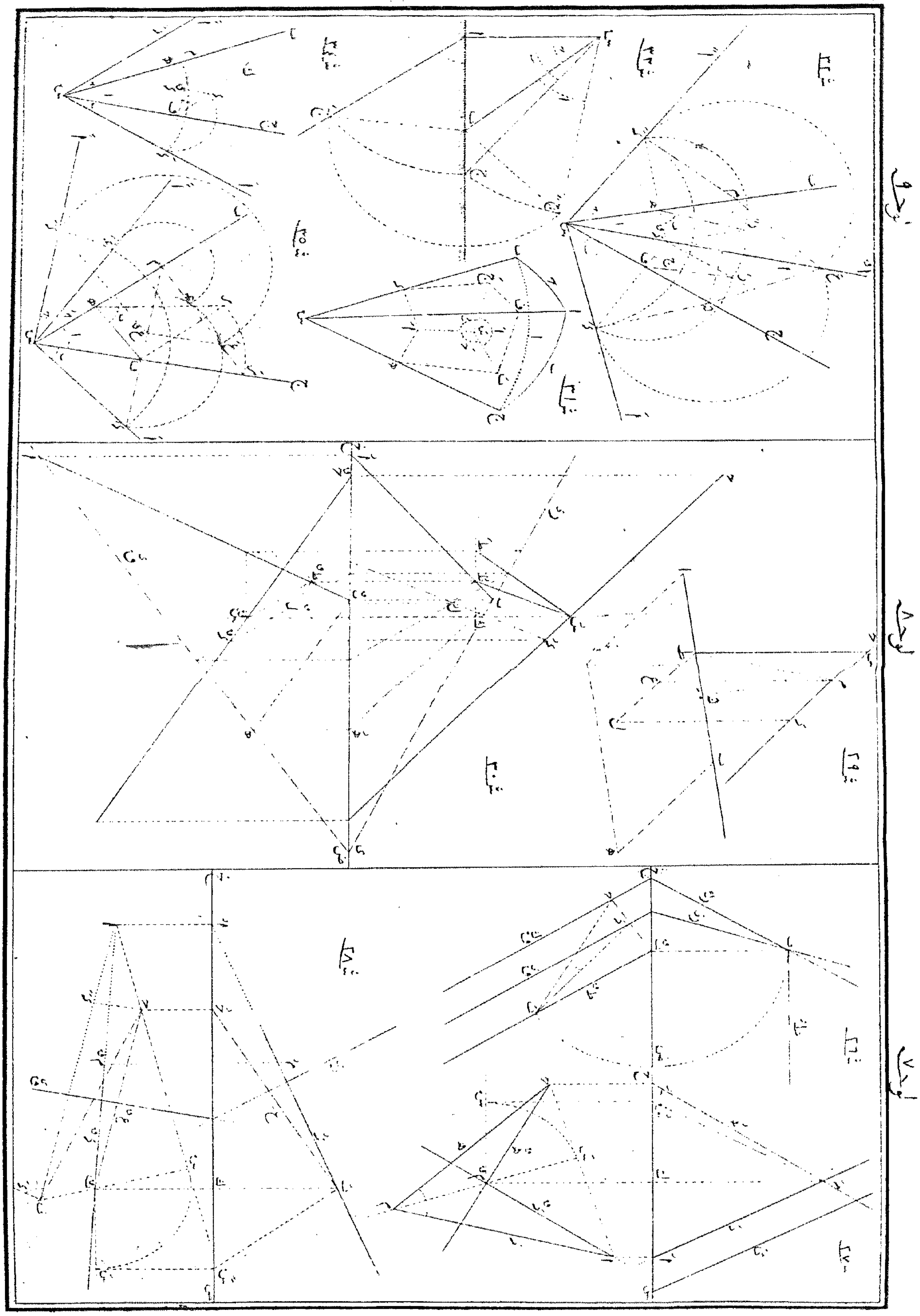
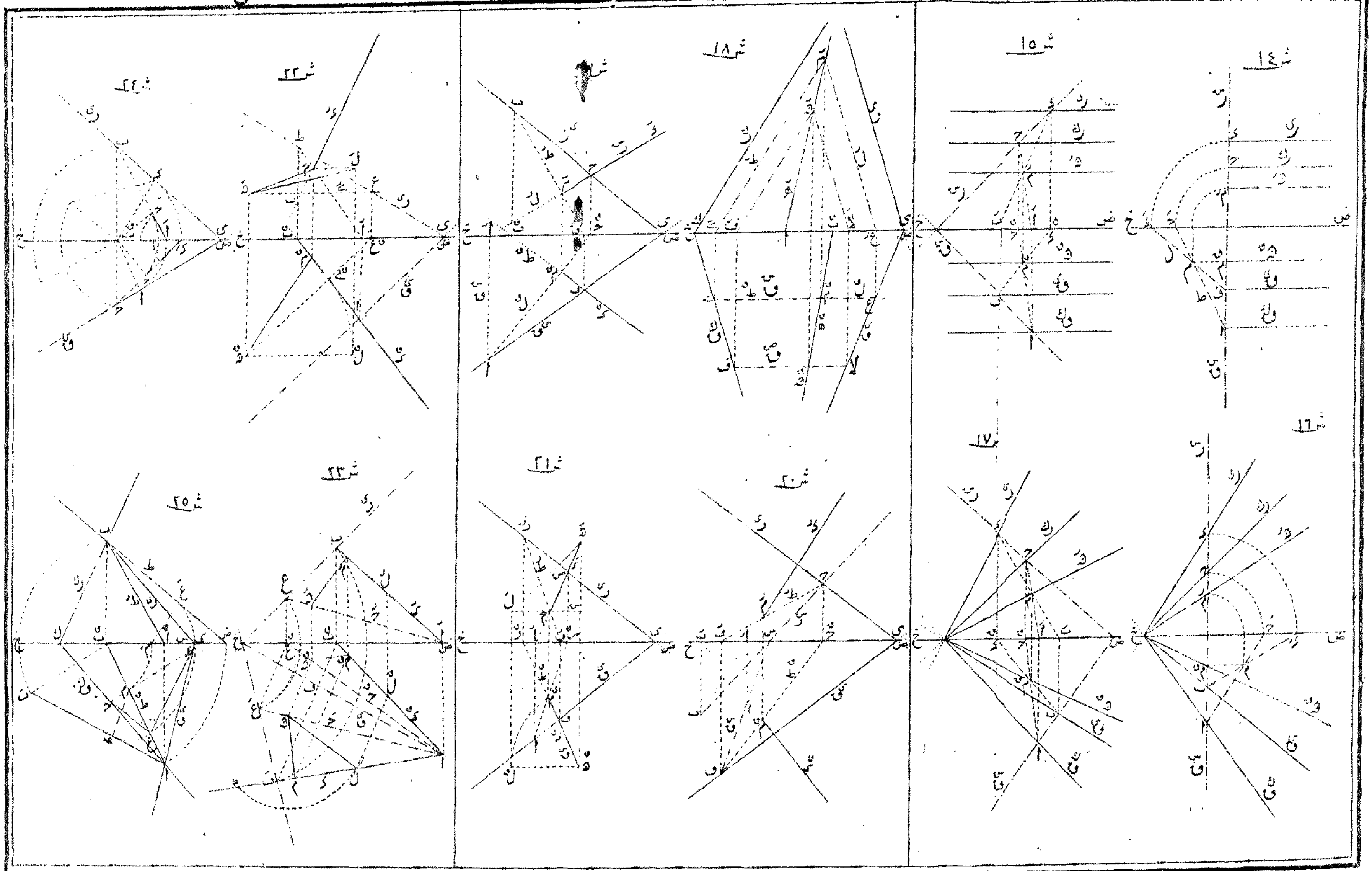
كتاب

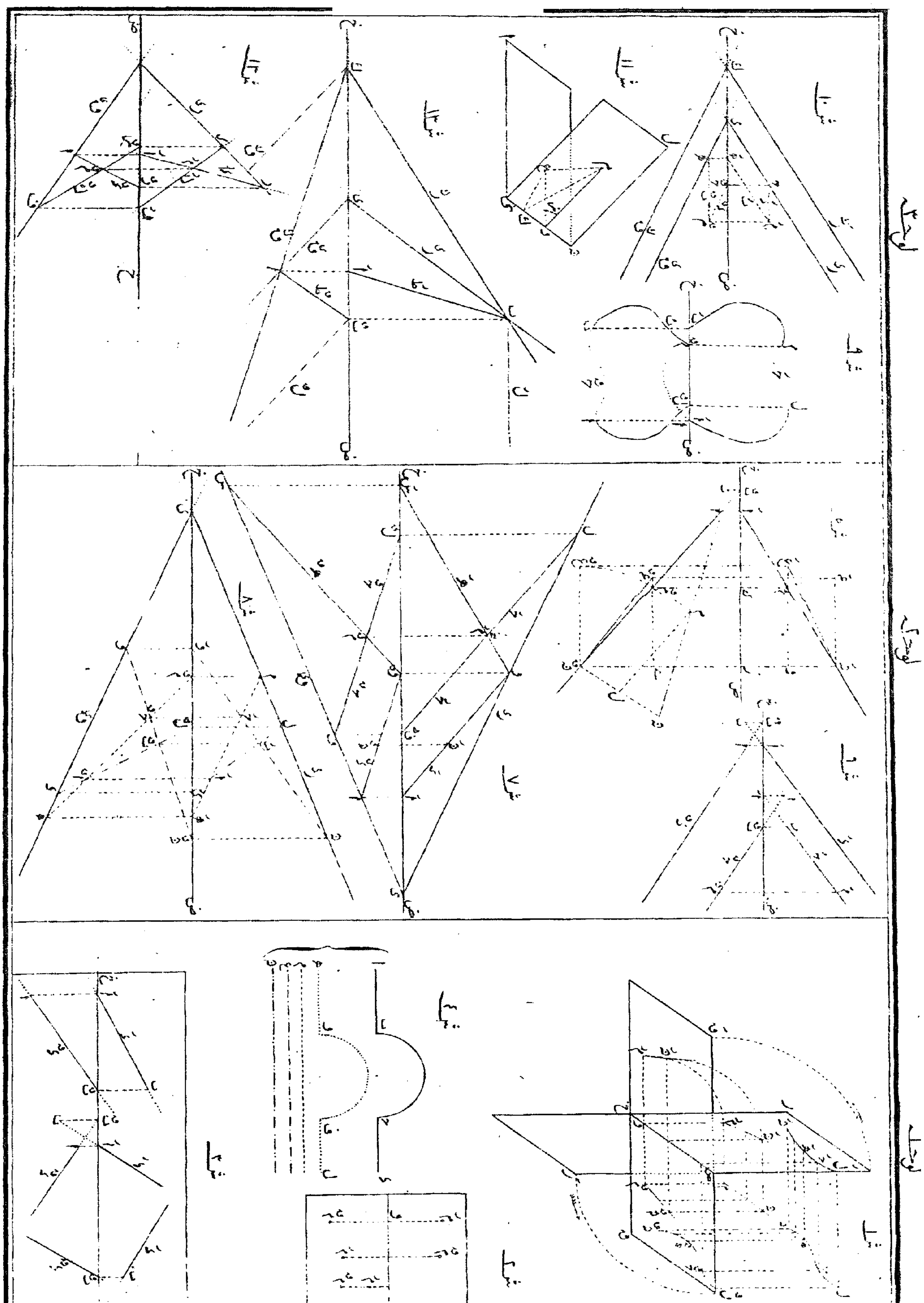
التحفه اللدنيه فى الهندسه الوصفيه

تاليف ابراهيم افندى رمضان



لوحه ٤ لوحه ٥ لوحه ٦





صحيفه

* (فهرست الجزء الاول من الوصفيه) *

* (الجزء الاول) *

* (فى النقطة والمستقيم والمستوى) *

* (الباب الاول) *

صحيفه

جزء اول وصفيه

بسم الله الرحمن الرحيم

ان ابهى ما تحرك به البنان * واحسن ما نطق به اللسان * واجمل مرسوم
على سطوح الطروس * واجمل حلية تتحلى بها النفوس * حمد من عرف
بكمال الاوصاف * وتنزه عن الشركاء والاحلاف * وشكر مصور اشكال
المخلوقات * ومبدع مساقط العبث بانواع النبات * وحافظ الطير
في الفراغ من السقوط * وممسك السماء بلا عمد عن الهبوط * من ارسى
الجبال على مستوى المدحيّه * وزين بالانجم الزهر محيط المبنيه * وصلاة
وسلام على مركز دائرة الكمال * نبيه الموصوف باحسن الخصال * القاطع
بالسمر المواضى * من هو بشريعته غير راضى * وعلى آله الذين اقاموا
عمود الدين * بمستقيم الحجج والبراهين * مالاح ابن ذكاء * ودرجت
الظباء * وتلونت الحرباء * في هاجرة البيداء

وبعد فالغرض من علم الهندسة الوصفيه * معرفة الرسم المتعلق بالعمارات

البهيه

البهيه * وفنونها المتنوعة الابواب * كقطع الاحجار والاخشاب *
وبهذا العلم يتسع النظر * وتقوى الفطن والفكر * وموضوعه الاجسام
من حيث وصفها * وبه يحصل تصورها وكشفها * اذ هو الواسطة
في بيان الاشياء * ذات الابعاد الثلاثة بلا امراء * على فرخ من الورق
ذي بعدين بدون تعبير * واحتياج الى تطويل وتكثير * فهى لغة
المهندس ولسانه * وبها الارباب الصنايع يكون بيانه * وفائدتها ان يستنبط
من وصف الاجسام المتغايره * ما يتعلق بصورها واوضاعها المتناظره *
ولاشك ان هذا العلم هو الواسطة العظمى للانسان * في ابراز الامور من
حيز الخيال الى حيز الوجدان * ولما كان من الادلة التي يهتدى بها * الى
كشف غوامض الاشياء برفع نقابها * كان من الواجبات الضروريه *
ادخاله في اصول التربية البشريه * وليست فائدة هذا العلم مقصورة على
تمرين العقول * وبلوغها درجة الكمال في المعقول * بل ضرورية لارباب
الصنايع * يحتاج اليها كل ضعيف منهم وبارع * اذ به تتشكل لهم
الاجسام * وتميز لهم صورها المعينة بلا ايهام * وكان السبب في عدم
تقدم الصنايع * وقلة الالتفات الى كثير من المنافع * هو الجهل بالهندسة
الوصفيه * وعدم انتشار طرقها العلميه

ولما رأى رب الصداره * ومن تشرفت به رتب الوزاره * ان تربية
العساكر المصريه * مما يقتضى رضاء خالق البريه * برز أمره السعيد *
ورأيه الصائب السديد * بعد عقد جمعية من ارباب المعارف * حازت
منها التالد والطارف * الى صاحب المدركة الفياضه * والبراعة التامة
في الرياضه * من تلاقى رتب المجد وتدارك * سعادة الامير على بيك
مبارك * ناظر المدارس الثلاث * من اتخذ المعارف خير اثاث *
باستخراج منتخبات مفيده * من مختصرات الرياضية العديده * التي
عملت بمدرسة ادارته * ولاحظتها عين فكرته * فاحال استخراج كل منتخب
من المنتخبات * على من له في ذلك العلم ثبات * ولما كان الماهر اللبيب *

الفطن الالمعى الاديب * رب الاخلاق الحسان * ابراهيم افندى رمضان * مدرس هذا العلم للطلاب * احال عليه عملية هذا الانتخاب * فشمر فى انتخابه ساعده * ولم يخله من كبير الفائده * وكان تصحيحه على يد راجى غفر الاوزار * ابراهيم الدسوقى عبد الغفار * مصحح العلوم الرياضيه * وأحد مدرسى اللغة العربيه * غفر الله له ذنوبه * وستر فى الدارين عيوبه

وكان ذلك وفاء بواجب خدمة صاحب السياده * والعطايا المورثة للسعاده * من ملك بجوده رقاب العباد * وعم كرمه منهم الحاضر والباد * رب العزمات الآصفيه * والهمم العمريه * سعادة افندينا عباس باشا * بلغه الله من الخيرات ماشا * وايد الله عنه وكرمه دولته * وسدد بقوته وقهره صولته * ولازال مسعود الاوقات * دائم الحظوظ والمسرات * مجاب المنادى * مكبوت المعادى * بجاه من ركب البراق * وارتقى فوق السبع الطباق * ولما تهيأ للتمام * ولبس وشاح الختام * وسمته بالمنحة اللدنيه * فى الهندسة الوصفيه * وقد آن ان نشرع فى المقصود * فنقول بعون الملك المعبود

(الجزء الاول)
(فى النقطة والمستقيم والمستوى)
(الباب الاول)
(تنبيهات اوليه)

(١) الهندسة العادية تبين تبيينا تاما الوضع النسبى لاجزاء شكل كائن كله فى مستو واحد لكنها غير كافية فى بيان العمليات اللازم اجراؤها فى الفراغ

فان من المعلوم أن بعد نقطة عن مستو يقدر بالعمود النازل من هذه النقطة على هذا المستوى لكن تعيين اتجاه هذا العمود وتعيين نقطة تقابله بالمستوى من مالا يمكن بالهندسة العادية لان طرقها الرسمية غير كافية فى ذلك فلذا لزم استعمال طرق تتعلق بالهندسة الوصفية فالغرض من هذا العلم معرفة رسم ذى الثلاثة ابعاد على فرخ من ورق ذى بعدين وقد قال المهندس الشهير منج فى الهندسة الوصفية انها لغة المهندس فلابد له حينئذ من معرفة قراءة لغته وكتابتها

ثم أن جميع اشغال المهندس لا تخرج عن مسئلتين

الاولى الوصف اعنى رسم صورة جسم اوعدة اجسام على فرخ من ورق بحيث يمكن تكوينها فيما اراد تكوينها فيه من المحال

الثانية التصور أى انه بعد استحضار جسم اوعدة اجسام فى العقل يعمل رسمها بحيث يمكن انشاؤها خارجا بالضبط بواسطة هذا الرسم

(٢) متى تحرك أى مستو حول خط تقاطعه بمستو آخر حتى اتحد معه يفرض انه لا يعتريه تغير فى جزء من اجزائه ولا فى اوضاع نقطه بالنسبة الى بعضها ولا فى اوضاع خطوطه فى وقت ما من اوقات الحركة ولا فى مقادير الزوايا الحادثة بين خطوطه ولا فى طول خطوطه المحدودة ويقال لذلك انطباق المستوى الاول على الثانى وهذه العملية تتكرر كثيرا فى الهندسة الوصفية لتحويل بعض تراكيب على فرخ من ورق

فى بيان

* (في بيان النقطة) *

(٣) متى امكن ايجاد جميع نقط أي جسم اوسطح اوخط بواسطة معاليم علم الجسم اوالسطح اوالخط ويجب قبل كل شئ معرفة وضع اي نقطة في الفراغ ويستعمل لذلك عدة طرق اسهلها هواعتبار مستويين يتقاطعان في اربع زوايا قائمة كما في (الشكل ١) بفرض احدهما المرموز اليه بالرمز ق قَ افقيا والآخر المرموز اليه بالرمز ر رَ رأسيا وخط تقاطعهما غ ضـ يسمى بخط الارض وكل من هذين المستويين اللازم تصورهما ممتدين الى غير نهاية يقطع الآخر الى جزئين فالجزء غ ضـ ق من المستوى الافقي الكائن امام المستوى الرأسي بالنسبة الى المشاهد يسمى بالجزء المقدم والجزء غ ضـ قَ الكائن خلف المستوى الرأسي يسمى بالجزء المؤخر والجزء غ ضـ رَ من المستوى الرأسي الكائن فوق المستوى الافقي يسمى بالجزء الاعلى والجزء غ ضـ ر الموجود اسفله يسمى بالجزء الاسفل فيتكون حينئذ من تقاطع هذين المستويين اربع زوايا زوجية تميز باسماء الاجزاء المكونة هي منها

فالزاوية ق غ ضـ رَ هي الاولى اي المحصورة بين الجزء المقدم والاعلى ويرمز اليها بالرمز م ع

والزاوية قَ غ ضـ رَ هي الثانية اي المحصورة بين الجزء المؤخر والاعلى ويرمز اليها بالرمز غ ع

والزاوية قَ غ ضـ ر هي الثالثة اي المحصورة بين المؤخر والسفلي ورمزها غ س

والزاوية ق غ ضـ ر هي الرابعة اي المحصورة بين الجزء المقدم والسفلي ورمزها م س

(٤) اذا تقرر ذلك يقال اذا انزلنا من النقطة الفراغية م عمودا م مَ على المستوى الافقى ن نَ تسمى النقطة مَ التى هى اثر هذا العمود بالمسقط الافقى للنقطة م والعمود م مَ بالمستقيم المسقط افقيا للنقطة م وكذلك اذا انزلنا م مُ عمودا على المستوى الرأسى ر رَ يكون الاثر مُ لهذا العمود المسقط الرأسى للنقطة م ويكون المستقيم م مُ المستقيم المسقط رأسيا للنقطة م

(٥) اذا مر رمستو بالمستقيمين م مَ و م مُ يكون الشكل م مَ و مُ الكائن فى هذا المستوى بالضرورة مستطيلا ويكون المستوى المذكور عمودا على ن نَ وعلى ر رَ فيكون بالضرورة عمودا على غ ضر فينتج

اولا ان البعد م مَ اى بعد النقطة م عن المستوى الافقى يساوى البعد مُ و اى بعد مسقطها الرأسى عن خط الارض

وثانيا أن البعد م مُ اى بعد النقطة م عن المستوى الرأسى يساوى البعد مَ و أى بعد المسقط الافقى عن خط الارض

وثالثا اذا انزلنا من مسقطى نقطة واحدة عمودين على خط الارض فانهما يقطعانه فى نقطة واحدة

(٦) المسقطان مَ و مُ للنقطة م يعينان موضعها فى الفراغ وذلك إن النقطة توجد على عمود المستوى ن نَ المقام عليه من المسقط الافقى

مَ

مَ وعلى بعد منه يساوى ومُ فحينئذ اذا اخذ البعد مُمَ = ومَ
تكون النقطة م هى النقطة المطلوبة وتحصل ايضا باخذ مُم = ومَ
على عمود قائم من النقطة مُ على المستوى الرأسى رر وبالجملة فالعمودان
القائمان من النقطتين مَ و مُ على المستويين ىى و رر من حيث
انهما فى مستو واحد يتقاطعان فى النقطة م التى مسقطاها النقطتان
مَ و مُ

(٧) وتتعين النقطة بمجرد كونها على مستقيمين أو على مستقيم ومستو
لانه متى تعين مسقطا نقطة وجدت النقطة على المستقيمين العمودين على
مستويى المسقط والمارين من المسقطين المعلومين

(٨) وقد اعتبرنا فيما ذكر مستويين فلتحويل التراكيب المذكورة على فرخ
الرسم يفرض ان المستوى الرأسى رر يدور حول خط الارض خ ض
كباب يدور حول قائم عقبه حتى ينطبق على المستوى الافقى بحيث ينطبق
الجزء الاعلى خ ض رَ من الرأسى على الجزء المؤخر خ ض ىَ من
الافقى والجزء الاسفل خ ض ر من الرأسى على الجزء المقدم خ ض ى
من الافقى

وبهذه الحركة يتحرك المسقط الرأسى مُ وكذلك الخط ومُ فينطبق فى
ومُ على امتداد مَو بحيث انه بعد انطباق المستوى الرأسى على الافقى
يكون المسقطان مَ و مُ لنقطة واحدة فراغية على عمود واحد على خط
الارض فمن ذلك ينتج ان كل نقطتين منتخبتين اختيارا لا يدلان على مسقطى
نقطة واحدة فراغية الا اذا كانت على عمود واحد على خط الارض

(٢)

(٩) ولنرمز الى اى نقطة فراغية بحرف من حروف الهجاء، ولمسقطيها بهذا الحرف موضوعا فوقه حرف ٔ ان كان المسقط افقيا و ٕ ان كان المسقط رأسيا كما هو مبين (فى الشكل ١)

فالنقطة م الفراغية مثلا يرمز لمسقطها الافقي بالرمز مٔ وللرأسى بالرمز مٕ انظر (الشكل ٢) وتعين اى نقطة فى الهندسة الوصفية بمسقطيها والنقطة المعلومة هى النقطة المعلوم كل من مسقطيها الافقي والرأسى ومتى طلب ايجاد نقطة فراغية فالمراد ايجاد مسقطيها ومتى وصف اى شكل فراغى امكن رسمه على فرخ الرسم وبالعكس اى انه متى وجد رسم اى شكل امكن تصوره فى الفراغ ومن ثم متى علمت مساقط اى نقطة وجب ان يتصور موضعها الفراغى وبالعكس اى متى علم موضعها الفراغى وجب ان يستنتج منه وضعا مسقطيها

(فى بيان اوضاع النقطة)

(١٠) النقطة يمكن ان تشغل عدة محال فراغية فيستدل عليها باوضاع مسقطيها بالنسبة لخط الارض ولنذكر تلك الاوضاع فنقول

اولا اذا كانت النقطة فى احدى الزوايا الاربع الزوجية الحادثة من تقاطع مستويى المسقط سهل معرفة مسقطيها على الجزءين المكونين لهذه الزاوية من المستويين وتتضح اوضاعها الاربع التى تشغلها فى هذه الحالة من (الشكل ٢ من اللوحة ١)

وثانيا اذا كانت النقطة على احد مستويى المسقط فمسقطها على هذا المستوى نفسها واما مسقطها على الآخر فيكون بالضرورة على خط الارض

وثالثا اذا كانت النقطة على خط الارض فلا مسقط لها الا هى ولذا لم يكتب بجوارها الاحرف م فقط

ورابعا اذا كانت النقطة فى احدى الزوايا الاربع الزوجية امكن ان تكون على بعد واحد من مستويى المسقط اى انه يمكن ان يكون دمٔ = دمٕ

انظر

انظر (الشكل ٢) ومتى كان المسقطان فى جهة واحدة من خط الارض انطبقا على بعضهما ومن هنا ينتج

اولا ان جميع النقط الممتازة المساقط والمتساوية البعد عن خط الارض توجد على المستوى المنصف للزاويتين الاولى والثالثة اى م ع و خ س

وثانيا ان كل نقطة اتحد مسقطاها توجد على المستوى المنصف للزاويتين الثانية والرابعة اى خ ع و م س

(فى بيان المستقيم)

(١١) اذا أنزلنا من جميع نقط مستقيم اعمدة على المستوى الافقى تكون اثارها اى مواقعها المساقط الافقية لنقط المستقيم ويكون الخط المستقيم الجامع لها المسقط الافقى للمستقيم المذكور وتكون جميع هذه الاعمدة فى مستو واحد عمود على المستوى الافقى ويكون تقاطعه مع هذا المستوى المسقط الافقى للمستقيم وكذا اذا أنزلنا من جميع نقط مستقيم أعمدة على المستوى الرأسى تكون آثارها المساقط الرأسية لنقط المستقيم ويكون المستقيم الجامع لها المسقط الرأسى للمستقيم

وبالجملة اذا اسقط مستقيم على مستو كان مسقطه عليه خطا مستقيما فحينئذ كيفية تحصيل مسقطى مستقيم ان يمر بهذا المستقيم مستويان عمودان على مستويى المسقط يسمى احدهما بالمستوى المسقط افقيا للمستقيم والآخر بالمستوى المسقط رأسيا للمستقيم وبواسطتهما يتعين مسقطا المستقيم المفروض الافقى والرأسى

(١٢) ولنرمز من الآن فصاعدا لأى مستقيم فراغى بحرف هجاءى ولمسقطيه بالحرف المذكور موضوعا فوقه الحرف و ان كان المسقط افقيا

و ر ان كان المسقط رأسيا فرمزا (دٓ و دُ) يدلان على المسقطين الافقى والرأسى للمستقيم د (كما فى الشكل ٣ من اللوحة ١)

وقد يتعين المستقيم بنقطتين من نقطه لكن المستقيم المحدد الطول يتعين دائما بنقطتى نهايتيه

(١٣) قد يتعين المستقيم بمسقطيه لانه اذا اقيم من المسقط الافقي دً مستوٍ عمود على المستوى الافقي ومن المسقط الرأسي دُ آخر عمود على المستوى الرأسي يوجد المستقيم د بالضرورة على هذين المستويين معا فيكون هو خط تقاطعهما ومن هنا ينتج ان المستقيم المعلوم بمسقطيه يعلم بالمستويين اللذين احدهما عمود على المستوى الافقي ومار بالمسقط الافقي والآخر عمود على المستوى الرأسي ومار بالمسقط الرأسي حيث انه خط تقاطعهما ويتعين ايضا المستقيم بنقطتين من نقطه لانهما يعينان نقطتين من كل من مسقطيه ولنعتبر اعتبارا زائدا من نقط المستقيم النقطتين اللتين يقابل فيهما المستقيم المذكور مستويي المسقط ويسميان بأثري المستقيم لانهما اصلح اثنان لتعيين اتجاهه فنقول

(١٤) المسئلة الاولى ان يكون المعلوم اثرى مستقيم والمطلوب ايجاد مسقطيه الافقي والرأسي

فيقال اذا فرض ان ا الاثر الافقي للمستقيم د وان ب اثره الرأسي كما في (الشكل ٣) يكون مسقطاهما الرأسي والافقي اُ و بً على خط الارض وعلى العمودين النازلين على هذا الخط من الاثرين ا و ب ومن هنا يتحصل نقطتان ا و بً من المسقط الافقي دً واخريان ب و اُ من المسقط الرأسي دُ فبهذا يعلم المسقطان المطلوبان

(١٥) المسئلة الثانية ان يكون المعلوم مسقطي مستقيم والمطلوب ايجاد أثريه الافقي والرأسي

فيقال حيث ان الاثر الافقي كما في (الشكل ٣) مشترك بين المستقيم د والمستوى الافقي يوجد مسقطه الرأسي بالضرورة على المسقط الرأسي دُ للمستقيم وعلى خط الارض غ ض فيكون حينئذ في اُ ويكون الاثر الافقي ا هو مسقط نفسه الافقي فيوجد حينئذ

على

على المسقط الافقى دُ وعلى العمود القائم من مسقطه الراسى أُ على خط الارض اى انه يكون فى نقطة تقاطع هذين المستقيمين وكذا يقال فى ايجاد الاثر الرأسى اى انه حيث كان يوجد على المستقيم د وعلى المستوى الرأسى يكون مسقطه الافقى فى النقطة بُ من خط الارض واما الاثر نفسه فيكون فى النقطة ب ومن هنا ينتج انه يلزم لايجاد اثر مستقيم أن يمد المسقط المخالف للاثر المذكور فى الاسم حتى يقابل خط الارض فى نقطة يقام منها عمودا عليه فتكون نقطة تقابله مع المسقط الآخر الاثر المطلوب

(١٦) قد لا ينحصر المستقيم الممتد الى غير نهاية فى زاوية واحدة وحينئذ يكون الجزء الكائن فى الزاوية الاولى م ع مشاهدا لكن ما كان منه خلف المستوى الرأسى او اسفل الافقى يكون مخبأ باحد هذين المستويين ويبين ذلك على الشكل بطريقة رسم اجزاء مسقطى هذا المستقيم وقد اصطلح على رسم مسقطى جزء المستقيم المحصور فى الزاوية الاولى م ع بخطين اتصاليين بدون انقطاع (انظر أ ب ح د من الشكل ٤ من اللوحة ١) وعلى رسم مسقطى جزء المستقيم المحصور فى احدى الزوايا الثلاث الاخر بخطين نقطيين اى ذوى نقط مستديرة (انظر هـ وف ل من الشكل المذكور من اللوحه ١) ومن المعلوم ان الجزء المشاهد من المستقيم يكون مسقطه الافقى تحت خط الارض بخلاف مسقطه الرأسى فانه يكون فوقه

لكن لا يليق هذا الاصطلاح الا بالخطوط الاصلية من الشكل اعنى الخطوط الدالة على معالم المسئلة او مجاهيلها المطلوبة واما الخطوط غير الاصلية فتنقسم

اولا الى الخطوط المساعدة التى لها وقع عظيم فى الشكل وان لم تكن من جملة الخطوط الاصلية وترسم بخطوط متقطعة بمعنى انها مكونة من اجزاء مستقيمة متفاصلة بنقطة اوعدة نقط (انظر خطى م و ن من الشكل ٤ من اللوحه ١)

(٣)

وثانيا الى خطوط العمل وتسمى بخطوط الاسقاط وتعتبر عدمية لعدم لزومها فى الرسم وترسم بخطوط نقطية مكونة من اجزاء اصغر من الاجزاء الداخلة فى تركيب الخطوط المساعدة (انظر خط ع من الشكل المذكور) وقد يوجد زيادة على اجزاء الشكل المخبأة بمستوى المسقط اجزاء اخر يمكن ان تكون مخبأة باجزائه الامامية لكن لعدم تكثير خطوطه النقطية المضر بوضوحه نفرض ان الاجزاء المذكورة مبينة بالخطوط المرسومة على مستوى المسقط الكافية لتعيين تلك الاجزاء

(فى بيان اوضاع المستقيم)

(١٧) يمكن ان يشغل المستقيم عدة اوضاع فراغية تبين باوضاع مساقطه بالنسبة لخط الارض وبرسم هذه المساقط ولنذكر تلك الاوضاع فنقول الاول ان يكون المستقيم مائلا بالنسبة لمستوى المسقط وجزؤه المحصور بين الاثرين فى احدى الزوايا الاربع الزوجية فحينئذ يكون اثرا المستقيم المذكور كائنين على جزئى المستويين المكونين للزاوية المذكورة وبذلك يتحصل معنا اوضاع اربعة بحسب الاربع زوايا الزوجية المتحصلة من تقاطع مستوى المسقط وتسهل معرفتها بمجرد رسمها ولاجل بيان هذا الرسم نقول حيث كان فى الوضع الاول الجزء ا ب الكائن فى الزاوية الاولى م ع (كما فى الشكل ٣ من اللوحة ١) مشاهدا يكون الجزآن اَ بَ و اُ بُ من المسقطين مرسومين بخطين اتصاليين لكن المستقيم د بمجاوزته النقطة ا يمر تحت المستوى الافقى وبمجاوزته النقطة ب يمر خلف المستوى الرأسى ومن ثم رسموا جزئى المسقط الافقى الكائنين خلف النقطتين اَ و بَ بخطين نقطيين وجزئى المسقط الرأسى الكائنين خلف النقطتين اُ و بُ بالخطين المذكورين ايضا وبهذه الكيفية يجرى الرسم اللازم اجراؤه فى الاوضاع الاخر ولنفرض الآن ان المسقطين مرسومات بدون رمز فنقول لاجل الاستدلال بكيفية الرسم على مسقط المستقيم الافقى يقال ان جزء المستقيم المرسوم

مسقطاه

مسقطاه بخطين اتصاليين لابد وان يكون فى الزاوية الاولى م ع ففى الوضع الرابع مثلا يكون جزء المستقيم الذى على يسار النقطة ا هو الموجود فى الزاوية الاولى فيكون مسقط هذا الجزء الافقى تحت خط الارض ومسقطه الرأسى فوقه وبذلك تكون النقطة ا اثر المستقيم الافقى والنقطة ب اثره الرأسى ويقاس على ذلك للاستدلال على المستقيم فى الاوضاع الباقية

الثانى ان يكون المستقيم موازيا للمستوى الافقى فيكون مسقطه الرأسى حينئذ مستقيما موازيا لخط الارض لان جميع نقطه على بعد واحد من المستوى الافقى واما مسقطه الافقى فيكون مستقيما حيثما اتفق وله اوضاع ثلاث باعتبار كونه فوق المستوى الافقى او عليه او اسفله

الثالث ان يكون المستقيم موازيا للمستوى الرأسى فيكون مسقطه الافقى مستقيما موازيا لخط الارض واما مسقطه الرأسى فيكون مستقيما حيث ما اتفق وله اوضاع ثلاثة ايضا باعتبار كونه امام المستوى الرأسى او عليه او خلفه

الرابع ان يكون المستقيم موازيا لمستويى المسقط فيلزم ان يكون موازيا لخط الارض ويكون مسقطاه حينئذ مستقيمين موازيين لخط الارض غ س

ومن هنا يتحصل معنا اوضاع تسعة اربعة منها فيما اذا كان المستقيم يوجد فى كل من الزوايا الاربع الزوجية واربعة منها فيما اذا كان المستقيم يوجد فى كل من الاجزاء الاربع لمستويى المسقط والتاسع فيما اذا كان المستقيم متحدا مع خط الارض

فاذا كان المستقيم متساوى البعد عن مستويى المسقط كان مسقطاه متساويى البعد عن خط الارض وكان موجودا فى المستوى المنصف للزاويتين الاولى م ع والثالثة غ س لكن اذا كان مسقطاه فى جهة واحدة من خط الارض انطبقا على بعضهما وكان المستقيم حينئذ فى المستوى المنصف للزاويتين الثانية غ ع والرابعة م س

الخامس ان يكون المستقيم عمودا على المستوى الافقى فيؤول مسقطه الافقى

الى نقطة واحدة ويكون مسقطه الرأسى مستقيما عمودا على خط الارض لان المستوى المسقط للمستقيم رأسيا والمستوى الرأسى للمسقط عمودين على المستوى الافقى ويكون له فى هذه الحالة ثلاثة اوضاع باعتبار كونه امام المستوى الرأسى اوعليه اوخلفه

السادس ان يكون المستقيم عمودا على المستوى الرأسى فيكون له كذلك ثلاثة اوضاع باعتبار كونه فوق المستوى الافقى اوعليه او اسفله

وينتج من هاتين الحالتين ان المستقيم وم ُ (كما فى الشكل ٣ من اللوحه ١) هو المسقط الرأسى للمستقيم المسقط افقيا للنقطة م ومسقطه الافقى النقطة م ُ واما المستقيم وم ُ فهو المسقط الافقى للمستقيم المسقط رأسيا للنقطة م ومسقطه الرأسى النقطة م ُ

السابع ان يكون اتجاه المستقيم فى الفراغ عمودا على خط الارض فيصير مسقطاه مستقيما واحدا عمودا على خط الارض لانا لو مررنا من المستقيم د مستويا رأسيا لكان هذا المستوى عمودا على خط الارض غ ض فعلى ذلك يكون تقابلاه مع مستويى المسقط د ُ و د ُ عمودين على غ ض وقاطعين له فى نقطة واحدة فينطبقان على بعضهما بالضرورة بعد انطباق المستوى الرأسى على الافقى ومن هنا ينتج ان مسقطى المستقيم العمودين على خط الارض غير كافيين لتعيين اتجاهه فى الفراغ لكن اذا علم منه نقطتان تعين اتجاهه ويكون له حينئذ اربعة اوضاع بحسب انحصار الجزء الكائن بين الاثرين فى كل من الزوايا الاربع الزوجية

الثامن ان يقابل المستقيم خط الارض فيتحد اثراه ا و ب فى نقطة واحدة من الخط المذكور ويتفق فى هذه الحالة ان المسقطين يصنعان مع جزء واحد من خط الارض زاويتين حادتين احداهما فوقه والاخرى تحته وهذان المسقطان ينسبان للمستقيم النافذ فى الزاويتين الاولى والثالثة واما اذا كانت

الزاويتان

الزاويتان الحادتان مصنوعتين من المسقطين مع جزءى $\overline{خ ص}$ دل ذلك بالضرورة على مستقيم نافذ فى الزاويتين $\overline{غ ع}$ و $\overline{م س}$ فاذا كانت الزاويتان الحادتان متساويتين كان المستقيم اما على المستوى المنصف للزاويتين $\overline{م ع}$ و $\overline{خ س}$ واما على المستوى المنصف للزاويتين $\overline{خ ع}$ و $\overline{م س}$ كذلك وفى هذه الحالة يصير المسقطان مستقيما واحدا

التاسع ان يكون المستقيم المقابل لخط الارض عمودا عليه فسقطاه يتحدان ويصيران خطا واحدا عمودا على خط الارض ولا يكفيان حينئذ لتعيينه فيلزم ايضا أخذ نقطة من نقطه

(١٨) وينتج مما ذكر جميعه ان المستقيم يتعين دائما بمساقط نقطتين من نقطه لان مسقطيه لا يكفيان لتعينه الا فى اوضاع مخصوصة

(١٩) كل مستقيمين ليسا عمودين على خط الارض يدلان على مسقطى مستقيم فراغى لانا لو أقمنا المستويين المسقطين من المستقيمين لتقاطعا فى مستقيم معين ولا يكون معينا اذا اتحد مسقطاه وصارا خطا واحدا عمودا على خط الارض واى مستقيمين احدهما عمود على خط الارض اوكل منهما ولا يقطعانه فى نقطة واحدة لا يصح ان يكونا مسقطى مستقيم واحد فراغى

(٢٠) المستقيمان الفراغيان اما ان يتقاطعا ويتوازيا اولا يكونان فى مستو واحد ولنبين ذلك فنقول

اولا اذا تقاطعا فسقطا نقطة تقاطعهما يكونان على مساقط المستقيمين الفراغين وان يكونا على عمود واحد على خط الارض

وثانيا اذا توازيا فسقطاهما المتحدا الاسم يكونان متوازيين (كما فى الشكل ٦ من اللوحه ٢) لانا لو مددنا المستويين المسقطين لهما لتوازيا

وثالثا اذا لم يكونا فى مستو واحد فنقطة تقاطع مسقطيهما الرأسيين

لا تكون مع نقطة تقاطع مسقطيهما الافقيين على عمود واحد على خط الارض

(٢١) عكس هذه الاحوال الثلاث صحيح ايضا اعنى

اولا اذا تقاطعت مساقط المستقيمين فى نقطتين كائنتين على عمود واحد على خط الارض (كما فى الشكل ٧ من اللوحه ٢) تقاطع المستقيمان فى الفراغ حيث ان مسقطى النقطة م يوجدان على مسقطى المستقيم ح فتكون النقطة المذكورة على هذا المستقيم وعلى المستقيم هـ فتكون هى نقطة اشتراكهما فحينئذ يتقاطع المستقيمان اذا تقاطعت المساقط بالطريقة المتقدمة

وثانيا اذا توازى المسقطان المتحدا الاسم كما فى الشكل المتقدم توازى المستقيمان فان المستويات الاربعة المسقطة متوازية مثنى ويبنى على ذلك ان خطوط التقاطع الاربعة التى من جملتها المستقيمان ح و ى متوازية ايضا كما هو مقرر فى المقالة الخامسة من الهندسة الاصلية

وثالثا اذا تقاطعت مساقط مستقيمين فى نقطتين ليستا على عمود واحد على خط الارض لا يكون المستقيمان فى مستو واحد لانهما لو كانا فى مستو واحد لتقاطعا او توازيا فتكون مساقطهما مرتبة كما فى الشكل المتقدم ايضا واذا توازى المسقطان الافقيان او الرأسيان لا يكون المستقيمان متوازيين

(٢٢) المسئلة الثالثة اذا كان المطلوب رسم مستقيم يمر بنقطتين مفروضتين وتعيين البعد بين هاتين النقطتين يقال من المعلوم ان مسقطى المستقيم (كما الشكل ٥ من اللوحه ٢) يمران بمساقط النقطتين اعنى ان المسقط الافقى للمستقيم يمر بالمسقطين الافقيين للنقطتين والمسقط الرأسى له يمر بالمسقطين الرأسيين فحينئذ يكون المسقط الافقى دُ مُ والرأسى

دُ مُ

دُ مُ فاذا اريد الآن ايجاد الاثرين تجرى العملية التى اجريت فى (بند ١٥) فيحصل الاثر الافقى (أ و أُ) وكذلك الاثر الرأسى (ب و بُ)

واما بعد النقطتين فهو جزء المستقيم الفراغى المنسقط افقيا فى دُ مُ ورأسيا فى دُ مُ فلاجل ايجاد طوله يتصور ان هذا المستقيم يدور حول الرأسى المسقط افقيا للنقطة د فى دُ بدون ان يتغير ميله حتى يصير موازيا للمستوى الرأسى فالنقطة د فى مدة الحركة لا تتغير واما النقطة م فترسم قوس دائرة موازيا للمستوى الافقى فالمسقط الافقى للمستقيم فى الوضع الاخير بعد الحركة يصير المستقيم دُ عُ موازيا لخط الارض ومسقط النقطة م على المستوى الرأسى بعد الدوران يصير فى النقطة عُ اى تقاطع العمود النازل على خط الارض من المسقط الافقى عُ بالمستقيم الموازى لخط الارض المار من النقطة مُ لان هذا الموازى هو المسقط الرأسى للقوس الذى رسمته النقطة مدة الدوران فحينئذ المسقط الرأسى للمستقيم يصير بعد الحركة فى دُ عُ وحيث ان المستقيم صار موازيا للمستوى الرأسى يكون بالضرورة مسقطه الرأسى مساويا لطول المستقيم الواصل بين النقطتين المعلومتين وهو البعد المطلوب

فينتج حينئذ انه يجب لايجاد البعد بين نقطتين ان يرسم مثلث قائم الزاوية احد ضلعى قائمته المسقط الافقى لجزء المستقيم المطلوب والآخر الفاضل بين ارتفاعى نهايتيه عن المستوى الافقى المقدر بالفرق بين بعدى

المسقطين الراسيين للنهايتين عن خط الارض فيكون وتر هذا المثلث هو البعد المطلوب

ويتوصل الى هذا الغرض ايضا باجراء هذه العملية على المستوى الافقى (كما هو مبين فى الشكل ٥ من اللوحه ٢) ويمكن ايضا ايجاد المطلوب بتدوير المستقيم حول المسقط الافقى للمستقيم لينطبق على المستوى الافقى اى تدوير شبه المنحرف الحادث من المستقيم المفروض وارتفاعى نهايتيه عن المستوى الافقى والمسقط الافقى للمستقيم ففى هذه الحركة لم يزل الارتفاعان باقيين عمودين على المسقط الافقى بعد الدوران ومساويين لبعدى

المسقطين الرأسيين للنهايتين عن خط الارض فيصير ن ن = نَ ر و م م = مَ ك فحينئذ يكون المستقيم الواصل بين النقطتين ن و م البعد الحقيق المطلوب

ومن المعلوم انا اذا امددنا المستقيم ن م على استقامته يمر بالاثر أ ويعلم بالسهولة ايضا جزء المستقيم المحصور بين الاثرين وايضا اذا علم المستقيم غير المحدود ونقطة من نقطه كالنقطة (ن و نَ) واريد ايجاد نقطة اخرى (م و مَ) بعدها عن الاولى معلوم على هذا المستقيم يطبق المستقيم المفروض على المستوى الافقى ثم يؤخذ عليه بالابتداء من النقطة المعلومة طول يساوى المقدار المعلوم م ن مثلا فاذا اردنا المستقيم الى وضعه الاصلى فالنقطة م تسقط افقيا فى مَ ثم يتحصل منها المسقط الرأسى وبذلك تتعين النقطة المطلوبة

(٢٣) المسئلة الرابعة اذا اريد أن يمر من نقطة معلومة مستقيم مواز لآخر معلوم يقال

لابد (كما فى الشكل ٦ من اللوحه ٢) ان يمر مسقطا المستقيم المطلوب حـ بمسقطى النقطة المعلومة م كل بنظيره وان يكونا موازيين لمسقطى المستقيم المعلوم ء كل لنظيره فحينئذ اذا امد المستقيم حَ من المسقط

الافقى

الافق مَ موازيا للمسقط الافقي دَ كان المستقيم حَ المسقط الافقي
للمستقيم المطلوب وكذلك اذا مدّ المستقيم حُ من المسقط الرأسي مُ
موازيا للمسقط الرأسي دُ كان المستقيم حُ المسقط الرأسي للمستقيم
المطلوب

(في بيان الخط المنحني)

(٢٤) اذا انزلنا من جميع النقط د و هـ و ... ل اعني
نقط المنحني ح اعمدة على المستوى الافقي (كما في الشكل ١ من اللوحة ١)
تكون من الآثار دَ و هَ و ..... لَ اعني آثار الاعمدة
المذكورة الخط حَ وهو المسقط الافقي للمنحني المذكور واما الاعمدة نفسها
د دَ و هـ هَ و ..... ل لَ فتكون متوازية ويحدث عنها سطح
يسمى بالسطح الاسطواني ويقال له ايضا سطح مسقط اواسطوانة مسقطة افقيا
للمنحني ح واذا انزلنا ايضا من النقط المذكورة اعمدة على المستوى
الرأسي تكون منها اسطوانة مسقطة رأسيا للمنحني فالمنحني ح حينئذ
هو تقابل السطحين الاسطوانيين

واذا كان المنحني ح مرسوما داخل مستو عمود على المستوى الافقي مثلا
كانت جميع الاعمدة د دَ و هـ هَ ... الخ في المستوى المذكور
وكان المسقط حَ تقابل هذا المستوى بالمستوى الافقي ومنه ينتج أن مسقط
المنحني ح الافقي خط مستقيم وان الآخر منحن بالضرورة واما اذا كان
المنحني ح في مستو عمود على غ ض فكل من مسقطيه يكون
مستقيما

(٢٥) المسئلة الخامسة اذا كان المراد ايجاد نقط تقابل المنحني بمستوى

المسقط يقال ان النقط التى تقابل فيها المنحنى ح مع المستوى الافقى

(كما فى الشكل ٩ من اللوحه ٣) تنسقط انسقاطا رأسيا على حُ وعلى

غ ض فحينئذ يكون المسقطان أُ و بُ فى تقاطعهما وتكون النقطتان

ا و ب على حُ وعلى العمودين القائمين من النقطتين أُ و بُ على

خط الارض غ ض ومن المعلوم ان هذين العمودين يقابلان غالبا حُ

فى عدة نقط يمكن جعلها كلها بلا تمييز آثارا للمنحنى ح مالم يكن هناك

حالة تجبرنا على عدم اعتبار بعضها آثارا كما لو فرضنا مثلا ان أَ و بَ ليسا

أثرين للمنحنى ح وبمثل ذلك يحصل ايجاد الاثرين الرأسيين ل و م

(فى بيان المستوى)

(٢٦) يمكن ان يرسم مستو واحد بمستقيمين متوازيين او متقاطعين او بمستقيم ونقطة او بثلاث نقط ليست على مستقيم واحد وينتخب من المستقيمات التى يمكن ان تعين موضع مستو فراغى المستقيمان اللذان يقطع ذلك المستوى فيهما مستويى المسقط ويسميان بأثرى المستوى ومن المعلوم انه لابد وان يقابل اثرا مستو ما خط الارض فى نقطة واحدة هى نقطة تقابل الخط المذكور بالمستوى

ولنرمز لاى مستو فراغى بحرف من حروف الهجاء ولاثريه الافقى والرأسى بالحرفين ن و ر عليهما رمز المستوى (كما فى الشكل ٧ من اللوحه ٢)

فالرمز نى و رى يدلان على اثرى المستوى ى ومتى علم مستو بمستقيمين رمز له برمزى المستقيمين المذكورين موضوعين بين قوسين فالرمز (ا و ب) مثلا يدل على المستوى المعين بكل من المستقيمين ا و ب كما رمز للمستوى المعين بالمستقيم ا والنقطة ا بالرمز (ا و ا) والرمز (ا و ب و ح) يدل على المستوى المار بالنقط الثلاث ا و ب و ح

(٢٧) المسئلة السادسة اذا علم المسقط الافقى لمستقيم على مستو

معلوم

معلوم باثريه وكان المطلوب ايجاد مسقطه الرأسى يقال

من المعلوم (كما فى الشكل ٧ من اللوحة ٢) أن اثرى المستقيم الكائن على مستو يكونان بالضرورة على أثرى المستوى فيكون الاثر الافقى ا للمستقيم

ى النقطة التى هى تقابل الاثر الافقى ىَ للمستوى بالمسقط الافقى دُ ومن

ذلك يستخرج المسقط الرأسى أُ فيكون نقطة من المسقط الرأسى المطلوب دُ

وايضا حيث ان الاثر الراسى للمستقيم ى ينسقط افقيا فى النقطة وُ التى

هى تقابل المسقط دُ بخط الارض وان النقطة نفسها فى و على الاثر رَ

يعلم حينئذ المسقط المطلوب دُ واذا علم المسقط الرأسى دُ استنتج منه ايضا

المسقط الافقى دُ

(٢٨) المسئلة السابعة اذا علم المسقط الافقى لنقطة على مستو معلوم بأثريه وكان المطلوب ايجاد مسقطها الرأسى يقال

اذا مررنا فى المستوى ى خطا ما مستقيما ى من النقطة ن (كما فى الشكل ٧

من اللوحة ٢) مر مسقطه دُ من المسقط ن ومنه ينتج دُ

وحيث ان المسقط نُ يوجد على دُ وعلى العمود النازل من النقطة

نَ على خط الارض غ ض يكون المسقط المطلوب نُ فى تقابل هذين

المستقيمين وكذلك اذا علم نُ يستنتج منه بالكيفية المذكورة نَ ومن

هنا ينتج ان المستوى يتعين باثريه تعينا كليا

(٢٩) المسئلة الثامنة اذا علم مستو بمستقيمين متقاطعين وكان المطلوب ايجاد اثريه يقال

ان اثرى كل مستقيم لابد وان يوجدا على اثرى المستوى المذكور (كما فى الشكل ٧ من اللوحة ٢) فاذا بحثنا عن الآثار المذكورة

بان مددنا المسقطين الرأسيين الى أن يقابلا خط الارض فى نقطتين ثم اقمنا منهما عمودين على الخط المذكور حتى يقابلا المسقطين الافقيين للمستقيمين نجد نقطتين ف و س من الاثر ى ى وآخرين و و ل من الاثر ر ى ولابدأن يقطع هذان الاثران غ ض فى نقطة واحدة وهذا برهان على صحة الاعمال

ولنذكر على سبيل الاستطراد أن احسن طرق حل المسائل المراد حلها هى المقتصر فيها بقدر ما يمكن على طرق تحقيقها بدون زيادة ينشأ عنها عدم سهولة الاعمال

(٣٠) واذا اريد ايجاد أثرى مستو معلوم بالمستقيم ى والنقطة م لزم أن يمر من النقطة المذكورة مستقيم ح موازللمستقيم ى اوآخر قاطع له ثم يبحث عن أثرى المستوى المار بالمستقيمين ى و ح ليحصل المطلوب فاذا فرض ان (ىَ وىً) مسقطا المستقيم ى و (مَ ومً) مسقطا النقطة المعلومة يمد من النقطة مَ المستقيم حَ ومن النقطة مً المستقيم حً موازيين لمسقطى المستقيم المعلوم كل لنظيره فيكون هذان المستقيمان مسقطى المستقيم الموازى المار بالنقطة م ثم يبحث عن آثار المستقيمين ليحصل نقطتان من كل اثر ولابد لاجل صحة الاعمال من تقاطع الاثرين فى نقطة واحدة من خط الارض واذا كان المستوى معلوما بثلاث نقط حدث لنا بجمعها مثنى ثلاث مستقيمات والاحسن ان يجمع بين اثنين منها بمستقيم ويمد من النقطة الثالثة موازله وبذلك يسهل الحل

فاذا فرضت ثلاث نقط كلاها معلوم بمسقطيها يقال من المعلوم ان المستقيم الموجود فى مستو لايقابل مستويى المسقط الا فى نقطتين من اثريه فيلزم حينئذ مد مستقيم بين كل نقطتين من الثلاث فيحدث ثلاث مستقيمات فى مستوى الثلاث نقط المفروضة لاتقابل مستويى المسقط الا فى نقط من الاثرين

فحينئذ

فحينئذ اذا بحثنا عن آثار المستقيمات الثلاثة وجدنا من كل اثر ثلاث نقط فيعلم حينئذ أثر المستوى المطلوب المار بالثلاث نقط المفروضة ولابد لاجل صحة العمل من وجود الآثار المتحدة الاسم على استقامة ومن تقاطع الاثرين فى نقطة واحدة من خط الارض (انظر الشكل ٨ من اللوحه ٢)

(فى بيان اوضاع المستوى)

(٣١) يمكن ان يشغل المستوى عدة اوضاع فراغية نذكرها فنقول

الاول ان يكون المستوى ى مائلا بالنسبة لمستويى المسقط فله حينئذ حالتان متميزتان (كما فى الشكل ٧ من اللوحه ٢) بحسب كون الاثرين يصنعان مع جزء من خط الارض غ ضـ اومع جزئين منه مختلفين زاويتين حادتين فاذا كانت الزاويتان متساويتين اتحد الاثران فى الحالة الثانية

الثانى ان يكون المستوى ى عمودا على المستوى الافقى فيكون اثره الرأسى عمودا على المستوى المذكور ويلزم بالضرورة ان يكون عمودا على خط الارض

الثالث ان يكون المستوى ى عمودا على المستوى الرأسى فيكون اثره الافقى عمودا على خط الارض

الرابع ان يكون المستوى ى عمودا على خط الارض فيتحد اثراه بالضرورة ويصيران مستقيما واحدا عمودا على خط الارض

الخامس ان يكون المستوى ى موازيا للمستوى الرأسى فيكون اثره الافقى موازيا لخط الارض غ ضـ ولا يوجد له حينئذ أثر رأسى

السادس ان يكون موازيا للمستوى الافقى فحينئذ لا يكون له اثر أفقى واما اثره الرأسى فيكون موازيا لخط الارض

السابع ان يكون المستوى موازيا لخط الارض فيكون اثراه موازيين لخط الارض لانهما لو لم يكونا كذلك لتقابل خط الارض بالمستوى

ويمكن ان يكون للمستوى ى اربعة اوضاع بحسب وضع اثريه بالنسبة لخط الارض

(٦)

الثامن ان يكون المستوى الموازى لخط الارض مائلا بالنسبة لمستوى المسقط ميلا متساويا فيكون اثراه حينئذ متساويي البعد عن خط الارض وينطبق كل منهما على الآخر اذا كانا في جهة واحدة منه

التاسع ان لا يتعين المستوى المار بخط الارض لان اثريه يتحدان مع الخط المذكور لكن اذا تعين بمستقيم ونقطة اختير خط الارض واما النقطة فتؤخذ حيث ما اتفقت ويرمز لها بعين رمز المستوى المذكور فيكون له حينئذ وضعان بحسب مروره من الزاوية م ع والمقابلة لها او مروره من الزاويتين الاخريين الزوجيتين

العاشر ان يكون المستوى متحدا مع مستويي المسقط فيكون احد مسقطي النقطة على خط الارض

(٣٢) وينتج مما ذكر جميعه انه يمكن تعيين المستوى بمستقيم ونقطة وان اثريه غير كافيين في تعيينه في بعض الاحوال

(٣٣) ويجب ان يميز من المستقيمات الممكن رسمها على اى مستو المستقيمات التى هى

اولا افقيات المستوى وهى مستقيمات كائنة على المستوى المذكور وموازية للمستوى الافقى

وثانيا رأسيات المستوى وهى مستقيمات كائنة على المستوى المذكور وموازية للمستوى الرأسى

وثالثا المستقيمات التى هى اعظم ميلا من غيرها لمستو بالنسبة للمستوى الافقى وهى مستقيمات كائنة فى هذا المستوى واعمدة على اثره الافقى بيان ذلك (كما فى الشكل ١١ من اللوحه ٣) اننا اذا انزلنا من النقطة م الكائنة فى المستوى ى ل مستقيما م و عمودا على ى ه ومستقيما م ك مائلا عليه وانزلنا ايضا م ع عمودا على المستوى ا ه ووصلنا ع بكل من النقطتين و و ك يحدث ع و و ع ك فيكون ع و عمودا على ى ه واما ع ك فيكون مائلا عليه ومن هنا ينتج ان ع و < ع ك

وحينئذ

وحينئذ يكون $\frac{ع م}{ع و} > \frac{ع م}{ع ك}$ لكن حيث ان هاتين النسبتين كناية عن ميلى المستقيمين م و و م ك على المستوى ا ك يكون م و المستقيم الاعظم ميلا من غيره

ولننبه على أن $\frac{ع م}{ع و}$ = ظا ن ويتج من ذلك ان ميل أى مستقيم او مستو على مستو آخر يتعين بظل الزاوية الحادثة من المستقيم المذكور أو من المستوى مع المستوى الآخر

ورابعا المستقيمات التى هى اعظم ميلا من غيرها المستو بالنسبة للمستوى الرأسى وهى مستقيمات فى المستوى واعمدة على الاثر الرأسى للمستوى المذكور واثبات ذلك كاثبات ما سبق

(٣٤) المسئلة التاسعة اذا كان المطلوب رسم افقى ورأسى لمستو يقال حيث أن الافقى ء للمستوى ى موازٍ للمستوى الافقى (كما فى الشكل ١٠ من اللوحة ٣) يكون مسقطه الرأسى ءَ موازيا لخط الارض غ ض واثره الرأسى لابد وان يكون على الاثر الرأسى رى وعلى ءَ فيكون فى النقطة ح التى مسقطها الافقى حَ وحيث أن المستقيم ء موازٍ للاثر الافقى نى فلابد وان يكون مسقطه الافقى ءَ موازيا للاثر المذكور نى ومارا بالنقطة حَ

وحيث كان الرأسى ب للمستوى ى موازيا للمستوى الرأسى يكون مسقطه الافقى بَ موازيا لخط الارض غ ض ومسقطه الرأسى بَ موازيا للاثر الرأسى رى

وحيث ان المستقيمين ء و ب كائنان على المستوى ى يتقاطعان فى نقطة واحدة م فيكون مَ و مَ بالضرورة على عمود واحد على خط الارض غ ض وهذا برهان على صحة الاعمال

(٣٥) المسئلة العاشرة اذا كان المطلوب رسم مستقيمين من مستو اعظم ميلا من غيرهما لكن احدهما بالنسبة للمستوى الافقى والآخر بالنسبة للمستوى الرأسى يقال ان (الشكل ١١) يثبت ان المسقط ع و للمستقيم م و الاعظم ميلا من غيره من المستوى ى ل بالنسبة للمستوى ا ه يكون عمودا على ى ه الذى هو خط تقاطع المستويين

اذا تقرر هذا فلابد وان يكون المسقط الافقى دُ للمستقيم الاعظم ميلا من غيره بالنسبة للمستوى الافقى عمودا على الاثر الافقى ى ن (كما فى الشكل ١٢ من اللوحة ٣) ومنه يعلم المسقط الرأسى دُ وايضا حيث ان المسقط الرأسى لُ للمستقيم الاعظم ميلا من غيره بالنسبة للمستوى الرأسى عمود على ر يستخرج منه المسقط الافقى لُ

وحيث ان المستقيمين د و ل كائنان على المستوى ى يتقاطعان فى نقطة واحدة م فيجب ان يكون مسقطاها مُ و مُ على عمود واحد على خط الارض غ ض

(٣٦) ويشاهد مما ذكر أن المستقيم الاعظم ميلا من غيره من مستو بالنسبة لاحد مستويى المسقط يكفى لتعيينه حيث يمكن بواسطته ان يحدث عدة افقيات اورأسيات بقدر ما يراد من المستوى المذكور

(٣٧) المسئلة الحادية عشرة اذا كان المطلوب ان يمر من نقطة معلومة مستو موازلآخر معلوم يقال من المعلوم ان الآثار المتحدة الاسم لمستويين متوازيين متوازية فاذا كان معنا مستويان ى و ل ومررنا من نقطة ما من نقط المستوى ل مستقيما موازيا لمستقيم كائن فى المستوى ى يكون كله محصورا فى المستوى ل

اذا ثبت ذلك نفرض ان المستوى المعلوم ل وان النقطة المعلومة م ثم نمرر فى المستوى المعلوم ل (كما فى الشكل ١٠ من اللوحه ٣) مستقيما ما

ومن

ومن نقطة م مستقيما اخر موازيا له فيكون فى المستوى المطلوب ى

ومن هنا ينتج ان اثره الافقى نقطة من نقطة الاثر ىَ ق واثره الرأسى نقطة من ىَ ر وحيث لزم ان يكون الاثر الاول موازيا للاثر لَ ق والثانى موازيا للاثر لَ ر يحصلان بالسهولة ويجب تحقيقا للعملية ان يتقاطعا على خط الارض غ ض فى نقطة واحدة

ويمكن ان يقال انه لا حاجة الى تمرير المستقيم لاننا لو مررنا من النقطة المعلومة م افقيا للمستوى ى لصار مسقطه الافقى موازيا للاثر الافقى لَ ق وموازيا ايضا للاثر الافقى ىَ ق ومارا بالمسقط الافقى مَ للنقطة ويكون مسقطه الرأسى مارا بالمسقط الرأسى لها مُ وموازيا لخط الارض غ ض ويكون الاثر الرأسى لهذا المستقيم نقطة من الاثر الرأسى ىَ ر الذى يجب ان يكون موازيا للاثر لَ ر ومقابلا لخط الارض فى نقطة ى منها يعد الاثر ىَ ق موازيا للاثر لَ ق ولو مررنا بدل الافقى رأسيا للمستوى ى لوجدنا نقطة من الاثر الافقى ىَ ق

(٣٨) واذا كان المستوى لَ ليس معلوما باثريه بل بمستقيمين متقاطعين كفى بالضرورة ان يمرر من النقطة المعلومة مستقيمان موازيان للمستقيمين المفروضين كل لنظيره وبهما يتعين المستوى المطلوب واما اذا كان المستوى لَ المذكور معلوما بمستقيمين متوازيين او بمستقيم ونقطة او بثلاث نقط فيرجع اولا لما ذكر قبل ذلك اما برسم اثرى المستوى المعلوم او برسم مستقيمين كائنين فيه ومتقاطعين وحينئذ يتعين المستوى ى كالمذكور قبله

(الباب الثانى)

(مسائل فى النقطة والمستقيم والمستوى)

(٧)

* (فى تقاطع المستقيمات والمستويات) *

(٣٩) كل سطح يتحصل على العموم من خط فراغى متحرك بطريقة معلومة وللسطح عموما وجهان خارجى وداخلى ولا امتياز لاحدهما عن الآخر فى هذا العلم لكن ينبغى تمييز احدهما عن الآخر فيما يتعلق بالصنائع

(٤٠) خط تقاطع سطحين مثل س و ص لا يمكن ايجاده مرة واحدة ولا بد من تعيينه نقطة فنقطة ولهذا تؤخذ جملة سطوح متوالية مساعدة يقطع كل منها السطح المذكور س فى خط كالخط ح والسطح ص فى خط كالخط ى فيتقاطع الخطان الكائنان على سطح واحد مساعد ن فى نقطة كالنقطة م من التقاطع المطلوب للسطحين المذكورين س و ص وينبغى ان يختار فى كل حالة السطح المساعد ن بحيث تتحصل مساقط تقاطعيه مع السطحين المعلومين بطريقة اسهل من الطريقة التى يتحصل بها مسقطا تقاطع هذين السطحين نفسهما فاذا كان السطحان س و ص مستويين فمن المعلوم ان السطوح المساعدة كالسطح ن تكون بالضرورة مستوية ايضا واختيار هذه المستويات المساعدة يكون بكيفية ان آثارها تقطع آثار المستويين المعلومين

(٤١) * المسئلة الاولى * اذا كان المطلوب ايجاد تقاطع مستويين آثارهما متقاطعة يقال

من المعلوم ان النقطتين ا و ب اللتين هما نقطتا تقاطع آثار المستويين المعلومين (كما فى الشكل ١٣ من اللوحة ٣) نقطتان من تقاطع المستويين المذكورين وهما اثر اخط تقاطعهما وبهذا يسهل ايجاد مسقطى

هذا التقاطع كما هو مبين فى الشكل المذكور وهما طَ و طً

(٤٢) * المسئلة الثانية * اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع ل للمستويين ى و ك اللذين اثراهما الافقيان متوازيان يقال

من

من المعلوم ان النقطة ـ التى هى نقطة تقاطع الاثرين الرأسين للمستويين (كما فى الشكل ١٣ من اللوحة ٣) الاثر الرأسى لتقاطع المستويين فحينئذ المسقط الافقى لُ يمر بالمسقط ـُ ويوازى الاثرين الافقيين وكذلك مسقطه الرأسى لُ يمر بالنقطة ـ ويوازى خط الارض غ ض ومن حيث أن لُ موازللاثر ڤى يكون المستقيم ل افقيا للمستوى ى وحيث صار احد المسقطين الافقى موازيا للاثرين الافقيين والرأسى موازيا لخط الارض يكون خط التقاطع ل افقيا لانه لولم يكن كذلك لقطع المستوى الافقى فى نقطة ا مشتركة بين ڤى و ڤك فلا يكونان متوازيين ويكون حينئذ خط تقاطع المستويين المتوازيى الاثرين الافقيين موازيا للمستوى الافقى واذا تقاطع الاثران الافقيان وتوازى الرأسيان لمستويين وازى خط تقاطعهما المستوى الرأسى

(٤٣) * المسئلة الثالثة * اذا كان المطلوب ايجاد التقاطع ط للمستويين ى و ك الذين اثراهما الافقيان موازيان لخط الارض وكذلك اثراهما الرأسيان يقال

من المعلوم (كما فى الشكل ١٤ من اللوحة ٤) انه اذا توازت الآثار كل لنظيره على مستويى المسقط يكون المستويان متوازيين ولا يكون لهما خط تقاطع مالم تكن الآثار موازية لخط الارض ومختلفة الترتيب كالمبين فى الشكل المذكور فاذا كان ڤى و رى أثرى المستوى ى و ڤك و رك أثرى المستوى ك كان المستويان متقاطعين فى مستقيم موازلخط الارض فيستعان لايجاده بمستوعمود على خط الارض اثراه ڤس و رس عمودان على خط الارض فى نقطة واحدة فيصيران خطا واحدا عمودا عليه فهذا المستوى يقطع المستويين الاصليين فى المستقيمين ط و ل المنطبقين على

المستوى الافقى فى المستقمين ط و ل بعد انطباق المستوى القاطع على المستوى المذكور بتدويره حول اثره الافقى المعتبر محورا لان الاثرين الافقيين لخطى تقاطع المستوى المساعد بالمستويين المعلومين لم يتغيرا واما الاثران الرأسيان فيصيران فى دَ و حَ من خط الارض بعد الدوران فتكون نقطة تقاطع المستقمين ط و ل التى هى نقطة من خط التقاطع المطلوب منطبقة على المستوى الافقى فى النقطة م فاذا ارد المستوى المساعد الى وضعه الاصلى فالنقطة م ترسم قوس دائرة مستويه عمود على الاثر الافقى للمستوى المساعد ومسقطه الافقى موازلخط الارض وأما مسقطه الرأسى فهو قوس دائره مساو للقوس الذى رسمته النقطة فى الفراغ مركزه تقابل الاثر الافقى بخط الارض ونصف قطره مساو للمستقيم م مً فحينئذ المسقط الافقى للنقطة م من خط التقاطع فى الوضع الاصلى يوجد على الاثر الافقى للمستوى المساعد وعلى م مً فيكون المسقط فى مً أى نقطة تلاقيهما وأما مسقطها الرأسى فيوجد فى مُ اى تقاطع القوس بالاثر الرأسى رَ للمستوى المساعد اى على رَ ببعد من خط الارض يساوى ارتفاع النقطة م عن المستوى الافقى المقدرهنا بالبعد م مً وحيث علم مسقطا نقطة من خط التقاطع وهو مواز لخط الارض يكون مسقطاه موازيين له ومارين بمسقطى النقطة كل لنظيره فاذا مددنا دً من مً موازيا لخط الارض يكون هو المسقط الافقى لخط التقاطع واذا مددنا ايضا دُ من مُ موازيا لخط الارض يكون هو المسقط الرأسى لخط التقاطع المطلوب

وكان يمكن فى هذه الحالة ان يعد المستوى المساعد مائلا بالنسبة لمستويي المسقط بشرط ان يقطع المستويين المعلومين (كما فى الشكل ١٥ من اللوحه ٤)

فى

فى مستقيمين متقاطعين فى نقطة م من خط التقاطع فاذا بحث عن مساقط خطى تقاطع هذا المستوى بالمستويين المعلومين بالطريقة التى تقدمت فى المسئلة الاولى من هذا الباب وجد من تقاطع المسقطين الافقيين نقطة من المسقط الافقى لخط التقاطع المطلوب ومن تقاطع المسقطين الرأسيين نقطة من المسقط الرأسى لخط التقاطع المذكور فاذا مد منهما خطان موازيان لخط الارض صارا هما المسقطين المطلوبين لخط تقاطع المستويين المفروضين

وكذا اذا تقاطعت الآثار فى نقطة واحدة من خط الارض بالترتيب المبين فى الشكلين (١٦ و ١٧ من لوحة ٤) فان الطريقة واحدة كما تقدم فى هذه المسئلة وبالجملة فاما ان يؤخذ المستوى المساعد عمودا على خط الارض اوما ئلا عليه غيرانه لابد من مرور خط التقاطع بنقطة تقابل الآثار بخط الارض فسقطا الخط المذكور يمران بالنقطة المذكورة وعملية المستوى المساعد فى الحالتين تعين مسقطى نقطة واحدة من خط التقاطع ولابد من مرورهما كما ذكر بتقاطع الآثار بخط الارض فيعلم حينئذ مسقطا خط التقاطع المطلوب

(٤٤) يمكن حل هذه المسئلة بالمستوى المساعد فى اى وضع كان بالاعتبار الهندسى ولا يمكن حلها به فى جميع الاوضاع بالاعتبار الرسمى لانه حيث كانت خطوط الشكل غير هندسية ينبغى رسمها بشرط أن يكون تقاطعها واضحا والاحسن لاتمام هذا الشرط ان ترسم الخطوط بحيث تتقاطع فى زوايا قريبة من القائمة

واذا كانت آثار المستويين المعلومين لا تتقاطع فى حدود الرسم فلايجاد خط تقاطعهما يقطع المستويان المعلومان بمستو مواز للمستوى الرأسى فخطا تقاطع هذا المستوى بالمستويين المعلومين يكونان موازيين للاثرين الرأسيين فيعينان نقطة من خط التقاطع المطلوب وكذا اذا قطعا بمستو آخر مواز للاول فانه يقطع المستويين المعلومين فى مستقيمين موازيين للاثرين المذكورين يتقاطعان فى نقطة اخرى من خط التقاطع المعلوم فيعلم حينئذ

(٨)

مسقطاه (كما فى الشكل ١٨ من اللوحة ٥)

(٤٥) المسئلة الرابعة اذا اريد ايجاد نقطة تقابل المستقيم ى بالمستوى ى (كما فى الشكل ١٩ من اللوحة ٥) ينبغى أن يمر من المستقيم المعلوم مستو يقطع المستوى المعلوم ثم يبحث عن خط تقاطعه بالمستوى ى فحيث أن هذا الخط يمر بالنقطة المطلوبة تتعين هذه النقطة بتقابل خط التقاطع بالمستقيم المعلوم

فاذا فرضنا ان المستوى القاطع هو المستوى المسقط افقيا للمستقيم المعلوم فى ى كان ى هو الاثر الافقى لهذا المستوى وأما اثره الرأسى فهو المستقيم العمود على خط الارض اذا تقرر هذا فالمستوى المسقط افقيا للمستقيم المعلوم يقطع المستوى المفروض فى المستقيم المسقط افقيا على ى ورأسيا على ط وحيث أن خط التقاطع هذا يقابل المستقيم المعلوم (ى و ى) فى النقطة م تكون هى المسقط الرأسى للنقطة المطلوبة لكن لم يتعين المسقط الافقى لهذه النقطة من هذه العملية لان المستقيمين المذكورين متحدا المسقط على المستوى الافقى وانما يتعين المسقط الافقى بواسطة م بان ينزل العمود مم على خط الارض حتى يقابل المسقط الافقى للمستقيم فى النقطة م فتكون هى المسقط الافقى للنقطة المطلوبة لان من المعلوم أن مسقطى نقطة فى الفراغ يوجدان على عمود واحد على خط الارض

ويمكن ايضا ان يستعان على ايجاد المسقط الافقى لنقطة التقاطع المطلوبة بالمستوى المسقط رأسيا للمستقيم الذى أثره الرأسى ر متحد مع المسقط الرأسى للمستقيم المعلوم واثره الافقى ن عمود على خط الارض القائم أ اى نقطة تقابل المسقط الراسى للمستقيم المعلوم بخط الارض فهذا

المستوى

المستوى المساعد يقطع المستوى المعلوم ى فى مستقيم (لُ و لُ) يقطع مسقطه الافقى المسقط الافقى للمستقيم المعلوم فى المسقط الافقى للنقطة المطلوبة المعلومة قبل ذلك فى العملية السابعة فاذن تكون هذه الطريقة محققة للمتقدمة

فاذا لوحظ أن المستوى المعلوم حقيقى الوجود تعذرت مشاهدة جزء المستقيم د المخبأ بهذا المستوى بعد نقطة تقابل المستقيم بالمستوى وهذا هو السبب فى رسم جزء المستقيم الموجود خلف المستوى المذكور رسما نقطيا

(٤٦) ويمكن ايضا حل هذه المسئلة باستعمال اى مستو قاطع ومار بالمستقيم المعلوم بأن يقال حيث ان هذا المستوى يحتوى على المستقيم المعلوم يجب أن يمر أثراه باثرى المستقيم فاذا مد من النقطة ب اى نقطة تقابل المستقيم بالمستوى الرأسى مستقيم اختيارى ر س ومن النقطتين ا و م مستقيم و س كان هذان المستقيمان اثرين للمستوى المساعد المحتوى على المستقيم د لاحتواء اثريه على أثرى المستقيم اذا تقرر هذا تقاطع المستوى المذكور مع المستوى المعلوم فى مستقيم (طُ و طُ) محتو على مسقطى نقطة تقابل المستقيم المعلوم بالمستوى أى على (مُ و مُ) وهذه النقطة توجد أيضا على المستقيم المعلوم فحينئذ يوجد مسقطاها على مسقطيه فتكون حينئذ معلومة

ويجب لتحقيق الاعمال الرسمية أن يكون المستقيم الواصل من مُ الى مُ اى مسقطى نقطة تقابل المستقيم بالمستوى عموداعلى خط الارض كما هو معلوم

(٤٧) المسئلة الخامسة اذا كان المطلوب مد مستقيم يقابل مستقيمين

معلومين من نقطة معلومة عدّ من النقطة المعلومة والمستقيم الاول مستو ثم منها ومن الآخر مستو آخر فيتقاطع هذان المستويان فى مستقيم هو المستقيم المطلوب

وكان يمكن ان لا يستعمل من هذين المستويين الا واحد فقط ثم يبحث عن نقطة تقابله بالمستقيم الآخر فاذا وصلت هذه النقطة بالنقطة المعلومة تحصل المستقيم المطلوب

ولا يوجد لحل هذه المسئلة الا مستقيم واحد ما لم يكن المستقيمان المفروضان موجودين مع النقطة المعلومة فى مستو واحد

وانما اقتصرنا هنا على طريقة حل هذه المسئلة بالعبارة بدون رسم وصفى لتمرن الطالب على اجراء رسم ذلك بنفسه بالطرق المتقدمة

(دعوى نظرية)

متى كان مستقيم ى عمودا على مستو ى كان مسقطاه عمودين على أثرى المستوى كل على نظيره (كما فى الشكل ٢١ من اللوحة ٥)

وذلك ان من المعلوم ان المستوى المسقط للمستقيم افقيا فى ىً عمود على المستوى الافقى وعلى المستوى المعلوم ى لما انه يمر بمستقيم عمود على ذلك المستوى فحينئذ يكون عمودا على خط تقاطعهما الذى هو الاثر الافقى ثً وبالعكس يكون ثً عمودا على المستوى المسقط افقيا وعليه يكون عمودا على المسقط الافقى ىً للمستقيم ويبرهن بمثل ذلك على أن الاثر الرأسى رً يكون عمودا على المسقط الرأسى ىُ للمستقيم وبهذا يثبت المطلوب

واذا كان الامر بالعكس بان كان المسقطان ىً و ىُ للمستقيم ى عمودين على الاثرين ثً و رً للمستوى ى كان المستقيم والمستوى متعامدين

متعامدين

ولنبين ذلك فنقول حيث ان المستوى المسقط الذى اثره دُ عمود على الاثر
نَ يكون عمودا على المستوى ى المحتوى على هذا المستقيم وحيث ان
المستوى المسقط الذى اثره دُ عمود على الاثر رَ يكون عمودا على
المستوى ى ويكون المستوى ى المذكور بالضرورة عمودا على كل
من المستويين المسقطين للمستقيم د فحينئذ يكون عمودا على خط
تقاطعهما الذى هو المستقيم المعلوم

(٤٨) ما ذكر فى النظرية المتقدمة لا يتأتى الا اذا كانت المساقط عمودية لا
مائلة بخلاف ما يقع اذا كان المستقيمان عمودين على بعضهما لان مسقطيهما
العموديين الرأسيين لا يكون عنهما زاوية قائمة مالم يكن احد هذين المستقيمين
المفروضين موازيا لمستوى المسقط الرأسى

(٤٩) المسئلة السادسة اذا كان المطلوب ايجاد اصغر بعد للنقطة
(ضُ ، ضُ) عن المستوى ى المعلوم باثريه نَ و رَ (كما فى الشكل ٢١
من اللوحه ٥) يقال

يمد اولا من النقطة (ضُ ، ضُ) المستقيم د عمودا على المستوى المعلوم
بان يمد المسقطان دُ و دُ عمودين على الاثرين نَ و رَ كل على نظيره
ثم يبحث كما تقدم عن النقطة (مُ ، مُ) التى يتقابل فيها العمود د مع
المستوى فحينئذ يكون ضُ مُ و ضُ مُ مسقطى البعد الاصغر المطلوب
ويتعين مقداره الحقيقى بمد الافقى لُ سـ مساويا ضُ مُ والوصل بين
ضُ و لُ بمستقيم فيكون هذا المستقيم هو المقدار الحقيقى للبعد الاصغر

(٩)

المطلوب

(٥٠) المسألة السابعة اذا كان المطلوب ايجاد اصغر بعد للنقطة (ن ، ن) عن مستقيم معلوم بمسقطيه (ى ، ى) (كما فى الشكل ٢٢ من اللوحة ٦) يقال

يمد اولا من النقطة (ن ، ن) مستو عمود على المستقيم المفروض فيكون اثراه عمودين على المسقطين ى و ى للمستقيم المعلوم ولاجل تعيين نقطة من الاثر الرأسى لهذا المستوى تتصور فى هذا المستوى مستقيما افقيا مارا من النقطة المفروضة (ن ، ن) فهذا الافقى يكون موازيا للاثر الافقى المطلوب فاذا رمز له بالحرف ـ يكون مسقطه الافقى ـ عمودا على ى والمسقط الرأسى ـ موازيا لخط الارض غ ض حينئذ يقابل المستوى الرأسى فى النقطة ع وهى نقطة من الاثر الرأسى ر فاذا مد منها ر عمودا على المسقط الرأسى ى حتى تلاقى مع خط الارض غ ض فى نقطة ى ومد من هذه النقطة مستقيم عمود على المسقط الافقى ى كان هو الاثر الافقى للمستوى ى المار بالنقطة المفروضة والعمودى على المستقيم المفروض فاذا بحث عن النقطة (م ، م) اى نقطة تقابل المستقيم بالمستوى ووصلت بالنقطة (ن ، ن) بمستقيم كان ذلك المستقيم الواصل بينهما عمودا على المستقيم المفروض (ى ، ى) وهو البعد الاصغر المطلوب الذى مقداره الحقيقى ن ل المتحصل بما ذكر آنفا وليس المستوى ى الا مساعدا على ايجاد المطلوب فبناء عليه يجب رسم اثريه كما ترسم الخطوط المساعدة

(٥١)

(٥١) ويمكن حل هذه المسئلة بعد مستوى النقطة (ﮬُ و ﮬَ) ومن

المستقيم المعلوم (دُ و دَ) (كما فى الشكل ٢٣ من اللوحة ٦) فيلزم

لذلك ان توصل النقطة (ﮬُ و ﮬَ) بالنقطة (اُ و اَ) فاذا رمز لهذا

المستقيم بالحرف ح كان (حُ و حَ) مسقطيه ثم يبحث عن الاثرين

الرأسين للمستقيمين د و ح فيحدث نقطتان من الاثر الرأسى رَى للمستوى

المار بالنقطة والمستقيم المعلوم ويكون الاثر الافقى ﻫَى للمستوى

المذكور المستقيم اى اذا تقرر ذلك يطبق هذا المستوى على

المستوى الافقى بتدويره حول أثره الافقى ﻫَى فيدور معه المستقيم

والنقطة المعلومان لاشتماله عليهما ومن المعلوم ان النقطة (سُ و سَ) فى هذا

التحرك لا تخرج عن المستوى الرأسى العمودى على المحور ولا يتغير

بعدها عن النقطة الثابتة ف فحينئذ اذا رسم قوس دائرة بنصف قطر

سى يقطع ف سَ فى النقطة سَ فتكون هذه النقطة هى انطباق

س على المستوى الافقى واما الاثر الرأسى رَى فقد انطبق فى سَى على

المستوى الافقى واما المستقيم (حُ و حَ) فقد انطبق فى حَ على المستوى

الافقى واما النقطة والمستقيم المعلوم فقد صارت الاولى فى ﮬ والثانى فى

د وحيث علم انطباق النقطة والمستقيم على المستوى الافقى ينزل منها عمود

ﮬ م على المستقيم د فيكون هو العمود المطلوب منطبقا على المستوى

الافقى بمقداره الحقيقى وهذه النتيجة من أهم النتائج فاذا اريد ايجاد مسقطى

هذا العمود يرد المستوى الى وضعه الاصلى فالنقطة م تسقط افقيا فى مُ

بواسطة العمود النازل على المحور ويستنتج من المسقط الافقى المسقط الرأسى لها وهو مُ فاذا وصل مُ دً كان المستقيم الواصل بينهما هو المسقط الافقى للبعد الاصغر المطلوب واذا وصل ايضا بين مُ و دُ فالمستقيم الواصل هو المسقط الرأسى لذلك البعد

(٥٢) وطريقة الحل هذه مفيدة جدا فيما اذا اريد ايجاد نقطة ل من المستقيم بعيدة عن النقطة المعلومة د بكمية معلومة ك لانه بعد تطبيق النقطة والمستقيم المعلومين فى د و ى على المستوى الافقى يرسم بنصف قطر مساو للكمية المعلومة ك قوس دائرة يقطع المستقيم ى فى النقطة ل فتكون هى النقطة المطلوبة مطبقة على المستوى الافقى فاذا ردّ المستوى الى وضعه الاصلى فمسقطا النقطة يصيران فى لً و لُ

ويوجد نقطتان على المستقيم ى اذا كان المقدار ك اكبر من العمود النازل من النقطة على المستقيم المعلوم لان القوس المرسوم بنصف القطر ك يقطع المستقيم ى فى نقطتين ل و هـ وقد لا يوجد الا نقطة واحدة هى نقطة تماس القوس بالمستقيم ى اذا كانت الكمية ك مساوية لمقدار العمود المذكور وقد لا توجد نقطة اذا كانت الكمية اصغر من العمود لان القوس المرسوم بنصف القطر المساوى لهذه الكمية لا يمس المستقيم ولا يقطعه فى هذه الحالة

(٥٣) المسئلة السابعة اذا كان المطلوب ايجاد الزاويتين الحادثتين من مستو معلوم باثريه الافقى والرأسى ومن مستويى المسقط (كما فى الشكل ٢٤ من اللوحه ٦) يقال

من المعلوم ان ميل احد المستويين على الآخر يقدر بالانفراج الواقع بين مستقيمين عمودين على خط تقاطعهما ولا بد أن يكون هذان المستقيمان موجودين فى مستو عمود على خط التقاطع فيكون هذان المستقيمان حينئذ

بخطى

خطى تقاطع المستوى العمودي بمستوى المسقط فحينئذ لايجاد الزاوية
الواقعة بين المستوى المعلوم ى والمستوى الافقى للمسقط يقطعان بمستو
ى
يكون عمودا عليهما فلا بد أن يكون عمودا على خط التقاطع اى على الاثر ن
وحيث انه عمود على المستوى الافقى فهو رأسى اثره الرأسى عمود على خط
الارض واثره الافقى عمود على الاثر الافقى للمستوى المعلوم والمستوى
المذكور يقطع المستوى المعلوم فى مستقيم واصل من ا الى ـ فى الفراغ
فالزاوية الواقعة بينه وبين مسقطه الافقى هى الزاوية المطلوبة ولاجل ايجادها
يرسم مثلث قائم الزاوية مركب من هذا المستقيم ومن مسقطه الافقى ومن
الارتفاع ـ ـ للنقطة ـ عن المستوى الافقى بتدويره حول ـ ـ
حتى ينطبق على المستوى الرأسى وتصير النقطة ا فى آ من خط الارض
على بعد من ـ = ـا ويصير المستقيم الواصل من ا الى ـ فى
الفراغ منطبقا على المستوى الرأسى فى آ ـ فتكون الزاوية ـ آ ـ
هى الزاوية الواقعة بين المستوى ى والمستوى الافقى
ولتحصيل الزاوية الواقعة بين المستوى ى والمستوى الرأسى يقطعان
بمستو عمود على الاثر الرأسى ومن هنا يتكون مثلث قائم الزاوية ضلعاه
ء ـ و حـ وبناء عليه يؤول هذا المثلث بعد تدويره حول الضلع حـ
لينطبق على المستوى الافقى الى مثلث رمزه حـ ـ ـ فيه الزاوية ـ ـ ح هى
الزاوية الواقعة بين المستوى ى والمستوى الرأسى وهى الزاوية المطلوبة
(٥٤) المسئلة الثامنة اذا كان المطلوب ان يعد من النقطة
المعلومة مستو يحدث منه مع المستوى الافقى للمسقط زاوية ن ومع
المستوى الرأسى للمسقط زاوية ن يقال

(١٠)

يلاحظ ان المستويين القاطعين فى المسئلة المتقدمة يتقاطعان (كما فى الشكل ٢٤ من اللوحه ٦) فى مستقيم عمود على المستوى ى المعلوم بأثريه هو البعد الاصغر لهذا المستوى عن النقطة ب من خط الارض وحيث ان هذا العمود المنطبق مع كل من المثلثين على مستويى المسقط مبين بالمستقيمين بَ حَ و بَ ح العمودين على الوترين ينتج من ذلك ان بَ حَ = بَ ح اذا تقرر هذا فبدون معرفة المستوى ى الواقع بينه وبين مستويى المسقط الزاويتان ز و زَ يرسم بالاختيار على خط الارض مثلث قائم الزاوية ب آ بَ زاويته آ مساوية للزاوية ز ثم يرسم قوس دائرة بجعل العمود بَ حَ نصف قطر ويمدّ له مماس ءَ ح يتكون منه ومن خط الارض الزاوية زَ فهذا المماس يعين بتقاطعه مع امتداد الرأسى ب بَ النقطة ح من الاثر الافقى ى ق للمستوى ى فاذا امتد المستقيم ى ق مماسا القوس الدائرة المرسومة بنصف القطر بَ آَ ووصلت نقطة تقابله ى بخط الارض بالنقطة ب تحصل الاثر الرأسى ى ر للمستوى الموازى للمطلوب الذى زاويتاه على مستويى المسقط هما ز و زَ فحينئذ لم يبق علينا لحل المسئلة الآن غير مد من النقطة المعلومة مستوٍ موازى المستوى ى فيكون هو المطلوب

(٥٥) المسئلة التاسعة اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستويين معلومين ك و ى (كما فى الشكل ٢٥ من اللوحة ٦) يقال

يلزم لذلك قطع هذين المستويين بمستوٍ ثالث عمود على خط تقاطعهما وحيث ان

أن خط تقاطع المستويين المعلومين المسقط افقيا على ط ورأسيا على ط وتر مثلث قائم الزاوية ضلعاه أ و ب فبتطبيقه على المستوى الافقي يصير في أ فحينئذ اذا امتد من نقطة اختيارية ع من هذا الوتر عمود ع م ثم رد المثلث الى وضعه الذى كان عليه كان المستقيم ع م موجودا بالضرورة في المستوى القاطع الذى يلزم مده عموديا على خط التقاطع من النقطة ع الفراغية وحيث أن ع م يقابل المستوى الافقي في النقطة م يكون المستقيم ح م د العمودى على المسقط الافقي لخط تقاطع المستويين هو الاثر الافقي لهذا المستوى القاطع ويشاهد أن هذا المستوى يقطع المستويين المعلومين في المستقيمين المبتدئين من النقطة ع المردودة الى وضعها الاصلي والمنتهيين بالنقطتين ح و د من الاثر الافقي للمستوى القاطع ومن الاثرين الافقيين للمستويين المعلومين ومن هذين المستقيمين ومن المستقيم ح د يحدث مثلث زاويته المقابلة للضلع ح د هى الزاوية المطلوبة فحينئذ لم يبق سوى رسم هذا المثلث الذى ارتفاعه في الحقيقة هو ع م وهذا المستقيم المردود الى وضعه الاصلي موجود في المستوى المسقط افقيا لخط تقاطع المستويين العمود على القاعدة فاذا طبق المثلث المذكور بتدويره حول قاعدته ح د المعتبرة محورا لاتخرج الرأس ع عن المستوى المسقط المذكور فحينئذ اذا اخذ على م أ بعد م ع يساوى م ع ووصلت النقطة ع بكل من د و ح تحصل المثلث ع ح د المطلوب الذى زاويته د ع ح هى زاوية المستويين المعلومين المطلوبة

(٥٦) وكان يمكن تطبيق خط تقاطع المستويين المفروضين على المستوى الرأسي في ض ومد العمود مَ عَ اليه ونقل هذا العمود على م أ في م ع بجعل النقطة مَ مركزا ورسم قوس دائرة بنصف قطر مَ عَ

يقابل خط الارض فى نقطـة س ثم جـعل النقطة ـُ مركـزا

ورسم قوس دائرة بنصف قطر مساو ـُ س يقطع المستقيم م ا فى

النقطة ع فيكون م ع ارتفاع المثلث ويلزم لتحقيق الاعمال ان يقطع

القوس المذكور المستقيم م ا فى النقطة ع المعينة بالاعمال

المتقدمة

(٥٧) متى كان أثرا المستويين المفروضين متوازيين على المستوى الافقى

كما فى (الشكل ٢٦ من اللوحه ٧) وجب اختصار عملية الرسم المتقدمة

لان من المعلوم ان خط التقاطع هو المستقيم الافقى (طُ ط) الموازى للاثرين

الافقيين فاذا مد مستو رأسى حـُ ب عمودا على خط التقاطع قطع

المستويين المفروضين فى المستقيمين اللذين يحدث عنهما مع حـ ى مثلث

رأسه النقطة ـ وارتفاعه ـُ فاذا طبق هذا المثلث على المستوى

الافقى بتدويره حول قاعدته حـ ى صار الرأس ـ فى ـَ وكانت

الزاوية حـ ـَ ـُ زاوية احد المستويين المفروضين على الآخر وبالجملة

فاذا كانت الآثار كلها موازية لخط الارض كما فى (الشكل ١٤ من اللوحة ٤)

يقطع المستويات المعلومات بالمستوى القاطع س الذى سبق استعماله

وبموجب التطبيق الذى استعمل فى هذا الشكل تكون الزاوية ا م ب

هى ميل احد المستويين المفروضين على الآخر

(٥٨) المسئلة العاشرة اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين

المستقيمين ى و هـ المعلومين بالمساقط (ىُ و ى) و (هـُ و هـ) كما فى

(الشكل ٢٧ من اللوحة ٧) يقال

أن زاوية المستقيمين اللذين لم يتقاطعا هى الزاوية الواقعة بين مستقيمين موازيين

للمستقيمين

للمستقيمين المذكورين كل لنظيره ومارين بنقطة واحدة ولينظر اولا هل هذان المستقيمان المفروضان متقاطعان ام لا فلو كان لهما نقطة مشتركة لكان مسقطها الافقى على المسقطين الافقيين للمستقيمين ومسقطها الرأسى على المسقطين الرأسيين وكانا على عمود واحد على خط الارض لان مسقطى نقطة واحدة فى الفراغ يوجدان على ذلك العمود لكنهما ليسا عليه فلا يتقاطع المستقيمان المفروضان فاذن يمد مستقيم مواز لاحدهما من نقطة ما من المستقيم الآخر وللاختصار تنتخب النقطة المسقطة فى (مَ وَمُ) فيكون المسقط الافقى لهذا المستقيم الموازى هو المستقيم دَ المعلوم قبل ذلك ومسقطه الرأسى المستقيم دُ الموازى ىُ بحيث يؤل منطوق المسئلة الى ان المطلوب ايجاد الزاوية الحادثة من المستقيمين (دَ و دُ) و (هَ و هُ) اللذين يعتبران معالم ابتدائية لهذه المسئلة

فحينئذ يقال اذا رسم الاثران الافقيان ا و ح لهذين المستقيمين يكون المستقيم ا ح قاعدة مثلث رأسه النقطة (مَ ومُ) التى يتقاطع فيها المستقيمان المفروضان وتكون زاوية الرأس فيه هى الزاوية المطلوبة ومن المعلوم ان ارتفاع هذا المثلث وتر مثلث قائم الزاوية قاعدته العمود مَ سَ النازل على ا ح وارتفاعه المستقيم الرأسى المسقط للرأس فى النقطة مَ المساوى مُ ك فبناء عليه اذا اخذ كُ سُ = مَ سَ ومد مستقيم مُ سُ كان هذا المستقيم هو ارتفاع المثلث الاول فاذا طبق هذا الاخير على المستوى الافقى حول القاعدة ا ح لا تخرج الرأس عن المستوى الرأسى سَ مَ العمودى على هذه القاعدة فاذن اذا اخذ الارتفاع مُ سُ من سَ الى م يكون

ص *(١١)*

المثلث منطبقا على مثلث ا م ح زاويته ا م ح هى الزاوية المطلوبة اى الحادثة من المستقيمين (دَ دُ) و (هَ هُ)

(٥٩) متى كان احدهذين المستقيمين موازيا للمستوى الافقى وليكن هـ مثلا انعدم المثلث الذى استعمل آنفا لكن الاثر الافقى لمستوى المستقيمين المفروضين الذى هو ا ح فى الحالة المتقدمة يصير حينئذ موازيا م ح المار من النقطة ا بحيث اذا طبق هذا المستوى حول اثره تحصلت الزاوية المطلوبة

ولم نتكلم على الحالة التى فيها المستقيمان موازيان للمستوى الافقى لان الزاوية الواقعة بينهما فى الفراغ تكون مساوية للزاوية الواقعة بين مسقطيهما الافقيين

(٦٠) المسئلة الحادية عشر اذا كان المطلوب تقسيم زاوية المستقيمين المتقاطعين الى قسمين متساويين يقال

تجرى عملية هذه القسمة بعد تطبيق هذه الزاوية على المستوى الافقى ثم ترد الزاوية ا م ح والمستقيم المنصف لها الى وضعهما الفراغى مع ملاحظة ان النقطة التى يقابل فيها هذا المستقيم الاثر الافقى ا ح لمستوى المستقيمين المعلومين تبقى ثابتة مدة حركة الرد وعلى القارى ان يمرن نفسه على رسم المطلوب بمقتضى الاعمال التى تقدمت (فى الشكل ٢٧ من اللوحة ٧)

(٦١) المسئلة الثانية عشرة اذا كان المطلوب ايجاد الزاوية الواقعة بين مستقيم (دَ دُ) والمستوى ى المعلوم باثريه ىَ و رَ كما فى (الشكل ٢٨ من اللوحه ٧) يقال

ان الزاوية الحادثة بين مستقيم ومستوكمية غير معينة اذا لم يكن المراد بها الزاوية الحادثة من المستقيم المفروض ومسقطه العمودى على هذا المستوى فان هذه الزاوية هى اصغر سائر الزوايا الحادثة من المستقيم مع

جميع

جميع المستقيمات المارة باثره والمرسومة داخل المستوى المفروض فعلى مقتضى ذلك اذا انزل من احدى نقط هذا المستقيم عمود على المستوى المفروض تكون الزاوية الواقعة بين هذا العمود والمستقيم المفروض هى الزاوية المتممة للزاوية المطلوبة التى بعلمها تعلم المطلوبة

فحينئذ يمد من النقطة (سَ و سُ) المنتخبة بالاختيار على المستقيم المفروض عمود (عَ و عُ) على المستوى ى المعلوم باثريه ىَ و ىُ فيكون المسقطان عَ و عُ عمودين على الاثرين ىَ و ىُ كل على نظيره ثم ترسم الزاوية الحادثة من المستقيمين (دَ و دُ) و (عَ و عُ) فاذا استعملت فى ذلك الطريقة المقررة فى (بند ٥٨) شوهد انه يلزم ان ينزل العمود سَ س على ا س ويؤخذ لـ س سً يساوى سَ س ثم يوصل الوتر سُ سً فيكون هذا البعد ارتفاع المثلث فاذا وضع على س سَ من س الى ب ومد منها الى كل من الاثرين ا و ح مستقيمان كانت الزاوية ا ب ح زاوية العمود النازل من النقطة ب من المستقيم على المستوى ى والمستقيم المفروض ثم ترسم الزاوية المتممة برسم المستقيم ب دَ عمودا على ح ب فتكون الزاوية ا ب دَ هى الزاوية الحادثة من المستقيم (دَ و دُ) والمستوى ى او برسم المستقيم ح دً عمودا على ح ب فتكون الزاوية ح دً ب هى الزاوية المطلوبة

(٦٢) ويمكن استعمال هذه الطريقة فى ايجاد الزاوية الحادثة من المستقيم مع المستوى الافقى او الزاوية الحادثة منه مع المستوى الرأسى للمسقط وبذلك يحصل فى عمليات الرسم المتقدمة آنفا اختصار يشاهد بالسهولة وحينئذ يتوصل بطريقة سهلة الى ايجاد احدى الزاويتين المذكورتين بان

يلاحظ بمقتضى ماذكر آنفاً ان هاتين الزاويتين هما الحادثتان من المستقيم مع مسقطيه فاذن اذا طبق المستقيم على احد مستويي المسقط يشاهد أن الزاوية دًادَ هي ميل المستقيم (دًا ، اُدُ) على مسقطه الافقى دًا او على المستوى الافقى للمسقط انظر (شكل ٥ من اللوحه ٢)

(٦٣) المسئلة الثالثة عشرة اذا كان المطلوب البعد الاصغر بين مستقيمين ليسا في مستو واحد يقال

من المعلوم ان المستقيمين الفراغيين قد لا يتقاطعان وان كانا غير متوازيين فاذن يجب البحث عن مستقيم من المستقيمات الواصلة بين نقطتين من نقطهما يكون هو البعد الاصغر المطلوب

ولمزيد تصور العمليات التي يلزم اجراؤها لحل هذه المسئلة يجب أن يبدء بيانها على الشكل ٢٩ النظرى الذى فيه ا ب و حـ ى عبارة عن المستقيمين المفروضين فاذا امددنا من النقطة ب من المستقيم الاول مستقيم ب هـ موازٍ للمستقيم حـ ى وتصورنا المستوى ا ب هـ كان هذا المستوى موازياً للمستقيم حـ ى ثم اذا انزلنا من احدى نقط المستقيم الآخر عموداً ى ل على المستوى ا ب هـ فالبعد المطلوب يكون مساوياً ى ل ولتحصيل المستقيم المساوى ى ل الممتد بين اثنين من نقط المستقيمين المفروضين يمر من ل التي هي نقطة تقابل العمود ى ل مع المستوى ا ب هـ مستقيم ل ط موازٍ للمستقيم حـ ى فهذا المستقيم ل ط يقابل ضرورة ا ب في النقطة ط اذ بدون ذلك يكون ا ب موازياً حـ ى وهذا مخالف للفرض فاذن اذا اقيم من النقطة ط عمود ط س على المستوى ا ب هـ يكون موجوداً في المستوى حـ ط ى العمودى على ا ب هـ وبناء عليه يتقابل ط س مع حـ ى في النقطة س فالمستقيم ط س المساوى ى ل والموازى له يكون هو البعد الاصغر المطلوب للمستقيمين ا ب و حـ ى ويشاهد بالسهولة انه عمود عليهما حيث انه عمودى على المستوى ا ب هـ الموازى للمستقيم حـ ى

ويكفى

ويكفى فى اثبات ان ط س اصغر المستقيمات الموصلة من نقطة الى اخرى من نقط المستقيمين ملاحظة انه اذا وصلت النقطتان م و ن من المستقيمين المفروضين خرج المستقيم م ن عن مستوى المستقيمين ح ى و ل ط فيكون حينئذ م ن مائلا على المستوى ا ـ هـ وبناء عليه يكون هذا المائل اطول من العمود م ع المساوى ط س واما الحالة التى تكون فيها النقطة ن هى النقطة ط فان المستقيم م ط يكون فيها مائلا على المستقيم ح ى وبناء عليه يكون اطول من العمود ط س الذى هو اصغر المستقيمات الجامعة لاثنتين من نقط المستقيمين المفروضين فيكون هو اصغر الابعاد المطلوب

(٦٤) ولنوضح الآن العملية المتقدمة بالطرق الوصفية ليعلم الفرق بين الطرق المتعلقة بالهندسة العادية والطرق المذكورة التى يتحصل بواسطتها نتائج تامة التعيين لحل المسائل المتعلقة بالابعاد الثلاثة الفراغية فنقول

اذا كان (اَ ـَ و اُ ـُ) (كما فى الشكل ٣٠ من اللوحة ٨) مسقطى مستقيم ا ـ و (حَ ىَ و حُ ىُ) مسقطى الآخر المفروضين تحقق انهما لا يكونان فى مستو واحد اذا شوهد فى مبدء الامر انهما ليسا متوازيين وان النقطتين اللتين يتقاطع فيهما مسقطاهما الرأسيين والافقيين ليستا على عمود واحد على خط الارض اذا تقرر هذا تنتخب النقطة (ـ و ـَ) من المستقيم الاول ويمد منها الموازى (ـَ هـ و ـ هـُ) للمستقيم الثانى ويرسم الاثران ا هـ و ى ـ للمستوى المحتوى على الخطين ا ـ و ـ هـ ثم ينزل من النقطة (ىَ و ىُ) من المستقيم الثانى العمود (ىَ لَ و ىُ لُ) على المستوى ى ويبحث بواسطة المستوى المسقط افقيا للعمود ى ل عن النقطة (لَ و لُ)

التي يتقابل فيها هذا العمود مع المستوى ى ثم يمد من التقابل المذكور مستقيم (لَطْ و لُطُ) موازٍ للمستقيم (حَدْ و حدُ) فيتقابل مع (اٮ و اٮ) في نقطة ط مسقطاها طَ و طُ يكونان موجودين على مستقيم واحد عمود على خط الارض ثم يمد من النقطة (طَ و طُ) مستقيم (طَسَ و طُسُ) موازٍ للمستقيم د ل المعلوم بالمسقطين (دَلَ و دُلُ) وحيث انه لابد من تقابله ايضا مع المستقيم (حَدَ و حدُ) يلزم كذلك ان يكون سَ و سُ معا على عمود واحد على خط الارض فاذن يكون طَسَ و طُسُ المسقطين للبعد الاصغر المطلوب ولاجل تحصيل القدار الحقيقي للبعد المذكور يؤخذ على الافقي المار بالنقطة طُ جزء لَطَ = طَسَ ويرسم المستقيم سُطَ فيكون هو الطول الحقيقي للبعد الاصغر المطلوب

(٦٥) ويمكن ايضا حل المسئلة المذكورة بالبحث عن تقاطع مستويين عمودين على المستوى ى يمر أحدهما بالمستقيم (اٮَ و اٮُ) وبعمود المستوى ى المار بنقطة من هذا المستقيم والآخر بالمستقيم (حَدَ و حدُ) وبعمود المستوى ى المار بنقطة من هذا المستقيم وبذلك يتحصل المطلوب وعلى القارى ان يهتم في اجراء العمليات الرسمية بنفسه

(٦٦) متى كان المستقيمان المفروضان موازيين لبعضهما كان البعد في سائر امتدادهما واحدا ولاجل تحصيله يكفي البحث عن البعد الاصغر لاحد المستقيمين عن نقطة من المستقيم الآخر

تنبيه جميع المسائل المتنوعة التي تقدمت تحتوى على ما يلزم لحل المسائل التي لا يذكر فيها غير المستقيمات مع المستويات ولذلك تطبيقات مفيدة

اذا

اذا تقرر ما ذكرناه وجب هنا ملاحظة انه اذا اعلمت مساقط سائر رؤس كثير السطوح الجسم امكن تعيين وضع وطول كل من اضلاعه وميل كل وجه من اوجهه على المستوى الافقي للمسقط او زاوية كل وجهين متجاورين منه وامكن ايضا بطريقة التطبيق تعيين الابعاد الحقيقية لكثير الاضلاع المحدد لاحد أوجهه ثم ايجاد المقطع الحادث عن تقاطع كثير السطوح الجسم بمستو معين الوضع

(الباب الثالث)

(في حل الزاوية المجسمة الثلاثية)

(٦٧) الزاوية المجسمة الثلاثية س ا ب ج (كما في الشكل ٣١ من اللوحه ٩) يحدث عنها في الرأس ثلاث زوايا مستوية وثلاث زوايا زوجية فالثلاثة الاول هي الزوايا الحادثة بين الاضلاع والثلاث الاخر هي ميول الاوجه المتجاورة على بعضها وبمعرفة ثلاث من هذه الزوايا الستة تعرف الثلاث الأخر ومن ذلك يتولد ست احوال وذلك انه اذا رمز بالرموز ا و ب و ج للزوايا الزوجية المتقاطعة مستوياتها في الاضلاع س ا و س ب و س ج وبالرموز ا و ـ و ح للزوايا السطحية المقابلة للزوايا الزوجية امكن ان يفرض ان المعلوم

اولا الاوجه الثلاثة او الزوايا السطحية .... ا و ـ و ح

وثانيا الوجهان والزاوية الزوجية المحصورة بينهما .... ا و ـ و ج

وثالثا الوجهان والزاوية الزوجية المقابلة لاحدهما ... ا و ـ و ب

ورابعا الزاويتان الزوجيتان واحد الاوجه المقابل لاحدهما ا و ب و ـ

وخامسا الزاويتان الزوجيتان والوجه المنحصر بينهما ... ا و ب و ح

وسادسا الزوايا الثلاث الزوجية .... ا و ب و ج

فهذه هي الاحوال الست وقد يمكن ترجيع الثلاث الاخيرة منها الى الثلاث الاول بواسطة الزاوية المجسمة الثلاثية المتممة بان يقال

(٦٨) اذا انزل من النقطة سَ المأخوذة داخل الزاوية المجسمة س عمود على كل من اوجهها واعتبر المستوى ب س ج افقيا يكون الضلع

سَ أ عمودا على هذا المستوى وبذلك تتكون زاوية ثانية مجسمة ثلاثية سَ

احد أضلاعها الرأسى سَ أَ والاخران سَ بَ و سَ جَ العمودان

على الوجهين ا س ج و ا س ب وتعرف هذه بالمتممة للاولى لان اوجهها

وزواياها الزوجية متممة لزوايا الاخرى الزوجية واوجهها لكن قبل اثبات

ذلك يلاحظ انه لا بد لتكوين الزاوية المجسمة المتممة من انزال أعمدة من

اى نقطة فراغية غير ان المستقيمات الثلاثة او المستويات الثلاثة التى

تتقاطع فى نقطة واحدة سَ وتمتد فى كل من جهتى هذه النقطة تعين دائما

ثمانى زوايا مجسمة ثلاثية متنوعة ليس فيها غير اثنتين متماثلتين متقابلتين

فى الرأس هما المتممتان للزاوية المعلومة س ا ب ج ولاجتناب الخطأ

فى الزاوية المتممة عند مد الاعمدة يجب ان تنزل تلك الاعمدة على الاوجه من

نقطة مأخوذة داخل الزاوية المجسمة المفروضة ثم تنقل الزاوية سَ المكونة
بهذه المثابة الى المحل المراد نقلها فيه

(٦٩) اذا تقرر هذا يرمز بالرموز آ و بَ و جَ الى الزوايا الزوجية

المحصورة بين الاوجه المتقاطعة فى الاضلاع سَ أَ و سَ بَ و سَ جَ

وبالرموز آ و بَ و جَ الى الاوجه المقابلة لهذه الاضلاع فيشاهد

ان المستوى آ سَ بَ العمود على الوجهين ب س ج و ا س ج

يقطعهما فى المستقيمين آ هـ و بَ هـ العمودين على س ج وبناء

عليه تكون الزاوية آ هـ بَ قياس الزاوية الزوجية ج وتكون اثنتان

من زوايا ذى الاربعة اضلاع سَ آ هـ بَ قائمتين وهما آ و بَ
والاثنتان الاخريان متممتين فيحصل

آ سَ بَ

$\bar{أ}$ سَـ بَ + أَ هـ بَ = ١٨٠° او ...... حَ، + ج = ١٨٠°

ويبرهن بمثل ذلك على ان .... ـَ + ب = ١٨٠°

وعلى ان .... آ + ا = ١٨٠°

وذلك فى ذوى الاربعة اضلاع سَـ أ ى جَ و سَـ جَ ف بَ الحادثين من تقاطعي الوجهين آ سَـ جَ و بَ سَـ جَ من الزاوية الجسمة سَـ بالزاوية الجسمة سـ فحينئذ تكون اوجه الزاوية سَـ متممة للزوايا الزوجية من الزاوية الثلاثية سـ

(٧٠) فاذا اعتبرت الآن الزوايا الزوجية من الزاوية الجسمة سَـ شوهد ان وجهيها بَ سَـ أَ و جَ سَـ أَ يقطعان المستوى ب سـ ج لكونهما عمودين عليه فى المستقيمين أهـ و أى فحينئذ تكون الزاوية ى أ هـ هى قياس الزاوية الزوجية أ لكن الزاويتان ى و هـ فى ذى الاربعة اضلاع سـ ى أ هـ قائمتان لان الوجه آ سَـ بَ عمود على سـ ج والوجه آ سَـ جَ عمود على سـ ب فبناء عليه تكون الزاويتان الاخريان لذى الاربعة اضلاع متممتين فيحصل حينئذ

ى أ هـ + ى سـ هـ = ١٨٠° او .... آ + ا = ١٨٠°

ويبرهن بمثل ذلك على ان .... بَ + ـ = ١٨٠°

وعلى ان .... جَ + ح = ١٨٠°

وذلك فى ذوى الاربعة اضلاع سـ هـ بَ ف و سـ ى جَ ف فاذن

(١٣)

تكون الزوايا الزوجية من الزاوية الثلاثية سَ متممة لاوجه الزاوية الثلاثية

س التى تسمى بالمتممة للزاوية المجسمة سَ

ولنرجع الآن الى الكلام على الاحوال الست المذكورة فى (بند ٦٧)
فنلاحظ انه متى علمت الزوايا الثلاث الزوجية ا و ب و ج امكن ايجاد

متمماتها التى هى كناية عن الاوجه اَ و بَ و حَ للزاوية الاخرى المجسمة

سَ فحينئذ اذا استنتج من هذه المعالم الجديدة الزوايا الزوجية

اَ و بَ و جَ للزاوية سَ المذكورة لم يبق الا اخذ متممات هذه
الزوايا فتعلم الاوجه ا و ب و ح للزاوية المجسمة الاصلية ومن هنا
يشاهد أن الحالة السادسة تؤل الى الاولى والخامسة الى الثانية والرابعة
الى الثالثة فاذن لانتصدى هنا الا لحل الاحوال الثلاث الاول معتبرة مسائل
فنقول

(٧١) المسئلة الاولى ان تعلم الاوجه الثلاثة ا و ب و ح لزاوية
مجسمة ويكون المطلوب ايجاد الزوايا الثلاث الزوجية ا و ب و ج فيقال

ليكن أس ب و ب س ج و ج س أ الزوايا المستوية الثلاثة
المفروضة (كما فى الشكل ٣٢ من اللوحه ٩) و يفرض تطبيقها
على مستوى الوجه ب س ج المعتبر مستويا افقيا للمسقط
ومن المعلوم انه يكفى فى تركيب الزاوية المجسمة تدوير الوجهين

الجانبين أس ب و آس ج حول المستقيمين س ب و س ج

المعتبرين محورين الى ان ينطبق احد الخطين س أ على الآخر س آ
ويكون وضعهما المشترك فى الفراغ هو وضع الضلع الثالث الذى مسقطه

الافقى المستقيم س أ ولا جل تعيين وضع المسقط المذكور يؤخذ على

المستقيمين

المستقيمين المنطبقين فى سـآ و سـأً بعدان متساويان كالبعدين سـدَ و سـدً المنطبقين عند اتحاد النقطتين دَ و دً فى تكوين الزاوية المجسمة وحيث انهما يدوران حول المستقيمين سـج و سـب لايخرجان عن المستوبين الرأسيين دَفدً و دًهدً العمودين على المحورين المذكورين ومن هنا يعلم ان النقطتين المنطبقتين على دَ و دً ينطبقان فى نقطة واحدة فراغية منسقطها افقيا فى دً

وبناء عليه يكون مسقط الضلع الثالث من الزاوية المجسمة هو سـدًأً ومن المعلوم ان المستوى الرأسى فدً العمودى على سـج يقطع الوجهين المارين بهذا الضلع فى المستقيمين فدً و فدَ اللذين يحدث بينهما بعد ردّ فدَ الى وضعه الفراغى زاوية مساوية لميل هذين الوجهين على بعضهما ويتكون عنهما مع الرأسى دً مثلث قائم الزاوية يطبق على مستوى المسقط بتديروه حول قاعدته فدً ثم يقام على تلك القاعدة عمود دًرً محدد بالقوس المرسوم بنصف القطر فرَ المساوى فدَ فتتحصل الزاوية رَفدً التى هى قياس احد الزوايا الزوجية ج المطلوبة الواقعة بين الوجهين جسـب و جسـآ ومن المعلوم ان المستوى الرأسى هدً يقطع الوجهين المارين بالخط سـب فى المستقيمين هدً و هدً فاذا ردّ الاخير الى وضعه الاصلى حدث منه ومن الاول قياس الزاوية الزوجية ب وحيث انه يتكون من هذين المستقيمين ايضا مع الرأسى دً مثلث قائم الزاوية

يكون ذلك المثلث منطبقا على المستوى الافقى فى مثلث رهدُ فيه الزاوية دُهرً احدى الزوايا المطلوبة ومن المعلوم ان العمودين دُرَ و دُنً يكونان متساويين لان كلا منهما كناية عن ارتفاع نقطة واحدة من الضلع سـا منسقطة فى دُ

ولتحصيل الزاوية الثالثة الزوجية ا يمد مستو قاطع عمودا على سـا من نقطة هذا الضلع المنسقطة فى دُ والمنطبقة على دَ من جهة وعلى دً من اخرى فيقطع هذا المستوى الوجهين الجانبيين فى المستقيمين دَه و دًم العمودين على سـاَ و سـاً كل على نظيره وبناء عليه يكون خط تقاطعه مع الوجه ب سـ ج هو المستقيم مه الذى يكون عمودا على المسقط الافقى سـاُ للضلع الثالث فاذا ركب من المستقيمات الثلاثة دًم و مه و هدَ مثلث ع م ه فيه زاوية الرأس ع كانت هى الزاوية الزوجية التى ضلعها سـا

ولينتبه الى ان ع اى رأس المثلث قبل انطباقه على المستوى الافقى كان موجودا فى نقطة من الضلع سـا المنسقطة فى دُ لكن حيث ان هذا المحور مه عمود كما تقدم على المستوى الرأسى سـاُ لا تخرج النقطة ع عن هذا المستوى فحينئذ يلزم ان تكون منطبقة على امتداد المستقيم سـدُاُ ولابد من ملاحظة هذا البرهان فى صحة الاعمال

ويشترط دائما لامكان حل المسئلة اولا ان يكون مجموع الزوايا الثلاث ا و ب و ح اصغر من اربع زوايا قائمة وثانيا ان يكون اكبر هذه الزوايا اصغر من مجموع الزاويتين الاخريين فلو فقد هذان الشرطان من معاليم المسئلة

المسئلة لشوهد انه يحدث عن العمليات الرسمية لتكون المثلثين ف دَ رَ

و هـ دَ رَ وتران اقصر من القاعدتين مع ان تكوين هذين المثلثين يمكن دائماً وتحقق الشرطان المذكوران وبذلك يمكن تركيب الزاوية المجسمة من معاليم المسئلة

* (مسئلة رد الزاوية الى الافق) *

(٧٢) الغرض من هذه المسئلة المفيدة فى رسم الخرط ايجاد المسقط الافقى للزاوية ا المعلومة التى يحدث عن ضلعيها مع الرأسى الزاويتان المعلومتان ب و ح فاذا تصورنا زاوية مجسمة ثلاثية اضلاعها الثلاثة الرأسى والآخران ضلعا الزاوية المفروضة ا وعلمت الاوجه ا و ب و ح لهذه الزاوية المجسمة فالمسقط المطلوب بالبداهة هو الزاوية التى هى قياس الزاوية الزوجية ا الواقعة بين الوجهين الرأسيين وبناء عليه تكون هذه المسئلة آيلة الى المسئلة المتقدمة فتحل بالطريقة التى تقدمت وحيث فرض ان احد أضلاعها رأسى لايسوغ جعل الشكل فى وضع اليق من الذى هو عليه فحينئذ يرسم فى مستوما مع الرأسى س ا زاويتان ا س ب تساوى ح و ا س ج تساوى ب ويبقاء مقدار الزاوية ا الاخيرة على حاله يدار الضلع س ج حول ا س الى ان يتكون فى الفراغ من هذا الضلع المتحرك س ج والضلع الثابت س ب زاوية ا فتحصل بذلك الزاوية المفروضة فى الوضع المعين لها فى المسئلة وحينئذ يسهل استخراج المسقط الافقى منها لان الاثر ج للضلع المتحرك

يرسم فى مدة الدوران حول س ا قوس دائرة ج جَ مركزه النقطة ا

ويقف على هذا القوس فى النقطة جَ بحيث يكون بعدها عن النقطة الثابتة ب قاعدة مثلث ضلعاه س ب و س ج وزاويته الواقعة

بينهما ا المعلومة فاذا رسم على المستوى الرأسى زاوية ب س جً تساوى ا

واخذ سـ جً يساوى سـ ج كان المستقيم ب جً هو بعد الاثر عن النقطة ب ثم اذا جعلت هذه النقطة مركزا ورسم قوس دائرة بنصف قطر ب جً قطع ذلك القوس ج جَ فى نقطة جَ هى مستقر اثر الضلع المتحرك سـ ج فى وضعه الاصلى فاذا وصل جَ ا كان هو مسقط الضلع المتحرك وكانت الزاوية جَ ا ج هى الزاوية المطلوبة فحينئذ تكون هذه الزاوية هى المستعملة فى الخرط الطبوغرافية

المسئلة الثانية ان يعلم الوجهان ا و ب لزاوية مجسمة ثلاثية والزاوية الزوجية ج الواقعة بينهما ويكون المطلوب ايجاد الوجه الثالث والزاويتين الزوجيتين فيقال

ليفرض كما فى (الشكل ٣٤) ان ب سـ ج المساوى ا و ج سـ اَ المساوى ب الوجهان المعلومان المنطبقان على المستوى الافقى فاذا دور الوجه الثانى حول سـ ج الى ان يتكون منه مع الوجه ب سـ ج الزاوية الزوجية ج المعلومة تحصل وجهات من الزاوية المجسمة فى وضعهما الحقيق وفى مدة حركة التدوير هذه لا تخرج النقطة دَ المأخوذة بالاختيار على الضلع المتحرك عن المستوى الرأسى دَ ف م العمودى على المحور فحينئذ اذا رسم فى هذا المستوى المنطبق حول ف م الزاوية م ف ك تساوى ج واخذ البعد ف ك يساوى ف دَ فمن البديهى ان النقطة كَ تكون منطبقة على النقطة ى ومنسقطة افقيا فى النقطة دً متى وصل الوجه المتحرك اَ سـ ج الى وضعه الاصلى فى المسئلة ومن المعلوم ان نقطة الفراغ التى مسقطها دً من الوجه الثالث المجهول فاذا دورنا الوجه المذكور حول سـ ب

حتى

حتى انطبق على المستوى الافقى لا تخرج النقطة المنسقطة افقيا فى د عن المستوى الرأسى دُ هـ دً العمودى على هذا المحور فينبغى ان تكون هذه النقطة منطبقة على المستوى الافقى فى دً وعلى بعد من الرأس س يساوى س دَ فاذا ارسم بهذا البعد قوس دائرة قطع المستقيم اللانهائى دُ هـ فى النقطة دً التى بها تتعين الزاوية دً س ب اى الوجه الثالث المجهول فحيث تحصلت الاوجه الثلاث للزاوية المجسمة الثلاثية آل الامر الى المسئلة الاولى التى تبين طريقة ايجاد الزوايا الزوجية اذا علمت الثلاث زوايا المستوية ويمكن ايضا استعمال البعد م د المساوى بالبداهة م دً ويرسم قوس الدائرة تتعين بتقاطعه مع القوس الاول النقطة دً

(٧٣) المسئلة الثالثة ان يعلم الوجهان ا و ت لزاوية مجسمة ثلاثية والزاوية الزوجية ب المقابلة لاحدهما ويكون المطلوب ايجاد الوجه الثالث والزاويتين الزوجيتين فيقال

ليفرض كما فى (شكل ٥٣ من اللوحة ٩) ان ب س ج المساوى ا و ج س آ المساوى ت الوجهان المعلومان المنطبقان على المستوى الافقى فاذا ارسم فى المستوى الافقى مع هـ ف العمودى على الضلع س ب الزاوية ر هـ ف تساوى ب وتصور مستو لانهائى مار بالخطين س هـ و هـ ر كان هذا المستوى الوجه المجهول فلم يبق علينا فى تركيب الزاوية المجسمة الا تدوير الوجه آ س ج حول ج س الى ان يقع الضلع س آ فى المستوى س هـ ر وفى مدة الدوران هذه لا تخرج النقطة دَ من الضلع المتحرك عن المستوى الرأسى دَ ف م المدود من النقطة ف عمودا على المحور ج س وبناء

على ذلك تكون النقطة ى هذه فى تقاطع المستوى الرأسى ف م مع المستوى اللانهائى س هـ ر فاذن يكون التقاطع المذكور مستقيما مبتديا من النقطة م ومتقابلا مع الرأسى ف فى النقطة التى يتقابل فيها الرأسى المذكور مع المستقيم هـ ر فى وضعه الاصلى فاذن يمد لايجاد التقاطع المذكور مستقيم ف ر عمود على هـ ف ينقل من ف الى ر فيكون المستقيم م ر هو انطباق التقاطع على المستوى الافقى الموجودة عليه النقطة ى للضلع المتحرك س آ فحينئذ يجعل ف مركزا ويرسم بنصف قطر ى ف قوس دائرة يقطع م ر فى النقطة ع فيحصل فى المستوى الرأسى ف م الوضع ع لنقطة من الضلع الثالث س ا وحينئذ يعلم بالسهولة مسقطها الافقى عُ والنقطة ع من المستوى الرأسى م ف من الوجه المجهول فاذا دور هذا الوجه حول الضلع س ب لا يتغير بعداها م ع و س ى عن النقطتين م و س الكائنتين على المحور فاذن يجعل هذان المستقيمان نصفى قطر ويرسم بهما قوسا دائرتين بجعل م و س مركزين فتكون نقطة تقاطعهما ىً هى انطباق النقطة ع على المستوى الافقى وحينئذ يكون الخط س ىً انطباق الضلع الثالث والوجه الثالث المطلوب ى س ب فقد آل الامر الى المسئلة الاولى ومنها تعلم الزاويتان الباقيتان للزاوية المجسمة الثلاثية

ولينتبه الى ان قوس الدائرة المرسوم بنصف القطر ف ى يقطع المستقيم م ر فى النقطتين ع و عـ بحيث ان الوجه آ س ج يشغل بدورانه حول ج س وضعين يكون الضلع س آ فى كليهما موضوعا فى المستوى .

س

سـ م ع فبالنسبة لاحد هذين الوضعين تكون النقطة ى في ع
وللوضع الآخر في النقطة عـ وبناء عليه اذا انطبقت النقطة عـ على
المستوى الافقي بتدويرها حول سـ ب كما حصل في النقطة ع تصير
في عـ فاذن يكون عـ سـ ب الوجه الثالث المجهول فعلى ذلك تحدث
زاويتان مجسمتان مختلفتان يمكن تركيبهما من المعالم ا و ب و ج
وهذه نتيجة مشابهة كل المشابهة لما يحدث من العملية الرسمية لمثلث معلوم
منه ضلعان والزاوية المقابلة لاحدهما ولا حاجة الى ذكر أن القوس
المرسوم بنصف القطر ف ى اذا مس المستقيم م ر لا يكون للمسئلة
الا حل واحد وانه يتعذر حل المسئلة اذا كان هذا القوس لا يتلاقى مع
المستقيم م ر بالكلية
ومع ذلك فمن المهم ملاحظة انه ينبغي اهمال الحل الثاني وترك العمل به
اذا وقعت النقطة عـ على م ر تحت المستوى الافقي

تم منتخب الجزء الاول من الهندسة الوصفيه بمطبعة مهندسخانة الخديويه
تحت نظارة سعادة علي بك مبارك مدير دروسها ومحيي علومها
بعد دروسها وكان طبعه في اواخر ذي القعدة سنة ١٢٦٩
من الهجرة النبويه على صاحبها ازكى السلام
وأوفى التحيه وصلى الله على سيدنا
محمد النبي الامي وعلى اله
وصحبه وسلم
امين
تم