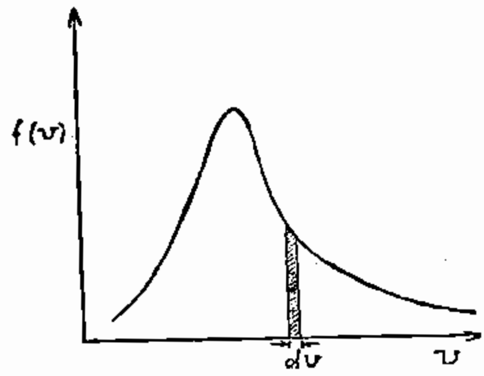
الباب الثانى

احصاء ماكسـويل ــ بولتزمان

٢ ــ ١ دالة التوزيع لماكسويل Maxwell's distribution function



شكل (٢ ــ ١)

اعتبر غاز فى حالة اتزان ديناميكى حرارى اى ان درجة حرارته ثابته . تتفاوت قيم سرعات الجزيئات بين صفر ومالانهاية ولكن معظمها يكون له سرعه متوسطه تعبر عن حالة الغاز .

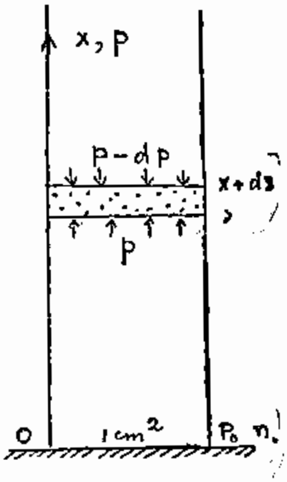
قد تتغير سرعة اى جزىء نتيجة لتصادمه مع غيره أو مع الجدران ولكن يبقى ثابتا عدد الجزيئات التى لها سرع فى الحدود بين v & v + dv ويظل هذا العدد لا يتغير مع الزمن .

نفرض أن Nv هو عدد جزيئات الغاز الذى يكون لها سرعات قدرها v

الدالة التى تربط عدد الجزيئات Nv بالسرعات v للغاز تسمى دالة توزيع السرعات لماكسويل f (v)

ولايجاد هذه الدالة رياضيا سنستعين بـ :

٢ ـ ٢ قانون ضغط الهواء الجوى مع الارتفاع عن سطح الأرض



شكل (٢-٢)

اعتبر اسطوانه راسيه من الهواء الجوى على شكل عمود مساحة مقطعه ١سم٢ .

تقع جزيئات الهواء فى هذا العمود تحت تأثير الجاذبيه الأرضيه . نفرض أن الهواء فى حالة اتزان حرارى وأن درجة حرارتـه ثابته فى كل أجزائه .

نعتبر نقطه على سطح الأرض أسفل العمود مركزا للاحداثيات ونعتبر شريحه افقيه من الهواء محصوره بين x و $x + dx$ وان ضغط الغاز على سطحيها هو P, $P - dP$ على الترتيب . ويلاحظ هنا أنه كلما ارتفعنا أى زادت x كلما نقص ضغط الهواء .

وزن الغاز فى الشريحه = $\rho\, g\, dx$

حيث ρ هى كثافة الغاز عند الارتفاع x

g هى عجلة الجاذبيه الأرضيه .

يتزن وزن الشريحه مع الفرق فى الضغط على السطحين

$$\therefore (P - dP) - P = \rho\, \delta\, d\, x$$

ولكن من قانون الغازات :

$$PV = RT = N\, k\, T$$

$$P = \frac{N}{V}\, kT = nkT$$

وايضـــــا $\therefore dP = kT\, dn$

$$\rho = n \cdot m$$

من المعادلات الســـابقة

$$- dP = \rho \cdot g \; dx$$

$$- k\, d\, n = n\, m\, g\, d\, x$$

$$\int_{n_0}^{n} \frac{dn}{n} = - \frac{mg}{kT} \int_{0}^{x} d\, x$$

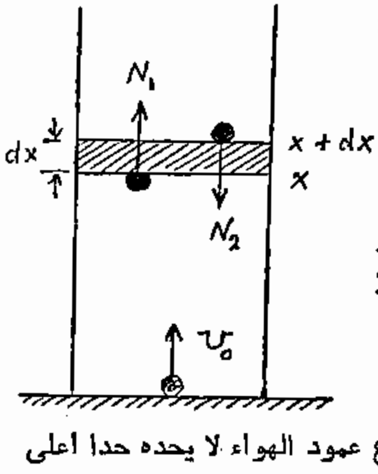
وبالتكامل

$$\therefore \; n = n_0 \exp - \frac{mgx}{kT}$$

ومنهـــا

$$P = P_0 \; \exp - \frac{mgx}{kT}$$

يعرف هذا بقانون تغير الضغط بالارتفاع داخل عمود غاز ثابت الدرجه .

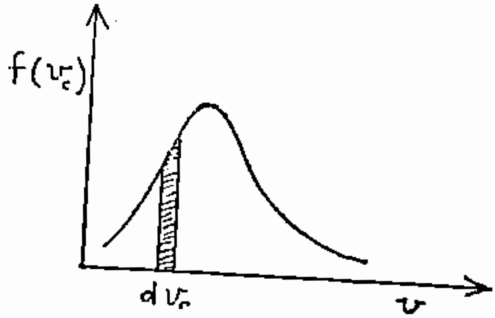


اعتبر الان جزىء سرعته vo عندسطح الأرض $x = o$ ويتحرك الى أعلى ضد الجاذبية الأرضيه . يصـــل هذا الجزىء الى ارتفاع $x = v_0^2 / 2g$ عندما تتحول جميع طاقة الحركه للجزىء $\frac{1}{2} m\, v_0^2$ الى طاقة موضع $m\, g\, x$

تتفاوت سرعات الجزيئات الصـــاعدة من السطح بين صفر وما لا نهاية حيث ان ارتفاع عمود الهواء لا يحده حدا اعلى

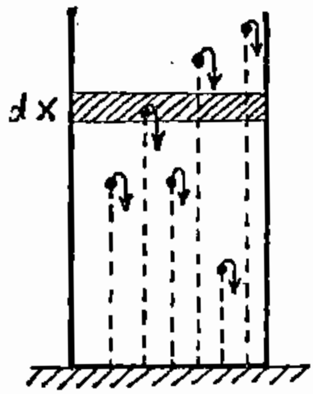
نفرض أن عدد الجزيئات لوحدة الحجوم التى لها سرعات تقع بين

$v_0 , v_0 + dv_0$ عند سطح الأرض هى : — $n_0 f(v_0) d v_0$



عدد الجزيئات المتجهه الى أعلى والتى تستطيع بسرعاتها أن تصل الى الشريحه dx لتعبرها فى الثانيه هى

$$N_1 = \int_{v_0 = \sqrt{2gx}}^{\infty} n_0 v_0 f(v_0) dv_0$$



الحد الأدنى للتكامل $\sqrt{2gx}$ يمثل الجزيئات التى تكاد تكفى سرعاتها

للوصول للشريحه على ارتفاع x جميع الجزيئات التى لها سرعات أقل من ذلك ترتد الى اسفل بفعل الجاذبية الأرضية ولاتصل الى الارتفاع x

عدد الجزئيات المتجهة الى أسفل والتى تعبر الشريحه dx فى نفس الزمن

$$N_2 = \int_0^{\infty} n\ v\ f(v)\ d\ v$$

وبما ان الغاز داخل العمود فى حالة اتزان ديناميكى حرارى فان عدد الجزيئات الصاعده والتى تعبر dx يجب ان تساوى عدد الجزيئات الهابطه اى ان $N_1 = N_2$

وبالتعويض بدلا من n فى قانون تغير الضغوط بالارتفاع

$$n = n_0\ e\ x\ p\ -\ (mgx/kT)$$

نحصـــــل على :

$$\int_{\sqrt{2gx}}^{\infty} vo\ f(vo)\ dvo = \exp - \frac{mgx}{kT} \int_{o}^{\infty} v\ f(v)\ d\ v$$

. . . . . (1)

لنجعل الان المتغير واحدا فى هذه المعادله باستخدام معادلة الحركة : ـ

$$v_0{}^2 = v^2 + 2gx$$

وبالتفاضـــــل :

$$v_0\ dv_0 = vdv$$

وبالتعويض فى المعادله (1) مع حذف vo نحصل على

$$\int_o^{\infty} f\ (v^2 + 2g\ x)^{1/2}\ v\ dv =$$

$$e\ x\ p - \left(\frac{gmx}{kT} \right) \int_o^{\infty} f\ (v)\ v\ dv\ .\ .\ .\ (2)$$

وبالتفاضل لطرق المعادله بالنسبه الى v

$$f\left(v^2 + 2gx\right)^{1/2} = \exp -\left(\frac{mg}{kT}\right) f(v) \quad \ldots (3)$$

هذه معادله دواليه functional equation وتتحقق فقط اذا كانت الداله $f(v)$ على الصـــــورة : —

$$f(v) = A \exp - m v^2 / 2 kT$$

$$f(v) = A \exp - E/kT \quad \ldots (4)$$

حيث E يمثل متوسط طاقة الحركة $\frac{1}{2} m v^2$ الجزىء وتساوى

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} m V_y^2 + \frac{1}{2} m V_z^2$$

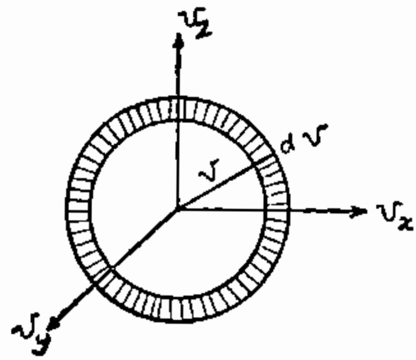
A مقدار ثابت يمكن تحديد قيمته على اساس أن العدد الكلى للجزيئات فى وحدة الحجوم n يساوى العدد الكلى للنقط فى فراغ السرعات velocity space وهذا يعطى بالتكامل :

$$n = \int_0^{\infty} n(v)\, dv$$

وقد وجد أن قيمة الثابت A هى

$$A = n\left(\frac{m}{2\pi k T}\right)^{3/2}$$

تعرف المعادلة (٤) بدالة التوزيع لوحدة الحجوم لماكسويل وتعطى عدد جزيئات الغاز التى لها سرعة v فى وحدة الحجوم .



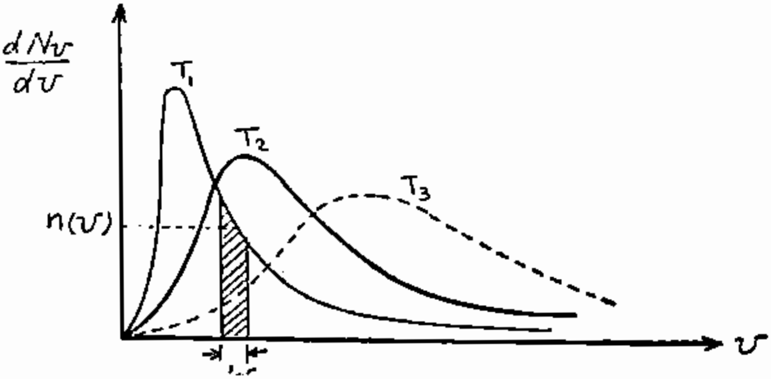
لايجاد عدد الجزيئات التى لهـا سرعات تقع بين $v + dv$ & v نعتبر قشره كرية نصف قطرها v فى فراغ السرعات ويكون سمكها dv تحتوى على الجزيئات المطلوبة حجم القشرة = $4\pi v^2 dv$ باستخدام دالة التوزيع يكون العدد هو

$$d\,N_v = 4\pi v^2\,dv\,A \exp\frac{-mv^2}{2kT}$$

$$dN_v = \frac{4n}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} v^2 \exp - \frac{mv^2}{2kT}\,dv$$

$$\frac{dn_v}{dv} = n(v) = \frac{4n}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} v^2 \exp - \frac{mv^2}{2kT} \qquad \ldots\ldots \quad (5)$$

يتوقف عدد الجزيئات التى لها هذه السرعة v على درجة الحرارة ، ويبين الشكل العلاقة بين $d\,N\,v\,/\,d\,v$ مع السرعة عند درجات حرارة مختلفة ومن المحتم ان تكون المســـاحات تحت هذه المنحنيات واحدة حيث انها تمثل العدد الكلى لجزئيات الغاز



شكل (٢ ــ ٧)

مسألة : اوجــد السرعة المتوسطة وجذر متوســط مربع السرعات r. m. s. وكذلك السرعة الأكثر احتمالا لجزيئات غاز

اولا : نحصل على السرعة المتوسطة $\bar{v}$ بضرب عدد الجزيئات لكل سرعة فى هذه السرعة ثم نجرى التكامل على جميع الجزيئات ونقســم على العدد الكلى للجزيئات

$$\bar{v} = \frac{\int v \, dN_v}{N}$$

وباستعمال المعادلة (٥)

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \frac{4n}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 \, e^{-mv^2/2kT}$$

وبوضع

$$\lambda = \frac{m}{2kT}$$

$$\overline{v} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \lambda^{3/2} \int_0^\infty v^3 e^{-\lambda v^2} dv$$

وهذا التكامل معروف القيمة من جداول التكاملات القياسية

$$\int_0^\infty v^3 e^{-\lambda v^2} dv = \frac{1}{2 \lambda^2}$$

$$\overline{V} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \lambda^{3/2} \frac{1}{2 \lambda^2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

$$\overline{v} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

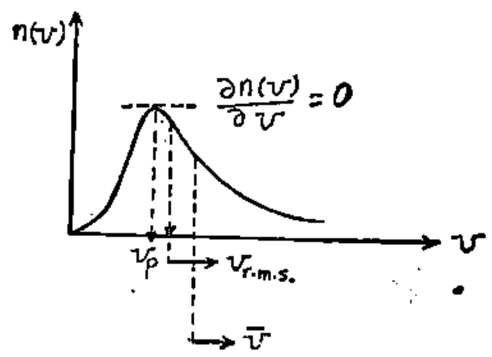
ثانيا : $r \cdot m \cdot s$

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} KT$$

مما سبق

$$r \cdot m \cdot s \; v = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

ثالثا : السرعة الاكثر احتمالا :



شكل (٢ — ٩)

هى السرعة عند قمة منحنى التوزيع

حيث $\frac{\partial nv}{\partial v} = 0$ وهذا الشرط

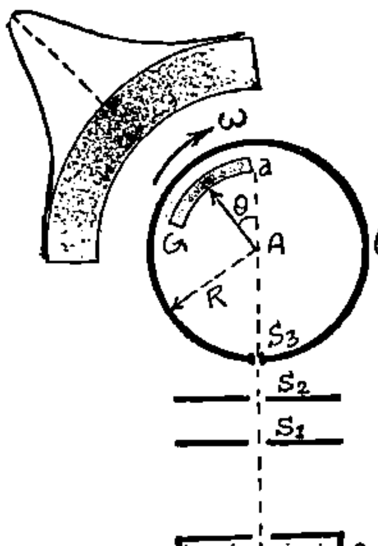
يعطى

$$vp = \sqrt{\frac{2KT}{m}}$$

الحل : بمفاضلة المعادلة (٥) بالنسبة الى v ثم مساواة الناتج بصفر

يتضح أن $r \cdot m \cdot s \cdot V$ تساوى $\sqrt{\frac{3\pi}{8}} =$ ١ر٠٨٦ مره السرعة المتوسطة

تحقيق قانون ماكسويل عمليا :



يتركب الجهاز من فرن O تخرج منه الجزيئات على شكل شعاع يحدده فتحتين مستطيلتين فى حائلين S_2 & S_1 C اسطوانة بها فتحة مستطيلة S_3 توازى محورها ويمكن ادارة هذه الاسطوانة حول المحور A بسرعة حوالى ٦٠٠٠ دوره فى الدقيقة .

عندما تكون الاسطوانة فى حالة سكون فان شعاع الجزيئات يدخل الاسطوانة من خلال الفتحة S_3 ويسقط على لوح منحنى من الزجاج G .

يمكننا تعيين عدد الجزيئات التى تسقط على هذا اللوح الزجاجى فى اى جزء من اجزائه وذلك بقياس مقدار الاعتام الحادث على هـذا الجزء باستخدام ميكروفوتومتر . وكلما ازداد عدد الجزيئات الساقطة على الجزء كلما ازداد اعتمامه .

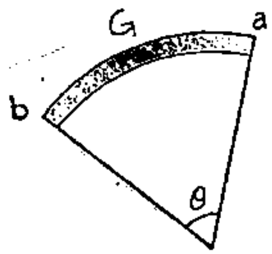
نفرض الان ان الاسطوانة C تدور حول محورها . تدخل دفعة من الجزيئات داخل الاسطوانة فقط خلال الفترة الزمنية القصيرة التى تعبر فيها الفتحه S_3 الشعاع الجزيئى اى عندما تكون موازية للفتحتين S_2 & S_1

اذا كان الدوران فى اتجاه عقرب الساعة يتحرك لوح الزجاج الى اليمين اثناء عبور الجزيئات قطر الاسطوانه وبذلك تصدم الجزيئات لوح الزجاج فى نقط على يسار نقطة تصادمها عندما تكون الاسطوانة ساكنة .

كلما كانت سرعة الجزيئات صغيرة كلما ازداد انحرافها الى اليسار حيث انها تحتاج لزمن اطول لعبور قطر الاسطوانة والتى تكون حينئذ قد دارت مسـافة اكبر .

ويكون اعتام هذا اللوح مقياسا لطيف السرعات فى الشعاع الجزيئى . ولايجاد سرع الجزيئات التى تصدم النقط المختلفة

على اللوح G



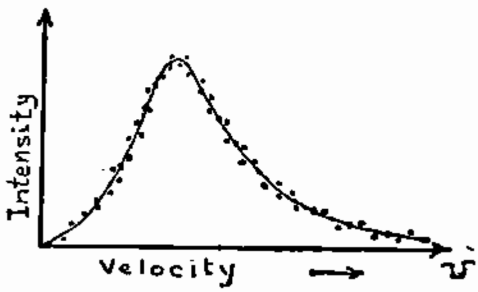
نفرض ab هو مقدار الانحراف للجزىء ذى السرعة v

يعمل القوس ab زاوية Θ عنـد مـركز الاسطوانة اذا كانت السرعة الزاوية ω يكون زمن دوران الاسطوانة زاوية Θ هو

$$t = \frac{\Theta}{\omega} = \frac{\Theta}{2\pi} . T$$

يقطع الجزىء مسافة طولها القطر $2 R$ فى هذا الزمن فتكون سرعتة هى

$$v = \frac{2R}{t} = \frac{2R\omega}{\Theta}$$



وبدراسة تغير عدد الجزيئات كما يستدل عليه من درجة الاعتام مع سرعة الجزيئات فى هذه الاماكن امكن تحقيق قانون ماكسويل حيث تطابقت النقط التجريبية فى المنحنى مع النقط النظرية .

الحرارة النوعية للغازات والسوائل على اساس احصائى :

من قوانين الديناميكا الحرارية تكون الطاقة الداخلية V لمجموعة ما هى .
$$U_2 - U_1 = Q - W$$

وتقاس التغيرات فى الطاقة الداخلية عن طريق قياسات الحرارة والشغل . اعتبر مجموعة جزيئيه .

طاقة المجموعة الداخلية تساوى مجموع طاقات جزيئاتها .

اذا كانت N هى عدد الجزئيات يصاحبها عدد f درجات حرية لكل جزىء تكون الطاقة الداخلية .

$$U' = N \cdot f \times \frac{1}{2} k T = \frac{f}{2} n R T$$

حيث n هنا هو عدد الاوزان الجزيئية فى الغاز ، R هو ثابت الغاز للكيلو جرام الجزيئى $R = N \cdot k$ الطاقة الداخلية للوزن الجزيئى من الغاز

$$U = \quad = \frac{1}{2} f R T$$

الحرارة النوعية الجزيئية عند ثبوت الحجم هى :

$$Cv = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v$$

$$Cv = \tfrac{1}{2} f R$$

ومن قوانين الديناميكا الحرارية : العلاقة Cv , Cp هى

$$Cp = Cv + R$$

$$Cp = \frac{f}{2} R + R = \frac{f + 2}{2} R$$

$$8 = \frac{Cp}{Cv} = \frac{\frac{1}{2}(f+2)}{\frac{1}{2}\ f} = \frac{f+2}{f}$$

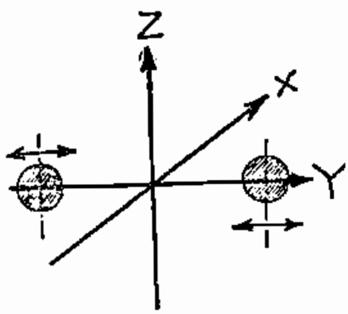
اذا اعتبرنا غاز طاقة حركة جزيئات كلها انتقالية فاننا نحصل على
$f = 3$ وتكون

$$Cv = \frac{f}{2}R = \frac{3}{2}R\ ;$$

$$8 = \frac{f+2}{f} = \frac{5}{3}$$

وهذه القيم صحيحة عمليا للغازات احادية الذرة .

اعتبر بعد ذلك غاز جزيئاته ثنائية الذرة .



عزم القصور الذاتى المجموعة حول الـ (z , x) يكون كبيرا جدا بالنســـبة للعزم حـــول محور Y ولذلك يمكن اعتبـــار أن للجزىء درجتين فقط من درجات الحـــدية الدورانية حول المحورين (z , x)

ايضا بما أن الرابطة بين الذرتين فى الجزىء ليســــت متماسكة لذلك يمكن للذرتين أن تتحكران حـــركة تذبذبية فى اتجاه الخـــط الواصل بينهما . وهذا يضيف عدد ٢ درجة من درجات الحرية .

∴ يكون العدد الكلى لدرجات حرية الجزىء :

٣ انتقالية + ٢ دورانية + ٢ تذبذبية = V

وتكون الحرارة النوعية

$$\gamma = \frac{9}{7} = 1.29 \qquad Cv = \frac{7}{2} R \; ;$$

وهذه القيم ايضا تتفق مع القيم المقاسة للغازات ثنائية الذرة .

وكلما ازداد عدد الذرات فى جزىء الغاز تزداد عدد درجات الحرية ويؤدى ذلك الى أن (Cp/Cv) النسبة بين Cv ، Cp تقل باستمرار كلما زادت f وهذا ايضا يتفق مع واقع التجربة .

الحرارة النوعية للجوامد :

تختلف الجوامد عن الغازات والسوائل حيث أن لكل ذرة موضع اتزان معين وترتبط الذرات ببعضها بقوى كبيرة . لذلك تكون حركة الذرات تذبذبية حول مواضع الاتزان وتعتبر كل ذرة نقطة كتلة point mass ولذلك يكون لها ثلاث درجات حرية للحركة التذبذبية . ولكن ايضا نتيجة للحركة طاقة موضع ويكون طاقة الذرة لكل درجة حرية ٢ × ½ kT أى kT

الطاقة الكلية لـ N جزىءفى ١ كيلو جرام جزىء هى :

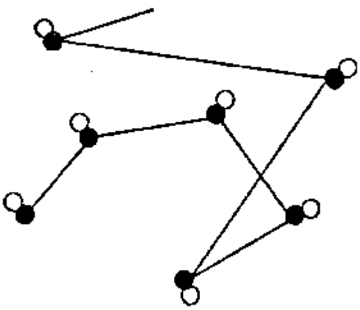
$$U = 3\ N \times KT = 3\ R\ T$$

وتكون الحرارة النوعية الذرية molar sp.ht. or atomic heat

$$C = \frac{\partial U}{\partial T} = 3\ R$$

ويعرف هذا بقانون ديولنج وبتى الذى ينص على ان الحرارة الذرية لجميع المواد الصلبة فى الدرجات المرتفعة واحدة وتساوى 3R

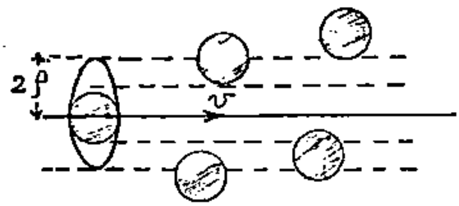
متوسط طول المسار الحر للجزيئات



طول المسار الحر للجزىء هو المسافة التى يقطعها الجزىء بين تصادمين متتاليين . ومن الواضح أن طول المسار الحر يختلف ولكن يوجد للغاز متوسط لطول المسار الحر يرمز له بـ λ

لايجاد λ نفرض أن جزئيات الغاز جميعا فى حالة سكون وان جزىء واحد فقط هو الذى يتحرك ويتصادم مع الجزيئات الاخرى .

نفرض أن سرعة هذا الجزىء هى v وان نصف قطره ρ . تكون 2ρ هى المسافة بين مركزى جزيئين عند تصادمهما .



جميع الجزيئات التى توجد مراكزها فى داخل اسطوانةمساحة مقطعها$\pi (2\rho)^2$ ويمر محورها بمركز الجزىء المتحرك لابد أن تتصادم معه .

تسمى المساحة$4\pi\rho^2$ $= \sigma$ بمقطع التصادم collision cross-section

فى الزمن t يقطع الجزىء المتحرك مسافة $v\,t$ ويكتسح حجم الاسطوانة ذات الطول vt والمقطع σ

جميع الجزيئات فى الأسطوانة تتصادم مع الجزىء .

فاذا كان n هو عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم يكون عدد الجزيئات فى حجم الاسطوانة هو $\sigma\, v\, t\, .\, n$ ويمثل هذا عدد التصادمات التى تحدث فى الزمن t ويطلق على ذلك تردد التصادم

collision frequency z عند ما يكون الزمن t يساوى ثانية واحدة

$$Z = \sigma n v$$

مثال : اوجد تردد التصادم للاكسجين علما بأن عدد الجزيئات فى المتر المكعب $= 3 \times 10^{25}$

سرعة الجزىء عند درجة الغرفة $= 450$

نصف قطر جزىء الاكسجين $= 1.8 \times 10^{-10}$ متر

الحل : collision cross section

$$\sigma = 4\pi p^2 = 4 \pi \times (1.8 \times 10^{-10})^2$$

$$= 4 \times 10^{-19} \ m^2$$

collision freq. $Z = 4 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{25} \times 450$

$= 5.5 \times 19^{9}$ collisions / sec.

لايجاد متوسط طول المسار الحر λ نقسم المسافة الكلية المقطوعة فى الزمن t على عدد التصادمات فى هذا الزمن

$$\lambda = \frac{v\,t}{\sigma\, n x t} = \frac{1}{\sigma\, n}$$

ولما كان عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم يتناسب طرديا مع ضغط الغاز فان متوسط طول المسار الحر يتناسب عكسيا مع الضغط

$$n \propto P \qquad\qquad \lambda \propto 1/P$$

مثال : من المثال السابق λ للاكسجين

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} = \frac{1}{4 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{25}} = 8 \times 10^{-8} \ m$$

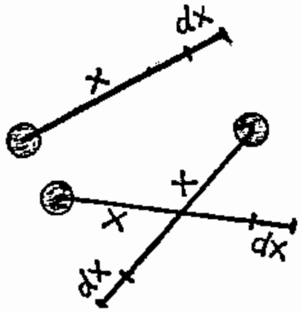
الاستنتاج السابق يفترض سكون الجزيئات فى الغاز وهذا غير صحيح. وعند تصحيح المعادلة باعتبار الجزيئات متحركة حسب توزيع ماكسويلى للسرعات فانه يمكن اثبات أن متوسط طول المسار الحر هو

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sigma n} = \frac{0.707}{\sigma n}$$

فى الظروف المعتادة يكون λ حوالى ١٠ أمثال المسافة البينية بين الجزيئات كما ان المسافة البينية تكون أيضا حوالى ١٠ أمثال قطر الجزىء

دالة توزيع المسارات الحرة

اعتبر مجموعة مكونة من عدد No جزىء فى لحظة ما ، يتصادم بعضا منها فيخرج من المجموعة . ويتبقى عدد N جزىء بعد أن تكون قد قطعت مسافات X فى اتجاه مساراتها الحرة أثناء المسافة الصغيرة التالية dx يتصادم بعض هذه الجزيئات N ويخرج من المجموعة .



نفرض أن عدد هذه الجزيئات المتصادمة يتناسب مع العدد N وكذلك مع المسافة dx

التغير فى العدد dN الذى يخرج من المجموعة بالتصادم بالتصادم فى المسافة dx يكون سالبا ويساوى

$$dN = - P_c N\, dx \quad \ldots. (1)$$

حيث P_c هو ثابت تناسب يسمى باحتمال التصادم ويتوقف على حالة الغاز وليس على N او X. Collision probability

$$\int_{No}^{N} \frac{dN}{N} = - Pc \int_{o}^{X} d\,x$$

$$\therefore \quad N = No \quad \exp - Pc\, x \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

اى ان عدد الجزيئات المتبقى دون أن يتصادم يقل حسب دالة اسية للمتغير x .

وبالتعويض فى المعادلة (١) نحصل على

$$\therefore \quad dN = - Pc\, No.\, \exp(-Pc.\, x) \quad dx \qquad (3)$$

وتمثل القيمة dN ، مأخوذة باشارة موجبة طبعا ، عدد الجزيئات التى يكون لها مسارات حرة يقع طولها بين $x + dx$ & x

وباستخدام الطرق الأحصائية لايجاد متوسط طول المسار λ نجد ان :

$$\lambda = \frac{\int x\, dN}{No} = \frac{\int_{o}^{\infty} Pc\, No\, x\, e^{-Pcx}\, dx}{No} = \frac{1}{Pc}$$

« حيث أن

$$\int_{o}^{\infty} x\, e^{-x}\, dx = \int_{\infty}^{-\infty} -x\, de^{-x} = \int_{-\infty}^{\infty} y\, de^{y} = 1$$

وهذا يدل على ان احتمال التصادم Pc يساوى مقلوب متوسط المسار الحـــر λ

ولما كانت $\lambda = \dfrac{1}{\sigma n}$

فان : $Pc = \sigma n$

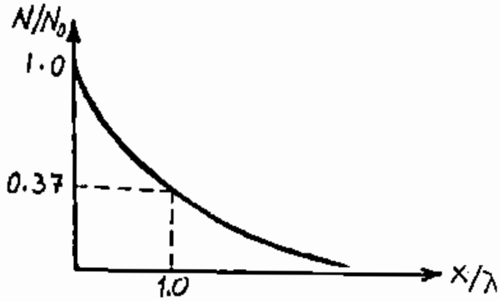
اى ان احتمال التصادم يتناسب طرديا مع مقطع التصادم σ وعدد الجزيئات فى وحدة الحجوم .

وتكتب المعادلة (٢) بالشكل الاتى :

$$\therefore \quad N = No \ \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \qquad (4)$$

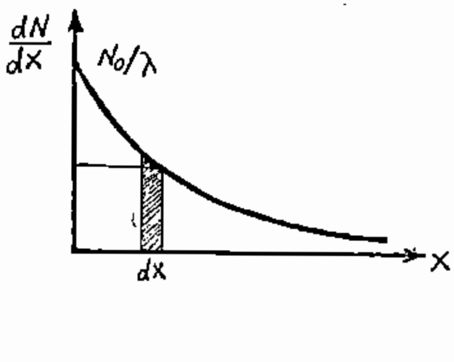
والمعادلة (٣)

$$\therefore \quad dN = -\frac{No}{\lambda} . \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) . dx \qquad (5)$$



$N = No \ e^{-x/\lambda}$

عدد الجزئيات التى لها مسارات حره اطول من λ تساوى e^{-1} او 37%



$$d\,N = \frac{No}{N_0} e^{-x/\lambda} d\,x$$

المعادلة (٤) تبين عدد الجزيئات التى لها مسارات حرة اطول من x

والمعادلة (٥) تبين عدد الجزيئات التى طول مساراتها الحرة تقع بين $x + dx$ & x « ويراعى هنا اهمال الاشارة السالبة فى المعادلة اذ ليس لها معنى طبيعى » .

مسـاله :

مدفع الكترونى يزج الكترونات الى حيز به غاز ضغطه ١٠٠ نيوتن/م٢ وتجمع الالكترونات المتبقية بعد التصادم مع جزيئات الغاز بواسطة لوح معدنى على بعد ١٠ سم من المدفع حيث يقاس التيار .

اذا كان التيار الالكترونى المنبعث من المدفع ١٠٠ ميكرو أمبير وتيار لوح التجميع ٣٧ ميكرو امبير

اوجد متوسط طول المسار الحر للالكترونات .

تيار اللوح المعدنى اذا انقص الضغط الى ٥٠ نيوتن/٢

الحل : ١ –

$$N = No\ e^{-x/\lambda} \qquad \frac{N}{No} = \frac{37}{100} = e^{-x/\lambda}$$

$$e^{-1} = 0.37 \quad \therefore \frac{x}{\lambda} = 1 \qquad \therefore x = = 10 \text{ cm.}$$

درجة حرارة الغاز الالكترونى ثابتة $p = \frac{1}{3} mn\, v^2$

$$\therefore \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{100}{60} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \quad \frac{n_2}{n_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \qquad \therefore \quad \lambda_2 = 2 \quad \lambda_1 = 20 \text{ cm}$$

$$N = No\, e^{-x/\lambda} \quad \therefore \quad I = Io\, e^{-x/\lambda}$$

$$I = 100\, e^{-10/20} = 100\, e^{-0.5}$$

$$= 60 \text{ micro amp.}$$