وصف عام

1.1- مقدمة

أدخل الفيزيائيان لانغمور وتونكس [1,2]، ولأول مرة عام 1923، مفهوم البلازما، وذلك للدلالة على حالة الغاز المتأين الموجود داخل أنبوبة انفراغ. وتشكل البلازما، في الطبيعة، الحالة الرابعة للمادة والتي تأتي بعد الحالات الصلبة والسائلة والغازية في ترتيب ارتفاع درجة الحرارة. هذه الحالات الأربع مميزة لطبيعة الروابط بين العناصر في المادة. ففي الجسم الصلب تنتج البنية البلورية أو اللا بلورية من قوى ترابط شديدة تعطي للمادة المعتبرة صفات فيزيائية خاصة بها. وارتفاع درجة الحرارة تُفقِد هذه الروابط انتظامها وتترافق بتحولات طورية (إلى الحالة السائلة فالغازية). وعند درجات حرارة أكثر ارتفاعاً (أعلى من 5×10^4K) تصبح طاقة التهيج الحراري الوسطية للغاز كافية لتأين الجزيئات أو الذرات بفعل التصادم، محررة إلكترونات في الوسط الذي يصبح بذلك ناقلاً.

في وضع التوازن الترموديناميكي يتألف الغاز المتأين من إلكترونات وأيونات وجسيمات معتدلة (ذرات أو جزيئات) تتبادل التأثير فيما بينها بوساطة قوى كولون وفان درفالس [3]. وفي هذه الحالة تكون مختلف أنواع الجسيمات الناتجة في الغاز المتأين في وضع تأين حراري متوازن. وهكذا يوصف الوسط بكثافة كل نوع من هذه الجسيمات: (n_e، n_k، n_o التي ترمز على التسلسل لكثافة الإلكترونات، وكثافة الأيونات وكثافة الجسيمات المعتدلة) وبدرجة حرارة T للجملة ككل.

وتوجد طرائق أخرى متكافئة تسمح بتأين الغاز. وغالباً ما يستخدم تأثير فعل الحقل الكهربائي الخارجي، ولكن يخرج الوسط المتأين في هذه الحالة عن وضع التوازن الترموديناميكي. ونميز ثلاث درجات حرارة مختلفة: (T_e) درجة حرارة الإلكترونات و (T_k) درجة حرارة الأيونات و (T_o) درجة حرارة الجسيمات المعتدلة.

في جميع الحالات يمكن تمثيل الغاز المعتدل كهربائياً الموجود في وسط متأين، بغاز مثالي (وتزداد صحة هذا التقريب كلما كان الضغط ضعيفاً) ونكتب:

$$P_o = n_o\, k\, T_o \qquad (1.1)$$

حيث ترمز P_o، n_o، T_o على الترتيب إلى ضغط وكثافة ودرجة حرارة الجسيمات المعتدلة، و k ثابت بولتزمان. وبالتعويض عن قيمة k من جملة الوحدات الدولية SI، تصبح المعادلة (1.1) على الشكل:

$$n_o = 7.25 \times 10^{22} \frac{P_o}{T_o} \qquad (1.2)$$

نطلق، بشكل عام، اسم بلازما على كل غاز متأين معتدل كهربائياً. ويعبر عن الاعتدال الكهربائي في الوسط المؤلف من مزيج من الأيونات والإلكترونات بالعلاقة:

$$\bar{n}_e q_e + \sum_k \bar{n}_k q_k = 0 \qquad (1.3)$$

حيث:

$$q_e = -q$$

$$q_k = \pm Z_k q$$

n_e و n_k تمثلان على التسلسل الكثافتين الوسطيتين للإلكترونات والأيونات من النوع k في البلازما، و q الشحنة العنصرية، Z_k ترمز لعدد الشحنات الأولية التي يحملها الأيون من النوع k، وتشير الإشارتان + و - إلى أن الأيونات يمكن أن تكون موجبة أو سالبة.

ومهما كانت طريقة توليد البلازما فإنها تتميز بدرجة تأينها:

$$\alpha_i = \frac{n}{n_o + n} \qquad (1.4)$$

حيث تمثل n كثافة حوامل الشحنة.

ودرجة التأين n معامل يسمح بتصنيف البلازما بشكل أولي؛ فحين تكون n أقل من 10^{-4} نقول إن الغاز ضعيف التأين، وحين تكون n أعلى من هذه القيمة يعتبر الغاز شديد التأين.

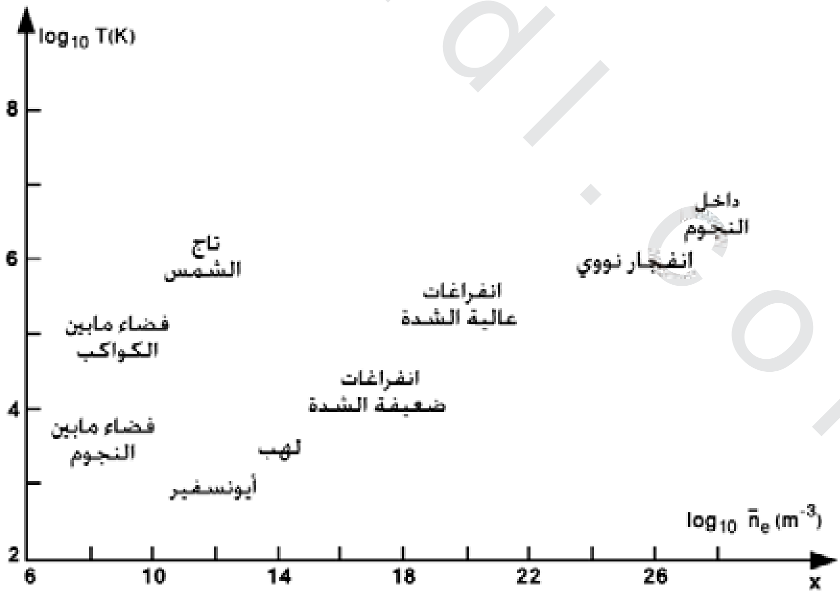
يجب أن نتذكر أنه في وضع التوازن الترموديناميكي لا تكون المعاملات α_i و n و T مستقلة.

في الغازات ضعيفة التأين تكون قوى التأثير المتبادل بين الجسيمات زوجية بشكل أساسي. بيد أنه بسبب ضعف كثافة حوامل الشحنة بالمقارنة مع الجسيمات

المعتدلة يمكن إهمال التصادمات بين الجسيمات المشحونة. ومنه فإنّ ديناميةالجسيمات المشحونة تتعين بالتصادمات بين الإلكترونات والأيونات من جهة والجسيمات المعتدلة من جهة أخرى. وبسبب الفارق الكبير بين كتلة الإلكترون وكتلة الجسيمات المعتدلة فإن التصادمات بين الإلكترونات والجسيمات المعتدلة تحصل دون تبادل ملموس في الطاقة. وينتج عن ذلك أن اتجاه سرعة الإلكترون يتغير، وتبقى طويلة شعاع السرعة ثابتة عملياً. وعليه يمكن اعتبار الإلكترونات على أنها تشكل غازاً مستقلاً ذا درجة حرارة توازن T_e. وبما أن كتلة الأيونات والجسيمات المعتدلة متقاربة فإن درجة حرارة هذه الجسيمات تكون واحدة عموماً، أي $T_o = T_k$.

تؤدي قوى التأثير المتبادل بين الجسيمات المشحونة دوراً أساسياً في الغازات شديدة التأين. وتكون حركة الإلكترونات والأيونات مترابطة بفعل قوى كولون والتي تدعم المفاعيل الجماعية.

بهدف جمع مختلف النتائج المعروفة والمتعلقة بالبلازما الموجودة في الطبيعة والمنتجة في المخابر، جرت العادة أن تصنف البلازما في مخطط توازن إحداثياته $\log_{10}T$ و $\log_{10}\bar{n}_e$. ويعرض الشكل (1.1) شروط وجود بعض أنواع البلازما المعروفة [1,2,4].



الشكل 1.1

2.1- البلازما التقليدية

1.2.1- النهاية النسبية

لتكن لدينا بلازما مؤلفة من إلكترونات، وأيونات، وجسيمات معتدلة (ذرات أو جزيئات). ولنفترض أن السرعة w لـ جسيم كتلته m صغيرة بالمقارنة مع سرعة الضوء، أي:

$$w << c \tag{1.5}$$

يمكن كتابة الشرط (1.5) بشكل آخر:

$$\frac{1}{2}mw^2 << \frac{1}{2}mc^2 \tag{1.6}$$

وبالإشارة إلى تحقق وضع التوازن الترموديناميكي فإن قانون توزع الطاقة الحركية المنتظم (أي إن الجسيم يملك، لكل درجة حرية، طاقة حركية مساوية لطاقة التهيج الحراري) يكون:

$$\frac{1}{2}mw^2 = \frac{1}{2}kT \tag{1.7}$$

حيث k هو ثابت بولتزمان.

نجد أن البلازما تسلك سلوكاً لا نسبياً عندما تكون طاقة التهيج الحراري لمختلف جسيماتها صغيرة بالمقارنة مع طاقتها السكونية أي:

$$kT << mc^2 \tag{1.8}$$

وبذلك تكون درجة الحرارة بالنسبة للإلكترونات (ذات الكتلة m_e):

$$T << 5.93 \times 10^9 K \tag{1.9}$$

2.2.1- النهاية الكوانتية

عندما توجد الجملة المؤلفة من عدد كبير من الجسيمات في وضع التوازن الترموديناميكي، فإنّ تابع التوزع الإحصائي الموافق للحالة الجهرية الأكثر احتمالاً يعطى بالعلاقة التالية: [9-5]

$$\overline{N}_i = \frac{1}{e^{(E_i - \mu_c)/kT} \pm 1} \tag{1.10}$$

و

$$\overline{N}_i = \frac{N_i}{g_i} \tag{1.11}$$

حيث N_i هو عدد الجسيمات ذات السوية الطاقية E_i، و g_i هو الثقل الإحصائي (درجة التضاعف). الإشارتان + و - تشيران إلى توزع فيرمي - ديراك و بوز - أينشتاين على الترتيب.

من أجل جملة معزولة (تجمع ميكروقانوني)، تتعين درجة الحرارة T والمعامل μ_c انطلاقاً من الطاقة الداخلية E والعدد الكلي للجسيمات N:

$$\begin{aligned} E &= \sum_i \overline{N}_i g_i E_i \\ N &= \sum_i \overline{N}_i g_i \end{aligned} \qquad (1.12)$$

أمّا من أجل جملة مفتوحة (التجمع القانون الكبير) متصلة بخزان حراري درجة حرارته T وتتبادل الجسيمات مع الوسط الخارجي، ويعبر μ_c عن الكمون الكيميائي، فإنه في هذه الحالة تعطي العلاقتان (1.12) الطاقة الوسطية وعدد الجسيمات الوسطي.

عند النهاية التقليدية يجب على طاقة الجملة ألاّ تكون مكمَّمة. ولتحقيق هذا الشرط يجب أن يسعى عدد السويات الطاقية إلى ما لا نهاية كي ينتهي الفرق بين سويتي طاقة متتاليتين إلى الصفر. وبما أن العدد الكلي للجسيمات ثابت فإنّ العدد الوسطي للجسيمات $\overline{N}_i$ في كل سوية طاقية فرعية يصبح صغيراً جداً مما يعني أن درجة التضاعف g_i تغدو لانهائية. نرى من قانون التوزع الإحصائي (1.10) أنه لا يمكن تحقيق شرط $\overline{N}_i$ صغيرة جداً إلاّ إذا كان التابع الأسي في المخرج كبيراً بالمقارنة مع الواحد مما يمكن ترجمته بالتقريب:

$$\overline{N} = e^{-(E-\mu_c)/kT} \qquad (1.13)$$

وهذا هو توزع بولتزمان التقليدي (حيث يختفي الدليل السفلي لـ N. و E يختفي لأنهما أصبحا مقدارين مستمرين). ومن أجل غاز كامل (أو مثالي) في وضع التوازن الترموديناميكي (جملة معزولة) نجد [8]:

$$e^{\mu_c/kT} = \frac{N}{V}\frac{h^3}{(2\pi mkT)^{3/2}} \qquad (1.14)$$

حيث تمثل V الحجم الكلي الذي يحتوي N جسيماً و h هو ثابت بلانك. ولما كان عدد الجسيمات الوسطي $\overline{N}$ ذوات الطاقة المحصورة بين E و E + dE صغيراً

جداً بالمقارنة مع الواحد ، فإننا نكتب العلاقة (1.13)، بعد أخذ (1.14) بالحسبان، على الشكل:

$$\frac{N}{V}\frac{h^3}{(2\pi mkT)^{3/2}}e^{-E/kT} << 1 \qquad (1.15)$$

ولا تتحقق العلاقة من أجل كل قيم الطاقة إلا إذا كان:

$$\frac{N}{V}\frac{h^3}{(2\pi mkT)^{3/2}} << 1 \qquad (1.16)$$

يظهر من هذا الشرط أنه يمكن الانتقال إلى النهاية التقليدية بجعل ثابت بلانك يسعى إلى الصفر. وبتسمية $\overline{n}$ بالكثافة العددية الوسطية للوسط المادي:

$$\overline{n} = N / V \qquad (1.17)$$

يمكن كتابة العلاقة (1.16) في جملة الواحدات الدولية (SI):

$$\frac{\overline{n}}{T^{3/2}} << 2.41\times 10^{21} \qquad (1.18)$$

تسمح المتراجحة (1.16) أيضاً بمقارنة المسافة المتوسطة بين الجسيمات مع طول موجة دي بروي De Broglie [10] أي:

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \qquad (1.19)$$

حيث تمثل p كمية حركة الجسيم المرافق للموجة. من أجل بلازما في حالة التوازن الترموديناميكي يمكن استخدام العلاقة (1. 7) فنكتب:

$$p = (mkT)^{1/2} \qquad (1.20)$$

ومنه

$$\lambda_B = \frac{h}{(mkT)^{1/2}} \qquad (1.21)$$

وتصبح المتراجحة (1.16) كما يلي:

$$\frac{\lambda_B}{\sqrt{2\pi}} << \left(\frac{V}{N}\right)^{1/3} \qquad (1.22)$$

يمثل الحجم $\frac{V}{N}$ الحجم الوسطي الذي يشغله كل جسيم من البلازما ، وإذا قبلنا أنّ كل جسيم موجود في مكعب طول ضلعه d، يمكن القول إن:

$$d^3 = \frac{V}{N} = \frac{1}{n} \qquad (1.23)$$

ومنه يمكن كتابة الشرط (1.22) على الشكل:

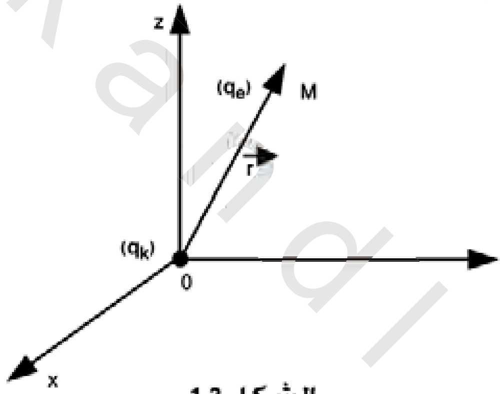
$$\frac{\lambda_B}{\sqrt{2\pi}} << d \qquad (1.24)$$

أي إن النهاية التقليدية تعني أنّ المسافة الوسطية بين الجسيمات يجب أن تكون كبيرة بالمقارنة مع طول موجة دي بروي.

3.1- توازن الإلكترونات - أيونات

1.3.1- توزع توازن الإلكترونات حول الأيون

لتكن بلازما مكونة من أيونات موجبة شحنتها q_k ومن الكترونات. نتخذ أحد الأيونات مبدأ للإحداثيات كما في الشكل 1.2.



الشكل 1.2

لما كانت الإلكترونات تنجذب نحو النواة، فإنها تشكل في وضع التوازن توزعاً إلكترونياً حول النواة بتناظر كروي (بفرض أن الوسط متماثل المناحي). نفرض أن إلكتروناً موجوداً في النقطة M فتكون طاقته كما يلي:

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(r) \qquad (1.25)$$

حيث إن $U(r)$ هي الطاقة الكامنة للتجاذب بين الإلكترون والنواة:

$$U(r) = q_e \mathrm{u}(r) \qquad (1.26)$$

إن كمـون الأيـون $U(r)$ نـاتج عـن وجـود شـحنة موجبـة q_k في مبـدأ الإحـداثيات، والغمامـة الإلكترونيـة الـتي تحـيط بهـا تـشكل تحجيبـاً لهـا. إن الكمـون في الجـوار المباشـر للنـواة يجـب أن يكـون كولونيـاً ومعـدوماً في اللانهاية أي:

$$\lim_{r\to 0} U(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_k}{r} \qquad \lim_{r\to\infty} U(r)=0 \tag{1.27}$$

ولأخذ التحجيب الناتج عن الغمامة الإلكترونية بالحسبان، يفترض أنّ:

$$U(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_k}{r}F_e(r) \tag{1.28}$$

حيث يمثل $F_e(r)$ تابع التحجيب الذي ينبغي أن يحقق الشروط التالية، آخذين بالحسبان العلاقة (1.27):

$$\lim_{r\to 0} F_e(r)=1 \qquad \lim_{r\to\infty} F_e(r)=0 \tag{1.29}$$

يعطى احتمال وجود إلكترون تقع طاقته بين E و E+dE بالعلاقة:

$$\frac{d^6N_e}{N_e}=\frac{e^{-E/kT}d^3rd^3p}{\int\ldots\int e^{-E/kT}d^3rd^3p} \tag{1.30}$$

بتعويض E بالعلاقة المعطاة في (1.25) وبالمكاملة على الاندفاع نجد:

$$\frac{d^3N_e}{N_e}=\frac{e^{-U/kT}d^3r}{\iiint e^{-U/kT}d^3r} \tag{1.31}$$

علماً أن الكثافة العددية للإلكترونات في النقطة M، تعرف كما يلي:

$$n_e(r)=\frac{d^3N_e}{d^3r} \tag{1.32}$$

ومنه نحصل على:

$$n_e(r)=N_e\frac{e^{-U/kT}}{\iiint e^{-U/kT}d^3r} \tag{1.33}$$

باستخدام الشروط الحدية نجد أنً:

$$\lim_{r\to\infty} U(r)=0$$
$$\lim_{r\to\infty} n_e(r)=\bar{n}_e \qquad (1.34)$$

وأنَّ:

$$\bar{n}_e = N_e \frac{1}{\iiint e^{-U/kT} d^3r} \qquad (1.35)$$

حيث تمثل $\bar{n}_e$ الكثافة الإلكترونية الوسطية في البلازما. ومنه يصبح التوزع الإلكتروني (1.33) كما يلي:

$$n_e(r)=\bar{n}_e e^{-U/kT} \qquad (1.36)$$

هذا هو قانون بولتزمان الذي يعبر عن توزع الكثافة الإلكترونية في جوار النواة المركزية بدلالة الكمون الفعال $U(r)$ وذلك في حالة التوازن.

يحسب الكمون $U(r)$ بحل معادلة بواسون:

$$\vec{\nabla}.\vec{E}=\frac{\rho(r)}{\varepsilon_0} \qquad (1.37)$$

حيث:

$$\rho(r)=n_e(r)q_e+n_k(r)q_k \qquad (1.38)$$

علماً بأن:

$$\vec{E}=-\vec{\nabla}U \qquad (1.39)$$

ومنه نحصل على معادلة لابلاس:

$$\Delta U=\frac{[n_e(r)q_e+n_k(r)q_k]}{\varepsilon_0} \qquad (1.40)$$

يمكن حل هذه المعادلة بقبول الفرضيات التالية:

- البلازما معتدلة كهربائياً (بفرض أنه لا يوجد إلاّ نوع واحد من الأيونات):

$$\bar{n}_e q_e+\bar{n}_k q_k=0 \qquad (1.41)$$

- كثافة الأيونات لا تنحرف عن توزعها المتوسط إلاّ قليلاً في حالة التوازن:

$$n_k(r)=\bar{n}_k \qquad (1.42)$$

- طاقة التجاذب بين الإلكترون والأيون $U(r)$ صغيرة بالمقارنة مع طاقة التهيج الحراري للبلازما (انحراف بسيط بالنسبة للغاز المثالي حيث طاقة الجسيمات هي طاقة حركية فقط):

$$\frac{|U(r)|}{kT} << 1 \qquad (1.43)$$

إذا أخذنا بالحسبان (1.41) و (1.42) تصبح معادلة لابلاس كما يلي:

$$\Delta U = -\frac{q^2}{\varepsilon_0}\left[n_e(r) - \overline{n}_e\right] \qquad (1.44)$$

ويمكن أن نكتب اعتماداً على المعادلتين (1.26) و (1.28):

$$\frac{U(r)}{kT} = -Z_K \frac{r_L}{r} F_e(r) \qquad (1.45)$$

بافتراض أن:

$$r_L = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{kT} \qquad (1.46)$$

حيث يمثل r_L طول لانداو، ويمكن القول أيضاً (باستخدام جملة الواحدات الدولية) إن:

$$r_L = \frac{1.67\times 10^{-5}}{T} \qquad (1.47)$$

ومع تحقيق التابع $F_e(r)$ للشرطين (1.29)، والمتراجحة (1.43)، يفترض أن يكون:

$$\frac{r_L}{r} << 1 \qquad (1.48)$$

بافتراض أن التابع $F_e(r)$ متناقص (وهو ما سنتحقق منه لاحقاً).

بأخذ المسافة إلكترون - أيون مساوية المسافة المتوسطة بين الإلكترونات؛ أي:

$$r \approx d_e \qquad (1.49)$$

فإن ابتعاداً بسيطاً عن حالة الغاز المثالي يعطي الشرط:

$$r_L << d_e \qquad (1.50)$$

ومنه فإنّ المتراجحة (1.43) لا تكون صحيحة إلاّ عندما تكون المسافة بين الإلكترونات كبيرة بالمقارنة مع طول لانداو. وباستخدام التعريفين (1.23) و (1.46) نحصل على:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{kT} << \frac{1}{\overline{n}_e^{1/3}} \qquad (1.51)$$

وباستخدام الجملة الدولية SI يكون:

$$\frac{\overline{n}_e^{1/3}}{T} << 5.99\times10^4 \qquad (1.52)$$

يسمح الشرط (1.43) بكتابة توزع الكثافة (1.36) بشكل علاقة خطية أي:

$$n_e(r) = \overline{n}_e\left[1-\frac{U}{kT}\right] \qquad (1.53)$$

وتصبح معادلة لابلاس (1.44) باستخدام (1.45) و (1.53) على النحو:

$$\Delta\left[\frac{F_e(r)}{r}\right] = \frac{\overline{n}_e q^2}{\varepsilon_0 kT}\left[\frac{F_e(r)}{r}\right] \qquad (1.54)$$

بفرض أن:

$$\lambda_{D_e}^2 = \frac{\varepsilon_0 kT}{\overline{n}_e q^2} \qquad (1.55)$$

حيث: λ_{D_e} هو طول ديباي الإلكتروني والذي يكتب أيضاً باستخدام الجملة الدولية SI بالشكل:

$$\lambda_{D_e} = 6.90\times10\left(\frac{T}{\overline{n}_e}\right)^{1/2} \qquad (1.56)$$

بضرب المتراجحة (1.51) بـ $\overline{n}_e$ واستخدام التعريف (1.55) نحصل على:

$$\frac{1}{4\pi\lambda_{D_e}^2} << \overline{n}_e^{2/3} \qquad (1.57)$$

وباستخدام التعريف (1.23) نجد:

$$d_e << \lambda_{D_e} \qquad (1.58)$$

وتكتب أيضاً باستخدام جملة الوحدات الدولية:

$$\frac{\overline{n}_e^{1/3}}{T} << 4.77 \times 10^3 \qquad (1.59)$$

إن قيد هذا الشرط الأخير هو قيد أشد من المتراجحة (1.52).

إذاً، لا يكون تقريب التجاذب الضعيف بالمقارنة مع طاقة التهيج الحراري صالحاً إلاّ إذا كانت المسافة بين الإلكترونات صغيرة بالمقارنة مع طول ديباي الإلكتروني. وبجمع المتراجحتين (1.50) و (1.58) نحصل على:

$$r_L << d_e << \lambda_{D_e} \qquad (1.60)$$

وتصبح معادلة لابلاس (1.54) بفضل التناظر الكروي وباستخدام (1.55) كما يلي:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right]\frac{F_e(r)}{r} = \frac{1}{\lambda_{D_e}^2}\frac{F_e(r)}{r} \qquad (1.61)$$

ومنه:

$$\frac{d^2F_e}{dr^2} - \frac{F_e(r)}{\lambda_{De}^2} = 0 \qquad (1.62)$$

لا يوجد إلاّ حل واحد يحقق الشروط (1.29) هو:

$$F_e(r) = e^{-r/\lambda_{D_e}} \qquad (1.63)$$

نلاحظ أن تابع التحجيب متناقص بانتظام.

يكتب الكمون (1.28) باستخدام (1.63) كما يلي:

$$u(r) = Z_k \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^{-r/\lambda_{D_e}}}{r} \qquad (1.64)$$

والحقل الكهربائي (1.39) كالآتي:

$$E(r) = Z_k \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(1 + \frac{r}{\lambda_{D_e}}\right) = \frac{e^{-r/\lambda_{D_e}}}{r^2} \qquad (1.65)$$

يسمى $E(r)$ حقل ديباي - هوكل Debye-Hückel الكهربائي الفعال وكذلك يسمى $u(r)$ كمون ديباي - هوكل الفعال [12].

بتعويض علاقة $F_e(r)$ في المعادلة (1.45) نحصل على:

$$\frac{U(r)}{kT} = -Z_k \frac{r_L}{r} e^{-r/\lambda_{De}} \qquad (1.66)$$

وكذلك يكون توزع الإلكترونات حول النواة المركزية (1.36):

$$n_e(r) = \overline{n}_e \exp\left[Z_k \frac{r_L}{r} e^{-r/\lambda_{De}}\right] \qquad (1.67)$$

نستنتج من الدراسة عند النهايات أنه عندما تسعى المسافة r بين الإلكترون والأيون للصفر فإن كلاً من U(r) و E(r) يسلك سلوكاً كولونياً. في حين تغدو الكثافة الإلكترونية لا متناهية، وهذا نتيجة للتقريب التقليدي العائد لجسيمات ذات شحنات متعاكسة. أي إنّ المسافة بين الجسيمات لا يمكن أن تكون معدومة، لأنه لا يمكن معرفة موضع جسيم معرفة تامة بسبب مبدأ الارتياب لهايزنبرغ Heisenberg[10، 13]. ضمن هذه الشروط، يكون التقريب التقليدي غير قابل للاستخدام لمسافات تقع ضمن المجال:

$$0 \le r \le \lambda_B \qquad (1.68)$$

حيث يجب أخذ الآثار الكوانتية بالحسبان.

حين تسعى المسافة بين الأيون والإلكترون نحو اللانهاية، ويكون الحقل الكهربائي والكمون معدومين؛ إذ إن الكثافة الإلكترونية تكون مساوية للكثافة الإلكترونية الوسطية للبلازما، وهذه النتيجة تحقق الشرطين (1.27) و (1.34).

2.3.1- التوزع المتوازن للجسيمات المشحونة في البلازما

لتكن بلازما مؤلفة من مزيج من أيونات مشحونة $q_1, q_2 ... q_k$ ومن إلكترونات. لنتخذ أيوناً ما شحنته q_i مبدأ للإحداثيات. إنّ توزع الجسيمات المشحونة ذات الشحنات q_j المحيطة بالأيون المركزي في حالة التوازن يعطى بالعلاقة [7]:

$$n_j(r) = \overline{n}_j \exp\left[-\frac{U_{ij}(r)}{kT}\right] \qquad (1.69)$$

حيث ترمز $\overline{n}_j$ إلى الكثافة الوسطية للجسيمات ذات الشحنة q_j في البلازما، فإن:

$$\frac{U_{ij}}{kT} = \pm Z_i Z_j \frac{r_L}{r} e^{-r/\lambda_D} \qquad (1.70)$$

و:

$$\lambda_D^2 = \frac{\varepsilon_0 kT}{\bar{n}_e q_e^2 + \sum_k \bar{n}_k q_k^2} \qquad (1.71)$$

تعني الإشارتان + و - ، بالترتيب، أن الشحنتين q_i و q_j لهما الإشارة نفسها أو أن إشارتيهما مختلفتان. نلاحظ أن العلاقتين (1.69) و (1.70) مطابقتان لـ (1.36) و (1.66) عندما تكون z_j مساوية الواحد حيث يكون Uij سالباً.

ويمكن كتابة طول ديباي للبلازما (1.71) [14] بدلالة طول ديباي الإلكتروني (1.55) كما يلي:

$$\lambda_D^2 = \frac{\lambda_{D_e}^2}{1 + \sum_k \frac{\bar{n}_k}{\bar{n}_e} Z_k^2} \qquad (1.72)$$

تظهر الدراسة عند النهايات لـ $U_{ij}(r)$ و $n_j(r)$ أنه حين تسعى r إلى الصفر فإنّ $U_{ij}(r)$ يسلك سلوكاً كولونياً. وحين تكون q_i و q_j من الإشارة نفسها يكون $U_{ij}(r)$ موجباً وتسعى $n_j(r)$ إلى الصفر مع r. في حين أنه إذا كانت q_i و q_j من إشارتين مختلفتين فإن $U_{ij}(r)$ يكون سالباً و $n_j(r)$ يسعى للانهاية حين تسعى r للصفر. وبذلك يظهر الحد التقليدي لهذا التقريب. أو حين تسعى r إلى اللانهاية فإنّ $U_{ij}(r)$ يسعى للصفر و $n_j(r)$ تصبح مساوية للكثافة الوسطية $\bar{n}_j$.

3.3.1- التفسير الفيزيائي

بغية تسهيل التفسير الفيزيائي للنتائج، نكتب توزع الإلكترونات المحيطة بأيون يحمل شحنة موجبة واحدة ($Z_k=1$) وذلك في حالة التوازن، عندما يقع الأيون في مبدأ الإحداثيات. نكتب المعادلة (1.67) بالشكل:

$$n_e(r) = \bar{n}_e \exp\left[\frac{r_L}{r} e^{-r/\lambda_{D_e}}\right] \qquad (1.73)$$

يعطي نشر الحد الأسي (في حالة الانحراف البسيط عن حالة الغاز الكامل) المتراجحة التالية (1.60):

$$r_L << d_e << \lambda_{D_e}$$

والتي تكتب أيضاً باستخدام (1.46) و (1.23) و (1.55) كما يلي:

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 k}\frac{1}{T} << \frac{1}{\overline{n}_e^{1/3}} << \frac{(\varepsilon_0 k)^{1/2}}{q}\left(\frac{T}{\overline{n}_e}\right)^{1/2} \qquad (1.74)$$

أو في جملة الواحدات الدولية كالآتي:

$$\frac{1{,}67\times10^{-5}}{T} << \frac{1}{\overline{n}_e^{1/3}} << 6.90\times10\left(\frac{T}{\overline{n}_e}\right)^{1/2} \qquad (1.75)$$

إن الشروط الخاصة بدرجة الحرارة والكثافة الإلكترونية هي التي تحدد فيما إذا كان نشر تابع التوزع الإلكتروني حول الأيون إلى تابع خطي ممكناً أم لا.

يبين التابع $F_e(r)$ المعروف في العلاقة (1.63) أنّ دور الغمامة الإلكترونية المحيطة بالأيون يتعلق بالمسافة الفاصلة بين الإلكترون والأيون المعتبر:

- إذا كان $r << \lambda_{D_e}$ فإن:

$$F_e(r) = e^{-r/\lambda_{D_e}} \simeq 1$$

ويكون سلوك الكمون (1.28) كولونياً:

- إذا كان $r > \lambda_{D_e}$ فإن:

$$F_e(r) = e^{-r/\lambda_{D_e}} \simeq 0$$

أي إنّ الكمون ينعدم.

وهكذا يبدو أن طول ديباي هو الطول الذي يكون التجاذب ابتداءً منه مهملاً.

ويمكن أيضاً دراسة توزع الكثافة الإلكترونية (1.73) حيث إن:

- إذا كان $r << \lambda_{D_e}$ فإن:

$$n_e(r) \simeq \overline{n}_e e^{r_L/r} \qquad (1.76)$$

ومن أجل $r_L << r$ ينشر التابع الأسي على شكل تابع خطي في حين أنه من أجل $r_L > r$ يكون التوزع الإلكتروني غير خطي.

- إذا كان $r > \lambda_{D_e}$ فإن:

$$n_e(r) \simeq \overline{n}_e \qquad (1.77)$$

ومنه فإن طول لانداو هو المسافة التي تكون التجاذبات قوية بدءاً منها .لأنّ الحد الأسي يصبح غير قابل للنشر كتابع خطي.

يمكن تلخيص النتائج السابقة بالقول إن التجاذبات تصبح مهملة عندما تكون المسافة بين الإلكترون والأيون أكبر من طول ديباي، ولكنها تصبح شديدة عندما تكون المسافة أصغر من طول لانداو.

ويمكن إعطاء وصف آخر لطول ديباي بحساب عدد الإلكترونات الموجود ضمن كرة ديباي المحيطة بالأيون. يمكن الحصول على هذا العدد N_{D_e} بحساب التكامل:

$$N_{D_e} = \int_0^{\lambda_{D_e}} n_e(r) 4\pi r^2 dr \qquad (1.78)$$

وبنشر الكثافة الإلكترونية كتابع خطي، نجد كتقريب أولي:

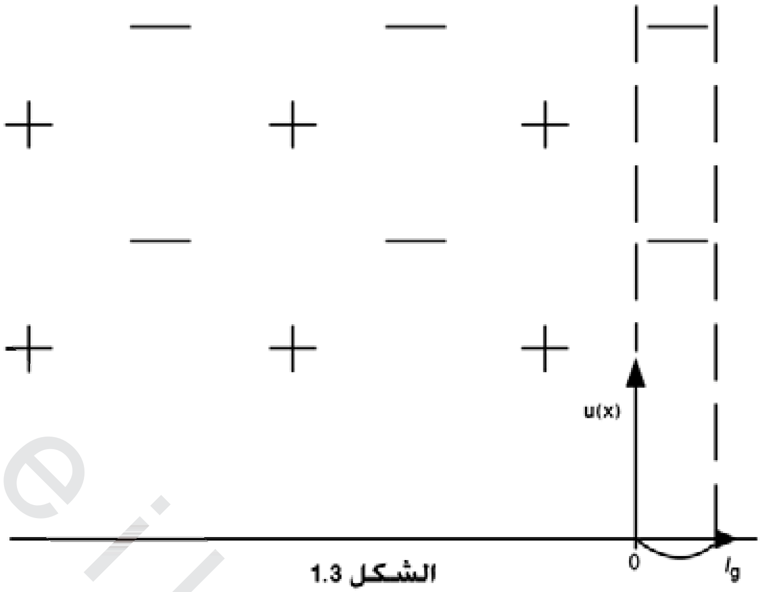
$$N_{D_e} \simeq \frac{4}{3}\pi\lambda_{D_e}^3 \overline{n}_e \qquad (1.79)$$

ويمكن أيضاً أن نكتب باستخدام (1.23) ما يلي:

$$N_{D_e} \simeq \frac{4}{3}\pi\left(\frac{\lambda_{D_e}^3}{d_e}\right) \qquad (1.80)$$

ضمن تقريب التجاذبات الضعيفة المعبر عنها بالمتراجحات (1.60)، يكون عدد الإلكترونات ضمن كرة ديباي كبيراً جداً بالمقارنة مع الواحد. وتكون التصادمات داخل كرة ديباي من النوع الثنائي ويفقد مدى التحجيب λ_{D_e} معناه إذا لم تحتو الغمامة الإلكترونية المحيطة بالأيون المركزي على عدد كبير من الإلكترونات.

إن المعنى الأساسي لطول ديباي أنه مقياس لسماكة الحد الفاصل بين البلازما ووسط من طبيعة أخرى (كسطح ناقل أو عازل). لنأخذ على سبيل المثال بلازما شبه لا متناهية (نموذج الغمد المثالي) (الشكل 1.3) تكون البلازما معتدلة بين المبدأ واللانهاية السالبة، في حين يكون الغمد ذو السماكة l_g مؤلفاً من إلكترونات ذات كثافة وسطية $\overline{n}_e$.



الشكل 1.3

تكتب معادلة لابلاس في هذه المنطقة على الشكل:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (1.81)$$

حيث:

$$\rho = \overline{n}_e q_e \qquad (1.82)$$

تتشكل الشروط الحدية من انعدام الكمون في مبدأ الإحداثيات وفي النقطة l_g، عندئذ يعطي حل المعادلة (1.81) مع الأخذ بالحسبان (1.82) توزع الكمون في الغمد (الطبقة الحدية):

$$u(x) = \frac{\overline{n}_e q}{2\varepsilon_0} x(x - l_g) \qquad (1.83)$$

وتكوّن الشحنات السالبة في الطبقة الحدية ذات السماكة l_g حاجز كمون لإلكترونات البلازما التي تتحرك تحت تأثير التهيج الحراري، ويكون الكمون أعظمياً في النقطة $l_{g/2}$ وقيمته هي:

$$u_{max}\left(\frac{l_g}{2}\right) = -\frac{\overline{n}_e q l_g^2}{8\varepsilon_0} \qquad (1.84)$$

ومنه، فإنّ الشرط اللازم توافره لكي يجتاز إلكترون، تحت تأثير تهيجه الحراري، هذه المنطقة الحدية هو:

$$\frac{1}{2}kT \geq q_e u_{max} \qquad (1.85)$$

أي:

$$\frac{1}{2}kT \geq \frac{\overline{n}_e q^2 l_g^2}{8\varepsilon_0} \qquad (1.86)$$

ونكتب باستخدام التعريف (1.55):

$$l_g \leq 2\lambda_{D_e} \qquad (1.87)$$

ومنه يجب ألا تزيد سماكة الطبقة الحدية عن ضعف طول ديباي لكي يتمكن الإلكترون من اجتيازها تحت تأثير تهيجه الحراري (أي بغياب تأثير حقل كهربائي خارجي).

4.1- مقادير مميزة

على الرغم من أن المسافة بين الإلكترونات d_e (1.23) كافية لإعطاء تعليل فيزيائي للتقريبات السابقة، إلا أنه من المهم حساب نصف القطر الوسطي للكرة التي يشغلها الإلكترون في حركته في الفضاء. ليكن r_e نصف هذا القطر، نقول إن الحجم الكروي المتوسط الذي يشغله الإلكترون يعطى بالعلاقة [15]:

$$\frac{4}{3}\pi r_e^3 = \frac{V}{N_e} = \frac{1}{\overline{n}_e} \qquad (1.88)$$

حيث يمثل V الحجم الكلي الذي يشغله N_e إلكتروناً. ونجد:

$$r_e = \left(\frac{3}{4\pi\overline{n}_e}\right)^{1/3} \qquad (1.89)$$

وباستخدام جملة الواحدات الدولية يكون:

$$r_e = \frac{6.20\times10^{-1}}{\overline{n}_e^{1/3}} \qquad (1.90)$$

يسمح هذا الطول بحساب الحقل الكهربائي المتوسط الناتج عن إلكترون على مسافة r_e كما يلي:

$$E_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_e}{r_e^2} \qquad (1.91)$$

وباستخدام (1.89) يكون:

$$E_e = \frac{q_e}{(36\pi)^{1/3}\varepsilon_0}\,\overline{n}_e^{2/3} \qquad (1.92)$$

وهي تؤول في جملة الواحدات الدولية إلى:

$$\left|E_e\right| = 3.74\times 10^{-9}\,\overline{n}_e^{2/3} \qquad (1.93)$$

هذه النتيجة تعد المرجع لتعريف الحقل الكهربائي الميكروي ضمن البلازما.

إن المعامل الإلكتروني للبلازما مقدار لا بُعدي، ومعرف كما يلي:

$$\Lambda_e = \frac{r_L}{\lambda_{D_e}} \qquad (1.94)$$

يكتب التعريف السابق باستخدام (1.46) و (1.55) كما يلي:

$$\Lambda_e = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{q}{\sqrt{\varepsilon_0 k}}\right)^3 \frac{\overline{n}_e^{1/2}}{T^{3/2}} \qquad (1.95)$$

وفي جملة الواحدات الدولية يصبح كما يلي:

$$\Lambda_e = 2.42\times 10^{-7}\,\frac{\overline{n}_e^{1/2}}{T^{3/2}} \qquad (1.96)$$

يسمح المعامل الإلكتروني للبلازما بتوصيف البلازما. فعلى سبيل المثال حين تكون التأثيرات المتبادلة بين الجسيمات ضعيفة يجب أن يكون الشرط (1.60) محققاً، ومنه:

$$\Lambda_e = \frac{r_L}{\lambda_{D_e}} \ll 1 \qquad (1.97)$$

أي إنّ المعامل الإلكتروني للبلازما يجب أن يكون صغيراً بالمقارنة مع الواحد. ويمكن كتابته بدلالة طول ديباي الإلكتروني λ_{D_e} باستخدام (1.55) كما يلي:

$$\Lambda_e = \frac{1}{4\pi\overline{n}_e\lambda_{D_e}^3} \qquad (1.98)$$

وبدلالة عدد الإلكترونات المحتواة في كرة ديباي (1.79) كالآتي:

$$\Lambda_e = \frac{1}{3N_{D_e}} \quad (1.99)$$

أي إنّ العدد الكبير للإلكترونات في كرة ديباي يعني معاملاً إلكترونياً صغيراً للبلازما (وعندها تكون التجاذبات ضعيفة).

يسمح إدخال معامل الترابط الإلكتروني:

$$\nu_e = \frac{r_e}{\lambda_{D_e}} \quad (1.100)$$

بكتابة Λ_e بشكل أبسط. تكتب العلاقة (1.100) بدلالة الكثافة الإلكترونية ودرجة الحرارة كالآتي:

$$\nu_e = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/3} \frac{q}{\sqrt{\varepsilon_0 k}} \frac{\overline{n}_e^{1/6}}{T^{1/2}} \quad (1.101)$$

وفي جملة الواحدات الدولية، يكون لدينا:

$$\nu_e = 8.99\times10^{-3} \frac{\overline{n}_e^{1/6}}{T^{1/2}} \quad (1.102)$$

نلاحظ بإدخال (1.55) و (1.89) في التعريف (1.100)، أنّ المعامل الإلكتروني للبلازما (1.94) يكتب بالشكل:

$$\Lambda_e = \frac{\nu_e^3}{3} \quad (1.103)$$

يتعلق المعامل الإلكتروني للبلازما ببساطة بعدد الإلكترونات التي تحتل كرة ديباي نظراً للعلاقة (1.99)، ومنه:

$$\nu_e^3 = \frac{1}{N_{De}} \quad (1.104)$$

إذاً، يمكن تعريف الحد الفاصل بين التجاذب الضعيف والتجاذب القوي بالشرط التالي:

$$\nu_e = 1 \quad (1.105)$$

من أجل عدد من الإلكترونات في كرة ديباي أكبر من الواحد، يكون ν_e أصغر من الواحد، ويكون Λ_e صغيراً، وبالتالي تكون التفاعلات ضعيفة. وعندما يقع بشكل وسطي أقل من إلكترون واحد ضمن كرة ديباي، فإن

مفهوم التحجيب يفقد معناه ويكون ν_e أكبر من الواحد، وهو شرط التفاعلات القوية.

5.1- توابع الترابط الثنائي

1.5.1- تعريف وخصائص

بغية الأخذ بالحسبان، وبشكل أفضل، الأفعال المتبادلة بين الجسيمات، فإننا نعرّف تابع الترابط الثنائي [16,7-21]. نسمي $P_s(\vec{r}_1,\vec{r}_2)d^3r_1d^3r_2$ احتمال وجود جسيمين في الموضعين $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ ، ونكتب شروط الاستنظام (normalisation) بالشكل:

$$\int_1 .. \int_2 .. P_s(\vec{r}_1,\vec{r}_2)d^3r_1d^3r_2 = 1 \qquad (1.106)$$

ويعرَّف تابع الترابط الثنائي $g(\vec{r}_1,\vec{r}_2)$ بدلالة الحجم V الذي تشغله البلازما كما يلي:

$$g(\vec{r}_1,\vec{r}_2) = V^2 P_s(\vec{r}_1,\vec{r}_2) \qquad (1.107)$$

وبالتالي يمكننا كتابة العلاقة (1.106) بالشكل:

$$\frac{1}{V^2}\int_1 .. \int_2 .. g(\vec{r}_1,\vec{r}_2)d^3r_1d^3r_2 = 1 \qquad (1.108)$$

وحين يكون أحد الجسيمين مبدأً للإحداثيات، تصبح هذه العلاقة كما يلي:

$$\frac{1}{V}\iiint g(r)d^3r = 1 \qquad (1.109)$$

يمكن أن يكتب تابع الترابط الثنائي التقليدي انطلاقاً من طاقة التأثير المتبادل بين جسيمين. لنحسب مثلاً عدد الإلكترونات N_e الموجود ضمن الحجم الكلي V المحيط بالأيون المتوضع في مبدأ الإحداثيات فنجد:

$$N_e \iiint n_e(r)d^3r \qquad (1.110)$$

حيث تمثل $n_e(r)$ توزع الإلكترونات في الفضاء المحيط بالأيون (1.36) ومنه نحصل على:

$$N_e = \bar{n}_e \iiint e^{-U/kT}d^3r \qquad (1.111)$$

ونذكر أن كثافة الإلكترونات الوسطية تكتب بالشكل:

$$\overline{n}_e = \frac{N_e}{V} \qquad (1.112)$$

ومنه نجد أنّ:

$$\frac{1}{V}\iiint e^{-U/kT} d^3r = 1 \qquad (1.113)$$

بمقارنة (1.109) و (1.113) يمكن القول إن:

$$g(r) = e^{-U/kT} \qquad (1.114)$$

ويمكن تعميم هذه النتيجة بالقول إن:

$$g_{ij}(r) = e^{-U_{ij}(r)/kT} \qquad (1.115)$$

حيث يعطى $U_{ij}(r)$ في التقريب الكلاسيكي بالعلاقة (1.70).

حين تسعى المسافة بين الجسيمات إلى الصفر، تزداد الترابطات. من أجل شحنتي q_i و q_j من الإشارة نفسها يكون التأثير المتبادل $U_{ij}(r)$ موجباً ويصبح $g_{ij}(r)$ معدوماً. ومن أجل شحنتين متعاكستين بالإشارة، يكون $U_{ij}(r)$ سالباً ويسعى $g_{ij}(r)$ إلى اللانهاية (فعل كوانتي). وحين تسعى المسافة بين جسيمين إلى اللانهاية، تتناقص الترابطات؛ نظراً لأنّ التأثير المتبادل $U_{ij}(r)$ يصبح معدوماً و $g_{ij}(r)$ يصبح مساوياً للواحد (وتكون الجسيمات في هذه الحالة غير مترابطة).

2.5.1- توابع الترابط أيون-أيون وأيون-إلكترون

لتكن بلازما مؤلفة من أيونات تحمل كل منها شحنة أولية واحدة $(Z_k=1)$. ولنفرض أنّ إلكتروناً موضوعاً في مبدأ الإحداثيات. تعطى طاقة التأثير المتبادل بقانون ديباي - هيوكل (1.70). وباستخدام المسافة المختزلة يكون:

$$r_\lambda = \frac{r}{\lambda_{D_e}} \qquad (1.116)$$

تصبح العلاقة (1.70) كما يلي:

$$\frac{U_{ij}(r)}{kT} = \pm \frac{\Lambda_e}{r_\lambda} e^{-r_\lambda} \qquad (1.117)$$

حيث تدل الإشارة (+) إلى التأثير المتبادل أيون-أيون، والإشارة (-) إلى التأثير المتبادل أيون-إلكترون.

تسمح هذه النتيجة التي تم الحصول عليها باستخدام تقريب التأثير المتبادل الضعيف (الانحراف البسيط عن تقريب الغاز الكامل) بكتابة تابع الترابط الثنائي (1.114) بالشكل:

$$g(r_\lambda) = \exp\left[\mp \frac{\Lambda_e}{r_\lambda} e^{-r\lambda}\right] \qquad (1.118)$$

حيث تكون الإشارة (-) من أجل الترابط أيون-أيون، و (+) من أجل الترابط أيون-إلكترون.

وحين تكون المسافة بين الجسيمات كبيرة، تكون هذه الجسيمات غير مترابطة ويكون التابع $g(r_\lambda)$ مساوياً للواحد. وتسمح العلاقة (1.118) بتوضيح الحدود الفاصلة بين الترابط القوي والترابط الضعيف:

- فإذا كان: $\frac{r}{\lambda_{D_e}} = 1 : r_\lambda = 1$

و $$g(1) = \exp\left(\mp \frac{\Lambda_e}{e}\right) \qquad (1.119)$$

يكون حد الترابط الضعيف ($r = \lambda_{D_e}$)؛ ومن أجل r أكبر من λ_{D_e} يكون تابع الترابط مقارباً للواحد:

- إذا كان $\frac{\Lambda_e}{r_\lambda} = 1$ يكون: $\frac{r_L}{r} = 1$ و

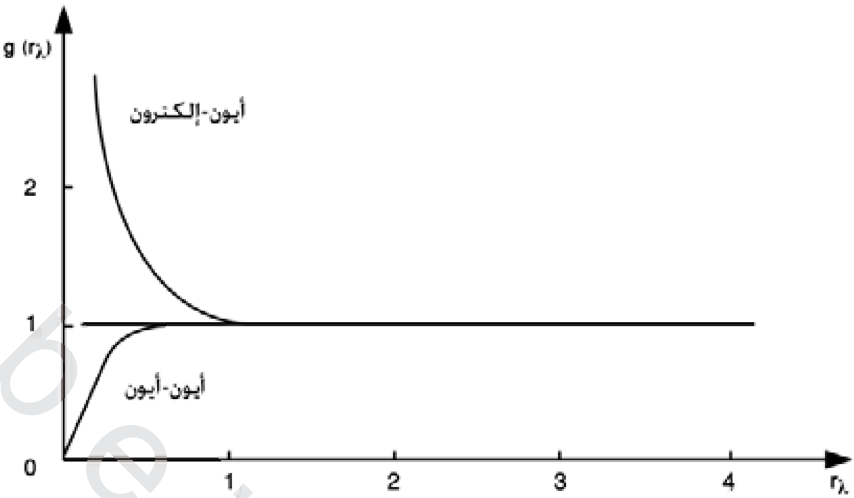
$$g(\Lambda_e) = \exp(\mp e^{-\Lambda e}) \qquad (1.120)$$

يكون هذا هو حد الترابط القوي ($r = r_L$)؛ ويكون تابع الترابط من أجل r أصغر من r_L غير مساوٍ للواحد.

يلخص الجدول 1.1 النتائج السابقة.

	أيون - إلكترون		أيون - أيون	
Λ_e	$g(\Lambda_e)$	$g(1)$	$g(\Lambda_e)$	$g(1)$
0.1	2.47	1.04	0.40	0.96
0.2	2.27	1.08	0.44	0.93
0.3	2.10	1.12	0.48	0.90

الجدول 1.1



الشكل 1.4

نلاحظ أنّ $g(1)$، المتعلق بأطوال تساوي طول ديباي الإلكتروني، يقارب الواحد، مما يعني أن الجسيمات المتبادلة التأثير غير مترابطة. تجدر الإشارة أيضاً إلى أنّ $g(1)$ يبتعد عن الواحد كلما كبر معامل البلازما الإلكتروني Λ_e. ومن جهة أخرى يكون $g(\Lambda_e)$ المحسوب من أجل مسافات مساوية لطول لانداو غير مساوٍ للواحد: أي إنّ الترابطات تصبح قوية. نلاحظ أيضاً أنه من أجل التأثير المتبادل إلكترون-أيون، يكون تابع الترابط كبيراً جداً حين تتقارب الجسيمات (ضمن حدود التقريب التقليدي الصالح للاستخدام من أجل مسافات أكبر من طول موجة دي بروي).

يبين الشكل (1.4) تغيرات $g(r_\lambda)$ بدلالة المسافة المختزلة r_λ بين الجسيمات وذلك من أجل $\Lambda_e = 0.2$.

6.1- تصنيف البلازما

1.6.1- مخطط تمثيلي

بغية تصنيف البلازما بحسب خصائصها، سوف نعيد ذكر النتائج الأساسية لهذا الفصل [22,4,1]. سنهتم بشكل خاص بمجال صلاحية التقريبات المستخدمة حين يكون الأيون حاملاً لشحنة أولية واحدة ذات إشارة موجبة ($Z_k = 1$).

تعرف البلازما التقليدية بالشرطين (1.9) و (1.18) وتكون:

- غير نسبية إذا كان:

$$T < 5.93 \times 10^{9}\ K$$

- غير كوانتية إذا كان (في الجملة SI):

$$T > 5.56 \times 10^{-15}\, \overline{n}_e^{2/3} \qquad (1.121)$$

يستنتج الحد بين الترابطات القوية والضعيفة باستخدام العلاقات (1.102) و (1.105) (في الجملة SI):

$$T = 8.08 \times 10^{-5}\, \overline{n}_e^{1/3} \qquad (1.122)$$

تصبح الترابطات ضعيفة من أجل مسافات متوسطة بين الإلكترونات مساوية لطول ديباي الإلكتروني (1.59) (في جملة الواحدات الدولية SI):

$$T = 2.10 \times 10^{-4}\, \overline{n}_e^{1/3} \qquad (1.123)$$

وتكون الترابطات قوية حين تكون المسافات المتوسطة بين الإلكترونات مساوية لطول لانداو (1.52) (في الجملة SI):

$$T = 1.67 \times 10^{-5}\, \overline{n}_e^{1/3} \qquad (1.124)$$

يظهر من العلاقات (1.9) و (1.121) و (1.124) أنّ معرفة الكثافة الإلكترونية المتوسطة ودرجة الحرارة تكفي لتوصيف البلازما.

لقد عينت على الشكل (1.5) مختلف القيم الحدية باستخدام الإحداثيات اللوغارتمية $\log_{10}T$ ، $\log_{10}n_e$. كما رسمت المستقيمات التالية أيضاً على الشكل نفسه:

- الحد النسبي (1.9):

$$\log_{10} T = 9.77 \qquad (1.125)$$

- الحد الكوانتي (1.121):

$$\log_{10} T = \frac{2}{3}\log_{10} \overline{n}_e - 14.25 \qquad (1.126)$$

- حد الترابطات (1.122):

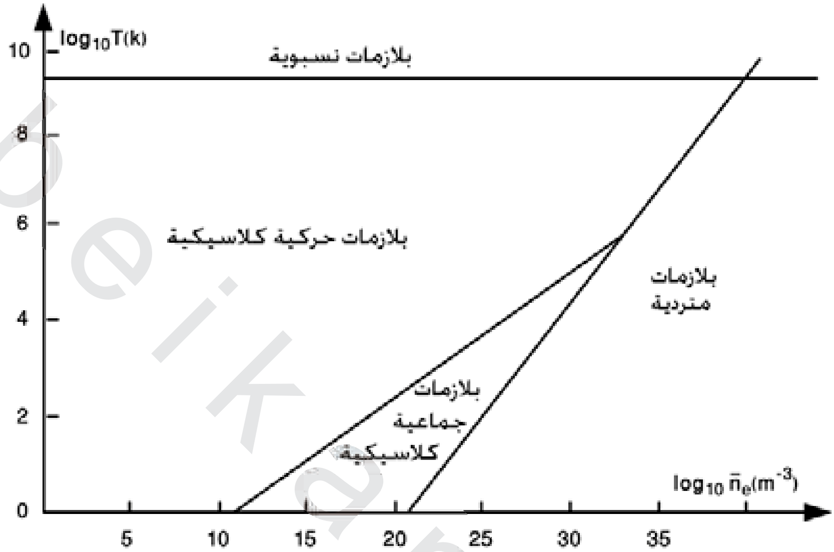
$$\log_{10} T = \frac{1}{3}\log_{10} \overline{n}_e - 4.09 \qquad (1.127)$$

- الترابطات الضعيفة (1.123):

$$\log_{10} T = \frac{1}{3}\log_{10} \overline{n}_e - 3.68 \qquad (1.128)$$

- الترابطات القوية (1.124):

$$\log_{10} T = \frac{1}{3}\log_{10} \overline{n}_e - 4.78 \qquad (1.129)$$



الشكل 1.5

نلاحظ أن الترابطات بين الجسيمات تتعلق في الوقت ذاته بالكثافة الإلكترونية المتوسطة وبدرجة الحرارة. ومنه فإنّ زيادة الكثافة الإلكترونية بدرجة حرارة ثابتة أو تخفيض درجة الحرارة بكثافة إلكترونية ثابتة تؤدي إلى زيادة الترابطات. في حين أنه، حين ترتفع درجة الحرارة، يزداد التهيج الحراري ويؤدي إلى زيادة الفوضى ضمن البلازما مما يؤدي إلى تخفيف الظواهر (المفاعيل)الجماعية وبالتالي ضعف الترابطات.

2.6.1- البلازما الحركية التقليدية

تعرّف البلازما الحركية التقليدية بالشرط (1.60):

$$r_L << d_e << \lambda_{D_e}$$

إن ترابط هذا النوع من البلازما ضعيف جداً (الفقرة 2.5.1). وتحتوي فيه كرة ديباي على عدد كبير من الإلكترونات (1.80). ويكون فعل

التحجيب مهماً جداً من أجل مسافات بين الجسيمات أكبر من طول ديباي الإلكتروني. ومنه فإن الظواهر الجماعية تكون ضعيفة جداً والتصادمات الثنائية (بين جسمين) تكون هي السائدة بين الجسيمات التي تملأ كرة ديباي.

إن حقل (1.65) وكمون (1.64) ديباي-هوكل المحسوبين ابتداءً من معادلة لابلاس (1.44) المنشورة وفق تابع خطي (1.53) يُظهران تماماً الظواهر الملحوظة. هذه النتائج تكون صالحة للاستخدام بشكل أساسي في حالة الأوساط الممددة (غاز ضعيف التأين).

3.6.1- البلازما الجماعية التقليدية

يحقق هذا النوع من البلازما الشرط التالي:

$$r_L >> d_e >> \lambda_{D_e} \qquad (1.130)$$

وهي بلازما مترابطة لأنّ المسافة الوسطية بين الجسيمات أصغر من طول لانداو. وعدد الإلكترونات المحتواة في كرة ديباي أصغر من الواحد، مما يعني أنه ليس هناك فعل تحجيب. إن الترابطات هنا قوية ومدى تأثيرها بعيد، وكل جسيم يكون مترابطاً مع عدد كبير من الجسيمات في البلازما. وتكون الظواهر الجماعية سائدة (أمواج، شحنات فراغية، اهتزازات البلازما) وتكون المعادلات التي تصفها غير خطية. تُصادف هذه الشروط بشكل خاص في الأوساط الكثيفة.

يمكننا ابتداءً من نموذج بسيط شرح حركات البلازما الجماعية التقليدية. لتكن على سبيل المثال بلازما معتدلة كلياً (الشكل 1.6).

ولنفرض بأننا نحرف هذه البلازما عن وضعية توازنها بإدخال فائض من الإلكترونات ضمن مستوٍ سماكته x. هذا التراكم في الشحنة سيولد حقلاً كهربائياً، يُخضع لتأثيره الإلكترونات الفائضة إلى قوة إرجاع. وهكذا ستتحرك هذه الإلكترونات حركة اهتزازية حول وضع توازن وسطي (وستتخامد هذه الظاهرة جزئياً بفعل قوى الاحتكاك، وستستقر البلازما في النهاية). إن الحقل

الكهربائي الناتج عن الإلكترونات المحتواة ضمن المستوي ذي السماكة x يعطى بالعلاقة:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (1.131)$$

حيث تمثل σ كثافة الشحنات السطحية.

الشكل 1.6

إذا كانت $\overline{n}_e$ كثافة الإلكترونات الوسطية، يكون:

$$\sigma = \overline{n}_e q_e x \qquad (1.132)$$

وتكتب قوة الإرجاع المطبقة على كل إلكترون كما يلي:

$$F_r = -q_e E \qquad (1.133)$$

وباستخدام (1.131) و (1.132) نجد:

$$F_r = \frac{\overline{n}_e q^2 x}{\varepsilon_0} \qquad (1.134)$$

نحصل على معادلة الحركة لكل إلكترون كتلته m_e وفق المبدأ الأساسي في التحريك:

$$m_e \frac{d^2x}{dt^2} = F_r \qquad (1.135)$$

ومنه:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_{p_e}^2 x=0 \qquad (1.136)$$

ويفرض أن:

$$\omega_{p_e}^2=\frac{\overline{n}_e q^2}{\varepsilon_0 m_e} \qquad (1.137)$$

يهتز الإلكترون حول موضع توازنه بتواتر زاوي قدره ω_{pe}. ويمكن كتابة التواتر الزاوي للبلازما الإلكترونية ضمن جملة الواحدات الدولية كما يلي:

$$\omega_{p_e}=5,64\times 10\,\overline{n}_e^{1/2} \qquad (1.138)$$

نلاحظ أن هذا التواتر الزاوي يتبع تغيرات الجذر التربيعي للكثافة الإلكترونية الوسطية.

وعلى الرغم من أنّ هذه الدراسة المبسطة قد وضحت الظواهر الجماعية العائدة للإلكترونات، إلاّ أنها تهمل بشكل كلي دور الأيونات (والتي يفترض أنها ثابتة لا تتحرك)، كما تهمل دور التصادمات بين الجسيمات. في الحقيقة إنّ بعض الأيونات ذات الكتلة m_i (الأكبر من m_e) تمارس أيضاً ضمن بعض الشروط اهتزازات ذات تواتر زاوي هو التواتر الزاوي للبلازما الأيونية:

$$\omega_{pi}^2=\frac{\overline{n}_i q_i^2}{\varepsilon_0 m_i} \qquad (1.139)$$

وبمقارنة التواتر الزاوي للبلازما الإلكترونية (1.137) والأيونية (1.139)، نلاحظ ضمن فرضية أنّ الأيون يحمل شحنة أولية واحدة ($Z_i=1$) وأن البلازما معتدلة كهربائياً كلياً (1.41)، أن النسبة $\frac{\omega_{pe}}{\omega_{pi}}$ تساوي الجذر التربيعي لمقلوب الكتل أي:

$$\frac{\omega_{p_e}}{\omega_{p_i}}=\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} \qquad (1.140)$$

أي إنّ التـواتر الـزاوي الإلـكترونـي للبلازمـا يكـون دائمـاً أكـبر مـن التـواتر الزاوي الأيوني.

$$\omega_{p_e} >> \omega_{p_i}$$