الفصل الرابع

الإحتمال *Probability*

أولا: التوافيق والتباديل:

مثال ٤ – ١ :كم عدد العينات التى يمكن سحبها من عشيره مكونة من ٢٠ نباتاً إذا ما كان عدد أفراد كل عينة خمسة نباتات ؟

الحل : عدد الطرق = $ن ق_ر = \frac{ن !}{(ن - ر) ! ر !}$

وذلك فى حالة التوافيق حيث أن ! ترمز لمضروب العدد

$\therefore \quad ٢٠ ق_٥ = \frac{٢٠ !}{١٥ ! ٥ !} = \frac{١٥ ! ١٦ \times ١٧ \times ١٨ \times ١٩ \times ٢٠}{١٥ ! ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥} =$ ١٥٥٠٤ طريقة

مثال ٤ – ٢ : أراد مهندس ديكور أن يقوم بالتنسيق بين سبعة أصص كل منها مزروع بنوع من الأزهار، والمطلوب : (أ) بكم طريقة يمكن للمهندس أن يقوم بالتنسيق بين السبعة أصص؟ (ب) بكم طريقة يمكنه عمل مجموعات تنسيقية كل منها يتكون من خمسة أصص، وذلك إذا لم يسمح بتكرار الأصص فى المجموعة وأيضاً إذا سمح بالتكرار؟

الحل : (أ) عدد الطرق = $ن ل_ر = \frac{ن !}{(ن - ر) !}$ (فى حالة التباديل)

$\therefore$ عدد الطرق = $ن ل_ن = ن ! = ٧ ! = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ =$ ٥٠٤٠ طريقة

(ب) عدد الطرق إذا لم يسمح بالتكرار = ٧ $ل_{٥}$ = $\frac{!٧}{!(٥-٧)}$ = $\frac{!٧}{!٢}$

= $\frac{!٧\times٦\times٥\times٤\times٣\times٢}{!٢}$ = ٢٥٢٠ طريقة

وعدد الطرق إذا سمح بالتكرار = (ن)^{ر} = (٧)^{٥} = ١٦٨٠٧ طريقة

ثانياً : حساب الأحتمالات :

إحتمال (س) = $\frac{\text{عدد مرات حدوث (س)}}{\text{عدد الأحداث الكلية}}$

مثال : ٤ – ٣ : سحب شخص ما ورقة –بطريقة عشوائية– من الكتشينة «ا» كما سحب شخص آخر ورقة –بطريقة عشوائية– من كتشينة أخرى «ب»، فما هو إحتمال أن تكون :

(ا) الورقة الأولى صورة والثانية تحمل رقماً فردياً ؟

(ب) إحداهما صورة والأخرى تحمل الرقم ٦ ؟

الحل : (ا) كأن الكتشينة قد قسمت –فى هذه الحالة– إلى ثلاث مجموعات :مجموعة الصور = ١٢ ورقة، مجموعة الأرقام الفردية = ٢٠ ورقة ومجموعة الأرقام الزوجية =٢٠ورقة.

∴ إحتمال أن تكون الورقة الأولى (المسحوبة من الكتشينة «ا») صورة = $\frac{ق_{١}^{١٢}}{ق_{١}^{٥٢}}$

$ق_{١}^{١٢}$ = $\frac{!١٢}{!١١\times!١}$ = $\frac{!١١\times١٢}{!١١}$ =١٢

$ق_{١}^{٥٢}$ = $\frac{!٥٢}{!٥١}$ = $\frac{!٥١\times٥٢}{!٥١}$ = ٥٢

∴ إحتمال أن تكون الورقة الأولى صورة = $\frac{١٢}{٥٢}$

وبالمثل فإن إحتمال أن تكون الورقة الثانية (المسحوبة من الكتشينة «ب») ورقة تحمل رقماً فردياً

$$= \frac{{}^{٢٠}ق_{١}}{{}^{٥٢}ق_{١}} = \frac{٢٠}{٥٢}$$

∴ إحتمال أن تكون الأولى –من الكتشينة «ا»– ورقة من الصور والثانية – من الكتشينة «ب»– ورقة تحمل رقماً فردياً = $\frac{١٢}{٥٢} \times \frac{٢٠}{٥٢}$ = ٠,٠٨٨٨

(ب) إحتمال أن تكون إحداهما صورة والأخرى تحمل الرقم ٦ = إحتمال أن تكون الورقة الأولى (من الكتشينة «ا») صورة والثانية (من الكتشينة «ب») تحمل رقم ٦ + إحتمال أن تكون الورقة الأولى (من الكتشينة «ا») تحمل رقم ٦ والثانية (من الكتشينة «ب») صورة.

إحتمال ورقة صورة = $\frac{{}^{٢٠}ق_{١}}{{}^{٥٢}ق_{١}}$

إحتمال ورقة (٦) = $\frac{{}^{٤}ق_{١}}{{}^{٥٢}ق_{١}} = \frac{٤}{٥٢}$

∴ إحتمال أن تكون إحداهما صورة والأخرى ورقة (٦) =

$$٢ \times \frac{٤}{٥٢} \times \frac{١٢}{٥٢} = \left(\frac{{}^{١٢}ق_{١}}{٥٢} \times \frac{{}^{٤}ق_{١}}{٥٢} \right) + \left(\frac{{}^{٤}ق_{١}}{٥٢} \times \frac{{}^{١٢}ق_{١}}{٥٢} \right)$$

$$= ٠,٠١٧٨ \times ٢ = ٠,٠٣٥٥$$

مثال ٤ – ٤ : عند سحب ورقة من أوراق اللعب (الكتشينة) –بطريقة عشوائية– فما هو إحتمال :

(١) أن تكون الورقة من النوع قلب أو تحمل الرقم ٥ ؟

(٢)أن تكون الورقة من النوع قلب ولا تحمل الرقم ٥ أو أن تحمل الرقم ٥، ولكنها ليست من النوع قلب ؟

الحل : بفرض أن «ا» ترمز لإحتمال الحصول على ورقة من النوع قلب وأن «ب» ترمز لإحتمال الحصول على ورقة تحمل الرقم ٥

$$\therefore \text{إحتمال (ا)} = \text{إحتمال الحصول على ورقة «قلب»} = \frac{{}^{١٣}ق_{١}}{٥٢} = \frac{١٣}{٥٢}$$

$$\text{وأن إحتمال (ب)} = \text{إحتمال الحصول على ورقة تحمل الرقم ٥} = \frac{{}^{٤}ق_{١}}{٥٢} = \frac{٤}{٥٢}$$

وأن إحتمال (ا و ب معاً) = إحتمال أن تكون الورقة «قلباً» وتحمل –فى نفس الوقت– الرقم ٥

$$= \text{إحتمال (ا)} \times \text{إحتمال (ب)} = \frac{١٣}{٥٢} \times \frac{٤}{٥٢} = \frac{١}{٥٢}$$

وأن إحتمال أن تكون الورقة من النوع قلب ولا تحمل الرقم ٥ = إحتمال (ا فقط)

obeikandl.com

= إحتمال (ا) – إحتمال (ا و ب معاً) = $\frac{١٣}{٥٢} - \frac{١}{٥٢} = \frac{١٢}{٥٢}$

وأن إحتمال أن تكون الورقة نوعاً آخر خلاف القلب وتحمل الرقم ٥=

= إحتمال (ب فقط) = إحتمال (ب) – إحتمال (ا و ب معاً) = $\frac{٤}{٥٢} - \frac{١}{٥٢} = \frac{٣}{٥٢}$

وتكون الإجابة على النحو التالى ؛ (أنظر شكل ٤-١)

(١) إحتمال أن تكون الورقة «قلباً» أو تحمل الرقم ٥

= إحتمال (ا فقط) + إحتمال (ب فقط) + إحتمال (ا و ب معاً)

= إحتمال (ا) + إحتمال (ب) – إحتمال (ا و ب معاً)

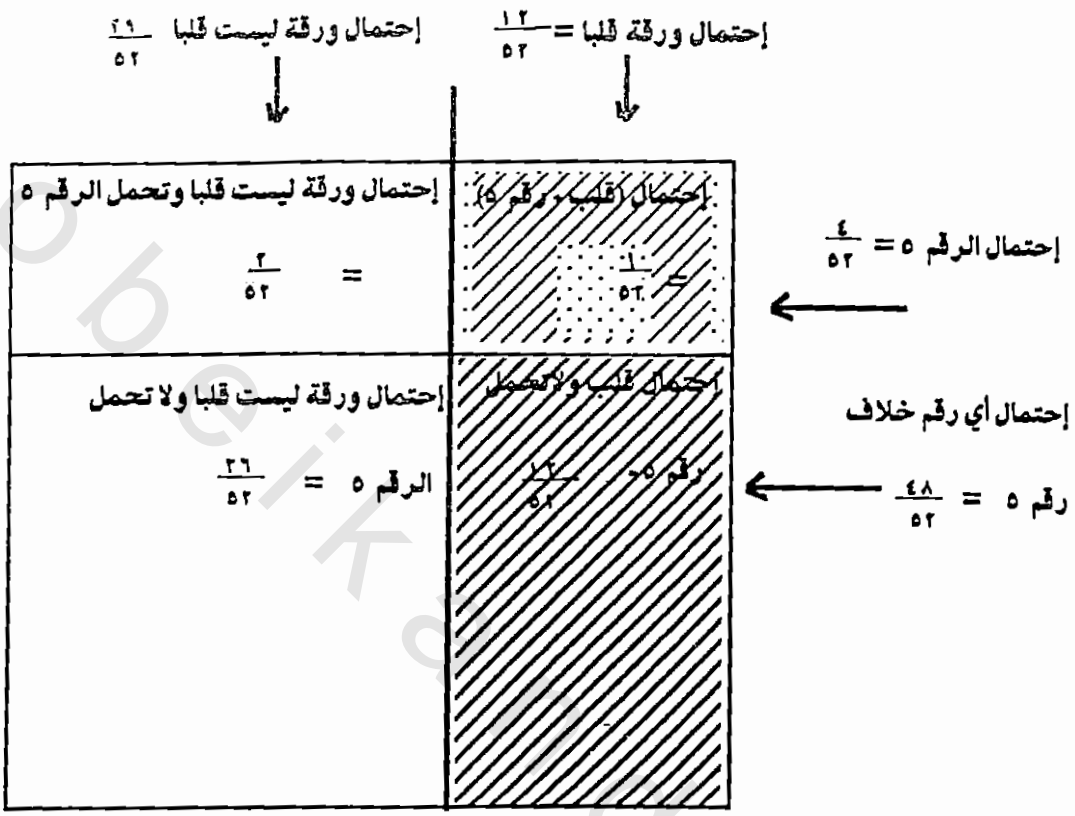
= $\frac{١٣}{٥٢} + \frac{٤}{٥٢} - \frac{١}{٥٢} = \frac{١٦}{٥٢}$

(٢) إحتمال أن تكون الورقة «قلباً» ولا تحمل الرقم ٥ أو أن تحمل الرقم ٥ ولكنها ليست من النوع قلب= إحتمال (ا فقط) + إحتمال (ب فقط)

= إحتمال (ا) + إحتمال (ب) – ٢ إحتمال (ا و ب معاً)

= $\frac{١٣}{٥٢} + \frac{٤}{٥٢} - \left(\frac{١}{٥٢} \times ٢\right) = \frac{١٥}{٥٢}$

obeikandl.com



شكل ٤ - ١ : كروكى يبين إحتمالات الأحداث المختلفة الممكن الحصول عليها من المحاولة العشوائية.

التمرين الرابع :

٤ ــ ١ : فى أحد أقفاص التربية بإحدى محطات تربية الدواجن، وجد أن مجموعة البط فيها تتكون من ١٠ بطات من سلالة البلدى، ٤ بطات من سلالة البكينى، ٦ بطات من سلالة العراقى، إحسب بكم طريقة يمكن بها تكوين مجموعات من البط بحيث تتكون كل مجموعة منها من :

(أ) ٤ بطات. (ب) بطتان (إحداهما بلدى والثانية بكينى) .

(جـ) ٦ بطات (إثنان منها بلدى وواحدة بكينى والباقى من سلالة العراقى) .

(د) ٣ بطات (إحداهما على الأقل من البلدى).

obeikandl.com

٤ – ٢ :كم هجيناً فردياً من الذرة الشامية يمكن تكوينها من ١٠ سلالات نقية ؟

٤ – ٣ :كم رقماً خماسياً من أرقام التليفونات يمكن عملها إذا أدرنا قرص التليفون وذلك إذا لم يسمح بالتكرار ؟

٤ – ٤ : عند سحب أربع أوراق من كتشينة بطريقة عشوائية فما هو إحتمال :

ا –أن تكون الأربع أوراق من الآس ؟

ب–أن تكون الأربع أورق من نوع واحد ؟

جـ–أن تكون الأربع أوراق مكونة من ورقة من كل نوع ؟

٤ – ٥ : عند إلقاء زهرى نرد (طاولة) فما هو إحتمال :

ا– أن يكون مجموع رقمى الزهرين = ١٠ ؟

obeikandl.com

ب – أن يكون مجموع رقمى الزهرين ١٠ أو أكثر ؟

جـ–أن يعطى أحد الزهرين الرقم ٣ أو أكثر ؟

٤ – ٦ : سحبت ورقة من أوراق اللعب (الكتشينة) بطريقة عشوائية، أوجد إحتمال :

ا –أن تكون الورقة آس أو صورة ؟

ب–أن تكون الورقة آس أو ولد

جـ– أن تكون آس من النوع قلب ؟

د– أن تكون آس من اللون الأحمر ؟

obeikandl.com

٤ – ٧ :صندوق يحتوى على خمس لافتات حمراء مرقمة من ١ حتى ٥ وأربع لافتات خضراء مرقمة من ١ حتى ٤ سحبت لافتة واحدة بطريقة عشوائية فما هو إحتمال:

ا–أن تكون اللافتة خضراء

ب – أن تكون اللافتة حمراء ؟

جـ – أن تكون اللافتة خضراء أو حمراء ؟

د–أن تحمل اللافتة رقماً فردياً ؟

هـ–أن تكون اللافتة حمراء وتحمل رقماً فردياً ؟

و–أن تكون اللافتة حمراء أو تحمل رقماً فردياً ؟

ز – أن تكون اللافتة بيضاء ؟

obeikandl.com

٤ – ٨ :عمل حصر فى إحدى الكليات وجد أن ٤٠ ٪ من الطلاب يفضلون تناول القهوة، ١٠ ٪ يدخنون السجائر وأن ٦ ٪ يتناولون القهوة ويدخنون السجائر. عند أختيارأحد الطلاب من هذه الكلية بطريقة عشوائية فما هو إحتمال أن يكون هذا الطالب:

ا–ممن يتناولون القهوة فقط ؟

ب–ممن لا يتناولون القهوة ؟

جـ– ممن لا يدخنون ولا يتناولون القهوة ؟

د– ممن يفضلون واحدة منهما على الأقل ؟

هـ– ممن يتناولون القهوة فقط أو يدخنون السجائر فقط ؟

obeikandi.com

٤ – ٩ : الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لصفة وزن الدجاجة بالجرام فى أحدى محطات إنتاج الدواجن.

حدود الأقسام	٣٠٠–٤٩٠	٥٠٠–٦٩٠	٧٠٠–٨٩٠	٩٠٠–١٠٩٠	١١٠٠–١٢٩٠
التكرار	١٠٠	٣٠٠	٥٥٠	٩١٠	١٤٠

عند سحب دجاجة من هذه المحطة فما هو إحتمال أن يكون وزنها :

ا –محصوراً ما بين ٥٠٠ – ٦٩٠ جم ؟

ب–محصوراً ما بين ٧٠٠ – ٨٩٠ جم أو ما بين ١١٠٠ – ٢٢٩٠ جم ؟

جـ – أكبر من ٧٠٠ جم ؟ د– أقل من ٥٠٠ جم ؟

obeikandl.com

٤ – ١٠ :قسمت ٢٠٠ نباتاً من نباتات الذرة الشامية على أساس كل من صفة خصوبة النورة المذكرة وصفة طول النبات كما في الجدول التالي :

صفة الطول	صفة الخصوبة		المجموع
	خصب	عقيم	
طويل	١٥	٣٥	٥٠
متوسط	٣١	٥٤	٨٥
قصير	٢٤	٤١	٦٥
المجموع	٧٠	١٣٠	٢٠٠

فإذا كانت الصفتان مستقلتين عن بعضهما وعند سحب نبات واحد من العينة السابقة بطريقة عشوائية فما هو إحتمال أن يكون النبات :

ا– خصباً ؟ ب – عقيماً ؟ جـ – قصيراً ؟

د– طويلاً ؟ هـ– طويلاً وخصباً ؟

و – قصيراً وعقيماً ؟ ز – وما هو إحتمال ألا يكون النبات قصيراً أو عقيماً ؟

obeikandl.com

٤ – ١١ : عند إلقاء عملة نقدية سوية ثلاث مرات :

ا – إثبت أن إحتمال ظهور وجهين = $\frac{٣}{٨}$.

ب – ما هو إحتمال الحصول على وجه واحد على الأقل ؟

جـ– ما هو إحتمال الحصول على وجه واحد على الأكثر ؟

٤ – ١٢ : إذا أريد تشكيل لجنة من خمسة أفراد بتكوينها بطريقة عشوائية من بين مجموعتين الأولى مكونة من ٦ رجال والثانية مكونة من ٤ سيدات فما هو إحتمال :

ا – أن تكون اللجنة كلها من الرجال ؟

ب– أن تحتوى اللجنة على سيدة واحدة على الأقل ؟

obeikandl.com

٤ – ١٣ : عند إلقاء زهر نرد مرة واحدة فما هو إحتمال الحصول على :

ا– رقم فردى ؟ ب–رقم زوجى ؟

جـ– رقم فردى أو زوجى ؟ د– رقم ٧ ؟

٤– ١٤ : سلة تحتوى على عشرين برتقالة، فإذا علمت أن خمس برتقالات منها من النوع البلدى والباقى من النوع أبو سرة، فعند سحب ٥ برتقالات من هذه السلة بطريقة عشوائية :

ا– إثبت أن إحتمال أن تحتوى هذه العينة على برتقالتين من النوع البلدى = ٠,٢٩٣

ب – ما هو إحتمال أن تكون العينة كلها من النوع البلدى ؟

جـ – ما هو إحتمال أن تكون العينة كلها من النوع أبو سرة ؟

د – ما هو إحتمال أن تحتوى العينة على ٤ برتقالات على الأكثر من النوع أبو سرة؟

obeikandl.com

هـ- ما هو إحتمال أن تحتوى العينة على برتقالة واحدة على الأقل من النوع البلدى ؟

٤ - ١٥: سحب شخص ما ورقتين من الكتشينة (ا) بطريقة عشوائية، وسحب شخص آخر ورقتين من الكتشينة (ب) بطريقة عشوائية، فما هو إحتمال أن تكون الورقتان المسحوبتان :

ا - فى كل حالة من مجموعة الآسات ؟

ب -من الكتشينة (ا) من الصور والأخريتان المسحوبتان من الكتشينة (ب) من مجموعة الآسات ؟

جـ- من الكتشينة (ا) من مجموعة الآسات والأخريتان المسحوبتان من الكتشينة (ب) من النوع قلب ؟

د - ما هو إحتمال أن تكون هناك ورقة آس على الأقل فى كل كتشينة ؟

obeikandl.com

٤ – ١٦ : رسب طالب بالسنة الرابعة بكلية الزراعة فى ثلاث مواد (الإحصاء وتربية النباتات والأراضى)، فإذا كانت إحتمالات النجاح فى هذه المواد هى ٠,٦ ، ٠,٨ ، ٠,٧ على التوالى وبفرض أن سلوك الطالب فى كل مادة مستقل عن سلوكه فى المادتين الأخريين، فإذا أدى الطالب الأمتحان فى الثلاث مواد أوجد إحتمال رسوبه فى :–

ا– الإحصاء فقط . ب – الإحصاء

جـ – الإحصاء وتربية النباتات ونجاحه فى الأراضى .

د – مادة واحدة . هـ – الثلاث مواد .

obeikandl.com

٤ - ١٧ : عند فحص مزرعة إنتاج أرانب تتكون من ٢٠٠ أرنباً وجد أن عدد الأرانب المصابة بالكوكسيديا = ١٢٠ أرنباً، وتلك المصابة بالجرب = ٦٠ أرنباً، أما عدد الأرانب المصابة بالمرضين معاً فكانت ٤٠ أرنباً. عند أختيار أرنب من هذه المزرعة -بطريقة عشوائية- فما هو إحتمال أن يكون هذا الأرنب :

(ا) من المصابين بالكوكسيديا ؟ (ب) من المصابين بالجرب ؟

(جـ) من المصابين بالمرضين معاً ؟ (د) من المصابين بالكوكسيديا أو الجرب ؟

(هـ) من المصابين بالكوكسيديا فقط أو الجرب فقط ؟ (و) من الأرانب السليمة تماماً ؟

obeikandl.com