

الباب الأول

STATISTICAL PHYSICS

فيزياء احصائية

يمالغ علم الميكانيكا الاحصائية حركة المجاميع الكبيرة من الأجسام (مثل جزيئات غاز) وخواص هذه المجاميع والقوانين التى تحكمها .

تتكون اى مادة سواء فى حالتها الصلبة او السائلة او الغازية من أعداد كبيرة جدا من الذرات او الجزيئات الدائمة الحركة والتى يربط بينها قوى بينية تكون كبيرة فى حالة المواد الصلبة وصغيرة فى حالة الغازات . مثلا : فى 1 كيلو جرام جزيئى Kilomole يوجد عدد من الجزيئات يسمى عدد أفو جاډرو ويساوى 6.02×10^{23} جزيء ولاثبات أن ذرات او جزيئات المادة دائبة الحركة تجرى عادة التجارب البسيطة التالية

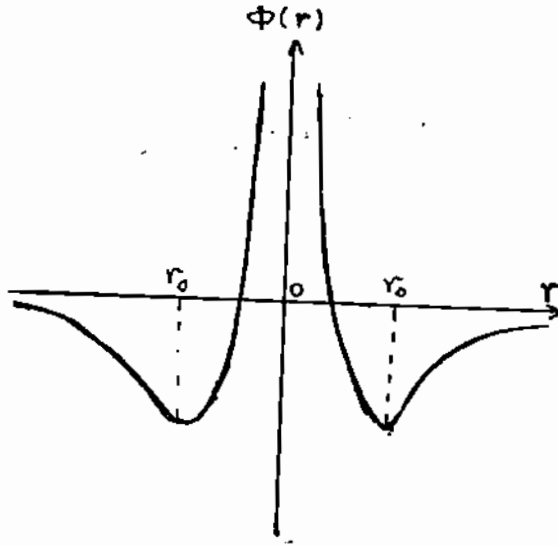
1 - فى حالة الغازات : تجربة الدخان . او عند فتح زجاجة عطر فان رائحتها تظهر على بعد امتار فى ثوان قليلة .

2 - وفى حالة السوائل : قطرة حبر فى ماء نقى تنتشر تماما فى فترة وجيزة

3 - فى حالة الجوامد : تجربة انتشار الرصاص فى الذهب وبالعكس .

1 - الخواص الطبيعية للمواد تتوقف على طبيعة مجاميع ذراتها او جزيئاتها :

التمدد : اذا كانت ذرات المادة تشغل اماكن محددة تحت تأثير القوى البينية بينها ، فعند رفع درجة الحرارة تتذبذب كل ذرة او جزيء حول وضع اتزانها فى بئر الجهد (شكل 1 - 1) وتزداد سعة الذبذبة برفع درجة الحرارة . وهذه تظهر على شكل تمدد خارجى .



شكل (1-ا)

الانصهار : اذا وصلت درجة الحرارة لدرجة الانصهار فان طاقة حركة الجزيئات او الذرات تكون من الكبر بحيث تستطيع التغلب على قوى الترابط بين الذرات مما يسبب كسر الحالة الصلبة وتحويلها الى حالة سائلة .

شكل وحجم الجسم : تكون القوى البينية في الجوامد كبيرة جدا وهذا ما يحفظ شكل وحجم الجسم الصلب ثابتا لا يتغير عند نفس الدرجة اما بالنسبة للسوائل تكون قوى الترابط اقل ولذلك فان جزيئات السائل تكون اكثر حرية للحركة وبالتالي يتشكل السائل بشكل الاناء الذي يحتويه بينما يظل حجمه ثابتا . اما بالنسبة للغازات تكون قوى الترابط بين الجزيئات صغيرة جدا . وبالتالي فانها تكون حرة الحركة وتشغل دائما جميع الحجم الذي توضع فيه أي انها لا تحتفظ بشكل او بحجم .

البخر من السوائل : تخزن الأجسام طاقتها الحرارية على شكل طاقة حركة لجزيئاتها . وليس من المعقول أن تتساوى طاقات الحركة لهذه الملايين الكثيرة من الجزيئات . ولكن عادة تكون للاغلبية طاقة متوسطة هي التي تعرف الحانة الحرارية للمادة .

ومن الملاحظ أنه عند هروب الجزيئات ذات طاقة الحركة الكبيرة من سطح السائل ، مما يتسبب عنه ما يعرف بالبخر ، تقل طاقة الحركة المتوسطة لمجموعة الجزيئات المتبقية وبالتالي تنخفض درجة الحرارة وهي حقيقة معروفة بالتبريد بواسطة البخر .

الميكانيكا الإحصائية تعد بداية لتحويل دراستنا الطبيعية من الـ **microscopic scale** الى الـ **macroscopic scale**

وقد كانت نظرية الحركة للغازات هي بداية الطريق في هذا المضمار ولذلك سندرسها بالتفصيل . وبالرغم من الفروض المبسطة التي بنيت عليها نظرية الحركة للغازات ، فان النتائج التي تحصلنا عليها منها أصبحت تطبق على مثل هذه المجاميع من الأجسام التي يمكن ان تعد حرة تقريبا .

١ - ٢ نظرية الحركة للغاز التام

الفرق بين الميكانيكا الإحصائية وميكانيكا الجسم المتناسك :

بدا علم الفيزياء الإحصائية على يدى ماكسويل وبولتزمان بدراسة مجاميع من الأجسام الصغيرة المتشابهة والتي تتحرك بدون ارتباط مع بعضها البعض . ويمكن تمثيل هذه المجموعة في أبسط صورها بحالة غاز تام .

تركيب الغاز التام مستنتجة من قوانين الغازات

وجد ان جميع الغازات عند الضغوط الصغيرة تتبع القوانين البسيطة التالية : -

١ - **قانون بويل** : وينص على أنه لكتلة معينة من الغاز يتناسب ضغط الغاز عكسيا مع حجمه طالما حفظت درجة الحرارة ثابتة $\alpha I/V$

٢ - **قانون شارل** : اذا سخنت كتلة معينة من الغاز تحت حجم ثابت فان الضغط يزداد طرديا مع زيادة درجة الحرارة . $P \propto T$

٣ - **قانون دالتون للضغوط الجزئية** : ضغط خليط من غازات مختلفة على جدران الاناء الحاوى لها يساوى مجموع الضغوط التي تؤثر بها هذه

الغازات على الجدران لو أن كل منها وجد على حدة في نفس الحجم .
 $P = \sum_i P_i$

٤ — قانون جول : الطاقة الداخلية للغاز لا تتوقف على حجمه بمعنى
اننا اذا تركنا الغاز يتمدد في الفراغ فلن يحدث هناك فقدان للطاقة .

٥ — قانون جاى لوساك : عند ما تتفاعل الغازات كيميائيا ويكون
نتاج التفاعل غازيا أيضا ، تكون نسبة الغازات المتفاعلة والغاز الناتج هي
نسبة بسيطة .

٦ — قانون أفوجادرو : الهجوم المتساوية من الغازات عند نفس
درجة الحرارة والضغط تحتوى على نفس العدد من الجزيئات .

من واقع القوانين السابقة يمكن وصف تركيب الغاز التام وهو الذى
يخضع تماما لجميع القوانين السابقة ، كما يأتى : —

يتركب الغاز التام من جزيئات نها الخواص التالية :

١ — جزيئات الغاز عبارة عن كرات صلبة ملساء تامة المرونة .

٢ — الجزيئات في حالة حركة مستمرة تصادم مع بعضها البعض وكذلك
مع جدران الاناء الذى يحتويها .

٣ — تتناسب درجة حرارة الغاز المطلقة مع متوسط طاقة حركة
الجزيئات

٤ — لا يوجد بين الجزيئات قوى جزيئية .

٥ — الحجم الفعلى للجزيئات لا يشغل الا جزءا متناهيا في الصفر من
الحجم الكلى للاناء المحتوى للغاز .

للتدليل على صحة الفروض السابقة عن تركيب الغاز التام نفرض

اولا أن الجزيئات ليست ملساء أو تامة المرونة : معنى ذلك ان

جزءاً من طاقة حركتها يفقد بالتصادم حيث أن خشونة السطح تستهلك جزءاً من الطاقة .

أى أننا كلما تركنا الغاز لحاله لمدة طويلة فإن طاقته تقل تدريجياً نتيجة للتصادم وتكون النتيجة نقص مستمر في الطاقة الداخلية للغاز وهذا ضد قانون جول .

ثانياً - لو لم تكن حركة الجزيئات عشوائية في كل الاتجاهات لأمكن تجميع الجزيئات في جزء فقط من الحجم دون باقى الأجزاء وهذا غير صحيح .

١ - ٣ معادلة الحالة للغاز النام

حساب ضغط الغاز

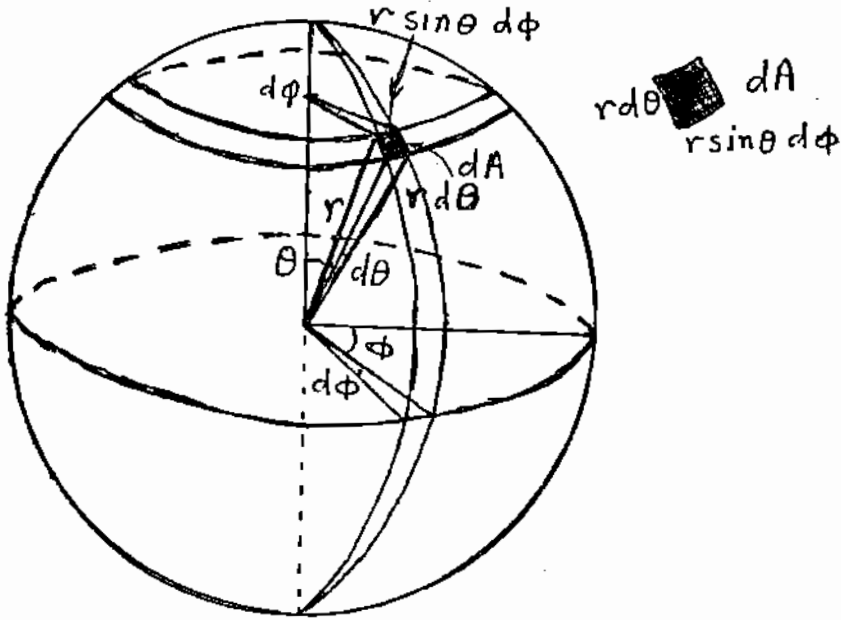
لايجاد عدد الجزيئات في وحدة الحجم dn $\Theta \varphi v$ التى لها اتجاه معين $\Theta \varphi$ وتكون سرعاتها محصورة بين $(v + dv, v)$ اعتبر حجماً معيناً v من غاز تام تتوزع جزيئاته بانتظام في كل الحيز . نفرض N هى العدد الكلى للجزيئات .

$$n = N/V \text{ عدد الجزيئات في وحدة الحجم}$$

وبما أن توزيع الجزيئات منتظم فإن عدد الجزيئات في الحجم dV هو $dN = ndV$ تتحرك الجزيئات حركة عشوائية أى أن اتجاهات السرعة للجزيئات تكون في الاتجاهات المختلفة بنفس درجة الاحتمال

نفرض أن سرعة كل جزيء يمثلها متجه وان جميع المتجهات قد نقلت لمركز احدائيات مشترك . تقطع هذه المتجهات أو امتداداتها سطح كرة مركزها هو مركز الاحدائيات ويكون توزيع نقاط التقاطع منتظماً على سطح الكرة حيث أن توزيع السرعات واتجاهاتها في الفراغ منتظم .

$$\bullet \text{ متوسط عدد النقاط لوحدة المساحات} = \frac{N}{4 \pi r^2}$$



شكل ١ - ٢

حيث r هو نصف قطر كرة المرجع إذا كانت dA هي مساحة صغيرة فان عدد النقط عليها هو :

$$dN = \frac{N}{4 \pi r^2} dA.$$

اعتبر الآن أي متجه في الفراغ يمر بالمساحة dA ويتحدد اتجاهه على أساس محاور قطبية بالزاويتين (θ, ϕ) كما في شكل ١ - ٢ وتكون على هذا الأساس المساحة dA مساوية :

$$dA = r \sin \theta d\phi r d\theta = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

وتكون عدد النقط في هذه المساحة هي

$$dN_{\theta\phi} = \frac{N}{4 \pi r^2} r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

$$= \frac{N}{4\pi} \sin \theta d\theta d\varphi$$

هذا العدد هو نفسه عدد الجزيئات التي لها سرعات مختلفة وتتحرك في الاتجاه بين $(\theta + d\theta, \theta)$ ، $(d\varphi + \varphi, \varphi)$

وبالقسمة على الحجم الكلى للغاز نحصل على عدد الجزيئات في وحدة الحجم التي لها الاتجاه السابق وهي

$$dn_{\theta, \varphi} = \frac{dN_{\theta, \varphi}}{V} = \frac{n}{4\pi} \sin \theta d\theta d\varphi$$

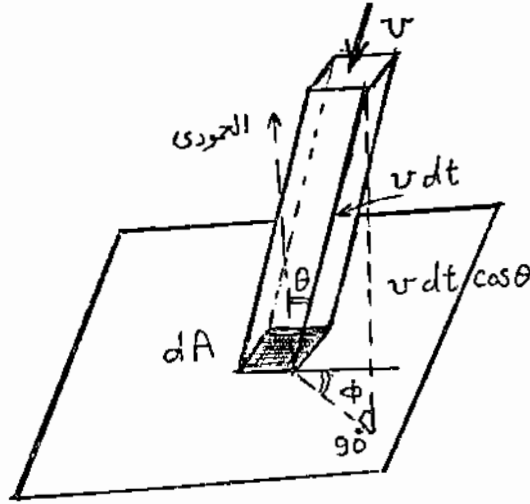
حيث $n = \frac{N}{V}$ هو عدد الجزيئات في وحدة الحجم .

* ويكون للجزيئات التي تتحرك في الاتجاه φ, θ سرعات تتفاوت بين صفر وما لا نهاية .

أما إذا أردنا ان نعتبر فقط تلك الجزيئات التي تتحرك في هذا الاتجاه ويكون لها سرعات بين $(v + dv, v)$ يكون هذا العدد هو

$$dn_{\theta, \varphi, v} = \frac{dnv}{4\pi} \sin \theta d\theta d\varphi \quad \dots (1-1)$$

ايجاد العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة في وحدة الزمن لجميع
جزيئات الغاز



شكل ٣-١

تصادم الجزيئات مع الجدران .

اعتبر مساحة صغيرة dA من جدار الاناء المحتوى للغاز . واعتبر
جزء يتحرك بسرعة بين v و $v + dv$ وفي الاتجاه بين

$$(\varphi, \varphi + d\varphi), (\Theta, \Theta + d\Theta)$$

ولنسمى هذا الجزيء وامثاله $\Theta \varphi v$

في فترة زمنية dt يتحرك الجزيء مسانه $v dt$

انشئ اسطوانة (او متوازي مستطيلات) مائلة في الاتجاه $\Theta \varphi$
ويكون طولها $v dt$ واعتبر جميع الجزيئات بداخلها . تتفاوت سرعة هذه
الجزيئات بين صفر ، ∞ .

عدد الجزيئات في وحدة الحجم والتي تتحرك في الاتجاه $\Theta \varphi$

من هذه الجزيئات يوجد عدد صغير $dn_{\Theta \varphi}(v)$ يكون متحركا بسرعة واقعة
بين v و $v + dv$. عدد هذه الجزيئات لوحدة الحجم من المعادلة رقم ١-١ يكون

$$dn_{\Theta \varphi} v = \frac{d n v}{4 \pi} \sin \Theta d \Theta d \varphi$$

حجم الاسطوانة

$$dV = dA \cdot v dt \cos \Theta$$

عدد الجزيئات من نوع $\Theta \varphi v$ الموجودة بالأسطوانة هو

$$n_{\Theta\varphi v} dV = dA dt \frac{v dn_v}{4\pi} \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi$$

ويكون عدد الجزيئات من هذا النوع التي تصدم وحدة المساحة في وحدة الزمن هي : (بالقسمة على $(dAdt)$)

$$\frac{1}{4\pi} v dn_v \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi$$

∴ وباجراء التكامل على θ بين $\frac{\pi}{2}$ ، و φ بين 0 ، 2π ،

نحصل على العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة في وحدة الزمن وهذا يساوى

$$\frac{1}{4} v d n_v$$

أى أن عدد التصادمات يتناسب مع السرعة v وكذلك مع عدد الجزيئات التى لها هذه السرعة .

وليجاد العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة في وحدة الزمن بالنسبة لجميع الجزيئات للفاصل ولكافة السرع نجرى التكامل لنحصل على :

$$\frac{1}{4} \int v dn_v \dots (1-2)$$

السرعة المتوسطة للجزيئات ، يمكن وضع النتيجة السابقة على صورة أبسط .

لايجاد السرعة المتوسطة لجزيئات غاز . نفرض ان هناك N_1 جزيء له سرعة v_1 & N_2 له سرعة v_2 وهكذا تكون السرعة المتوسطة هي :

$$\bar{v} = \frac{N_1 v_1 + N_2 v_2 + \dots}{N_1 + N_2 + \dots} = \frac{\sum_i N_i v_i}{\sum_i N_i} = \frac{\sum_i N_i v_i}{N}$$

$$\bar{v} = \frac{\sum n_i v_i}{n} \quad \text{— إذا قسمنا على حجم الغاز فان :}$$

حيث n هو العدد في وحدة الحجم .

أما إذا كان توزيع الجزيئات متصل

$$\bar{v} = \frac{\int v \, dn_v}{n} \quad \text{فان علامة المجموع } \Sigma \text{ تتحول الى تكامل :}$$

$$2- \quad \text{أي ان} \quad n \bar{v} = \int v \, dn_v \quad \text{وبذلك تصبح معادلة 1-}$$

العدد الكلى للتصادمات مع وحدة المساحة في وحدة الزمن لجميع الجزيئات =

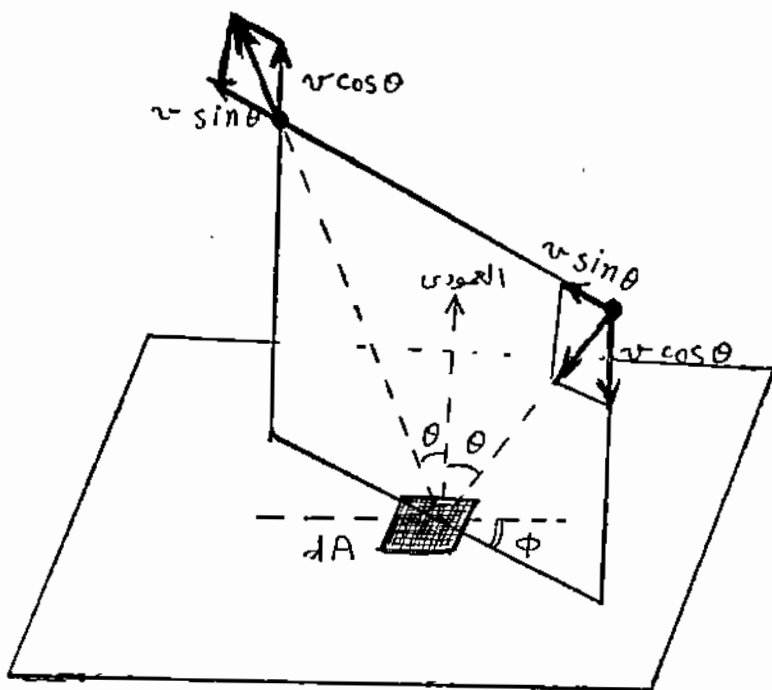
$$\frac{1}{4} n \cdot v$$

مثال : أوجد عدد مرات تصادم جزيئات الاكسجين على المتر المربع من الجدران في الثانية إذا كانت كثافته 3×10^{20} جزيء لكل متر مكعب والسرعة المتوسطة للجزيء عند درجة 273° مطلق هي 500 متر / ثانية .

الحل : العدد =

$$500 \times 10^{20} \times 3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

$$= 3710 \times 3 = \text{تصادمها على المتر المربع في الثانية .}$$



دفع الجزيئات للجدران :

اعتبر جزيء سرعته v يسقط على مساحة dA بزاوية θ على الاتجاه الراسى . يرتد الجزيء على السطح الأملس بنفس السرعة وتكون زاوية الارتداد هى نفس زاوية السقوط θ تتغير المركبة العمودية للسرعة بالتصادم من $v \cos \theta$ الى $-v \cos \theta$

إذا كانت كتلة الجزيء m يكون التغير العمودى فى كمية الحركة هو

$$m v \cos \theta - (-m v \cos \theta) = 2m v \cos \theta$$

ولكن مما سبق وجدنا ان :

$$= dt \text{ عدد التصادمات } \theta \phi V \text{ مع مساحة } dA \text{ فى الزمن}$$

$$\frac{1}{4\pi} v dn_v \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi \cdot dA \cdot dt$$

التغير في كمية الحركة بعد هذه التصادمات في الزمن dt هو

$$2m v \cos \theta \frac{1}{4 \pi} v dn_v \sin \theta \cos \theta d \theta d \varphi d A dt$$

$$= \frac{1}{2 \pi} m v^2 dn_v \sin \theta \cos^2 \theta d \theta d \varphi d A dt$$

نحصل على التغير الكلي في كمية الحركة لجميع التصادمات للسرعة v بإجراء التكامل على θ من صفر الى $\frac{\pi}{2}$ وعلى φ من صفر الى 2π

التكامل الأول بالنسبة لـ θ =

والتكامل الثاني بالنسبة لـ φ = 2π

$$\frac{1}{3} m v^2 dn_v dA dt = \text{التغير الكلي في كمية الحركة}$$

هذا التغير يكون بالنسبة للسرعات الواقعة بين v & $v + dv$ ويصبح التغير الكلي بالنسبة لجميع السرعات هو

$$\frac{1}{3} m \left[\int v^2 dn_v \right] dA dt$$

وباستخدام نظرية الدفع وكمية الحركة لنيوتن :

$$F = m a = m \frac{dv}{dt}$$

$$\therefore F dt = m dv$$

أي أن الدفع يساوي التغير في كمية الحركة . فإذا كانت القوة المؤثرة على المساحة dA هي dF فان

$$dF. dt = \frac{1}{3} m \left[\int v^2 dn_v \right] dA dt$$

ولكن من تعريف الضغط على السطح ، هو القوة على وحدة المساحات أى أن :

$$P = \frac{dF}{dA} = \frac{1}{3} \int v^2 dn_v$$

متوسط مربع سرعة الجزيئات \bar{v}^2

يمكن وضع المعادلة السابقة بصورة أبسط لو اعتبرنا متوسط مربع سرعة الجزيئات

$$\bar{v}^2 = \frac{\sum N_i v_i^2}{\sum N_i} = \frac{\sum N v_i^2}{N}$$

$$\therefore \bar{v}^2 = \frac{\sum n_i v_i^2}{n}$$

أما إذا كان للجزيئات توزيع متصل للسرعات فإن

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{n} \int v^2 dn_v$$

$$n \bar{v}^2 = \int v^2 dn_v$$

ضغط الغاز

وباستخدام المعادلة السابقة مع معادلة ضغط الغاز نحصل على :

$$P = \frac{1}{3} m n \bar{v}^2$$

يلاحظ أن متوسط مربع السرعة لا يساوي مربع متوسط السرعة

$$\overline{v^2} \neq v^2$$

المعادلة العامة للغازات :

باستخدام معادلة الضغط السابقة يمكن الحصول على العلاقة بين الحجم والضغط ودرجة الحرارة لغاز .

نفرض أن n هو عدد الجزيئات في وحدة الحجم ، N هو العدد الكلي للجزيئات في الحجم V

$$\therefore n = \frac{N}{V}$$

ومن معادلة الضغط :

$$\therefore P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \overline{v^2}$$

$$PV = \frac{1}{3} N m \overline{v^2}$$

إذا اعتبرنا M كجم جزيء من غاز تكون N هي عدد أفوجادرو ويكون $M = Nm$ هو الوزن الجزيئي للغاز ويكون الطرف الأيمن من المعادلة عبارة عن $\frac{2}{3}$ طاقة حركة الجزيئات في هذا الكيلو جرام الجزيئي .

المعادلة السابقة تشبه معادلة الحالة لغاز التام للكيلو جرام الجزيئي :

$$PV = RT = N k T$$

حيث R هو ثابت الغاز للكيلو جرام الجزيئي k ثابت بولتزمان ومن المعادلتين نجد أن

$$\frac{2}{3} N \cdot \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = RT$$

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T = \frac{3}{2} kT$$

أى أن طاقة حركة الجزيء الواحد تساوى $\frac{3}{2} kT$ حاصل ضرب ثابت بولتزمان فى درجة الحرارة المطلقة للغاز . وهذه المعادلة تعطى تعريف ثابت بولتزمان أو ثابت الغاز والمعنى الطبيعى له .

ثابت بولتزمان يساوى $\frac{3}{2} kT$ طاقة الحركة الانتقالية لجزيء واحد عند درجة الحرارة T مطلق

• طاقة الحركة المتوسطة للجزيء تتناسب مع درجة الحرارة المطلقة ولا تتوقف على ضغط الغاز أو حجمه . أى أن طاقة حركة جزيئات الغازات المختلفة مثل الأيدروجين - الهيليوم - الأوكسجين وغيرها جميعها متساوية عند نفس درجة الحرارة بالرغم من اختلاف أوزانها الذرية .

درجات الحرية وقانون تساوى توزيع الطاقة

أى جسم يتحرك فى خط مستقيم يكون له درجة واحدة من درجات الحرية ، أما إذا تحرك على مستو يكون له درجتين حيث أنه يستطيع الحركة فى كل من الاتجاه س أو ص .

الجسم المتحرك فى الفراغ له ثلاثة درجات حرية انتقالية . يمكن أيضا وجود درجات حرية دورانية أو درجات حرية تذبذبية .

عدد درجات الحرية لأى جسم متحرك تضاف الى بعضها . فمثلا غاز به عدد N جزيء أحادى الذرة يكون له $3N$ عدد درجات حرية انتقالية .

من نظرية الحركة للغازات ، وجدنا ان طاقة الحركة الانتقالية لكل
جزيء تساوى

$$\frac{3}{2} kT$$

بما ان لدينا ثلاثة درجات حرية انتقالية للجزيء تكون طاقة حركة
الجزيء لكل درجة حرية تساوى $\frac{1}{2} kT$ ويسمى هذا بقانون تساوى توزيع
الطاقة على درجات الحرية المختلفة .

نص القانون :

في اى مجموعة ديناميكية في حالة اتزان حرارى تتوزع الطاقة بالتساوى

$$\frac{1}{2} kT \quad \text{دلى درجات الحرية المختلفة وتكون قيمة كل منها}$$

للجوامد طاقة حركة للذرات المكونة لها وكذلك طاقة موضع لذلك فان
طاقة الذرة لكل درجة حرية هي $kT = \frac{1}{2} kT \times 2$

مثال : احسب طاقة حركة وجذر متوسط مربع السرعة لجزيئات
الاكسجين عند درجة 27°C م علما بأن الوزن الجزيئى له 32

وان عدد الجزيئات في 1 كيلوجرام جزيئى = 6.02×10^{23}

الحل : ثابت بولتزمان = 1.38×10^{-23}

$$T = 273 + t = 300^\circ \text{K}$$

$$\frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 6.21 \times 10^{-21} \text{ Joule}$$

كتلة جزيء الاكسجين

$$m = \frac{32}{6.03 \times 10^{26}} = 5.31 \times 10^{-26} \text{ Kgm}$$

متوسط مربع السرعة

$$\begin{aligned} \overline{v^2} &= \frac{2 \times 6.21 \times 10^{-21}}{5.31 \times 10^{-26}} \\ &= 23.4 \times 10^4 \text{ (m/S)}^2 \end{aligned}$$

$$r \cdot m \cdot s \cdot v = \sqrt{\overline{v^2}} = 482 \text{ m/S}$$

ملاحظة : سرعة الصوت في الهواء تحت الظروف المعتادة N T P = ٣٥٠ متر / ثانية

استنتاج قوانين الغازات من معادلة الضغط

$$PV = \frac{1}{3} m n \overline{v^2} \quad \text{١ - قانون بويل}$$

عند ثبوت درجة الحرارة تكون طاقة حركة الجزيئات المتوسطة ثابتة ،
اي ان $\overline{v^2} = \text{Constant}$ وبذلك نحصل على قانون بويل $PV = \text{constant}$

٢ - قانون أفوجادرو :

اعتبر غازين عند نفس درجة الحرارة والضغط

$$\therefore P = \frac{1}{3} m_1 n_1 \overline{v_1^2} = \frac{1}{3} m_2 n_2 \overline{v_2^2}$$

وبما ان الغازين في نفس درجة الحرارة

$$\frac{1}{2} m_1 \overline{v_1^2} = \frac{1}{2} m_2 \overline{v_2^2}$$

ومن المعادلتين السابقتين نجد أن

$$n_1 = n_2$$

أي أن أي غازين لهما نفس الضغط ودرجة الحرارة يكون لهما نفس العدد من الجزيئات لوحدة الحجم

٣ — قانون دالتون: اعتبر مجموعة من الغازات كثافتها هي (d_1, d_2, d_3, \dots) ومتوسط مربع سرعاتها $(v_1^2, v_2^2, v_3^2, \dots)$

إذا خلطت هذه الغازات في حجم معين فإن محصلة الضغط P للمخلوط باعتبار جميع الأنواع من الجزيئات تكون:

$$P = \frac{1}{3} d_1 v_1^2 + \frac{1}{3} d_2 v_2^2 + \frac{1}{3} d_3 v_3^2 + \dots$$

$$= P_1 + P_2 + P_3 + \dots = \sum_i P_i$$

تعيين جذر متوسط مربع السرعة للجزيئات:

$$\bar{r} \cdot m \cdot s = \sqrt{\bar{v}^2}$$

باعتبار m كيلوجرام جزيئي يكون mN هو الوزن الجزيئي بالكيلوجرام للغاز. يمكن تعيين $\bar{r} \cdot m \cdot s \cdot v$ جذر متوسط مربع السرعة لغاز بمعرفة ثابت الغاز له ودرجة حرارته أو بقياس ضغطه وحجمه.

$$PV = \frac{1}{3} m N \bar{v}^2 \quad P = \frac{1}{3} \frac{mN}{V} \bar{v}^2$$

$$\frac{Nm}{V} = \frac{\text{total mass of gas}}{\text{its volume}} = \frac{\text{كتلة الغاز}}{\text{حجمه}}$$

د كثافته =

$$\bar{v}^2 = \frac{3P}{d}$$

ويكون جذر متوسط مربع السرعة هو :

$$\bar{r} \cdot m \cdot s \cdot v = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3P}{d}}$$

أيضا :

$$PV = RT = NkT$$

من المعادلة العامة للغازات

ومن معادلة ضغط الغاز

$$PV = RT = \frac{1}{3} N m v^2$$

حيث N هي عدد جزيئات الغاز في الحجم V

$$\frac{1}{3} N m v^2 = N k T$$

$$\bar{v}^2 = \frac{3kT}{m}$$

$$\bar{r} \cdot m \cdot s \cdot v = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

تعريف : الإلكترون فولت (e V)

عند معالجة الإلكترونات أو الأيونات بهذه الطريقة الاحصائية فاننا نستخدم الإلكترون فولت كوحدة للطاقة . وتعريفها هو الطاقة التي يتحصل عليها الإلكترون عند سقوطه خلال فرق في الجهد مقداره 1 فولت .

١ الكرون فولط = 1.6×10^{-19} جول

للمقارنة :

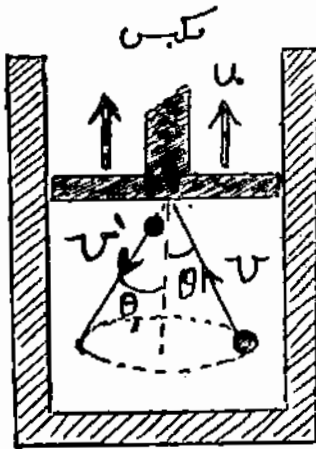
$$\frac{3}{2} k T \quad \text{عند درجة حرارة } 300 \text{ مطلق تكون طاقة الجزيء}$$

$$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \text{ Joule}$$

$$= \frac{6.21 \times 10^{-21}}{1.6021 \times 10^{-19}} = 0.04 \text{ ev}$$

وهذه القيمة هي طاقة حركة جزيء الغاز بالالكترون فولط عند درجة 300 م

تطبيق : اثبات أن التغير الأديباتيكي لغاز يخفض من درجة حرارته
Adiabatic change • تصادم الجزيئات مع جدار متحرك .



من المعروف أن التمدد الحر
نفاذ تحت ظروف ثابتة الحرارة
(تغير أديباتي) سبب نقصا
في درجة حرارة الغاز أي نقصا
في طاقته الداخلية .

لأثبت ذلك على أساس الميكانيكا
الإحصائية للغاز ، نعتبر غاز داخل
أسطوانة يقفلها مكبس حر
الحركة .

نفرض أن المكبس تحرك الى
أعلى بسرعة u أقل نسبيا من

السرعة الجزيئية للغاز وأن الغاز يظل أثناء ذلك في حالة اتزان ديناميكي
حراري .

نفرض جزيء يتحرك بسرعة v ويعمل زاوية Θ مع العمودى على المكعبس المتحرك .

$$v \cos \Theta = \text{المركبة العمودية للسرعة قبل التصادم}$$

$$v' \cos \Theta' = \text{المركبة العمودية للسرعة بعد التصادم}$$

حيث v' و Θ' هما سرعة الجزيء والزاوية التى يصنعها مع العمودى بعد التصادم . وهذه المركبة تساوى $v \cos \theta - 2u$

التغير فى طاقة الحركة نتيجة التصادم =

$$\frac{1}{2} m (v \cos \Theta)^2 - \frac{1}{2} m (v' \cos \Theta')^2$$

$$= \frac{1}{2} m (v \cos \Theta)^2 - \frac{1}{2} m (v \cos \Theta - 2u)^2$$

$$2 m u v \cos \Theta \dots (1) \quad \text{تساوى تقريبا}$$

حيث أننا فرضنا أن v أكبر كثيرا من u وأهملنا الحد فى u^2 كما سبق أن اثبتنا أن : —

عدد الجزيئات التى تصدم وحدة المساحة فى وحدة الزمن للسرعة v

$$= \frac{1}{4 \pi} v \frac{dn_v}{v} \sin \Theta \cos \Theta d\Theta d\varphi$$

وبوضع $d\varphi = 2\pi$ لنجميع تأثير كل الجزيئات يكون الممدد السابق هو : —

$$\frac{1}{2} v \frac{dn_v}{v} \sin \Theta \cos \Theta d\theta \dots (2)$$

ويكون النقص الكلى في طاقة الحركة عند التصادم لكل هذه الجزيئات

$$= m u v^2 dn_v \sin \Theta \cos^2 \Theta d \Theta$$

ويأجراء التكامل على الزوايا Θ بين صفر ، $\frac{\pi}{2}$ نوجد النقص

الكلى في طاقة جميع جزيئات الغاز ذات السرعة v عند تصادمها مع وحدة المساحة في وحدة الزمن . وهذا يعطى

$$\frac{1}{3} m u v^2 dn_v$$

وأخيرا بالتكامل على جميع قيم السرعات v بين صفر ومالا نهاية نحصل على : (أى باعتبار جميع الجزيئات)

$$\frac{1}{3} n m v^2 \cdot u = P \cdot u$$

وإذا كانت مساحة المكبس A يكون النقص الكلى في طاقة حركة الجزيئات يساوى =

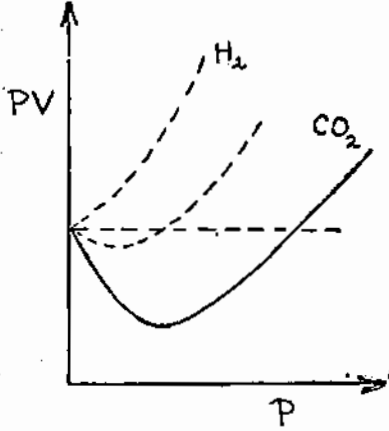
$$P A \cdot u = F \cdot u$$

حاصل الضرب $F \cdot u$ هو معدل بذل الشغل على المكبس أثناء حركته . فإذا كانت المجموعة معزولة حراريا أى أن الجزيئات لا تستقبل حرارة من الخارج ، نجد أن طاقة حركة الجزيئات تنخفض وبالتالي تنخفض درجة حرارة الغاز

سؤال : اثبت باستخدام الميكانيكا الاحصائية أن التمدد الدياباتي لغاز يسبب نقصا في درجة حرارته .

حيود الغازات الحقيقية عن تصرف الغاز التام :

من المعروف ان الغازات الحقيقية تحيد في تصرفها عن الغاز التام فمثلا لا تتبع القانون العام للغازات $PV = RT$ خصوصا عند الضغوط الكبيرة



نسبيا او الصغيرة جدا .
فاذا رسمنا العلاقة بين PV ؛ P فاننا لا نجد خطا أفقيا مستقيما كما نتوقع بل نجد نقصا في قيمة PV اولا يتبعه زيادة عند ما يزداد الضغط كثيرا . وقد اجري رينو هذه الدراسة لغازات مختلفة وعند درجات حرارة مختلفة . ووجد انه عند درجة حرارة معينة اسمها **درجة حرارة بويل** يساوى حاصل الضرب PV مقدارا ثابتا

تفسير الحيود :

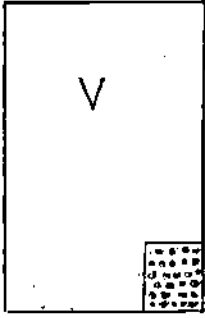
لقد فرضت نظرية الحركة وجود غاز تام ليس لجزيئاته اى حجم كما لا يوجد بين هذه الجزيئات قوى جزيئية .

وهذا غير صحيح بالنسبة للغاز الحقيقى .

١ - عند درجات الحرارة المنخفضة يقل PV كلما زاد الضغط P وهذا معناه ان الضغط اللازم لانقاص حجم الغاز بنسبة معينة اقل مما يجب حسب قانون بويل . وقد فسرت تلك الظاهرة على اساس وجود قوى جاذبة جزيئية بين الجزيئات تساعد الضغط الخارجى على انقاص حجم الغاز .

٢ - اما عند الضغوط المرتفعة يزداد PV عن المعدل وذلك بسبب وجود حجم محدود للجزيئات . ويظهر تأثير حجم الجزيئات عند الضغوط العالية وعند ما تقترب الجزيئات من بعضها قريبا كافيا بحيث يكون حجم الجزيئات متناسبا مع حجم الفراغ الذى تشغله هذه الجزيئات .

معادلة فان درفال للغازات الحقيقية



ادخل فان درفال في اعتباره القوى الجزيئية بأن اعتبر أن أى جزيء داخل الغاز يقع تحت تأثير جذب جميع الجزيئات المحيطة به ولذلك تكون محصلة القوة المؤثرة عليه تساوى صفراً ، بينما ينجذب الى الخلف الجزيء الذى يتصادم مع الجدران بسبب شد باقى الجزيئات له وتكون القوى الجزيئية لذلك سببا في انقاص ضغط الغاز عما يجب أن يكون عليه

وقد صحح فان درفال هذا النقص بأن أضاف الى الضغط المقاس للغاز حدا يتناسب مع مربع كثافة الغاز أى مع مربع مقلوب الحجم . وبذلك يكون الضغط الصحيح للغاز هو

$$\left(P + \frac{a}{v^2} \right)$$

أما بالنسبة لحجم الجزيئات فقد استبدل الحجم المقاس للغاز V بالمقدار $(V - b)$ حيث b هو مقدار ثابت يرتبط مباشرة بحجم الجزيئات الفعلى في الغاز .

وتصبح معادلة الغاز الحقيقي هي

$$\left(P + \frac{a}{v^2} \right) (V - b) = RT$$

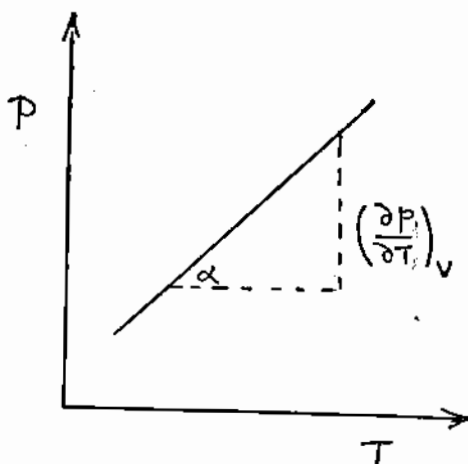
إيجاد الثوابت a & b عمليا :

توجد معدل زيادة الضغط مع درجة الحرارة عند ثبوت الحجم وذلك باستخدام الترمومتر الغازى ثابت الحجم ،

نحصل على $\left(\frac{\delta P}{\delta T} \right)_V$ وهو ميل منحنى التغير من T , P

وبمفاضلة معادلة فان درفال جزئياً مع ثبوت الحجم نحصل على

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) = \frac{RT}{V-b}$$



$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{V-b}$$

ومنها

$$b = \left[V - \frac{R}{\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V} \right]$$

وبالتعويض في معادلة فان درفال

$$a = V^2 \left[T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P \right] \text{ : نحصل على}$$

مسائل :

١ - أوجد عدد جزيئات غاز في معدل الضغط ودرجة الحرارة الموجودة في حجم مكعب طول ضلعه يساوى طول الموجة المنظورة ... انجستروم .

الحل :

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT \quad m v^2 = 3 kT$$

$$\frac{1}{3} m n v^2 = P = 76 \times 13.6 \times 980$$

$$\therefore n = \frac{3P}{m v^2} = \frac{3 \times 76 \times 13.6 \times 980}{3 kT}$$

$$\therefore N = n V$$

$$= \frac{3 \times 76 \times 13.6 \times 980}{3 \times 1.38 \times 10^{-16} \times 273} \times (5 \times 10^{-9})^3$$

$$= 4 \times 10^6 \text{ molecules}$$

٢ - احسب عدد الجزيئات في وحدة الحجم من غاز عند درجة حرارة ٣٠٠ كلفن اذا كان ضغط الغاز ١٠-٢ مم زئبق ثم اوجد عدد الجزيئات في مكعب طول ضلعه ١ مم تحت الظروف السابقة

$$\left. \begin{array}{l} ٣١ \times ١٠^{١٩} \text{ جزيء / م}^٣ \\ ٣١ \times ١٠^{١٥} \text{ جزيء} \end{array} \right\} \text{ الجواب}$$

٣ - (ا) عرف ثابت بولتزمان من الناحية الفيزيائية .

(ب) اوجد درجة حرارة غاز تكون متوسط طاقة الحركة

الانتقالية لجزيء فيه مساوية لطاقة ايون مفرد الشحنة singly charged ion له نفس كتلة الجزيء وتسارع accelerated من حالة سكون خلال فرق في الجهد قدره :

١ فولط ، ١٠٠٠ فولط ، ١١٠ فولط (اهمل تأثير النسبية)

الحل : لجهد ١ فولط

$$\text{طاقة الايون} = eV = 1.6 \times 10^{19} \times 1 = 1.6 \times 10^{19} \text{ جول}$$

$$eV = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT$$

$$1.6 \times 10^{19} = \frac{3}{2} 1.38 \times 10^{-23} \times T$$

$$\therefore T = 7700 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T = 7.7 \times 10^6 \text{ K} \quad \text{ولجهد ٢١٠ فولط}$$

$$T = 7.7 \times 10^9 \text{ K} \quad \text{ولجهد ١١٠ فولط}$$