الفصل الخامس

توزيع «ذو الحدين»

BINOMIAL DISTRIBUTION

مثال٥-١ : إذا كانت نسبة الإصابة بديدان اللوز القرنفلية فى أحد حقول القطن المصرى تساوى ٢٠٪ ، عند سحب عينة عشوائية مكونة من أربعة نباتات من هذا الحقل،

فالمطلوب:

أ – حساب التوزيع الإحتمالي لعدد النباتات المصابة في العينة .

ب – ماهو إحتمال أن تحتوى العينة على نباتين مصابين على الأقل ؟

جـ – ماهو إحتمال أن تحتوي العينة علي ثلاثة نباتات مصابة علي الأكثر ؟

الحل : إحتمال (س) = $ق^{ن}_{س}$ (ب)^{س} (١-ب)$^{ن-س}$

حيث س = عدد النباتات المصابة فى العينة ، ن = عدد أفراد العينة = ٤

وحيث «ب» ترمز لإحتمال الإصابة = ٠,٢ ، «١-ب» ترمز لإحتمال عدم الإصابة = ٠,٨

∴ إحتمال (س) = $ق^{٤}_{س}$ (٠,٢)^{س} (٠,٨)$^{٤-س}$

(أ) ويكون التوزيع الإحتمالى لعدد النباتات المصابة فى العينة كما يلى :

obeikandl.com

عدد النباتات المصابة فى العينة ($س_1$)	إحتمال (س) = $ن_{س}^{٤}$ (٠,٢)^{س} (٠,٨)$^{٤-س}$
$س_1$ = صفر	إحتمال(س=صفر)= $ن_{صفر}^{٤}$ (٠ر٢)^{صفر} (٠ر٨)$^{٤-صفر}$=(١) (١) (٠ر٨)^{٤} =٠ر٤٠٩٦
$س_2$ = ١	إحتمال (س=١)= $ن_{١}^{٤}$ (٠ر٢)^{١} (٠ر٨)$^{٤-١}$ = (٤) (٠ر٢) (٠ر٨)^{٣} = ٠ر٤٠٩٦
$س_3$ = ٢	إحتمال(س=٢)= $ن_{٢}^{٤}$ (٠ر٢)^{٢} (٠ر٨)$^{٤-٢}$ = (٦) (٠ر٠٤) (٠ر٨)^{٢} = ٠ر١٥٣٦
$س_4$ = ٣	إحتمال(س=٣)= $ن_{٣}^{٤}$ (٠ر٢)^{٣} (٠ر٨)$^{٤-٣}$ = (٤) (٠ر٠٠٨) (٠ر٨)^{١} =٠ر٠٢٥٦
$س_5$ = ٤	إحتمال(س=٤)= $ن_{٤}^{٤}$ (٠ر٢)^{٤} (٠ر٨)$^{٤-٤}$ =(١)(٠ر٠٠١٦)(١)^{صفر}= ٠ر٠٠١٦
مجموع الإحتمالات للأحداث الناتجة من هذه المحاولة = ١	

(ب) إحتمال أن تحتوى العينة على نباتين مصابين على الأقل =

إحتمال الحصول على نباتين مصابين + إحتمال الحصول على ثلاث نباتات مصابة +

إحتمال الحصول على أربعة نباتات مصابة = إحتمال (س=٢) + إحتمال (س=٣) + إحتمال (س=٤)

= ٠,١٥٣٦ + ٠,٠٢٥٦ + ٠,٠٠١٦ = ٠,١٨٠٨

حل آخر :

إحتمال أن تحتوى العينة على نباتين مصابين على الأقل :

= ١ − [إحتمال (س=صفر) + إحتمال (س=١)]

= ١ − [٠,٤٠٩٦ + ٠,٤٠٩٦] = ٠,١٨٠٨

openkandu.com

(جـ) إحتمال أن تحتوى العينة على ثلاث نباتات مصابة على الأكثر :

= إحتمال (س=صفر) + إحتمال (س=١) + إحتمال (س=٢) + إحتمال (س=٣)

=٠,٤٠٩٦ + ٠,٤٠٩٦ + ٠,١٥٣٦ + ٠,٠٢٥٦ = ٠,٩٩٨٤

حل آخر :

إحتمال أن تحتوى العينة على ثلاثة نباتات مصابة على الأكثر

= ١ – إحتمال (س=٤)

= ١ – ٠,٠٠١٦ = ٠,٩٩٨٤

obeikandl.com

التمرين الخامس :

٥-١ : فى إحدى مزارع الدواجن لإنتاج البيض ، كانت نسبة الدواجن غير المنتجة فى هذه المزرعة = ٥٪ عند أخذ عينة عشوائية من خمس دجاجات من هذه المزرعة :

ا - ما هو إحتمال أن تحتوى هذه العينة على دجاجة واحدة أو أكثر غير منتجة ؟

ب- إذا ما سحبت -من نفس المزرعة- ١٠٠٠ عينة عشوائية، كل منها يتكون من خمس دجاجات، فما هو عدد العينات المتوقع والتى تكون كل الخمس دجاجات بها منتجة ؟ وما هو المتوسط والتباين لهذا التوزيع؟

obeikandl.com

٥ – ٢ : إذا علمت أن نسبة المزارعين الذين يمتلكون جرارات زراعية فى إحدى القرى = ١٠٪ ، فعند أخذ عينة عشوائية من ستة مزارعين –من هذه القرية– فما هو التوزيع الإحتمالى للمزارعين الذين لا يمتلكون جرارات زراعية ؟

٥–٣ : إذا كان أحد الرماة يخطيء إصابة الهدف مرة فى كل ١٠ رميات، فإذا قام بالتصويب ٥ مرات، أحسب إحتمال أن يصيب الهدف مرة واحدة على الأكثر.

obeikandl.com

٥ – ٤ : فى أحد مصنع المياه الغازية إذا كان خط الإنتاج يسمح بخطأ قدره زجاجتان فارغتان فى كل ألف زجاجة، فعند سحب عينة عشوائية مكونة من عشرين زجاجة من إنتاج هذا المصنع فى إحدى الورديات، فما هو إحتمال أن تحتوى هذه العينة على ٣ زجاجات أو أكثر فارغة ؟

٥ – ٥ : ينتج أحد مصانع الجرارات الزراعية ٣٠٪ من جراراته باللون الأحمر والباقى من إنتاجه باللون الأبيض . عند أخذ عينة عشوائية من ٦ جرارات من إنتاج هذا المصنع، فما هو إحتمال أن تحتوى هذه العينة على جرار واحد أو أكثر أبيض اللون ؟

obeikandl.com

٥ – ٦ : إذا كانت نسبة الإنبات فى شحنة من بذور الفول البلدى المستورد = ٩٥٪ ، عند إجراء أختبار الإنبات لعينة عشوائية –مكونة من ٧ بذور – من هذه الشحنة، فما هو الإحتمالات المختلفة لعدد البذور الحية فى هذه العينة؟

obeikandl.com

٥ – ٧ : وجد أن ١٠٪ من معلبات الجبن فى أحد مصانع الألبان كانت فاسدة، عند سحب عينة عشوائية من ثلاث علب، إثبت أن إحتمال أن تحتوى هذه العينة على علبة واحدة على الأقل فاسدة = ٠,٢٧١ ، وما هو إحتمال أن تكون الثلاث علب جميعاً من العلب الصالحة للإستعمال ؟

٥ – ٨ : إذا ألقيت ١٠ قطع نقدية معاً مرة واحدة فما هو إحتمال الحصول عل ٨ وجوه على الأقل فى هذه الرمية ؟

opeikandl.com

٥ – ٩ : اذاكان استخدام جرعة معينة من الإشعاع يسبب عقماً لذكور الحشرات التى عرضت للإشعاع بنسبة ١٠٪ فعند فحص عينة مكونة من خمس حشرات فى الجيل التالى للحشرة بعد الإشعاع:

أ- فما هو التوزيع الإحتمالى للحشرات عقيمة الذكر ؟

ب- ما هو احتمال الحصول على ذكر واحد عقيم أو أكثر فى هذا الجيل ؟

جـ- عند أخذ ١٠٠ عينة كل منها مكون من خمسة ذكور ، فما هو عدد العينات التى تحتوى على أربعة ذكور عقيمة ؟

openkandl.com

٥ -١٠ : نفذ تجربة وذلك بألقاء ثلاث قطع نقدية سوية ١٠٠ مرة -بطريقة عشوائية- والمطلوب منك :

ا- تلخيص نتائج التجربة فى جدول توزيع تكرارى خاص بعدد الأوجه فى الرمية.

ب- حساب التكرارات النسبية لهذا التوزيع.

جـ- حساب الإحتمالات (التكرارات النسبية) المتوقعة (النظرية) للتوزيع السابق.

د- قارن بين التوزيع المشاهد فى التجربة والتوزيع النظرى.

obeikandl.com