اقسم باقى القسمة هذا على 60×60 تحصل على الساعات. باقى القسمة كسر ساعة بالثواني. اقسم باقى القسمة الأخير على 60 تحصل على الدقائق. باقى القسمة هو الثواني المتبقية).

(68) تتألف السنة البسيطة (غير الكبيسة) من 365 يومًا، بينما تتألف السنة الكبيسة من 366 يومًا. السنة المتوسطة تتألف من 365 يومًا و 5 ساعات و 48 دقيقة و 46 ثانية. كم عدد الساعات التي تحتويها:

(أ) السنة الكبيسة. (ب) السنة البسيطة (غير الكبيسة) (ج) السنة المتوسطة.

(69) بين المد والجزر في البحر فترة زمنية قدرها 12 ساعة، و 25 دقيقة. كم مرة يحدث هذا التبادل بين المد والجزر في سنة بسيطة (365 يومًا)؟

(70) احسب أعمار هؤلاء الرياضيين المشاهير: (مكتوب تاريخ الميلاد وتاريخ الوفاة)

(أ) كانتور: 1845 - 3 - 3 إلى 1918 - 1 - 6
 (ب) جاوس: 1777 - 4 - 30 إلى 1855 - 2 - 23
 (ج) أويلر: 1707 - 4 - 15 إلى 1783 - 9 - 18
 (د) هيلبرت: 1862 - 1 - 23 إلى 1943 - 2 - 14
 (هـ) ليبنتس: 1646 - 7 - 1 إلى 1716 - 11 - 14
 (و) فون نويمان: 1903 - 12 - 28 إلى 1957 - 2 - 8

(71) يزن كابل كهرباء طوله 2 م مع قفّيش نقل التيار الكهربى (كوبس) وقارئة كهربية 285 جراماً. ووزن كابل من النوع نفسه طوله 3 م مع قفّيش وقارئة من النوعين نفسيهما 340 جراماً. احسب وزن:

(أ) كابل طوله 5 أمتار مع القفّيش والقارئة نفسيهما.

(ب) كابل طوله 10 أمتار مع القفّيش والقارئة نفسيهما.

حل جزئى: ليكن وزن متر واحد من الكابل س، ووزن القفّيش والقارئة ص ، لدينا:

$$\begin{aligned} 2س + ص &= 285 \\ 3س + ص &= 340 \end{aligned}$$

س = 55 جراماً ، وأكمل ...

(72) رأت أيتن الديزل يتحرك. وعدت العربات بين القوتين المحركتين الأمامية والخلفية القاطرتين فوجدتها 13 عربة. وقدرت طول القطار كاملاً بـ 400 متر. ولقد أعطى الفنيون البيانات الآتية:

طول قوة التحريك (القاطرة) الواحدة = 20,560 مم.

طول عربة واحدة = 26,400 مم.

احسب الطول الحقيقى للقطار. كم متراً كان خطأ تقدير أيتن؟

(73) تجولت الطفلة جنا مع أمها السيدة/ أيتن. خطوة أيتن يبلغ طولها فى المتوسط 70 سم. وحتى وصولهما إلى الهدف كانت أيتن قد اتخذت 4,800 خطوة.

(أ) كم كان طول التجول بالكيلومتر؟

(ب) إذا كانت جنا قد احتاجت إلى 5,600 خطوة حتى تسير مع أمها إلى الهدف، فكم كان طول خطوتها؟

(74) يتكون منزل من 8 طوابق. ارتفاع كل طابق 3.60 م.

(أ) ما ارتفاع المنزل؟

(ب) كم عدد الدرجات من الطابق الأول إلى سطح المنزل إذا كان ارتفاع الدرجة (السلمة) 18 سم؟

(75) لدى هنا أقلام جافة طول القلم 17.5 سم وسمكه 7 مم.

(أ) لديها علبة عرضها 8.5 سم. كم قلماً تتسع لها العلبة إذا وضعت الأقلام متجاورة؟

(ب) إذا كان عليها أن تضع 12 قلماً متجاورين فكم يكون طول العلبة وعرضها التي تضع فيها الأقلام؟

(ح) كم عدد الأقلام التي إذا وضعت بحيث تكون سلسلة يكون طول السلسلة متراً على الأقل؟

(76) إذا كان مقياس الرسم لخريطة 1 : 1,000,000. هذا يعنى أن 1 مم على الخارطة يناظر في الطبيعة 1,000,000 مم. أى 1 كم.

(أ) على هذه الخارطة كانت هناك أطوال قطع مستقيمة كالآتى:

9 مم ، 2 سم ، 3.5 سم ، 4 دسم ، 1 سم و 8 مم ، 2.25 دسم ، 3.05 دسم ، $\frac{1}{2}$ سم. ما أطوال هذه القطع المستقيمة فى الطبيعة؟

(ب) كم تكون أطوال هذه المسافات الحقيقية على الخارطة:

7 كم ، 20 كم ، 50,000 م ، 105 كم ، 180,000 م ؟

(77) يسافر السيد/ أمين من طنطا حيث يسكن إلى القاهرة حيث يعمل فيقطع مسافة 84 كم، وذلك بالقطار.

(أ) كم يقطع السيد/ أمين من مسافة بالكيلومترات فى الشهر إذا كان يعمل فى الشهر 22 يوماً؟

(ب) بعد كم من الأيام يكون قد قطع مسافة 1,000 كم على الأقل؟

(78) (أ) ملأ تاجر عدة عبوات من الشاي، وزن كل عبوة 75 جم، ووزن الشاي المعبأ 6 كجم. كم عدد العبوات؟

(ب) إذا كان عدد العبوات 190 عبوة، ووزن العبوة 75 جم، فكم يكون وزن الشاي؟

(ح) يجب ملء 160 عبوة بـ 40 كجم. كم يكون وزن العبوة؟

(79) أنتجت شركة نظارات فى سنة 17,850 نظارة مكبرة. كان وزن النظارة المكبرة بدون وزن الغلاف 824 جم، ووزنها مع الغلاف 1,260 جم. كم يكون وزن س من الأغلفة؟

(80) بائع طيور لديه دجاجات أوزانها هي:

1.020 كجم ، 0.995 كجم ، 1.035 كجم ، 0.992 كجم ، 1.048 كجم ،
1,200 جم ، 1,500 جم.

(أ) احسب متوسط وزن الدجاج.

(ب) احسب الفرق بين وزن كل دجاجة وبين متوسط وزن الدجاج.

(81) ماكينة حفر لاستخراج الفحم تستخرج 1.25 طن من الفحم في الثانية، وتعمل 8 ساعات

يوميًا. وينقل الفحم بعربات السكك الحديدية، طول كل عربة 14 مترًا، وتحمل 50 طنًا.

(أ) ما طول القطار (بدون حساب طول القاطرة المحركة) الذي ينقل الفحم المستخرج يوميًا؟

(ب) كم عدد القطارات التي طول كل منها 300 متر اللازمة لنقل الفحم المستخرج

يوميًا؟ احسب طول القاطرة 20 مترًا

في أية فترة زمنية يجب أن يغادر مثل هذا القطار (خلال 8 ساعات)؟

حل جزئي: (أ) وزن الفحم المستخرج = $1.25 \times 3,600 \times 8 = 36,000$ طن

(3,600 هو عدد الثواني في الساعة الواحدة، كما نعلم)

عدد العربات اللازمة لنقل هذا الفحم = $\frac{36,000}{50} = \dots$ عربة

طول القطار (بدون القاطرة) = $\dots \times 14$ مترًا

(ب) طول القطار (بدون القاطرة) = $300 - 20 = 280$ مترًا.

عدد القطارات اللازمة لنقل الفحم = $\frac{14 \times \dots}{280} = \dots$ قطارًا

الفترة الزمنية بين كل قطار وآخر لنقل الفحم خلال 8 ساعات.

$$\text{دقيقة} \frac{60 \times 8 \times 280}{14 \times \dots} = \frac{60 \times 8}{14 \times \dots} = \frac{280}{280}$$

(82) (أ) تحركت الفتاة/ ليلي بدراجتها، فأدارت البديل 325 دورة. إذا كانت دورة البديل

الواحدة تحرك الدراجة مسافة 5.2 مترًا، فكم تكون ليلي قد تحركت بالدراجة؟

(ب) كم يلزم الفتاة/ ليلي أن تدير البديل عددًا من المرات حتى تتحرك 1 كم إذا كانت

دورة البديل الواحدة تنقل الدراجة مسافة 5 أمتار؟

(83) تزن بكرة خيط 12 جرامًا، وتحتوى على 200 متر من الخيط

(أ) كم يكون وزن 1 متر من الخيط؟

(ب) كم يكون طول الخيط المتبقى على البكرة إذا أصبح وزنها 9.6 جرام؟

حل جزئى: طول خيط وزنه 1 جرام = $\frac{200}{12}$ مترًا

طول خيط وزنه 9.6 جرام = $9.6 \times \frac{200}{12} = 0.8 \times 200 = 160$ مترًا

(84) يقطع الضوء حوالى 30,000 كم فى الثانية. تبعد الشمس عنا نحو 150 مليون كيلو متر.

(أ) ما الزمن الذى يحتاجه الضوء حتى يصل إلينا من الشمس؟ (الإجابة بالدقائق والثوانى).

(ب) من نجم ثابت تالٍ يحتاج الضوء إلى 1,563 يومًا. كم يبعد هذا النجم عنا بالكيلومترات؟

(85) سرعة الصوت حوالى 330 مترًا فى الثانية. وفى وادٍ ملىء بالجبال تأكدت مجموعة من

الجوالة أن صدى من حائط صخرى لنداء، وكان هذا بعد نحو 3 ثوانٍ من النداء.

(أ) كم كان يبعد الحائط الصخرى عن مجموعة الجوالة؟

(ب) كم كان على المجموعة أن تقترب حتى تسمع صدى الصوت من الحائط الصخرى

بعد ثانيتين؟

(86) تقطع دودة مسافة 80 سم فى الدقيقة، ويقطع حيوان كسول مترين فى الدقيقة، وتقطع

ضفدع كبيرة 4.5 مترًا فى الدقيقة. كم يحتاج كل من

(أ) الدودة. (ب) الحيوان الكسول. (ج) الضفدع الكبيرة.

من الزمن لقطع مسافة 36 مترًا؟

(87) بدأت مباراة للتنس فى ملبورن بأستراليا فى تمام الساعة 16 و 20 دقيقة بتوقيت شرق

أستراليا. وقد نقلت هذه المباراة بالتلفزيون وكانت قد انتهت فى الساعة 10 و 10 دقائق

حسب توقيت وسط أوروبا. وتسبق الساعات فى ملبورن الساعات فى وسط أوروبا بـ 9

ساعات.

(أ) متى بدأت المباراة فى ملبورن حسب توقيت وسط أوروبا؟

(ب) متى انتهت المباراة حسب توقيت شرق أستراليا؟

(ح) كم استغرقت المباراة من الوقت؟

حل جزئى: (أ) بدأت المباراة حسب توقيت وسط أوروبا فى الساعة:

$$16 \text{ و } 20 \text{ دقيقة} - 9 \text{ ساعات} = 7 \text{ و } 20 \text{ دقيقة}$$

(ب) انتهت المباراة حسب توقيت شرق أستراليا الساعة:

$$10 \text{ وعشر دقائق} + 9 \text{ ساعات} = 19 \text{ و } 10 \text{ دقائق}$$

(88) قبلت شركة إعلانات تكليفاً بعرض ثلاث إعلانات فى التلفزيون. يستغرق الإعلان

الأول 15 ثانية، والإعلان الثانى 23 ثانية، والإعلان الثالث 12 ثانية.

(أ) يعرض الإعلان الأول 25 مرة، والإعلان الثانى 15 مرة، والإعلان الثالث 40 مرة.

كم دقيقة تستغرقها الإعلانات الثلاثة مجتمعة؟

(ب) إذا كان الزمن الكلى للإعلانات هو كما فى (أ)، فكم مرة يعرض كل إعلان بحيث

تكون الإعلانات الثلاثة لها عدد مرات العرض نفسه؟

حل جزئى: (أ) تستغرق الإعلانات الثلاثة من الوقت عدداً من الثوانى:

$$40 \times 12 + 15 \times 23 + 25 \times 15 =$$

$$= 375 + 345 + 480 = 1,200 \text{ ثانية} = \frac{1,200}{60} = 20 \text{ دقيقة}$$

(ب) ليكن عدد مرات عرض أى إعلان من الثلاثة = س

$$\Leftarrow 15 \text{ س} + 23 \text{ س} + 12 \text{ س} = 1,200 \text{ ثانية}$$

$$\Leftarrow 50 \text{ س} = 1,200 \Leftarrow \text{س} = \frac{1,200}{50} = 24 \text{ مرة}$$

(89) تحضر نحلة واحدة من رحلة واحدة حوالى 50 ملليجرام من الرحيق، ومن هذه الكمية

من الرحيق ينتج 20 ملليجرام من عسل النحل. و 15,000 نحلة تجمع فى يوم 3 كجم

من العسل.

(أ) كم رحلة تلزم لإحضار الرحيق لعمل هذه الكمية من عسل النحل؟

(ب) كم مرة ينبغى لكل نحلة أن تطير لهذا الهدف؟

(90) يكون عدد مرات الشهيق والزفير في المتوسط للشخص البالغ 15 مرة في الدقيقة.

(أ) كم يستغرق بالثواني شهيق وزفير متتاليان؟

(ب) كم عدد مرات شهيق وزفير متتاليين التي تستغرق ساعة؟

(ح) كم عدد مرات شهيق وزفير متتالين في سنة؟

حل جزئي: (أ) يستغرق شهيق وزفير متتاليان زمنًا قدره $\frac{60}{15} = 4$ ثواني

(ب) عدد مرات شهيق وزفير متتالين في ساعة = $60 \times 15 = 900$ مرة .

(91) يبلغ وزن بيض الحمام بالتقريب نصف وزن بيض الدجاج. وبيضه النعامة وزنها 29

وزن بيضة الدجاجة. وزن بيضة النعامة 1.74 كجم.

(أ) كم عدد بيض الحمام الذي يكون وزنه مساويًا وزن بيضة النعامة؟

(ب) ما وزن بيضة الحمامة؟

حل جزئي: وزن بيضة الحمامة = $\frac{1,740}{29 \times 2} = \dots$ جرامًا ... وأكمل ...

(92) يدور مسار التمرين كما حدده الاتحاد في رياضة الدراجات ثلاث مرات حول بقعة

معينة. كان طول المسار الأول 5.2 كم ، والثاني 3 كم ، والثالث 4.3 كم.

(أ) ما مجموع الأطوال التي تكون المسار؟

(ب) كم يقطع التمرن من كيلومترات إذا طلب منه أن يدور مع المسار ست مرات؟

(ح) إذا كان المطلوب من המתازين أن يقطعوا 150 كم ، فكم مرة يلزمهم الدوران مع

المسار؟

(93) حتى تذهب ليلى إلى كليتها فإنها تسير في الطريق 7 دقائق حتى تبلغ محطة مترو الأنفاق.

ويستغرق مترو الأنفاق حوال 23 دقيقة حتى يصل إلى محطة كليتها. ثم تسير نحو 5 دقائق

حتى تبلغ الكلية. وهى تذهب إلى الكلية 197 يومًا في السنة على وجه التقريب.

(أ) كم تستغرق ليلى من الوقت كل يوم لكي تنتظم في كليتها؟

(ب) كم تستغرق من الوقت طوال العام كي تواظب على الحضور في كليتها؟

(94) تقع محطة مدينة دمنهور عند الكيلو 145 على طريق السكة الحديد، بينما تقع محطة سيدى جابر (الإسكندرية) عند الكيلو 202. كان الطالب النجيب أحمد حسن دياب يسكن فى دمنهور ويسافر ستة أيام من كل أسبوع إلى الإسكندرية يدارس الهندسة بجامعةها.

(أ) بعد كم رحلة بالقطار يكون أحمد قد قطع مسافة 1,000 كم؟

(ب) إذا كانت السرعة المتوسطة للقطار ما بين دمنهور والإسكندرية تبلغ نحو 80 كم/ساعة،

فكم تستغرق رحلة القطار من دمنهور إلى سيدى جابر؟

(95) إليك أسماء طائفة من أعلام العرب والمسلمين القدامى: علماء ولغويين ونحاة ونقاد وشعراء وكتاب. تجد قرين اسم كل منهم تاريخى ميلاده ووفاته المرجحين (للميلاد). احسب أعمار كل منهم ومتوسط أعمارهم:

(أ) الفارابى (878 - 950) (ب) ابن سينا (980 - 1037)

(ح) الحسن بن الهيثم (965 - 1039) (د) الكندى (796 - 873)

(هـ) البيرونى (973 - 1048) (و) الخوارزمى (780 - 850)

(ز) الطوسى (1201 - 1274) (ح) عمر الخيام (1048 - 1122)

(ط) أبو الفتح موسى بن يونس (1156 - 1242) (ى) الخليل بن أحمد (718 - 791)

(ك) سيبويه (760 - 793) (ل) ابن جنى (942 - 1002)

(م) ابن سيده (1007 - 1066) (هـ) الثعالبي (961 - 1038)

(س) ابن منظور (1232 - 1311) (ع) الأصمعى (740 - 828)

(ف) أبو الطيب المتنبي (915 - 965) (ص) أبو العلاء المعرى (973 - 1057)

(ق) ابن الرومى (836 - 896) (ر) الشريف الرضى (970 - 1026)

(ش) أبو فراس الحمدانى (932 - 968) (ت) الفرزدق (640 - 730)

(ث) البحترى (821 - 897) (خ) ليلى (560 - 661)

(ذ) زهير بن أبى سلمى (520 - 609) (ض) ابن زيدون (1003 - 1071)

(ظ) ابن هانئ الأندلسى (938 - 973) (غ) الصاحب بن عباد (938 - 995)

مبادئ الهندسة الأولية

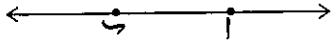
الهندسة هي العلم الذى يتعلق بمفاهيم مثل النقطة، والخط المستقيم، والزاوية، والمحيط، والمساحة، والحجم.

1- تعاريف

(أ) النقطة: هي موقع في الفراغ ليس له "أبعاد"

مثال: أ. (اقرأ: النقطة أ)

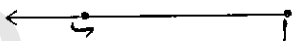
(ب) الخط المستقيم: هو تجمع من النقط على طول "مسار بلا انحناءات" ممتد إلى ما لانهاية من الطرفين.

مثال:  (اقرأ: الخط أ) ونكتب كالاتى: $\overleftrightarrow{أ}$

(ج) القطعة المستقيمة: هي جزء من خط مستقيم، لها نقطتا نهاية.

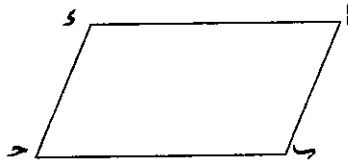
مثال:  (اقرأ: القطعة المستقيمة أ ب) ونكتب كالاتى: $\overline{أ ب}$

(د) الشعاع: هو جزء من خط مستقيم، له نقطة نهاية واحدة.

مثال:  (اقرأ: الشعاع أ ب) ونكتب كالاتى: $\overrightarrow{أ ب}$
(نقطة النهاية هي دائماً الحرف الأول من جهة اليمين)

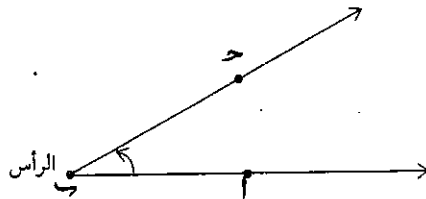
(هـ) المستوى: هو سطح منبسط يمتد إلى ما لا نهاية من جميع الاتجاهات.

مثال: المستوى أ ب ج د



(و) الزاوية: تتكون من شعاعين لهما نقطة نهاية مشتركة، تسمى رأس الزاوية.

مثال:

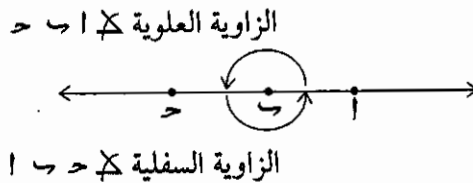


✗ ا ب ح . (اقرأ: الزاوية ا ب ح). الرأس دائماً هو الحرف الأوسط. وأحياناً نكتب ✗ ب للتعبير عن الزاوية ا ب ح ، بشرط ألا يكون هناك لبس. وتقاس الزاوية بالدرجة (°)

2- تعاريف

• الزاوية المستقيمة: هي الزاوية التي قياسها 180° .

مثال:



✗ ا ب ح زاوية مستقيمة ، وكذلك ✗ ح ب ا زاوية مستقيمة

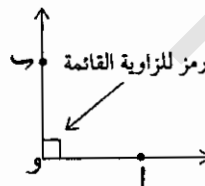
والآن قياس الزاوية المستقيمة العلوية $= 180^\circ$ = قياس الزاوية المستقيمة السفلية.

⇐ مجموع قياسى الزاويتين ا ب ح ، العلوية ، ح ب ا السفلية $= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.

وهكذا يكون مجموع قياسات الزوايا حول أى نقطة $= 360^\circ$

• الزاوية القائمة: هي زاوية قياسها 90° .

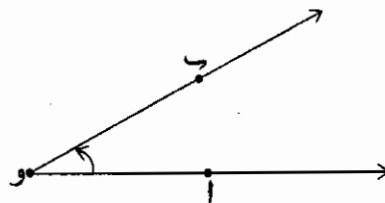
مثال:



✗ ا و ب زاوية قائمة

• الزاوية الحادة: هي زاوية قياسها أصغر من 90° .

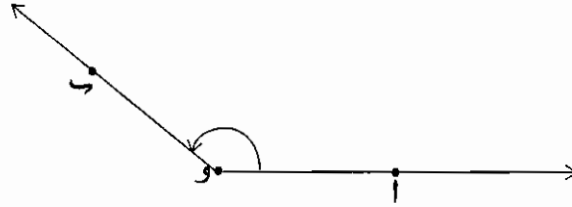
مثال:



✗ ا و ب زاوية حادة

• الزاوية المنفرجة: هي زاوية قياسها أكبر من 90° وأصغر من 180° .

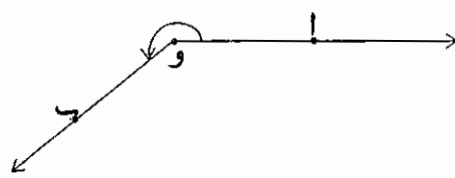
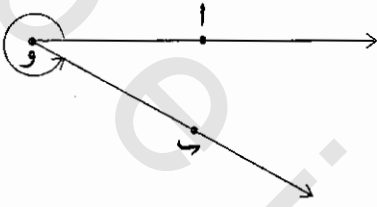
مثال :



ا و ب زاوية منفرجة

• الزاوية المنعكسة: هي زاوية قياسها أكبر من 180° وأصغر من 360° .

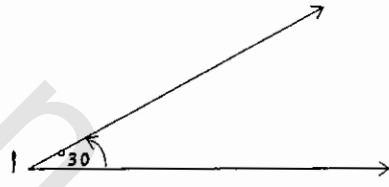
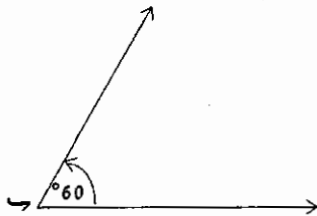
مثال :



ا و ب زاوية منعكسة

• الزاويتان المتتامتان: هما زاويتان مجموع قياسيهما $= 90^\circ$.

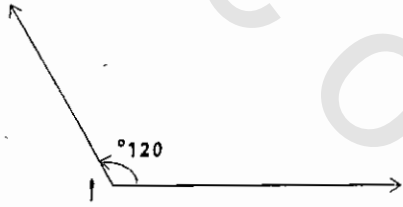
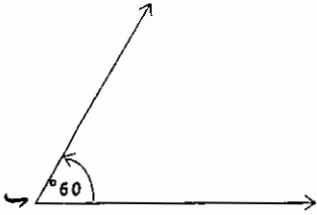
مثال :



قياس (ا) + قياس (ب) $= 90^\circ = 60^\circ + 30^\circ$

• الزاويتان المتكاملتان: هما زاويتان مجموع قياسيهما $= 180^\circ$.

مثال :

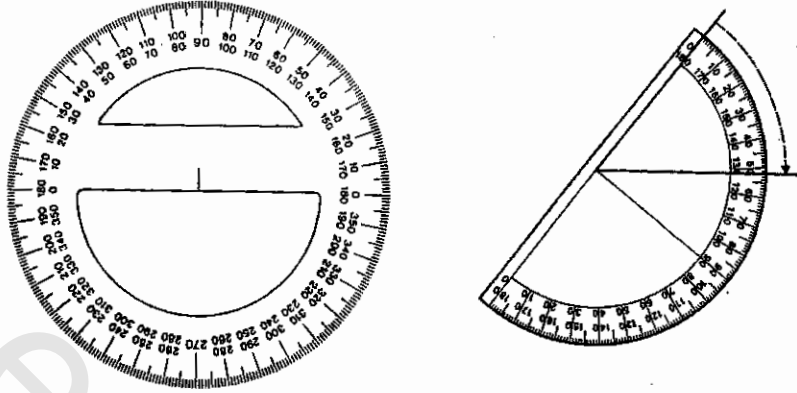


قياس (ا) + قياس (ب) $= 180^\circ = 60^\circ + 120^\circ$

• ملحوظة: لاحظ أن اتجاه السهم المعين لقياس الزاوية يكون دائماً في عكس اتجاه دوران عقارب الساعة.

3- قياس الزوايا

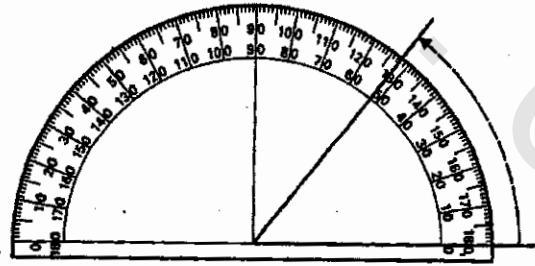
تستخدم المنقلة لتعيين قياس الزوايا، وذلك بالدرجات. وهناك نوعان من المناقل: النوع نصف الدائري والنوع الدائري. والنوعان موضحان في الشكلين أدناه:



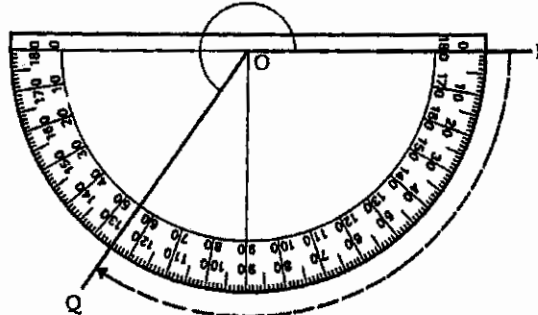
ولتعيين قياس زاوية: ضع المنقلة على الزاوية بحيث يكون مركزها بالضبط عند رأس الزاوية و، وتكون حافة المنقلة المستقيمة على طول أحد ضلعي الزاوية. احسب الدرجات من هذا الضلع إلى الضلع الآخر.

لاحظ أن معظم المناقل لها صفان من الأعداد. ذلك أنه من الممكن أن تقيس الزوايا عكس دوران عقارب الساعة، وهذا هو المعتمد، أو مع دوران عقارب الساعة وهذا يمكننا دائماً الاستغناء عنه. وإذا ذكرت زاوية a و b مثلاً فإننا - حسب الاصطلاح دائماً - نتحرك من a إلى b في عكس اتجاه دوران عقارب الساعة.

مثال: قياس الزاوية في الشكل أدناه هو 52°



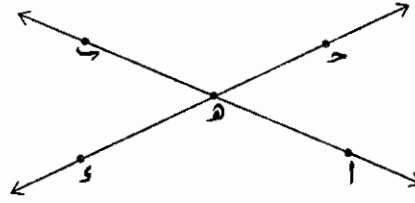
مثال: قياس الزاوية في الشكل أدناه هو $235^\circ = 180^\circ + 55^\circ$



4- تعاريف

• الخطان المستقيمان المتقاطعان: هما خطان بينهما نقطة مشتركة.

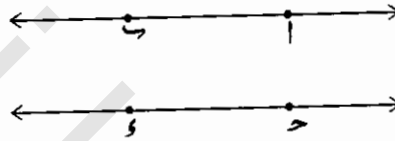
مثال :



$\overleftrightarrow{AB}$ يتقاطع مع $\overleftrightarrow{CD}$ في النقطة هـ

• الخطان المستقيمان المتوازيان: هما خطان يقعان في المستوى نفسه، ولا يلتقيان.

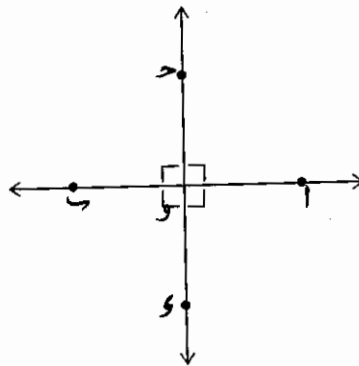
مثال :



اقرأ: $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ، ويعبر عن هذا بالكتابة: $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

• الخطان المستقيمان المتعامدان: هما خطان متقاطعان، يكونان أربع زوايا، قياس كل زاوية 90° ، أى يكونان أربع زوايا "قوائم". (يقال للزاوية التي قياسها 90° إنها زاوية قائمة).

مثال :



$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ ، ونكتب $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$

الزوايا $\angle AOC$ ، $\angle COB$ ، $\angle BOD$ ، $\angle DOA$ قوائم

5- أمثلة

مثال 1: ليكن لدينا $\angle 1$ ، $\angle 2$. إذا كان قياس الزاوية $\angle 1 = 30^\circ$ ، فما قياس الزاوية $\angle 2$ ؟ إذا كان:

(أ) الزاويتان $\angle 1$ ، $\angle 2$ متتامتين.

(ب) الزاويتان $\angle 1$ ، $\angle 2$ متكاملتين.

الحل: (أ) لأن الزاويتين $\angle 1$ ، $\angle 2$ متتامتان يكون:

$$\text{قياس } (\angle 1) + \text{قياس } (\angle 2) = 90^\circ$$

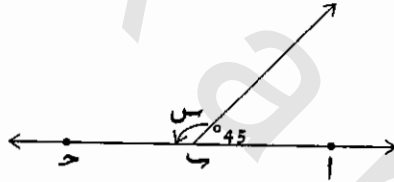
$$\Leftrightarrow \text{قياس } (\angle 2) = 90^\circ - \text{قياس } (\angle 1) = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

(ب) لأن الزاويتين $\angle 1$ ، $\angle 2$ متكاملتان يكون:

$$\text{قياس } (\angle 1) + \text{قياس } (\angle 2) = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow \text{قياس } (\angle 2) = 180^\circ - \text{قياس } (\angle 1) = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

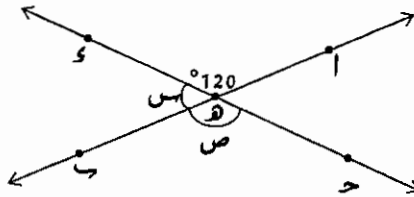
مثال 2: في الشكل الآتي: $\angle 1$ و $\angle 2$ زاوية مستقيمة أوجد $\angle 3$



الحل: لأن الزاوية $\angle 1$ و $\angle 2$ مستقيمة يكون: $180^\circ = \angle 3 + 45^\circ$

$$\Leftrightarrow \angle 3 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

مثال 3: في الشكل الآتي:



أوجد قيمتي $\angle س$ ، $\angle ح$

الحل: الزاوية $\angle ا$ و $\angle هـ$ زاوية مستقيمة وبالتالي فإن:

$$180^\circ = \angle س + 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow \angle س = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

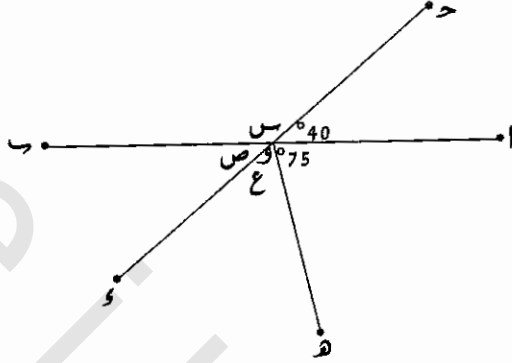
والآن الزاوية و ه ح زاوية مستقيمة، ومن ثم فإن:

$$س + ص = 180^\circ$$

$$\text{أى أن: } 180^\circ = ص + 60^\circ$$

$$\Leftarrow ص = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

مثال 4: احسب قياسات الزوايا س، ص، ع، حيث ا و ب، ح و د قطعتان مستقيمتان:



الحل: ا و ب قطعة مستقيمة، وبالتالي فإن ا و ب زاوية مستقيمة وبهذا يكون:

$$س + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow س = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

والآن ح و د قطعة مستقيمة، ومن ثم فإن:

$$س + ص = 180^\circ$$

$$\Leftarrow 180^\circ = ص + 140^\circ$$

$$\Leftarrow ص = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

والآن مرة أخرى ا و ب قطعة مستقيمة، فيكون:

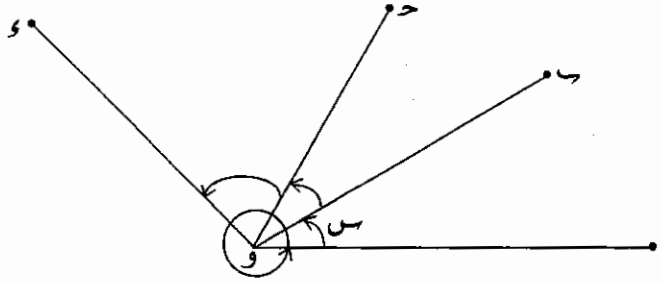
$$ص + ع + 75^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow 180^\circ = 75^\circ + ع + 40^\circ$$

$$\Leftarrow ع = 180^\circ - 75^\circ - 40^\circ = 65^\circ$$

• ملحوظة: يقال إن الزاويتين ا و ح، ب و د متقابلتان بالرأس، وكما هو واضح فكل زاويتين متقابلتين بالرأس يكون لهما قياسان متساويان. لاحظ كذلك أن الزاويتين ح و ب، د و ا متقابلتان بالرأس.

مثال 5:



في الشكل أعلاه قياس الزاوية ا و ب هو س ، قياس الزاوية ب و ح = $\frac{2}{3}$ س ،
 قياس الزاوية ح و د = $\frac{4}{3}$ س ، قياس الزاوية د و هـ = 5 س . احسب س

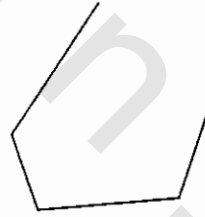
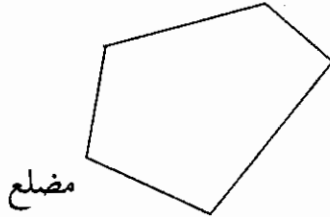
الحل: مجموع قياسات الزوايا حول أية نقطة = 360° ومن ثم فإن:

$$س + \frac{2}{3}س + \frac{4}{3}س + 5س = 360^\circ$$

$$\Leftarrow 8س = 360^\circ \Leftarrow س = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

6- الأشكال الهندسية الأساسية

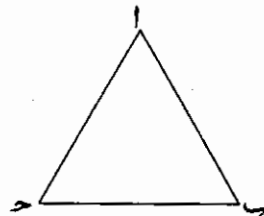
(1) المضلع: هو شكل مستوي مغلق يتكون من مجموعة من القطع المستقيمة، وتسمى كل قطعة ضلعًا في المضلع.



غير مغلق وبالتالي
فإنه ليس مضلعًا

• حالات خاصة:

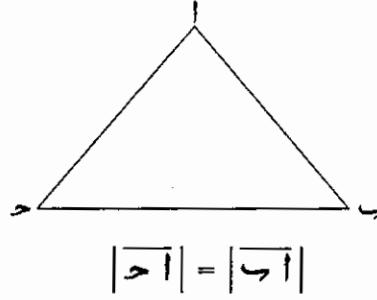
(أ) إذا كان عدد القطع المستقيمة المكونة للمضلع 3 فإنه يقال للشكل إنه: مثلث. ونشير إلى المثلث ا ب ح بالرمز Δ ا ب ح ، ويقال إن ا ، ب ، ح هي رؤوس Δ ا ب ح .
 • ويقال للمثلث ا ب ح إنه متساوي الأضلاع إذا كانت أطوال أضلاعه الثلاثة متساوية.



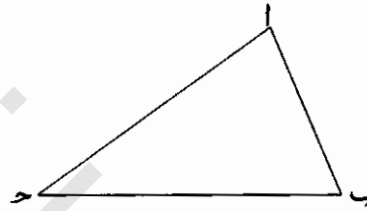
أي إذا كان: $|\overline{ا ب}| = |\overline{ا ح}| = |\overline{ب ح}|$

$$|\overline{ا ب}| = |\overline{ا ح}| = |\overline{ب ح}|$$

• ويقال إنه متساوي الساقين إذا تساوى فيه طولاً ضلعين.

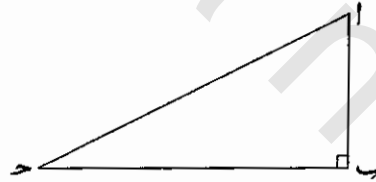


• ويقال للمثلث إنه حاد الزوايا إذا كانت كل زواياه حادة، أى أن قياساتها جميعاً أصغر من 90° .



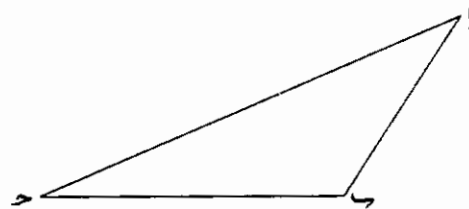
$\angle A$ ، $\angle B$ ، $\angle C$ كلها حادة.

• ويقال للمثلث إنه قائم الزاوية إذا كانت إحدى زواياه قائمة أى أن: قياسها 90° .



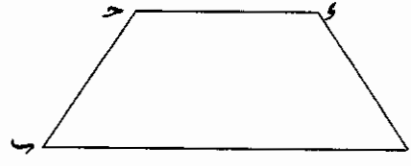
هذا مثلث قائم الزاوية فى $\angle B$.

• ويقال للمثلث إنه منفرج الزاوية إذا كانت إحدى زواياه منفرجة، أى أن قياسها أكبر من 90° (بالطبع وأصغر من 180°).



هذا مثلث منفرج الزاوية فى $\angle B$.

(ب) إذا كان المضلع مكوناً من أربعة أضلاع، وكان اثنان منها فقط متوازيين، فيقال للشكل إنه شبه منحرف.



شبه منحرف فيه $\overline{ا ب} \parallel \overline{و ح}$

(ح) إذا كان كل ضلعين "متقابلين" متوازيين، فيقال إن الشكل متوازي أضلاع. وسنعلم في مرحلة تالية أنه في متوازي الأضلاع يكون طولاً كل ضلعين متوازيين متساويين، ويكون قياساً كل زاويتين "متقابلتين" متساويين.



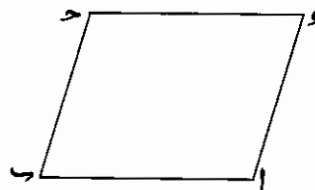
$$\begin{aligned} \overline{ا ب} &= \overline{و ح} \quad \text{لأن } \overline{ا ب} \parallel \overline{و ح}, \\ \overline{ا و} &= \overline{ب ح} \quad \text{لأن } \overline{ا و} \parallel \overline{ب ح} \end{aligned}$$

كذلك فإن:

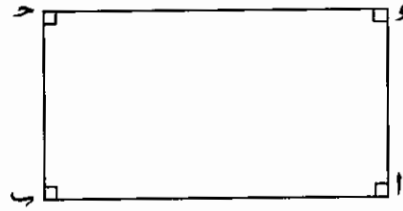
$$\text{قياس } (\angle ا) = \text{قياس } (\angle ح)$$

$$\text{قياس } (\angle ب) = \text{قياس } (\angle و)$$

(و) المعين: هو متوازي أضلاع، أطوال أضلاعه متساوية.

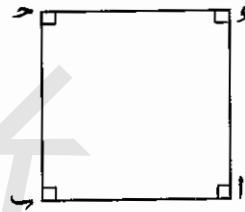


(هـ) إذا كان الشكل متوازي أضلاع، وكانت إحدى زواياه قائمة (وبالتالي ستكون جميع زواياه قوائم) فإنه يقال إن الشكل مستطيل. (أي أن المستطيل حالة خاصة من متوازي أضلاع).



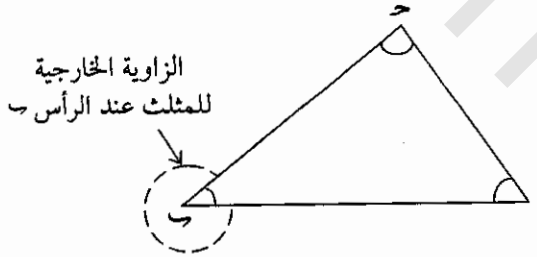
ويقال إن $|\overline{ab}|$ أى طول الضلع (القطعة المستقيمة) ab هو طول المستطيل،
بينما $|\overline{bc}|$ أى طول الضلع (القطعة المستقيمة) bc هو عرض المستطيل.
قياس $(\angle a) = \text{قياس } (\angle b) = \text{قياس } (\angle c) = \text{قياس } (\angle d) = 90^\circ$.

(و) إذا كانت أطوال أضلاع مستطيل كلها متساوية فإنه يقال إن الشكل مربع. (أى أن المربع حالة خاصة من المستطيل، وبالتالي فإنه يكون حالة خاصة من متوازى الأضلاع).



$$|\overline{ab}| = |\overline{bc}| = |\overline{cd}| = |\overline{da}|$$

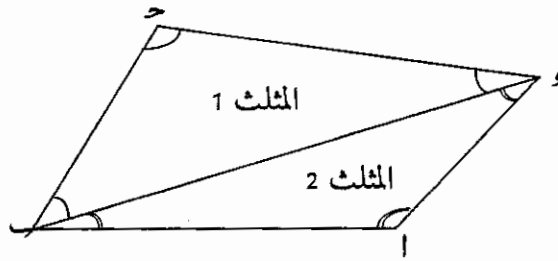
• ملحوظة: مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأى مثلث $= 180^\circ$.



$$\text{قياس } (\angle a) + \text{قياس } (\angle b) + \text{قياس } (\angle c) = 180^\circ$$

ونلاحظ أننا قلنا "الداخلية"، لأن لكل مثلث ثلاث زوايا خارجية كذلك. وفي الشكل موضح الزاوية الخارجية للمثلث عند الرأس a .

والآن يمكننا أن نستنتج أنه فى أى شكل رباعى يكون مجموع قياسات زواياه الأربع الداخلية هو 360° ، وذلك بأن نقسم الشكل الرباعى إلى مثلثين، فيكون مجموع زوايا كل مثلث منهما الداخلية هو 180° .



مجموع قياسات زوايا المثلث ا ب د

$$(1) \dots\dots\dots = \text{قياس } (\angle \text{ا}) + \text{قياس } (\angle \text{ب}) + \text{قياس } (\angle \text{د}) = 180^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث ب ج د

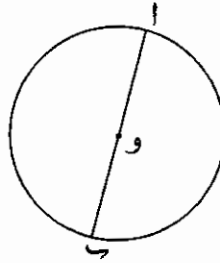
$$(2) \dots\dots\dots = \text{قياس } (\angle \text{ب}) + \text{قياس } (\angle \text{ج}) + \text{قياس } (\angle \text{د}) = 180^\circ$$

بجمع أطراف (1) ، (2) المتناظرة نحصل على

مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي ا ب ج د

$$\begin{aligned} &= \text{قياس } (\angle \text{ا}) + \text{قياس } (\angle \text{ب}) + \text{قياس } (\angle \text{ج}) + \text{قياس } (\angle \text{د}) \\ &+ \text{قياس } (\angle \text{ب}) + \text{قياس } (\angle \text{ج}) + \text{قياس } (\angle \text{د}) + \text{قياس } (\angle \text{ا}) \\ &= \text{قياس } (\angle \text{ا}) + \text{قياس } (\angle \text{ب}) + \text{قياس } (\angle \text{ج}) + \text{قياس } (\angle \text{د}) \\ &+ \text{قياس } (\angle \text{ب}) + \text{قياس } (\angle \text{ج}) + \text{قياس } (\angle \text{د}) + \text{قياس } (\angle \text{ا}) \\ &= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

(2) الدائرة: هي شكل مغلق "متصل" مستوي يتكون من مجموعة "غير منتهية" من النقط التي على بُعد ثابت من نقطة ثابتة في مستواها تسمى مركز الدائرة.



دائرة مركزها و

قطر الدائرة هو قطعة مستقيمة تمر خلال مركز الدائرة، وطرفاها نقطتان تقعان على الدائرة. $\overline{اب}$ قطر في الدائرة أعلاه.

نصف قطر الدائرة هو قطعة مستقيمة أحد طرفيها مركز الدائرة، والطرف الآخر يقع على الدائرة. $\overline{او}$ ، $\overline{بو}$ نصفا قطرين في الدائرة أعلاه.

واضح أن طول قطر الدائرة يساوى ضعف طول نصف قطر فيها. فإذا رمزنا لطول القطر بـ $ق$ ، وطول نصف القطر بـ $ن$ فإن:

$$ق = 2 ن$$

7- أمثلة

مثال 1: في المثلث $أ ب ح$ ليكن قياس $(أ) = 40^\circ$ ، قياس $(ب) = 60^\circ$. ما قياس $(ح)$ ؟

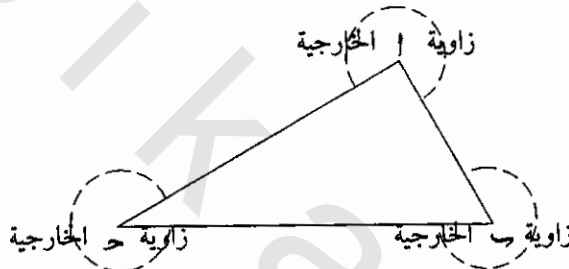
الحل: قياس $(أ) +$ قياس $(ب) +$ قياس $(ح) = 180^\circ$

$$\Leftarrow \text{قياس } (ح) = 180^\circ - \text{قياس } (أ) - \text{قياس } (ب)$$

$$= 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

مثال 2: أوجد مجموع قياسات زوايا أى مثلث الخارجية.

الحل:



قياس $(أ) +$ الخارجية + قياس $(ب) +$ الخارجية + قياس $(ح) +$ الخارجية

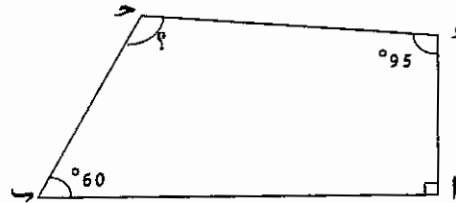
$$= 360^\circ - \text{قياس } (أ) + 360^\circ - \text{قياس } (ب) + 360^\circ - \text{قياس } (ح)$$

$$= 3 \times 360^\circ - [\text{قياس } (أ) + \text{قياس } (ب) + \text{قياس } (ح)]$$

$$= 3 \times 360^\circ - 180^\circ$$

$$= 1080^\circ - 180^\circ = 900^\circ$$

مثال 3:



في الشكل الرباعى الموضح أعلاه $أ ب ج د$ قائمة، قياس $(ب) = 60^\circ$ ، قياس $(د) = 95^\circ$.

ما قياس $(أ)$ ؟

الحل: نعلم مما سبق أن مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى (الداخلية) $= 360^\circ$ ، وبالتالى فإن:

$$^{\circ}360 = ^{\circ}95 + \text{قياس } (\angle \text{ح}) + ^{\circ}60 + ^{\circ}90$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\angle \text{ح}) = ^{\circ}95 - ^{\circ}60 - ^{\circ}90 - ^{\circ}360$$

$$^{\circ}115 = ^{\circ}245 - ^{\circ}360 =$$

مثال 4: إذا كان طول قطر قطعة معدنية دائرية هو $3\frac{1}{4}$ سم، فما المسافة بين مركز القطعة المعدنية إلى أى نقطة على حافتها؟

الحل: المسافة بين مركز القطعة المعدنية الدائرية إلى أى نقطة على حافتها

$$= \text{طول نصف قطر القطعة المعدنية}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{طول قطر القطعة المعدنية}$$

$$= \frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8} \text{ سم}$$

مثال 5: ما قياس الزاوية التى تكون:

(أ) متممة لنفسها. (ب) مكملتها لنفسها؟

الحل: (أ) إذا كانت $\angle$ متممة لنفسها ، فإن ذلك يعنى أن:

$$\text{قياس } (\angle \text{أ}) + \text{قياس } (\angle \text{أ}) = ^{\circ}90$$

$$\Leftarrow 2 \text{ قياس } (\angle \text{أ}) = ^{\circ}90 \Leftarrow \text{قياس } (\angle \text{أ}) = \frac{^{\circ}90}{2} = ^{\circ}45$$

(ب) إذا كانت $\angle$ مكملتها لنفسها ، فإن ذلك يعنى أن:

$$\text{قياس } (\angle \text{أ}) + \text{قياس } (\angle \text{أ}) = ^{\circ}180$$

$$\Leftarrow 2 \text{ قياس } (\angle \text{أ}) = ^{\circ}180 \Leftarrow \text{قياس } (\angle \text{أ}) = \frac{^{\circ}180}{2} = ^{\circ}90$$

مثال 6: ما قياس أى زاوية فى مثلث متساوى الأضلاع؟

الحل: سنعلم فيما بعد أن قياسات زوايا أى مثلث متساوى الأضلاع تكون متساوية. فإذا كان

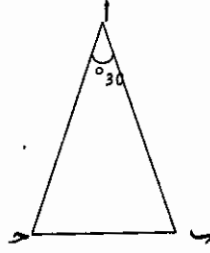
قياس أى زاوية فيه هو s فإن:

$$3s = ^{\circ}180 \Leftarrow s = \frac{^{\circ}180}{3} = ^{\circ}60$$

(تذكر أن: مجموع قياسات زوايا أى مثلث (الداخلية) $= ^{\circ}180$)

مثال 7: المثلث أدناه AB ح متساوى الساقين، فيه :

○ قياس $(\angle A) = 30^\circ$ ، أوجد قياس $(\angle B)$



الحل: سنعلم فيما بعد أن في المثلث المذكور سيكون قياس $(\angle B) =$ قياس $(\angle C)$.

وبالتالى إذا كان: قياس $(\angle B) =$ س فإن:

$$30^\circ + \text{قياس } (\angle B) + \text{قياس } (\angle C) = 180^\circ$$

$$30^\circ + \text{س} + \text{س} = 180^\circ \quad \Leftarrow$$

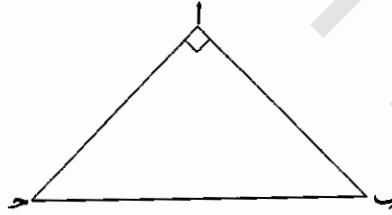
$$2\text{س} + 30^\circ = 180^\circ \quad \Leftarrow \quad 2\text{س} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\text{س} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ \quad \Leftarrow$$

مثال 8: المثلث الآتى مثلث مشهور:

إحدى زوايا المثلث قائمة. طول الضلعين اللذين يحصران الزاوية القائمة متساويان. أوجد قياسى الزاويتين غير القائمتين.

الحل:



زاوية قائمة أى أن قياس $(\angle A) = 90^\circ$

من حيث إن: $AB = AC$ ، فإنه من المثال السابق مباشرة يكون :

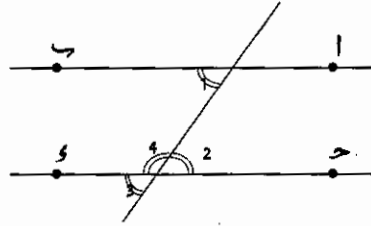
قياس $(\angle B) =$ قياس $(\angle C)$ ، وبالتالى فإن:

$$90^\circ + \text{قياس } (\angle B) + \text{قياس } (\angle C) = 180^\circ$$

$$2\text{ قياس } (\angle B) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad \Leftarrow$$

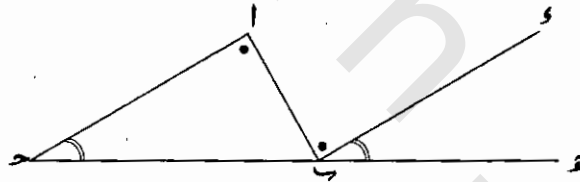
$$\text{قياس } (\angle B) = \text{قياس } (\angle C) = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \quad \Leftarrow$$

8. الخطان المتوازيان والزوايا المتبادلة والمتناظرة والداخلية
ليكن لدينا الخطان المستقيمان الموضحان $\overleftrightarrow{AB}$ ، $\overleftrightarrow{CD}$ وقطعهما القاطع الموضح.

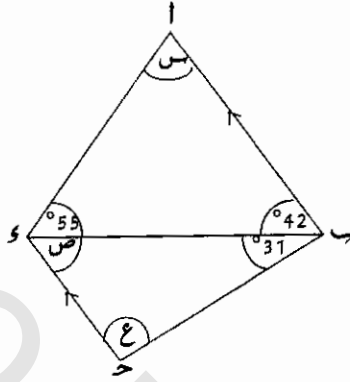


الزاويتان 1 ، 3 لهما القياس نفسه ، ويقال إنهما متناظرتان.
الزاويتان 1 ، 2 لهما القياس نفسه ويقال إنهما متبادلتان.
الزاويتان 2 ، 3 لهما القياس نفسه ويقال إنهما متقابلتان بالرأس.
الزاويتان 1 ، 4 يقال إنهما داخليتان ومجموع قياسيهما $= 180^\circ$
والعكس أيضاً صحيح . بمعنى أنه إذا كانت زاويتان متبادلتان أو متناظرتان لهما القياس
نفسه أو كانت زاويتان داخليتان مجموع قياسيهما $= 180^\circ$ كان الخطان المعنيان متوازيين.

9. مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة $= 180^\circ$



القطعة المستقيمة $\overline{AC}$ توازي القطعة المستقيمة $\overline{BC}$ ، وبالتالي فإن قياس الزاوية $\angle C$ ه
= قياس الزاوية $\angle A$ ح ب لأنهما زاويتان متناظرتان.
كذلك فإن قياس الزاوية $\angle A$ ح ب = قياس الزاوية $\angle C$ ب ا لأنهما زاويتان متبادلتان.
ومن ثم فإن مجموع قياسات الزوايا $\angle A$ ح ب ، $\angle B$ ا ح ، $\angle C$ ب ا
= مجموع قياسات الزوايا $\angle A$ ح ب ، $\angle B$ ا ح ، $\angle C$ ب ه
= قياس الزاوية المستقيمة $\angle B$ ح ه $= 180^\circ$
أي أن: مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة $= 180^\circ$



مثال 1: احسب قياسات الزوايا س ، ص ، ع

الحل: في المثلث ا ب و

$$س + 42^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

(مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية = 180°)

$$س = 180^\circ - 42^\circ - 55^\circ \Leftarrow$$

$$= 180^\circ - 97^\circ$$

$$= 83^\circ$$

والآن الزاويتان ا ب و ، ب و ح متبادلتان (لأن القطعة المستقيمة $\overline{ب ا}$ توازي القطعة

المستقيمة $\overline{ح و}$)، وبالتالي فإن قياسيهما متساويان،

$$\text{أى أن: } ص = 42^\circ$$

والآن في المثلث ب ح و:

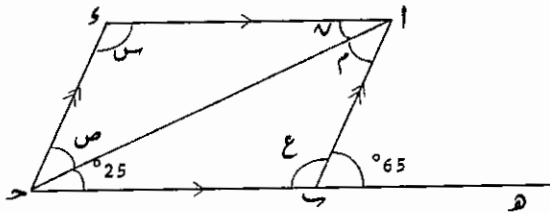
$$180^\circ = 31^\circ + ع + ص$$

$$\Leftarrow 180 = 31 + ع + 42$$

$$\Leftarrow ع = 180 - 31 - 42$$

$$= 180 - 73^\circ$$

$$= 107^\circ$$



مثال 2: احسب قياسات الزوايا

س ، ص ، ع ، م ، ن

في "متوازي الأضلاع": القطعة

$\overline{ب ا}$ توازي القطعة $\overline{ح و}$ ،

القطعة $\overline{ا ب}$ توازي القطعة $\overline{ح ب}$

الحل: الزاوية ه ب ا تناظر الزاوية ب ح و ،

وبالتالى فإن قياس (ب ح و) = قياس (ه ب ا)

$$\text{أى أن: } 65^\circ = 25^\circ + ص$$

$$\Leftarrow \text{ص} = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$$

الزاويتان ب ا ح ، ا ح و متبادلتان ، وبالتالي فإن :

$$\text{قياس (ب ا ح)} = \text{قياس (ك ا ح و)}$$

$$\Leftarrow \text{م} = 40^\circ$$

كذلك: الزاويتان ب ح ا ، و ا ح متبادلتان

$$\Leftarrow \text{قياس (ب ح ا)} = \text{قياس (ك ا ح و)}$$

$$\Leftarrow \text{ن} = 25^\circ$$

الزاوية ح ب ه زاوية مستقيمة ، وبالتالي فإن:

$$65^\circ + \text{ع} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ع} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

والآن في المثلث ح و ا :

$$\text{ص} + \text{س} + \text{ن} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow 180^\circ = 25^\circ + \text{س} + 40^\circ$$

$$\Leftarrow \text{س} = 180^\circ - 40^\circ - 25^\circ$$

$$= 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

مثال 3 : عيّن قياسى الزاويتين س ، ص فى الشكل المقابل

حيث يكون الشعاعان ا ح ، ب ك متوازيين

الحل: مجموع قياسى الزاويتين

$$\text{ا ب و ، ب ا ح} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow 100^\circ + \text{قياس (ب ا ح)} = 180^\circ$$

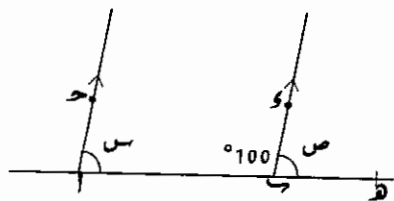
$$\Leftarrow \text{س} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

والآن الزاويتان ب ا ح ، ه ب و متناظرتان ، فلهما القياس نفسه

$$\text{أى أن: ص} = 80^\circ$$

طريقة أخرى: الزاوية ا ب ه زاوية مستقيمة ، ولهذا يكون:

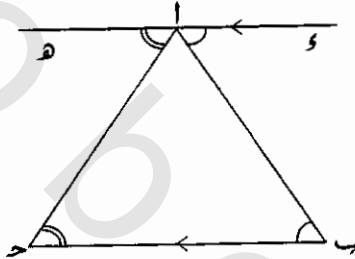
$$\text{ص} + 100^\circ = 180^\circ$$



$$\Leftarrow \text{ص} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

والآن: الزاويتان ه ب و ، ب ا ح متناظرتان ، فلهما القياس نفسه ،

$$\text{ويكون س} = \text{ص} = 80^\circ$$



مثال 4: ا ب ح مثلث متساوي الساقين

$$\text{فيه } |\overline{ا ب}| = |\overline{ا ح}|$$

$$\text{قياس الزاوية ا ب ح} = \text{قياس الزاوية ا ح ب} = 55^\circ$$

وا ه خط مستقيم يوازي القطعة المستقيمة ب ح .

أوجد قياسات الزوايا ب ا ح ، ب ا و ، ح ا ه

الحل: مجموع قياسات زوايا المثلث ا ب ح الداخلية = 180°

$$\text{أى أن: قياس } (\angle ب ا ح) + \text{قياس } (\angle ب ح ا) + \text{قياس } (\angle ح ا ب) = 180^\circ$$

$$\Leftarrow 180^\circ = 55^\circ + \text{قياس } (\angle ب ا ح) + 55^\circ$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\angle ب ا ح) = 180^\circ - 55^\circ - 55^\circ$$

$$= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

كذلك: فإن الزاويتان ب ا و ، ا ب ح متبادلتان ، فلهما القياس نفسه

$$\text{ويكون قياس } (\angle ب ا و) = 55^\circ$$

كذلك: الزاويتان ب ح ا ، ح ا ه متبادلتان ، فلهما القياس نفسه ،

$$\text{ويكون قياس } (\angle ح ا ه) = 55^\circ$$

ملحوظة: يمكن كذلك حساب قياس $(\angle ح ا ه)$ بالطريقة الآتية:

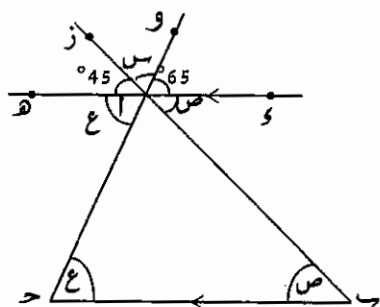
$$\text{الزاوية و ا ه زاوية مستقيمة ، قياسها } = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\angle ب ا و) + \text{قياس } (\angle ب ا ح) + \text{قياس } (\angle ح ا ب) = 180^\circ$$

$$\text{أى أن: } 55^\circ + 70^\circ + \text{قياس } (\angle ح ا ه) = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\angle ح ا ه) = 180^\circ - 55^\circ - 70^\circ$$

$$= 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$



مثال 5: الخط المستقيم $\overleftrightarrow{ا ه}$

والقطعة المستقيمة $\overline{ب ح}$ متوازيان

أوجد قياسات الزوايا $س$ ، $ص$ ، $ع$

الحل: $\angle ا ه ب$ زاوية مستقيمة وبالتالي فإن:

$$180^\circ = \text{قياس } (\angle ا ه ب) = 65^\circ + س + 45^\circ$$

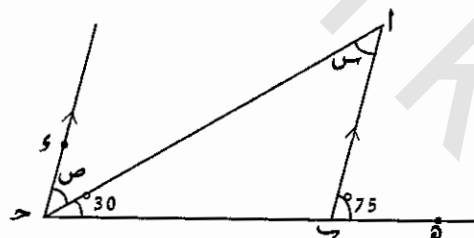
$$\Leftarrow س = 180^\circ - 65^\circ - 45^\circ = 70^\circ$$

الزاوية $ب ح ا$ تناظر الزاوية $ا و ا$ ، وبالتالي فإن لهما قياسين متساويين،

$$\text{ويكون } ع = 65^\circ$$

كذلك فإن الزاوية $ب ح ا$ تناظر الزاوية $ه ا ز$ ، وبالتالي فإن لهما قياسين متساويين،

$$\text{ويكون } ص = 45^\circ$$



مثال 6: القطعة المستقيمة $\overline{ب ح}$ توازي الشعاع $ا ب$

أوجد $س$ ، $ص$

الحل: الزاويتان $ه ب ا$ ، $ب ح ا$ متناظرتان،

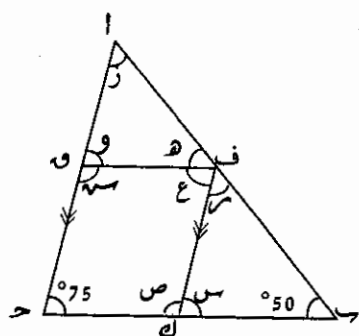
وبالتالي فإن لهما القياس نفسه. ومن ثم فإن قياس $(\angle ب ح ا) = 75^\circ$

$$\text{قياس } (\angle ب ح ا) = 30^\circ + ص$$

$$\Leftarrow ص = \text{قياس } (\angle ب ح ا) - 30^\circ = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

والآن الزاويتان $ب ا ح$ ، $ا ح و$ متبادلتان، ومن ثم فإن لهما القياس نفسه،

$$\text{أي أن: } س = 45^\circ$$



مثال 7: أوجد جميع القياسات

$س$ ، $ص$ ، $ع$ ، $ه$ ، $و$ ، $ز$ ، $س$ في المثلث المبين،

حيث توازي القطعة المستقيمة $\overline{ف و}$ القطعة المستقيمة $\overline{ب ح}$ ،

توازي القطعة المستقيمة $\overline{ف ك}$ القطعة المستقيمة $\overline{ا ح}$

الحل: الزاويتان $ب ك ف$ ، $ب ح ا$ متناظرتان، فلهما القياس نفسه،

$$\text{ويكون } س = 75^\circ$$

الزاويتان ب ك ف، ف ك ح متكاملتان، فيكون: $\text{س} + \text{ص} = 180^\circ$
 $\Leftarrow \text{ص} = 180^\circ - \text{س}$

$$105^\circ = 180^\circ - 75^\circ =$$

الزاويتان ب ك ف، ك ف و متبادلتان، فيكون لهما القياس نفسه،
 أى أن: $\text{ع} = \text{س} = 75^\circ$

مجموع قياسات زوايا المثلث ب ك ف = 180°

$$\Leftarrow 50^\circ + \text{س} + \text{ر} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ر} = 180^\circ - 50^\circ - \text{س}$$

$$55^\circ = 180^\circ - 50^\circ - 75^\circ =$$

الزاويتان ك ف و، ح و ف داخليتان، فيكون مجموع قياسيهما = 180°

$$\text{أى أن: } \text{ع} + \text{س} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{س} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

الزاويتان ب ح ا، ف و امتناظرتان، فلهما القياس نفسه، أى أن: $\text{و} = 75^\circ$

أو الزاوية ا و ح زاوية مستقيمة، فيكون $\text{و} + \text{س} = 180^\circ$

$$\Leftarrow \text{و} = 180^\circ - \text{س}$$

$$75^\circ = 180^\circ - 105^\circ =$$

الزاويتان ا ب ح، ا ف ق متناظرتان، فلهما القياس نفسه،

$$\text{أى أن: } \text{ه} = 50^\circ$$

أو الزاوية ا ف ب زاوية مستقيمة فيكون: $\text{ه} + \text{ع} + \text{ر} = 180^\circ$

$$\Leftarrow \text{ه} = 180^\circ - \text{ع} - \text{ر}$$

$$50^\circ = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ =$$

والآن مجموع قياسات زوايا المثلث ا ب ح الداخلية = 180°

$$\Leftarrow 180^\circ = 75^\circ + 50^\circ + \text{ز}$$

$$\Leftarrow \text{ز} = 180^\circ - 50^\circ - 75^\circ = 55^\circ$$

أو مجموع قياسات زوايا المثلث ا ف و الداخلية = 180°

$$\Leftarrow \text{ز} + \text{ه} + \text{و} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ز} = 180^\circ - \text{هـ} - \text{و}$$

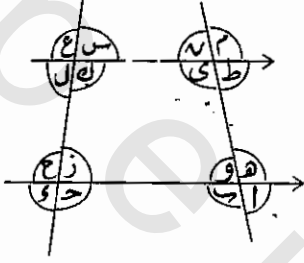
$$= 180^\circ - 50^\circ - 75^\circ = 55^\circ$$

ملحوظة هامة: في كل ما سبق وما سيأتي لم ولن نلتزم عند التعبير عن الزوايا أن يكون مشيراً إلى اتجاه القياس في عكس اتجاه دوران عقارب الساعة .

تمارين

(1) أمامك خطان متوازيان قطعهما قاطعان

عين :



(ا) الزوايا التي تناظر الزوايا س ، ح ، ب ، ل

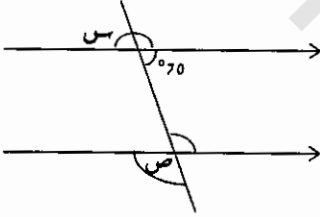
(ب) الزوايا التي تتبادل مع الزوايا : ط ، ح ، و ، ل

(ح) الزوايا الداخلية مع : ل ، و ، ز ، ط

(2) لديك خطان متوازيان قطعهما قاطع

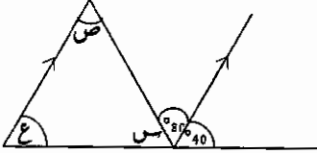
عند النقطتين س ، ص

عين جميع الزوايا في الشكل .

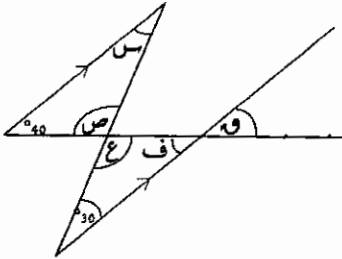


(3) أوجد القياسات : س ، ص ، ع

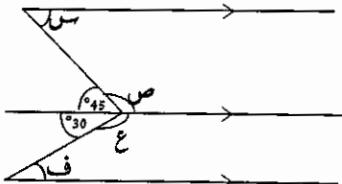
في الشكل المقابل .



(4) أوجد القياسات س ، ص ، ع ، ف ، و :



(5) أوجد القياسات س ، ص ، ع ، ف :

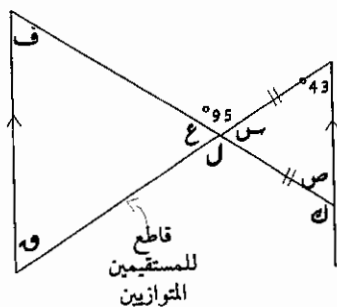


(6) عين القياسات س ، ص ، ع

ف ، و ، ك ، ل

حيث إن الخطين الرأسيين متوازيان

(لاحظ أن : المثلث الأيمن متساوى الساقين)

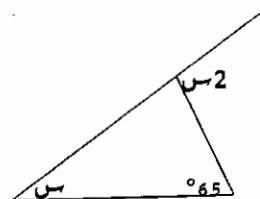
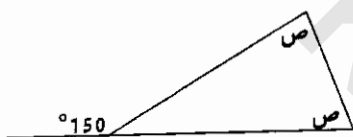


(7) عين القياسات :

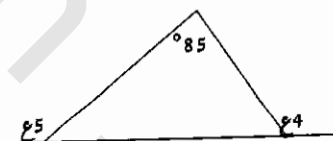
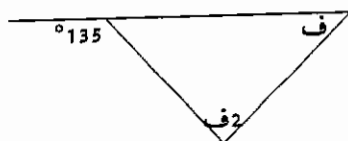
س ، ص ، ع ، ف



(8) عين س ، ص ، ع ، ف في الأشكال الآتية .



(إرشاد : $2س = س + 65^\circ$ وأكمل ...)

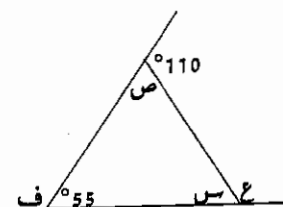


[إرشاد : $180^\circ = 85^\circ + (ع5 - 180^\circ) + (ع4 - 180^\circ)$]

أو : $ع4 = 85^\circ + (ع5 - 180^\circ)$

(9) عين القياسات :

س ، ص ، ع ، ف



10. المضلع : هو أى شكل "مغلق" يزيد عدد أضلاعه على اثنين .

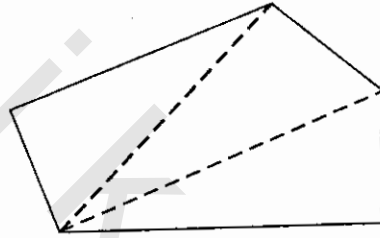
المثلث هو مضلع يتكون من ثلاثة أضلاع ، كما نعلم ، ورأينا من الأشكال الرباعية ، أى المضلعات التى تتكون من أربعة أضلاع المربع والمستطيل ومتوازى الأضلاع والمعين وشبه المنحرف .

لدينا كذلك الخمس والمسدس والسبع والمثمن و . . .

ونعلم أن مجموع قياسات زوايا المثلث (الداخلية) = 180° ، مجموع قياسات زوايا الشكل

الرباعى (الداخلية) = 360° . ولاحظ أن هذا المجموع يساوى $180^\circ \times (2 - 4)$

والآن لدينا الشكل الخماسى

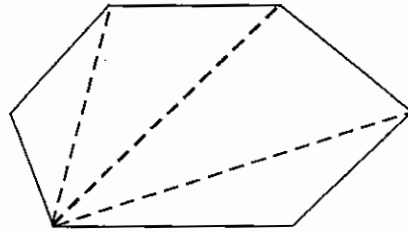


لدينا ثلاثة مثلثات داخلية ، فيكون مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمخمس

$$= 180^\circ \times 3 =$$

$$= 540^\circ = 180^\circ \times (2 - 5) =$$

وفى المسدس :



لدينا أربعة مثلثات داخلية ، فيكون مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمخمس

$$= 180^\circ \times 4 =$$

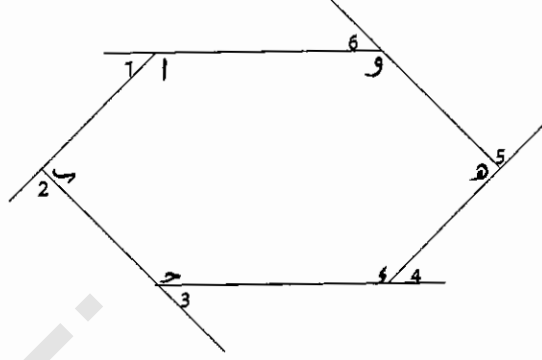
$$= 720^\circ = 180^\circ \times (2 - 6) =$$

ويمكن البرهنة على أن المضلع ذا (n) من الأضلاع يكون مجموع قياسات زواياه الداخلية

$$= 180^\circ \times (2 - n)$$

والآن ماذا عن مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع ؟

لنعتبر على سبيل المثال المسدس الآتي :



مجموع قياسات زوايا المسدس الداخلية

$$= 180^\circ \times (2 - 6)$$

$$= 180^\circ \times 4 = 720^\circ$$

لكن مجموع قياسات الزوايا الداخلية والخارجية للمسدس

$$= 180^\circ \times 6$$

$$= 1080^\circ$$

(لأن مجموع قياس الزاويتين 1 ، 7 ، حيث 1 زاوية داخلية للمضلع ، 7 زاوية خارجية له ،

وهما زاويتان متكاملتان $= 180^\circ$ ، وبالمثل بالنسبة إلى 2 ، 8 ، 3 ، 9 ، ...)

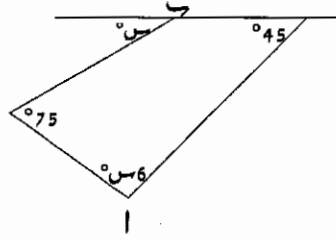
وبالتالي فإن مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمسدس

$$= 1080^\circ - 720^\circ$$

$$= 360^\circ$$

وهكذا بالنسبة لأي مضلع يكون مجموع قياسات زواياه الخارجية $= 360^\circ$

مثال 1: احسب قيمة س ومن ثم قياسى الزاويتين : الزاوية ا ، والزاوية الداخلية ب



الحل: مجموع قياسات الزوايا الداخلية في الشكل الرباعي = 360° ، ومن ثم فإن :

$$360^\circ = 75^\circ + 6س^\circ + 45^\circ + 180^\circ - س^\circ$$

$$360^\circ = 300^\circ + 5س^\circ \Leftrightarrow$$

$$12 = س \Leftrightarrow$$

قياس الزاوية ا = $12^\circ \times 6 = 72^\circ$

قياس الزاوية الداخلية ب = $180^\circ - 12^\circ = 168^\circ$

مثال 2: احسب قياس الزاوية الرابعة لكل من الأشكال الرباعية المذكورة فيها ثلاث زوايا :

(ا) قياس (α) = 52° ، قياس (β) = 86° ، قياس (γ) = 133°

(ب) قياس (β) = 118° ، قياس (δ) = 100° ، قياس (α) = 95°

الحل:

(ا) قياس (α) + قياس (β) + قياس (γ)

$$= 52^\circ + 86^\circ + 133^\circ$$

$$= 271^\circ$$

إذن قياس (δ) = $360^\circ - 271^\circ$

$$= 89^\circ$$

(δ) هي الزاوية الرابعة

(ب) قياس (β) + قياس (δ) + قياس (α)

$$= 118^\circ + 100^\circ + 95^\circ$$

$$= 313^\circ$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\gamma \times) = 360^\circ - 313^\circ$$

$$= 47^\circ$$

(γ) هي الزاوية الرابعة)

مثال 3: احسب قياسات زوايا الشكلين الرباعيين الآتيين إذا علمت أن :

$$(1) \text{ قياس } (\alpha \times) \text{ أكبر من قياس } (\beta \times) \text{ بـ } 10^\circ, \text{ قياس } (\gamma \times) = \frac{3}{2} \text{ قياس } (\beta \times)$$

$$\text{قياس } (\delta \times) = \text{قياس } (\gamma \times)$$

$$(2) \text{ قياس } (\alpha \times) \text{ أكبر من قياس } (\beta \times) \text{ بـ } 20^\circ, \text{ قياس } (\gamma \times) \text{ أصغر من قياس } (\alpha \times)$$

$$\text{بـ } 30^\circ, \text{ قياس } (\delta \times) \text{ ضعف قياس } (\alpha \times)$$

الحل: (1) ليكن قياس $(\beta \times) = س$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\alpha \times) = س + 10^\circ,$$

$$\text{قياس } (\gamma \times) = \frac{3}{2} س = \text{قياس } (\delta \times)$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\alpha \times) + \text{قياس } (\beta \times) + \text{قياس } (\gamma \times) + \text{قياس } (\delta \times)$$

$$= س + 10^\circ + س + \frac{3}{2} س + \frac{3}{2} س = 360^\circ$$

$$\Leftarrow 5س + 10^\circ = 360^\circ$$

$$\Leftarrow س = \frac{350^\circ}{5} = \frac{360^\circ - 10^\circ}{5} = 70^\circ$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\alpha \times) = 80^\circ, \text{ قياس } (\beta \times) = 70^\circ,$$

$$\text{قياس } (\gamma \times) = \text{قياس } (\delta \times) = 70^\circ \times \frac{3}{2} = 105^\circ$$

$$(2) \text{ ليكن قياس } (\alpha \times) = س$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\beta \times) = س - 20^\circ$$

$$\text{قياس } (\gamma \times) = س - 30^\circ$$

$$\text{قياس } (\delta \times) = 2س$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\alpha \times) + \text{قياس } (\beta \times) + \text{قياس } (\gamma \times) + \text{قياس } (\delta \times)$$

$$= س + س - 20^\circ + س - 30^\circ + 2س = 360^\circ$$

$$\begin{aligned} \Leftarrow 5 \text{ سم} - 50^\circ &= 360^\circ \\ \Leftarrow \text{سم} &= \frac{50^\circ + 360^\circ}{5} = \frac{410^\circ}{5} = 82^\circ \end{aligned}$$

أى أن : قياس $(\alpha \times) = 82^\circ$ ،

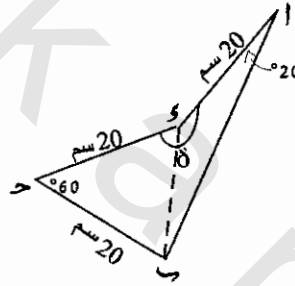
قياس $(\beta \times) = 62^\circ$ ،

قياس $(\gamma \times) = 52^\circ$ ،

قياس $(\delta \times) = 164^\circ$

مثال 4: نظرية :

إذا تساوى قياسا زاويتين في مثلث تساوى طولا الضلعين المقابلين لهما .
استعن بالنظرية السابقة لحساب قياس الزاوية δ في الشكل :



الحل: نصل القطعة المستقيمة $\overline{BD}$

في المثلث $\triangle ABC$: $|\overline{AB}| = |\overline{BC}| \Rightarrow$ قياس $(\angle C \times) =$ قياس $(\angle A \times)$ (1)

لكن قياس $(\angle C \times) = 60^\circ$ ، مجموعة قياسات زوايا المثلث (الداخلية) $= 180^\circ$

$\Leftarrow$ قياس $(\angle C \times) +$ قياس $(\angle A \times) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (2)

من (1) ، (2) ينتج أن قياس $(\angle C \times) = 60^\circ$ (3)

وينتج من النظرية السابقة كذلك أن : $|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{AD}| = 20 \text{ سم}$

لكن $|\overline{AD}| = 20 \text{ سم}$ فينتج أن $|\overline{AB}| = |\overline{AD}|$ ومن عكس النظرية كذلك

ينتج أن : قياس $(\angle B \times) =$ قياس $(\angle D \times) = 20^\circ$ (4)

ومن حيث إن : قياس $(\angle B \times) +$ قياس $(\angle D \times) +$ قياس $(\angle A \times) = 180^\circ$

فمن (4) ينتج أن : قياس (أ و ب) = $180^\circ - 2 \times 20^\circ$

$$180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \quad (5) \dots$$

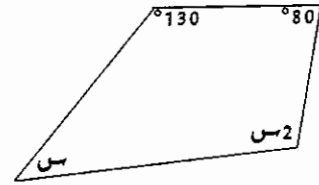
لكن قياس (أ و ب) = قياس (ب و ج) + قياس (أ و ب)

$$200^\circ = 140^\circ + 60^\circ$$

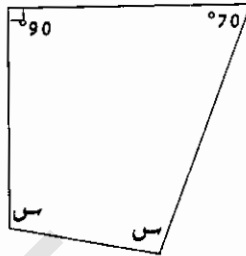
(من (3) ، (5))

مثال 5: احسب قياسات الزوايا غير المعلومة في الأشكال الآتية :

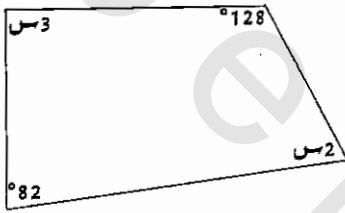
(أ)



(ب)



(ج)



الحل: في الشكل (أ) مجموع قياسات الزوايا = $80^\circ + 130^\circ + 2^\circ + \text{س} = 360^\circ$

$$210^\circ + \text{س} = 360^\circ$$

$$\text{س} = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ \quad \Leftarrow$$

$\Leftarrow$ الزاويتان اللتان هما القياس 2 س ، س هما القياسان 100° ، 50°

في الشكل (ب) : مجموع قياسات الزوايا = $70^\circ + 90^\circ + \text{س} + \text{س} = 360^\circ$

$$160^\circ + 2\text{س} = 360^\circ$$

$$2\text{س} = 360^\circ - 160^\circ = 200^\circ \quad \Leftarrow$$

$$\text{س} = \frac{200^\circ}{2} = 100^\circ \quad \Leftarrow$$

أي أن الزاويتين اللتين هما القياس س ، س هما القياس 100° ، 100°

في الشكل (ج) : مجموع قياسات الزوايا = $128^\circ + 82^\circ + 2\text{س} = 360^\circ$

$$210^\circ + 2\text{س} = 360^\circ$$

$$2\text{س} = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ \quad \Leftarrow$$

$$\text{س} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ \quad \Leftarrow$$

أي أن الزاويتين اللتين هما القياس 2 س ، القياس 3 س هما القياس 60° ، 90°

مثال 6: احسب قياسى الزاويتين المجهولتين فى الشكل المقابل :

الحل: قياسات الزوايا الداخلية فى الشكل هى :

$$78^\circ, 180^\circ - \text{س}, 42^\circ, 2\text{س}$$

ويكون مجموع القياسات

$$78^\circ + 180^\circ - \text{س} + 42^\circ + 2\text{س} =$$

$$360^\circ =$$

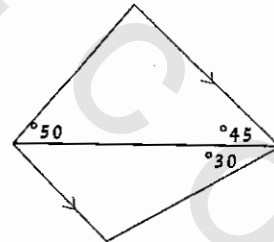
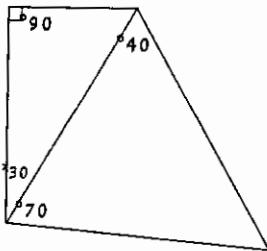
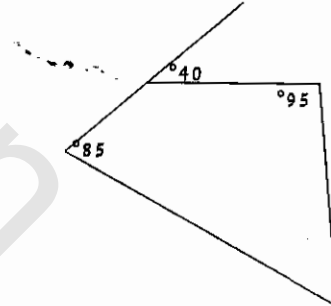
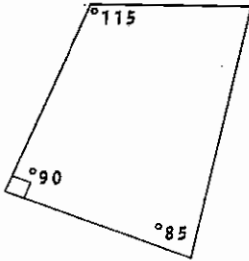
$$360^\circ = \text{س} + 300^\circ \Leftarrow$$

$$\text{س} = 60^\circ \Leftarrow$$

$\Leftarrow$ الزاويتان اللتان لهما القياس 2س ، $180^\circ - \text{س}$ لهما القياس 120° ، 120°

تمارين

(1) عين جميع قياسات الزوايا فى الأشكال الآتية :



(2) مجموع قياسات 7 زوايا داخلية فى مضلع ذى تسعة أضلاع = 1000°

إذا كان قياسا الزاويتين الداخليتين الثامنة والتاسعة متساويين فعينهما .

(3) إذا كانت قياسات زوايا مسدس الداخلية هى س ، 2س ، ، 3س ، 4س ، 5س ،

6س . فما قيمة س ؟

(4) عيّن عدد حواف (أضلاع) مضلع إذا كان مجموع قياسات زواياه الداخلية هي :

(أ) $2,340^\circ$ (ب) $3,240^\circ$

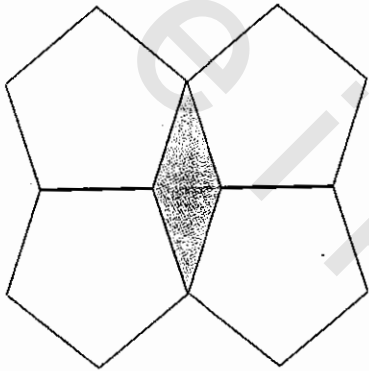
(5) (أ) ما عدد أضلاع مضلع إذا كان مجموع قياسات زواياه الداخلية $3,960^\circ$ ؟

(ب) إذا كان المضلع منتظماً (أى أطوال أضلاعه متساوية) فما قياس كل زاوية من زواياه الداخلية ؟

(6) ما عدد حواف مضلع منتظم إذا كان قياس كل زاوية من زواياه الداخلية 135° ؟

(إرشاد : قياس كل زاوية من زواياه الخارجية $= 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$)

مجموع قياسات الزوايا الخارجية $= 360^\circ$ ، وأكمل . . .)



(7) عيّن قياسات الزوايا الداخلية لمثلث

(مضلع ذو ثمانية أضلاع) منتظم .

(8) النموذج المقابل لأربع مخمسات منتظمة .

(أ) ما نوع المضلع المظلل ؟

(ب) احسب قياسات زوايا المضلع المظلل .

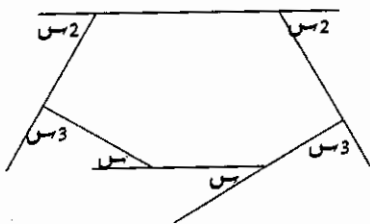
(9) أربع زوايا داخلية في مخمس (مضلع ذو خمسة أضلاع) لها قياسات متساوية ، وقياس الزاوية

الخامسة 60° . أوجد قياسات الزوايا الأربع وبرهن على أن ضلعين في المخمس متوازيان .

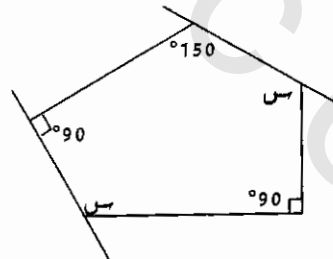
(إرشاد : راجع الزوايا الداخلية في المستقيمت المتوازية) .

(10) أ ب ح د ه مخمس منتظم . عيّن الزوايا الداخلية للمثلث ا د ه .

(11) احسب س في الشكلين الآتيين :



(ب)

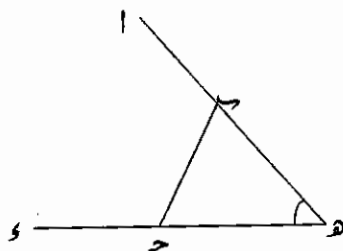


(أ)

(12) أ ب ، ب ح ، ح د

ثلاثة حواف في مخمس منتظم .

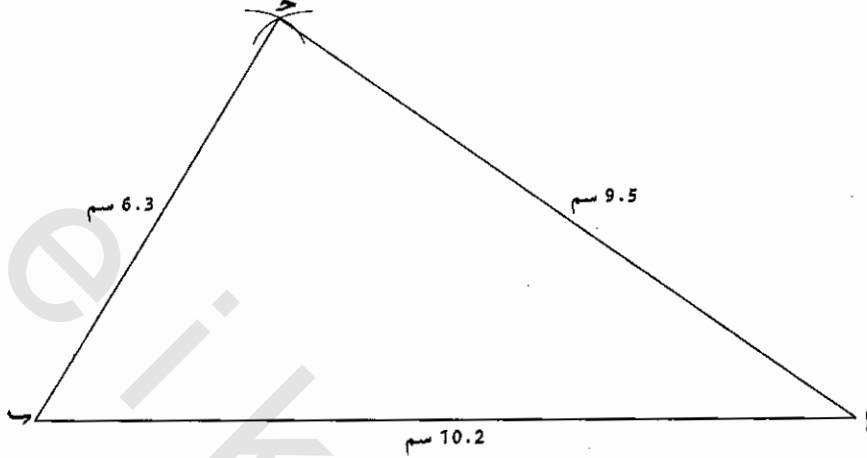
عيّن قياس الزاوية ب ه ح .



الإنشاءات الهندسية البسيطة

1. إنشاء مثلث معلوم أطوال أضلاعه

ليكن المطلوب رسم مثلث أطوال أضلاعه هي 10.2 سم ، 9.5 سم ، 6.3 سم .
العمل : سنأخذ (للسهولة) الضلع ذا الطول الأكبر كقاعدة ، ونرسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ التي طولها 10.2 سم .



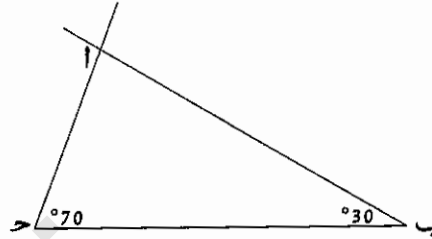
سنفتح الفرجار فتحة طولها 9.5 سم ، ونضع طرف الفرجار عند النقطة A ، ونرسم قوسًا ، عندئذ فإن كل نقطة على هذا القوس سيكون بعدها عن النقطة A 9.5 سم . ثم نفتح الفرجار فتحة طولها 6.3 سم ، ونضع طرف الفرجار عند النقطة B ونرسم قوسًا ، عندئذ فإن كل نقطة على هذا القوس سيكون بعدها عن النقطة B 6.3 سم . سيتقاطع القوسان اللذان رسمناهما بالفرجار في نقطة C التي ستكون على بُعد 9.5 سم من النقطة A ، 6.3 سم من النقطة B .
الآن نرسم القطعتين $\overline{AC}$ ، $\overline{BC}$ فيكون لدينا المثلث المطلوب .

2. إنشاء مثلث إذا علم قياسا زاويتين فيه ، وطول أحد أضلاعه

ليكن المطلوب رسم مثلث طول أحد أضلاعه $\overline{AB} = 6$ سم ، (أى أن $|\overline{AB}| = 6$ سم) ، قياس $\angle A = 30^\circ$ ، قياس $\angle B = 70^\circ$.
العمل : سنرسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ التي طولها 6 سم .
والآن نضع مركز المنقلة على النقطة A ونرسم شعاعًا يصنع زاوية قياسها 30° مع القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.

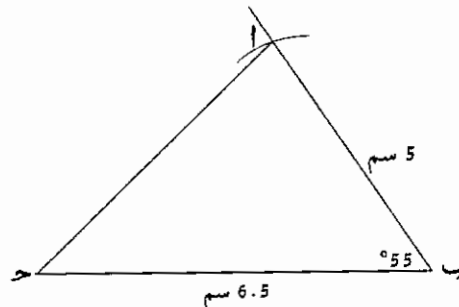
الآن نضع مركز المنقلة على النقطة ح ، ونرسم شعاعاً يصنع زاوية قياسها 70° مع القطعة المستقيمة حـ ب . (يجب أن تنطبق حافة المنقلة على القطعة المستقيمة حـ ب .)
تكون النقطة ا هي نقطة تقاطع الشعاعين المرسومين .

ملحوظة : لاحظ أننا بحاجة إلى معرفة قياسى الزاويتين الملاصقتين للقطعة المستقيمة المعلوم طولها . ويمكن دائماً معرفة قياس الزاوية الثالثة فى أى مثلث إذا علم قياسا الزاويتين الأخرين حيث إن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث يساوى 180° .



3. إنشاء مثلث إذا علم طولاً ضلعين فيه ، وقياس الزاوية المحصورة بينهما
ليكن المطلوب رسم المثلث ا ب ح الذى فيه طول الضلع ا ب = 5 سم ، طول الضلع ب ح = 6.5 سم ، قياس (خ ا ب ح) = 55° .
العمل : سنرسم قطعة مستقيمة حـ ب طولها = 6.5 سم .

نضع مركز المنقلة على ب ، ونرسم شعاعاً من ب يصنع زاوية قياسها 55° مع القطعة المستقيمة حـ ب . (كما سبق يجب أن تنطبق حافة المنقلة على القطعة المستقيمة حـ ب .)
نفتح الفرجار فتحة طولها 5 سم ، ونضع طرف الفرجار عند ب ، ونرسم قوساً يقطع الشعاع المرسوم من ب عند نقطة ا التى تبعد عن ب بمسافة 5 سم .
نصل النقطتين ح ، ا بالقطعة المستقيمة حـ ا ، فيكون لدينا المثلث المطلوب .



4. إنشاء قطعتين مستقيمتين متوازيتين باستخدام مسطرة ومثلث قائم الزاوية المطلوب رسم قطعة مستقيمة توازي القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ وتمر خلال النقطة C .

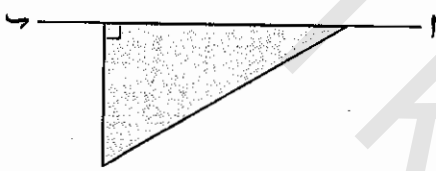
جـ



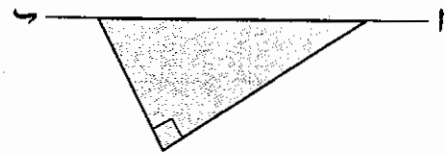
العمل : ضع حافة المثلث قائم الزاوية بدقة على طول القطعة المستقيمة $\overline{AB}$

جـ

جـ



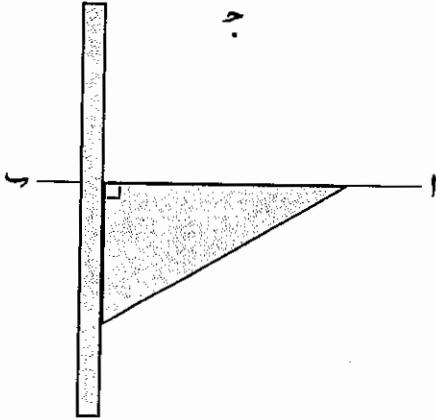
أو



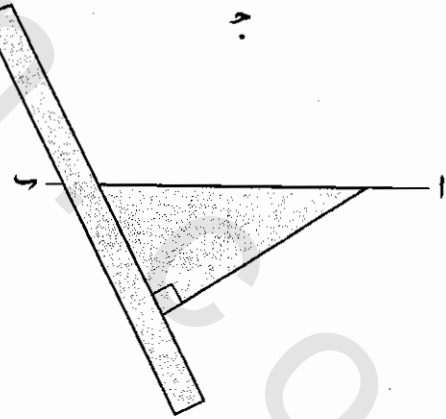
ضع مسطرة على طول أحد ضلعي المثلث الآخرين .

جـ

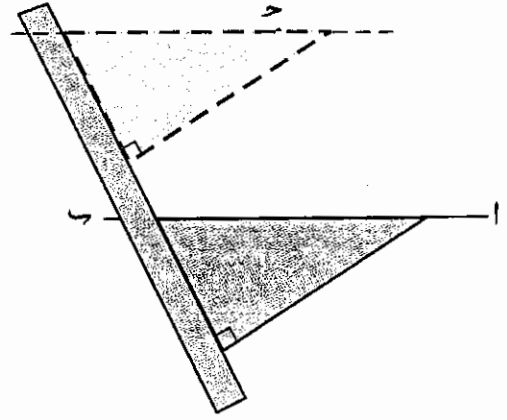
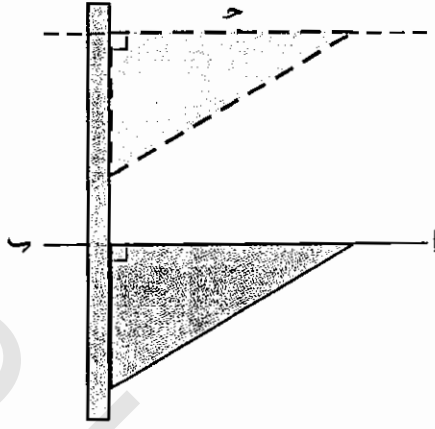
جـ



أو



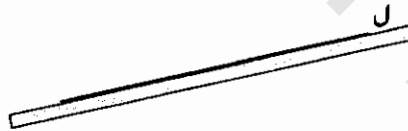
ثبت المسطرة جيدًا ، وأزلق المثلث على المسطرة نحو C ، توقف عندما تصل الحافة التي كانت عند A إلى C ، ارسم قطعة مستقيمة .
على طول هذه الحافة خلال C .



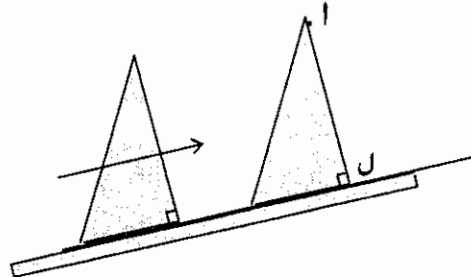
لاحظ أن الزوايا المتناظرة متساوية في قياسها ، ولهذا فإن القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ ، التي تمر خلال C تكونان متوازييتين .

5. إنشاء قطعتين مستقيمتين متعامدتين باستخدام مسطرة ومثلث قائم الزاوية المطلوب رسم قطعة مستقيمة من النقطة A عمودياً على قطعة مستقيمة أخرى l باستخدام مسطرة ومثلث قائم الزاوية .
العمل : ضع المسطرة على امتداد القطعة المستقيمة .

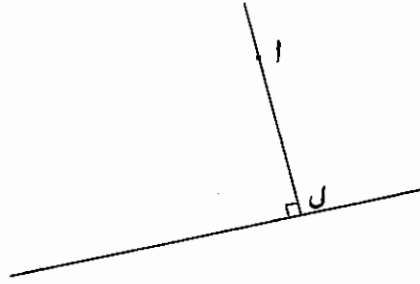
1 .



استخدم ضلعي المثلث قائم الزاوية اللذين يكونان الزاوية القائمة .
ضع أحد هذين الضلعين على امتداد المسطرة . إزلق المثلث قائم الزاوية حتى يصل الضلع الآخر المكوّن للزاوية القائمة إلى النقطة A .



ثبت المثلث قائم الزاوية جيداً . وارسم قطعة مستقيمة خلال التقابل القطعة المستقيمة ل عمودياً .

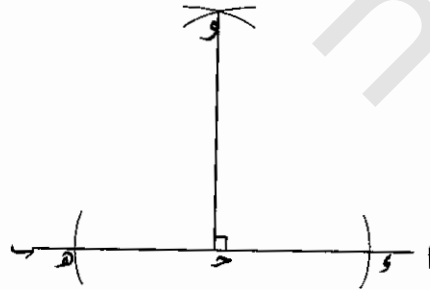


6. إنشاء زاوية قائمة

في العملية السابقة (رقم 5) رسمنا قطعة مستقيمة من نقطة عمودياً إلى قطعة مستقيمة أخرى . هنا نرسم قطعة مستقيمة عمودياً من نقطة على قطعة مستقيمة .

المطلوب رسم زاوية قائمة عند النقطة ح على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$
العمل : ضع طرف الفرجار على النقطة ح ، وارسم قوسين متساويين في طول نصف القطر يقطعان القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ في و ، ه .

ضع طرف الفرجار عند و ، ه وارسم قوسين متساويين في طول نصف القطر بحيث يكون طول نصف القطر أكبر من طول القطعة المستقيمة $\overline{CH}$. يتقاطع القوسان الآن في النقطة و .
ارسم القطعة المستقيمة $\overline{WH}$ ستكون عمودية على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.



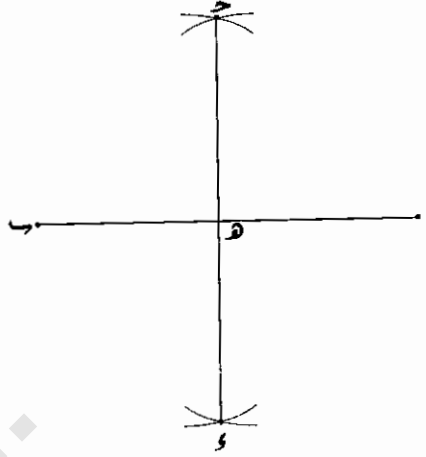
7. تنصيف قطعة مستقيمة

ليكن المطلوب تنصيف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.

العمل : افتح الفرجار فتحة طولها حوالى $\frac{3}{4}$ طول القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.

ضع طرف الفرجار على النقطة أ وارسم قوسين أحدهما أعلى والآخر أسفل القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.
احتفظ بفتحة الفرجار . وضع طرفه على النقطة ب ، وارسم قوسين أحدهما أعلى والآخر أسفل القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ ، بحيث يقطعان القوسين المرسومين في الخطوة السابقة عند ح ، و .

صل النقطتين ح ، و ، بقطعة مستقيمة تقطع القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ في ه . النقطة ه هي منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$. كذلك فإن القطعة المستقيمة $\overline{CH}$ ستكون عمودية على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.



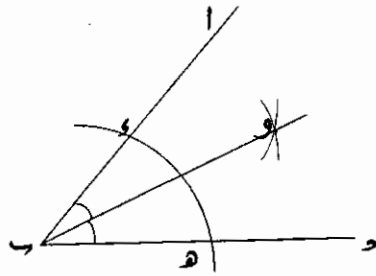
8. تنصيف زاوية

المطلوب : تنصيف الزاوية $\angle AOB$ (ح)

العمل : ضع طرف الفرجار على ب وارسم قوساً يقطع القطعتين المستقيمتين $\overline{OA}$ ، $\overline{OB}$ في و ، ه على الترتيب .

والآن ضع طرف الفرجار مرة على و ، ومرة على ه ، وارسم قوسين (متساويين في طول فتحة الفرجار) . يتقاطعان القوسان في النقطة و .

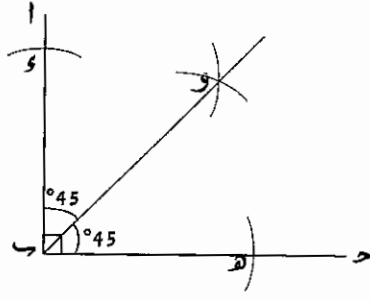
ارسم الشعاع $\overline{OW}$ يكون منصفاً للزاوية $\angle AOB$ ح



9. إنشاء زاوية قياسها 45°

لأداء ذلك نرسم أولاً زاوية قياسها 90° كما في (6) هي الزاوية $\angle AOB$ ح

ثم ننصف هذه الزاوية كما سبق في (8) فنحصل على زاوية قياسها 45° هي الزاوية $\angle AOW$ ح

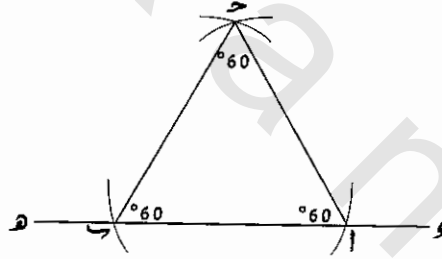


10. إنشاء زاوية قياسها 60°

لرسم زاوية قياسها 60° نرسم مثلثاً أطوال أضلاعه متساوية ، فتكون كل زواياه (الداخلية) لها القياس 60° .

والآن : ارسم القطعة المستقيمة $هـ$.

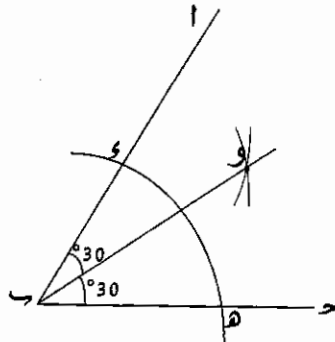
ضع طرف الفرجار في نقطة على $هـ$ ولتكن النقطة $ا$. ارسم قوساً يقطع القطعة المستقيمة في النقطة $ب$. بفتحة الفرجار نفسها ضع طرف الفرجار مرة على $ا$ ، ومرة على $ب$ وارسم قوسين أعلى القطعة المستقيمة $هـ$ يتقاطعان في النقطة $ح$. صل النقطتين $ا$ ، $ح$ ، والنقطتين $ب$ ، $ح$. الآن لديك مثلث متساوي الأضلاع $ا ب ح$.



ملحوظة : رسم مثلث متساوي الأضلاع حالة خاصة من رسم مثلث معلوم أطوال أضلاعه ، وهذا سبق عمله في (1)

11. إنشاء زاوية قياسها 30°

سننشئ زاوية قياسها 60° ، كما جاء في (10) ، ثم نصفها كما جاء في (8) ، فنحصل على زاوية قياسها 30° .

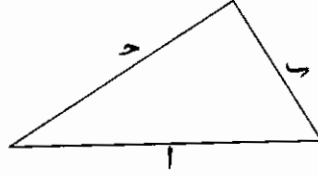


المحيط

تعريف : طول محيط أى شكل هو مجموع أطوال حوافه ، وسنرمز له بالرمز $ل$.

أمثلة : مثال 1: طول محيط مثلث أطوال أضلاعه $ا$ ، $ب$ ، $ح$ هو

$$ل = ا + ب + ح$$



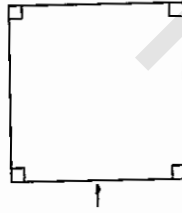
مثال 2: مستطيل طولاه ضلعين متجاورين فيه $ا$ ، $ب$ يكون :

$$ل = 2ا + 2ب$$

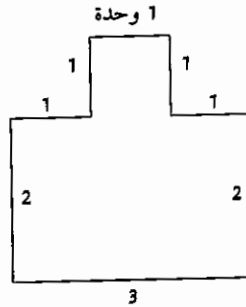


مثال 3: مربع طول ضلعه $ا$ ، يكون :

$$ل = 4ا$$



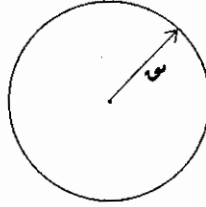
مثال 4:



فى المضلع أعلاه موضح عليه الأطوال ، يكون :

$$ل = 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 = 12 \text{ وحدة .}$$

مثال 5:

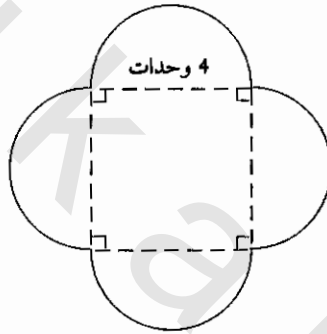


في الدائرة التي نصف قطرها r يكون طول المحيط $l = 2\pi r$

حيث π عدد قيمته التقريبية $\frac{22}{7}$ أو $3.1415926....$

و π عدد غير نسبي (أى غير كسرى) لأنه كما هو واضح من كتابته في النظام العشري غير منتهٍ ، ولا تتكرر فيه مجموعة من الأرقام مثل $234234...$.

مثال 6:



الشكل مكوّن من أربعة أنصاف دوائر ، قطر كل دائرة 4 وحدات ، أى أن نصف قطر كل دائرة منها $= 2$ وحدة (وحدتين)

ويكون طول محيط الشكل $l = 4 \times \pi \times 2 = 8\pi$ وحدة

مثال 7: حديقة على شكل مستطيل طوله 200 متر ، وعرضه 150 مترًا ، أحيطت بسياج ،

المسافة بين كل عمودين في السياج 10 أمتار . كم يكون عدد الأعمدة ؟

الحل : طول محيط الحديقة $l = 150 \times 2 + 200 \times 2 =$

$$= 300 + 400 = 700 \text{ متر}$$

ويكون عدد الأعمدة $= \frac{700}{10} = 70$ عمودًا .

مثال 8: في سباق دراجات يركب تلميذان دراجتين . قطر عجلة إحداهما 30 بوصة ، وقطر

عجلة الأخرى 25 بوصة . وقد بدأ التلميذان السير بالدارجتين من خط البداية . كم تكون

المسافة بين الدراجتين بعد أن تدور كل منهما 10 دورات ؟

الحل : عندما تدور عجلة الدراجة دورة واحدة فإنها تقطع مسافة 2 ط ، حيث π نصف قطر الدراجة .

وبهذا تكون الدراجة الأولى قد قطعت مسافة بعد 10 دورات للعجلة

$$2\pi \times \frac{30}{2} \times 10 = 300\pi \text{ بوصة}$$

$$\left(\text{نصف قطر عجلة الدراجة الأولى} = \frac{30}{2} = 15 \text{ بوصة} \right)$$

وتكون الدراجة الثانية قد قطعت مسافة بعد 10 دورات للعجلة

$$2\pi \times \frac{25}{2} \times 10 = 250\pi \text{ بوصة}$$

وتكون المسافة بين الدراجتين بعد أن دارت عجلة كل منها 10 دورات

$$= 300\pi - 250\pi = 50\pi \text{ بوصة}$$

مثال 9: يدور قمر صناعي حول الأرض بحيث يكون على مسافة 600 كيلو متر منها دائماً .

إذا علمت أن نصف قطر الأرض حوالي 6,400 كيلو متر ، فما طول مسار دورة واحدة للقمر الصناعي حول الأرض ؟

الحل : سيدور القمر الصناعي حول الأرض في دائرة نصف قطرها

$$= 6,400 + 600 = 7,000 \text{ كيلو متر}$$

ويكون طول مسار دورة واحدة للقمر الصناعي حول الأرض

$$= 2\pi \times 7,000 = 14,000\pi \text{ كيلو متر}$$

مثال 10: لف حبل 60 مرة حول أسطوانة نصف قطرها 20 سنتيمتراً . كم يكون طول الحبل ؟

$$\text{الحل : طول الحبل} = 2\pi \times 20 \times 60 = 2,400\pi \text{ سنتيمتر .}$$

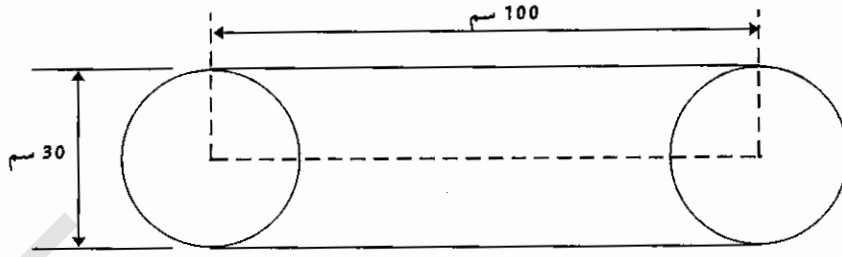
مثال 11: فوهة بركان على سطح القمر على شكل دائرة محيطها حوالي 214.66 ميل . كم يكون نصف قطرها ؟

الحل : طول المحيط $l = 2\pi r$

$$\Leftarrow r = \frac{l}{2\pi} = \frac{214.66}{2\pi} = \frac{107.33}{\pi} \text{ ميلاً}$$

مثال 12: يلتف شرط حول بكرتين مثبتتين ، طول قطر كل منهما = 30 سم ، المسافة بين مركزيهما = 100 سم. كم يكون طول الشريط ؟

الحل :



يتكون الشريط من جزئين متساويين ملتفين حول البكرتين ، وجزئين طول كل منهما = 100 سم. طول الجزء الملتف حول البكرة هو طول نصف محيط البكرة L_1 حيث :

$$L_1 = \pi r$$

$$= \pi \times \frac{30}{2} = 15\pi \text{ حيث } (\pi \text{ نصف قطر البكرة})$$

وبهذا يكون الطول الكلى للشريط

$$L = 100 \times 2 + 15\pi \times 2 = 200 + 30\pi$$

$$\approx 294.2 \text{ سم} = 200 + 94.2 = 3.14 \times 30 + 200$$

مثال 13: متوازي أضلاع به ضلع طوله 15 سم . طول محيطه = طول محيط دائرة نصف قطرها 14 سم . أوجد طول الضلع الآخر في متوازي الأضلاع .

الحل : طول محيط الدائرة التي نصف قطرها 14 سم = $2 \times \frac{22}{7} \times 14 = 88$ سم

$$\text{طول محيط متوازي الأضلاع} = 15 \times 2 + 2 \times \text{طول الضلع الآخر}$$

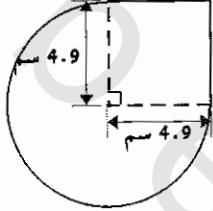
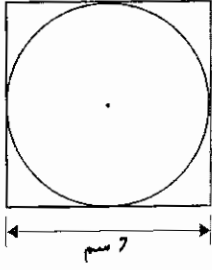
$$88 = 15 \times 2 + 2 \times \text{طول الضلع الآخر} \Leftarrow$$

$$= 30 + 2 \times \text{طول الضلع الآخر}$$

$$\Leftarrow 2 \times \text{طول الضلع الآخر} = 88 - 30 = 58$$

$$\Leftarrow \text{طول الضلع الآخر} = \frac{58}{2} = 29 \text{ سم}$$

تمارين



(1) في الشكل المقابل : سلك على شكل دائرة

داخل سلك على شكل مربع ، طول ضلعه 7 سم .

(أ) احسب طول محيط المربع .

(ب) احسب طول محيط الدائرة .

(ج) احسب الطول الكلي للسلك المستخدم .

(2) احسب طول محيط الشكل حيث يتكون من

ثلاثة أرباع دائرة نصف قطرها 4.9 سم ،

ضلعين متجاورين في مربع بمسان الدائرة .

(3) إذا كان طول عقرب الدقائق في ساعة هو 10.5 سم ، فما المسافة التي يقطعها العقرب في

ساعة واحدة ؟

(4) مسجل كهربى قطره 30 سم ، ويدور $33\frac{1}{3}$ دورة في الدقيقة . فما المسافة التي تنتقلها

نقطة على حافة المسجل في دقيقة واحدة ؟

(5) عجلة قطرها 84 سم . كم عدد الدورات التي تدورها إذا انتقلت مسافة 1 كم ؟

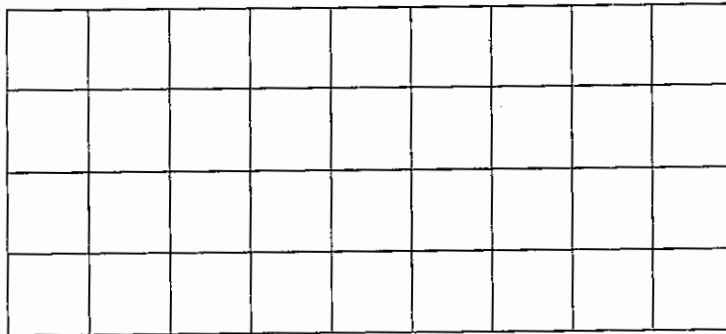
(6) سلسلة من الفضة تتكون من 100 وصلة . كل وصلة مصنوعة من سلك فضى رقيق على

شكل دائرة نصف قطرها 2.5 سم . احسب قيمة السلسلة إذا كان ثمن السنتيمتر الواحد

250 قرشاً ؟

(7) طول محيط متوازي أضلاع 76 سم ، إذا كان طول أحد أضلاعه 28 سم ، فأوجد

الأطوال الثلاثة الأخرى .



(8) لدى رجل 36 بلاطة مربعة ،

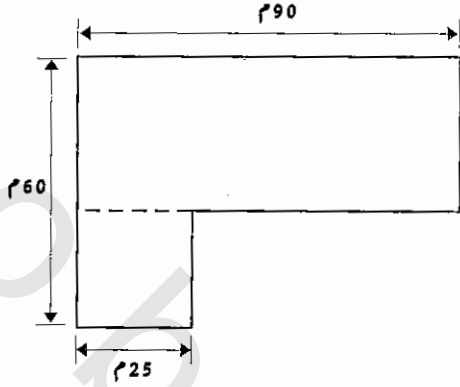
طول كل ضلع منها 1 م

وضعها كما في الشكل المقابل .

أوجد طول وعرض وطول

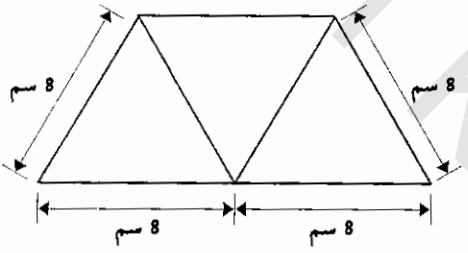
محيط المستطيل .

ابحث عن طرائق أخرى لعمل مستطيلات أخرى مستخدماً جميع الـ 36 بلاطة . أوجد في كل حالة طول المحيط . ماذا تلاحظ ؟



(9) سور مجمع سكني للمدرسة يتكون من مستطيل ومربع كما هو موضح بالشكل المقابل . أوجد طول السور .

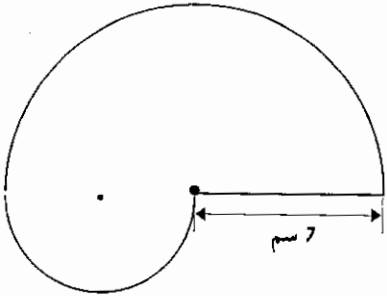
(10) أقامت امرأة سوراً على قطعة أرض صغيرة على شكل مستطيل له البعدان 4 م ، 3 م لتحمي دجاجها . تكلف السور 10 جنيهات لكل متر . كم تكلف السور ؟



(11) شبه منحرف يتكون من ثلاثة مثلثات متساوية الأضلاع ، طول كل ضلع فيها 8 سم . أوجد طول محيط شبه المنحرف . وإذا استعضنا عن محيط شبه المنحرف بمحيط دائرة يساويه في الطول ، فكم يكون نصف قطر الدائرة ؟

(12) طول مستطيل ثلاثة أضعاف عرضه . إذا كان طول محيط المستطيل 144 سم ، فأوجد بعديه .

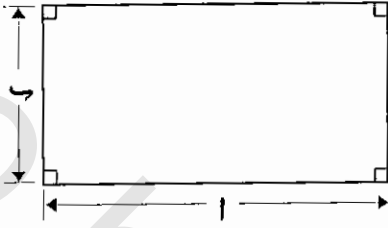
(13) أوجد شكلاً تكون مساحته بالوحدات المربعة = طول محيطه بالوحدات .



(14) أوجد طول محيط الشكل المقابل الذي يتكون من نصف دائرة نصف قطرها 7 سم ، نصف دائرة نصف قطرها $\frac{7}{2}$ سم ، وقطعة مستقيمة طولها 7 سم .

المساحة المستوية

تعريف : مساحة شكل هي عدد الوحدات المربعة التي يحتويها الشكل .
أمثلة :



مثال 1: مساحة مستطيل طولاً ضلعين متجاورين فيه a ، b

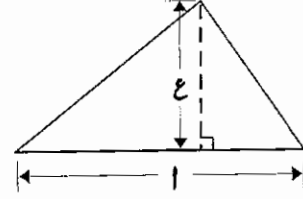
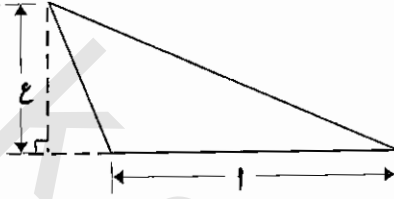
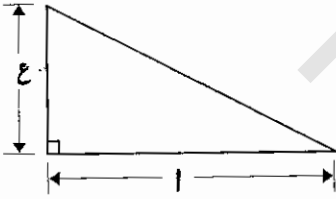
$$S = a \cdot b$$

مثال 2: مساحة مربع طول ضلعه a هي :

$$S = a^2$$

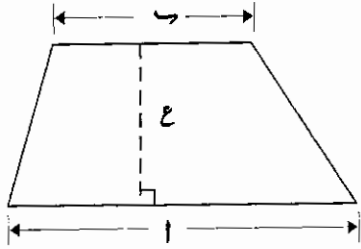
مثال 3: مساحة مثلث طول قاعدته a وارتفاعه h ، كما هو موضح بالشكل ، هي :

$$S = \frac{1}{2} a h$$



مثال 4: مساحة متوازي أضلاع ارتفاعه h وطول قاعدته a هي :

$$S = a h$$



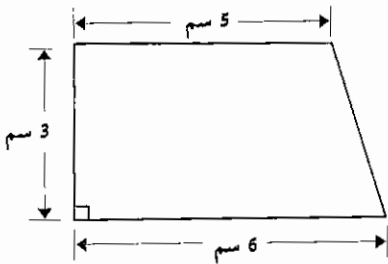
مثال 5: مساحة شبه المنحرف الذي طولاً قاعدتيه المتوازيتين

a ، b ، وارتفاعه h هي :

$$S = \frac{(a + b)}{2} \cdot h$$

مثال 6: مساحة دائرة نصف قطرها r هي : $S = \pi r^2$

مثال 7: أوجد مساحة شبه المنحرف الموضح بالشكل :



$$\text{الحل : المسافة } S = \frac{1}{2} (5 + 6) (3)$$

$$= \frac{33}{2} = 16.5 \text{ سم}^2$$

مثال 8: أوجد مساحة دائرة طول محيطها 4 سم
الحل: إذا كان نصف قطر الدائرة هو u ومحيطها l فإننا نعلم أن :
 $l = 2\pi u$

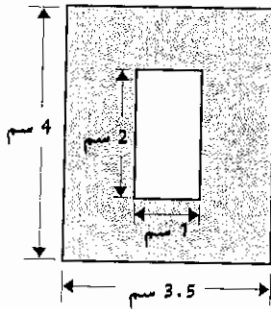
$$u = \frac{l}{2\pi}$$

وتكون مساحة الدائرة هي : $s = \pi u^2$

$$s = \pi \left(\frac{l}{2\pi} \right)^2 = \frac{l^2}{4\pi}$$

$$s = \frac{l^2}{4\pi} = \frac{4^2}{4\pi} = \frac{4}{\pi} \text{ سم}^2$$

$$s = \frac{4}{\pi} = \frac{4}{\frac{22}{7}} = \frac{4 \times 7}{22} = \frac{14}{11} \text{ سم}^2 \approx 1.27 \text{ سم}^2$$



مثال 9: أوجد المساحة المظللة في الشكل الآتي :

الحل: المساحة المظللة s هي فرق مساحتي المستطيلين :
الأكبر وبعدهما هما 3.5 سم ، 4 سم ، والأصغر
وبعداهما هما 1 سم ، 2 سم ، وبهذا يكون :

$$s = 2 \times 1 - 4 \times 3.5 = 2 - 14 = -12 \text{ سم}^2$$

مثال 10: دائرتان متحدتا المركز ، طول قطر إحدهما 6 سم ، بينما طول قطر الأخرى 4 سم .
أوجد المساحة المحصورة بينهما .

الحل: المساحة المحصورة بينهما s هي فرق مساحتي الدائرتين ، أي هي :

$$s = \pi \times 3^2 - \pi \times 2^2$$

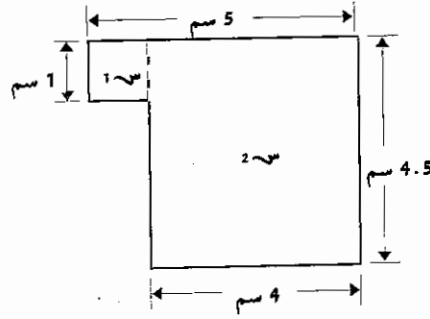
(حيث نصف قطر الدائرة الكبرى $= \frac{6}{2} = 3$ سم ، نصف قطر الدائرة الصغرى $= \frac{4}{2} = 2$ سم)

$$s = \pi \times 9 - \pi \times 4 = 5\pi \text{ سم}^2$$

$$s = 5\pi = \frac{110}{7} = \frac{22}{7} \times 5 \approx 15.71 \text{ سم}^2$$

$$s \approx 15.71 \text{ سم}^2$$

مثال 11: أوجد مساحة الشكل التالي:



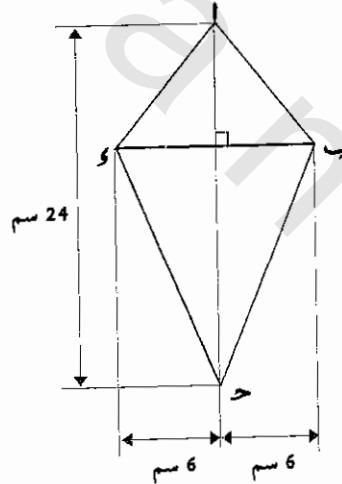
الحل: المساحة الكلية S هي مجموع المساحتين S_1 ، S_2 الموضحتين بالشكل .
 بعدا المستطيل (المربع) الذي مساحته S_1 هما 1 سم ، 5 سم - 4 سم ، أى أنهما 1 سم ، 1 سم ،
 بينما بعدا المستطيل الذي مساحته S_2 هما 4 سم ، 4.5 سم ، وبهذا تكون المساحة الكلية S هي :

$$S = S_1 + S_2$$

$$= 1 \times 1 + 4.5 \times 4$$

$$= 1 + 18 = 19 \text{ سم}^2$$

مثال 11: أوجد مساحة الشكل ا ب ح د :



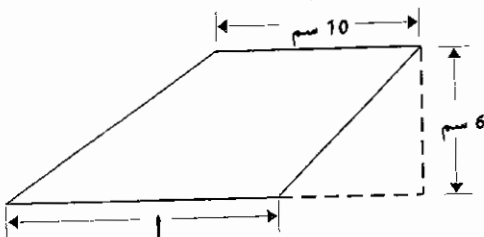
الحل: مساحة الشكل ا ب ح د = 2 × مساحة المثلث ا ب ح

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 24 \right) = 144 \text{ سم}^2$$

مثال 12: إذا كانت مساحة شبه المنحرف الموضح

في الشكل المقابل هي 90 سم² ،

فما قيمة ؟



الحل: مساحة شبه المنحرف المعطى

$$90 = \frac{1}{2} (1 + 6) \times 10$$

$$30 = 1 + 10 \quad \text{أى أن:}$$

$$20 = 1 \quad \Leftarrow$$

مثال 13: فى الشكل المقابل إذا كان :

$$| \overline{CH} | = 4 \text{ سم} , \text{ فما } | \overline{AO} | ?$$

الحل: مساحة المثلث $\triangle ABC$

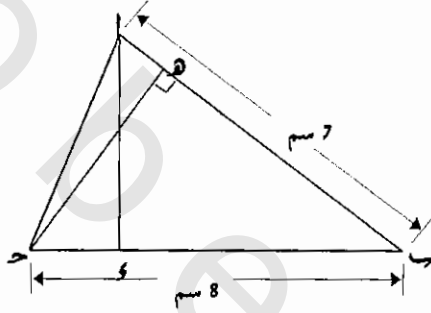
$$= \frac{1}{2} | \overline{AB} | \times | \overline{CH} |$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14 \text{ سم}^2$$

$$= \frac{1}{2} | \overline{AO} | \times | \overline{BC} |$$

$$= \frac{1}{2} | \overline{AO} | \times 8$$

$$\Leftarrow | \overline{AO} | = \frac{14 \times 2}{8} = 3 \frac{1}{2} \text{ سم}$$



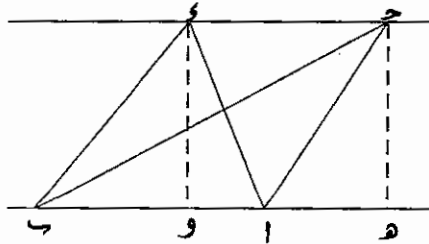
مثال 14: برهن على أن المثلثين المشتركين فى قاعدة واحدة ، ويقع رأسهما على مستقيم يوازي

القاعدة تكون لهما المساحة نفسها .

البرهان: المثلثان $\triangle ABC$ ، $\triangle ADE$

يحتزان فى القاعدة $\overline{AB}$ ورأسهما C ، E

يقعان على مستقيم $\overleftrightarrow{CE}$ يوازي القاعدة .



وبالتالى فإن المسافة بين المستقيم $\overleftrightarrow{CE}$ والمستقيم $\overline{AB}$ ثابتة وهى تساوى ارتفاع المثلث $\triangle ABC$

أى $| \overline{CO} |$ ، وكذلك تساوى ارتفاع المثلث $\triangle ADE$ أى $| \overline{EO} |$. أى أن المثلثين $\triangle ABC$ ، $\triangle ADE$

لهما الارتفاع نفسه ومن حيث إنه لهما القاعدة نفسها فإن :

$$= \text{مساحة } \triangle ABC = \frac{1}{2} | \overline{AB} | \times | \overline{CO} | = \frac{1}{2} | \overline{AB} | \times | \overline{EO} | = \text{مساحة } \triangle ADE$$

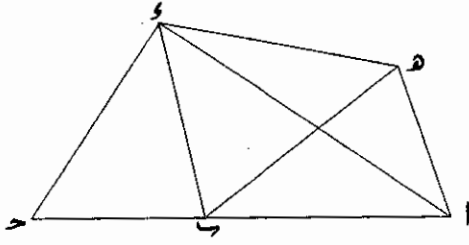
= مساحة المثلث $\triangle ADE$

مثال 15: في الشكل المقابل القطعة المستقيمة

$\overline{AH}$ توازي القطعة المستقيمة $\overline{BO}$

برهن على أن مساحة الشكل الرباعي $ABCO$ و AOH

تساوي مساحة المثلث ABC



البرهان: المثلثان AOH و BOC ، BO و AO يشتركان في القاعدة نفسها $\overline{BO}$ ورأساهما H ، A يقعان على القطعة المستقيمة $\overline{AH}$ التي توازي القاعدة $\overline{BC}$ وبالتالي فإن لهما المساحة نفسها ، أي أن :

$$\text{مساحة } \triangle AOH = \text{مساحة } \triangle BOC \quad (1) \dots\dots$$

والآن مساحة الشكل الرباعي $ABCO$ و AOH

$$= \text{مساحة } \triangle AOH + \text{مساحة } \triangle BOC$$

$$= \text{مساحة } \triangle AOH + \text{مساحة } \triangle BOC$$

(1)

$$= \text{مساحة } \triangle ABC \quad (\text{وهو المطلوب})$$

مثال 16: في الشكل المقابل :

AB و CD ، AD و BC متوازي أضلاع

برهن على أن مساحة المثلث ABD و

تساوي مساحة المثلث ACD

وكذلك مساحة الشكل الرباعي $ABCD$ و

تساوي مساحة الشكل الرباعي $ABCD$ و

البرهان:

من خصائص متوازي الأضلاع أن كل ضلعين متقابلين متوازيين يكونان متساويين في الطول .

وبالتالي فإنه لأن AB و CD متوازي أضلاع تكون القطعة المستقيمة $\overline{AC}$ متساوية في الطول مع

القطعة المستقيمة $\overline{AD}$ ، أي أن :

$$|\overline{AC}| = |\overline{AD}| \quad (1) \dots\dots$$

وكذلك لأن AB و CD متوازي أضلاع فإن القطعة المستقيمة $\overline{AD}$ توازي القطعة المستقيمة $\overline{BC}$ ،

أي أن : القطعة المستقيمة $\overline{BC}$ توازي القطعة المستقيمة $\overline{AD}$

(2)

ومن حيث إن : $ا ب هـ$ $ح$ متوازي أضلاع فإن القطعة المستقيمة $ا ح$ توازي القطعة المستقيمة $ب هـ$ أي توازي القطعة المستقيمة $و ب$ (3)

من (2) ، (3) ينتج أن الشكل الرباعي $ا و ب ح$ متوازي أضلاع ، ومن ثم فإن :
..... (4) $|\overline{ا ح}| = |\overline{و ب}|$

من (1) ، (4) ينتج أن :

$$|\overline{ا ح}| = |\overline{و ب}| \text{ (5)}$$

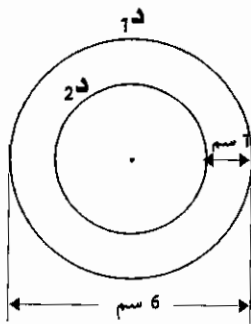
والآن المثلثان $ا ب و$ ، $ح هـ ب$ لهما الارتفاع نفسه لأن رأسهما $ا$ ، $ح$ يقعان على القطعة المستقيمة $ا ح$ التي توازي القطعة المستقيمة $و هـ$ التي تقع عليها قاعدتهما $و ب$ ، $ب هـ$ وليكن هذا الارتفاع $ع$ وبهذا يكون :

$$\text{مساحة } \Delta ا ب و = \frac{1}{2} |\overline{و ب}| \times ع = \frac{1}{2} |\overline{ب هـ}| \times ع = \text{مساحة } \Delta ح هـ ب$$

(وهو المطلوب أولاً)

والآن بإضافة مساحة متوازي الأضلاع $ا ب ح و$ إلى مساحة كل من المثلثين $ا ب و$ ، $ح هـ ب$ (المتساويين في المساحة) ينتج أن مساحة الشكل الرباعي $ب ح و و$ تساوي تساوي الشكل الرباعي $ا ب هـ و$. (وهو المطلوب ثانياً)

مثال 17: أوجد مساحة مقطع أنبوبة دائرية من المعدن ، قطرها الخارجى 6 سم ، وسمك المعدن 1 سم .



الحل: المطلوب حساب المساحة بين الدائرتين $د 1$ ، $د 2$

نصف قطر الدائرة الخارجية $د 1$ هو 3 سم ،

بينما نصف قطر الدائرة الداخلية $د 2$ = 3 - 1 = 2 سم

فإذا كانت مساحة الدائرة الخارجية $س 1$ ،

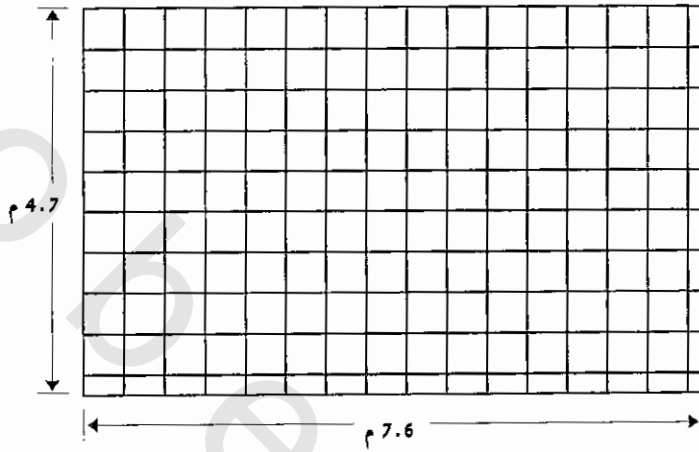
وكانت مساحة الدائرة الداخلية $س 2$ ، فإن :

$$س 1 - س 2 = \pi \times 3^2 - \pi \times 2^2$$

$$= 9\pi - 4\pi = 5\pi$$

$$\simeq 3.14 \times 5 = 15.7 \text{ سم}^2$$

مثال 18: المطلوب تغطية أرض حجرة بعدها 7.6 ، 4.7 من الأمتار بقطع من الفلين ، بعدا قطعة الفلين 0.5 ، 0.5 من الأمتار . كم قطعة تلزم لذلك ؟



الحل: نحتاج إلى عدد من

قطع الفلين لرصها طولياً

$$15.2 = \frac{7.6}{0.5} =$$

أى نحتاج إلى 16 قطعة

ونحتاج إلى عدد من قطع

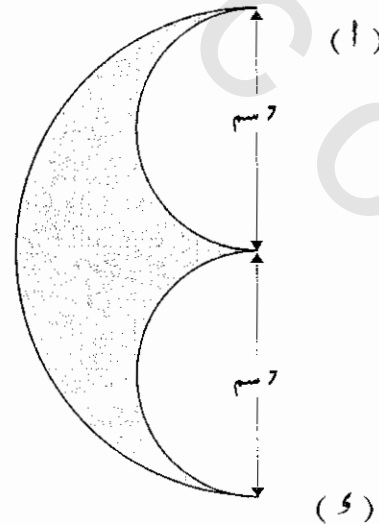
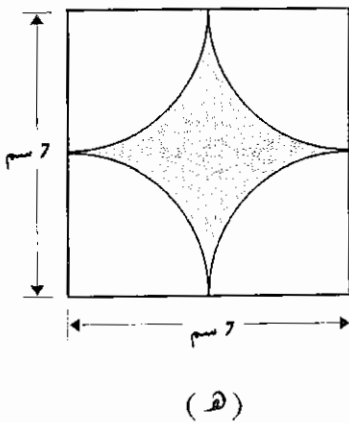
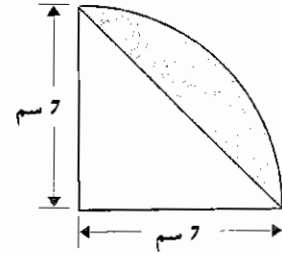
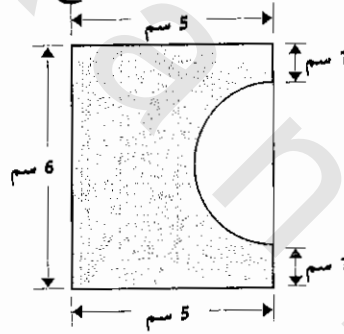
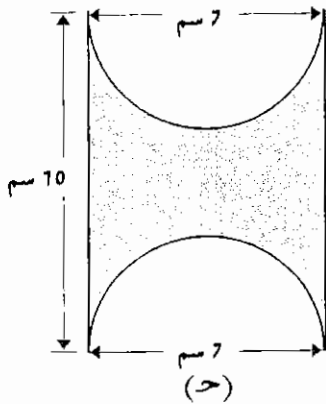
الفلين لرصها عرضياً

$$9.4 = \frac{4.7}{0.5} =$$

أى نحتاج إلى 10 قطع

ويكون العدد الكلى لقطع الفلين المطلوب هو $160 = 10 \times 16$ قطعة

مثال 19: احسب المساحات المظللة الآتية ، علماً بأن جميع الأقواس أجزاء من محيطات دوائر .



الحل: (أ) المساحة المظللة سم = مساحة ربع دائرة نصف قطرها 7 - مساحة ثلث قائم الزاوية

طول قاعدته = طول ارتفاعه = 7 وحدات

$$\begin{aligned} 7 \times 7 \times \frac{1}{2} - \frac{\pi \times 7^2}{4} &= \\ \frac{49}{2} - \frac{\pi \times 49}{4} &= \\ \frac{49}{2} - \frac{22}{7} \times \frac{49}{4} &\approx \\ \frac{49}{2} - \frac{77}{2} = \frac{49}{2} - \frac{11 \times 7}{2} &= \\ 14 \text{ سم}^2 = \frac{28}{2} &= \end{aligned}$$

(ب) المساحة المظللة = مساحة المستطيل الذي بعده 5 سم ، 6 سم

- مساحة نصف دائرة نصف قطرها $\frac{1-1-6}{2}$ سم

$$\begin{aligned} \text{أى نصف قطرها 2 سم} \\ \frac{\pi \times 2^2}{2} - 6 \times 5 &= \\ 3.14 \times 2 - 30 \approx \pi \times 2 - 30 &= \\ 6.28 - 30 = 23.72 \text{ سم}^2 &= \end{aligned}$$

(ج) المساحة المظللة = مساحة المستطيل الذي بعده 7 سم ، 10 سم

- $2 \times$ مساحة نصف دائرة نصف قطرها $\frac{7}{2}$ سم

$$\begin{aligned} 2 \left(\frac{7}{2} \right) \times \pi \times \frac{1}{2} \times 2 - 10 \times 7 &= \\ \frac{49}{4} \times \frac{22}{7} - 10 \times 7 \approx & \\ \frac{7 \times 11}{2} - 70 = & \\ 31.5 \text{ سم}^2 = 38.5 - 70 = \frac{77}{2} - 70 &= \end{aligned}$$

(د) المساحة المظللة = مساحة نصف دائرة نصف قطرها 7 سم

- $2 \times$ مساحة نصف دائرة نصف قطرها $\frac{7}{2}$ سم

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times \pi \times \frac{1}{2} \times 2 - 7^2 \times \pi \times \frac{1}{2} = \\
&\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 2 - 7 \times 7 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \simeq \\
&7 \times \frac{11}{2} - 7 \times 11 = \\
&38.5 = \frac{77}{2} \text{ سم}^2
\end{aligned}$$

(هـ) المساحة المظللة = مساحة مربع طول ضلعه = 7 سم

- 4 × مساحة ربع دائرة نصف قطرها $\frac{7}{2}$ سم

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times \pi \times \frac{1}{4} \times 4 - 7 \times 7 = \\
&\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{22}{7} - 7 \times 7 \simeq \\
&\frac{77}{2} - 49 = \frac{7 \times 11}{2} - 49 = \\
&10.5 = 38.5 - 49 = \text{سم}^2
\end{aligned}$$

مثال 20: دائرة نصف مساحتها 77 ط سم² ، مساحتها = مساحة مربع . كم يكون طول محيط المربع ؟

الحل: مساحة الدائرة $\simeq 77 \times \frac{22}{7} \times 2$

$$= 22 \times 22 \text{ سم}^2$$

⇐ طول ضلع المربع $\simeq 22$ سم

⇐ طول محيط المربع = 4 × طول ضلعه

$$\simeq 22 \times 4 = 88 \text{ سم}$$

مثال 21: أوجد نصف قطر دائرة محيطها = محيط مربع طول ضلعه $\frac{44}{7}$ سم

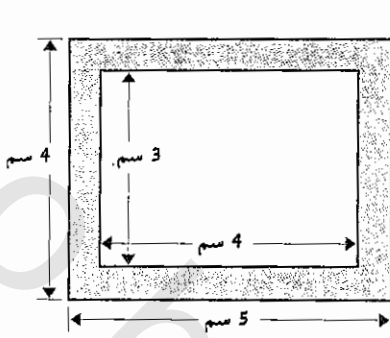
الحل: طول محيط الدائرة = طول محيط المربع = $\frac{44}{7} \times 4$

$$\simeq 2 \times \frac{22}{7} \times \text{نصف قطر الدائرة}$$

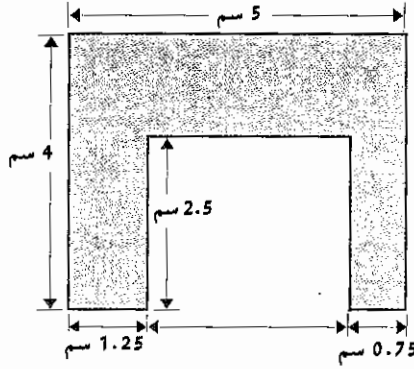
$$\begin{aligned}
&\Leftarrow \text{نصف قطر الدائرة} \simeq \frac{\frac{44}{7} \times 4}{\frac{22}{7} \times 2} = 4 \text{ سم}
\end{aligned}$$

تمارين

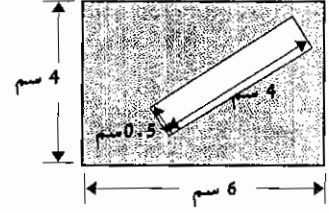
(1) احسب مساحة الأشكال المظللة :



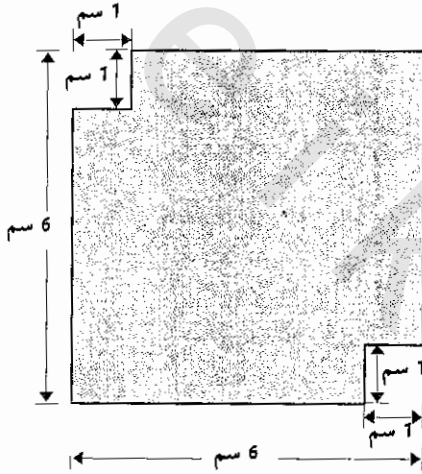
(أ)



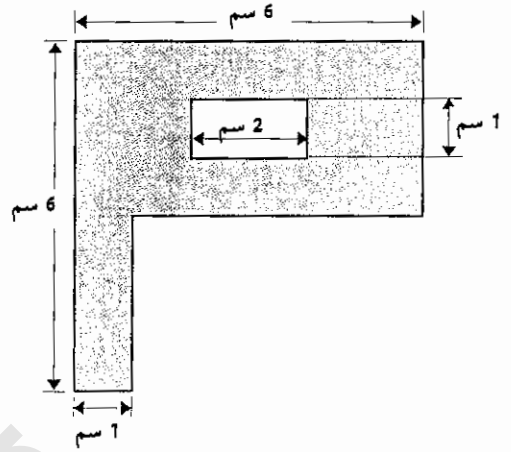
(ب)



(ج)



(د)



(هـ)

(2) منقطة على شكل نصف دائرة ، نصف قطرها 5 سم . أوجد مساحتها .

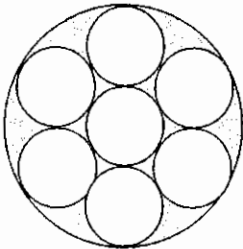
(3) دائرتان مختلفتان في طول نصف القطر . طول نصف الكبرى ثلاثة أضعف طول نصف

القطر للصغرى . احسب النسبة :

$$\frac{\text{مساحة الدائرة الصغرى}}{\text{مساحة الدائرة الكبرى}}$$

(4) أرض كوخ على شكل دائري يراد تغطيتها بقطعة من القماش المنسوج . ما تكلفة المتر

المربع إذا كانت التكلفة الكلية 372 جنيهاً . علماً بأن نصف قطر أرض الكوخ 5 أمتار ؟

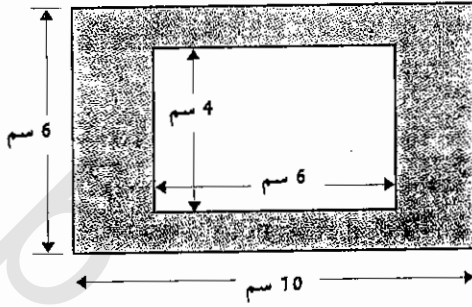


(5) دائرة كبرى نصف قطرها 30 سم ، رسم بداخلها

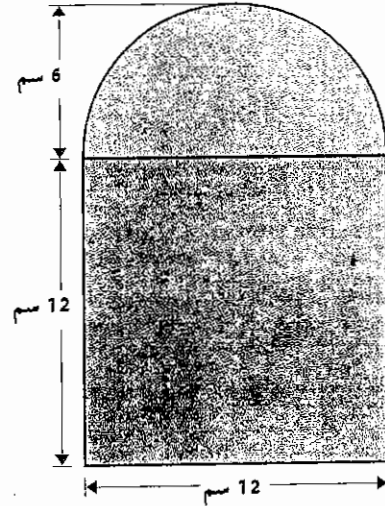
7 دوائر صغيرة متماثلة كما في الشكل ، احسب :

(أ) نصف قطر الدوائر الصغيرة . (ب) المساحة المظللة .

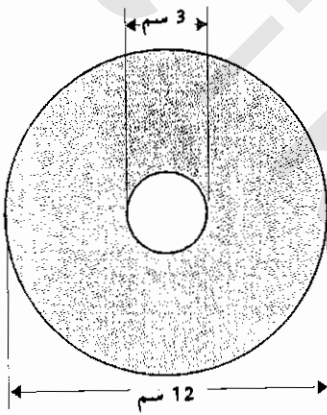
(6) احسب المساحات المظللة الآتية . كل الأرقام بالسم :



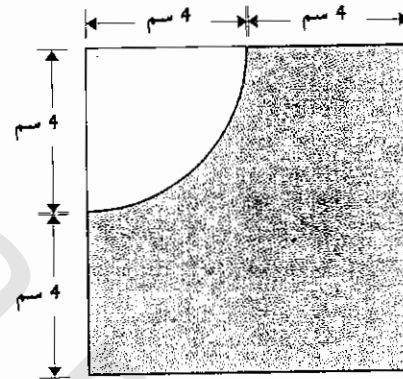
(ب)



(أ)



(د)



(ج)

(7) قصت أقراص قطر كل منها 6 سم من لوح على شكل مستطيل ، وبعدا المستطيل 130 سم ، 70 سم . (أ) كم يكون عدد الأقراص التي يمكن الحصول عليها ؟
(ب) ما مساحة الورق غير المستخدم ؟

(8) غطيت جدران وأرض حمام ببلاط ، أبعاد كل بلاطة 15 سم ، 15 سم ، إذا كانت أبعاد الحمام 2.7 م ، 2.25 م ، 3 م ، فما عدد البلاطات اللازمة (تجاهل وجود باب ونافذة) .

(9) حجرة أبعادها 4.38 م ، 3.74 م ، 2.36 م لها بابان بعدا كل منهما 198 سم ، 76 سم . لها كذلك ثلاث نوافذ ، كل نافذة لها البعد 106 سم ، البعد 88 سم . يراد طلاء الجدران ، فما تكلفة الطلاء إذا كانت تكلفة المتر المربع الواحد 6 جنيهاً ؟

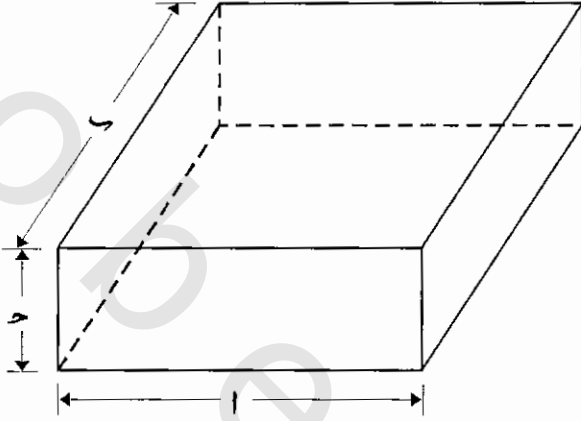
الحجم

تعريف : الحجم هو عدد الوحدات المكعبة التي يحتويها شكل ذو ثلاثة أبعاد .
أمثلة :

مثال 1: حجم متوازي المستطيلات ح

ذى الأبعاد l ، b ، h يعطى بـ :

$$ح = l \times b \times h$$

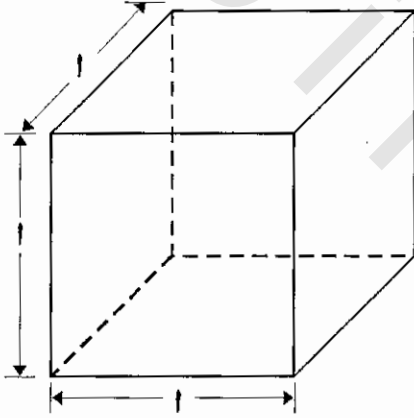


مثال 2: حجم مكعب ح طول ضلعه l يعطى بـ :

$$ح = l^3$$

لاحظ أن المكعب حالة خاصة من متوازي المستطيلات

حيث $l = b = h$



الأسطوانة الدائرية القائمة : هي مجسم ثلاثى الأبعاد قاعدته دائرتان لهما طول نصف القطر نفسه ، ويسمى الخط الواصل بين مركزى القاعدتين بمحور الأسطوانة ، وهو عمودى على قاعدتيها . ويقال لطول محور الأسطوانة إنه ارتفاعها .

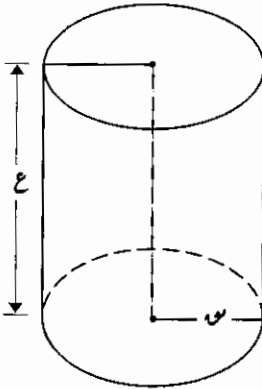
مثال 3: حجم الأسطوانة الدائرية القائمة ح

التي طول نصف قطر قاعدتها r ،

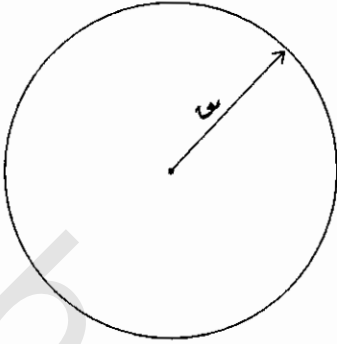
وارتفاعها h هو : $ح = \pi r^2 h$

تعطى المساحة الجانبية للأسطوانة بـ :

$$س = 2 \pi r h$$



مثال 4: الكرة هي مجسم ثلاثي الأبعاد يتكون سطحها الخارجي من جميع النقط التي على مسافة ثابتة من نقطة ثابتة تسمى مركز الكرة ، وتسمى المسافة الثابت بطول نصف قطر الكرة . وحجم الكرة $\frac{4}{3} \pi r^3$ التي نصف قطرها r يعطى بـ :



$$\frac{4}{3} \pi r^3$$

وتعطى مساحة سطح الكرة $4 \pi r^2$ بـ :

$$4 \pi r^2$$

مثال 5: صندوق على شكل متوازي مستطيلات ،

بعدا قاعدته 4.5 وحدة ، 3 وحدات ، يمكن ملؤه بارتفاع 0.6 وحدة . ما سعة الصندوق ؟
الحل: سعة الصندوق $0.6 \times 3 \times 4.5 = 8.1$ وحدة مكعبة .

مثال 6: وضعت كرة في صندوق على شكل مكعب بحيث كانت تمس جميع أوجه المكعب الستة . ما نسبة حجم الكرة إلى حجم الصندوق ؟

الحل: إذا كان طول ضلع المكعب هو a

$$\frac{a}{2} = \text{نصف قطر الكرة}$$

وبينما يكون حجم المكعب a^3 ،

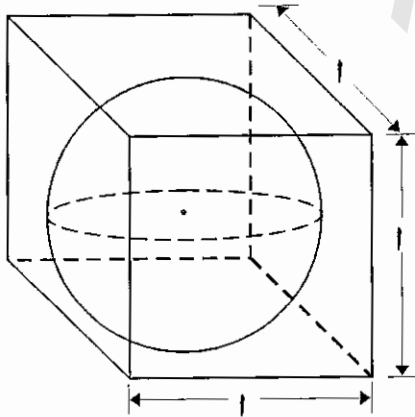
فإن حجم الكرة

$$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 =$$

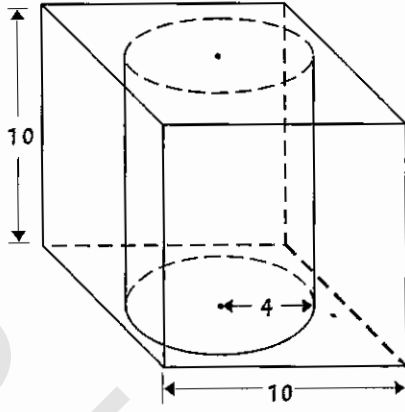
$$\frac{4}{3} \pi \times \frac{a^3}{8} =$$

$$\frac{\pi a^3}{6} =$$

$$\frac{\pi a^3}{6} = \frac{\pi a^3}{a^3} \times \frac{a^3}{6} = \text{نسبة حجم الكرة إلى حجم المكعب} = \frac{\pi}{6}$$



مثال 7: مكعب طول ضلعه 10 وحدات . فرغت منه أسطوانة رأسية قائمة نصف قطرها 4 وحدات ، يوازي محورها أحد أضلاع المكعب ، وارتفاعها 10 وحدات كذلك . أوجد حجم الجسم المتبقى من المكعب .



الحل: حجم الأسطوانة

$$= ط \times 4^2 \times 10$$

$$= 160 ط \text{ وحدة مكعبة}$$

$$\text{حجم المكعب} = 10^3$$

$$= 1,000 \text{ وحدة مكعبة}$$

ويكون حجم الجسم المتبقى

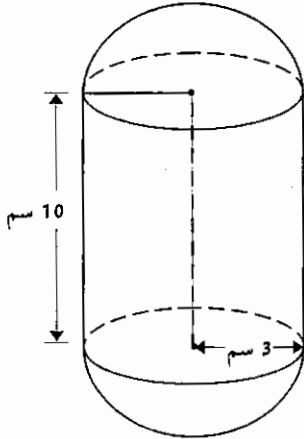
$$= 1,000 - 160 ط$$

$$\approx 3.14 \times 160 - 1,000$$

$$= 502.4 - 1,000$$

$$= 497.6 \text{ وحدة مكعبة}$$

مثال 8: أسطوانة دائرية قائمة فارغة ، ارتفاعها = 10 سم ، وطول نصف قطرها = 3 سم تنتهي بنصف كرة من طرفيها . أوجد الحجم الكلى للشكل .



الحل: حجم نصف الكرة

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times ط \times 3^3$$

$$= 2 \times 3^2 ط = 18 ط \text{ سم}^3$$

حجم الأسطوانة

$$= ط \times 3^2 \times 10 = 90 ط \text{ سم}^3$$

الحجم الكلى للشكل

$$= 2 \times 18 ط + 90 ط$$

$$= 36 ط + 90 ط$$

$$= 126 ط \text{ سم}^3 = 126 \times \frac{22}{7} \text{ سم}^3 = 396 \text{ سم}^3$$

مثال 9: طول محيط أحد أوجه مكعب = 40 سم . أوجد حجمه

الحل: طول محيط أحد أوجه المكعب = $4 \times \text{طول الضلع}$

$$\Leftarrow 40 = 4 \times \text{طول الضلع}$$

$$\Leftarrow \text{طول الضلع} = \frac{40}{4} = 10 \text{ سم}$$

$$\Leftarrow \text{حجم المكعب} = 10 \times 10 \times 10 =$$

$$= 1,000 \text{ سم}^3$$

تمارين

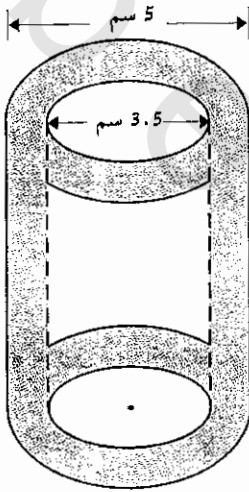
(1) ما طول ضلع المكعب الذي حجمه بالوحدات المكعبة :

$$(أ) 729 ؟$$

$$(ب) 512$$

$$(ج) 64$$

$$(د) 8$$



(2) أسطوانة مفرغة من الداخل طول قطرها

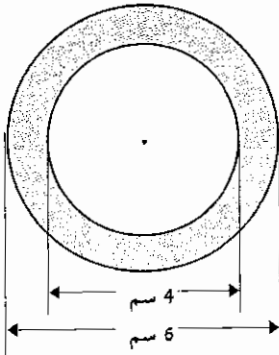
الخارجي 5 سم ، والداخلي 3.5 سم ،

وارتفاعها 8 سم . احسب حجم المادة

المصنوع منها الأسطوانة المفرغة .

(إرشاد : احسب حجم الأسطوانة الخارجي ،

حجمها الداخلي)



(3) كرة مفرغة من الداخل طول قطرها

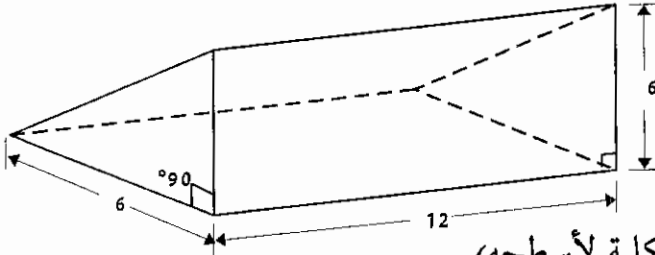
الخارجي 6 سم ، الداخلي 4 سم .

احسب حجم المادة المصنوع منها الكرة المفرغة .

(إرشاد : كما سبق : احسب الحجم الخارجي ،

الحجم الداخلي ثم احسب الفرق)

(4) احسب حجم (المنشور) في الشكل المقابل ، حيث أبعاده : 6 سم ، 6 سم ، طولاً ضلعى



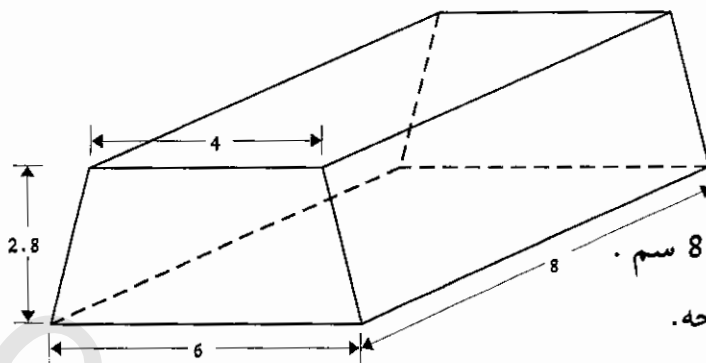
القاعدة اللذين يحصران زاوية قائمة ،

ارتفاعه 12 سم . احسب كذلك

مساحته الجانبية ومجموع مساحتي

قاعدتيه المتوازييتين ، ومن ثم المساحة الكلية لأسطحه) .

(إرشاد : الحجم = مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع) .



- (5) احسب حجم المنشور الموضح حيث مقطعه العرضي شبه منحرف طولاً ضلعي قاعدتيه المتوازيين 4 سم ، 6 سم ، وارتفاعه 2.8 سم ، وطوله 8 سم . احسب كذلك المساحة الكلية لأسطحه.

- (6) أوجد حجم المنشور الموضح بالشكل

حيث قاعدته نصف دائرية ، طول نصف قطرها 3 سم ، وطوله 8 سم .

احسب كذلك المساحة السطحية الكلية له .

(إرشاد : المساحة الجانبية الدائرية

$$= \text{طول نصف محيط الدائرة} \times \text{طول المنشور}$$

- (7) كرتان طول نصف قطر الأولى = ضعف طول نصف قطر الثانية .

احسب النسبة بين حجميهما وكذلك النسبة بين مساحتي سطحيهما .

- (8) أسطوانتان طول نصف قطر الأولى = 3 أمثال طول نصف قطر الثانية ، ولهما الارتفاع نفسه . احسب النسبة بين حجميهما ، والنسبة بين المساحتين الجانبيتين لهما ، والنسبة بين المساحتين الكليتين لكليتهما .

- (9) أسطوانتان متساويتان في طول نصف القطر ، وارتفاع إحداهما = $2 \times$ ارتفاع الأخرى .

احسب النسبة بين حجميهما ، والنسبة بين المساحتين الجانبيتين لهما والنسبة بين المساحتين الكليتين لسطحيهما .

- (10) مكعبان طول ضلع أحدهما = 3 أمثال طول ضلع الآخر . احسب النسبة بين حجميهما ،

والنسبة بين المساحتين السطحيتين لكليهما .

- (11) أوجد نصف قطر الكرة التي حجمها $\frac{11}{21}$ سم³ .

- (12) عيّن جميع متوازيات المستطيلات التي حجمها = 32 وحدة مكعبة .

$$(\text{إرشاد : } 32 = 1 \times 1 \times 32 = 1 \times 2 \times 16 = \dots)$$

(13) عيّن جميع الأسطوانات التي حجمها = 100 ط وحدة مكعبة .

(14) عيّن طول ضلع المكعب الذي حجمه = حجم متوازي مستطيلات أبعاده 12 سم ، 3 سم ، 6 سم .

(15) عيّن طول ضلعى قاعدة متوازي مستطيلات ارتفاعه = 4 سم ، وحجمه = حجم مكعب طول ضلعه = 10 سم .

(16) عيّن طول نصف قطر الكرة التي حجمها = مساحتها السطحية .

(17) عين ارتفاع أسطوانة نصف قطرها = نصف قطر كرة ،

وحجم الأسطوانة = المساحة السطحية للكرة .

(18) أسطوانة وكرة لهما طول نصف القطر نفسه ويساوى ١٠ .

إذا كان لهما الحجم نفسه ، فكم يكون ارتفاع الأسطوانة ؟

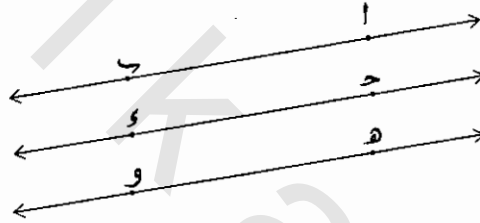
ملحوظة : جميع الأسطوانات فى هذا التمرين دائرية قائمة .

أمثلة متنوعة

مثال 1: استعن بالرسم لاختبار إذا ما كانت الإدعاءات الآتية صحيحة :

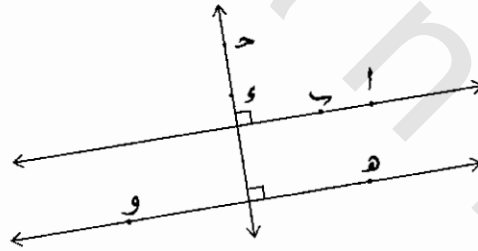
- (أ) إذا كان الخط المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ يوازي الخط المستقيم $\overleftrightarrow{CD}$ ، وكان الخط المستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ يوازي الخط المستقيم $\overleftrightarrow{GH}$ ، فإن $\overleftrightarrow{AB}$ يوازي $\overleftrightarrow{GH}$.
- (ب) إذا كان الخط المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ عمودياً على الخط المستقيم $\overleftrightarrow{CD}$ ، وكان الخط المستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ عمودياً على الخط المستقيم $\overleftrightarrow{GH}$ ، فإن $\overleftrightarrow{AB}$ يكون عمودياً على $\overleftrightarrow{GH}$.
- (ج) إذا كان الخط المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ يوازي الخط المستقيم $\overleftrightarrow{CD}$ ، وكان الخط المستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ عمودياً على الخط المستقيم $\overleftrightarrow{GH}$ ، فإن $\overleftrightarrow{AB}$ يكون عمودياً على $\overleftrightarrow{GH}$.

الحل: (أ)



الإدعاء صحيح

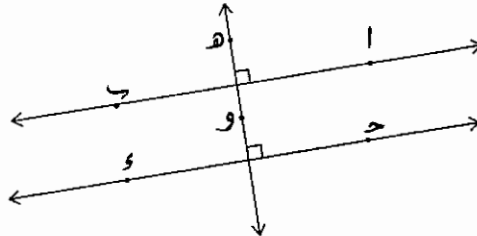
(ب)



الإدعاء خاطئ

الصحيح أن: $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$. بالكلمات $\overleftrightarrow{AB}$ يوازي $\overleftrightarrow{CD}$

(ج)



الإدعاء صحيح

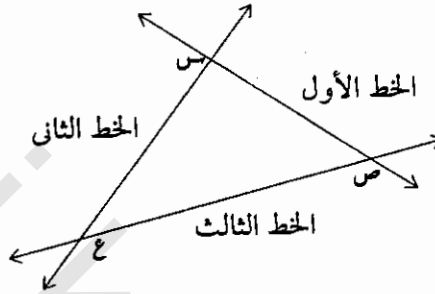
مثال 2: واضح أن أى خطين مستقيمين مختلفين إما أن يشتركا في نقطة واحدة أو لا يشتركا في أى نقطة على الإطلاق ، ما أكبر عدد من النقط المشتركة إذا كان لدينا :

(أ) ثلاثة مستقيمات مختلفة .

(ب) أربعة مستقيمات مختلفة .

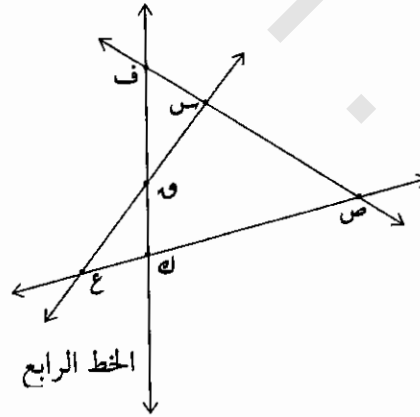
(ج) خمسة مستقيمات مختلفة .

الحل: (أ) الخطان الأول والثاني بينهما نقطة مشتركة س ، الخط الثالث سيشترك مع كليهما في نقطتين مختلفتين ص ، ع وليس من بينهما النقطة أ .

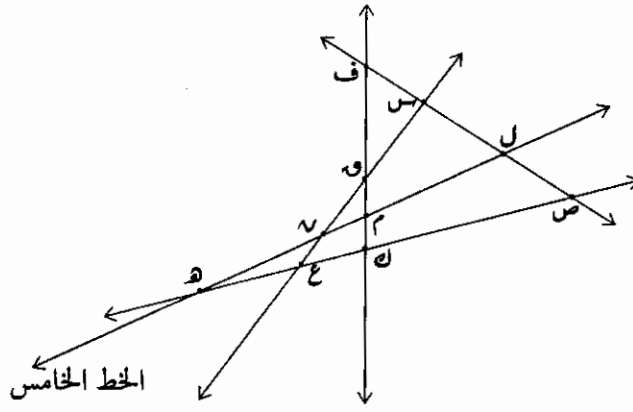


(ب) رأينا في (أ) أن أكبر عدد من النقط المشتركة في حالة وجود ثلاثة خطوط مستقيمة مختلفة هو 3 .

الآن يمكن أن يقطع الخط المستقيم الرابع الخطوط المستقيمة الثلاثة في ثلاث نقط مختلفة ف ، و ، هـ ، ليس من بينها النقط س ، ص ، ع ، فيكون لدينا 6 نقط مختلفة .



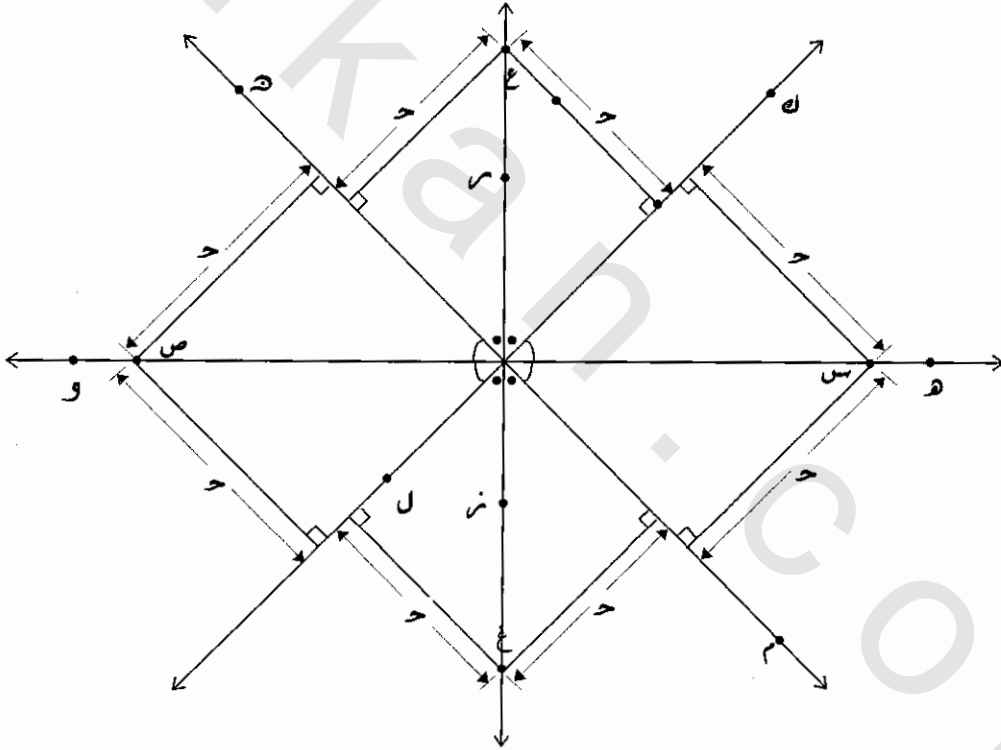
(ج) من (ب) لدينا 6 نقط مختلفة . الآن يمكن أن يقطع الخط الخامس الخطوط الأربعة السابقة في 4 نقط مختلفة ل ، م ، ن ، هـ ، ليس من بينها النقط السابقة س ، ص ، ع ، ف ، و ، هـ ، فيكون أكبر عدد من النقط المشتركة 10 .



مثال 3: ارسم خطين مستقيمين متقاطعين :

- (أ) عيّن جميع النقاط التي تكون على بُعد $ح$ سم من كلا الخطين المستقيمين .
- (ب) عيّن جميع النقاط التي تكون على بُعد $ح$ سم على الأقل من كلا الخطين المستقيمين .
- (ج) عيّن جميع النقاط التي تكون على بُعد $ح$ سم على الأكثر من كلا الخطين المستقيمين .

الحل:



- الخطان المعطيان هما $\vec{ل}$ ، $\vec{م}$. نصف الزوايا بين الخطين بواسطة الخطين المستقيمين $\vec{هـ و}$ ، $\vec{م ن}$.
- (أ) النقطتان س ، ص تقطعان على الخط المستقيم المنصف $\vec{هـ و}$ وعلى بُعد $ح$ من الخطين المستقيمين المعطيين $\vec{ل}$ ، $\vec{م}$.

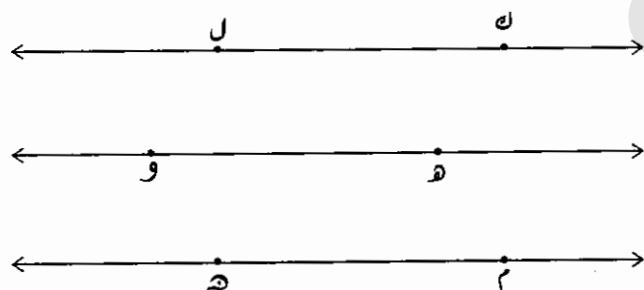
كذلك النقطتان ع ، غ تقعان على الخط المستقيم المنصف $\overleftrightarrow{مر}$ وتقعان على بعد ح من الخطين المستقيمين المعطيين $\overleftrightarrow{ل}$ ، $\overleftrightarrow{م}$.

(ب) النقط س ، و جميع النقط على يمينها على المستقيم المنصف $\overleftrightarrow{هو}$ ، والنقطة ص ، وجميع النقط على يسارها على المستقيم $\overleftrightarrow{هو}$ تقع على بعد ح على الأقل من الخطين المستقيمين المعطيين . كذلك النقطة ع وجميع النقط التي تعلوها على المستقيم المنصف $\overleftrightarrow{مر}$ ، والنقطة غ وجميع النقط التي أسفل منها على المستقيم المنصف $\overleftrightarrow{مر}$ تقع على بعد ح على الأقل من الخطين المعنيين .

(ح) النقطتان س ، ص وجميع النقط المحصورة بينهما على المستقيم المنصف $\overleftrightarrow{هو}$ تقع على بُعد ح على الأكثر من المستقيمين المعطيين $\overleftrightarrow{ل}$ ، $\overleftrightarrow{م}$.
النقطتان ع ، غ وجميع النقط المحصورة بينهما على المستقيم $\overleftrightarrow{مر}$ تقع على بُعد ح على الأكثر من المستقيمين المعطيين $\overleftrightarrow{ل}$ ، $\overleftrightarrow{م}$.

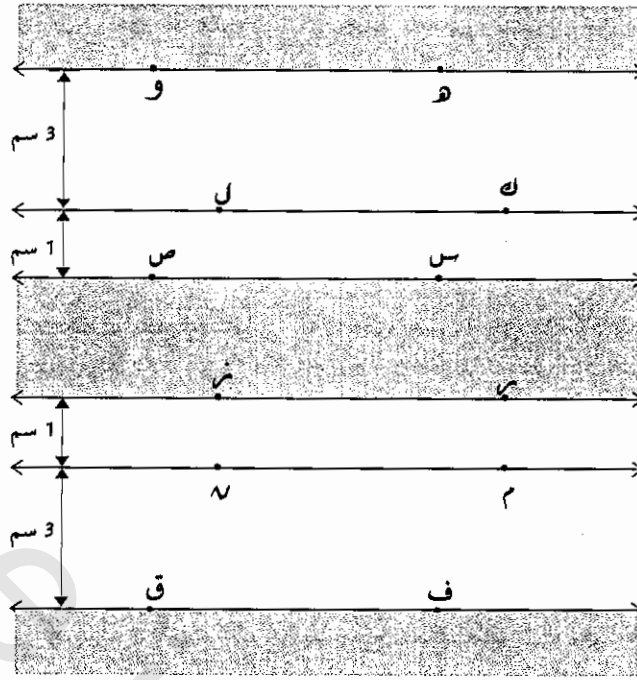
مثال 4: ارسم خطين مستقيمين متوازيين البعد بينهما 4 سم .

- (أ) عيّن جميع النقط التي تقع على بعد 2 سم من المستقيمين .
 - (ب) عيّن جميع النقط التي تقع على بعد 3 سم من المستقيمين .
 - (ح) عيّن جميع النقط التي تقع على بعد 3 سم على الأكثر من المستقيمين .
 - (و) عيّن جميع النقط التي تقع على بعد 3 سم على الأقل من المستقيمين .
- الحل: سنرسم الخطين المستقيمين المتوازيين $\overleftrightarrow{ل}$ ، $\overleftrightarrow{م}$.



- (أ) جميع نقط المستقيم $\overleftrightarrow{هو}$ (يوازي المعطيين $\overleftrightarrow{ل}$ ، $\overleftrightarrow{م}$) وعلى بُعد 2 سم من $\overleftrightarrow{ل}$ ، $\overleftrightarrow{م}$.
- (ب) لا توجد أية نقطة على بُعد 3 سم من كلا الخطين .

(ح)



جميع نقط المستقيمين $\overleftrightarrow{صس}$ ، $\overleftrightarrow{مر}$ والنقط المحصورة بينهما تقع على بُعد 3 سم على الأكثر من كلا الخطين المستقيمين $\overleftrightarrow{ل$ ، $\overleftrightarrow{م$ ه .

(٤) جميع نقط المستقيم $\overleftrightarrow{ه و}$ والنقط التي تعلوها وكذلك جميع نقط المستقيم $\overleftrightarrow{ق و}$ والنقط التي أسفل منها تقع على بُعد 3 سم على الأقل من كلا الخطين المستقيمين $\overleftrightarrow{ل$ ، $\overleftrightarrow{م$ ه .

مثال 5: اختبر الادعاءات الآتية :

(أ) كل متوازي أضلاع ، أضلاعه الأربعة متساوية في الطول يكون مربعاً .

(ب) كل شكل رباعي قطراه متعامدان يكون مربعاً .

(ج) كل متوازي أضلاع قطراه متساويان في الطول يكون مربعاً .

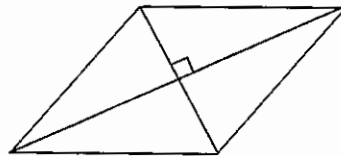
(د) توجد مستطيلات طولاً قطري كل منها متساويان .

(هـ) في كل معين قطران متساويان في الطول .

(القطر في الشكل الرباعي هو القطعة المستقيمة التي تصل بين رأسين متقابلين أي غير متجاورين) .

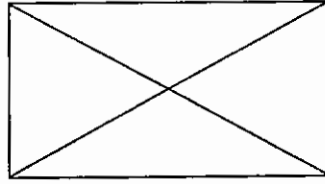
الحل: (أ) خطأ

مثال مضاد :



المعين الموضح بالشكل

(ب) خطأ . أى معين يكون قطراه متعامدين . انظر المثال المضاد أعلاه .



(ح) خطأ .

مثال مضاد :

المستطيل الموضح .

(د) جميع المستطيلات يكون طولاً قطري كل منها متساويين ، فالادعاء صحيح .

(هـ) خطأ . انظر المضاد فى (ا)

مثال 6: ينتمى علام وأبو النصر إلى ناديين رياضيين مختلفين . وقد تنازعا أى الناديين لديه ملعب كرة قدم أكبر .

يقول علام : إن طول ملعبنا 90 متراً ، بينما طول ملعبكم 85 متراً . إذن ملعبنا أكبر .

يرد أبو النصر : بل إن عرض ملعبكم 65 متراً ، بينما عرض ملعبنا 72 متراً ، فملعبنا أكبر . أيهما معه الحق ؟

الحل: مساحة ملعب النادى الذى ينتمى إليه علام

$$= 65 \times 90 = 5,850 \text{ متراً مربعاً}$$

مساحة ملعب النادى الذى ينتمى إليه أبو النصر

$$= 72 \times 85 = 6,120 \text{ متراً مربعاً}$$

إذن مساحة الملعب الذى ينتمى إليه أبو النصر أكبر من مساحة الملعب الذى ينتمى إليه علام ، وبهذا يكون الحق مع أبى النصر .

مثال 7: مساحة مستطيل 24 سم² . كم يمكن أن يكون طولاً بعده ؟ أعط جميع الإجابات ذات الأعداد الصحيحة .

كرر العمل نفسه إذا كانت المساحة 48 سم²

الحل: إذا كانت مساحة المستطيل 24 سم² ، فمن الممكن أن يكون بعده :

$$24 ، 1 ؛ 12 ، 2 ؛ 8 ، 3 ؛ 6 ، 4$$

إذا كانت مساحة المستطيل 48 سم² ، فمن الممكن أن يكون بعده :

$$48 ، 1 ؛ 24 ، 2 ؛ 16 ، 3 ؛ 12 ، 4 ؛ 8 ، 6$$

مثال 8: حديقة على شكل مستطيل بعدها 87 متراً ، 11 متراً . يوجد حائط على امتداد أحد ضلعيه الصغيرين . ويوجد سياج بامتداد الأضلاع الثلاثة الأخرى .

(أ) كم يكون طول السياج ؟

(ب) إذا كان ثلث الحديقة مروجاً ، فكم تكون مساحتها ؟

الحل:

$$(أ) \text{ طول السياج} = 11 + 87 \times 2 =$$

$$= 11 + 174 = 185 \text{ متراً}$$

$$(ب) \text{ مساحة المروج} = \frac{1}{3} \times 87 \times 11 =$$

$$= 11 \times 29 = 319 \text{ متراً مربعاً .}$$

مثال 9: يراد تجديد إفريز أرض حجرة طولها 5.2 متراً ، وعرضها 4.5 متراً . إذا كان عرض باب الحجرة 1.2 متراً ، فكم يبلغ طول الإفريز ؟

$$\text{الحل: طول الإفريز} = 5.2 \times 2 + 4.5 \times 2 - 1.2 =$$

$$= 10.4 + 9 - 1.2 =$$

$$= 19.4 - 1.2 = 18.2 \text{ متراً}$$

مثال 10: يراد بيع قطعة أرض على شكل مستطيل بعدها 18 متراً ، 17 متراً . إذا كان سعر المتر المربع في هذا الموقع = 10,000 جنيه . كم يكون سعر قطعة الأرض .

$$\text{الحل: مساحة قطعة الأرض} = 18 \times 17 = 306 \text{ متراً مربعاً .}$$

$$\text{سعر قطعة الأرض} = 10,000 \times 306 = 3,060,000 \text{ جنيه}$$

مثال 11: حوض أزهار على شكل مستطيل بعدها 10.6 متراً ، 4.8 متراً يراد إحاطته بسياج . كم يبلغ طول هذا السياج ؟

$$\text{الحل: طول السياج} = 10.6 \times 2 + 4.8 \times 2 =$$

$$= 21.2 + 9.6 = 30.8 \text{ متراً}$$

مثال 12: فناء على شكل مستطيل بعدها 12 متراً ، 5 أمتار . يراد تبليط هذا الفناء . إذا علمت أن 4 بلاطات تغطي متراً مربعاً ، فكم بلاطة تكفى لتبليط الفناء ؟

وإذا أريد إحاطة الفناء بسياج . فكم يبلغ طول هذا السياج ؟

الحل : مساحة الفناء = $5 \times 12 = 60$ متراً مربعاً .

عدد البلاطات اللازمة لتبليط الفناء = $4 \times 60 = 240$ بلاطة

طول السياج = $5 \times 2 + 12 \times 2 =$

$= 10 + 24 = 34$ متراً .

مثال 13: مستطيل بعده عددان صحيحان ولا يساوى أحدهما 1 ومساحته 254 سم² . كيف تتغير مساحته وطول محيطه . إذا :

(أ) ضرب أحد بعديه في 2 ، بينما ضرب الآخر في $\frac{1}{2}$

(ب) كلا البعدين ضربا في 2 ، أو ضربا في $\frac{1}{2}$

(ج) إذا ضرب أحد البعدين في 2 أو $\frac{1}{2}$

الحل : حتى تكون المساحة 254 سم² ، ويكون البعدان عددين صحيحين ولا يساوى أحدهما

1 ينبغي أن يكون البعدان 127 سم ، 2 سم ،

ويكون طول المحيط = $129 \times 2 = 258$ سم

(أ) إذا ضرب 127 في 2 وضرب 2 في $\frac{1}{2}$ أصبح البعدان 254 ، 1

ويكون طول المحيط = $(1 + 254) \times 2 = 510$ سم

أما المساحة فتبقى كما هي بالطبع 254 سم² .

أما إذا ضرب $127 \times \frac{1}{2}$ وضرب 2 في 2 فيكون طول المحيط

$$= (2 \times 2 + \frac{127}{2}) \times 2 =$$

$$= 127 + 8 = 135 \text{ سم}$$

كذلك تبقى المساحة كما هي .

(ب) إذا ضرب كلا العددين في 2 أصبح طول المحيط

$$= 258 \times 2 = 516 \text{ سم}$$

ويمكن رؤية ذلك بالتفصيل كما يلي :

$$\text{طول المحيط} = (2 \times 2 + 127 \times 2) \times 2 =$$

$$(2 + 127)2 \times 2 =$$

$$516 \text{ سم} = 258 \times 2 =$$

$$\text{أما المساحة فتصبح : } 2 \times 2 \times 127 \times 2 =$$

$$254 \times 4 =$$

$$1016 \text{ سم}^2 =$$

$$\text{أما إذا ضرب كلا العددين في } \frac{1}{2} \text{ فيكون :}$$

$$\text{طول المحيط} = (2 \times \frac{1}{2} + 127 \times \frac{1}{2}) \times 2 =$$

$$129 = 2 + 127 =$$

$$\text{(نصف طول المحيط الأول)}$$

$$\text{وتكون المساحة} = 2 \times \frac{1}{2} \times 127 \times \frac{1}{2} =$$

$$258 \times \frac{1}{4} =$$

$$\text{(ربع المساحة الأولى)}$$

$$64.5 \text{ سم}^2 = \frac{129}{2} =$$

$$\text{(ح) إذا ضرب 127 في 2 فيصبح طول المحيط}$$

$$(2 + 127 \times 2) \times 2 =$$

$$(2 + 254) \times 2 =$$

$$512 \text{ سم} = 256 \times 2 =$$

$$\text{وتصبح المساحة} = 2 \times 127 \times 2 =$$

$$\text{(ضعف المساحة الأولى)}$$

$$508 \text{ سم}^2 =$$

$$\text{أما إذا ضرب 127 في } \frac{1}{2} \text{ فيصبح طول المحيط}$$

$$(2 + 127 \times \frac{1}{2}) \times 2 =$$

$$131 \text{ سم} = 4 + 127 =$$

$$\text{وتصبح المساحة} = 2 \times 127 \times \frac{1}{2} =$$

$$\text{(نصف المساحة الأولى)}$$

$$127 \text{ سم}^2 =$$

إما إذا ضرب 2 في 2 فيصبح طول المحيط :

$$(2 \times 2 + 127) \times 2 =$$

$$262 = 131 \times 2 \text{ سم}$$

(ضعف المساحة الأولى)

$$2 \times 2 \times 127 = \text{وتصبح المساحة}$$

$$508 \text{ سم}^2 =$$

أما إذا ضرب في $\frac{1}{2}$ فيصبح طول المحيط :

$$(2 \times \frac{1}{2} + 127) \times 2 =$$

$$1 \times 2 + 127 \times 2 =$$

$$256 = 2 + 254 \text{ سم}$$

(نصف المساحة الأولى)

$$2 \times \frac{1}{2} \times 127 = \text{وتصبح المساحة}$$

$$127 \text{ سم}^2 =$$

مثال 14: يريد السيد/ على أن يطلّى أرض (بدروم) منزله . إذا كان البدروم يتكون من حجرة للتخزين مساحتها 12 مترًا مربعًا ، حجرة للجلوس مساحتها 17 مترًا مربعًا ، حجرة للنوم مساحتها 18 مترًا مربعًا ، صالة مساحتها 46 مترًا مربعًا ، وكان دلو الدهان يكفي لطلاء 28 مترًا مربعًا ، فكم دلوًا يحتاج السيد/ على لشرائه ؟

الحل: مجموع المساحات المراد طلاؤها :

$$12 + 17 + 18 + 46 = 93 \text{ مترًا مربعًا}$$

$$\text{يحتاج السيد/ على إلى : } \frac{93}{28} = 3 \frac{9}{28} \text{ دلوًا}$$

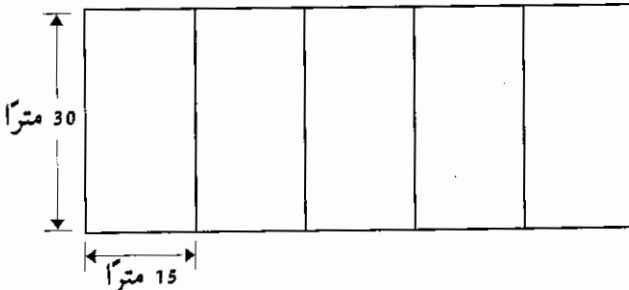
أى يحتاج إلى شراء 4 دلوات

مثال 15: تشترك خمس عائلات في خمس

قطع مستطيلة متجاورة ، بعدا كل قطعة 30

مترًا ، 15 مترًا ، كما هو موضح بالشكل .

كم تبلغ المساحة الكلية للقطع ؟



الحل: المساحة الكلية للقطع = $15 \times 30 \times 5 = 2,250$ متراً مربعاً .

مثال 16: (أ) كم عدد الحدائق التي يمكن الحصول عليها من مساحة 2,250 متراً مربعاً ، إذا كانت مساحة كل حديقة 250 متراً مربعاً ؟

(ب) ما مساحة كل حديقة صغيرة إذا كانت الحديقة الكبرى مساحتها 2,250 متراً مربعاً ستقسم بالتساوي على 6 عائلات ؟

الحل: (أ) عدد الحدائق = $\frac{2,250}{250} = 9$ حدائق

(ب) مساحة الحديقة الصغيرة = $\frac{2,250}{6} = 375$ متراً مربعاً

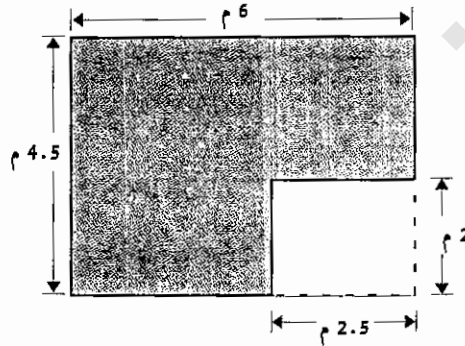
مثال 17: باعت السيدة/ ليلي 4 قطع من أراضي البناء . مساحة الأولى 750 م² ، مساحة الثانية 675 م² ، مساحة الثالثة 775 م² ، مساحة الرابعة 650 م² . إذا كان سعر المتر في كل هذه القطع 9,000 جنيه ، فكم تقاضت السيدة/ ليلي ؟

الحل: مجموع مساحات الأراضي المباعة

$$2,850 = 650 + 775 + 675 + 750 \text{ م}^2$$

تقاضت السيدة ليلي مبلغاً = $9,000 \times 2,850 = 25,650,000$ جنيه

مثال 18: احسب المساحة المظللة الآتية بطريقتين مختلفتين .

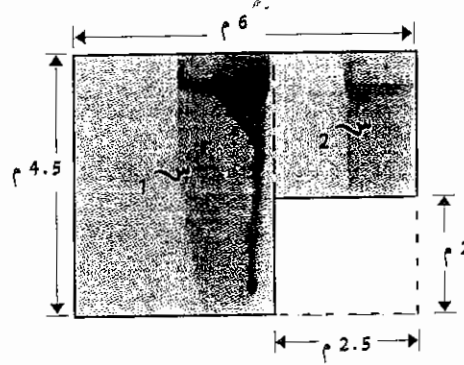


الحل: الطريقة الأولى : سنحسب مساحة المستطيل الذي بعدها 6 م ، 4.5 م ، ثم نطرح من هذه المساحة مساحة المستطيل الذي بعدها 2.5 م ، 2 م فنحصل على المساحة المطلوبة سـ كالآتي :

$$سـ = 4.5 \times 6 - 2 \times 2.5$$

$$= 27 - 5 = 22 \text{ م}^2$$

الطريقة الثانية = منحسب المساحة سـ₁ ، والمساحة سـ₂ ، فتكون المساحة سـ المطلوبة هي مجموع المساحتين :



البعد الرأسى فى سـ₂ = 2 - 4.5 = 2.5 متر

إذن سـ₂ مساحة مربع = 2.5 × 2.5 = 6.25 م²

البعد الأفقى فى سـ₁ = 2.5 - 6 = 3.5 متر

إذن سـ₁ مساحة مستطيل = 4.5 × 3.5 = 15.75 م²

وتكون المساحة الكلية سـ = 15.75 + 6.25 = 22.00 م²

مثال 19: (أ) تبحث شركة إنشاءات معمارية عن قطعة أرض لبناء سبعة صفوف من المنازل ،

مطلوب لكل صف أرض بناء 280 م² . ما مساحة قطعة الأرض المطلوبة ؟

(ب) فى حالة أخرى توجد قطعة أرض مساحتها 6,720 م² ، يراد 7 أماكن بناء متساوية المساحة .

كم تكون مساحة كل بناء ؟

(ج) كم يكون عدد قطع البناء التى يمكن الحصول عليها من قطعة أرض مساحتها 6,720 م² ،

إذا كانت مساحة كل قطعة 1,120 م² ؟

الحل: (أ) المساحة المطلوبة = 280 × 7 = 1,960 م²

(ب) مساحة كل بناء = $\frac{6,720}{7} = 960$ م²

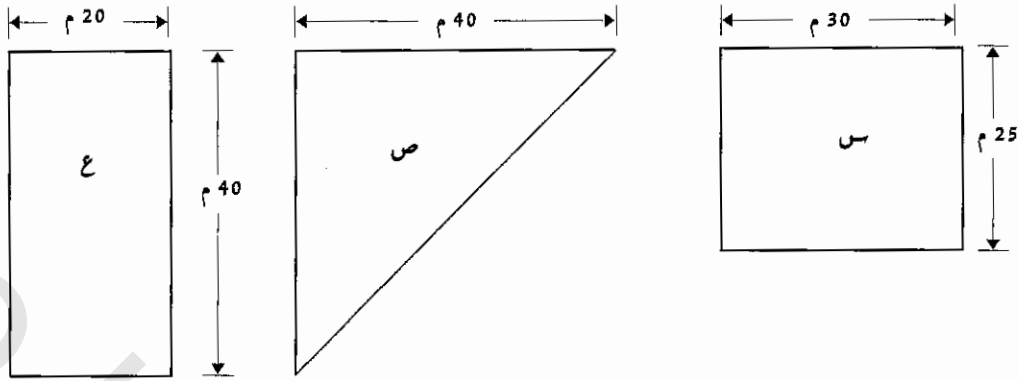
(ج) عدد القطع التى يمكن الحصول عليها = $\frac{6,720}{1,120} = 6$ قطع

مثال 20: فى شارع المطلوب بناء 18 حظيرة سيارات (جراج) ، مساحة كل حظيرة 17 م² ،

كم تكون مساحة قطعة الأرض المطلوبة لعمل الحظائر على الأقل ؟

الحل: المساحة المطلوبة على الأقل = 18 × 17 = 306 م²

مثال 21:



(أ) السوبر ماركت ع على شكل مستطيل ، بينما السوبر ماركت ص على شكل مثلث قائم الزاوية . كلاهما ينبغي أن يبلط . هل يحتاج أحدهما مادة تبليط أكثر مما يحتاج الآخر ؟
(ب) قارن بين مساحتي س ، ع .

(ح) يزعم رئيس العمال/ قاسم أنه لأن طول محيط ص أكبر من طول محيط ع ، فإن مساحة ص تكون أكبر من مساحة ع ، وبناء عليه يحتاج ص إلى مادة تبليط أكثر مما يحتاج ع . هل زعم رئيس العمال/ قاسم صحيح ؟

الحل: (أ) مساحة ع = $40 \times 20 = 800 \text{ م}^2$

مساحة ص = $40 \times 40 \times \frac{1}{2} = 800 \text{ م}^2$

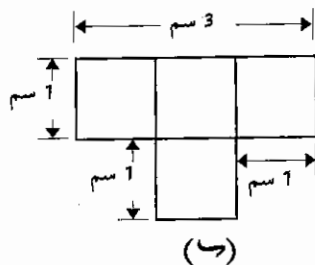
وبناء على أن مساحتي السوبر ماركت ع والسوبر ماركت ص متساويتان فهما - أي ع ، ص - يحتاجان إلى الكميات نفسها من مواد التبليط .

(ب) مساحة س = $25 \times 30 = 750 \text{ م}^2$

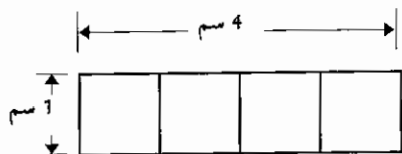
إذن مساحة ع أكبر من مساحة س .

(ح) صحيح أن طول محيط ص أكبر من طول محيط ع ، لكننا رأينا في (أ) أن لهما المساحة نفسها ، وبالتالي هما يحتاجان إلى الكميات نفسها من مواد التبليط ، ومن ثم فإن زعم السيد/ قاسم ليس صحيحًا .

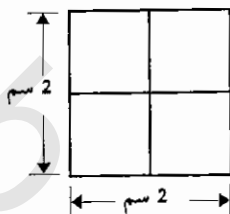
مثال 22: تزعم سلوى أنه إذا كان محيطا شكلين متساويين في الطول فإن مساحتهما تكونان متساويتين . لكن نجوى أرادت أن تدحض هذا الزعم ، فأتت بأربعة مربعات من قصاصات الورق ، طول ضلع كل منها 1 سم ، ووضعت المربعات في خمسة أوضاع مختلفة كالآتي :



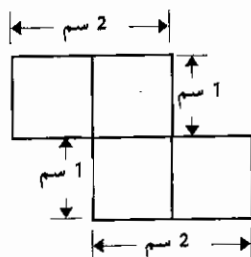
(ب)



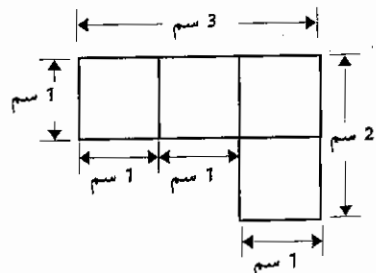
(ا)



(هـ)



(د)



(ح)

هل أصابت نجوى في دحضها ادعاء سلوى بهذا العمل ؟

الحل: طول محيط الشكل (ا) = $1 \times 2 + 4 \times 2 = 10$ سم

طول محيط الشكل (ب) = $1 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 2 + 3 \times 1 = 10$ سم

طول محيط الشكل (ح) = $1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 2 + 2 \times 1 + 3 \times 1 = 10$ سم

طول محيط الشكل (د) = $1 \times 3 + 1 \times 3 + 2 \times 2 = 10$ سم

طول محيط الشكل (هـ) = $2 \times 4 = 8$ سم

لكن مساحة جميع الأشكال هي 4 سم² ، لأن كل شكل يتكون من أربعة مربعات "غير متداخلة" مساحة كل مربع منها 1 سم² .

إذن على الرغم من تساوى المساحات الخمس إلا أن طول محيط إحداها يختلف عن طول محيط الأربعة مساحات الأخرى .

هل تكون نجوى قد دحضت ادعاء سلوى ؟!

لا ! لأن سلوى ادعت أن تساوى أطوال المحيطات ينتج عنه تساوى المساحات ، بينما أتت نجوى بمثال تتساوى فيه المساحات لكن تختلف فيه أطوال المحيطات ! وكان ينبغي لنجوى أن تأتى بمثال تتساوى فيه أطوال المحيطات ، بينما تختلف فيه المساحات .

زد على هذا أن الأشكال (ب) ، (ح) ، (د) لم تضاف جديداً إلى الشكل (ا) لأنها جميعاً لها طول المحيط الذى يساوى طول محيط (ا)

مثال 23: كان همام مقتنعاً بأن ادعاء سلوى غير صحيح ، لكن نجوى جانبها التوفيق في محاولتها . واهتدى همام إلى مثال جيد : الدائرة والمربع . هل تستطيع أن توضح بالتفصيل برهان همام ؟

الحل: ليكن لدينا مربع طول ضلعه 1 سم

إذن طول محيط المربع 4 سم

وليكن لدينا دائرة نصف قطرها 1 سم

إذن طول محيط الدائرة هو 2π سم

والآن ليكن طول محيط المربع = طول محيط الدائرة ، أى أن : $4 = 2\pi$

$$\pi = \frac{2}{1} \text{ سم}$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \times 1^2 = \left(\frac{2}{1}\right) \times 1 = 2$$

$$\frac{14}{11} \text{ سم}^2 = \frac{28}{22} = \frac{4}{\frac{22}{7}} \approx \frac{4}{\pi} =$$

بينما مساحة المربع = 1 سم²

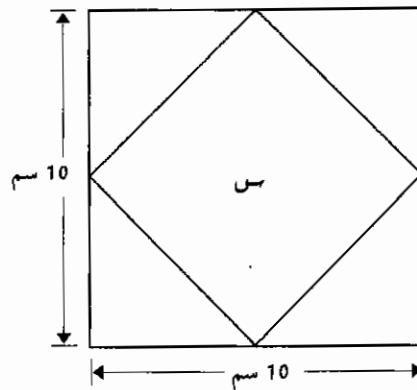
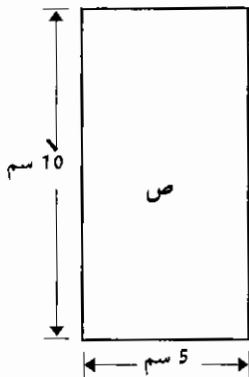
وواضح أن مساحة الدائرة أكبر من مساحة المربع على الرغم من تساوى طولى محيطيهما .

مثال 24: نظرية فيثاغوراس

مساحة المربع المنشأ على الضلع المقابل للزاوية القائمة (الوتر) فى أى مثلث قائم الزاوية =

مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين .

طبقاً لنظرية فيثاغوراس لاختبار إذا ما كانت مساحة س تساوى مساحة المستطيل ص :



الحل: مساحة المستطيل ص = $10 \times 5 = 50$ سم²

مساحة المربع س = $25 + 25 = 25^2 + 25^2 = 50$ سم²

إذن المساحتان متساويتان

ملحوظة: سندرس نظرية فيثاغوراس فيما بعد .

مثال 25: في الشكل المقابل : ا ب ح ه متوازي أضلاع

الزاوية ب ح و قائمة (أى قياسها = 90°)

ما مساحة متوازي الأضلاع ؟

الحل: مساحة متوازي الأضلاع

= قاعدته × ارتفاعه

= 2 × مساحة المثلث و ب ح

الذى يشترك مع متوازي الأضلاع فى القاعدة والارتفاع

ولهذا نحسب مساحة المثلث و ب ح ، فنحسب أولاً ارتفاع المثلث و ب ح

أى نحسب |و ح| ولهذا نطبق نظرية فيثاغوراس كما يلى :

$$|و ب|^2 = |و ح|^2 + |ب ح|^2$$

$$10^2 = |و ح|^2 + 8^2 \quad \Leftarrow$$

$$100 = |و ح|^2 + 64 \quad \Leftarrow$$

$$|و ح| = 6 \text{ سم} \quad \Leftarrow$$

وبالتالى فإن مساحة المثلث و ب ح = $\frac{1}{2} \times 8 \times 6$ سم²

وتكون مساحة متوازي الأضلاع ا ب ح ه = $6 \times 8 = 48$ سم²

مثال 26: اشترى المزارع عبد الفتاح سماد أعشاب يكفى لتسميد مساحة 120 م² . إذا كانت

أرض الأعشاب لديه مستطيلة بعدها 8 م ، 3 م ، فكم مرة يستطيع أن يسمد أرضه ؟

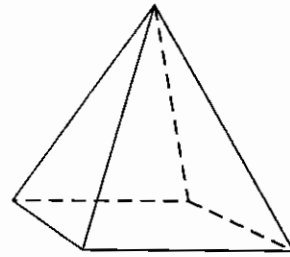
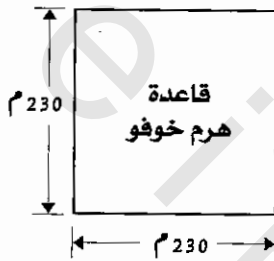
الحل: مساحة أرض الأعشاب = $3 \times 8 = 24$ م²

عدد مرات التسميد الممكنة = $\frac{120}{24} = 5$ مرات

مثال 27: (أ) موقف سيارات خصص لكل سيارة مساحة 9 م² ، يتسع لعدد 500 سيارة ،
بالإضافة إلى 200 م² خالية كممرات . كم تبلغ مساحة الموقف ؟
(ب) كم يكون عدد السيارات التي يسمح لها بدخول الموقف والانتظار إذا خصصت مساحة
10 م² لكل سيارة ؟

الحل: (أ) المساحة المخصصة للسيارات = $9 \times 500 = 4,500$ م²
المساحة الكلية للموقف = $4,500 + 200 = 4,700$ م²
(ب) عدد السيارات التي يسمح لها بالانتظار = $\frac{4,500}{10} = 450$ سيارة

مثال 28:



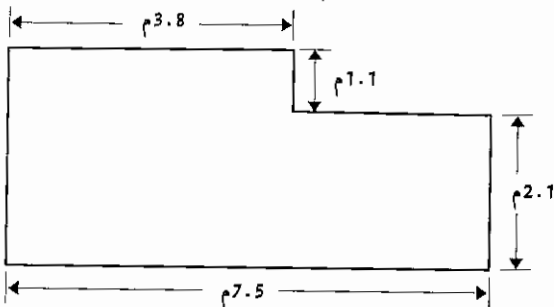
هرم خوفو في الجيزة قاعدة مربعة

(أ) كم تبلغ مساحة قاعدة هرم خوفو ؟
(ب) كم عدد ملاعب كرة القدم التي مجموع مساحاتها يساوي مساحة قاعدة هرم خوفو إذا
علمت أن بعدي ملعب كرة القدرة 105 م ، 80 م ؟

الحل: (أ) مساحة قاعدة هرم خوفو = $230 \times 230 = 52,900$ م²
(ب) مساحة ملعب كرة القدم = $80 \times 105 = 8,400$ م²
عدد ملاعب كرة القدم التي مجموع مساحاتها يساوي مساحة قاعدة هرم خوفو
$$6.3 \approx \frac{52,900}{8,400} =$$

أي أن مساحة قاعدة هرم خوفو تزيد على مساحة ستة ملاعب كرة قدم مجتمعة .

مثال 29:



يراد دهان هذا الحائط في الشكل المقابل . يحتاج
كل 1 م² إلى 40 علبة وكل صندوق يحتوي على
100 علبة . كم صندوقاً يكفي لهذا الدهان ؟

الحل: مساحة الحائط = $1.1 \times 3.8 + 2.1 \times 7.5 =$

$$19.93 = 4.18 + 15.75 \text{ م}^2$$

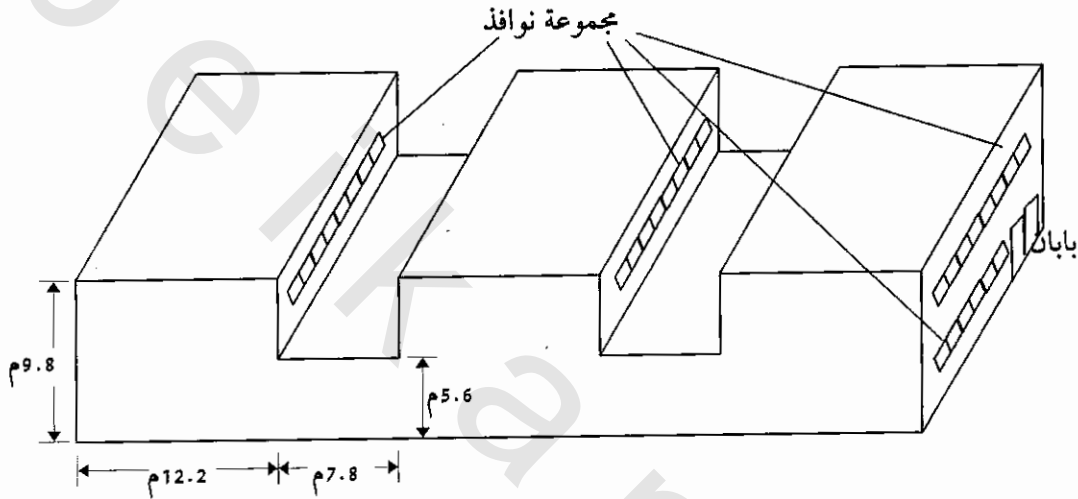
عدد العلب المطلوبة = $40 \times 19.93 = 797.2$

أى أن عدد العلب المطلوبة = 798 علبة

ويكون عدد الصناديق المطلوبة = $\frac{798}{100} = 7.98$

أى 8 صناديق

مثال 30:



يراد طلاء الواجهة الخارجية للمصنع الموضح أعلاه باللون البنى ، وقد كتب على كل دلو طلاء أنه يكفى لطلاء 4 م² وزن 1 كجم منه . كم كيلو جرامًا تكفى لطلاء الواجهة ؟

الحل: المساحة الكلية المطلوب طلاؤها = $5.6 \times 7.8 \times 2 + 9.8 \times 12.2 \times 3 =$

$$87.36 + 358.68 =$$

$$446.04 \text{ م}^2 =$$

عدد الكيلو جرامات اللازمة للطلاء = $\frac{446.04}{4} = 111.51$ كجم

مثال 31: فى إدارة ما يوجد 49 حجرة مساحة الحجرة 16 م² ، 12 حجرة مساحة الحجرة 20 م² . كم تبلغ مساحة الحجرات جميعًا ؟

الحل: المساحة الكلية للحجرات = $20 \times 12 + 16 \times 49 =$

$$240 + 784 = 1,024 \text{ م}^2$$

مثال 32: في شقة السيدة/ إلهام حجرتان للنوم ، وحجرة للمعيشة ، وحجرة للطعام وحجرة للاستقبال . مساحة حجرة النوم 17 م² ، مساحة حجرة المعيشة 16 م² ، مساحة حجرة الطعام 16 م² ، مساحة حجرة الاستقبال 18 م² . إضافة إلى هذا يوجد حمام مساحته 14 م² ، مدخل (دهليز) مساحته 8 م² ، مطبخ مساحته 14 م² . إذا كان الإيجار الشهري للشقة مبنياً على أساس 12 جنيهاً لكل متر مربع فكم يكون :

(أ) الإيجار الشهري للشقة ؟ (ب) الإيجار السنوي للشقة ؟

وإذا كان المالك يعطى تخفيضاً قدره 5% لمن يستأجر الشقة ثلاث سنوات متعاقبة ، فكم يكون إيجاد السنوات الثلاث في هذه الحالة ؟

الحل: مساحة شقة السيدة / إلهام

$$14 + 8 + 14 + 18 + 16 + 16 + 17 \times 2 =$$

$$14 + 8 + 14 + 18 + 16 + 16 + 34 =$$

$$120 \text{ م}^2 =$$

(أ) الإيجار الشهري للشقة = $120 \times 12 = 1,440$ جنيهاً

(ب) الإيجار السنوي للشقة = $1,440 \times 12 = 17,280$ جنيهاً

$$\frac{95}{100} \times 17,280 \times 3 = \text{الإيجار لمدة ثلاث سنوات}$$

$$= 49,248 \text{ جنيهاً}$$

مثال 33: شقتان : الأولى تتكون من حجرة نوم مساحتها 20 م² ، حجرة أطفال مساحتها 16 م² ، حجرة معيشة مساحتها 24 م² ، دهليز مساحته 7 م² ، مطبخ مساحته 12 م² ، حمام مساحته 11 م² . الشقة الثانية مساحتها 108 م² . إيجار الشقة الأولى الشهري على أساس 11 جنيهاً للمتر المربع ، بينما إيجاد الثانية الشهري على أساس 10 جنيهاً للمتر المربع .

أي الإيجارين يكون أكبر ؟ وما الفرق بينهما ؟

$$\text{الحل: مساحة الشقة الأولى} = 11 + 12 + 7 + 24 + 16 + 20 = 90 \text{ م}^2$$

$$\text{إيجار الشقة الأولى الشهري} = 90 \times 11 = 990 \text{ جنيهاً}$$

$$\text{إيجار الشقة الثانية الشهري} = 108 \times 10 = 1,080 \text{ جنيهاً}$$

فيكون إيجار الشقة الثانية أكبر من إيجار الشقة الأولى

الفرق بين الإيجارين = 1,080 - 990 = 90 جنيهاً .

مثال 34: مرج مساحته 72 م × 24 م يقسم إلى 8 أقسام متساوية بواسطة أسوار ، كل قسم على شكل مستطيل . كم تكون مساحة كل قسم ؟ ما طول وعرض كل قسم (أعط إجابتين على الأقل) .

$$\text{الحل: مساحة كل قسم} = \frac{24 \times 72}{8}$$

$$= 216 \text{ م}^2 = 24 \times 9 =$$

يمكن أن تكون أبعاد كل قسم : 9 أمتار ، 24 مترًا ، أو 72 مترًا ، 3 أمتار

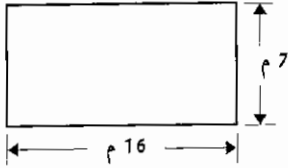
مثال 35: حائط شركة بعده 69 مترًا ، 6 أمتار سيطلى بطلاء في دلو . كتب على الدلو :

يكفى لمساحة 18 مترًا مربعًا . كم دلوًا يكفى لطلاء الحائط ؟

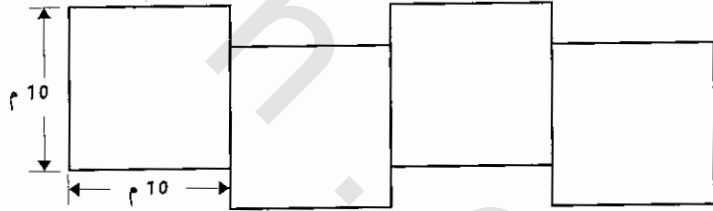
$$\text{الحل: مساحة الحائط} = 69 \times 6 \text{ م}^2$$

$$\text{عدد الأدلاء اللازمة للطلاء} = \frac{69 \times 6}{18} = 23 \text{ دلوًا}$$

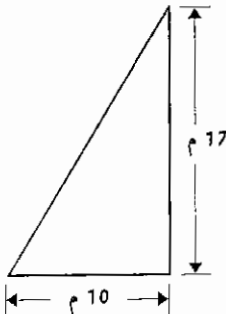
مثال 36 :



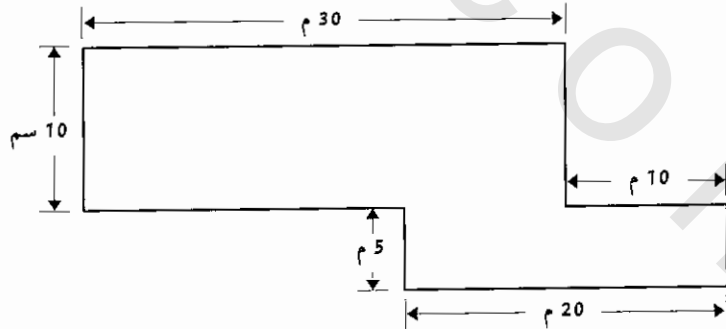
(ب)



(أ)



(د)



(ج)

يملك علام قطعتي أرض (أ) ، (ب) يملك أبو النصر قطعتي أرض (ح) ، (د) . اقترح علام

على أبى النصر أن يتبادلا القطع ، فيأخذ علام قطعتى الأرض (ح) ، (د) ، ويأخذ أبو النصر القطعتين (ا) ، (ب) . هل يكون التبادل عادلاً ، أم أن فيه غبنًا لأبى النصر .

$$\text{الحل: مساحة القطعة (ا) } = 10 \times 10 \times 4 = 400 \text{ م}^2$$

$$\text{مساحة القطعة (ب) } = 7 \times 16 = 112 \text{ م}^2$$

$$\text{مجموع مساحتي ما يمتلكه علام من الأرض } = 112 + 400 = 512 \text{ م}^2$$

$$\text{مساحة القطعة (ح) } = 5 \times 20 + 10 \times 30 =$$

$$= 100 + 300 = 400 \text{ م}^2$$

$$\text{مساحة القطعة (د) } = 17 \times 10 \times \frac{1}{2} = 85 \text{ م}^2$$

$$\text{مجموعة مساحتي ما يمتلكه أبو النصر من الأرض } = 85 + 400 = 485 \text{ م}^2$$

إذن يمتلك علام مساحة أكبر مما يمتلكه أبو النصر . إذا كانت الأراضى لها المميزات نفسها من حيث الموقع يكون التبادل ليس فيه غبن لأبى النصر .

مثال 37: حوض أزهار طوله 5 أمتار ، عرضه 3 أمتار . المطلوب زراعته بالورود . 4 وردات يتطلب زراعتها 1 مترًا مربعًا . كل وردة تتكلف 3 جنيهاً . كم تكون تكلفة زراعة الحوض ؟

$$\text{الحل: مساحة الحوض } = 3 \times 5 = 15 \text{ م}^2$$

$$\text{عدد الورود التى يمكن زراعتها فى الحوض } = 15 \times 4 = 60 \text{ وردة}$$

$$\text{إذا تكلفة زراعة الورود } = 3 \times 60 = 180 \text{ جنيهاً .}$$

مثال 38: فناء على شكل مستطيل طوله 12 م ، عرضه 5 م . يراد تبليط الفناء . أبعاد كل بلاطة 75 سم ، 50 سم .

(ا) كم يكون عدد البلاطات المطلوبة ؟

(ب) ينبغى أن يحاط الفناء بسلك . كم يكون طول السلك إذا كان عرض باب الفناء 2 م ؟

$$\text{الحل: (ا) عدد البلاطات المطلوبة بطول الفناء } = \frac{12}{0.75} =$$

$$= \frac{12}{\frac{75}{100}} = 100 \times \frac{12}{75} = 16 \text{ بلاطة}$$

$$\text{عدد البلاطات المطلوب بعرض الفناء } = \frac{5}{0.5} =$$

$$10 \text{ بلاطات} = \frac{10 \times 5}{5} = \frac{5}{\frac{5}{10}} =$$

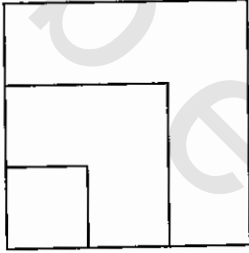
إذن العدد الكلى للبلاطات المطلوبة = $10 \times 16 = 160$ بلاطة .

لاحظ طريقة رص البلاطات . ماذا يحدث لو رصصنا بالطريقة الأخرى ، التى يمكنك أن تستنتجها .

$$(\hookrightarrow) \text{ طول محيط الفناء} = 5 \times 2 + 12 \times 2 =$$

$$= 10 + 24 = 34 \text{ مترًا}$$

$$\text{طول السلك المطلوب} = 34 - 2 = 32 \text{ مترًا}$$



مثال 39: (أ) مربع طول ضلعه :

$$(1) \text{ 2 سم} \quad (2) \text{ 3 سم} \quad (3) \text{ 5 سم}$$

عين طول محيطه ومساحته .

(ب) إذا ضوعف طول ضلع المربع فى (1) من (أ) ، فكم تكون مساحته وطول محيطه ؟

(ج) إذا ضرب طول ضلع المربع فى (1) من (أ) فى 3 ، فكم تكون مساحته وطول محيطه ؟

(د) كيف تتغير مساحة مربع وكيف يتغير طول محيطه إذا ضوعف طول ضلعه ؟

$$\text{الحل: (أ) (1) طول المحيط} = 2 \times 4 = 8 \text{ سم}$$

$$\text{المساحة} = 2 \times 2 = 4 \text{ سم}^2$$

$$(2) \text{ طول المحيط} = 3 \times 4 = 12 \text{ سم}$$

$$\text{المساحة} = 3 \times 3 = 9 \text{ سم}^2$$

$$(3) \text{ طول المحيط} = 5 \times 4 = 20 \text{ سم}$$

$$\text{المساحة} = 5 \times 5 = 25 \text{ سم}^2$$

$$(\hookrightarrow) \text{ طول الضلع} = 2 \times 2 = 4 \text{ سم}$$

$$\text{طول المحيط} = 4 \times 4 = 16 \text{ سم}$$

$$\text{المساحة} = 4 \times 4 = 16 \text{ سم}^2$$

$$(ج) \text{ طول الضلع} = 2 \times 3 = 6 \text{ سم}$$

$$\text{طول المحيط} = 6 \times 4 = 24 \text{ سم}$$

$$\text{المساحة} = 6 \times 6 = 36 \text{ سم}^2$$

(٥) حتى نتصور ما يحدث جيداً ربما نحسب الأشياء السابقة إذا كان طول الضلع 3 سم ، 5 سم
إذا كان طول الضلع 3 سم :

$$\text{طول المحيط} = 3 \times 4 = 12 \text{ سم}$$

$$\text{المساحة} = 3 \times 3 = 9 \text{ سم}^2$$

$$\text{إذا أصبح طول الضلع} = 3 \times 2 = 6 \text{ سم}$$

$$\text{طول المحيط} = 6 \times 4 = 24 \text{ سم}$$

$$\text{المساحة} = 6 \times 6 = 36 \text{ سم}^2$$

الآن إذا كان طول الضلع 5 سم :

$$\text{طول المحيط} = 5 \times 4 = 20 \text{ سم}$$

$$\text{المساحة} = 5 \times 5 = 25 \text{ سم}^2$$

$$\text{إذا أصبح طول الضلع} = 5 \times 2 = 10 \text{ سم}$$

$$\text{طول المحيط} = 10 \times 4 = 40 \text{ سم}$$

$$\text{المساحة} = 10 \times 10 = 100 \text{ سم}^2$$

من الأمثلة السابقة واضح أنه إذا ضوعف طول الضلع ، ضوعف طول المحيط بينما تضرب
المساحة في 4

ويمكن تصور ذلك كالاتى : ليكن طول ضلع المربع = س

$$\text{طول محيط المربع} = س + س + س + س = 4س$$

إذا أصبح طول ضلع المربع 2س فيكون

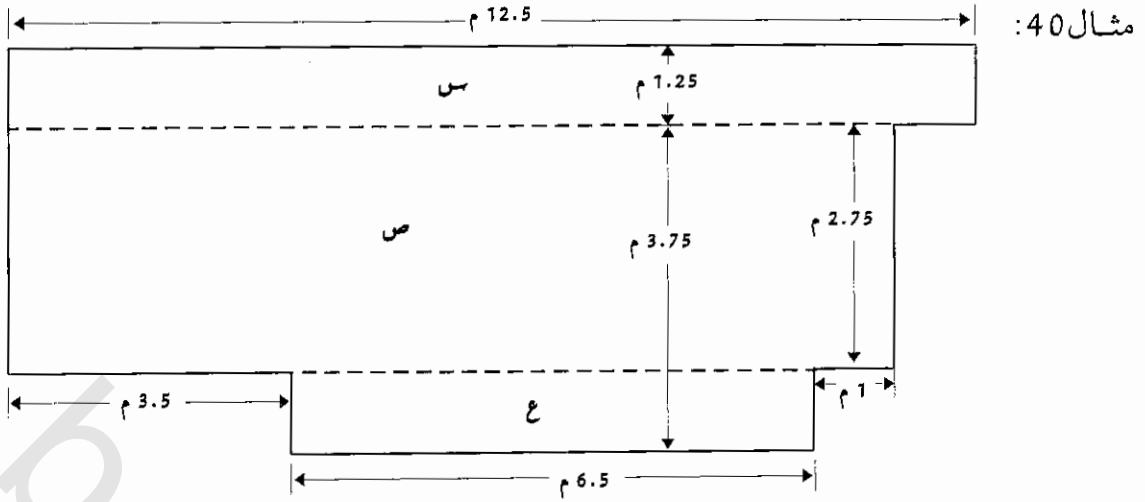
$$\text{طول المحيط} = 2س + 2س + 2س + 2س = 8س$$

$$2 = \frac{8س}{4س} = \frac{\text{طول المحيط بعد مضاعفة طول الضلع}}{\text{طول المحيط قبل مضاعفة طول الضلع}}$$

$$\text{مساحة المربع قبل مضاعفة طول الضلع} = س \times س$$

$$\text{مساحة المربع بعد مضاعفة طول الضلع} = 2س \times 2س$$

$$4 = \frac{2س \times 2س}{س \times س} = \frac{\text{مساحة المربع بعد مضاعفة طول الضلع}}{\text{مساحة المربع قبل مضاعفة طول الضلع}}$$



حوض نباتات موضح أعلاه .

(أ) احسب مساحة الحوض .

(ب) علبة بذور كتب عليها تكفى لـ 16 م² . كم يكون عدد العلب المطلوبة لزراعة الحوض بهذه البذور ؟

الحل: (أ) مساحة المستطيل س = $12.5 \times 1.25 = 15.625$ م²

مساحة المستطيل ص = $2.75 \times (3.5 + 6.5 + 1) =$

$= 2.75 \times 11 = 30.25$ م²

مساحة المستطيل ع = $(2.75 - 3.75) \times 6.5 =$

$= 1 \times 6.5 = 6.5$ م²

المساحة الكلية = مساحة س + مساحة ص + مساحة ع

$= 15.625 + 30.25 + 6.5 = 52.375$ م²

(ب) عدد العلب المطلوبة لزراعة الحوض = $\frac{52.375}{16} < 3$

لسوء الحظ هذا العدد أكبر من 3 بقليل ! إذن نحتاج إلى 4 علب .

مثال 41: جريدة يومية تظهر كل أيام الأسبوع وتطبع 200,000 نسخة يوميًا. متوسط عدد الصفحات في الأسبوع 300 صفحة . إذا كانت أبعاد فرخ الورق هي 80 سم ، 60 سم ، فكم تكون المساحة التي تغطيها الجريدة :

(أ) في اليوم (ب) في الأسبوع (ج) في السنة (د) في 10 سنوات .

(اعتبر السنة 50 أسبوعاً)

وإذا كانت مساحة الدولة التي تظهر فيها الجريدة 1 مليون كم² ، فكم سنة على وجه التقريب تستطيع الجريدة بعدها أن تغطي مساحة الدولة كلها ؟!

الحل: (أ) المساحة التي تغطيها الجريدة في اليوم

$$= 200,000 \times \frac{300}{4} \times \frac{1}{7} \times 80 \times 60 \text{ سم}^2$$

(لاحظ أن متوسط عدد أفرخ الورق في الأسبوع = $\frac{300}{4}$)

$$= 200,000 \times \frac{300}{4} \times \frac{1}{7} \times \frac{60 \times 80}{100 \times 100} \text{ م}^2$$

$$= 200,000 \times \frac{300}{4} \times \frac{1}{7} \times \frac{60 \times 80}{100 \times 100} \times \frac{1}{1,000 \times 1,000} \text{ كم}^2$$

$$= \frac{72}{70} \text{ كم}^2 = \frac{36}{35} \text{ كم}^2$$

(ب) المساحة التي تغطيها الجريدة في الأسبوع :

$$= 7 \times \frac{72}{70} = 7.2 \text{ كم}^2$$

(ج) المساحة التي تغطيها الجريدة في السنة :

$$= 7.2 \times 50 = 360 \text{ كم}^2$$

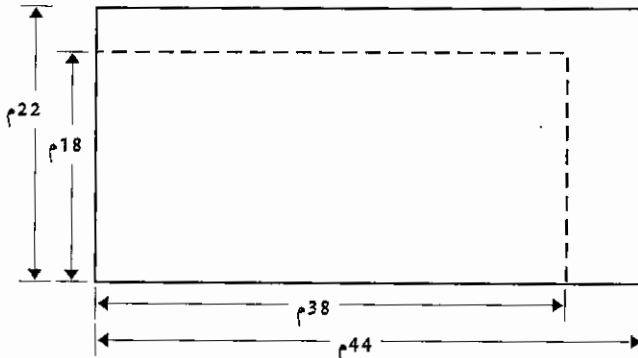
(د) المساحة التي تغطيها الجريدة في 10 سنوات :

$$= 360 \times 10 = 3,600 \text{ كم}^2$$

عدد السنوات التي تكفي كي تغطي الجريدة مساحة الدولة

$$= \frac{1,000,000}{360} \simeq 2,777 \text{ سنة !!}$$

مثال 42:



يجوز للمعب الكرة الطائرة أن يتراوح

طوله من 38 متراً إلى 44 متراً ، كما

يتراوح عرضه من 18 متراً إلى 22 متراً .

ما الفرق بين أكبر مساحة ممكنة وأصغر

مساحة ممكنة ؟

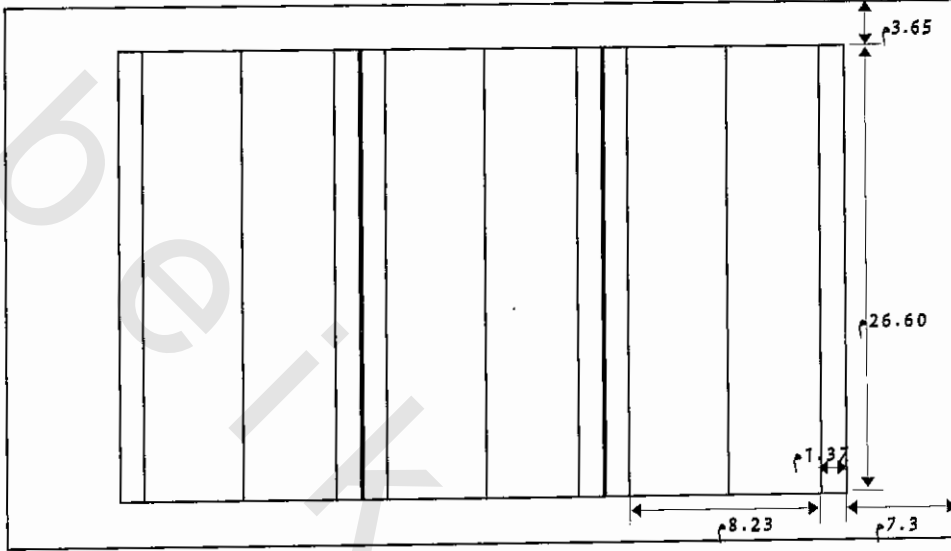
الحل: أكبر مساحة ممكنة للمعب الكرة الطائرة = $22 \times 44 = 968 \text{ م}^2$

أصغر مساحة ممكنة للمعب الكرة الطائرة = $18 \times 38 = 684 \text{ م}^2$

الفرق بين أكبر مساحة ممكن وأصغر مساحة ممكنة للمعب الكرة الطائرة

$$= 684 - 968 = 284 \text{ م}^2$$

مثال 43:



صالة تنس تتكون من ثلاثة ملاعب وما حولها . أرض الصالة فيما حول الملاعب مغطاة بالسجاد الذى يجب أن يحدد . بينما ستغطى الملاعب الثلاثة بنوع آخر . 1 م² فى أرض الملاعب يتكلف 200 جنيه ، بينما 1 م² من أرض الصالة فيما حول الملاعب يتكلف 150 جنيهًا . احسب التكلفة الكلية للتغطية .
الحل: الطول الكلى (الملاعب + ما حول الملاعب)

$$7.30 \times 2 + 1.37 \times 6 + 8.23 \times 3 =$$

$$= 14.60 + 8.22 + 24.69 = 47.51 \text{ متر}$$

العرض الكلى (الملاعب + ما حول الملاعب)

$$= 3.65 \times 2 + 26.60 =$$

$$= 7.30 + 26.60 = 33.90 \text{ متر}$$

المساحة الكلية = $33.9 \times 47.51 =$

$$= 1610.589 \text{ م}^2 \dots\dots (1)$$

الطول الكلى للملاعب الثلاثة = $1.37 \times 6 + 8.23 \times 3 =$

$$32.91 = 8.22 + 24.69 = \text{متر}$$

العرض للملاعب = 26.60 م

$$\text{مساحة الملاعب} = 26.60 \times 32.91 = 875.406 \text{ م}^2 \quad \text{..... (2)}$$

مساحة أرض الصالة فيما حول الملاعب

$$875.406 - 1610.589 =$$

$$= 735.183 \text{ م}^2 \quad \text{..... (3)}$$

$$\text{تكلفة تغطية الملاعب} = 875.406 \times 200 = \text{((من (2)) جنيهاً)}$$

$$= 175,081.2 \text{ جنيهاً}$$

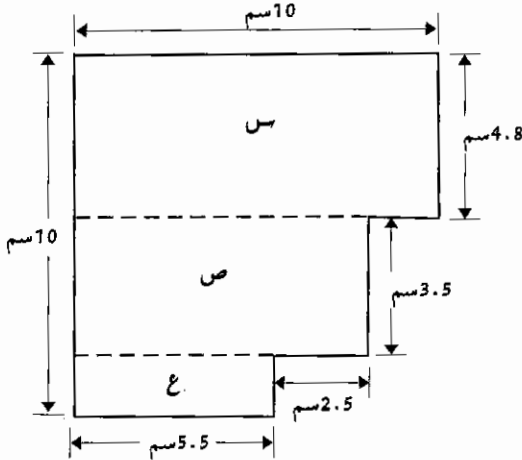
تكلفة تغطية أرض الصالة فيما حول الملاعب

$$= 735.183 \times 150 = \text{((من (3)) جنيهاً)}$$

$$= 110,277.45 \text{ جنيهاً}$$

التكلفة الكلية = تكلفة تغطية الملاعب + تكلفة تغطية أرض الصالة فيما حول الملاعب

$$= 175,081.2 + 110,277.45 = 285,358.65 \text{ جنيهاً}$$



مثال 44: (أ) صنع سمير القطعة الموضحة

من النحاس حين أراد أن يتسلى . ما مساحة

هذه القطعة ؟

(ب) وإذا كان سمير قد صنعها من قطعة

نحاس مربعة ، طول ضلعها = 10 سم ،

فما مساحة الجزء الباقي ؟

الحل:

(أ) المساحة = مساحة المستطيل س + مساحة المستطيل ص + مساحة المستطيل ع

$$= (3.5 - 4.8 - 10) \times 5.5 + 3.5 \times (5.5 + 2.5) + 4.8 \times 10 =$$

$$= 1.7 \times 5.5 + 3.5 \times 8 + 4.8 \times 10 =$$

$$= 9.35 + 28 + 48 = 85.35 \text{ سم}^2$$

(ب) مساحة المربع الذى صنعت منه القطعة النحاسية = $10 \times 10 = 100$ سم²

مساحة الجزء الباقي = $85.35 - 100 = 14.65$ سم²

مثال 45: (أ) شرفة بعدها 5 م ، 3.5 م ينبغي تبليطها . كم تبلغ مساحتها ؟

(ب) كم عدد البلاطات المطلوبة إذا كان بعدا البلاطة المستخدمة = 0.5 م ، 0.5 م ؟

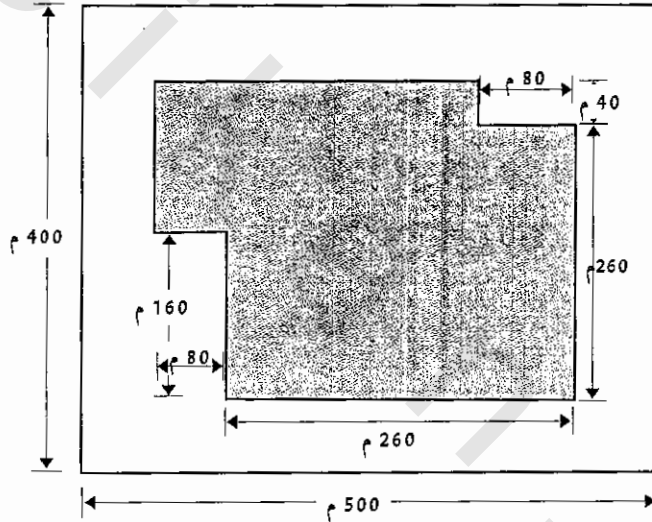
الحل: (أ) مساحة الشرفة = $3.5 \times 5 = 17.5$ م²

(ب) عدد البلاطات المطلوبة بطول الشرفة = $\frac{5}{0.5} = 10$ بلاطات

عدد البلاطات المطلوبة بعرض الشرفة = $\frac{3.5}{0.5} = 7$ بلاطات

العدد الكلى للبلاطات المطلوبة = $7 \times 10 = 70$ بلاطة

مثال 46:



اشترت جمعية خيرية قطعة الأرض المبينة أعلاه ، وابتنت مستشفى فى المساحة المظللة ، بينما جعلت المساحة الباقية لحديقة المستشفى . احسب مساحة المستشفى ، ونسبة هذه المساحة إلى المساحة الكلية للأرض .

الحل: مساحة المستشفى

$$160 \times 80 - 40 \times 80 - (40 + 260) \times (80 + 260) =$$

$$160 \times 80 - 40 \times 80 - 300 \times 340 =$$

$$12,800 - 3,200 - 102,000 =$$

$$^2\text{م } 86,000 = 16,000 - 102,000 =$$

$$\frac{86,000}{400 \times 500} = \text{نسبة مساحة المستشفى إلى المساحة الكلية}$$

$$\frac{43}{100} = \frac{86,000}{200,000} =$$

مثال 47: تتكون لعبة الدومينو من 28 قطعة . طول القطعة - عند بائع معين - 4 سم ، وعرضها 2 سم . إذا فقد البائع علبة اللعبة الأصلية ، لكنه أراد أن يستعويض عنها بعلب أصغر لديه ، مساحة العلبة 80 سم² ، فكم علبة يحتاجها ؟

الحل: المساحة الكلية للعبة الدومينو = $2 \times 4 \times 28 = 224$ سم²
عدد العلب المطلوبة = $\frac{224}{80} = 2.8$ علبة . أى ثلاث علب .

مثال 48: أرضية حمام مبلطة طولياً بـ 15 بلاطة مربعة ، طول ضلع البلاطة 40 سم ، وعرضياً بـ 10 بلاطات . أريد تجديد الأرضية ببلاط ، أبعاد البلاطة المربعة المنشودة 50 سم ، 50 سم . احسب عدد البلاطات المطلوبة .

الحل: طول أرضية الحمام = $40 \times 15 = 600$ سم
عرض أرضية الحمام = $40 \times 10 = 400$ سم
عدد البلاطات المطلوبة بطول أرضية الحمام = $\frac{600}{50} = 12$ بلاطة
عدد البلاطات المطلوبة لعرض أرضية الحمام = $\frac{400}{50} = 8$ بلاطات
العدد الكلى للبلاط المطلوب = $8 \times 12 = 96$ بلاطة .

مثال 49: اشترى السيد / جعفر 150 بلاطة مربعة ، طول ضلع البلاطة 40 سم ، ودفع 658 جنيهاً . لكنه اكتشف من بعد في المتجر نفسه عرضاً خاصاً لبلاط مربع الشكل ، طول ضلع البلاطة 50 سم ، وثمنها 6.8 جنيهاً . هل يكون من الأفضل له أن يستبدل البلاط من العرض الخاص بالبلاط الذى اشتراه أولاً ؟

الحل: المساحة التى يغطيها البلاط الذى اشتراه السيد جعفر أولاً
 $240,000 = 40 \times 40 \times 150$ سم²
عدد البلاطات المطلوبة من العرض الخاص لتغطية المساحة نفسها
 $96 = \frac{240,000}{50 \times 50}$ بلاطة

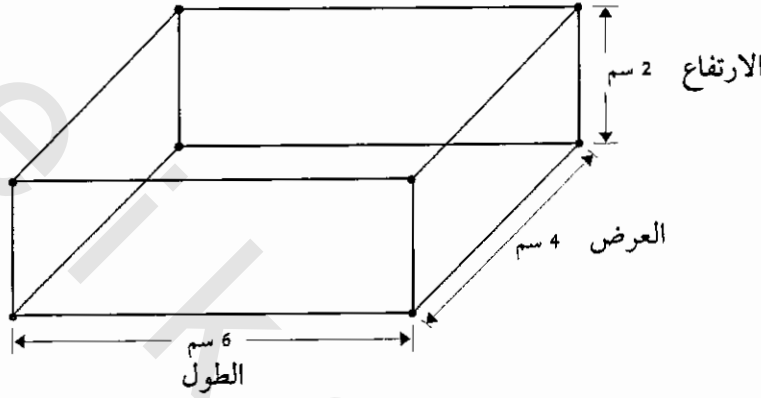
ثمن البلاط اللازم من العرض الخاص = $6.8 \times 96 = 652.8$ جنيهاً
وبهذا يكون الاستبدال أفضل قليلاً جداً .

مثال 50: يجب عمل نموذج كاليمين بالشكل بواسطة قطع من السلك

(أ) كم قطعة تلزم لعمل النموذج ؟

(ب) كم قطعة يكون طولها 6 سم ، 4 سم ، 2 سم ؟

(ج) كم يكون الطول الكلى للسلك المطلوب ؟



الحل: (أ) عدد قطع السلك اللازمة لعمل النموذج = 12 قطعة

(ب) عدد القطع التي طولها 6 سم = 4

عدد القطع التي طولها 4 سم = 4

عدد القطع التي طولها 2 سم = 4

(ج) الطول الكلى للسلك المطلوب = $4 \times 12 = 48$ سم

مثال 51: مطلوب عمل نموذج لمكعب

(أ) كم يكون طول السلك المطلوب إذا كان طول ضلع النموذج 7 سم ؟

(ب) إذا كان طول السلك 72 سم ، فكم يكون طول ضلع النموذج ؟

الحل: (أ) المكعب حالة خاصة من متوازي المستطيلات الممين في مثال 50 السابق مباشرة ، فيه أطوال الأضلاع كلها متساوية . وبناءً عليه فإنه يلزم لعمل نموذج المكعب 12 قطعة طول كل قطعة (ضلع في المكعب) 7 سم .

وينتج أن طول السلك المطلوب = $7 \times 12 = 84$ سم

(ب) إذا كان طول السلك 72 سم ، فإن طول ضلع النموذج $= \frac{72}{12} = 6$ سم

مثال 52: يوجد سلك طوله 60 سم ، يراد عمل نموذج متوازي مستطيلات

(أ) طول النموذج 7 سم ، عرضه 3 سم . كم يكون ارتفاعه ؟

(ب) طول النموذج 8 سم ، ارتفاعه 5 سم . كم يكون عرضه ؟

(ج) عرض النموذج 4 سم ، ارتفاعه 2 سم . كم يكون طوله ؟

الحل: (أ) $4 \times \text{طول النموذج} + 4 \times \text{عرض النموذج}$

$$= 4 \times 7 + 4 \times 3 = 28 + 12 = 40 \text{ سم}$$

$4 \times \text{ارتفاع النموذج} = \text{الطول الكلي للسلك} - (4 \times \text{طول النموذج} + 4 \times \text{عرض النموذج})$

$$= 60 - 40 = 20 \text{ سم}$$

$$\Leftarrow \text{ارتفاع النموذج} = \frac{20}{4} = 5 \text{ سم}$$

(ب) $4 \times \text{طول النموذج} + 4 \times \text{ارتفاع النموذج}$

$$= 4 \times 8 + 4 \times 5 = 32 + 20 = 52 \text{ سم}$$

$4 \times \text{عرض النموذج} = \text{الطول الكلي للسلك} - (4 \times \text{طول النموذج} + 4 \times \text{ارتفاع النموذج})$

$$= 60 - 52 = 8 \text{ سم}$$

$$\Leftarrow \text{عرض النموذج} = \frac{8}{4} = 2 \text{ سم}$$

(ج) $4 \times \text{عرض النموذج} + 4 \times \text{ارتفاع النموذج}$

$$= 4 \times 2 + 4 \times 4 = 8 + 16 = 24 \text{ سم}$$

$4 \times \text{طول النموذج} = \text{الطول الكلي للسلك} - (4 \times \text{عرض النموذج} + 4 \times \text{ارتفاع النموذج})$

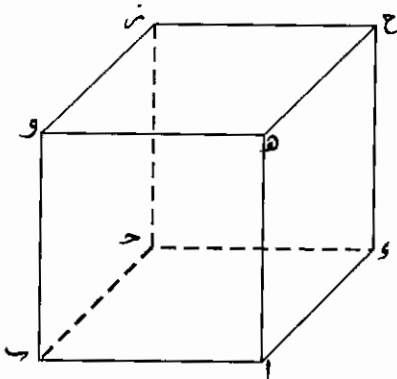
$$= 60 - 24 = 36 \text{ سم}$$

$$\Leftarrow \text{طول النموذج} = \frac{36}{4} = 9 \text{ سم}$$

مثال 53: في المكعب المقابل :

(I) أى مربع يكون موازيًا للمربع :

(1) ا ب و ه (2) ا و ح ه (3) ه ح ز و ؟



(II) وأى ضلع فيه يكون عمودياً على الضلع :

(1) $\overline{هـ و}$ (2) $\overline{أ و}$ (3) $\overline{ح و} ؟$

(III) وأى ضلع فيه يكون موازياً للضلع :

(1) $\overline{هـ و}$ (2) $\overline{ب و}$ (3) $\overline{و نر} ؟$

الحل: (I) (1) المربع $و ح نر$ يكون موازياً للمربع $ا ب و هـ$

(2) المربع $ب ح نر و$ يكون موازياً للمربع $ا و ح هـ$

(3) المربع $ا و ح ب$ يكون موازياً للمربع $هـ ح نر و$

(II) (1) الأضلاع العمودية على الضلع $\overline{هـ و}$ هي :

$\overline{هـ ح}$ ، $\overline{و نر}$ ، $\overline{أ و}$ ، $\overline{ب ح}$ ، $\overline{هـ ا}$ ، $\overline{و ب}$ ، $\overline{ح و}$ ، $\overline{نر ح}$

لاحظ أن : الأضلاع $\overline{أ و}$ ، $\overline{ب ح}$ ، $\overline{ح و}$ ، $\overline{نر ح}$ لا تشترك مع الضلع $\overline{هـ و}$ في نقطة ، لكنهما تعتبر عمودية عليه ، لأن :

$\overline{أ و}$ يوازي $\overline{هـ ح}$ ، $\overline{هـ ح}$ عمودي على $\overline{هـ و}$ ويشترك معه في النقطة $هـ$ ،
فيعتبر $\overline{أ و}$ عمودياً على $\overline{هـ و}$

$\overline{ب ح}$ يوازي $\overline{و نر}$ ، $\overline{و نر}$ عمودي على $\overline{هـ و}$ ، ويشترك معه في النقطة $و$ ،
فيعتبر $\overline{ب ح}$ عمودياً على $\overline{هـ و}$

$\overline{ح و}$ يوازي $\overline{هـ ا}$ ، $\overline{هـ ا}$ يشترك مع $\overline{هـ و}$ في النقطة $هـ$ وعمودي عليه ،
فيعتبر $\overline{ح و}$ عمودياً على $\overline{هـ و}$

وأخيراً $\overline{نر ح}$ يوازي $\overline{و ب}$ ، $\overline{و ب}$ يشترك مع $\overline{هـ و}$ في النقطة $و$ ، وعمودي عليه ،
فيعتبر $\overline{نر ح}$ عمودياً على $\overline{هـ و}$

(2) بالمثل فإن الأضلاع العمودية على $\overline{أ و}$ هي :

$\overline{ا ب}$ ، $\overline{و ح}$ ، $\overline{هـ و}$ ، $\overline{ح نر}$ ، $\overline{ا هـ}$ ، $\overline{و ح}$ ، $\overline{ب و}$ ، $\overline{ح نر}$

(3) وبالمثل فإن الأضلاع العمودية على $\overline{ح و}$ هي :

$\overline{هـ ح}$ ، $\overline{ا و}$ ، $\overline{نر و}$ ، $\overline{ح ب}$ ، $\overline{ح نر}$ ، $\overline{و ح}$ ، $\overline{هـ و}$ ، $\overline{ا ب}$

(III) (1) الأضلاع الموازية للضلع $\overline{هـ و}$ هي : $\overline{ح نر}$ ، $\overline{و ح}$ ، $\overline{ا ب}$

(2) الأضلاع الموازية للضلع $\overline{AO}$ هي: $\overline{AH}$ ، $\overline{OC}$ ، $\overline{CH}$ ،

(3) الأضلاع الموازية للضلع $\overline{ON}$ هي: $\overline{HC}$ ، $\overline{AN}$ ، $\overline{AC}$ ،

مثال 54: ثلاثة أبعادها 60 سم ، 60 سم ، 80 سم ، يراد وضعها في صندوق من الكرتون ، كم تكون مساحة الكرتون المطلوب ؟

الحل: مساحة الكرتون المطلوب = مساحة أوجه الثلاثة الستة

(في الواقع تزيد مساحة الكرتون المطلوب قليلاً عن مساحة أوجه الثلاثة الستة)

$$\Leftarrow \text{مساحة الكرتون المطلوب} = 80 \times 60 \times 4 + 60 \times 60 \times 2 =$$

$$= 19,200 + 7,200 = 26,400 \text{ سم}^2$$

مثال 55: تريد المعلمة سعاد أن تدهن للأطفال 40 قطعة خشبية على شكل متوازي مستطيلات

أبعاده 12 سم ، 6 سم ، 4 سم ، كذلك 60 قطعة خشبية على شكل متوازي مستطيلات

أبعاده 6 سم ، 4 سم ، 4 سم . هل تكفي 12 علبة ألوان تلون 2 م² لتلوين القطع جميعاً ؟

الحل: مساحة السطح للقطعة ذات الأبعاد 12 سم ، 6 سم ، 4 سم

$$= 4 \times 6 \times 2 + 4 \times 12 \times 2 + 6 \times 12 \times 2 =$$

$$= 48 + 96 + 144 = 288 \text{ سم}^2$$

مساحة السطح للقطعة ذات الأبعاد 6 سم ، 4 سم ، 4 سم

$$= 4 \times 4 \times 2 + 4 \times 6 \times 4 =$$

$$= 32 + 96 = 128 \text{ سم}^2$$

مجموع مساحات أسطح القطع ذات الأبعاد 12 سم ، 6 سم ، 4 سم

$$= 288 \times 40 = 11,520 \text{ سم}^2$$

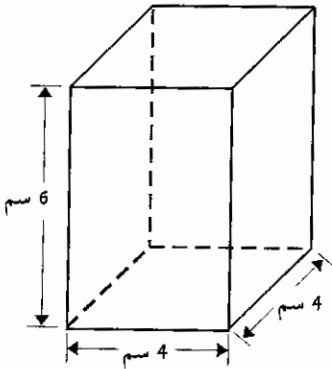
مجموع مساحات أسطح القطع ذات الأبعاد 6 سم ، 4 سم ، 4 سم

$$= 128 \times 60 = 7,680 \text{ سم}^2$$

مجموع مساحة أسطح جميع القطع

$$= 7,680 + 11,520 = 19,200 \text{ سم}^2 = \frac{19,200}{100 \times 100} = 1.92 \text{ م}^2$$

وهذه المساحة أصغر من 2 م² . إذن تكفي الـ 12 علبة تلوين كي تلون القطع جميعاً .



مثال 56: في إحدى الرحلات المدرسية شرب التلاميذ 50 علبة عصير فواكه . العلبة من الكرتون على شكل متوازي مستطيلات أبعادها 6 سم ، 4 سم ، 8 سم . قالت مى : لتحضير هذه العلب يحتاج المرء قطعاً أكثر من 1 م² من الكرتون . هل أصابت مى ؟

الحل: مساحة الكرتون اللازمة لعمل علبة واحدة

$$8 \times 4 \times 2 + 8 \times 6 \times 2 + 4 \times 6 \times 2 =$$

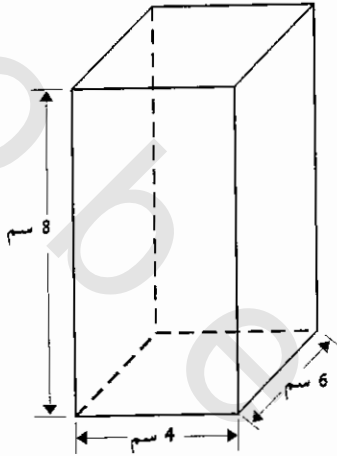
$$208 \text{ سم}^2 = 64 + 96 + 48 =$$

مساحة الكرتون اللازمة لعمل 50 علبة

$$208 \times 50 =$$

$$10,400 \text{ سم}^2 = 1.04 \text{ م}^2$$

وهذه المساحة أكبر من 1 م² . إذا أصابت مى في قولها .



مثال 57: مكعب من السلك طول ضلعه 4 سم . ما طول السلك اللازم لعمله ؟

الحل: طول السلك اللازم = $4 \times 12 = 48$ سم

مثال 58: من 56 سم من السلك عمل نموذج لمتوازي مستطيلات .

(أ) كم يكون ارتفاعه إذا كان طوله 5 سم وعرضه 2 سم ؟

(ب) كم يكون طوله إذا كان عرضه 3 سم وارتفاعه 4 سم ؟

(ج) كم يكون عرضه إذا كان طوله 4 سم وارتفاعه 4 سم ؟

(د) إذا علم من السلك المذكور مكعب ، فكم يكون طول ضلعه ؟

الحل: (أ) $4 \times \text{طول النموذج} + 4 \times \text{عرض النموذج}$

$$28 \text{ سم} = 8 + 20 = 2 \times 4 + 5 \times 4 =$$

$$4 \times \text{ارتفاع النموذج} = \text{طول السلك} - (4 \times \text{طول النموذج} + 4 \times \text{عرض النموذج})$$

$$28 = 28 - 56 =$$

$$\Leftarrow \text{ارتفاع النموذج} = \frac{28}{4} = 7 \text{ سم}$$

(ب) $4 \times \text{عرض النموذج} + 4 \times \text{ارتفاع النموذج}$

$$28 = 16 + 12 = 4 \times 4 + 3 \times 4 =$$

$$4 \times \text{طول النموذج} = \text{طول السلك} - (4 \times \text{عرض النموذج} + 4 \times \text{ارتفاع النموذج})$$

$$28 = 56 - 28 \text{ سم}$$

$$\Leftarrow \text{طول النموذج} = \frac{28}{4} = 7 \text{ سم}$$

$$(ح) 4 \times \text{طول النموذج} + 4 \times \text{ارتفاع النموذج}$$

$$= 4 \times 4 + 4 \times 4 = 16 + 16 = 32 \text{ سم}$$

$$4 \times \text{عرض النموذج} = \text{طول السلك} - (4 \times \text{طول النموذج} + 4 \times \text{ارتفاع النموذج})$$

$$24 = 32 - 8 \text{ سم}$$

$$\Leftarrow \text{عرض النموذج} = \frac{24}{4} = 6 \text{ سم}$$

$$(د) \text{طول السلك} = 12 \times \text{طول ضلع المكعب}$$

$$\Leftarrow \text{طول ضلع المكعب} = \frac{\text{طول السلك}}{12}$$

$$= \frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3} \text{ سم}$$

مثال 59: حوض زجاجي لسمك الزينة على شكل متوازي مستطيلات . أبعاده 80 سم ،

50 سم ، 30 سم . كم تكون مساحة الزجاج المطلوب لعمل الحوض ؟

الحل: مساحة الزجاج المطلوب = $30 \times 50 \times 2 + 30 \times 80 \times 2 + 50 \times 80 \times 2$

$$= 3,000 + 4,800 + 8,000 = 15,800 \text{ سم}^2$$

$$= \frac{15,800}{100 \times 100} = 1.58 \text{ م}^2$$

مثال 60: من سلك طوله 24 سم يمكن عمل متوازي مستطيلات . اعتبر فقط متوازيات المستطيلات

التي أطوال أضلاعها سنتيمترات صحيحة . أيها تكون له المساحة السطحية الصغرى ؟

الحل: لتكن أطوال أضلاعه متوازي المستطيلات س ، ص ، ع لدينا :

$$4 \times (\text{س} + \text{ص} + \text{ع}) = 24 \Leftarrow \text{س} + \text{ص} + \text{ع} = \frac{24}{4} = 6 \text{ سم}$$

كيف يمكن تقسيم 6 إلى ثلاثة أعداد صحيح ؟ هذه هي الإجابات :

(ب) 1 ، 2 ، 3

(أ) 1 ، 1 ، 4

(ج) 2 ، 2 ، 2

المساحة الكلية للسطوح في حالة (أ)

$$4 \times 1 \times 2 + 4 \times 1 \times 2 + 1 \times 1 \times 2 =$$

$$18 \text{ سم}^2 = 8 + 8 + 2 =$$

المساحة الكلية للسطوح في حالة (ب)

$$3 \times 2 \times 2 + 3 \times 1 \times 2 + 2 \times 1 \times 2 =$$

$$22 \text{ سم}^2 = 12 + 6 + 4 =$$

المساحة الكلية للسطوح في حالة (ج)

$$2 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 =$$

$$24 \text{ سم}^2 = 8 + 8 + 8 =$$

إذن متوازي المستطيلات التي أبعاده 1 ، 1 ، 4 تكون مساحة سطحه هي الصغرى .

مثال 61: حمام سباحة طوله 20 مترًا ، عرضه 12 مترًا ، ارتفاع الماء فيه 2.5 متر . كم يكون حجم الماء فيه ؟

$$\text{الحل: حجم الماء} = 2.5 \times 12 \times 20 = 600 \text{ م}^3$$

مثال 62: يجب عمل خندق طوله 1 كم ، عرضه 2 م ، عمقه 5 م . كم يكون حجم التراب المزال لعمله بالمتري المكعب ؟

$$\text{الحل: حجم التراب المزال لعمل الخندق} = 5 \times 2 \times 1,000 = 10,000 \text{ م}^3$$

مثال 63: متوازي مستطيلات حجمه 96 سم³ طوله 6 سم ، وارتفاعه 8 سم . كم يكون عرضه ؟

$$\text{الحل: الحجم} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\text{الحجم}}{\text{الطول} \times \text{الارتفاع}} = \text{العرض}$$

$$\Leftrightarrow \text{العرض} = \frac{96}{8 \times 6} = \frac{96}{48} = 2 \text{ سم}$$

مثال 64: كيف يتغير حجم متوازي مستطيلات إذا :

(أ) ضوعف طول أحد الأضلاع ؟ ضرب طول أحد الأضلاع في 3 ؟

(ب) ضوعف طولاً ضلعين ؟ ضرب طولاً ضلعين في 3 ؟

(ح) ضوعفت جميع أطواله ؟ ضربت كل أطوال أضلاعه في 3 ؟

الحل: (أ) يضاعف الحجم ؛ يضرب الحجم في 3 .

(ب) يضرب الحجم في 4 ؛ يضرب الحجم في 9 .

(ح) يضرب الحجم في 8 ؛ يضرب الحجم في 27 .

مثال 65: كيف تتغير المساحة السطحية لمتوازي مستطيلات إذا ضوعفت جميع أطواله ؟

الحل: المساحة السطحية لمتوازي مستطيلات

$$= 2 \times \text{الطول} \times \text{العرض} + 2 \times \text{الطول} \times \text{الارتفاع} + 2 \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

إذا ضوعف الطول ، ضوعف العرض وضوعف الارتفاع أصبحت المساحة السطحية

$$= 2 \times 2 \times \text{الطول} \times 2 \times \text{العرض} + 2 \times 2 \times \text{الطول} \times 2 \times \text{الارتفاع} +$$

$$+ 2 \times 2 \times \text{العرض} \times 2 \times \text{الارتفاع}$$

$$= 4 \times 2 \times \text{الطول} \times \text{العرض} + 4 \times 2 \times \text{الطول} \times \text{الارتفاع} +$$

$$+ 4 \times 2 \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$= 4 \times (2 \times \text{الطول} \times \text{العرض} + 2 \times \text{الطول} \times \text{الارتفاع} +$$

$$+ 2 \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع})$$

أي تصبح المساحة السطحية الجديدة (بعد المضاعفة) $= 4 \times$ المساحة السطحية قبل المضاعفة .

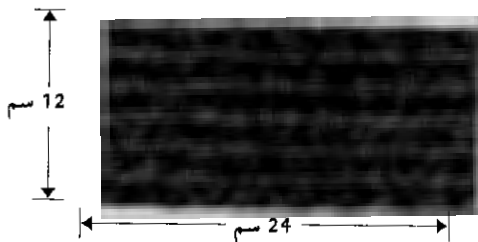
مثال 66: عند إنشاء مترو الأنفاق استلزم الأمر عمل حفر طوله 4 كم وعرضه 25 م ، وعمقه

20 م . واستخدم لنقل الجزء المزال من الأرض عربة نقل تستطيع نقل 8 م³ . كم مرة تحتاج

الشركة المنشئة للمترو استخدام العربة ؟

$$\text{الحل: حجم الكمية المزالة} = 4,000 \times 25 \times 20 = 2,000,000 \text{ م}^3$$

$$\text{عدد مرات استخدام العربة} = \frac{2,000,000}{8} = 250,000 \text{ مرة}$$



مثال 67: موضح بالشكل مقطع عرضي في

دعامة خشبية طولها 17 م

(أ) ما حجم خشب هذه الدعامة ؟

(ب) يراد تسوية السطح الخارجى الموضح .

كم مترًا مربعًا يجب مسحه بالفارة ؟

الحل: (أ) حجم خشب الدعامة = $\frac{12}{100} \times \frac{24}{100} \times 17 = 0.4896 \text{ م}^3$

(ب) عدد الأمتار المربعة التي يجب تسويتها = $\frac{12}{100} \times \frac{24}{100} = 0.0288 \text{ م}^2$

مثال 68: حجرة لها الأبعاد الآتية : 5 م في الطول ، 4 م في العرض ، 2.50 م في الارتفاع .
نافذة الحجرة عرضها 2.50 م ، وارتفاعها 1 م ، باب الحجرة طوله 2 م ، عرضه 1 م . يراد
طلاء جدران الحجرة الأربعة (لن يطلى السقف) بلون جديد . كتب على علبة الدهان 2.5 كجم ،
1 كجم يكفي لـ 4 م² .

(أ) كم كيلو جرامًا تلزم لطلاء الجدران ؟

(ب) إذا كانت تكلفة العلبة 40 جنيهاً ، فكم تتكلف العملية (بدون حساب أجره العامل) ؟

الحل: (أ) مساحة الجدران الأربعة

$$= 2 \times \text{الطول} \times \text{الارتفاع} + 2 \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$= 2.5 \times 4 \times 2 + 2.5 \times 5 \times 2 =$$

$$= 20 + 25 = 45 \text{ م}^2$$

$$\text{مساحة الباب} + \text{مساحة النافذة} = 1 \times 2.5 + 1 \times 2 =$$

$$= 2.5 + 2 = 4.5 \text{ م}^2$$

المساحة المراد طلاؤها = مساحة الجدران الأربعة - (مساحة الباب + مساحة النافذة)

$$= 45 - 4.5 = 40.5 \text{ م}^2$$

$$\text{عدد الكيلو جرامات اللازمة} = \frac{40.5}{4} = 10.125 \text{ كجم}$$

$$(ب) \text{ عدد علب الطلاء اللازمة} = \frac{10.125}{2.5} = 4.05 \text{ علبة}$$

أى نحتاج - لسوء الحظ ! - إلى 5 علب .

ثمن العلب = تكلفة العملية بدون حساب أجره العامل

$$= 40 \times 5 = 200 \text{ جنيه}$$

مثال 69: صندوق حجمه 24 م³ . أعط 4 إمكانات لأطوال أضلاعه ، واحسب المساحة
السطحية في كل مرة .

الحل: يمكن أن نأخذ الإمكانيات الآتية :

$$1 \times 3 \times 8 \text{ (ب)}$$

$$1 \times 2 \times 12 \text{ (ا)}$$

$$2 \times 3 \times 4 \text{ (د)}$$

$$2 \times 2 \times 6 \text{ (ح)}$$

المساحة السطحية في (ا) = $1 \times 2 \times 2 + 1 \times 12 \times 2 + 2 \times 12 \times 2 =$

$$76 \text{ م}^2 = 4 + 24 + 48 =$$

المساحة السطحية في (ب) = $1 \times 3 \times 2 + 1 \times 8 \times 2 + 3 \times 8 \times 2 =$

$$70 \text{ م}^2 = 6 + 16 + 48 =$$

المساحة السطحية في (ح) = $2 \times 2 \times 2 + 2 \times 6 \times 2 + 2 \times 6 \times 2 =$

$$56 \text{ م}^2 = 8 + 24 + 24 =$$

المساحة السطحية في (د) = $2 \times 3 \times 2 + 2 \times 4 \times 2 + 3 \times 4 \times 2 =$

$$52 \text{ م}^2 = 12 + 16 + 24 =$$

مثال 70: ابنتت السيدة / سلوى (بونجالو) طولها 18.4 م ، عرضه 12.8 م ، ارتفاعه 3.6 م .

لقد تكلف المتر المكعب 1,000 جنيه . كم يبلغ ثمنه ؟

الحل: حجم البونجالو = $18.4 \times 12.8 \times 3.6 = 847.872 \text{ م}^3$

ثمن البونجالو = $847.872 \times 1,000 = 847,872$ جنيهًا

مثال 71: حوض غسيل طولها 70 سم ، وعرضه 50 سم (على شكل متوازي مستطيلات) .

كم يكون ارتفاع الماء فيه إذا صُبَّ فيه 50 لترًا ؟

الحل: 50 لترًا = $50,000 = 1,000 \times 50$ سم³

$$50,000 = 50 \times 70 \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{ارتفاع الماء} = \frac{50,000}{70 \times 50} = \frac{100}{7} = 14 \frac{2}{7} \text{ سم}$$

مثال 72: صندوق على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 22 سم ، 22 سم ، 22 سم ،

مطلوب ملؤه بالشاي الجاف . كم يكون حجم الشاي بداخله بالدسيمتر المكعب ؟

الحل: الحجم = $22 \times 22 \times 22 = 10,648 \text{ سم}^3$

$$10.648 \text{ دسم}^3 = \frac{10,648}{1,000} =$$

مثال 73: أعط أبعاد متوازي مستطيلات ، وأبعاد متوازي مستطيلات آخر لهما الحجم نفسه ، لكن يختلفان في المساحة السطحية .

الحل: لنأخذ مثلاً العدد 36 ، ليكن هو حجم كلا متوازي المستطيلات .

يمكن تحليل 36 إلى 2 ، 3 ، 6 ، أى أن : $6 \times 3 \times 2 = 36$

كذلك يمكن تحليل 36 إلى 3 ، 3 ، 4 ، أى أن : $4 \times 3 \times 3 = 36$

في الحالة الأولى تكون المساحة السطحية

$$6 \times 3 \times 2 + 6 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 =$$

$$72 = 36 + 24 + 12 = \text{وحدة مربعة}$$

في الحالة الثانية تكون المساحة السطحية

$$4 \times 3 \times 2 + 4 \times 3 \times 2 + 3 \times 3 \times 2 =$$

$$66 = 24 + 24 + 18 = \text{وحدة مربعة}$$

انظر كذلك مثال 69 السابق

مثال 74: أعط أبعاد متوازي مستطيلات ، وأبعاد متوازي مستطيلات آخر لهما المساحة السطحية نفسها لكن يختلفان في الحجم .

الحل: سنبدأ - مثلاً - بالأعداد 3 ، 5 ، 7 كأبعاد متوازي المستطيلات

الأول ، يكون حجمه $7 \times 5 \times 3 = 105$ وحدة مكعبة

المساحة لسطحية له $7 \times 5 \times 2 + 7 \times 3 \times 2 + 5 \times 3 \times 2 =$

$$142 = 70 + 42 + 30 = \text{وحدة مربعة}$$

لنأخذ الآن - مثلاً - العددين 2 ، 3 كبعدين من أبعاد متوازي المستطيلات الآخر

نحسب : $12 = 3 \times 2 \times 2$ وحدة مربعة

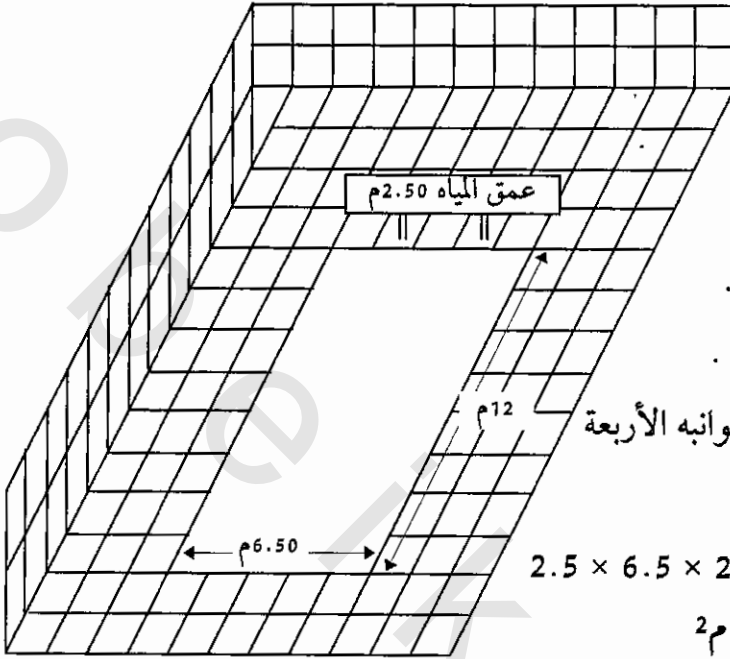
نطرح : $130 = 142 - 12$ وحدة مربعة

ليكن البعد الثالث لمتوازي المستطيلات هو س . يكون لدينا :

$$130 = 2 \times 3 \times س + 2 \times 2 \times س$$

$$\Leftarrow 4س + 6س = 130 \quad \Leftarrow 10س = 130 \quad \Leftarrow س = 13$$

إذن البعد الثالث لمتوازي المستطيلات الآخر هو 13 ، وتكون أبعاده الثلاثة هي : 2 ، 3 ، 13
 ويكون حجمه $13 \times 3 \times 2 = 78$ وحدة مكعبة
 $\neq 105$ وحدة مكعبة



مثال 75: قبل أن نصب المياه في

حمام السباحة الموضح بالرسم

عمل له عملية تجديد تبليط

(أ) احسب مساحة البلاط المستخدم .

(ب) احسب حجم المياه التي في الحمام .

الحل: (أ) يشمل التبليط قاع الحمام وجوانبه الأربعة

مساحة التبليط

$$2.5 \times 6.5 \times 2 + 2.5 \times 12 \times 2 + 6.5 \times 12 =$$

$$= 32.5 + 60 + 78 = 170.5 \text{ م}^2$$

$$(ب) \text{ حجم المياه} = 2.5 \times 6.5 \times 12 = 195 \text{ م}^3$$

مثال 76: حماما سباحة أحدهما ذو مياه دافئة أبعاده 40 م ، 20 م ، 2.5 م ، والآخر بدرجة

حرارة الجو أبعاده 50 م ، 25 م ، 3 م .

(أ) تجدد المياه في الحمامين مرة كل شهر . كم يلزم من مياه كل مرة ؟

(ب) تنزح المياه بمعدل 450 م³/الساعة . بعد 4 ساعات كم يتبقى من المياه ؟

الحل: (أ) حجم المياه في الحمام ذي المياه الدافئة = $2.5 \times 20 \times 40 =$

$$= 2,000 \text{ م}^3$$

$$\text{حجم المياه في الحمام ذي المياه بحرارة الجو} = 3 \times 25 \times 50 = 3,750 \text{ م}^3$$

$$\text{يلزم في كل مرة مياه بحجم} = 3,750 + 2,000 = 5,750 \text{ م}^3$$

(ب) كمية المياه المنزوحة بعد 4 ساعات = $450 \times 4 =$

$$= 1,800 \text{ م}^3$$

$$\text{كمية المياه المتبقية بعد النزح} = 5,750 - 1,800 = 3,950 \text{ م}^3$$

مثال 77: يمكن حساب حجم الشكل المقابل

بطريقتين . احسب بالطريقتين .

الحل: الطريقة الأولى :

$$\text{الحجم} = 3.6 \times (2.6 + 3.5) \times 4.8 =$$

$$3.6 \times 3.5 \times (1 - 4.8) -$$

$$3.6 \times 6.1 \times 4.8 =$$

$$3.6 \times 3.5 \times 3.8 -$$

$$3.6 \times (3.5 \times 3.8 - 6.1 \times 4.8) =$$

$$3.6 \times (13.30 - 29.28) =$$

$$^3\text{م} 57.528 = 3.6 \times 15.98 =$$

الطريقة الثانية :

$$\text{الحجم} = 3.6 \times 3.5 \times 1 + 3.6 \times 2.6 \times 4.8 =$$

$$3.6 \times (3.5 \times 1 + 2.6 \times 4.8) =$$

$$3.6 \times (3.5 + 12.48) =$$

$$^3\text{م} 57.528 = 3.6 \times 15.98 =$$

مثال 78: تود السيدة / نجوى أن تزرع حوضاً على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 120 سم ،

20 سم ، 20 سم بالأزهار . فاشترت لهذا القنينات اللازمة لملء الحوض للزراعة . سعة الكيس

5 لترات . كم قنينة اشترتها السيدة نجوى ؟

$$\text{الحل: حجم الحوض} = 20 \times 20 \times 120 = 48,000 \text{ سم}^3$$

$$\text{عدد الأكياس اللازمة لملء الحوض} = \frac{48,000}{5,000} = 9.6 \quad \text{أى اشترت 10 أكياس}$$

$$(\text{لاحظ أن : 5 لترات} = 5 \times 10^3 \text{ سم}^3)$$

مثال 79: تستهلك أسرة السيد / جعفر 6 لترات من المياه المعدنية يومياً في الصيف ، 3.5

لترات منها يومياً في الشتاء . إذا اعتبرنا عدد أيام الصيف = عدد أيام الشتاء = 183 يوماً ،

فكم يكون فرق الاستهلاك في العام ؟

الحل: عدد اللترات المستهلكة صيفاً $1,098 = 183 \times 6$ لترات .

عدد اللترات المستهلكة شتاءً $640.5 = 183 \times 3.5$ لتر .

فرق الاستهلاك في العام $457.5 = 640.5 - 1,098$ لتر .

مثال 80: (أ) يتحمل صندوق القمامة الكبير 4,400 لتر . في إحدى المدن يفرغ 45 صندوقاً

كل يوم . كم يكون حجم القمامة المفرغ يومياً ؟

(ب) عربة نقل القمامة تستطيع أن تنقل 35,200 لتر من القمامة . كم صندوقاً تستطيع أن تنقل

العربة في المرة الواحدة ؟

(ج) مخزن قمامة يتسع لـ 483 م³ ، وسيفرغ بعربة قمامة سعتها 23 م³ . كم مرة يجب

استخدام العربة لتفريغ المخزن ؟

(د) إذا كان محتوى مخزن قمامة 490 م³ ، سيفرغ بـ 14 عربة نقل قمامة (كل العربات

متشابهة) ، فكم يكون نصيب كل عربة من القمامة ؟

الحل: (أ) حجم القمامة المفرغ يومياً $198,000 = 45 \times 4,400$ لتر

$$198 = 3 \text{ م}^3$$

(ب) عدد الصناديق التي تستطيع أن تنقلها العربة في المرة الواحدة $\frac{35,200}{4,400}$

$$= 8 \text{ صناديق}$$

(ج) عدد مرات استخدام العربة لتفريغ المخزن $\frac{483}{23} = 21$ مرة

(د) نصيب كل عربة من القمامة $\frac{490}{14} = 35$ متراً مكعباً

مثال 81: (أ) 8 صناديق أزهار على شكل متوازي مستطيلات ، أبعاده الداخلية 80 سم ،

30 سم ، 20 سم . يراد دهان هذه الأحواض من الداخل . كم تكون المساحة التي يراد

دهانها ؟

(ب) بعد ذلك يراد ملؤها بالتربة الصالحة لزراعة الأزهار . هل يكفي كيس سعته 50 لترًا ؟

الحل: (أ) المساحة المراد دهانها $20 \times 30 \times 2 + 20 \times 80 \times 2 + 30 \times 80 =$

$$= 2,400 + 3,200 + 1,200 = 6,800 \text{ سم}^2$$

(اعتبرنا ارتفاع الحوض 20 سم)

(ب) حجم الصندوق = $20 \times 30 \times 80 = 48,000$ سم³ = 48 لترًا

إذا يكفي كيس سعته 50 لترًا ملء الصندوق .

مثال 82: صدرت ألمانيا إلى كاليفورنيا (بالولايات المتحدة الأمريكية) أخشابًا على سطح سفيتين .

إحدهما حملت 4,250 م³ ، والأخرى حملت 4,550 م³

(أ) كانت تكاليف الشحن لمتر واحد من الخشب 21 يورو . كم تكون تكاليف الشحن الكلية ؟

(ب) عرضت إحدى شركات الشحن 99,000 يورو لنقل 4,500 م³ من الخشب . ولقد رفض

العرض . لماذا تعتقد أن العرض قد رفض ؟

الحل: (أ) كمية الخشب المنقولة على سطح السفيتين = $4,550 + 4,250$

$$= 8,800 \text{ م}^3$$

تكاليف الشحن الكلية = $8,800 \times 21 = 184,800$ يورو

(ب) حسب عرض الشركة فإن تكلفة الشحن = $99,000 \times \frac{8,800}{4,500}$

$$= 193,600 \text{ يورو}$$

رفض العرض لأنه كان أعلى من التكلفة على أساس 21 يورو لنقل متر مكعب واحد من الخشب .

مثال 83: يشرب الحمار الوحشى 20 لترًا من الماء فى اليوم الواحد . يوجد فى حظيرة حوض

أبعاده 8 دسم ، 6 دسم ، 2 دسم ، يملأ يوميًا بالماء . كم حمارًا وحشيًا يكفيها هذا الحوض ؟

الحل: حجم الحوض = $2 \times 6 \times 8 = 96$ دسم³

$$\text{عدد الحمر الوحشية التى يكفيها الحوض} = \frac{96}{\frac{4}{5}} = \frac{96}{20}$$

إذن يكفي الحوض 4 حمر .

مثال 84: (أ) يشرب جمل 75 لترًا من الماء كل يوم . كم يحتاج فى الأسبوع من الماء ؟

(ب) يشرب الفيل 140 لترًا من الماء كل يوم . كم يحتاج من الماء فى العام ؟

أعط الإجابة بالأمطار المكعبة .

الحل: (أ) يحتاج الجمل من الماء فى الأسبوع كمية = $7 \times 75 = 525$ لترًا

(ب) يحتاج الفيل من الماء فى السنة كمية = $365 \times 140 = 51,100$ لتر

$$= \frac{51,100}{1,000} = 51.1 \text{ م}^3$$

مثال 85: يستطيع الجمل الهجين أن يبقى بدون أن يشرب ماء لمدة 17 يومًا . لكنه يفقد بهذا ربع وزنه في نهاية هذه المدة . جمل هجين وزنه 800 كجم . كم لترًا يفقد من الماء في اليوم إذا بقي دون أن يشرب ؟

الحل: يفقد الجمل الهجين المذكور في نهاية 17 يومًا كمية من الماء وزنها

$$= \frac{800}{4} = 200 \text{ كجم}$$

وبالتالي يفقد في اليوم الواحد كمية وزنها $= \frac{200}{17} = 11 \frac{13}{17}$ كجم

$$= 11 \frac{13}{17} \text{ لترًا .}$$

(تذكر أن لترًا واحدًا من الماء يزن كيلو جرامًا واحدًا)

مثال 86: يحتاج الحصان إلى أن يبقى في 40 م³ من الهواء .

(أ) كم حصانًا يمكن أن يحبوا في إسطبل أبعاده 24 م ، 8 م ، 5 م ؟

(ب) أبعاد إسطبل آخر 35 م ، 8 م ، 6 م . هل يصلح لـ 20 حصانًا ؟

الحل: (أ) حجم الإسطبل $= 5 \times 8 \times 24 = 960 \text{ م}^3$

عدد الأحصنة التي يمكنها أن تحيا في الإسطبل $= \frac{960}{40} = 24$ حصانًا

(ب) حجم الإسطبل $= 6 \times 8 \times 35 = 1,680 \text{ م}^3$

نصيب الحصان من الهواء $= \frac{1,680}{20} = 84 \text{ م}^3$

بالطبع يمكن للأحصنة أن تعيش في هذا الإسطبل .

مثال 87: املأ الفراغات الآتية بحيث يكون حاصل ضرب أية ثلاث أرقام متجاورة رأسياً أو

أفقياً 360 سم³ .

25 مم		18 سم		6 سم
		1 دسم		0.8 دسم
0.12 م			3 سم	$\frac{1}{2}$ دسم

الحل:

25 مم	8 سم	18 سم		15 سم	4 سم	6 سم
12 سم	1 دسم	4.5 سم	0.8 دسم		12 سم	
0.12 م	15 سم	2 سم		3 سم	24 سم	$\frac{1}{2}$ دسم

مثال 88: تمتلك السيدة / صباح حوض أزهار طوله 60 سم ، عرضه 20 سم ، ارتفاعه 20 سم . وهي ترغب في ملئه إلى 5 سم أسفل حافته بترية الأزهار . سعة كيس تربة الزهور 2.5 لتر ، وثمنه 4 جنيهات . كم تدفع السيدة / صباح في ذلك ؟

الحل: الحجم الذي تريد السيدة / صباح ملأه بترية الزهور = $15 \times 20 \times 60$

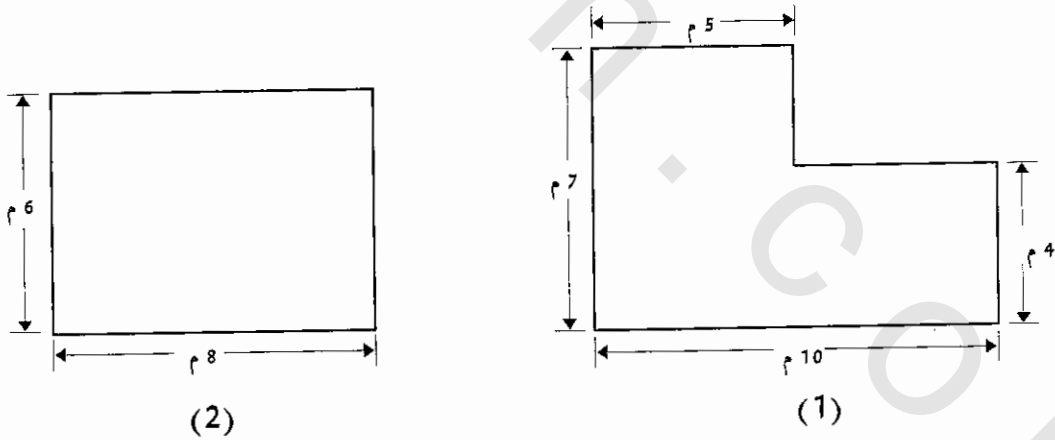
$$= 18,000 \text{ سم}^3 = 18 \text{ لترات}$$

$$\text{عدد الأكياس التي تحتاجها السيدة / صباح} = \frac{18}{2.5} = 7 \frac{1}{5} \text{ كيس}$$

أى تحتاج إلى 8 أكياس

$$\text{التكلفة} = 8 \times 4 = 32 \text{ جنيهًا .}$$

مثال 89: حوضان لعجل البحر سيملآن بالماء . كلا الحوضين عمقه 2 م . تتكلف تعبئة الحوضين 2.5 جنيهًا للمتر المكعب . احسب التكلفة للحوضين معًا .



الحل: مساحة مقطع الحوض (1) = $5 \times 3 + 10 \times 4 = 55 \text{ م}^2$

$$= 15 + 40 = 55 \text{ م}^2$$

مساحة مقطع الحوض (2) = $6 \times 8 = 48 \text{ م}^2$

$$\text{مجموع المساحتين} = 48 + 55 = 103 \text{ م}^2$$

$$\text{حجم الماء المطلوب} = 103 \times 2 = 206 \text{ م}^3$$

$$\text{تكلفة ملء الحوضين} = 206 \times 2.5 = 515 \text{ جنيهاً}.$$

مثال 90: ناقلة بترول تُحمل بـ $7,000 \text{ م}^3$ من البترول الخام في كل ساعة . بعد ثمانى ساعات كانت خزانات الناقلة قد امتلأت .

(أ) عند التفريغ (في ميناء التفريغ) استغرق التفريغ 14 ساعة . ما كمية البترول التي فرغت من الناقلة في الساعة ؟

(ب) خزانات الناقلة متساوية السعة ، سعة كل واحد $3,500 \text{ م}^3$. كم خزائناً بالناقلة ؟

(ج) إذا كان وزن 1 م^3 من البترول الخام 950 كجم ، فما وزن حمولة الناقلة ؟

الحل: (أ) كمية البترول الخام المعبأة في الناقلة = $7,000 \times 8 \text{ م}^3$

$$\text{كمية البترول الخام المفرغة في الساعة} = \frac{7,000 \times 8}{14} = 4,000 \text{ م}^3/\text{الساعة}$$

$$(ب) \text{ عدد خزانات الناقلة} = \frac{7,000 \times 8}{3,500} = 16 \text{ خزائناً}$$

$$(ج) \text{ وزن حمولة الناقلة} = 7,000 \times 8 \times 950 = 53,200,000 \text{ كجم}$$

مثال 91: يجب أن تبنى الأساسات الموضحة

في الشكل عند الإنشاء . يحتاج المرء

350 حجراً لكل 1 م^3 . وبسبب فقدان الأحجار

أو تلفها يجب إضافة 10% إلى العدد المحسوب .

كم يكون عدد الحجارة المطلوبة ؟

الحل: حجم الأساس

$$8 \times 0.4 \times 0.4 + 8 \times 0.5 \times 1 =$$

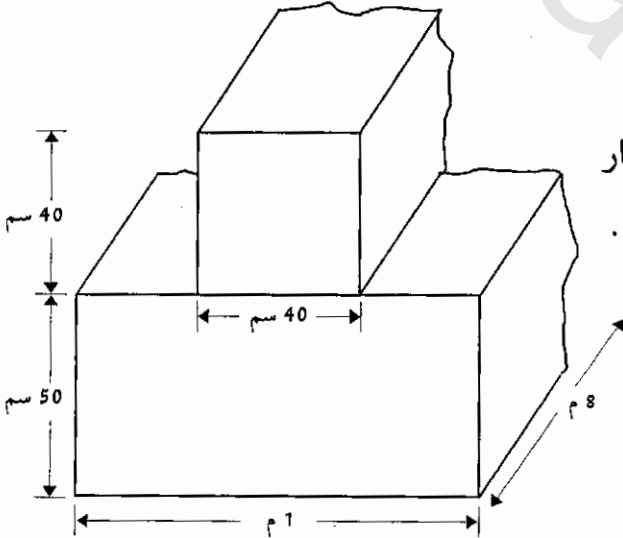
$$= 1.28 + 4 = 5.28 \text{ م}^3$$

عدد الحجارة المطلوبة قبل إضافة 10%

$$= 350 \times 5.28 = 1,848 \text{ حجراً}$$

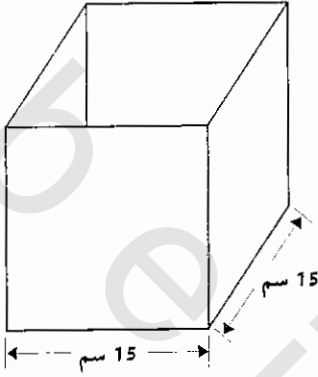
$$\text{عدد الحجارة المطلوبة بعد إضافة 10\%} = \frac{110}{100} \times 1848 = 2,032.8 \text{ حجراً}$$

أى المطلوب 2033 حجراً



مثال 92: حجرة دراسية أبعادها الداخلية 18 م ، 6 م ، 3.5 م . في هذه الحجرة يجلس 27 تلميذاً . كم يكون نصيب كل تلميذ من الهواء في الحجرة ؟

الحل: حجم الحجرة من الداخل = $3.5 \times 6 \times 18 = 378 \text{ م}^3$
 نصيب كل تلميذ من الهواء في الحجرة = $\frac{378}{27} = 14 \text{ م}^3$



مثال 93: يمتلك حسين الصندوق الزجاجي المفتوح من أعلى الموضح في الشكل . لأغراض قياسية يريد أن يضع خطوطاً عرضية . ما ارتفاع هذه الخطوط إذا كانت الحجوم المقابلة هي :

100 مليلتر ، 200 مليلتر ، 250 مليلتر ، 500 مليلتر ، 750 مليلتر ، 2,250 مليلتر

الحل: 100 مليلتر = $\frac{1,000}{1,000} \times 100 = 100 \text{ سم}^3$

$100 = 15 \times 15 \times \text{ارتفاع الخط}$

$225 = \text{ارتفاع الخط} \times 15 \times 15$

$\Leftrightarrow \text{ارتفاع الخط} = \frac{225}{15 \times 15} = \frac{225}{225} = 1 \text{ سم}$

(لاحظ أن: 1 مليلتر = 1 سم³)

$200 = 15 \times 15 \times \text{ارتفاع الخط}$

$\Leftrightarrow \text{ارتفاع الخط} = \frac{200}{15 \times 15} = \frac{200}{225} = \frac{8}{9} \text{ سم}$

$250 = 15 \times 15 \times \text{ارتفاع الخط}$

$\Leftrightarrow \text{ارتفاع الخط} = \frac{250}{15 \times 15} = \frac{250}{225} = \frac{10}{9} \text{ سم}$

$500 = 15 \times 15 \times \text{ارتفاع الخط}$

$\Leftrightarrow \text{ارتفاع الخط} = \frac{500}{15 \times 15} = \frac{500}{225} = \frac{20}{9} \text{ سم}$

$750 = 15 \times 15 \times \text{ارتفاع الخط}$

$\Leftrightarrow \text{ارتفاع الخط} = \frac{750}{15 \times 15} = \frac{750}{225} = \frac{10}{3} \text{ سم}$

$$2,250 = 15 \times 15 \times \text{ارتفاع الخط}$$

$$\Leftarrow \text{ارتفاع الخط} = \frac{2,250}{15 \times 15} = 10 \text{ سم}$$

مثال 94: للحصول على الحديد الخام أو فحم الكوك أو الفحم الحجري يلزم الماء .
الجدول المقابل يوضح كمية الماء المطلوبة في كل حالة .

1 طن حديد خام	30 م ³ ماء
1 طن فحم كوك	5 م ³ ماء
1 طن فحم حجري	2.5 م ³ ماء

وقد أنتجت مقاطعة في إحدى الدولة الصناعية الكميات الآتية :

8 مليون طن حديد خام ، 4 مليون طن فحم كوك ، 7 مليون طن فحم حجري .

احسب كمية الماء التي استلزمها هذا الإنتاج في كل من المنتجات الثلاثة ، وفي الإنتاج الكلى .

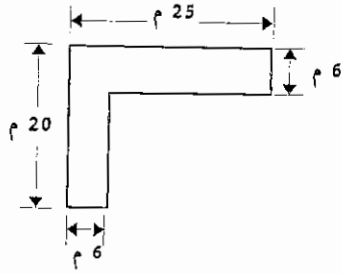
الحل: كمية الماء التي استلزمها إنتاج 8 مليون طن حديد خام = 30×8

$$= 240 \text{ مليون م}^3 \text{ ماء}$$

كمية الماء التي استلزمها إنتاج 4 مليون فحم كوك = $5 \times 4 = 20$ مليون م³ ماء

كمية الماء التي استلزمها إنتاج 7 مليون فحم حجري = $2.5 \times 7 = 17.5$ مليون م³ ماء

كمية الماء التي استلزمها هذا الإنتاج الكلى = $240 + 20 + 17.5 = 277.5$ مليون م³ ماء



مثال 95: احسب الحجم الآتى والتكلفة إذا كان العمق 2.7

م ، وكانت تكلفة المتر المكعب 1,500 جنيه ، حيث تعطى

الأرقام بالمتر :

$$\text{الحل: المساحة} = 19 \times 14 - 25 \times 20 =$$

$$= 266 - 500 = -234 \text{ م}^2$$

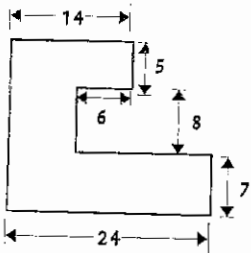
$$\text{الحجم} = 2.7 \times 234 = 631.8 \text{ م}^3$$

$$\text{التكلفة} = 1,500 \times 631.8 = 947,700 \text{ جنيه}$$

مثال 96: المطلوب أداء ما عمل في مثال 95 السابق مباشرة

إذا كان لدينا المقطع العرضي الآتى ، حيث الأرقام بالمتر :

$$\text{الحل: المساحة الكلية} = 5 \times 14 + 8 \times 8 + 7 \times 24 =$$



$$= 168 + 64 + 70 = 302 \text{ م}^2$$

$$\text{الحجم} = 2.7 \times 302 = 815.4 \text{ م}^3$$

$$\text{التكلفة} = 1,500 \times 815.4 = 1,223,100 \text{ جنيه}$$

مثال 97: إذا كان طول محيط مستطيل 132 سم ، وكان عرضه $\frac{3}{8}$ طوله ، فأوجد مساحته .

الحل: نصف المحيط = الطول + العرض

$$\Leftrightarrow \frac{132}{2} = 66 = \text{الطول} + \text{العرض}$$

إذا كان العرض = 3 س فإن الطول = 8 س

$$\Leftrightarrow \text{ويكون: } 8 \text{ س} + 3 \text{ س} = 11 \text{ س} = 66 \text{ سم} \Leftrightarrow \text{س} = \frac{66}{11} = 6 \text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow \text{الطول} = 8 \times 6 = 48 \text{ سم} , \text{ العرض} = 3 \times 6 = 18 \text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow \text{المساحة} = \text{الطول} \times \text{العرض} = 48 \times 18 = 864 \text{ سم}^2$$

مثال 98: مكعب مجموع أطوال أضلاعه 36 سم . أوجد حجمه

الحل: عدد أحرف المكعب = 12

$$\Leftrightarrow \text{طول الحرف} = \frac{36}{12} = 3 \text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow \text{حجم المكعب} = 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ سم}^3$$

مثال 99: أوجد حجم مكعب طول ضلعه = طول ضلع مثلث متساوي الأضلاع ، محيط

المثلث = 15 سم .

$$\text{الحل: طول ضلع المثلث متساوي الأضلاع} = \frac{15}{3} = 5 \text{ سم}$$

$$\text{حجم المكعب} = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ سم}^3$$

مثال 100: متوازي مستطيلات مجموع أبعاده 120 سم ، والنسبة بين أبعاده هي : 2 : 3 : 5 .

أوجد حجمه ومساحته السطحية .

الحل: لتكن أبعاد متوازي المستطيلات هي : 5 س ، 3 س ، 2 س

$$\Leftrightarrow 5 \text{ س} + 3 \text{ س} + 2 \text{ س} = 120 \text{ سم} \Leftrightarrow 10 \text{ س} = 120 \text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow \text{س} = \frac{120}{10} = 12 \text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow \text{أبعاد متوازي المستطيلات هي : } 12 \times 5 \text{ سم} , 12 \times 3 \text{ سم} , 12 \times 2 \text{ سم}$$

أى هي : 60 سم ، 36 سم ، 24 سم

ويكون حجم متوازي المستطيلات هي : $24 \times 36 \times 60 = 51,840 \text{ سم}^3$
المساحة السطحية لمتوازي المستطيلات

$$24 \times 36 \times 2 + 24 \times 60 \times 2 + 36 \times 60 \times 2 =$$

$$1,728 + 2,880 + 4,320 =$$

$$8,928 \text{ سم}^2 =$$

مثال 101: ما طول ضلع المكعب الذى حجمه بالوحدات المكعبة ؟

343 (د)

125 (ج)

216 (ب)

27 (أ)

7 وحدات (د)

5 (ج)

6 (ب)

الحل: (أ) 3

مثال 102: ما ارتفاع متوازي المستطيلات الذى حجمه = حجم مكعب طول ضلعه 12 بوصة ،
طول متوازي المستطيلات 16 سم ، وعرضه 9 سم ؟

الحل: حجم المكعب = حجم متوازي المستطيلات = $12 \times 12 \times 12 = 1,728 \text{ سم}^3$

ارتفاع متوازي المستطيلات = $\frac{\text{حجم متوازي المستطيلات}}{\text{طول متوازي المستطيلات} \times \text{عرضه}}$

$$12 = \frac{12 \times 12 \times 12}{9 \times 16}$$

مثال 103: صندوق على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 15 سم ، 10 سم ، 5 سم . يراد ملؤه
بمكعبات متساوية طول ضلع كل منها 2.5 سم . أوجد عدد المكعبات التى تملأ الصندوق .

الحل: عدد المكعبات التى تملأ الصندوق طولياً = $\frac{15}{2.5} = 6$ مكعبات

عدد المكعبات التى تملأ الصندوق عرضياً = $\frac{10}{2.5} = 4$ مكعبات

عدد المكعبات التى تملأ الصندوق رأسياً = $\frac{5}{2.5} = 2$ (مكعبان)

⇐ العدد الكلى للمكعبات التى تملأ الصندوق = $2 \times 4 \times 6 = 48$ مكعباً .

مثال 104: مكعب من النحاس طول ضلعه 18 سم ، حجمه = حجم متوازي مستطيلات ،
ارتفاعه = 24 سم . ما مساحة قاعدة متوازي المستطيلات ؟

الحل: حجم المكعب = $18 \times 18 \times 18 = 5,832 \text{ سم}^3$

$$\Leftrightarrow \text{مساحة قاعدة متوازي المستطيلات} = \frac{\text{حجم متوازي المستطيلات}}{\text{ارتفاعه}}$$

$$\Leftrightarrow \text{مساحة قاعدة متوازي المستطيلات} = \frac{\text{حجم المكعب}}{\text{ارتفاع متوازي المستطيلات}}$$

$$= \frac{18 \times 18 \times 18}{24} = 243 \text{ سم}^2$$

مثال 105: ما حجم مكعب مساحته السطحية = 96 سم² ؟

الحل: للمكعب 6 أوجه مجموع مساحاتها = 96 سم²

$$\Leftrightarrow \text{مساحة الوجه الواحد} = \frac{96}{6} = 16 \text{ سم}^2$$

$$\Leftrightarrow \text{طول ضلع المكعب} = 4 \text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow \text{حجم المكعب} = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ سم}^3$$

مثال 106: ثلاثة أوانٍ مملوءة بالماء : الأول على شكل مكعب طول ضلعه 20 سم ، والثاني والثالث على شكل متوازي مستطيلات . أبعاد الأول 20 سم ، 15 سم ، 10 سم وأبعاد الثاني 25 سم ، 12 سم ، 10 سم . صب الماء من الأواني الثلاثة في زجاجات سعة الزجاجاة لتران . كم يكون عدد الزجاجات ؟

$$\text{الحل: حجم الماء في الإناء الأول} = 20 \times 20 \times 20 = 8,000 \text{ سم}^3$$

$$\text{حجم الماء في الإناء الثاني} = 10 \times 15 \times 20 = 3,000 \text{ سم}^3$$

$$\text{حجم الماء في الإناء الثالث} = 10 \times 12 \times 25 = 3,000 \text{ سم}^3$$

$$\text{الحجم الكلي للماء في الأواني الثلاثة} = 3,000 + 3,000 + 8,000 = 14,000 \text{ سم}^3$$

$$= 14 \text{ لترًا}$$

$$\text{عدد الزجاجات التي صب فيها الماء} = \frac{14}{2} = 7 \text{ زجاجات}$$

مثال 107: متوازي مستطيلات طول محيطه 48 سم ، وطوله ضعف عرضه ، وارتفاعه = 12 سم أوجد حجمه .

$$\text{الحل: نصف طول المحيط} = \text{الطول} + \text{العرض} = \frac{48}{2} = 24 \text{ سم}$$

ليكن العرض س ، هذا يقتضى أن الطول 2س ، ويكون : 2س + س = 24

$$\text{أى أن : } 3\text{ سم} = 24 \quad \Leftrightarrow \quad \text{سم} = \frac{24}{3} = 8$$

$$\Leftrightarrow \text{ العرض} = 8 \text{ سم} , \text{ الطول} = 16 \text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow \text{ حجم متوازي المستطيلات} = 12 \times 8 \times 16 = 1,536 \text{ سم}^3$$

مثال 108: إنشاء من المعدن بدون غطاء أبعاده الداخلية

متساوية = 10 سم . سمك المعدن = 1 سم

احسب حجم المعدن .

الحل: نحسب الحجم الخارجى للإناء ، الحجم الداخلى ،

يكون حجم المعدن = فرق الحجمين .

$$\text{الحجم الخارجى للإناء} = (1 + 10) \times (1 + 1 + 10) \times (1 + 1 + 10)$$

$$= 11 \times 12 \times 12 = 1,584 \text{ سم}^3$$

$$\text{الحجم الداخلى للإناء} = 10 \times 10 \times 10 = 1,000 \text{ سم}^3$$

$$\Leftrightarrow \text{ حجم المعدن} = 1,584 - 1,000 = 584 \text{ سم}^3$$

مثال 109: مجموع أبعاد متوازي مستطيلات = 216 سم . النسبة بين أبعاده هى 3 : 4 : 5 .

أوجد حجمه .

الحل: ليكن ارتفاع متوازي المستطيلات = 3 سم

$$\Leftrightarrow \text{ عرضه} = 4 \text{ سم} , \text{ طوله} = 5 \text{ سم} \text{ (باعتبار الطول < العرض)}$$

$$\Leftrightarrow 216 = 3\text{ سم} + 4\text{ سم} + 5\text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow 216 = 12 \text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow \text{سم} = \frac{216}{12} = 18 \text{ سم}$$

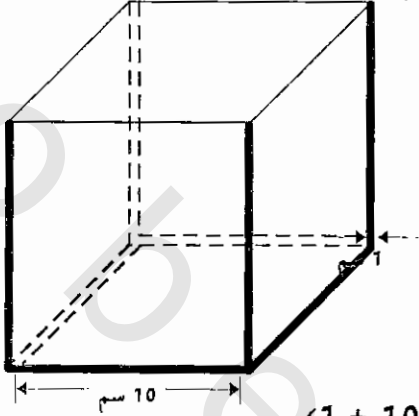
$$\Leftrightarrow \text{ طول متوازي المستطيلات} = 18 \times 5 = 90 \text{ سم} ,$$

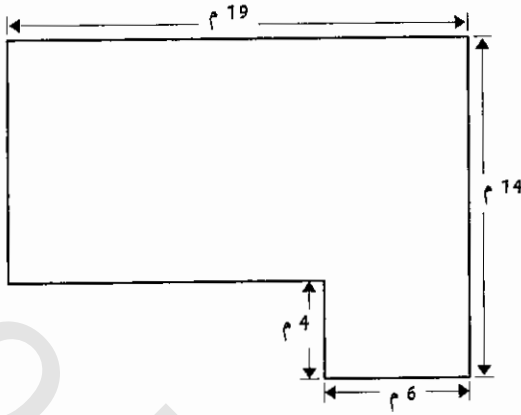
$$\text{ عرض متوازي المستطيلات} = 18 \times 4 = 72 \text{ سم} ,$$

$$\text{ ارتفاع متوازي المستطيلات} = 18 \times 3 = 54 \text{ سم}$$

$$\Leftrightarrow \text{ حجم متوازي المستطيلات} = 54 \times 72 \times 90$$

$$= 349,920 \text{ سم}^3$$





مثال 110: جاء في تقرير للأرصاد : في الـ 24 ساعة الأخيرة سقط مطر شديد مصحوب ببرق ورعد ، وكان ارتفاع الماء 3 مم في المتوسط على أنحاء البلاد . تأملت السيدة / زبيدة أنها تستطيع أن تحصل على كمية من الماء إذا هي صعدت إلى سطح منزلها الموضح ، لكنها أنسيت الماء المفقود

بالبحر . ما كمية الماء التي قدرت السيدة / زبيدة أنها تستطيع الحصول عليها ؟ وما الكمية المتوقعة نتيجة فقد الماء بالبحر وعوامل أخرى ؟

الحل: الكمية التي قدرت السيدة زبيدة أنها بمكنتها الحصول عليها

$$= \text{مساحة السطح} \times \text{ارتفاع الماء}$$

$$\text{مساحة السطح} = 130 + 84 = 10 \times 13 + 14 \times 6$$

$$= 214 \text{ م}^2$$

$$\text{الكمية التي قدرتها السيدة / زبيدة} = 0.003 \times 214 = 0.642 \text{ م}^3$$

$$= 1,000 \times 0.642 \text{ لتر}$$

$$= 642 \text{ لترًا}$$

وإذا حسبنا عاملاً لفقد الماء يقدر بـ 20% ، تكون الكمية المتوقعة هي :

$$= \frac{80}{100} \times 642 = 513.6 \text{ لتر}$$

مثال 111: في أحد النوادي ثلاثة أحواض كبيرة تملأ بالماء : الأول حمام سباحة للذين يجيدون السباحة أبعاده 25 م ، 12 م ، 2 م . والثاني لمن لا يجيدونها أبعاده 14 م ، 12 م ، 1 م . والثالث لأغراض أخرى أبعاده 4 م ، 2 م ، 0.5 م . إذا كان المتر المكعب من الماء يتكلف 2.5 جنيهاً فاحسب :

(أ) تكلفة ملء الأحواض الثلاثة بالماء .

(ب) كم يستغرق ملء الأحواض الثلاثة من الزمن ، إذا كان معدل ملء الأحواض 24,000 لتر/الساعة ؟

(ح) إذا كان على المرء أن يحسب فقدان في الماء لعوامل البخر وأشياء أخرى يقدر بـ 7,000 لتر/اليوم فكم يتكلف هذا في شهر يوليو .

الحل: حجم الحوض الأول = $2 \times 12 \times 25 = 600 \text{ م}^3$

حجم الحوض الثاني = $1 \times 12 \times 14 = 168 \text{ م}^3$

حجم الحوض الثالث = $0.5 \times 2 \times 4 = 4 \text{ م}^3$

مجموع حجومات الأحواض الثلاثة = حجم الماء المطلوب = $4 + 168 + 600 = 772 \text{ م}^3$

$772,000 \text{ لتر} =$

(أ) تكلفة ملء الأحواض الثلاثة بالماء = $2.5 \times 772 = 1,930$ جنيهاً .

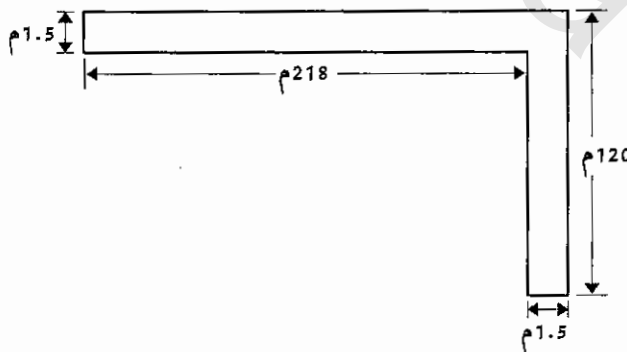
(ب) الزمن المستغرق في ملء الأحواض الثلاثة = $\frac{772,000}{24,000} = 32 \frac{1}{6}$ ساعة

32 ساعة و 10 دقائق =

(ح) تكلفة الفقد في المياه في شهر يوليو = $2.5 \times \frac{7,000}{1,000} \times 31 =$

542.5 جنيه

(لاحظ أن : $7,000 \text{ لتر} = \frac{7,000}{1,000} \text{ م}^3 = 7 \text{ م}^3$ ، شهر يوليو 31 يوماً)



مثال 112: يجب عمل حفر بعمق

2.10 م ، عرض 1.50 م على الشكل

الموضح . احسب كمية الحفر . وإذا كان

الحفر سينقل بعربة نقل تتحمل 3 م^3 ،

فكم مرة يلزم للعربة أن تنقل الحفر ؟

الحل: كمية الحفر = $2.10 \times (1.5 \times 218 + 1.5 \times 120) =$

$2.10 \times 1.5 \times (218 + 120) =$

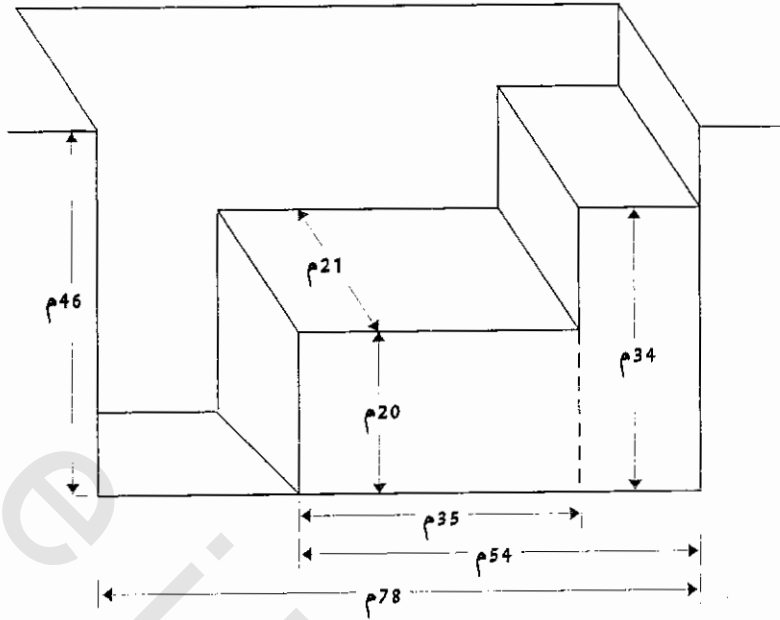
$2.1 \times 1.5 \times 338 =$

$1,064.7 \text{ م}^3 =$

عدد النقلات اللازمة للعربة = $\frac{1,064.7}{3} = 354.9$ نقلة

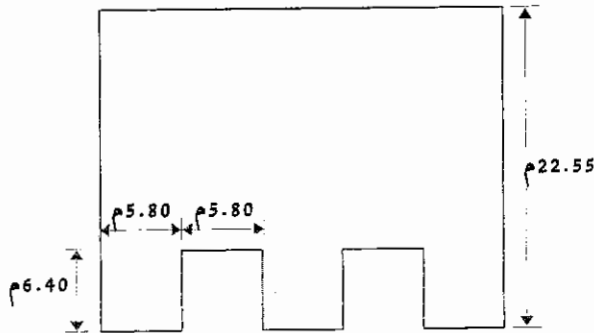
أي : 355 نقلة

مثال 113: المراد ملء المكان الفارغ من الحجر القديم الموضح في الشكل . احسب الحجم المراد ملؤه .



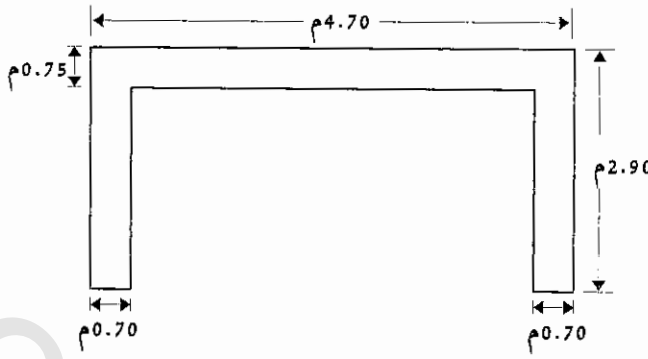
الحل: الحجم المراد ملؤه

$$\begin{aligned}
 & 21 \times [(54 - 78) \times 46 + 35 \times (20 - 46) + (35 - 54) \times (34 - 46)] = \\
 & 21 \times [24 \times 46 + 35 \times 26 + 19 \times 12] = \\
 & 21 \times 2,242 = \\
 & 47,082 \text{ م}^3 =
 \end{aligned}$$



مثال 114: الموضح في الشكل مسقط أفقى فى صالة عرض ارتفاعها 6.20 م . المطلوب حساب حجم هذه الصالة .

$$\begin{aligned}
 & 6.20 \times [6.40 \times 5.80 \times 2 - 22.55 \times 5.80 \times 5] = \text{حجم الصالة} \\
 & 6.20 \times [74.24 - 653.95] = \\
 & 6.20 \times 579.71 = \\
 & 3,594.202 \text{ م}^3 =
 \end{aligned}$$



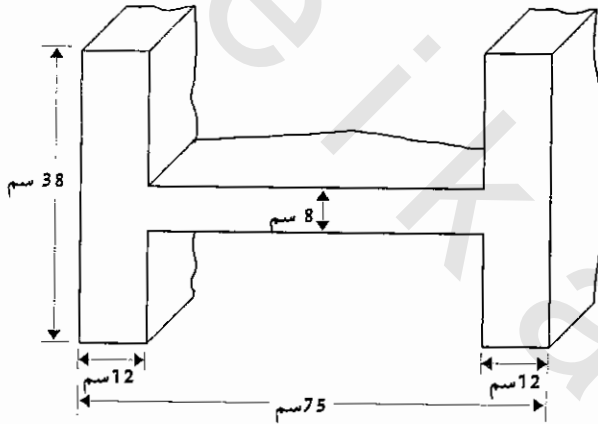
مثال 115: موضح بالشكل مسقط أفقي لبناء $\frac{5}{6}$ منه من الطوب ، والسدس الباقي من مواد أخرى . ارتفاع البناء 3 أمتار . احسب حجم الطوب .

الحل:

$$\text{حجم البناء} = 3 \times [0.75 \times 4.70 + (0.75 - 2.90) \times 0.70 \times 2] =$$

$$^3\text{م } 3 \times 6.535 = 3 \times (3.525 + 3.01) =$$

$$\text{حجم الطوب} = \frac{5}{6} \times 3 \times 6.535 = \frac{5 \times 6.535}{2} = 16.3375 \text{ م}^3$$



مثال 116: الموضح بالشكل حامل من الحديد على شكل حرف T مزدوج ، طوله 2.50 م . (أ) احسب حجمه بالسـم³ .

(ب) إذا كان وزن 1 سم³ من الحديد

هو 3.85 جرام ، فكم يزن الحامل ؟

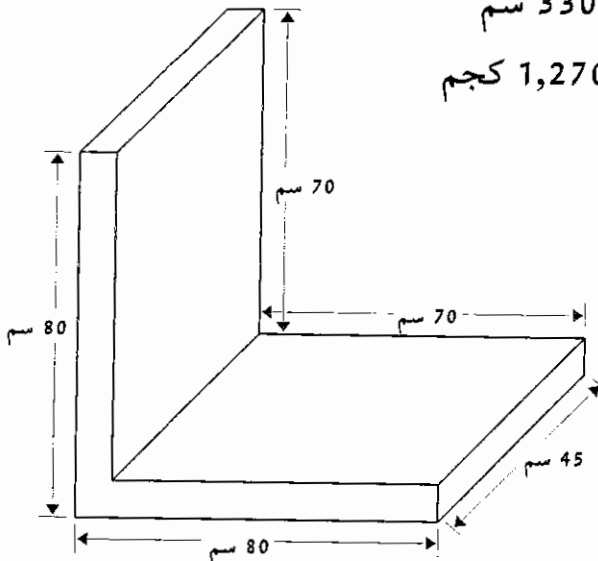
الحل:

$$(أ) \text{ حجم الحامل} = 250 \times [8 \times (12 \times 2 - 75) + 38 \times 12 \times 2] =$$

$$250 \times [408 + 912] = 250 \times [8 \times 51 + 38 \times 24] =$$

$$^3\text{سم } 330,000 = 250 \times 1,320 =$$

$$(ب) \text{ وزن الحامل} = 330,000 \times 3.85 = 1,270.5 \text{ كجم}$$



مثال 117: زاوية خرسانية موضحة بالشكل

(أ) احسب حجم الزاوية الخرسانية .

(ب) إذا كان 1 دسم³ منها يزن 1.9 كجم .

فما وزنها ؟

(ج) يجب أن تحمي الزاوية بالطلاء .

احسب الأمتار المربعة التي يجب طلاؤها .

(٤) إذا كان 1 كجم يكفي لطلاء 5 م² ، فما وزن الطلاء اللازم ؟

الحل: (أ) حجم الزاوية الخرسانية = $45 \times 70 \times 10 + 45 \times 10 \times 80 =$

$$= 31,500 + 36,000 = 67,500 \text{ سم}^3$$

$$= 67.5 \text{ دسم}^3$$

(ب) وزن الزاوية = $1.9 \times 67.5 = 128.25$ كجم

(ح) الأمتار المربعة التي يجب طلاؤها

$$45 \times 80 + 45 \times 70 + 45 \times 70 + 45 \times 80 =$$

$$10 \times 45 \times 2 + 10 \times 70 \times 2 + 10 \times 80 \times 2 +$$

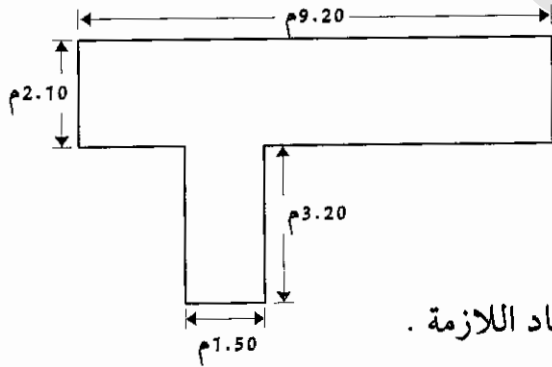
$$[45 + 70 + 80] 10 \times 2 + [70 \times 2 + 80 \times 2] 45 =$$

$$195 \times 20 + 300 \times 45 =$$

$$= 3,900 + 13,500 = 17,400 \text{ سم}^2$$

$$= 1.74 \text{ م}^2$$

(٤) الوزن اللازم للطلاء = $\frac{1.74}{5} = 0.348$ كجم



مثال 117: (أ) حوض نباتات في حديقة موضح

في الشكل . احسب مساحته .

(ب) يجب أن يغطي هذا الحوض بطبقة من السماد

سمكها 5 سم . على كيس السماد مكتوب :

"المحتوى 120 لترًا" . احسب عدد أكياس السماد اللازمة .

الحل: (أ) مساحة الحوض = $3.2 + 1.5 + 2.10 \times 9.20 =$

$$= 4.80 + 19.32 = 24.12 \text{ م}^2$$

(ب) حجم السماد المطلوب = $0.05 \times 24.12 =$

$$= 1.2060 \text{ م}^3 = 1,206 \text{ لترًا}$$

$$\text{عدد أكياس السماد المطلوب} = \frac{1,206}{120} = 10 \frac{1}{20} \text{ كياسًا}$$

= 11 كيسًا (لسوء الحظ!)

مثال 118: أساس بناء طوله 8 م . موضح مقطع رأسى

له . يحتاج كل متر مكعب إلى 400 حجر .

(أ) كم حجراً يحتويه الأساس ؟

(ب) يجب حساب تلف أو فقدان حجر من كل

50 حجراً . ويجب تعويض هذه الخسارة .

كم حجراً يلزم للتعويض ؟

(ج) يجب حماية الأساس من الرطوبة

بالطلاء . سيطلقى كل الأساس فيما عدا

- بالطبع - القمة والقاعدة . كم تكون المساحة المطلوب طلاؤها ؟

الحل: (أ) حجم الأساس = $8 \times [0.25 \times 0.15 + 0.47 \times 0.78 + 0.48 \times 1.24]$

$$= 8 \times [0.0375 + 0.3666 + 0.5952] =$$

$$= 8 \times 0.9993 = 7.9944 \text{ م}^3$$

$$\text{عدد الحجارة اللازمة} = 400 \times 7.9944 = 3,197.76$$

أى : 3,198 حجراً

$$(ب) \text{ عدد الحجارة اللازمة لتعويض التالف} = \frac{3,198}{50} = 63.96$$

أى : 64 حجراً

$$(ج) \text{ المساحة التى يجب طلاؤها} = [0.47 \times 2 + 0.23 \times 2 + 0.48 \times 2]$$

$$+ 8 \times [0.25 \times 2 + \frac{0.63}{2} \times 2 +$$

$$+ [0.25 \times 0.15 + 0.47 \times 0.78 + 0.48 \times 1.24] \times 2 +$$

$$= 8 \times [0.50 + 0.63 + 0.94 + 0.46 + 0.96] =$$

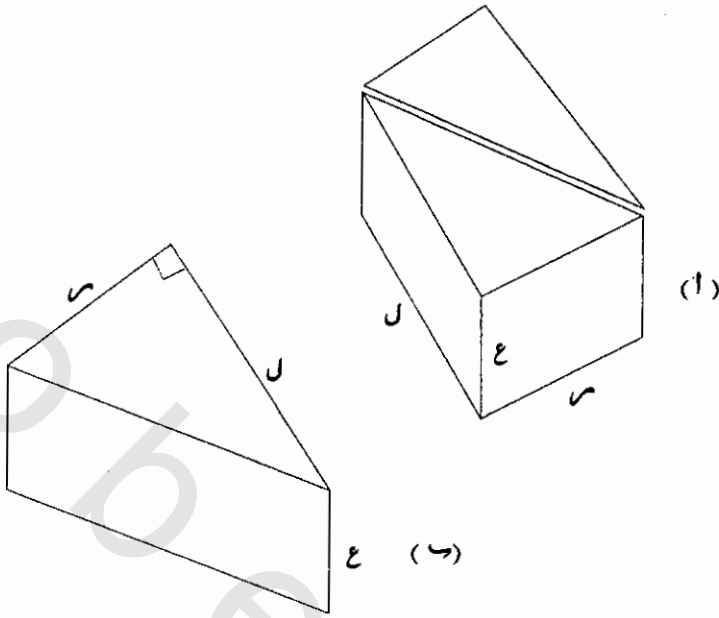
$$+ [0.0375 + 0.3666 + 0.5952] \times 2 +$$

$$= 0.9993 \times 2 + 8 \times 3.49 =$$

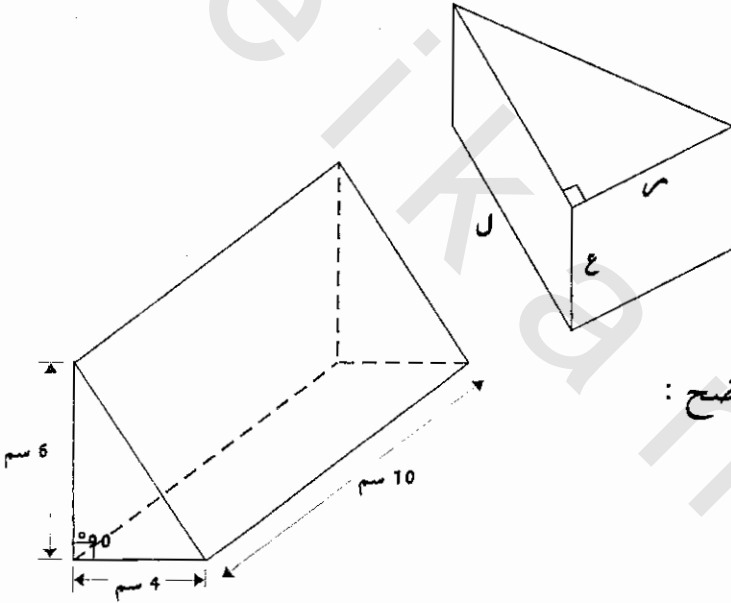
$$= 1.9986 + 27.9200 =$$

$$= 29.9186 \text{ م}^2$$

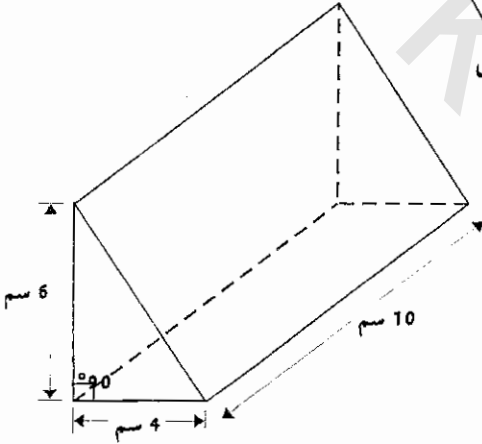
إذا قطعنا متوازي مستطيلات كما هو
موضح نحصل على منشورين مثلثين .
حجم (أ) = $ل \times ع$



حجم (ب) = $ل \times \frac{1}{2} ع$



حجم (ج) = $ل \times \frac{1}{2} ع$



مثال 119: احسب حجم المنشور الموضح :

الحل: الحجم = $10 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{2}$

$$= 120 \text{ سم}^3$$

مثال 120: احسب حجم الدعامة المعدنية

الموضحة بالشكل إذا كان طولها = 8 أمتار .

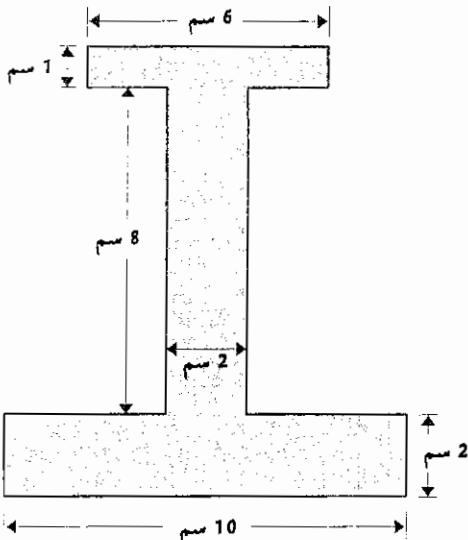
الحل: الحجم = $[2 \times 10 + 2 \times 8 + 1 \times 6]$

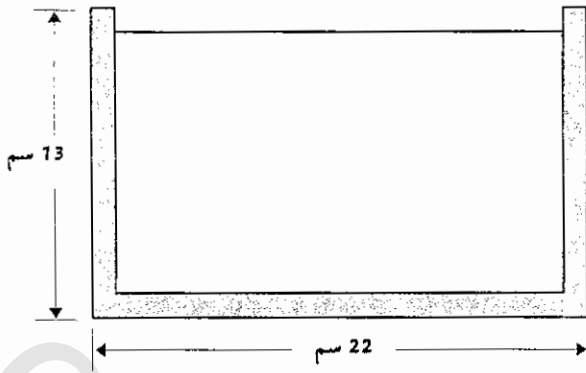
$$\times 800 \text{ سم}^3$$

$$800 \times (20 + 16 + 6) =$$

$$800 \times 42 =$$

$$= 33,600 \text{ سم}^3$$





مثال 121: الموضع قطاع مستعرض في قناة
رى مصنوعة من الصلب سمكه 1 سم
(أ) احسب كتلة جزء من القناة طوله 1 م
إذا كان كتلة الستيمتر المكعب من
الصلب 7.5 جم .

(ب) احسب سعة 1 م من القناة بالترات .

الحل: (أ) مساحة المقطع المستعرض من الصلب

$$= (12 + 22 + 12) \times 1 = 46 \text{ سم}^2$$

حجم جزء من القناة الصلب طوله 1 م $= 100 \times 46 = 4,600 \text{ سم}^3$

كتلة جزء من القناة طوله 1 م $= 4,600 \times 7.5 = 34,500 \text{ جم}$

$$= 34.5 \text{ كجم}$$

(ب) سعة 1 م من القناة $= 100 \times 12 \times 20$

$$= 24,000 \text{ سم}^3$$

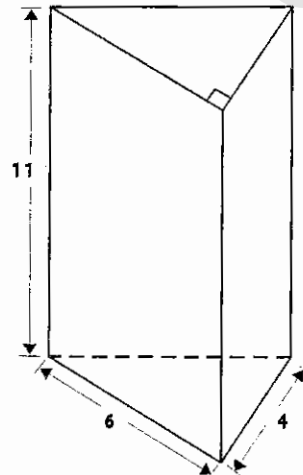
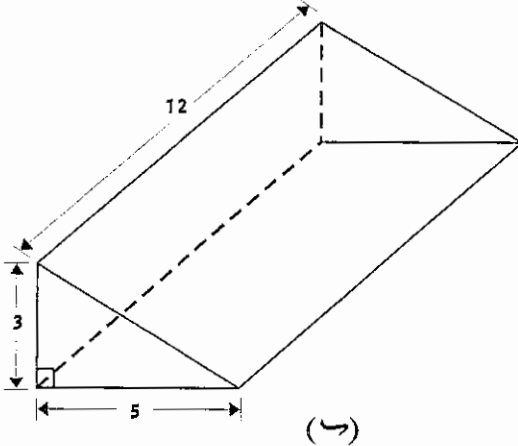
$$= \frac{24,000}{1,000} = 24 \text{ لترًا}$$

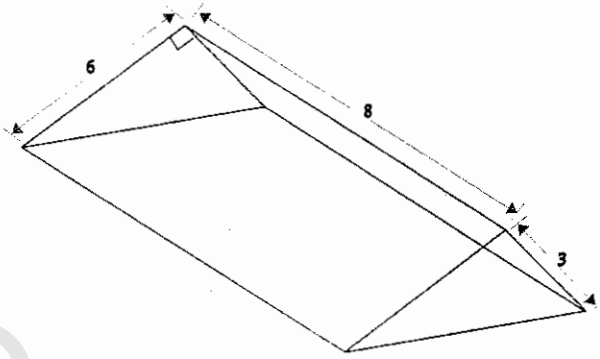
طريقة أخرى لحساب مساحة المقطع المستعرض من الصلب

$$\text{المساحة} = 12 \times 20 - 13 \times 22 =$$

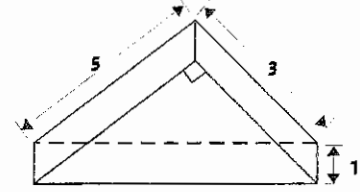
$$= 240 - 286 = -46 \text{ سم}^3$$

مثال 122: احسب حجوم المناشير القائمة المثلثية . كل القياسات بالسـم :

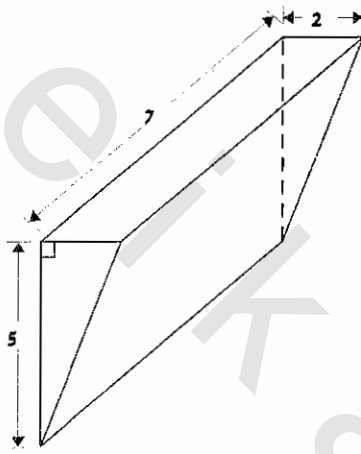




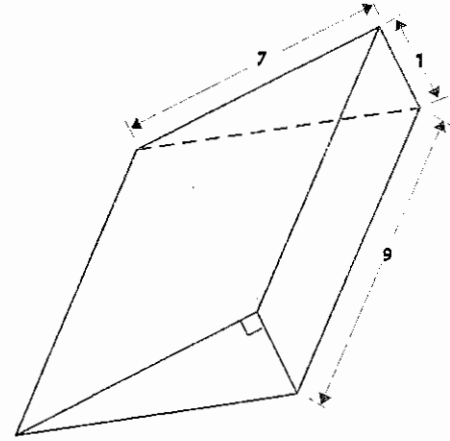
(د)



(ج)



(و)



(هـ)

الحل: حجم (ا) = $11 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 132$ سم³

حجم (ب) = $12 \times 3 \times 5 \times \frac{1}{2} = 90$ سم³

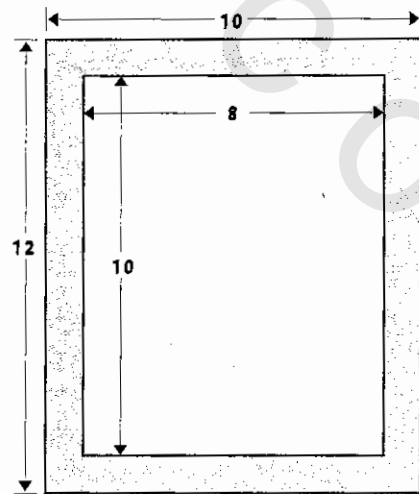
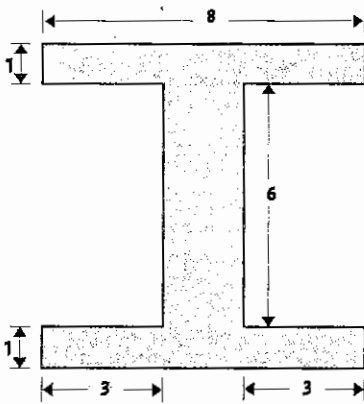
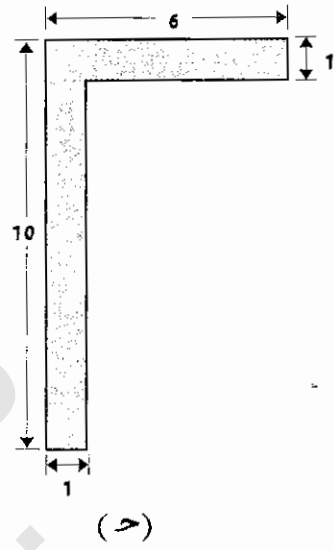
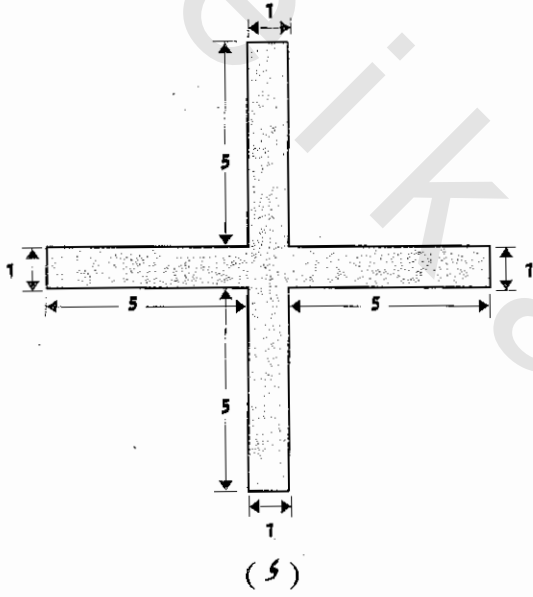
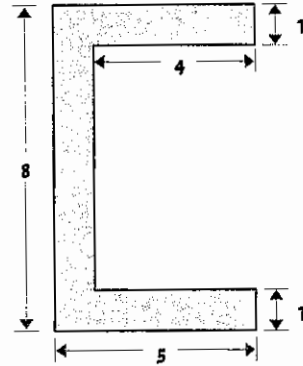
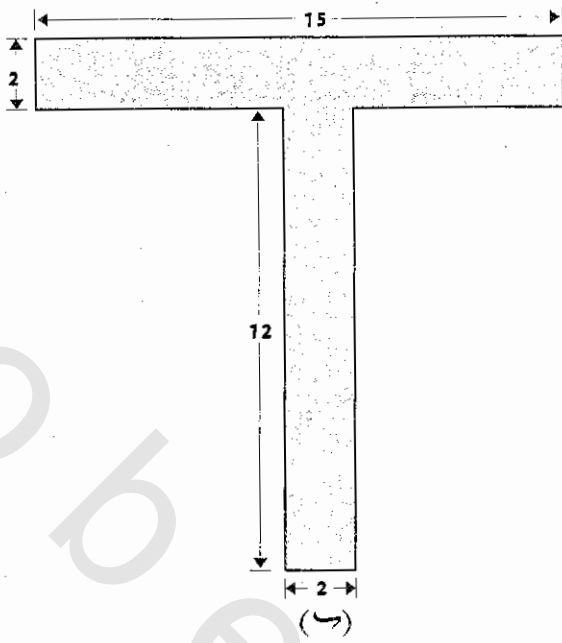
حجم (ج) = $1 \times 5 \times 3 \times \frac{1}{2} = 7.5$ سم³

حجم (د) = $8 \times 6 \times 3 \times \frac{1}{2} = 72$ سم³

حجم (هـ) = $9 \times 7 \times 1 \times \frac{1}{2} = 31.5$ سم³

حجم (و) = $7 \times 5 \times 2 \times \frac{1}{2} = 35$ سم³

مثال 123: احسب حجم كل من الدعامات الصلب المعطى مقطع عرضى فيها الآتية ، إذا كان طول كل منها 5 أمتار (الأطوال معطاة بالسنتيمتر) .



الحل: (أ) مساحة المقطع = $6 \times 1 + 1 \times 5 \times 2 =$

$$16 = 6 + 10 = 16 \text{ سم}^2$$

$$(أو \dots = 16 \times 1 + 1 \times 4 \times 2 = 16 \text{ سم}^2)$$

طريقة أخرى : مساحة المقطع = $4 \times 6 - 5 \times 8 = 16 \text{ سم}^2$

$$\Leftarrow \text{حجم الدعامة} = 500 \times 16 = 8,000 \text{ سم}^3$$

$$(ب) \text{ مساحة المقطع} = 12 \times 2 + 2 \times 15 =$$

$$54 = 24 + 30 = 54 \text{ سم}^2$$

$$\Leftarrow \text{حجم الدعامة} = 500 \times 54 = 27,000 \text{ سم}^3$$

$$(ج) \text{ مساحة المقطع} = 1 \times 5 + 10 \times 1 =$$

$$15 = 5 + 10 = 15 \text{ سم}^2$$

$$(أو \dots = 1 \times 6 + 9 \times 1 = 15 \text{ سم}^2)$$

$$\Leftarrow \text{حجم الدعامة} = 500 \times 15 = 7,500 \text{ سم}^3$$

$$(د) \text{ مساحة المقطع} = 1 \times 1 + 1 \times 5 \times 4 = 21 \text{ سم}^2$$

$$\Leftarrow \text{حجم الدعامة} = 500 \times 21 =$$

$$10,500 \text{ سم}^3$$

$$(هـ) \text{ مساحة المقطع} = 10 \times 8 - 12 \times 10 =$$

$$40 = 80 - 120 = 40 \text{ سم}^2$$

$$\Leftarrow \text{حجم الدعامة} = 500 \times 40 =$$

$$20,000 \text{ سم}^3$$

$$(و) \text{ مساحة المقطع} = 6 \times 2 + 1 \times 8 \times 2 =$$

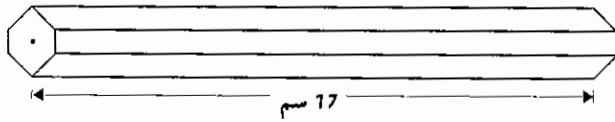
$$28 = 12 + 16 = 28 \text{ سم}^2$$

$$\Leftarrow \text{حجم الدعامة} = 500 \times 28 = 14,000 \text{ سم}^3$$

طريقة أخرى : مساحة المقطع = $6 \times 3 \times 2 - 8 \times 8 =$

$$28 = 36 - 64 = 28 \text{ سم}^2, \dots$$

مثال 124: الشكل المقابل يوضح



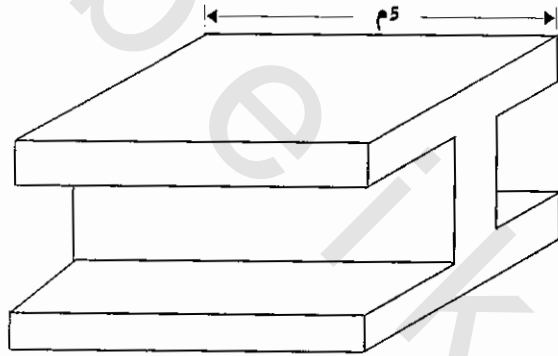
قلمًا من الرصاص مساحة مقطعه العرضي

(أى العمودى على محوره) 40 مم² . احسب حجمه .

$$\text{الحل: حجم القلم الرصاص} = \frac{40}{10 \times 10} \times 17 =$$

$$= \frac{680}{10 \times 10} = 6.8 \text{ سم}^3$$

$$(\text{لاحظ أن: } 40 \text{ مم}^2 = \frac{40}{10 \times 10} \text{ سم}^2)$$



مثال 125: موضح بالشكل دعامة من الصلب

مساحة الوجه عند النهاية = 42 سم²

كثافة الصلب = 7.8 جم/سم³

احسب كتلة الدعامة بالكيلو جرام .

$$\text{الحل: حجم الدعامة} = 42 \times 500 =$$

$$= 21,000 \text{ سم}^3$$

$$\text{كتلة الدعامة} = 7.8 \times 21,000 = 163,800 \text{ جم}$$

$$= \frac{163,800}{1,000} = 163.8 \text{ كجم}$$

مثال 126: احسب بالكيلو لتر حجم الماء فى قناة طولها 500 م ، متوسط مقطعيها العرضي

700 سم .

$$\text{الحل: حجم الماء} = 7 \times 500 = 3,500 \text{ م}^3$$

$$(700 \text{ سم} = 7 \text{ م})$$

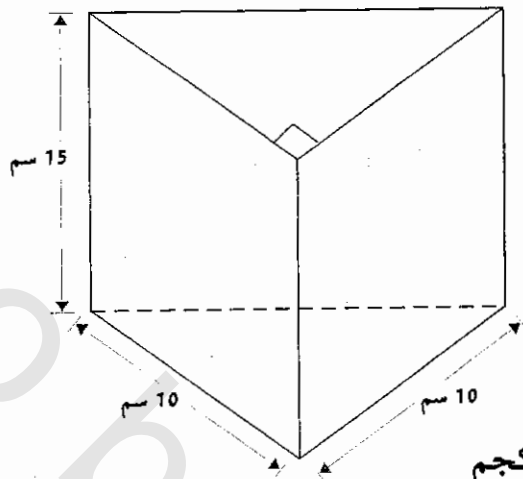
$$= \frac{10 \times 10 \times 10 \times 3,500}{1,000}$$

$$= 3,500 \text{ كيلو لتر}$$

$$(\text{لاحظ أن: } 1 \text{ م}^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 1 \text{ لترًا})$$

$$= \frac{10 \times 10 \times 10 \times 1}{1,000}$$

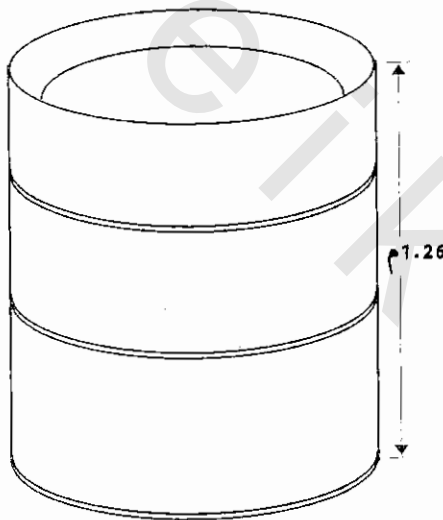
$$= 1 \text{ كيلو لترًا واحدًا}$$



مثال 127: موضح بالشكل منشور ثلاثي قائم مصنوع من البلاستيك وكثافة البلاستيك 2.4 جم/سم³. احسب كتلة المنشور.

الحل: حجم المنشور = $15 \times 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 750 \text{ سم}^3$

كثافة المنشور = $2.4 \times 750 = 1,800 \text{ جم}$
 $1,800 = \frac{1,800}{1,000} = 1.8 \text{ كجم}$



مثال 128: مساحة القاعدة لحاوية 0.35 م².

وهي تحتوى الماء بعمق 1.26 م. احسب كم مرة يمكن لدلو سعته 9 لترات أن يُملأ من الحاوية.

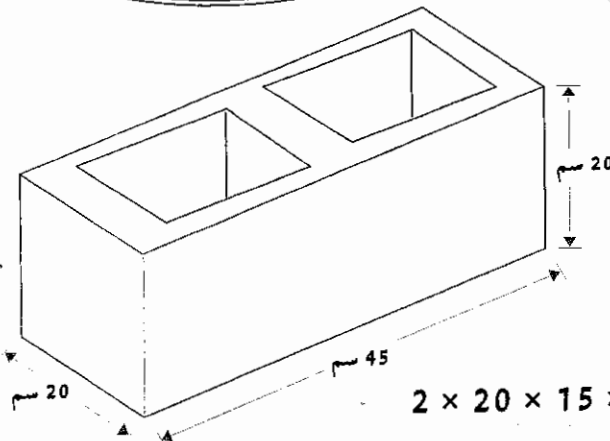
الحل: حجم الماء في الحاوية

$$= 0.35 \times 1.26 = 0.441 \text{ م}^3$$

$$= 0.441 \times 10 \times 10 \times 10 = 441 \text{ لترًا}$$

عدد المرات التي يمكن لدلو أن يُملأ من الحاوية

$$= \frac{441}{9} = 49 \text{ مرة}$$



مثال 129: موضح بالشكل كتلة أسمنتية

تستخدم في البناء. كل فتحة أبعادها

15 سم ، 15 سم ، احسب حجم الكتلة بالسنتيمتر المكعب.

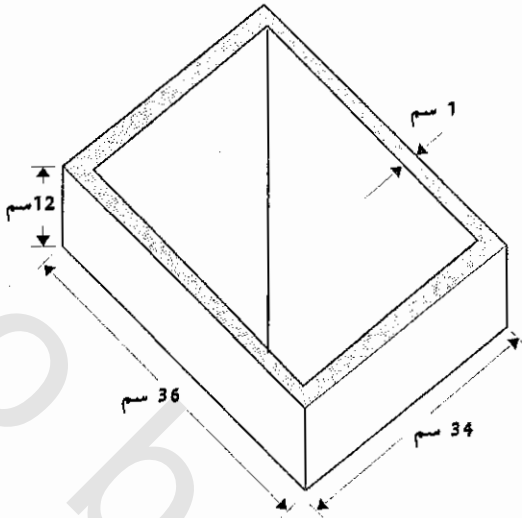
الحل: حجم الكتلة = $2 \times 20 \times 15 \times 15 - 20 \times 20 \times 45$

$$= 20 \times (2 \times 15 \times 15 - 20 \times 45) =$$

$$= 20 \times (450 - 900) =$$

$$= 20 \times 450 =$$

$$= 9,000 \text{ سم}^3$$



مثال 130: يوضح الشكل صندوقاً من الخشب .
سُمك الخشب 1 سم . احسب حجم الخشب ،
سعة الصندوق بالترات .

الحل: سعة الصندوق

$$(1 - 12) \times (2 - 34) \times (2 - 36) =$$

$$11 \times 32 \times 34 =$$

$$= 11,968 \text{ سم}^3$$

$$= \frac{11,968}{1,000} = 11.968 \text{ لترًا}$$

حجم الصندوق من الخارج = $12 \times 34 \times 36 =$

$$= 14,688 \text{ سم}^3$$

⇐ حجم الخشب = حجم الصندوق من الخارج - حجم الصندوق من الداخل (سعة الصندوق)

$$= 11,968 - 14,688 =$$

$$= 2,720 \text{ سم}^3$$

مثال 131: في الشكل الموضح في مثال 130 . احذف الأبعاد الموضحة . والآن لتكن الأبعاد
الداخلية للصندوق هي 20 سم ، 15 سم ، 8 سم (العمق) ، وليكن سمك الخشب 2 سم .
احسب حجم الخشب المستخدم في عمل الصندوق ، وكذلك سعة الصندوق بالترات .

الحل: سعة الصندوق = $8 \times 15 \times 20 = 2,400 \text{ سم}^3$

$$= \frac{2,400}{10 \times 10 \times 10} = 2.4 \text{ لترًا}$$

الأبعاد الخارجية للصندوق = $20 + 2 \times 2 + 15$ ، $2 \times 2 + 15$ ، $8 + 2$ سم

$$= 24 \text{ سم} ، 19 ، 10 \text{ سم}$$

الحجم الخارجي للصندوق = $10 \times 19 \times 24 = 4,560 \text{ سم}^3$

⇐ حجم الخشب المستخدم = الحجم الخارجي للصندوق - الحجم الداخلي للصندوق

$$= \text{الحجم الخارجي للصندوق} - \text{سعة الصندوق}$$

$$= 2,400 - 4,560 = 2,160 \text{ سم}^3$$

مثال 132: خزان مدرسى يملأ بالماء ، أبعاده 4 م ، 3 م ، 2 م . كم لترًا يحتويه من الماء ؟
وإذا كانت المدرسة تستهلك حوالى 5,000 لتر من الماء كل يوم ، فكم يومًا تستنفد فيه المدرسة
ماء الخزان على وجه التقريب ؟

الحل: حجم الماء بالخزان = $2 \times 3 \times 4 = 24 \text{ م}^3$

$$24,000 = 10 \times 10 \times 10 \times 24 =$$

تستنفد المدرسة ماء الخزان في عدد من الأيام

$$5 \text{ أيام} \approx 4 \frac{4}{5} = \frac{24,000}{5,000} =$$

مثال 133: سطح على شكل مستطيل بعده 7.5 م ، 4 م . سقط عليه المطر فكان ارتفاع
المطر في المتوسط 12 مم . احسب كتلة الماء على السطح . (1 سم³ من الماء كتلته 1 جرام) .

الحل: حجم الماء على السطح = $1.2 \times 400 \times 750 =$

$$= 360,000 \text{ سم}^3$$

$$(7.5 \text{ م} = 100 \times 7.5 = 750 \text{ سم} , 4 \text{ م} = 100 \times 4 = 400 \text{ سم} ,$$

$$12 \text{ مم} = \frac{12}{10} = 1.2 \text{ سم})$$

⇐ كتلة الماء على السطح = 360,000 جم

$$= \frac{360,000}{1,000} = 360 \text{ كجم}$$

مثال 134: حجرة بعدان لها 8 م ، 5 م ، تحتوى على كمية من الهواء = 120 م³ . احسب
ارتفاع الحجرة .

الحل: حجم الهواء في الحجرة = حجم الحجرة

$$\Leftarrow \text{ارتفاع الحجرة} = \frac{120}{5 \times 8} = \frac{120}{40} = 3 \text{ أمتار}$$

مثال 135: عنبر أبعاده 10 م ، 5 م ، 3 م . إذا كان الفرد يحتاج إلى 15 م³ من الهواء ، فكم
فردًا يصلح العنبر لنومهم .

الحل: عدد الأفراد الذين يصلح لهم العنبر للنوم = $\frac{3 \times 5 \times 10}{15} =$

$$= \frac{150}{15} = 10 \text{ أفراد}$$

مثال 136: تصنع كتلة أسمنتية بصب 1,000 سم³ من الأسمنت في قالب مستطيل بعده 25 سم ، 10 سم . احسب سمك الكتلة .

$$\text{الحل: سمك الكتلة} = \frac{1,000}{10 \times 25} = \frac{1,000}{250} = 4 \text{ سم}$$

مثال 137: كتلة حجرية أبعادها 22 سم ، 11 سم ، 7 سم . كم كتلة منها تلزم لبناء حائط طوله 5 م ، سمكه 22 سم ، وارتفاعه 3.5 م ؟

$$\text{الحل: عدد الكتل المطلوبة بطول الحائط} = \frac{500}{22} \approx 22.7$$

$$\text{عدد الكتل المطلوبة بسمك الحائط} = \frac{22}{11} = 2 \text{ كتلة}$$

$$\text{عدد الكتل المطلوبة بارتفاع الحائط} = \frac{350}{7} = 50 \text{ كتلة}$$

$$\Leftarrow \text{عدد الكتل المطلوبة لبناء الحائط} = 50 \times 2 \times 23 = 2,300 \text{ كتلة}$$

$$(\text{اعتبر الحل الآخر : عدد الكتل} = \frac{350}{7} \times \frac{500}{11} \times \frac{22}{22})$$

مثال 138: احسب قياسى الزاويتين المجهولتين في الشكل :

الحل: في المثلث ا ب ح :

$$\text{س} + 100^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{س} = 180^\circ - 100^\circ - 30^\circ = 50^\circ$$

والآن في الشكل الرباعي ا ب ح د ، لدينا :

$$360 = 100^\circ + 30^\circ + 70^\circ + \text{ص} + 40^\circ + \text{س}$$

$$\Leftarrow 360 = 240^\circ + \text{ص} + 50^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ص} = 360^\circ - 240^\circ - 50^\circ = 70^\circ$$

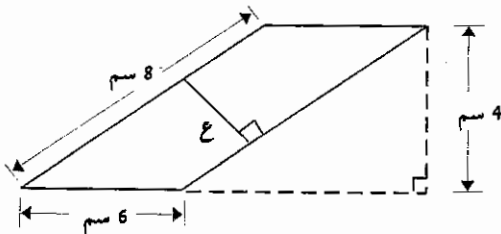
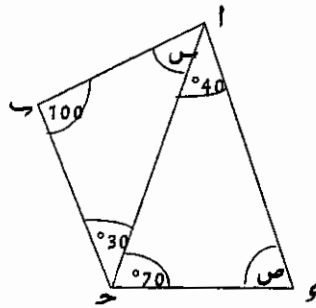
مثال 139: في الشكل المين متوازي أضلاع

طول قاعدته 6 سم ، وارتفاعه 4 سم .

احسب مساحته . إذا كان طول الضلع

الآخر 8 سم فاحسب الارتفاع المناظر

$$\text{الحل: مساحة متوازي الأضلاع} = 4 \times 6 = 24 \text{ سم}^2$$



$$ع \times 8 =$$

$$ع = \frac{24}{8} = 3 \text{ سم} \leftarrow$$

مثال 140: في الشكل المقابل :

متوازي أضلاع احسب س

الحل: مساحة متوازي الأضلاع = $3 \times 10 =$

$$= 30 \text{ سم}^2$$

$$= 6 \times س$$

$$س = \frac{30}{6} = 5 \text{ سم} \leftarrow$$

مثال 141: في الشكل المقابل :

متوازي أضلاع . احسب ع ، احسب مساحته .

الحل: مساحة متوازي الأضلاع = $4 \times 10 =$

$$= 40 \text{ سم}^2$$

$$ع \times 8 =$$

$$ع = \frac{40}{8} = 5 \text{ سم} \leftarrow$$

مثال 142: عجلة دراجة قطرها 65 سم . خلال رحلة دارت العجلة 1,000 دورة كاملة .

احسب المسافة التي قطعتها الدراجة . (اعتبر $\pi = 3.14$)

الحل: طول المحيط = $2 \pi ر$

$$= \frac{65}{2} \times 3.14 \times 2 =$$

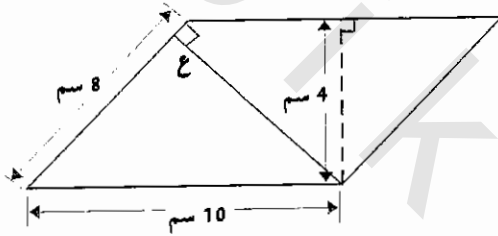
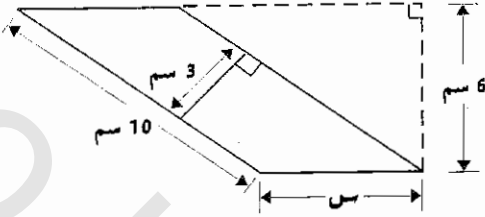
$$= 204.1 \text{ سم}$$

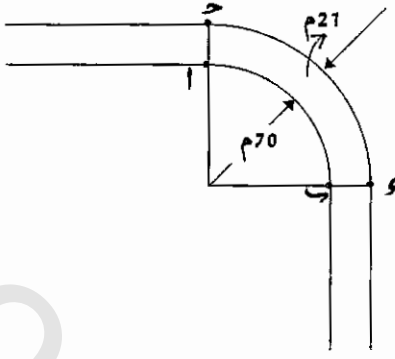
المسافة التي قطعتها الدراجة = $204.1 \times 1,000 =$

$$= 204,100 \text{ سم}$$

$$= \frac{204,100}{100} =$$

$$= 2,041 \text{ م}$$





مثال 143: الموضح في الشكل طريق عرضه 21 م .
يسير محمد من ح إلى ب وبينما يسير على من أ إلى ب .
ح ويمثل ربع دائرة ، بينما أ ب يمثل ربع دائرة
كذلك نصف قطرها 70 م .

احسب الفرق بين المسافتين اللتين قطعتهما محمد وعلى .

الحل: قطع على مسافة = $\frac{1}{4} \times 2 \times \pi \times 70$

$$70 \times \frac{22}{7} \times 2 \times \frac{1}{4} =$$

$$= 110 \text{ م}$$

نصف قطر الدائرة التي بها القوس ح = $70 + 21 = 91 \text{ م}$

قطع محمد مسافة = $\frac{1}{4} \times 2 \times \pi \times 91$

$$= 143 \text{ م}$$

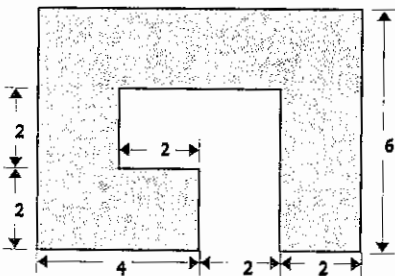
الفرق بين المسافتين = $110 - 143 = 33 \text{ مترًا}$

مثال 144: ينقل الماء من بئر بدلو مربوط في حبل . يلتف الحبل حول أسطوانة دائرية قطرها 15 سم . لسحب الماء من البئر يلتف الحبل 21 مرة حول الأسطوانة . احسب عمق البئر .

الحل: عمق البئر = $2 \times \pi \times \text{عدد اللفات للحبل}$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{15}{2} \times 21 = 990 \text{ سم}$$

$$= \frac{990}{100} = 9.9 \text{ م}$$



مثال 145: احسب مساحة الشكل المظلل :

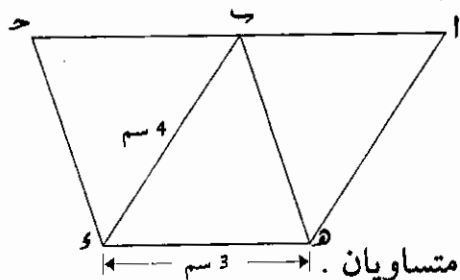
(الأطوال بالسنتيمتر)

الحل: المساحة = $6 \times (4 + 2 + 2) - 2 \times 2 - 2 \times 4$

$$= 6 \times 8 - 2 \times 2 - 2 \times 4 =$$

$$= 48 - 4 - 8 =$$

$$= 36 \text{ سم}^2$$

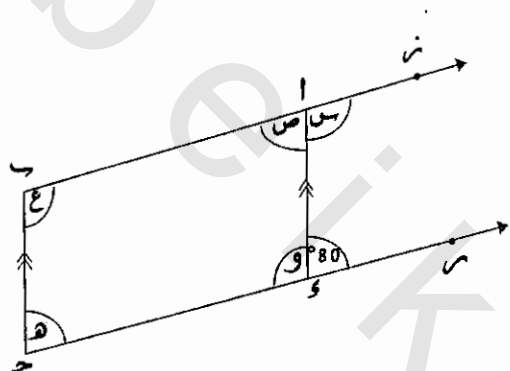


مثال 146: $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ ، $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$

متوازي أضلاع . طول $\overline{BE} = 3$ سم ،

طول $\overline{CE} = 4$ سم . ما طول $\overline{AC}$ ؟

الحل: تذكر أن طولى ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متساويان .
وبهذا يكون $|\overline{AB}| = 3$ سم ، $|\overline{CD}| = 3$ سم
وبالتالي يكون $|\overline{AC}| = 6$ سم
(لاحظ أن : $|\overline{BE}| = 4$ سم لا تؤثر في طول $\overline{AC}$)



مثال 147: الشكل الآتي متوازي أضلاع مع

امتداد ضلعين فيه . عيّن القياسات

س ، ص ، ع ، هـ ، و .

الحل: الزاوية $\overline{رو}$ مستقيمة ،

وبالتالي فإن قياسها $180^\circ = 80^\circ + \text{و}$

$$\Leftarrow \text{و} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

الزاوية $\overline{حو}$ تبادل الزاوية $\overline{وا}$ ، وبالتالي فإن لهما القياس نفسه ويكون $\text{س} = 100^\circ$

الزاوية $\overline{با}$ $\overline{ان}$ مستقيمة فيكون قياسها $180^\circ = \text{س} + \text{ص}$

$$100^\circ + \text{ص} =$$

$$\text{ومن ثم فإن : ص} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

أو : الزاويتان $\overline{وا}$ ، $\overline{با}$ داخليتان حيث القطعة $\overline{اب}$ توازي القطعة $\overline{وح}$ ،

فمجموع قياسيهما $180^\circ = \text{و} + \text{ص}$

$$100^\circ + \text{ص} =$$

$$\Leftarrow \text{ص} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

الزاويتان $\overline{رو}$ ، $\overline{وا}$ ، $\overline{وح}$ متناظرتان فلهما القياس نفسه ،

أي أن : $\text{هـ} = 80^\circ$

أو الزاويتان $\overline{وا}$ ، $\overline{وح}$ داخليتان حيث إن القطعتين $\overline{وا}$ ، $\overline{وح}$ متوازيتان ، فيكون :

$$و + ه = 180^\circ$$

$$\Leftarrow 180^\circ = ه + 100^\circ$$

$$\Leftarrow ه = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

والآن الزاوية و انظر الزاوية ح ا ، فلهما القياس نفسه فيكون :

$$ع = س = 100^\circ$$

أو الزاويتان ح ا ، و ا ب داخليتان فيكون : $ع + ص = 180^\circ$

$$\Leftarrow ع = 180^\circ - ص$$

$$= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

أو الزاويتان ح ا ، و ح ب داخليتان ، فيكون : $ه + ع = 180^\circ$

$$\Leftarrow ع = 180^\circ - ه$$

$$= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$



مثال 148: كم يكون قياس الزاوية الحادة بين

عقري الساعة حين تشير الساعة إلى الثانية ؟

$$\text{الحل: قياس الزاوية} = 360^\circ \times \frac{2}{12} = 60^\circ$$

مثال 149: اشترى رجل منزلاً على شكل مستطيل بمبلغ 3,000,000 جنيه . بعد ثلاث

سنوات ارتفعت قيمته $33\frac{1}{2}\%$. كم أصبحت قيمته ؟

وإذا كان بعدا المنزل 25 م ، 20 م ، فكم تكون قيمة المتر المربع منه ؟

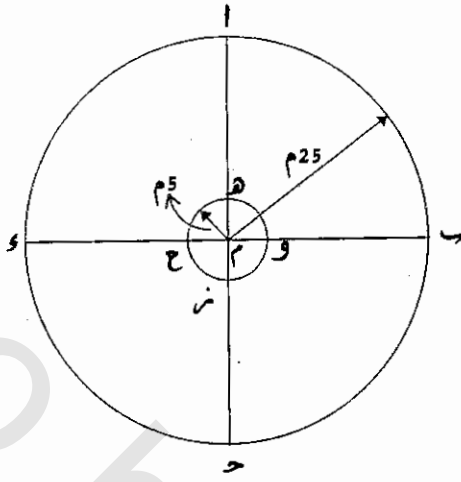
$$\text{الحل: القيمة الجديدة للمنزل} = 3,000,000 \times \frac{133\frac{1}{2}}{100}$$

$$= \frac{267}{100 \times 2} \times 3,000,000$$

$$= 4,005,000 \text{ جنيه}$$

$$\text{قيمة المتر المربع من المنزل} = \frac{4,005,000}{20 \times 25}$$

$$= 8,010 \text{ جنيه}$$



مثال 150: الدائرتان متمركزتان. نصف قطر
الكبرى 25 سم ، ونصف قطر الصغرى 5 سم .
احسب مساحة الشكل أ ب و هـ ، حيث تكون
القطعتان المستقيمتان أ ح ، ب و متعامدتين .

الحل: مساحة الدائرة الكبرى أ ب و

$$= 25 \times 25 \times \pi$$

$$= 25 \times 25 \times 3.14$$

$$= 1962.50 \text{ سم}^2$$

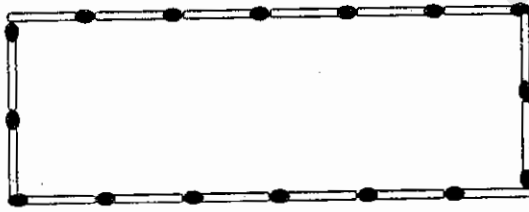
مساحة الدائرة الصغرى هـ و ز ح = $5 \times 5 \times 3.14$

$$= 78.50 \text{ سم}^2$$

مساحة الدائرة الكبرى - مساحة الدائرة الصغرى

$$= 1962.50 - 78.50 = 1,884 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الشكل أ ب و هـ} = \frac{1,884}{4} = 471 \text{ سم}^2$$



مثال 151: وضع ولد 16 عود ثقاب على

شكل مستطيل كما هو موضح بالشكل .

اعتبر كل عود ثقاب وحدة .

احسب محيط المستطيل ومساحته .

والآن كوّن جميع المستطيلات الأخرى الممكنة ، واحسب المحيط والمساحة في كل حالة . ماذا

تلاحظ ؟

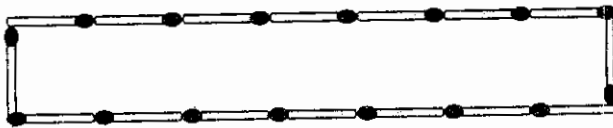
الحل: طول المحيط = 16 وحدة

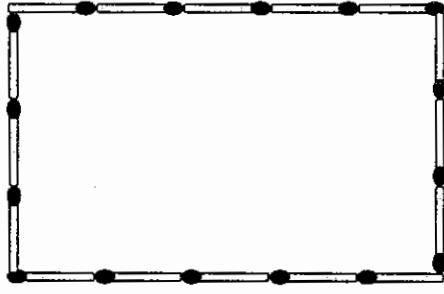
مساحة الشكل = $2 \times 6 = 12$ وحدة مربعة

إمكانية ثانية لعمل مستطيل :

طول المحيط = 16 وحدة

مساحة الشكل = $1 \times 7 = 7$ وحدة مربعة





إمكانية ثالثة لعمل مستطيل :

طول المحيط = 16 وحدة

مساحة الشكل = $3 \times 5 = 15$ وحدة مربعة

إمكانية رابعة وأخيرة لعمل مستطيل :

طول المحيط = 16 وحدة

مساحة الشكل = $4 \times 4 = 16$ وحدة مربعة

نلاحظ أن طول المحيط بالطبع ثابت

لكن مساحة مستطيل بعديه 1 ، 7 > مساحة مستطيل بعديه 2 ، 6

> مساحة مستطيل بعديه 3 ، 5 > مساحة مستطيل بعديه 4 ، 4

أى أن المساحة تكون أكبر ما يمكن عندما يصبح المستطيل مربعاً .

مثال 152: كتيب يتكون من 36 صفحة . بعداً أى صفحة 20 سم ، 12.5 سم .

(أ) احسب مساحة أى صفحة فى الكتيب .

(ب) ما عدد أوراق الكتيب ؟

(ج) احسب المساحة الكلية للورق المستخدم فى عمل الكتاب .

الحل: (أ) مساحة أية صفحة = $12.5 \times 20 = 250$ سم²

(ب) عدد أوراق الكتيب = $\frac{36}{2} = 18$ ورقة

(ج) المساحة الكلية للورق المستخدم = $250 \times 18 = 4,500$ سم²

مثال 153: علبة من الورق المقوى ، مفتوحة

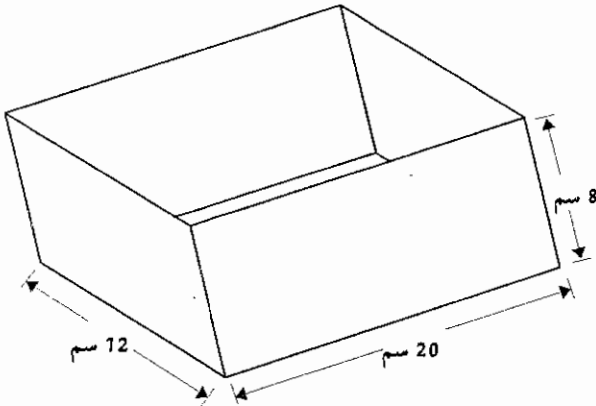
من أعلى كما هو مبين بالشكل . احسب

مساحة الورق المقوى المستخدم .

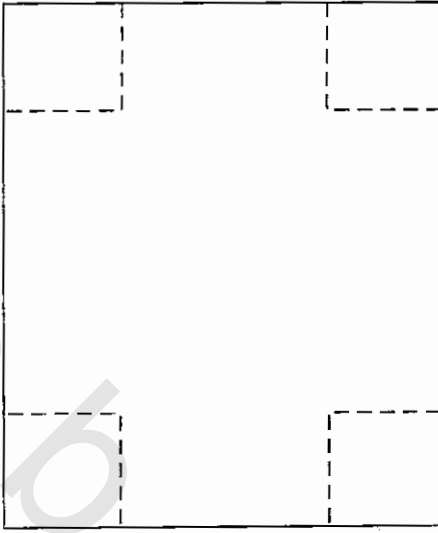
الحل: مساحة الورق المستخدم

$$8 \times 12 \times 2 + 8 \times 20 \times 2 + 12 \times 20 =$$

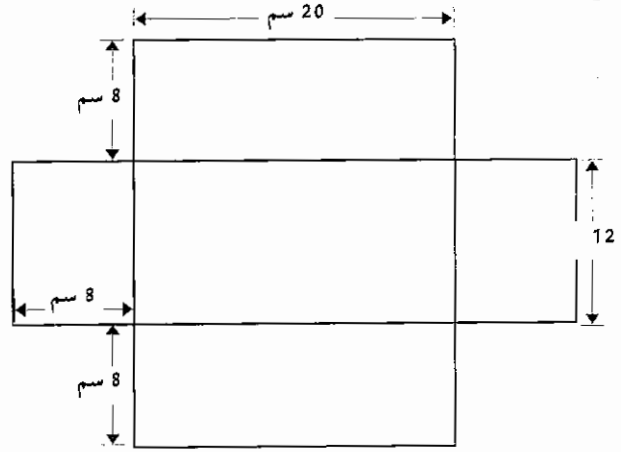
$$240 + 320 + 192 = 752 \text{ سم}^2$$



مثال 154:



شكل (2)



شكل (1)

احسب مساحة أصغر مستطيل من الورق المقوى يمكن أن تصنع منه العلبة في المثال السابق مباشرة (مثال 153). احسب كذلك المساحة غير المستخدمة من مستطيل الورق المقوى .

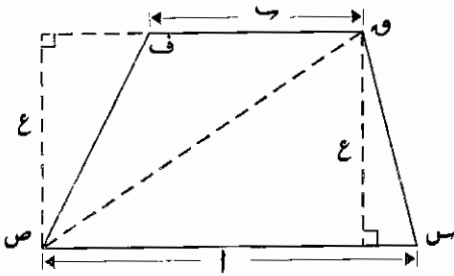
الحل: أصغر مستطيل يمكن أن تصنع منه العلبة موضح في الشكل (2)

$$\text{مساحة المستطيل} = (8 + 12 + 8) \times (8 + 20 + 8) = 1,008 \text{ سم}^2$$

القطع غير المستخدمة من الورق المقوى موضحة في أركان المستطيل الأربعة بالخطوط المنقطة .

$$\text{المساحة غير المستخدمة} = 8 \times 8 \times 4 = 256 \text{ سم}^2$$

(شكل 1) يوضح المساحة الفعلية المستخدمة في عملة العلبة .



مثال 155: فسّر : مساحة شبه المنحرف

الذى فيه طولاً قاعدتيه المتوازيتين ا ، ب ،

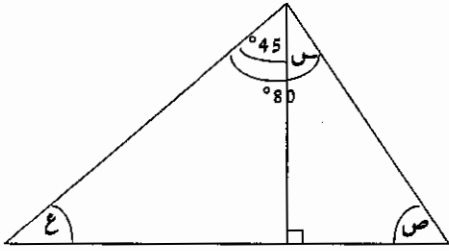
وارتفاعه ع هي : $\frac{(ب + ا) \times ع}{2}$

الحل: نصل القطر و ص

مساحة شبه المنحرف = مساحة المثلث س و ص + مساحة المثلث ص ف و

$$= \frac{1}{2} \times ع \times ب + \frac{1}{2} \times ع \times ا$$

$$= \frac{(ب + ا) \times ع}{2}$$



مثال 156: احسب القياسات: س ، ص ، ع

$$\text{الحل: س} = 45^\circ - 80^\circ = 35^\circ$$

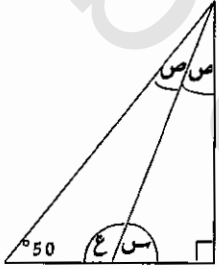
$$\text{س} + \text{ص} + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ص} = 180^\circ - 90^\circ - \text{س}$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\text{والآن: ع} = 45^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ع} = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$



مثال 157: احسب القياسات: س ، ص ، ع

$$\text{الحل: } 90^\circ + 2\text{ص} + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow 2\text{ص} = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ص} = 20^\circ$$

$$90^\circ + \text{ص} + \text{س} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{س} = 180^\circ - 90^\circ - \text{ص}$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

$$\text{س} + \text{ع} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ع} = 180^\circ - \text{س}$$

$$= 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\text{أو: ص} + \text{ع} + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ع} = 180^\circ - 50^\circ - \text{ص}$$

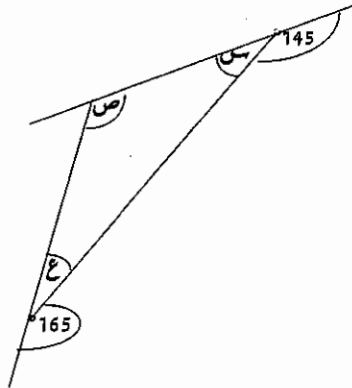
$$= 180^\circ - 50^\circ - 20^\circ = 110^\circ$$

مثال 158: احسب القياسات: س ، ص ، ع

$$\text{الحل: س} + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{س} = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

$$\text{ع} + 165^\circ = 180^\circ$$



$$\Leftarrow \text{ع} = 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$$

$$\text{س} + \text{ص} + \text{ع} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ص} = 180^\circ - \text{س} - \text{ع}$$

$$= 180^\circ - 35^\circ - 15^\circ = 130^\circ$$

مثال 159: احسب القياسات : س ، ص ، ع

$$\text{الحل: ص} + 100^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ص} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\text{ع} + 105^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ع} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\Leftarrow \text{س} = 180^\circ - \text{ص} - \text{ع}$$

$$= 180^\circ - 80^\circ - 75^\circ = 25^\circ$$

مثال 160: احسب القياسات : س ، ص ، ع

$$\text{الحل: ع} + 115^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ع} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$$\text{س} + \text{ع} + 75^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{س} = 180^\circ - 75^\circ - \text{ع}$$

$$= 180^\circ - 75^\circ - 65^\circ = 40^\circ$$

$$\text{ص} + \text{س} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ص} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

مثال 161: احسب القياسات : س ، ص ، ع

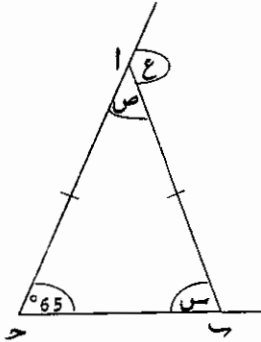
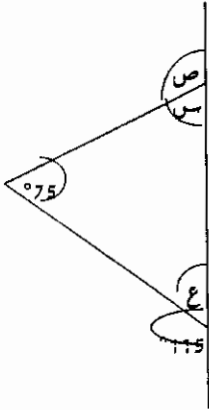
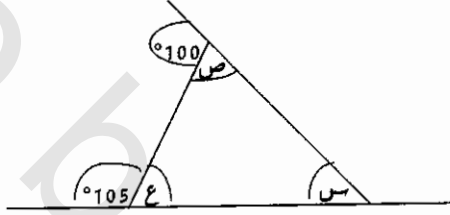
حيث طول القطعة المستقيمة $\overline{ا ب} = \text{طول القطعة المستقيمة } \overline{ا ح}$

الحل: نعلم أن : $||\overline{ا ب}|| = ||\overline{ا ح}||$

$\Leftarrow$ قياس الزاوية $\overline{ا ب ح} = \text{قياس الزاوية } \overline{ا ح ب}$

$$\Leftarrow \text{س} = 65^\circ$$

والآن : $\text{س} + \text{ص} + 65^\circ = 180^\circ$



$$\Leftarrow \text{ص} = 180^\circ - 65^\circ - \text{س}$$

$$= 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$$

$$\text{ع} + \text{ص} = 180^\circ$$

$$\Leftarrow \text{ع} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$



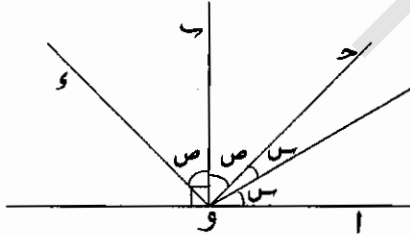
مثال 162: كم يكون قياس الزاوية التي يصنعها عقرباً الساعة

عندما يشيران إلى الساعة الرابعة إلا عشر دقائق ؟

$$\text{الحل: قياس الزاوية} = \frac{6}{12} \times 360^\circ = 180^\circ$$

وفي الواقع يصنع العقربان زاويتين إحداهما قياسها أقل قليلاً من 180° ،

والأخرى قياسها أكبر قليلاً من 180° بحيث يكون مجموع القياسين 360°



مثال 163: القطعتان المستقيمتان $\overline{AO}$ ، $\overline{BO}$ متعامدتان ،

القطعتان المستقيمتان $\overline{CO}$ ، $\overline{DO}$ متعامدتان

احسب القياسين س ، ص

$$\text{الحل: ص} + \text{ص} = 90^\circ$$

$$\Leftarrow 2\text{ص} = 90^\circ \Leftarrow \text{ص} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$2\text{س} + \text{ص} = 90^\circ$$

$$\Leftarrow 2\text{س} = 90^\circ - \text{ص}$$

$$= 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\Leftarrow \text{س} = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$$

مثال 164: احسب القياسين س ، ص

$$\text{إذا كان: } 2\text{س} + \text{ص} = 105^\circ$$

$$\text{الحل: } 2\text{س} + \text{ص} = 105^\circ$$

$$\Leftarrow 2\text{س} = 105^\circ - \text{ص} \dots\dots (1)$$

$$\Leftarrow 2\text{س} + 2\text{ص} + \frac{\text{ص}}{2} = 180^\circ \Leftarrow 2\text{س} = 180^\circ - \frac{5\text{ص}}{2} \dots\dots (2)$$

$$\text{من (1) ، (2) } \Leftarrow 105^\circ - \text{ص} = 180^\circ - \frac{5\text{ص}}{2}$$

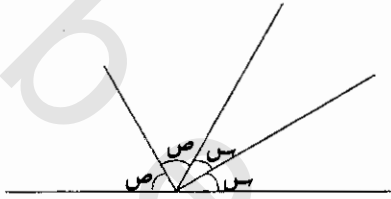
$$^{\circ}75 = \frac{ص3}{2} \quad \Leftarrow \quad ^{\circ}105 - ^{\circ}180 = ص - \frac{ص5}{2} \quad \Leftarrow$$

$$(3) \dots\dots \quad ^{\circ}50 = ^{\circ}75 \times \frac{2}{3} = ص \quad \Leftarrow \quad ^{\circ}75 = \frac{ص}{\frac{2}{3}} \quad \Leftarrow$$

$$^{\circ}75 = ^{\circ}50 - ^{\circ}105 = س2 \quad \Leftarrow \quad (1), (3)$$

$$^{\circ}37.5 = \frac{^{\circ}75}{2} = س \quad \Leftarrow$$

مثال 165: احسب مجموع القياسين س ، ص في الشكل :



$$\text{الحل: } 2س + 2ص = ^{\circ}180$$

$$\Leftarrow 2(س + ص) = ^{\circ}180$$

$$\Leftarrow س + ص = \frac{^{\circ}180}{2} = ^{\circ}90$$

مثال 166: في المثلث ا ب ح

$$\text{قياس } (\angle \text{ ا ب ح}) = ^{\circ}90$$

$$\text{قياس } (\angle \text{ ا ب و}) = \text{قياس } (\angle \text{ و ب ح})$$

$$\text{قياس } (\angle \text{ ا ح و}) = \text{قياس } (\angle \text{ و ح ا})$$

أوجد قياس $(\angle \text{ و ب ح})$

الحل:

$$\text{قياس } (\angle \text{ ا ب ح}) + \text{قياس } (\angle \text{ ا ب و}) + \text{قياس } (\angle \text{ و ب ح}) = ^{\circ}180$$

$$\text{أي أن: قياس } (\angle \text{ ا ب ح}) + \text{قياس } (\angle \text{ ا ب و}) + \text{قياس } (\angle \text{ و ب ح}) = ^{\circ}180$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\angle \text{ ا ب ح}) + \text{قياس } (\angle \text{ ا ب و}) = ^{\circ}180 - ^{\circ}90 = ^{\circ}90$$

$$\Leftarrow \frac{1}{2} \text{ قياس } (\angle \text{ ا ب ح}) + \text{قياس } (\angle \text{ و ب ح}) = \frac{^{\circ}90}{2} = ^{\circ}45$$

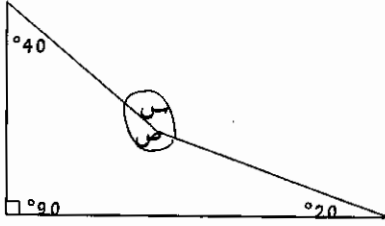
$$(1) \quad \text{أي أن: قياس } (\angle \text{ و ب ح}) + \text{قياس } (\angle \text{ و ح ا}) = ^{\circ}45$$

$$(2) \quad \text{كذلك فإن: قياس } (\angle \text{ و ب ح}) + \text{قياس } (\angle \text{ و ح ا}) + \text{قياس } (\angle \text{ ا ح و}) = ^{\circ}180$$

بالتعويض من (1) في (2) نحصل على :

$$\text{قياس } (\angle \text{ و ب ح}) + ^{\circ}45 = ^{\circ}180$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\angle \text{ و ب ح}) = ^{\circ}180 - ^{\circ}45 = ^{\circ}135$$



مثال 167: في الشكل المقابل أوجد القياس س

الحل: لدينا : س + ص = 360° (1)
كذلك لدينا :

$$(2) \dots \quad 360^\circ = \text{ص} + 20^\circ + 40^\circ + 90^\circ$$

من (1) ، (2) ينتج أن : س = $90^\circ + 40^\circ + 20^\circ = 150^\circ$

مثال 168: مساحة شبه المنحرف الموضح

بالشكل 162 سم² . أوجد س

الحل: مساحة شبه المنحرف

$$= \frac{\text{مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين}}{2} \times \text{الارتفاع}$$

$$162 = 12 \times \frac{16 + \text{س}}{2} =$$

$$\Leftarrow 27 = 16 + \text{س} \quad \Leftarrow \text{س} = 27 - 16 = 11 \text{ سم}$$

مثال 169: ربطت عنزة بجبل طوله $3\frac{1}{2}$ متر إلى وتد مثبت في الأرض المزروعة بالحشائش .
تأكل العنزة من الحشائش مترًا مربعًا في 28 دقيقة . كم تستغرق العنزة من الوقت حتى تأتى
على كل ما تستطيع أن تناله من الحشائش ؟

$$\text{الحل: المساحة التي تستطيع أن تتحرك فيها العنزة} = \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{22}{7} = \frac{77}{2} \text{ م}^2$$

الزمن الذي تستغرقه العنزة حتى تأكل كل ما تستطيع أن تصل إليه من الحشائش

$$= \frac{77}{2} \times 28 = 1078 \text{ دقيقة}$$

$$= 17 \text{ ساعة و } 58 \text{ دقيقة}$$

مثال 170: صفحة في (ألبوم) صور بعدها 30 سم ، 20 سم . تحتوي على 6 صور مربعة ،
طول ضلع المربع 6 سم . احسب المساحة التي لن تكون مغطاة بالصور في الصفحة .

$$\text{الحل: مساحة الصفحة} = 20 \times 30 = 600 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الصورة الواحدة} = 6 \times 6 = 36 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الـ 6 صور} = 36 \times 6 = 216 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة التي لن تكون مغطاة بالصور} = 600 - 216 = 384 \text{ سم}^2$$

مثال 171: نعلم أن ح حجم الأسطوانة الدائرية القائمة التي نصف قطرها هو ، وارتفاعها ع

$$\text{يعطى ب: } \text{ح} = \text{ط} \times \text{هـ}^2$$

(أ) أوجد حجم أسطوانة دائرية قائمة نصف قطرها $3\frac{1}{2}$ سم ، وارتفاعها 8 سم .

(ب) إذا كان نصف قطر أسطوانة دائرية قائمة 5 سم ، وحجمها 1,100 سم³ ، فأوجد ارتفاعها .

(ج) أوجد نصف قطر أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها 45 سم ، حجمها 770 سم³ .

$$\text{الحل: (أ) } \text{ح} = \text{ط} \times \text{هـ}^2 \Rightarrow 308 = 8 \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{22}{7}$$

$$\text{(ب) } 1,100 = 5 \times 5 \times \frac{22}{7} \times \text{ع}$$

$$\Leftarrow \text{ع} = \frac{1,100 \times 7}{5 \times 5 \times 22} = 14 \text{ سم}$$

$$\text{(ج) } 770 = 45 \times \text{هـ}^2 \times \frac{22}{7}$$

$$\Leftarrow \text{هـ}^2 = \frac{770 \times 7}{45 \times 22} = \frac{7 \times 7}{9}$$

$$\Leftarrow \text{هـ} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \text{ سم}$$

مثال 172: صندوق على شكل متوازي مستطيلات مفتوح من أعلى ، طوله 1 م ، عرضه

70 سم ، ارتفاعه 50 سم . طلى من الداخل ومن الخارج . تكلف الطلاء 4 جنيهات للمتر المربع .

كم تكلف طلاء الصندوق ؟

$$\text{الحل: المساحة التي طليت} = 50 \times 70 \times 4 + 50 \times 100 \times 4 + 70 \times 100 \times 2 =$$

$$= 14,000 + 20,000 + 14,000 = 48,000 \text{ سم}^2$$

$$= \frac{48,000}{100 \times 100} = 4.8 \text{ م}^2$$

$$\text{تكلفة طلاء الصندوق} = 4.8 \times 4 = 19.2 \text{ جنيهًا}$$

مثال 173: (أ) أوجد المساحة الكلية لسطح أسطوانة دائرية قائمة نصف قطرها هو ، وارتفاعها ع

(ب) أوجد المساحة الكلية لسطح أسطوانة دائرية قائمة نصف قطرها 5 سم ، وارتفاعها 9 سم .

(ج) أوجد ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة حجمها 1,022 سم³ ، ونصف قطرها 7 سم .

الحل: (أ) المساحة الكلية لسطح أسطوانة دائرية قائمة

$$= \text{المساحة الجانبية} + 2 \times \text{مساحة القاعدة}$$

$$= 2 \text{ ط } \text{ن} \times \text{ع} + 2 \text{ ط } \text{ن}^2$$

$$(ب) \text{ المساحة الكلية} = 5 \times 5 \times \frac{22}{7} \times 2 + 9 \times 5 \times \frac{22}{7} \times 2 =$$

$$= [5 + 9] 5 \times \frac{22}{7} \times 2 =$$

$$= 14 \times 5 \times \frac{22}{7} \times 2 = 440 \text{ سم}^2$$

(ج) حجم الأسطوانة = ط ن² ع

$$= 1,022 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \text{ع}$$

$$\leftarrow \text{ع} = \frac{7 \times 1,022}{7 \times 7 \times 22} = \frac{73}{11} = 6 \frac{7}{11} \text{ سم}$$

مثال 174: أوجد ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة المساحة الكلية لسطحها 1,012 سم² ونصف قطرها 7 سم .

الحل: المساحة الكلية لسطح أسطوانة دائرية قائمة = 2 ط ن ع + 2 ط ن²

$$\leftarrow 1,012 = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times \text{ع} + 2 \times 7 \times 7 \times \frac{22}{7}$$

$$\leftarrow 1,012 = 2 \times 22 \times \text{ع} + 2 \times 22 \times 7$$

$$\leftarrow 1,012 - 308 = 2 \times 22 \times \text{ع}$$

$$\leftarrow \text{ع} = \frac{704}{22 \times 2} = 16 \text{ سم}$$

مثال 175: المثلث أ ب ح متساوي الأضلاع

قياس (أ ه ح) = 97° ،

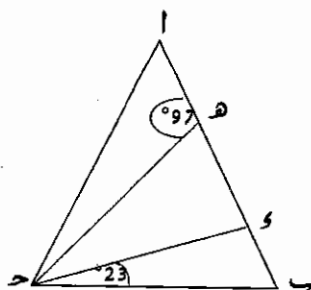
قياس (ب ح و) = 23°

برهن على أن المثلث ح و ه متساوي الساقين .

الحل: من حيث إن المثلث أ ب ح متساوي الأضلاع ، فتكون قياسات زواياه الداخلية كلها = 60°

$$\leftarrow \text{قياس (أ ح ه)} = 180^\circ - 97^\circ - 60^\circ = 23^\circ \quad (\text{لأن أ ح ه مثلث})$$

$$\text{قياس (ب ح و)} = 23^\circ = 23^\circ - 60^\circ = 14^\circ \quad (\text{لأن قياس (ب ح و) = } 60^\circ)$$



قياس (ح ه و) = $180^\circ - 97^\circ = 83^\circ$ (لأن ح ا ه و زاوية مستقيمة)

قياس (ح و ه) = $180^\circ - 83^\circ - 14^\circ = 83^\circ$ (لأن ح و ه مثلث)

أى أن : قياس (ح ه و) = قياس (ح و ه)

وبالتالى فإن : $|\overline{ح ه}| = |\overline{ح و}|$ أى أن : المثلث ح و ه متساوى الساقين

مثال 176: فى الشكل المقابل :

$$|\overline{أ ب}| = |\overline{أ ح}| , |\overline{أ ب}| = |\overline{أ و}| ,$$

قياس (ح ب ا) = 52° .

عين قياس (ح ب و)

الحل : لأن أ ب ح مثلث فمجموع قياسات زواياه الداخلية = 180°

ومن ثم فإن : $52^\circ + \text{قياس (ح ب ا)} + \text{قياس (ح ا ب)} = 180^\circ$ (1)

ولأن : $|\overline{أ ح}| = |\overline{أ ب}|$ فإن : قياس (ح ب ا) = قياس (ح ا ب)

وبالتعويض فى (1) نحصل على : $52^\circ + 2 \times \text{قياس (ح ب ا)} = 180^\circ$

$$\Leftarrow 2 \times \text{قياس (ح ب ا)} = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$$

$$\Leftarrow \text{قياس (ح ب ا)} = \frac{128^\circ}{2} = 64^\circ$$

ولأن ح ا ب و زاوية مستقيمة فإن : قياس (ح ب ا) + قياس (ح و ب) = 180°

$$\Leftarrow \text{قياس (ح و ب)} = 180^\circ - \text{قياس (ح ب ا)} =$$

$$180^\circ - 64^\circ = 116^\circ \text{ (2)}$$

ولأن ب ح و مثلث فيكون :

قياس (ح و ب) + قياس (ح ب و) + قياس (ب و ح) = 180° (3)

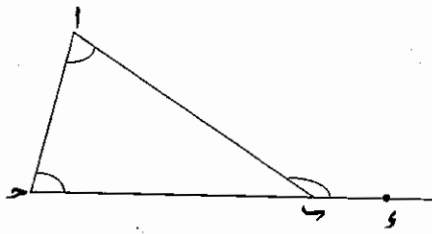
ولأن $|\overline{أ ب}| = |\overline{أ و}|$ ، فيكون : قياس (ح ب و) = قياس (ح و ب)

وبالتعويض فى (3) نحصل على : $2 \times \text{قياس (ح و ب)} + \text{قياس (ب و ح)} = 180^\circ$ (4)

وبالتعويض من (2) فى (4) نحصل على : $2 \times \text{قياس (ح و ب)} + 116^\circ = 180^\circ$

$$\Leftarrow 2 \times \text{قياس (ح و ب)} = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

$$\Leftarrow \text{قياس (ح و ب)} = \frac{64^\circ}{2} = 32^\circ$$



مثال 177: في المثلث ABC ح

برهن على أن : قياس $(\angle A')$ =

قياس $(\angle B)$ + قياس $(\angle C)$

البرهان: $\angle A'$ و $\angle B$ زاوية مستقيمة وبالتالي فإن :

$$\text{قياس } (\angle A') + \text{قياس } (\angle B) = 180^\circ \quad (1) \dots\dots$$

كذلك فإن مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية 180° فيكون :

$$\text{قياس } (\angle A) + \text{قياس } (\angle B) + \text{قياس } (\angle C) = 180^\circ \quad (2) \dots\dots$$

من (1) ، (2) ينتج أن : قياس $(\angle A') = \text{قياس } (\angle B) + \text{قياس } (\angle C)$

ملحوظة : يقال عن النتيجة السابقة :

قياس الزاوية الخارجية لأي مثلث = مجموع قياسى الزاويتين غير المجاورتين لها .

مثال 178: استخدم النتيجة السابقة لاختصار حل المثال 176 قليلاً .

الحل: من حيث إن قياس $(\angle A) = 64^\circ$

ومن النتيجة السابقة يكون : قياس $(\angle B)$ + قياس $(\angle C) = 64^\circ$

$$\Leftarrow 2 \text{ قياس } (\angle B) = 64^\circ \quad (\text{لأن } |\overline{AB}| = |\overline{BC}|)$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\angle B) = 32^\circ$$

مثال 179: في المثلث ABC ح :

$$|\overline{AB}| = |\overline{AC}| , |\overline{BC}| = |\overline{CD}| ,$$

قياس $(\angle A) = 40^\circ$.

احسب قياس $(\angle B)$.

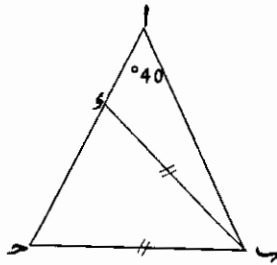
الحل: قياس $(\angle A) + \text{قياس } (\angle B) + \text{قياس } (\angle C) = 180^\circ$

ولأن $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|$ فإن : قياس $(\angle B) = \text{قياس } (\angle C)$

$$\Leftarrow 2 \text{ قياس } (\angle B) = 180^\circ - \text{قياس } (\angle A)$$

$$140^\circ = 180^\circ - 40^\circ =$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\angle B) = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$



$$= \text{قياس } (\bar{p} \vee q) \quad (\text{لأن } |\bar{p}| = |q|)$$

$$\text{قياس } (\bar{p} \vee q) = \text{قياس } (p) + \text{قياس } (\bar{p} \wedge q) \quad (\text{من مثال 177})$$

$$\Leftarrow \text{قياس } (\bar{p} \wedge q) = \text{قياس } (\bar{p} \vee q) - \text{قياس } (p)$$

$$= 70^\circ - 40^\circ$$

$$= 30^\circ$$

الفهرس

الموضوع	الصفحة
مقدمة	3
الحساب: الأعداد الطبيعية	5
ضرب الأعداد الطبيعية	20
قسمة الأعداد الطبيعية	25
الأسس (القوى)	30
تمارين عامة	56
الكسور	73
قواعد قابلية القسمة	79
قسمة الكسور	109
مقارنة الكسور	112
ضرب الأعداد العشرية	180
تمارين	186
قسمة الأعداد العشرية	191
تمارين	204
الكسور العشرية الدورية	212
أمثلة متنوعة	229

الموضوع	المصفحة
تمارين عامة	234
النسب المئوية	237
تمارين عامة	296
الأعداد ذات الإشارة	311
جمع الأعداد ذات الإشارة	312
طرح الأعداد ذات الإشارة	317
ضرب الأعداد ذات الإشارة	341
تمارين عامة	351
التقديرات	385
تقديرات الجمع والطرح في الأعداد الصحيحة	385
تمارين	403
النسبة والتناسب	408
تمارين	421
الوحدات	429
النظام الفرنسي	429
النظام الإنجليزي	437
العلاقة بين نظامي الوحدات	441
تمارين متنوعة	443
مبادئ الهندسة الأولية	458
تعريف	458
النقطة	458

الصفحة	الموضوع
458	الخط المستقيم
458	الشعاع
458	المستوى
458	الزاوية
459	تعريف:
459	الزاوية المستقيمة
459	الزاوية الحادة
460	الزاوية المنفرجة
460	الزاوية المنعكسة
460	الزاويتان المتتامتان
460	الزاويتان المتكاملتان
461	قياس الزوايا
462	تعريف: الخطان المستقيمان المتقاطعان
462	تعريف الخطان المستقيمان المتوازيان
463	أمثلة
465	الأشكال الهندسية الأساسية
465	المضلع
470	أمثلة
473	الخطان المتوازيان والزوايا المتبادلة والمتناظرة والداخلية
473	مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة ١٨٠ درجة
479	تمارين

الصفحة	الموضوع
487	تمارين
489	الإنشاءات الهندسية البسيطة
496	المحيط
500	تمارين
502	المساحة المستوية
511	تمارين
513	الحجم
516	تمارين
519	أمثلة متنوعة