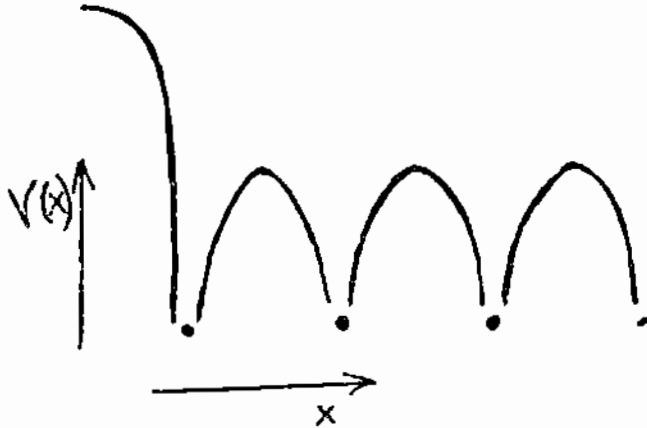


الفصل الثاني عشر

Zone theory نظرية المناطق

لم تستطع أى من النظرية الكلاسيكية أو النظرية الكمية للغازات الإلكترونية تفسير تلك الفوارق الضخمة في التوصيل الكهربى للمواد المختلفة من عازلة الى شبه موصلة الى موصلة . لذلك أدخل في نظرية المناطق الحديثة تأثير ايونات الشبكة على الإلكترونات الحرة lattice ions



شكل (١٢ - ١)

تتحرك الإلكترونات في وجود بئر جهد دورى Periodic potential ناتج من ترتيب الذرات في الشبكة . فإذا كان الجهد عند النقطة x هو $V(x)$ فإن معادلة شرودنجر الخطية في اتجاه x تكون :

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{8 \pi^2 m}{h^2} (E - V(x)) \psi = 0$$

وقد تمكن بلوخ Block من حل هذه المعادلة لتعطي نوعين من الحلول :

$$\psi (X) = e^{\pm \mu x} u_k (X) \quad (1)$$

$$\psi (X) = e^{\pm ikx} u_k (X) \quad (2)$$

بما أن الحل الأول غير محدود حيث أن الدالة الموجية $\psi (X)$ تؤول الى ما لا نهاية عند ما تؤول x الى ما لا نهاية لذلك فهذا الحل يمثل أمواج تقدمية progressive غير موجودة بالشبكة . أما الحل الثانى فيمثل أمواجا موقوفة stationary waves

في الحلين السابقين k هى العدد الموجى wave member $\frac{2\pi}{\lambda}$ $u_k (x)$ هى دالة موجية لا تتوقف على الزمن ولكن على k فقط وهى دورية ولها نفس دورية الشبكة a أى أن

$$u_k (x + a) = u_k (x)$$

أى أن

$$\psi (x + a) = e^{\pm ik(x+a)} u_k (x + a)$$

$$\psi (x + a) = \psi (x) \cdot e^{\pm ika}$$

بما أن الحل الأول لا يعطى حالات موقوفة للإلكترون لذلك تختفى

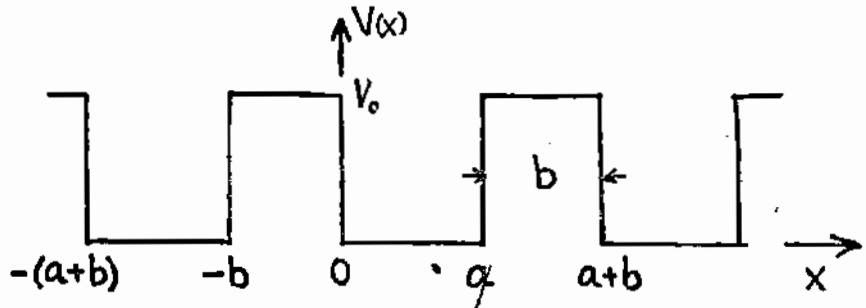
مناطق معينة من الطاقة لا يمكن أن يوجد بداخلها أي الكترون وذلك لأنه لو حدث ذلك لكانت الموجة المصاحبة له موجة تقدمية تخضع للحل الأول .
ولذلك فإنها تختفى من داخل الجسم .

ويسمى الحل الثانى بدوال بلوخ Bloch functions

Kronig — Penny model

نموذج كرونيج وبنى

لتوضيح وجود مناطق من الطاقة مسموح بها للالكترون واخرى ممنوعة عليه وضع كرونيج وبنى نموذجا من بعد واحد يمثل شبكة خطية مكونة من ذرات تبعد عن بعضها مسافة $(a+b)$ يمكن تمثيل الخواص المميزة لانتشار الامواج الالكترونية على هذه الشبكة بتركيب دورى مربع له نفس دورية الشبكة ويمثل بئر الجهد الذى تتحرك عليه الالكترونات .



شكل (١٢ - ٢)

اعتبر أن الجهد عند النواة يساوى صفرًا وأن قيمته عند منتصف المسافة بين ذرتين متجاورتين هو V_0

دورية الشبكة هي $a + b$ حيث b هو سمك حاجز الجهد a هو اتساع بئر الجهد .

لحل معادلة شرودنجر باستخدام هذا النموذج المبسط نعتبر دوال بلوخ التى تمثل موجات الكترونية مستوية تشكلت بوجود دورية الشبكة plane waves

$$\psi = \frac{u}{k} e^{ikx}$$

بمفاضلة هذه المعادلة مرتين نحصل على

$$\frac{d\psi}{dx} = e^{ikx} \frac{du}{dx} + ik u e^{ikx}$$

&

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = e^{ikx} \frac{d^2u}{dx^2} + 2 ik e^{ikx} \frac{du}{dx} + i^2 k^2 u e^{ikx}$$

وبالتعويض في معادلة شرودنجر ذات الجهد الدوري

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) \psi = 0$$

نحصل على : —

$$\frac{d^2u}{dx^2} + 2 ik \frac{du}{dx} - k^2 u + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) u = 0$$

$$\text{وبوضع } \frac{E}{k} = \frac{h^2 k^2}{8\pi^2 m} \text{ نجد أن}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} + 2 ik \frac{du}{dx} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - E - V) u = 0$$

أولاً : في المنطقة $0 < x < a$ أي داخل بئر الجهد يكون حل المعادلة السابقة على الصورة

$$u_1 = A e^{i(\alpha - k)x} + B e^{-i(\alpha + k)x}$$

حيث

$$\alpha = \sqrt{\frac{8\pi^2 m}{h^2} \cdot E} = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2mE} \dots I$$

ثانياً : في المنطقة $a < x < a + b$ أي داخل حاجز الجهد يكون حل المعادلة هو :

$$\frac{u}{2} = C e^{(\beta - ik)x} + D e^{-(\beta + ik)x}$$

حيث

$$\beta = \left(\frac{8\pi^2 m}{h^2} (V_0 - E) \right)^{1/2} \dots \dots (II)$$

تحدد قيمة الثوابت D, C, B, A من حالة الحدود بحيث تكون الدالة الموجية u Boundary conditions ومعاملها التفاضلي

$$\frac{du}{dx} \text{ دوال متصلة واحادية القيمة عند كل من}$$

$$x = -b, x = a, x = 0$$

ومن دورية الدالة u تكون قيمتها عند $x = a$ مساوية عند

$$\therefore u_1(a) = u_2(-b); \quad x = -b$$

$$u_1(0) = u_2(0); \quad \left(\frac{du_1}{dx} \right)_0 = \left(\frac{du_2}{dx} \right)_0;$$

$$\left(\frac{du_1}{dx} \right)_a = \left(\frac{du_2}{dx} \right)_{-b}$$

بانتخدام حالات الحدود السابقة نحصل على أربعة معادلات هي

$$* \quad A + B = C + D \quad (i)$$

$$* \quad i(\alpha - k)A - i(\alpha + k)B = (\beta - ik)C - (\beta + ik)D \quad (ii)$$

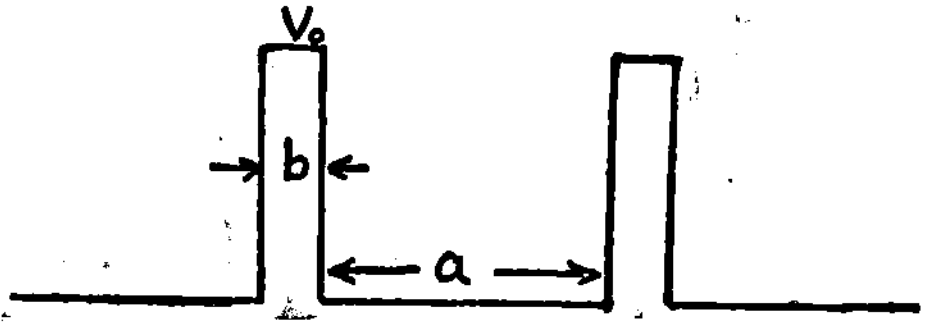
$$* \quad \begin{aligned} & i(\alpha - k)a A e^{i(\alpha - k)x} + B e^{-i(\alpha + k)x} = C e^{(\beta - ik)x} \\ & + D e^{(\beta + ik)x} \end{aligned} \quad (iii)$$

$$* \quad \begin{aligned} & i(\alpha - k)A e^{i(\alpha - k)a} - i(\alpha + k)B e^{-i(\alpha + k)a} \\ & = (\beta - ik)C e^{(\beta - ik)b} - (\beta + ik)D e^{(\beta + ik)b} \end{aligned} \quad \dots (iv)$$

يكون لهذه المعادلات الخطية حل إذا تلاثى قيمة المحدد المكون من معاملات D, C, B, A

الحل النهائى يعطى بالمعادلة :

$$\frac{\beta^2 - \alpha^2}{2\beta\alpha} \sinh \beta b \sin \alpha a + \cosh \beta b \cos \alpha a$$



$$b \rightarrow 0 ; V_0 \rightarrow \infty ; bV_0 \text{ finite}$$

شكل (١٢ - ٣)

$$= \cosh (a + b) \quad \dots \dots \text{ (III)}$$

وللحصول على حل أبسط من هذا أجرى كرونيج وبني التقريب التالي
(انظر شكل ١٢ - ٣)

اعتبرا سمك حاجز الجهد b صغيرا جدا ويؤول للصفر كما اعتبرا
ان ارتفاع حاجز الجهد V_0 كبيرا جدا ويؤول الى ما لا نهاية

ولكن حاصل الضرب bV_0 يظل محدود القيمة

هذا التقريب لا يغير من طبيعة الحل النهائي ولكنه فقط يسهل ايجاد
حل للمشكلة باستخدام الرياضه البسيطة كما يأتي : -

(١) اذا كانت $V_0 \rightarrow \infty$ فان قيمة E تكون صغيرة نسبيا ولذلك
نجد ان قيمة β (المعادلة II) تصبح :

$$\beta = \left(\frac{8\pi^2 m}{h^2} \cdot V_0 \right)^{1/2}$$

(ب) تختصر حدود المعادلة (III) كل على حدة كما يأتي : -

$$\begin{aligned}
 1) \quad \frac{\beta^2 - \alpha^2}{2\beta\alpha} \sinh \beta b \sin \alpha a &= \frac{\beta^2 - \alpha^2}{2\beta\alpha} \\
 &= \frac{\beta^2 b}{2\alpha} \sin \alpha a - \frac{\alpha b}{2} \sin \alpha a \\
 &= \frac{\beta^2 b}{2\alpha} \sin \alpha a
 \end{aligned}$$

وضعنا هنا $b \ll \lambda$ ، E أيضا صغيرة جدا بالنسبة الى V_0 وهي تؤول للصغر . وكذلك قيمة α يلاحظ ان $\beta^2 b$ هي $V_0 b$ وهي محدودة القيمة فرضا فلا تختصر

$$2) \quad \cosh \beta b \rightarrow 1 \quad \therefore b \rightarrow 0 \quad \text{بما ان}$$

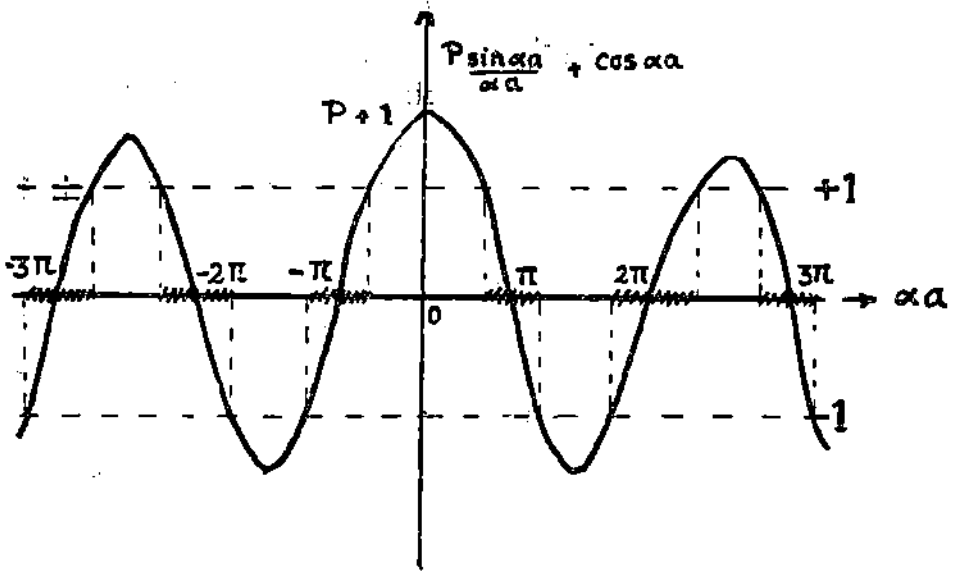
$$3) \quad \cos k(a+b) \rightarrow \cos k a$$

وبالتعويض في المعادلة III نحصل على

$$\frac{\beta^2 b}{2\alpha} \sin \alpha a + \cos \alpha a = \cos k a$$

$$P = \frac{\beta^2 b a}{2} = \frac{4\pi^2 m V_0 a b}{h^2} \quad \text{ويوضع}$$

$$P \frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \cos \alpha a = \cos k a \quad \text{(IV)}$$



شكل (١٢ - ٤)

ولدراسة هذه المعادلة نرسمها بيانيا

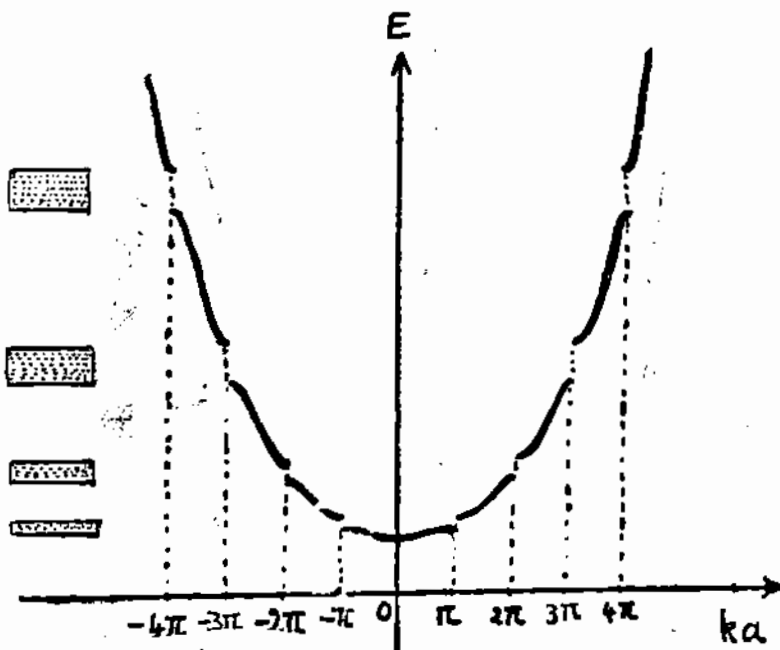
وليكن الطرف الأيسر بأكمله محور صادي وليكن ka هو المحور السيني . الطرف الأيمن من المعادلة IV ، $\cos ka$ ، يأخذ قيمة واحدة فقط لكل قيمة لـ k أى لكل قيمة طاقة الكترونية E . كما ان دالة جيب التمام تجعل حدود التغير للطرف الأيسر من المعادلة لا تتعدى ± 1 هى قيم تغير $\cos ka$ ما بين أقل قيمة وأكبر قيمة .

لذلك فكل قيم ka التى تعطى قيمة للطرف الأيسر في المعادلة IV أكبر من $+1$ أو أقل من -1 تعبير غير حقيقية .

$$(I \text{ معادلة}) \quad ka = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2mE} \quad \text{وبما أن}$$

∴ يمثل المحور السيني α محورا للطاقة الإلكترونية وتكون بذلك قيم الطاقة الإلكترونية الممثلة بقيم α التي تعطى قيما للطرف اليسر من المعادلة IV داخل الحدود ± 1 هي فقط القيم المسموح بها لطاقة الإلكترون أما القيم الأخرى التي تخرج بقيمة الطرف اليسر عن هذا النطاق ± 1 فهي كلها قيم غير حقيقية أو بمعنى آخر قيم غير مسموح بها .

من هنا يتضح وجود مناطق للطاقة مسموح بها وأخرى غير مسموح بها Allowed and forbidden energy bands أى أن الجهد الدورى لذرات الشبكة قد أملى وجود مناطق ممنوعة من الطاقة الإلكترونية لا يمكن لاي إلكترون أن يتواجد بداخلها . ويلاحظ أنه كلما ازداد ارتفاع بئر الجهد (أى أن $V_0 b$ تزداد) نجد أن اتساع هذه المناطق المحرمة يقل .



شكل (١٢ - ٥)

برسم العلاقة بين طاقة الإلكترون ومقلوب طول الموجه المصاحب نحصل على الشكل وفيه تظهر المناطق المحرمة من الطاقة .

يلاحظ وجود انقطاع في المنحنى كلما كان $k = \frac{n}{a}$ أى عندما

$$n \lambda = 2a$$

حيث a هى المسافة بين الذرات .

هذه المعادلة هى نفس معادلة براج التى تعطى انعكاسا قويا للإلكترونات الساتطة عموديا على سطح البلورة .

وهذا يعنى انه تبعا لقانون براج فان أى الكترون يتحصل داخل البلورة على طاقة تدخله فى المنطقة المحرمة يتشتت وينعكس على المستويات الذرية الى خارج البلورة لانها لاتقبل وجوده بداخلها .

كتلة الإلكترون الفعالة فى البلورة m^* Effective mass
The effective mass of electrons.

فى النظرية السابقة اعتبرنا ان الإلكترونات فى البلورة عبارة عن أمواج مستقرة تشغل جميع حجم الجسم . ولكن لكى نعالج موضوع تأثير المجالات الكهربائية أو المغنطيسية على الإلكترونات فنجب اعتبار الطبيعة الجسيمية للإلكترون وكيف ترتبط بالطبيعة الموجية له .

نعتبر الإلكترون جيب موجى Wave packet حيث تكون سرعة
الإلكترون كجسيم particle velocity مساوية للسرعة الجموعية
group velocity

المركبة السينية للسرعة الجموعية هى :

$$v_x = \frac{dw}{dk_x} = \frac{2\pi d\nu}{dk_x} = \frac{2}{h} \frac{dE}{dk_x} \quad (E = h\nu) \dots (1)$$

إذا أثرنا على البلورة بمجال كهربائي X فإن الشغل المبذول على الإلكترون بواسطة المجال في الزمن الصغير δt هو

$$\delta\omega = e \cdot X \cdot v_x \delta t \dots (2)$$

حيث مركبة القوة للإلكترون كمية حركته P_x في اتجاه X هو F_x بتفاضل المعادلة (1) نحصل على

$$F_x = \frac{dp_x}{dt}$$

$$\frac{dP_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{2\pi}{h} \frac{dE}{dk_x} \right)$$

$$\therefore \frac{dv_x}{dt} = \frac{2\pi}{h} \frac{d^2E}{dk_x^2} \cdot \frac{dk_x}{dt}$$

$$= \frac{4\pi^2}{h^2} \frac{d^2E}{dk_x^2} \cdot \frac{dp_x}{dt} = \frac{1}{m^*} \cdot F_x$$

$$\frac{1}{m^*} = \frac{4\pi^2}{h^2} \frac{d^2E}{dk_x^2}$$

حيث

وقد وضعت المعادلة على هذه الصورة اذ ان $\frac{dv}{dt} \cdot x$ تمثل عجلة كما ان

$dPx = Fx$ هي قوة (قانون نيوتن) لذلك فان المقدار m^* لابد ان يمثل كتلة ونعرف m^* بأنها الكتلة الفعالة للالكترون $effective\ mass$.

بالنسبة لالكترون حر تكون كتلته $m^* = m$ ولكن في داخل البلورة فان تأثير الشبيكة يجعل كتلته الفعالة مختلفة عن كتلته الحرة .

وعند التأثير بقوة على الكرون البلورة فان التغير في كمية حركته داخل البلورة m^*v يختلف عن نظيره للالكترون الحر mv هذا الفرق بين المقدارين لايشكل كسرا او خطأ في قانون نيوتن للحركة لان هذا الفرق يؤخذ بواسطة الشبيكة . $crystal\ momentum$

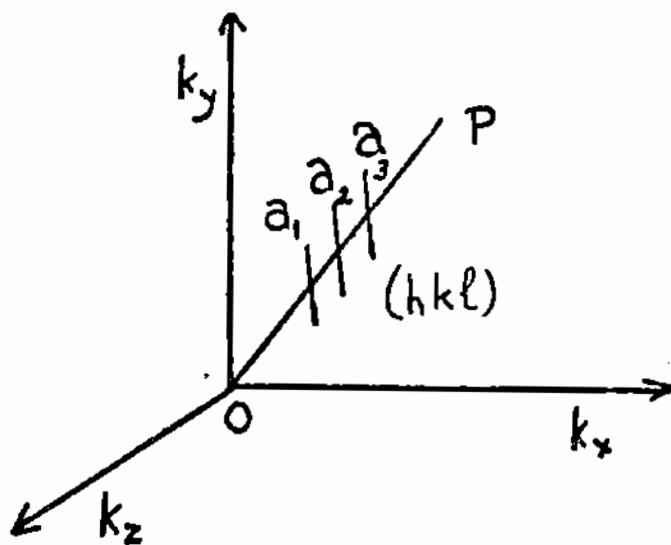
مناطق بريلوين Brillouin Zones

لكي نتصور فيزيائيا لماذا نحصل على مناطق مجرمة من الطاقة في البلورات الحقيقية نفرض ان لدينا بلورة خالية تماما من الالكترونات . . اي ان جميع مستويات الطاقة فيها فارغة .

ثم لنعتبر فراغ العدد الموجي $wave\ number\ space$ نأخذ اي اتجاه مثل $O P$ يمر بمركز الاحداثيات O

كل نقطة على هذا الخط تمثل عدد موجي معين . لننتصور الان اننا بدأنا نملأ تدريجيا البلورة بالالكترونات اللازمة لها . كلما أضفنا الكترونات نجد ان مستويات الطاقة المنخفضة هي التي تملأ اولا بالكترونين لكل مستوى .

وتكون دائما مستويات الطاقة المشغولة على شكل كرات تحيط بمركز الاحداثيات O الذي يكون في المركز دائما .



شكل (١٢ - ٦)

ومن الواضح انه كلما ازدادت قيمة k كلما نقصت طول الموجه المصاحبة للالكترون λ

اذا كان الاتجاه $O P$ يمر مخترقا مجموعة من المستويات $(h k l)$ المسافة العمودية بينها $d (hkl)$ وكانت الزاوية التي يعملها هذا الاتجاه مع المستويات هي Θ فان الموجه الالكترونية λ المصاحبة لالكترون متحرك في هذا الاتجاه يمكن ان ينطبق عليها قانون براج

$$2 d (hkl) \sin \Theta = n \lambda$$

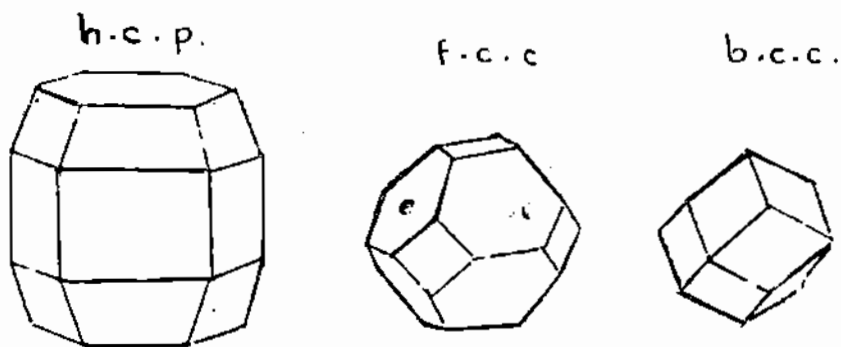
وعندئذ يحدث انعكاس قوى لهذه الموجه λ على هذه المستويات $(h k l)$ اي اذا ماتحققت هذه العلاقة .

وهذا يعنى انه بالنسبة لاتجاه مثل $O P$ وبالنسبة لمستويات مثل (hkl) نجد متسلسله من النقط Series of points على هذا الخط يتحقق عند كل منها قانون براج مما يسبب اختفاء اى الكترون يكون

له طاقة أى من هذه النقط وهذا يخلق سلسلة من الطاقات الممنوعة على هذا الخط عند تلك النقط .

وبتعميم ماسبق على جميع اتجاهات الفراغ مثل الاتجاه $O A$ وبالنسبة لجميع المستويات الذرية فى البلورة مثل (hkl) نحصل على مناطق محرمه من الطلقات تسمى مناطق بريلوين Brillouin ومن الواضح أن شكل مناطق بريلوين تعتمد أساسا على التركيب البلورى للشبيكة وعلى المسافات البينية بين مستويات الطاقة الذرية الكثيفة فى هذا التركيب .

وامثلة ذلك فى شكل (١٢ - ٧)



شكل (١٢ - ٧)

Election distribution curves

Fermi surface

منحنيات التوزيع الالكترونى

سطح فيرمى

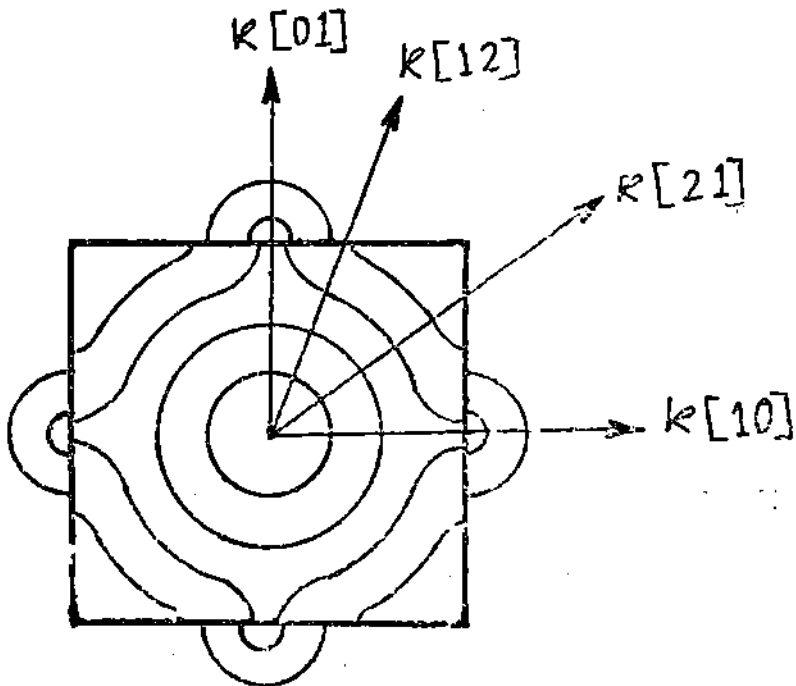
اعتبر فرضا بلورة ذات بعدين نقط $D - 2$ crystal وانها خالية من الالكترونات وافرض ان التركيب البلورى لها يعطى منطقة بريلوين الاولى على شكل مربع .

ابدا بملء الشبيكة تدريجيا بالالكترونات .

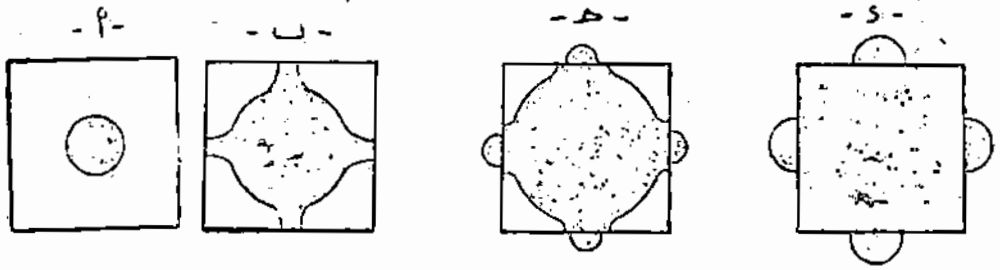
إذا وصلنا النقط المختلفة في فراغ متجه الوجه k - space والتي يكون لها نفس الطاقة الالكترونية نحصل على اشكال دائرية طالما كنا بعيدين عن حدود منطقة بريلوين .

تكون حركة الالكترونات في هذه الدوائر غير مقيدة ولكن اذا اقتربنا من حدود المنطقة نجد أن خطوط تساوى الطاقة energy contours تنتهى عند هذه الحدود اذ ان قيم k تكون اكبر في الاركان عنها عند الجوانب مثلا $k(10) < k(21)$.

بالاستمرار في اضافة الكترونات للبلورة تمتلئ اركان منطقة بريلوين الاولى تماما .



شكل ١٢ - ٨



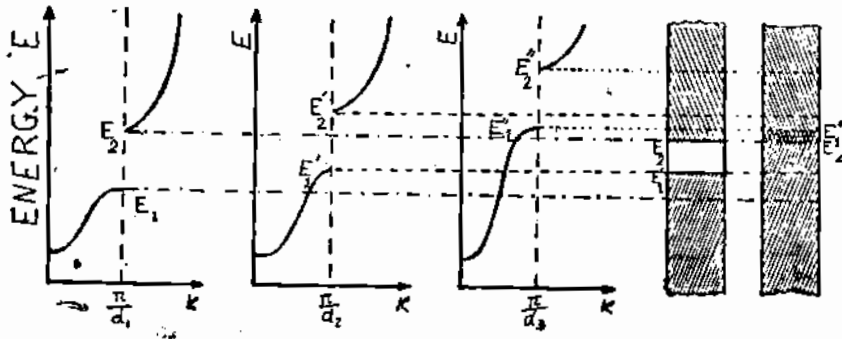
شكل (١٢ - ٩)

وبعد هذه المرحلة لن يدخل أى الكترون فى المنطقة الثانية الا اذا كانت طاقته من الكبر بحيث يستطيع تعديده المنطقة الممنوعة للطاقة بين منطقتى بريلوين الاولى والثانية .

أحيانا يكون أول حدود منطقة برياوين الثانية عند مستوى للطاقة اقل من مستوى الطاقة المناظر لأبعد حدود منطقة بريلوين الاولى أى أن هناك تلاهما بين المنطقتين over lap . فى هذه الحالة يمكن للالكترونات أن تبدأ فى شغل مستويات الطاقة فى المنطقة الثانية قبل الانتهاء تماما من شغل مستويات الطاقة فى المنطقة الأولى ، كما مبين بشكل (١٢ - ٩) .

تمثل أشكال ١ ، ب منطقة بريلوين الاولى وهى ممثلة جزئيا بالالكترونات فى الشكل ٤ تبدأ الالكترونات فى الدخول للمنطقة الثانية قبل الانتهاء من شغل جميع مستويات الطاقة الاولى ، وذلك لأن مستويات الطاقة فى المنطقة الثانية عندئذ تكون ميسورة أكثر من المستويات الباقية فى المنطقة الاولى .

ويمكن توضيح ذلك أكثر بواسطة الشكل الآتى : —



شكل (١٢ - ١٠)

اعتبر E_1 ، E_1' ، E_1'' هي حدود الطاقة لمنطقة بريوليون الاولى بالنسبة لثلاثة اتجاهات في الفراغ وان E_2 ، E_2' ، E_2'' طاقة القاع bottom لمنطقة بريوليون الثانية لنفس هذه الاتجاهات .

أولاً : إذا كان E_2 أكبر من E_1 ، E_1' ، E_1'' بالنسبة للاتجاهات المختلفة في الفراغ فالتنا نحصل على مناطق غير متداخلة وتوجد عندئذ non overlapping zones ثغرة في الطاقة energy gap وتكون مثل هذه المادة عازلة كهربائياً إذ أن الكترونات المنطقة الاولى لا تستطيع الحركة الى داخل المنطقة الثانية الا اذا قفزت فوق ثغرة الطاقة .

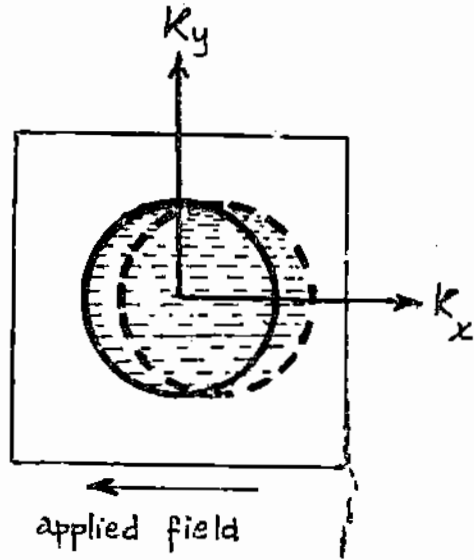
ثانياً : إما إذا كانت E_1' أكبر من E_2 فالتنا نحصل على مناطق بريوليون متداخلة ويكون الالكترون عندئذ حر الحركة داخل المنطقتين الاولى والثانية مما يسهل عملية التوصيل الكهربائي وتكون مثل هذه المواد مواد موصلة .

تعريف المادة الموصلة كهربائياً :

هي المادة التي تكون منطقة بريوليون لها مملوءة جزئياً partially filled بالالكترونات . عندما نؤثر على المادة بمجال كهربائي نجد أن مجموعة الالكترونات

تزاح في عكس اتجاه المجال وذلك لان كل الكترون يستطيع ان يجد مستوى
شاغرا للطاقة يجاوره .

وكنتيجة لازاحة الالكترونات نحصل على تيار كهربائى ولذلك تكون
المادة موصلة جيدة للتيار . نفس هذا التعليل ينطبق على المواد التى تكون
فيها مناطق بريلوين متداخله وتسمح بحركة الالكترون .



شكل (١١ - ١٢)

المادة العازلة : —

هى المادة التى يكون فيها مناطق بريلوين غير متداخله وبينها ثغرة طاقة:
كما ان المنطقة الداخلية مملوءة تماما بالالكترونات . لا يستطيع الالكترون
الحركة تحت تأثير المجال الكهربائى الا اذا اكتسب طاقة تسمح له بالقفز فوق
ثغرة الطاقة .

المادة شبه الموصلة :

إذا كانت المنطقة الداخلية مملوءة تماما (Valence band) وكانت ثغرة الجهد صغيرة نسبيا بحيث يمكن للإلكترون بواسطة التهييج الحرارى kT أن يقفزها الى منطقة التوصيل conduction band تكون المادة شبه موصلة مثل السيليكون النقى . فى درجات الحرارة المنخفضة تكون المادة عازلة بينما رفح درجة الحرارة يحولها الى مادة موصلة .

يوجد بعض المواد العازلة أصلا يمكن تحويلها الى مواد شبه موصلة بإدخال شوائب فيها . تسمح هذه الشوائب بمستويات للطاقة داخل ثغرة الطاقة مما يسهل انتقال الإلكترون منها أو إليها .

إذا كانت مستويات الطاقة التى ادخلتها الشوائب فى ثغرة الطاقة للمادة الأصلية قريبة من منطقة التوصيل conduction band فإن الإلكترون يقفز من الشائبة impurity atom لمنطقة التوصيل ويساهم فى عملية التوصيل ويسمى هذا النوع

n - type semiconductor

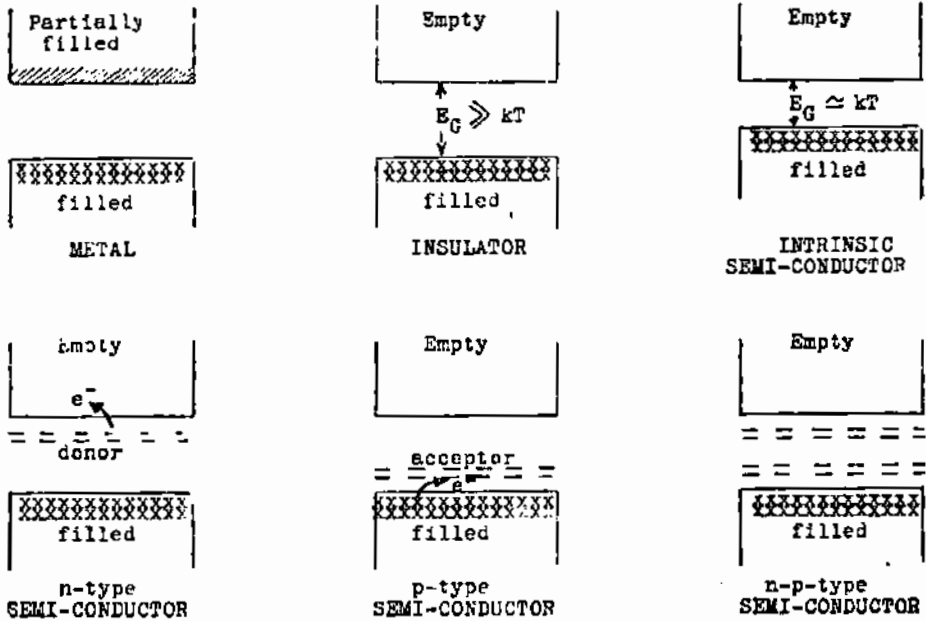
أما إذا كانت مستويات الطاقة داخل الثغرة قريبة من منطقة التكافؤ valence band فإن الإلكترونات تقفز من هذه المنطقة الى مستويات الطاقة الأعلى والقريبة منها تاركة وراءها فراغات موجبه positive holes يمكن لها أن تتحرك فى منطقة التكافؤ وتساهم فى عملية التوصيل .

p - type semiconductor

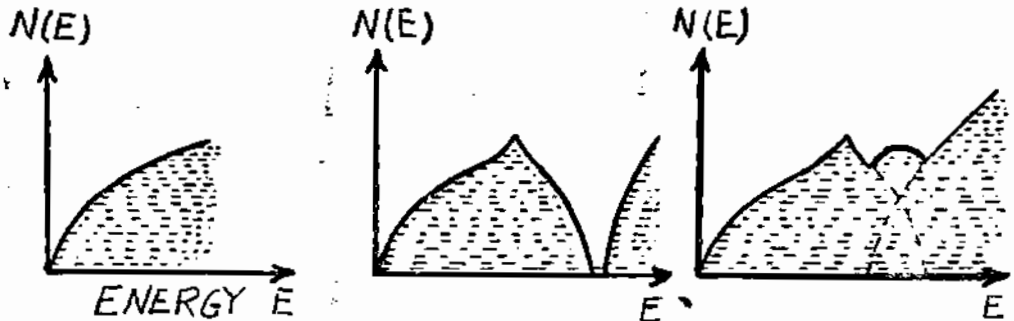
ويسمى هذا النوع

ويمكن تصنيع مادة شبه موصلة تكون من النوعين السابقين وتسمى n - p - type semiconductor

ويبين الشكل أنواع المواد المختلفة من موصلة الى شبه موصله الى عازلة مستعينا بنظرية المناطق



شكل (١٢ - ١٢)



شكل (١٣ - ١٢)

مناطق متداخلة مناطق غير متداخلة الكترونات حرة
 منحنيات $N(E)$ للالكترونات في المواد