

الفصل السادس

التوزيع الطبيعي

NORMAL DISTRIBUTION

مثال ٦ - ١ : وجد في مزرعة ما أن أوزان العجول تتوزع طبيعياً بمتوسط قدره ٧٢ كجم وانحراف قياسي قدره ١٢ كجم

والمطلوب أولاً :- ما هو احتمال الحصول على عجل -بطريقة عشوائية- يقع وزنه بين ٤٨-٨٤ كجم ؟

ثانياً :- إذا كان القطيع يتكون من ٢٠٠٠ عجلاً، فما هو عدد الأفراد التي تقع أوزانها بين ٤٨-٨٤ كجم ؟

ثالثاً :- ما هو احتمال الحصول على عجل يكون وزنه أكبر من ٩٦ كجم ؟
رابعاً :- ما هو وزن العجل (بن) الذي يكون احتمال الحصول على عجل أعلى منه وزناً = ٠,٣٨٢١ ؟

$$\text{الحل : أولاً : } \pm z = \frac{\mu - x}{\sigma}$$

$$\therefore z = \frac{72 - 48}{12} = \frac{\mu - x}{\sigma} = z$$

وبالرجوع إلى جدول المساحات نجد أن المساحة تحت المنحنى الطبيعي القياسي من ح = صفر إلى ح = ٢ هي ٠,٤٧٧٢

$$z = \frac{72 - 84}{12} = \frac{\mu - x}{\sigma} = z$$

ومن جدول المساحات نجد أن المساحة تحت المنحنى الطبيعي القياسي من ح = صفر إلى ح = ١

هي ٠,٣٤١٣

∴ احتمال الحصول على عجل يقع وزنه بين ٤٨-٨٤ كجم

$$= \text{المساحة المحصورة بين (ح=صفر ، ح=٢)} + \text{المساحة المحصورة بين (ح=صفر ، ح=١)} \\ = ٠,٤٧٧٢ + ٠,٣٤١٣ = ٠,٨١٨٥$$

لانياً : عدد الأفراد التي تقع أوزانها بين (٤٨-٨٤ كجم)

$$= ٠,٨١٨٥ \times ٢٠٠٠ = ١٦٣٧ \text{ عجلاً}$$

ثالثاً : احتمال الحصول على عجل وزنه أكبر من ٩٦ كجم عبارة عن المساحة تحت المنحنى

الطبيعي من قيمة س = ٩٦ كجم إلى قيمة س = ∞ لذا يلزم تحويل قيمة س = ٩٦ إلى ما يقابلها من قيم ح تحت المنحنى الطبيعي القياسي كما يلي :

$$\pm \text{ح} = \frac{م - س}{\sigma} = \frac{٧٢ - ٩٦}{١٢} = \frac{٢٤}{١٢} = ٢$$

∴ الإحتمال يساوي المساحة تحت المنحنى الطبيعي القياسي المحصورة بين ح=٢ ، ح=∞

وهو = المساحة تحت المنحنى الطبيعي القياسي المحصورة بين (ح=صفر ، ح=∞) - المساحة

تحت المنحنى الطبيعي القياسي المحصورة بين (ح=صفر و ح=٢)

$$= ٠,٥ - ٠,٤٧٧٢ = ٠,٠٢٢٨$$

رابعاً : س = م + حσ

∴ س (وزن العجل المطلوب) = ١٢ + ٧٢ ح

إيجاد قيمة ح :

المساحة المحصورة ما بين المتوسط (م) ووزن العجل (س) = ٠,٣٨٢١ - ٠,٥ = ٠,١١٧٩

∴ قيمة ح التي تحصر ما بينها وبين المتوسط مساحة تحت المنحنى قدرها ٠,٣ = ٠,١١٧٩

∴ س (وزن العجل المطلوب) = ٧٢ + (٠,٣ × ١٢)

$$= ٧٢ + ٣,٦ = ٧٥,٦ \text{ كجم}$$

التمرين السادس :

٦- ١ : رسالة كبيرة من البرتقال تتوزع أوزان ثمارها توزيعاً طبيعياً بمتوسط = ٢٠٠ جم وانحراف قياسي = ١٠ جم ، والمطلوب :-

(١) ما هو احتمال الحصول على ثمرة يقع وزنها ما بين (١٩٤ جم) و (٢٠٨ جم) ؟

(ب) ما هي نسبة الثمار التي تقع أوزانها ما بين (١٨٠ جم) و (٢٢٠ جم) ؟

(ج) ما هي نسبة الثمار التي تقع أوزانها ما بين (٢١٠ جم) و (٢٢٦ جم) ؟

(د) عند سحب عينة عشوائية تتكون من ١٦ برتقالة من نفس الرسالة فما هو احتمال أن يقع متوسط هذه العينة ما بين (١٩٨,٥ جم) و (٢٠٢ جم) ؟

(هـ) إذا علمت أن حجم العينة المسحوبة = ٢٥ بدلاً من ١٦ برتقالة فما هو احتمال أن يقع متوسطها ما بين (١٩٤ جم) و (٢٠٦ جم) ؟

obeikandi.com

٦ - ٢ : فى عشيرة من نباتات صنف القمح جيزة ١٥٦ إذا كان ٥٪ منهم تقل أطوالهم عن ٩٤ سم كما كان ٩٠٪ منهم تقع زطوالهم بين (٩٤ سم) ، (١١٤ سم) . ويفرض أن التوزيع طبيعى فالمطلوب : (أ) ما هو المتوسط والانحراف القياسى لهذه العشيرة ؟
 (ب) إذا أريد إنتخاب أطول ١٠٪ من النباتات فما هو الحد الأدنى لطول النباتات المختارة ؟

٦ - ٣ : فى مزرعة إنتاج حيوانى وجد أن أوزان العجول البتلو تتوزع طبيعياً بمتوسط قدره ٧٤ كجم وانحراف قياسى قدره ١٢ كجم . فإذا وجد أن ٢٢٠ عجلاً تقع أوزانهم بين ٤٢,٨ - ٩٨ كجم، فكم عدد أفراد هذه العشيرة ؟

٦ - ٤ : أجرى مربي قطن تقييماً لإحدى عشائر نباتات القطن وذلك بقياس النسبة المئوية للزيت في البذور فوجد أن متوسط المحتوى الزيتي للبذور = ٢٨٪ والتباين = ٢٪ فإذا وجد أن ٣٢٠ نباتاً كانت نسبة الزيت بهم تقع بين ٢٩٪ إلى ٣٠٪ فما هو عدد النباتات التي تقع نسب الزيت فيهم بين ٢٦٪ إلى ٢٨٪ ؟

٦ - ٥ : في عشيرة من أشجار اللوز يبلغ عددها ١٠٠٠٠ شجرة تتوزع النسبة المئوية للزيت في ثمارها - على أساس الوزن الجاف - بمتوسط قدره ٥١٪ فإذا وجد أن ١٦٠٠ شجرة تعطي نسبة زيت أكبر من ٥٣٪ أوجد الإنجراف القياسي لهذا التوزيع، وكذلك معامل الاختلاف.

٦-٦ : إذا كانت أطوال ١٠٠٠٠ طالباً جامعياً تتوزع طبيعياً بمتوسط قدره ١٧٥ سم وانحراف قياسي قدره ٦ سم ، المطلوب :

(١) كم عدد الطلبة الذين يكون الحد الأدنى لأطولهم ١٨٣ سم ؟

(ب) ما هو المدى الذى يشتمل على ٧٥٪ من أطوال الطلبة حول المتوسط فى هذه العشيرة ؟

٦- ٧ : قطع من الأغنام البرقى يتوزع وزن الصوف للحيوان طبيعياً بمتوسط قدره ٣,١٥ كجم وانحراف قياسي قدره ٠,٧٤٤ كجم ، والمطلوب :

- (أ) ما هي نسبة الأغنام التي تعطى كل منها كمية أكبر من ٤,٥ كجم من الصوف ؟
 (ب) كم عدد الأغنام التي يعطى كل منها كمية أكبر من ٤,٥ كجم من الصوف إذا كان عدد أفراد القطيع ١٠٠٠٠ فرداً؟
 (ج) إذا ما أريد إنتخاب فرد واحد عشوائياً من هذا القطيع فما هو احتمال أن يعطى كمية أقل من ٢,٤١ كجم ؟

٦ - ٨ : إذا كانت كمية المطر السنوي لمنطقة غرب النوبارية تتوزع طبيعياً بمتوسط قدره ١٦ مم وإنحراف قياسي ٥ مم ففي فترة قدرها ٥٠ سنة كم منها نتوقع أن تصل كمية المطر بين ١٤ مم إلى ٢٣ مم ؟

٦ - ٩ : في عشيرة من عجول التسمين كان وزن الحيوان يتوزع طبيعياً بمتوسط قدره ٢٥٠ كجم وجد أن ١٦٪ من الحيوانات يزيد وزنها عن ٢٦٠ كجم والمطلوب :

(١) حساب الإنحراف القياسي للعشيرة. (ب) إذا كان من غير المسموح به ذبح العجول التي يقل وزنها عن ٢٣٠ كجم فما هي نسبة هذه العجول في العشيرة ؟

٦ - ١٠ : عند تدريج محصول البصل لصنف جيزة ٦ وجد أن ٥٪ من الأبصال ذات قطر أكبر من ٦٥ مم فإذا علمت أن صفة قطر البصلة تتوزع توزيعاً طبيعياً بإنحراف قياسي قدره ١٠ مم فأحسب : (١) متوسط قطر البصلة لهذا الصنف
 (ب) أحسب النسبة المئوية للأبصال ذات قطر أقل من ٤٥ مم

٦ - ١١ : سحبت عينة عشوائية تتكون من ١٦ بيضة من إحدى مزارع البيض التي تتوزع أوزان البيض فيها طبيعياً بإنحراف قياسي = ٦ جم فكان متوسط العينة = ٣٠ جم والمطلوب حساب فترة الثقة التي تحتوى على متوسط هذه العشرة بإحتمالي ٠,٩٥ ، ٠,٩٩ .