الباب السابع عشر

الخواص المرنه واللا مرنه للجوامد المتبلوره

Elastic and Anelastic Properties of solids

اولا : الخواص المرنه :

تقع اهمية معرفة معاملات المرونه للجوامد المتبلوره فى انها تعطى الكثير من الضوء على قوى الترابط بين الذرات . ولدراسة هذه المعاملات نبدا اولا بتعريف للاجهاد وللانفعال فى حالاتها العامة .

الانفعـــال :

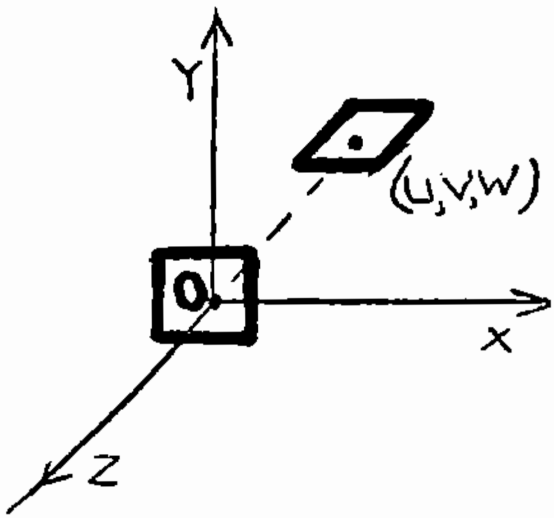
لتعريف مركبات الانفعال نعرف أولا متجه الازاحه Displacement vector. فاذا فرضنا عنصرا صغيرا داخل جسم وكانت احداثياته قبل التاثير على الجسم بقوى خارجيه هى (x , y , z) واصبحت بعد ذلك $(x + U, y + V, z + W)$ فان المتجه (U, V, W) يسمى بمتجه الازاحة ومركباته دوال للمتغيرات (x, y, z) هذا المتجه يبين الازاحه الانتقاليه التى حدثت لهذا العنصر . بالاضافة الى مايمكن أن يكون قد حدث له من تغير فى شكله نتيجة تاثير القوه .

ويعرف متجه الازاحه تماما بواسطة اثنا عشر معاملا على الشكل التالى : —

$$U = U_0 + \frac{dU}{dx} x + \frac{dU}{dy} y + \frac{dU}{dz} z$$

$$V = V_0 + \frac{dV}{dx} x + \frac{dV}{dy} y + \frac{dV}{dz} z$$

$$W = W_0 + \frac{dw}{dx} x + \frac{dw}{dy} . y + \frac{dw}{dz} . z$$



شــكل (١٧ ــ ١)

والمعاملات التفاضلية مأخوذة عند المركز O

المتجه (U_0, V_0, W_0) يعطى ازاحة مركز الاحداثيات O الانتقالية بينما يعطى متجه آخر ليكن U', V', W' ازاحة كل جزء من اجزاء العنصر بالنسبة لمركز الاحداثيات الجديد بعد انتقاله . وهذا المتجه يعطى تسعة معاملات تفاضلية

$$\frac{dU}{dx}, \;\ldots\ldots,\; \frac{dV}{dx}\ldots\ldots,\; \frac{dW}{dx}$$

ويمكن وضع هذه المعاملات التسعه على الصورة الاتيه وذلك ليسهل ايجاد تفسيرات فيزيائية مباشرة لها .

$$e_{xx} = \frac{dU}{dx} \;;\quad e_{yy} = \frac{dV}{dy} \;;\quad e_{zz} = \frac{dW}{dz}$$

$$e_{xy} = \frac{dV}{dx} + \frac{dU}{dy} \;;\quad e_{yz} = \frac{dW}{dy} + \frac{dV}{dz}$$

$$e_{zx} = \frac{dU}{dz} + \frac{dW}{dx}$$

$$\omega_x = \frac{dW}{dy} - \frac{dV}{dz} \;;\quad \omega_y = \frac{dU}{dz} - \frac{dW}{dx}$$

$$\omega_z = \frac{dV}{dx} - \frac{dU}{dy}$$

فى حالة اذا ما كانت هذه المعاملات صغيره فيمكن اعطاءها المعانى الاتيه :

e_{xx} هو التغير النسبى فى طول خط ما فى الجسم يوازى اصلا محور السينات . وبالمثل بالنسبة الى e_{yy} ، e_{zz} وتمثل هذه الكميات الانفعال الطولى فى اتجاهات x,y,z كما تمثل

$$e_{xy} \quad , \quad e_{zx} \quad , \quad e_{yz}$$

الانفعال القاص فى الاتجاهات الثلاثة ويعرف بالتغير فى الزاوية بين ازواج المحاور المتجاورة (y,z) ، (z, x) ، (x, y) . وذلك أثناء عملية التشويه أو الانفعال ، بفرض أن هذه المحاور ثابته فى الجسم اثناء الانفعال .

الانفعال الحجمى هو التغير فى وحدة الحجوم من المادة . فاذا اعتبرنا مكعبا طول ضلعه الوحده : تصبح ابعاده بعد الانفعال هى

$$(1 + e_{xx}) \;،\; (1 + e_{yy}) \;،\; (1 + e_{zz})$$

ويصير حجمه بعد الانفعـــال

$$(1 + e_{xx})\,(1 + e_{y})\,(1 + e_{zz})$$

$$= 1 + e_{xx} + e_{yy} + e_{zz}$$

ويكون الانفعال الحجمى وهو التغير النسبى فى الحجم هو :ـ

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = e_{xx} + e_{yy} + e_{zz}$$

الاجهـــاد :

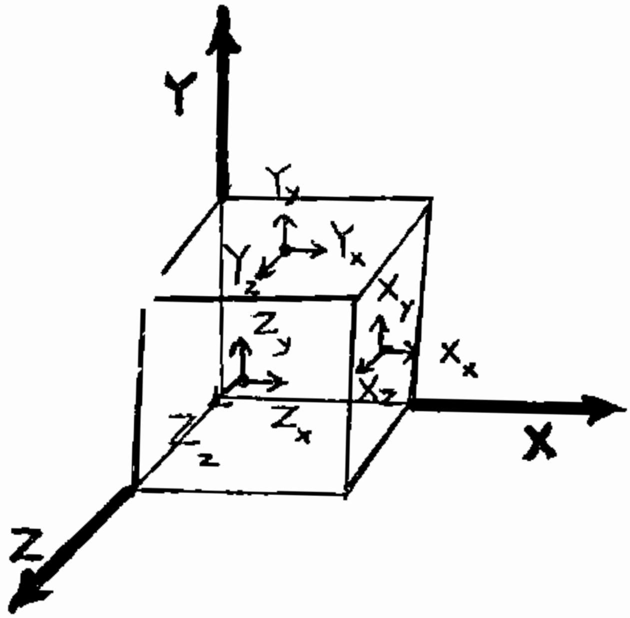
اعتبر جسما متزنا يقع عليه اجهاد ما ينتج عن ذلك قوى داخلة تؤثر على اية مساحة اوليه dA داخل الماده . بحيث يمكن اعتبار ان القوى التى تؤثر بها المادة على احد جانبى هذه المساحة تتزن مع قوى مساوية لها مقدارا ويؤثر بها الجانب الآخر من المادة على نفس هذه المساحه .

ولايجاد مركبات الاجهاد الداخلى عند اية نقطه فى الجسم المجهد نعتبر مكعبا أوليا $dx \; dy \; dz$ فى الماده كما فى شكل (١٧ — ٢)

بما ان هناك اجهاد واقع على هذا المكعب لذلك فان الماده المحيطه به تؤثر عليه بمجموعة من القوى كما يؤثر هذا المكعب نفسه بقوى مساويه ومضادة لها نظرا لأنه متزن بالداخل ولايتحرك فى اى اتجاه .

يمكننا تعريف هذه المجموعة من القوى تماما بواسطة تسعة مركبات تعمل فى الاتجاهات x, y, z وهى

$$X_x X_y X_z , \quad Y_x Y_y Y_z , \quad Z_x Z_y Z_z$$



شكل (١٧ — ٢)

مركبات الاجهاد نسبة الى محاور متعامده

X_x Y_y Z_z تعمل عموديا على الثلاثة اسطح المتعامده للمكعب وهى لذلك قوى شاذه أو ضاغطة وفقا لاتجاهها بالنسبه للمكعب .

اما الستة مركبات الأخرى فهى قوى تعمل فى مستوى هذه الأسطح وهى لذلك قوى قاصة ونظرا لان المكعب فى حالة اتزان داخلى فهو لايدور او يتحرك داخل الجسم لذلك يجب استيفاء الشرط التالى :ـ

$$X_y = Y_x \quad , \quad Y_z = Z_x$$

$$Z_x = X_z$$

اى أن هناك فقط ثلاثه مركبات للقوى القاصة يمثلها

$$X_y \quad Y_z \quad Z_x$$

ويكون الاجهاد فى اعم صوره ممثلا بسته مركبات هى

$$X_x \quad Y_y \quad Z_z \quad X_y \quad Y_z \quad Z_x$$

النظرية الخطيه للمرونه

وضع هوك نظريته التى تنص على أن مركبات الانفعال هى دوال خطيه لمركبات الاجهاد وبالعكس . ونحصل بذلك على مجموعتين من المعادلات تبين العلاقات بين مركبات الاجهاد والانفعال وذلك فى حالتها العامة وسنرى أنه يمكن استنباط الحالات البسيطه الخاصه من هذه المعادلات اذا ماوضعت الشروط الخاصة بكل حالة .

اما العلاقات العامة لقانون هوك هى : —

$$exx = S_{11}\ Xx + S_{12}\ Yy + S_{13}\ Zz + S_{14}\ Yz + S_{15}\ Zx + S_{16}\ Xy$$

$$eyy = S_{21}\ Xx + S_{22}\ Yy + S_{23}\ Zz + S_{24}\ Yz + S_{25}\ Zx + S_{26}\ Xy$$

. . . .

$$exy = S_{61}\ Xx + S_{62}\ Yy + S_{63}\ Zz + S_{64}\ Yz + S_{65}\ Zx + S_{66}\ Xy$$

$$Xx = C_{11}\ exx + C_{12}\ eyy + C_{13}\ ezz + C_{14}\ eyz + C_{15}\ ezx + C_{16}\ exy$$

$$Yy = C_{21}\ exx + C_{22}\ eyy + C_{23}\ ezz + C_{24}\ eyz + C_{25}\ ezx + C_{26}\ exy$$

. . . .

$$Xy = C_{61}\ exx + C_{62}\ eyy + C_{63}\ ezz + C_{64}\ ezx + C_{65}\ ezx + C_{66}\ exy$$

والثوابت . . . , S_{11} , S_{12} تعرف بثوابت المرونه كما تعرف القيم ... , C_{11} , C_{12} بمعاملات المرونه ويوجد من كل نوع عدد سته وثلاثون ثابتا تختصر عادة فى الحالات الخاصة البسيطة الى اعداد اقل . فمثلا فى حالة ماده لاتتوقف خواصها الطبيعيه على الاتجاه (isotropic) مثل الزجاج فاننا نجد هناك معاملين فقط للمرونه هما معامل المرونه الطويله (يونج) ومعامل القص ومن المعروف انه توجد علاقة بين هذين المعاملين والمعاملات الاخرى المألوفة كمعامل المرونه الحجميه او نسبه بواسون على الصــــوره الاتيه :

$$M = \frac{9\,K\,G}{3\,K + G}$$

$$M = 2\,(1 + \nu)\,G$$

حيث M معامل المرونه الطولى ليونج

G معامل القص

K معامل الانضغاط وهى مقلوب معامل المرونه الحجمى

ν نســـــيه بواســـون

اما فى المواد الاكثر تعقيدا كما فى التركيبات البلوريه فهناك عدد اكبر من هذه الثوابت فهناك عدد ثلاثه معاملات مرونه مختلفة وغير مرتبطه (independent) تعرف مرونة البلورات التكعيبية متمركزة الوجه أو متمركزة الجسم

أما فى حالة البلورات ســـداسية التركيب الشبيكى فلها عدد خمسة معاملات مرونه .

ثانيا الخواص اللامرنه (Anelasticity)

يضع هوك فى نظريته الخطيه للمرونه شرطا يجب توفره حتى يكون صحيحا ما سبق كتابته من معادلات وهذا الشرط هو أن يكون الاجهاد والانفعال داخل الحد المرن للجسم . اما اذا تعدى الاجهاد هذا الحد فان الانفعال الحادث يصير انفعالا دائما اى لايزول بزوال المؤثر ولا تنطبق عندئذ النظرية الخطيه للمرونه .

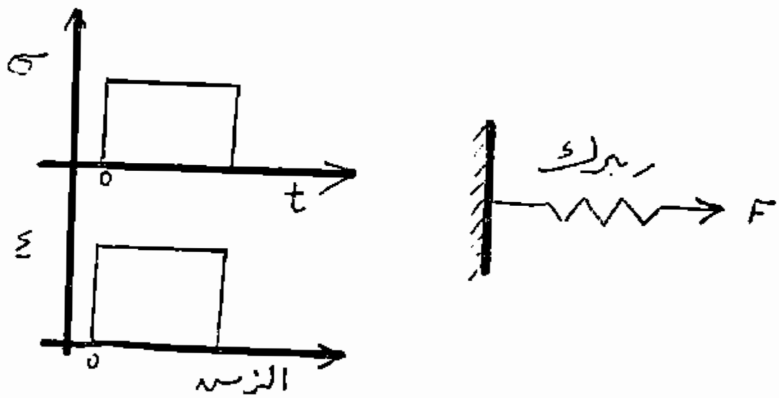
المرونه وعامل الزمن :

يلاحظ ايضا ان جميع قوانين المرونه الخطيه لاتحتوى اطلاقا على الزمن كمتغير وهذا يعنى انه عند التأثير باجهاد على جسم ما فان قيمة الانفعال تصل الى نهايتها فى الحال وكذلك عند ازالة الاجهاد يختفى الانفعال تماما فى نفس اللحظة .

ويمكن تمثيل هذا الجسم الذى يطلق عليه الجسم تام المرونه يمكن تمثيله ميكانيكيا بلولب أو زنبرك مرن يكون انفعاله e الحادث نتيجة لاجهاد σ واقع عليه كما هو مبين بالشكل ويمكن وصفه بالمعادله

$$\sigma = a \cdot e$$

حيث a يمثل معامل مرونه .



شـــكل (١٧ ــ ٢)

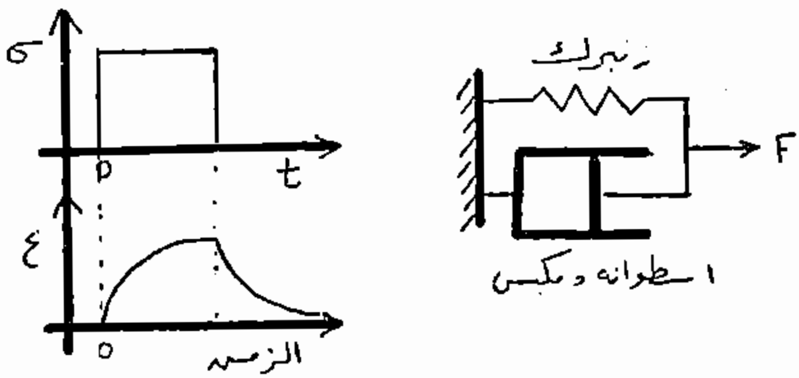
تحيد الاجسام الحقيقية فى التصرف عن هذا الجسم المثالى المرونه وذلك فى انها تحتاج لبعض الوقت لكى يصل انفعالها المرن الى قيمته المفروضه

وفقا للنظرية الخطيه للمرونه . وكان فويجت Voigt هو أول من سجل تلك الملاحظة من خلال بعض دراسات له كان يجريها على خيوط تعليق ملفات الجلفانومترات . اذ وجد انه عند توصيل التيار الكهربى يلزم انتظار بعض الوقت حتى يصل الانحراف فى الجلفانومتر الى قيمته النهائيه . كذلك عند قطع التيار لاتعود نقطة الضوء الى وضعها الصفرى الا بعد فترة من الوقت . وهذا يعنى أن الانفعال الحادث يكون داخل الحدود المرنة لخيط التعليق ولكن يحتاج لبعض الوقت حتى يأخذ قيمته النهائيه .

ومن هنا نشأت فكره وجوب ادخال عامل الزمن فى معادلات هوك للمرونه الخطيه حتى تناسب حالة الجسم الحقيقى والذى سمى حينئذ بجسم فويجت (Voigt solid)

وسميت هذه الظاهرة بالمرونة المتخلفه او اللامرونه
(Elastic After effect — Anelasticity)

ولتعديل معادلات المرونه لهوك اعتبرنا أن الاجهاد لايتناسب فقط مع الانفعال ولكنه يتناسب أيضا مع معدل التغير فى هذا الانفعال فتصير معادلة المرونه لجسم فويجت هى

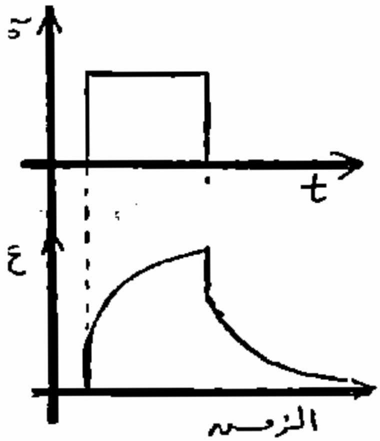


شكل (١٧ ـ ٤)

$$\sigma = a_1 e + a_2 \frac{de}{dt}$$

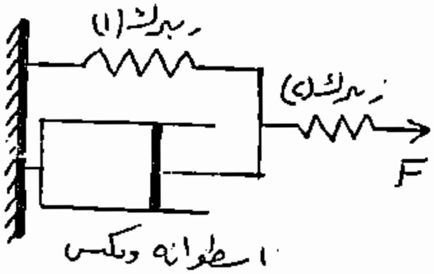
وعلى ذلك يكون النموذج الميكانيكى والتمثيل البيانى لتغير الاجهاد والانفعال كما فى شكل (١٧ — ٤)

لقد ادخل التعديل السابق فى معادلات المرونه امكان تزايد او تناقص الانفعال تدريجيا مع الزمن وحتى يصل لقيمته النهائية كما مبين بالشكل ولكن عند ملاحظة الاجسام الحقيقية بدقة اكثر وجد ان هناك انفعال لحظى يحدث عند لحظه التأثير بالاجهاد يعقبه بعد ذلك زيادة تدريجيه للانفعال مع الزمن حتى تصل الى قيمتها النهائيه كما مبين بشكل (١٧ — ٥)



شكل (١٧ — ٥)

تغير الاجهاد والانفعال مع الزمن فى حالة الجسم القياسى الخطى .
يلاحظ أن الانفعال اللحظى يمثله الزنبرك (٢) فى النموذج الميكانيكى



لوصف تغيير الاجهاد والانفعال فى الاجسام الحقيقة بشكل اكثر دقه نفرض ان كلا من الاجهاد ومعدل تغيره تتناسب طرديا مع الانفعال ومعدل تغيره كما هو مبين بالمعادلة : —

$$a_1 \sigma + a_2 \frac{d\sigma}{dt} = b_1 e + b_2 \frac{de}{dt}$$

حيث $a_1\ a_2\ b_1\ b_2$ ثوابت اربعة يمكن اختصارها الى ثلاثة فقط بوضع المعادلة على الصـــورة :

$$\sigma + \tau_e \frac{d\sigma}{dt} = M_R \left(e + \tau\sigma \frac{de}{dt} \right)$$

حيث τe $\tau\sigma$ هما زمنى الارخاء عندما يكون الانفعال والاجهاد ثابتين على الترتيب .

M ثابت يسمى معامل المرونة عند الارخاء التام

ولايجاد تغير الاجهاد او الانفعال مع الزمن نحل المعادلة السابقة اولا باعتبار الحل الخاص عندما يكون كل من $\frac{de}{dt}$, e يساوى صفرا

$$\therefore \quad \sigma + \tau_e \frac{d\sigma}{dt} = O$$

$$\therefore \quad \sigma(t) = \sigma(O) \exp - t/\tau e$$

واذا فرضنا بعد ذلك أن انفعالا قدره e_o قد حدث فجاة عند بدء الزمن $t = O$ فان الاجهاد يتغير ارخائيا بزمن ارخاء τ_e وتكون قيمة الاجهاد النهائية هى $M_R e_o$ ويصبح الحل الكامل للمعادلة التفاضلية هو

$$\sigma(t) = M_R e_o + (\sigma_o - M_R e_o) \exp - t/\tau_e$$

وبتطبيق حالات الحدود Boundary conditions

اولا : عند $\therefore t = O$

يصير $\sigma(O) = \sigma_o$

ثانيا : عند $t = \infty$

يصير $\sigma(\infty) = M_R e_o$

ويمكن بذلك رسم المعادلة السابقة بيانا كما فى شكل (١٧ — ٦)

وباستخدام نفس طريقة الحل يمكن ايجاد تغير الانفعال مع الزمن عند التاثير على الجسم باجهاد ثابت وتصير المعادلة كالتالى : —

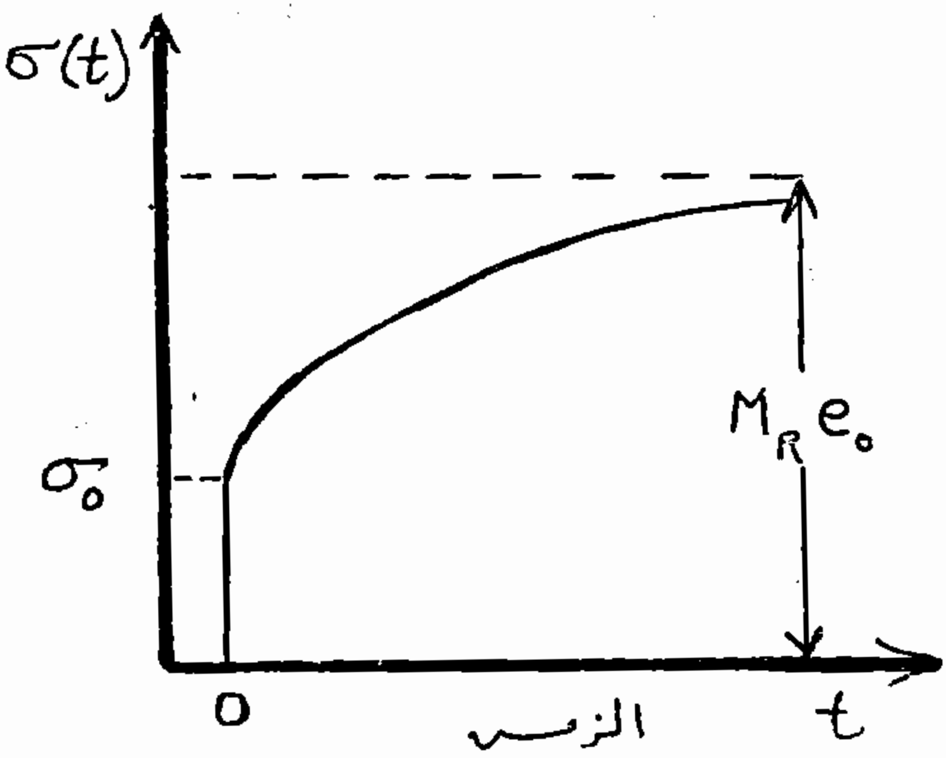
$$e(t) = M_R^{-1} \sigma_o + (e - M_R^{-1} \sigma_o) \exp - t/\tau_\sigma$$

العلاقة بين معاملى المرونه قبل وبعد الارخاء

نفرض اننا اثرنا على الجسم باجهاد صغير $\Delta\sigma$ خلال فترة زمنية قصيرة dt تصير معادلة تغير الاجهاد مع الزمن التفاضلية :

$$\sigma\, dt + \tau_e\, d\sigma = M_R\, (e\, dt + \tau_\sigma\, de)$$

فاذا اعتبرنا أن الفترة الزمنية d t تؤول الى الصفر تختصر المعادلة السـابقة فتصـبح



شـكل (١٧ ــ ٦)

شكل (١٧ ــ ٦) تغير الاجهاد مع الزمن عند ثبوت الانفعال

$$\tau_e \cdot \Delta\sigma = M_R \cdot \tau_\sigma \cdot \Delta e$$

حيث $\Delta\sigma$ ، Δe هما الاجهاد والانفعال المصاحب عند لحظة

البداية $t = 0$ وتكون بذلك النسبة بين الاجهاد والانفعال هى معامل المرونه M_U عندما لايكون هناك اى ارخاء

$$\lim_{dt \to 0} \frac{\Delta 6}{\Delta e} = M_U = M_R \cdot \frac{\tau\sigma}{\tau e}$$

$$\therefore \quad \frac{M_U}{M_R} = \frac{\tau\sigma}{\tau e}$$

ويعطى حيود الكمية $\frac{M_U}{M_R}$ عن الواحد الصحيح مقياسا للتغير النسبى فى الاجهاد أو الانفعال الذى يحدث اثناء العملية الارخائية

الاحتكاك الداخلى :

تعالج الجوامد عند دراستها بطرق ديناميكية بمعنى أن يكون الاجهاد المؤثر اجهادا دوريا وليس استاتيكيا . ويكون الانفعال الحادث تبعا لذلك انفعالا دوريا ايضا وفقا للمعادلات :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp i\omega t$$

$$e(t) = e_0 \exp i\omega t$$

حيث σ_0 , e_0 هما قيمتى السعه للاجهاد والانفعال الدوريين،

ω هى التردد وبالتعويض فى المعادلة التفاضلية التى تعرف مرونة الجسم الحقيقى نحصـــــل على

$$(1 + i\,\omega\tau_e)\ \sigma_o = M_R\,(1 + i\,\omega\tau_\sigma)\ e_o$$

اى ان

$$\sigma_o = M\ e_o$$

حيث

$$M^{*} = \frac{1 + i\,\omega\tau_\sigma}{1 + i\,\omega\tau_e}\ .\ M_R$$

ويلاحظ ان النسبة $\frac{\sigma_o}{e_o}$ هى فى حد ذاتها معاملا للمرونه M^{*} ولكنه

يحتوى بداخله كميات تخيايه $i = \sqrt{-1}$ يمكن تسميته بمعامل المرونه التخيلى . وتعود اهمية هذا المعامل فى انه يسمح لنا بتعيين مقدار الفقد فى الطاقة داخل النظام كنتيجة للعملية الارخائية وتأخر الانفعال خلف الاجهاد بزاوية معينة ولتكن δ

ظل زاوية التخلف $\tan\delta$ هو مقياس للفقد الداخلى فى النظـــام ويعرف بالاحتكاك الداخلى ويرمز له عادة بالرمز Q^{-1} وتوجد قيمته من المعادلة : ـــ

$$\tan \delta = Q^{-1} = \frac{\text{الجزء التخيلى من } M^{*}}{\text{الجزء الحقيقى من } M^{*}}$$

$$\therefore \quad Q^{-1} = \frac{\omega (\tau\sigma - \tau e)}{1 + w^{2} \tau e \tau\sigma}$$

وباســـــتخدام المعادله

$$\frac{MU}{MR} = \frac{\tau\sigma}{\tau e} = \frac{MU - MR}{M} = \frac{\tau\sigma - \tau e}{\tau}$$

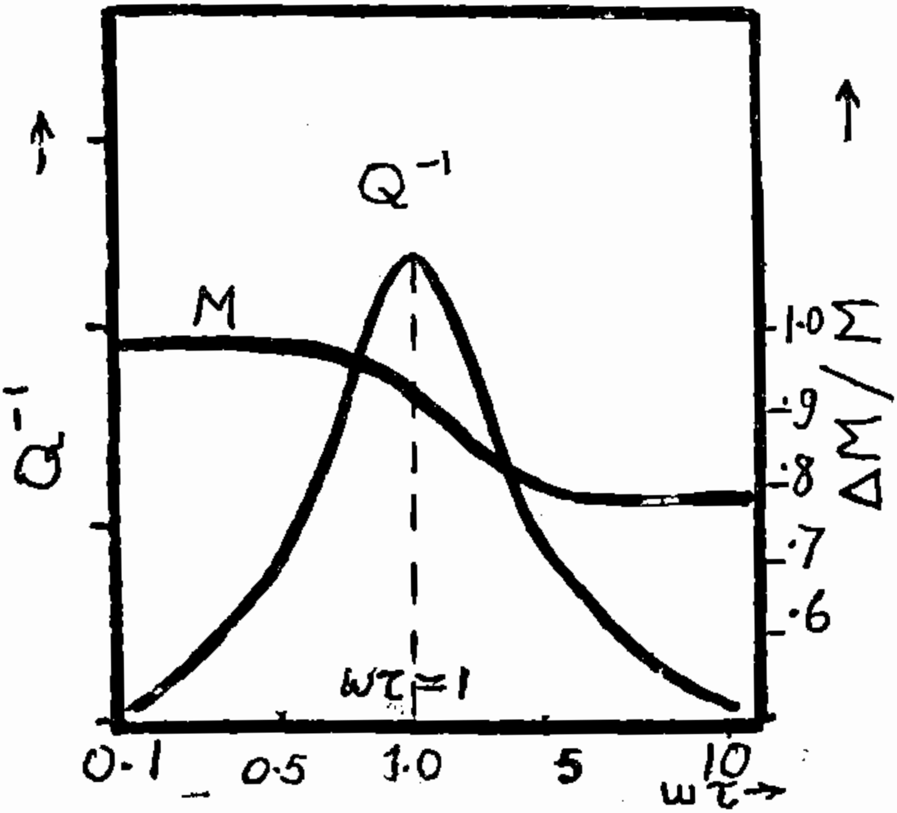
تصبح معادلة الفقد فى الطاقة أو الاحتكاك الداخلى : ـــ

$$Q^{-1} = \frac{MU - MA}{M} \cdot \frac{\omega\tau}{1 + \omega^{2} \tau^{2}}$$

حيث

$$\tau = (\tau_{e} \; \tau_{\sigma})^{1/2} \quad \& \quad M = (MU \, . \, MR)^{1/2}$$

الحد الأول من المعادلة السابقه يبين الفرق النسبى بين معاملى المرونه فى حالة الارخاء وعدم الارخاء . أما الحد الثانى فى المعادلة فيعطى تغير الفقد الداخلى Q^{-1} مع تغير التردد ω ويلاحظ أن لهذا الحد قمه عظمى عندما يكون $\omega\tau = 1$ كما بشكل (١٧ ـــ ٧)



شـــكل (١٧ — ٧)

وتكون قيمة Q^{-1} عند قمة المنحنى هى

$$Q^{-1}_{max.} = \frac{1}{2}\,\frac{MU - MR}{M}$$

وواضح أنه بمعرفه موضـع قمة منحنى الفقد على محور التردد يمكن مباشرة تعيين زمن ارخاء العملية من العلاقه

$$\omega\tau = 1$$

طيف الارخاء : Relaxation Spectrum

تنطبق العلاقات السابقة فى حالة وجود عملية ارخائية واحده يطلق عليها ارخائية ديباى يميزها طاقة تنشيط واحده وزمن ارخاء واحد .

ولكننا كثيرا ما نجد أكثر من عملية ارخائية تعمل فى نفس منطقة الترددات المعنيه بالدراســــة .

وعندئذ ينطبق مبدأ التطابق لبولتزمان
Boltzmann superposition principle

وينص هذا المبدأ على ان تاثير العمليات الارخائية المتطابقة يكون بالاضافة اى ان قيمة الفقد الكلى المقاس تكون مجموع جميع الاضافات التى تحدثها كل عملية ارخائية على حده .

ولكن من السهل فصل هذه العمليات الارخائية عن بعضها وذلك بتغيير التردد او درجة الحرارة . هذا وان كان المعتاد هو تغيير درجة الحرارة لسهولة احداث ذلك عن تغيير تردد القوى المؤثرة اذ غالبا ما يحتاج ذلك الى تغيير طريقة القياس ذاتها للانتقال من منطقة تردد معينه الى منطقه أخرى فما يصلح للترددات البندوليه لايصلح للترددات الصوتيه أو فوق الصوتيه وهكذا .

وعلى ذلك فان تغيير درجة الحرارة يحدث تغيرا فى زمن ارخاء العملية وفقا للمعـــادلة .

$$\tau = \tau_0 \exp E/kT$$

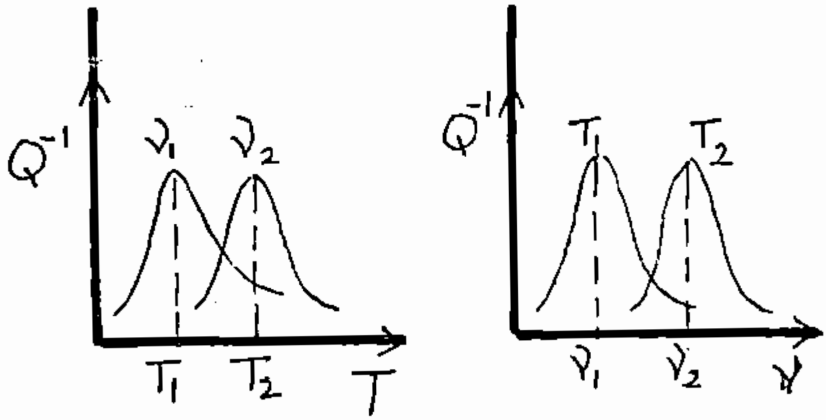
حيث E هى طاقة تنشيط العملية الارخائية

و k هو ثابت بولتزمان

و T هى درجة الحرارة المطلقة .

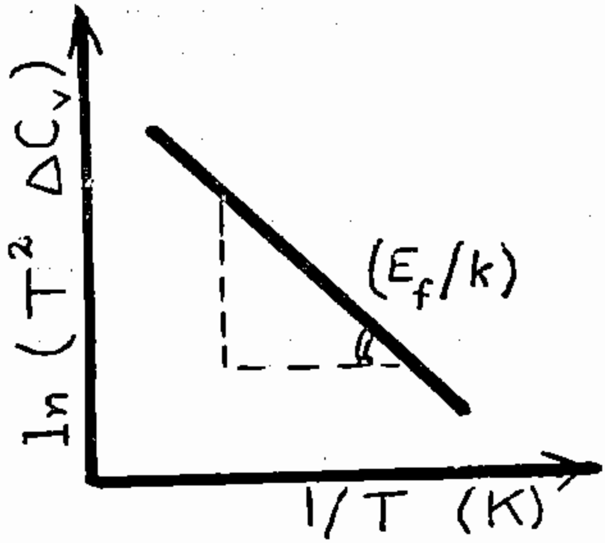
فاذا ما تم تعيين منحنيات الفقد Q^{-1} مع درجة الحرارة لعدد من الترددات ν_2 ν_1 وبايجاد موضع قمة كل منحنى على محور درجة الحرارة نكون بذلك قد اوجدنا العلاقة بين التردد الارخائى ودرجة الحرارة . وبرسم العلاقة البيانية بين لوغاريتم التردد مع مقلوب درجة الحرارة المطلقة نحصل على خط مستقيم يكون ميله مساويا (E/k)

انظر شكل (١٧ — ٩)

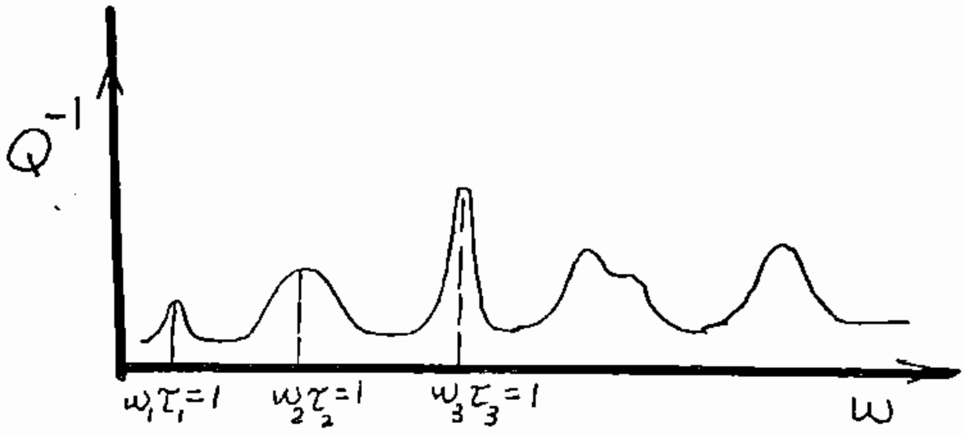


شكل (١٧ — ٨) يبين ازاحة القمة الارخائية بتغير التردد او در جةالحرارة .

وعندما نمسح منطقة الترددات للبحث عن العمليات الارخائية تظهر قمم على محور التردد يكون عند كل منها دائما $\omega\tau = 1$ وتسمى احيانا كل قمه منطقة امتصـــــاص وتســـمى هذه المناطق مجتمعه بطيف الارخاء انظر شـــكل (١٧ — ١٠)



شكل (١٧ ـــ ٩) تغير التردد الارخائى مع درجة الحرارة



(شكل ١٧ ـــ ١٠) طيف الارخاء لماده

وتعتمد العمليات الارخائية المختلفه التى تظهر كمناطق امتصاص فى طيف الارخاء على التحركات الداخليه التأثيريه التى تنتج عن القوى الخارجية المؤثرة مع تخلف الانفعال عن الاجهاد .

هذه التغيرات الداخليه على المستوى الميكروسكوبى تنشأ عن ارخاء جهود ديناميكيه حراريه .Thermodynamic potentials

نتجت أصـــلا بتأثير القوة الخارجية . وكامثلة لهــذه العمليات الارخائية

١ ـ ارخاء ينشـــأ عن انتشـــار الطاقة الحراريه فى الأنظمه المرنه .

٢ ـ ارخـــاء ينشـــأ عن انتشـــار التيارات الدواميه فى الأنظمه المرنـــه

٣ ـ ارخاء ينشـــأ عن انتشـــار الذرات أو الايونات او الالكترونات

٤ ـ ارخاء ينشـــأ عن حركة اخطاء الشبيكه .