



الفصل السابع

تحليل التباين

Analyzes of Variance ANOVA

(7-1) مقدمة :

في دراستنا لاختبارات الفروض في الفصل السابق، كانت الدراسة قاصرة على مجتمع واحد أو مجتمعين على الأكثر. وشملت تلك الدراسة اختبار فروض عن متوسط مجتمع واحد واختبارات فروض بخصوص تساوي متوسطي مجتمعين. ومن الطبيعي تعميم هذا الأسلوب إلى حالة وجود m من المجتمعات ($m \geq 2$)، ويكون المطلوب منا مقارنة متوسطاتها. فمثلاً إذا كان المطلوب إجراء مقارنة بين متوسطات إنتاجية الفدان لخمسة أصناف مختلفة من القطن، رمزنا لمتوسطات إنتاج الفدان من هذه الأصناف الخمسة بالرموز: $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_5$ يكون فرض عدم وجود فرق بين هذه المتوسطات (أي فرض تساوي متوسطات هذا الأصناف الخمسة) هو:

$$(1-7) \quad H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

ويكون الفرض البديل H_A هو أن فرض عدم ليس صحيحاً، أي أن H_A هو فرض عدم تساوي متوسطين علي الأقل من هذه المتوسطات، ويكون:

$$(2-7) \quad H_A: \text{يوجد اثنان على الأقل من المتوسطات } \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_5 \text{ غير متساويين}$$

ويستخدم أسلوب تحليل التباين في اختبار فرض تساوي متوسطات عدة مجتمعات ضد فرض عدم تساويها، فمثلاً يكون فرض عدم والفرض البديل كما في (1-7)، (2-7)، ويتضح مدى أهمية أسلوب تحليل التباين في اختبار فرض عدم مثل H_0 في (1-7) ضد فرض بديل مثل H_A بملاحظة أنه لإجراء مثل هذا الاختبار باتباع الأسلوب السابق عرضه (باستخدام اختبار t) لمقارنة متوسطي كل مجموعتين على حده، فإن هذا سوف يستلزم إجراء عشرة اختبارات من ذلك النوع، ولاشك في أن هذا سوف يحتاج إلى كثير من الوقت والجهد. ومن الواضح أنه كلما زاد عدد المجتمعات المطلوب مقارنة متوسطاتها زادت صعوبة إجراء المقارنات المطلوبة باتباع أسلوب مقارنة كل متوسطين على حده. فمثلاً إذا كانت مقارنة متوسطات عشرة مجتمعات مطلوبة فإن ذلك يستلزم إجراء 45 اختباراً، كل منها لمقارنة متوسطين فقط باستخدام اختبار t . ويستخدم أسلوب تحليل التباين لمقارنة متوسطات عدة مجتمعات في العديد من البحوث مثل مقارنة متوسطات إنتاج

عدة أصناف من محصول معين، مقارنة متوسطات عدة أيام لازمة للشفاء من مرض معين لعدة أنواع من الأدوية، مقارنة عدة طرق من طرق التدريس، مقارنة عدة طرق لإنتاج سلعة معينة، مقارنة متوسط الدخل الشهري للأسرة بعدة محافظات وهكذا.

وفي تحليل التباين يستخدم تعبير معالجات *Treatments* ليعبر عن التصنيفات المختلفة المستخدمة والمطلوب مقارنة متوسطاتها، فقد تكون المعالجات أنواعاً مختلفة من الأدوية أو قد تكون أنواعاً من الأسمدة أو طرقاً مختلفة للتدريب أو محافظات مختلفة، ومطلوب إجراء مقارنات بين متوسطات ظاهرة ما باستخدام عينة عشوائية من كل منها.

وباختصار يقصد بتحليل التباين العمليات الرياضية الخاصة بتقسيم مجموع المربعات الكلي لمجموعة من البيانات إلى مصادره المختلفة، وتلخص نتائج التحليل في جدول يعرف بجدول تحليل التباين *ANOVA Table*. إن الهدف من إجراء هذا التحليل هو اختبار فرضية تساوي متوسطات مجموعة من العينات وتعرف بالمعالجات أو المعاملات *Treatment* دفعة واحدة، ولهذا فهو يعد توسيعاً لاختبار *t*.

اختبار إف: Test-F

اختبار تحليل التباين يعتمد على إحصائي اختبار يطلق عليه اسم توزيع F نسبة إلى التوزيع الاحتمالي F Distribution.

ولاختبار مساواة متوسطات المجموعات يتم تقسيم التباين الكلي للمتغير التابع إلى مركبتين الأولى معروفة المصدر وتسمى بين المجموعات (Between Group) ومصدرها الفروق بين متوسطات المجموعات، فإذا كان هذا الجزء كبيراً فإن متوسطات المجموعات غير متساوية، والثانية داخل المجموعات (Within Group) وهي الجزء غير معروف المصدر الذي يسمى في بعض الأحيان الباقي Residuals أو الخطأ Error.

✓ متى نرفض الفرضية التي تقول: إن متوسطات المجموعات متساوية؟

نرفض هذه الفرضية إذا كانت نسبة التباين بين المجموعات (معروف المصدر) إلى التباين داخل المجموعات (غير معروف المصدر) كبيرة، وهذه النسبة تسمى قيمة F، فإذا كانت قيمة F كبيرة نسبياً فإن متوسطات المتغير التابع للمجموعات غير متساوية، ولكن إلى أي حد تعد قيمة F كبيرة حتى نرفض الفرضية التي تقول أن متوسطات المجموعات متساوية؟

✓ متى نقول إن قيمة F كبيرة نسبياً؟

إذا كانت المساحة فوقها (مستوى الدلالة Sig) أقل من المستوى المقبول لدينا α التي غالباً تساوي 0,05، فإذا كانت قيمة Sig أقل من α فإن متوسطات المجموعات غير متساوية، وإذا كانت قيمة Sig أكبر من $\alpha = 0.05$ فإن متوسطات المجموعات متساوية.

(2-7) تحليل التباين في اتجاه واحد (One-Way ANOVA) :

يقصد بتحليل التباين العمليات الرياضية الخاصة بتقسيم مجموع المربعات الكلي لمجموعة من البيانات إلى مصادره المختلفة وتلخيص نتائج التحليل في جدول يعرف بجدول تحليل التباين ANOVA Table. إن الهدف من إجراء هذا التحليل هو اختبار فرضية تساوي متوسطات مجموعة من العينات، وتعرف بالمعالجات أو المعاملات Treatment دفعة واحدة.

متى يستخدم تحليل التباين في اتجاه واحد؟

يستخدم إذا كان لدينا عدد من العينات ونريد أن نختبر هل هذه العينات مسحوبة من مجتمعات متوسطاتها متساوية أم لا؟ بمعنى آخر هل هذه العينات مسحوبة من المجتمع نفسه أم لا؟ يمكن اختبار ذلك الفرض باستخدام اختبار تحليل التباين. أي أن

الفروض الإحصائية :

الفرض العدم

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

ضد الفرض البديل

يوجد متوسطان على الأقل غير متساويين: H_A

يمكن تلخيص خطوات الاختبار كالتالي:

- يحسب مجموع مشاهدات كل عينة وكذلك متوسطها، نفرض أن $\sum_{i=1}^N X_{ir}$ ترمز لمجموع مشاهدات العينة r ، $\bar{X}_r = (\sum_{i=1}^N X_{ir}) / N$ ترمز إلى وسطها الحسابي، حيث إن $r = 1, \dots, k$ وعدد البيانات هي N فيمكن تنظيم حساب مجموع مشاهدات كل عينة ومتوسطها باستخدام جدول البيانات الآتي:

جدول (1-7)

المشاهدات	المجتمع				
	1	2	3	...	k
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{1k}
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2k}
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	...	X_{3k}
:	:	:	:	...	:
:	:	:	:	...	:
N_j	$X_{N_1 1}$	$X_{N_2 2}$	$X_{N_3 3}$...	$X_{N_k k}$
\sum	$\sum_{i=1}^{N_1} X_{i1}$	$\sum_{i=1}^{N_2} X_{i2}$	$\sum_{i=1}^{N_3} X_{i3}$...	$\sum_{i=1}^{N_k} X_{ik}$
\bar{X}	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	...	\bar{X}_k

⊙ يحسب المجموع الكلي لمشاهدات جميع العينات ونرمز له بالرمز \sum والمتوسط العام \bar{X} كالآتي:

$$\sum = \sum_{i=1}^{N_1} X_{i1} + \sum_{i=1}^{N_2} X_{i2} + \sum_{i=1}^{N_3} X_{i3} + \dots + \sum_{i=1}^{N_k} X_{ik}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum}{N} \text{ وأيضاً } N = N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_k \text{ حيث إن}$$

⊙ يحسب مجموع المربعات الكلي Total sum of squares كالآتي، وهو الذي نرمز له بالرمز SST:

$$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} X_{ji}^2 - \frac{\sum^2}{N}$$

$$SST = X_{11}^2 + X_{21}^2 + \dots + X_{N_1 1}^2 + X_{12}^2 + X_{22}^2 + \dots + X_{N_2 2}^2 + \dots + X_{N_k k}^2 - \frac{\sum^2}{N}$$

(3-7)

أي أن مجموع المربعات الكلي نحصل عليه بإيجاد مجموع مربعات مشاهدات العينات مطروحاً منه خارج قسمة مربع المجموع الكلي لمشاهدات جميع العينات على N.

ويمكن حساب مجموع المربعات الكلي بطريقة أخرى وهي كالآتي:

$$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} (X_{ji} - \bar{X})^2$$

أي أن مجموع المربعات الكلي هو مجموع مربعات انحرافات كل مشاهدة من مشاهدات جميع العينات المأخوذة عن المتوسط العام لجميع هذه المشاهدات \bar{X} .

⊙ يحسب مجموع مربعات بين المعالجات Sum of squares Between treatments

مجموع مربعات بين المعالجات وهو الذي نرسم له بالرمز SSR:

$$SSR = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_1} X_{i1}\right)^2}{N_1} + \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_2} X_{i2}\right)^2}{N_2} + \dots + \frac{\left(\sum_{i=1}^{N_k} X_{ik}\right)^2}{N_k} - \frac{(\sum)^2}{N}$$

(4-7)

ويمكن حساب مجموع مربعات بين المعالجات بطريقة أخرى كالآتي:

$$SSR = \sum_{i=1}^k N_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2$$

$$SSR = N_1 (\bar{X}_1 - \bar{X})^2 + N_2 (\bar{X}_2 - \bar{X})^2 + \dots + N_k (\bar{X}_k - \bar{X})^2$$

⊙ يحسب مجموع مربعات الأخطاء (مربعات داخل المعالجات)

Sum of Square within treatments or sum of square of Error

يحسب بالفرق بين مجموع المربعات الكلي ومجموع المربعات بين المعالجات الذي تم حسابها في الخطوتين السابقتين، والذي نرسم له بالرمز SSE. ويمكن حسابه بطريقة أخرى وهي كما يلي:

$$SSE = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} (X_{ji} - \bar{X}_i)^2$$

(5-7)

أي أن مجموع مربعات داخل المعالجات يعبر عن التشتت داخل العينات أي عن تباعد مشاهدات كل عينة عن وسطها الحسابي.

⊙ يحسب متوسط مربعات بين المعالجات $\sigma_{Between}^2$ وذلك بقسمة مجموع مربعات بين المعالجات على

(عدد المعالجات - 1) أي على $k-1$ ، ويسمى $k-1$ بدرجات حرية بين المعالجات أي أن:

$$(6-7) \quad MSR = (k-1)/SSR = \sigma_{Between}^2$$

يُحسب متوسط مربعات داخل المعالجات، وذلك بقسمة مجموع مربعات داخل المعالجات على (عدد المشاهدات الكلية - عدد المعالجات) أي على $N-K$ ، ويسمى $N-K$ بدرجات حرية داخل المعالجات أي أن:

$$(7-7) \quad MSE = (N-K)/SSE = \sigma_{Between}^2$$

يُحسب خارج قسمة متوسط مربعات بين المعالجات على متوسط مربعات داخل المعالجات، وإذا رمزنا بالرمز F للنسبة الناتجة فإن:

$$(8-7) \quad F = \frac{\sigma_{Between}^2}{\sigma_{within}^2}$$

ويكون لها توزيع F بدرجات حرية $k-1$ ، $N-k$. وتعد F المحسوبة هي إحصاء الاختبار.

إذا كانت F المحسوبة أكبر من $F_{(\alpha, k-1, n-k)}$ يرفض الفرض العدم H_0 وفيما عدا ذلك يقبل فرض العدم H_0 .

والجدول الآتي الذي يعرض ملخص الخطوات السابقة يسمى جدول تحليل التباين analysis of variance table، وتكون له الصيغة العامة المبينة في الجدول الآتي:

جدول (2-8)

مصدر الاختلاف	مجموع المربعات SS	درجات الحرية d.f	متوسط المربعات MS	F
بين المعاملات	SSR	$K-1$	MSR	$F_{calc} = \frac{MSR}{MSE}$
الخطأ	SSE	$\sum_{i=1}^K N_i - k$	MSE	
المجموع	SST	$\sum_{i=1}^K N_i - 1$		

والآن نتناول كيف يمكننا تنفيذ هذا باستخدام البرنامج ما يعمل على إتاحة استخدام ذلك مع توفير الوقت والجهد في حالة زيادة عدد بيانات التحليل الإحصائي؛ وذلك من خلال أمثلة تطبيقية متنوعة:

مثال (7-1):

استخدمت ثلاث طرق تعليمية مختلفة في تدريس مادة الحساب لثلاث عينات متشابهة من الطلاب، وكانت درجاتهم في الامتحان النهائي كما في الجدول الآتي:

جدول (3.7)

5,5	7	7,5	8	العينة الأولى
9	8	10	9	العينة الثانية
3,5	5,5	5	6	العينة الثالثة

اختبر ما إذا كانت هناك فروق معنوية بين متوسطات درجات الطلبة في الطرق الثلاث عند مستوى معنوية 0,05.

الحل:

في البداية يتم إدخال البيانات كلها في البرنامج في عمود واحد مع إضافة عمود ثان يشير إلى رقم العينة فيكون شاشة data editor وقد سميناه factor نضع فيه قيمة 1 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة العينة الأولى، ونضع القيمة 2 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة العينة الثانية وهكذا، ونضع القيمة 3 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة العينة الثالثة وتكون البيانات كما في الشكل الآتي:

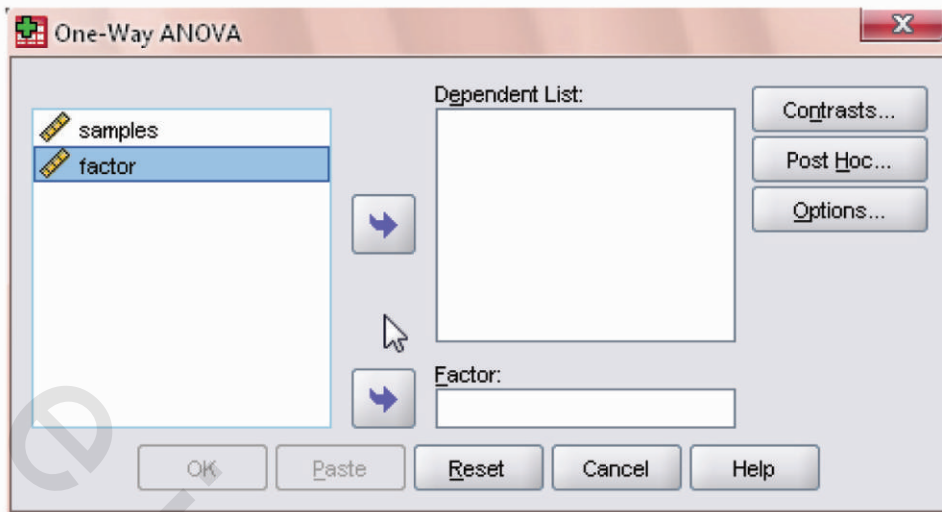
samples	factor
8.00	1
7.50	1
7.00	1
5.50	1
9.00	2
10.00	2
8.00	2
9.00	2
6.00	3
5.00	3
5.50	3
3.50	3

وبعد إدخال البيانات نتبع الخطوات الآتية:

⊙ اختيار Compare means.

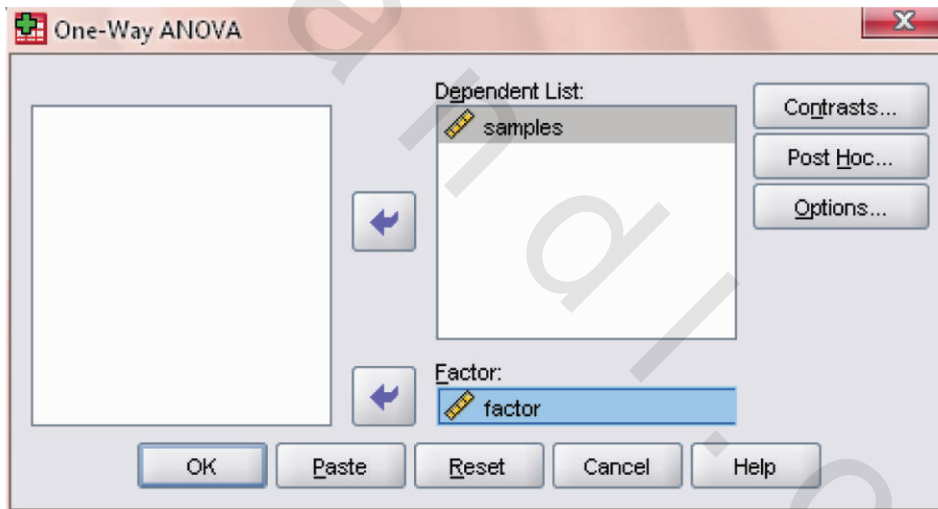
⊙ اختيار One - Way ANOVA.

فيظهر الشكل الآتي:



شكل (1-7)

② ننقل المتغيرات المراد حساب الفروق فيها إلى Dependent List، وبتغيير تصنيف المشاهدات في Factor. فيظهر الشكل الآتي:



شكل (2-7)

② ننقر على OK تظهر النتائج كما في الجدول الآتي:

جدول (4-7)

ANOVA

samples

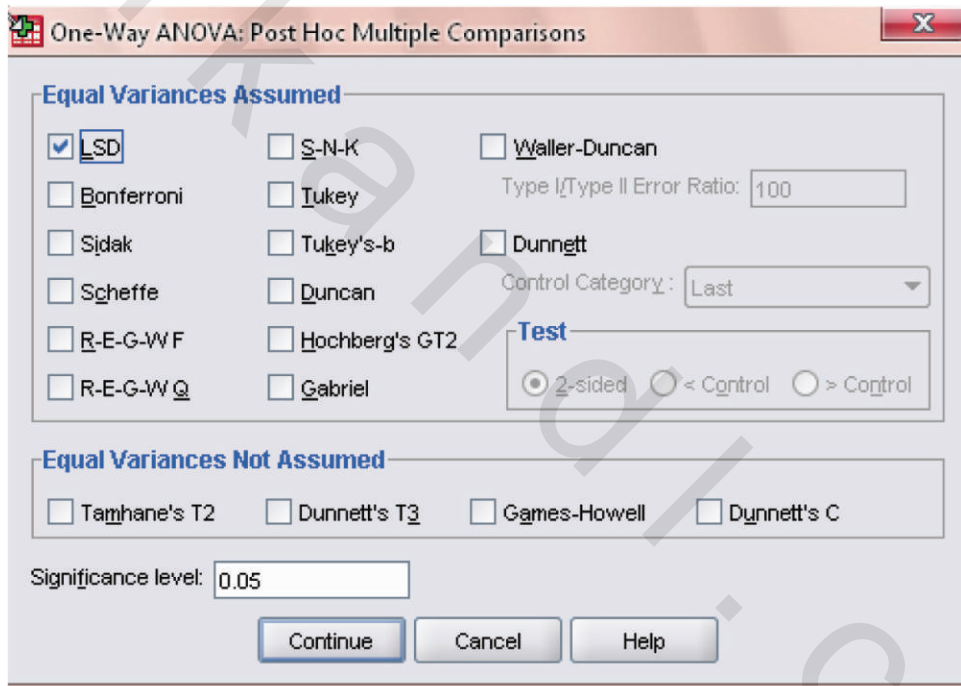
	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	32.000	2	16.000	16.000	.001
Within Groups	9.000	9	1.000		
Total	41.000	11			

القرار الإحصائي:

يتضح من الجدول أن $P\text{-value} = 0.001$ وهي أقل من 0.05 عند $F = 16.00$ وهذا يدل على وجود فروق بين الطرق الثلاث لتدريس المهارات الحسابية.

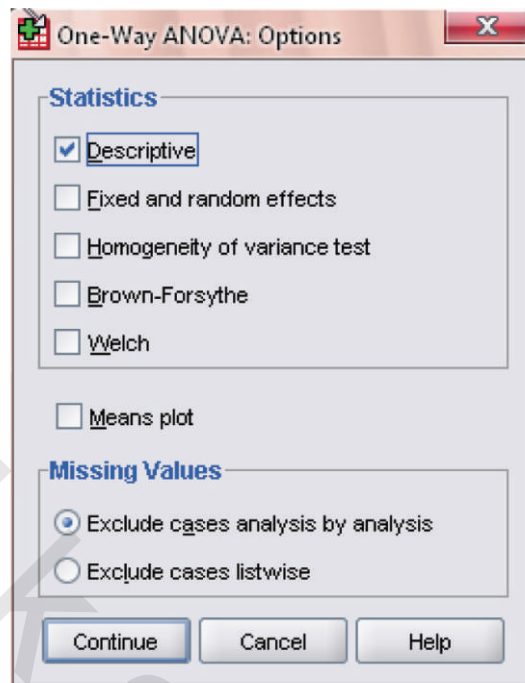
نظراً لوجود فروق معنوية بين متوسطات الطرق فهذا يعني عدم تساوي متوسطي طريقتين على الأقل، ولاختبار معنوية الفروق لكل زوج من المعالجات نلجأ إلى المقارنات المتعددة باستخدام طريقتي L.S.D واتباع الخطوات الآتية:

باستخدام الخطوات السابقة حتى الشكل رقم (2-7) فنقوم بالنقر على post Hoc المحددة في الشكل (2-7) فيظهر الشكل (3-7):



شكل (3-7)

ونلاحظ وجود طرق عديدة للمقارنات المتعددة عندما يكون التباين لكل عينة متساوياً، حيث قمنا بتأشير LSD، وتوجد طرق للمقارنة عندما يكون التباين غير متساو، وأخيراً تحديد مستوى المعنوية المطلوب 0.05 في Significance Level، عند نقر زر Continue، كما نلاحظ أنه يوجد زر في الشاشة الرئيسية شاشة (2-7) يطلق عليها Options وعند تفعيل هذا الاختيار نتمكن من حساب الإحصائيات الوصفية للقيم الفعلية أو القيم المفقودة كما في الشكل الآتي:



شكل (4-7)

ثم زر Ok نحصل على المخرجات الآتية:

جدول (5-7)

Multiple Comparisons

SAMPLES

LSD

(I) FACTOR	(J) FACTOR	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	-2.0000*	.707	.020	-3.5996	-.4004
	3	2.0000*	.707	.020	.4004	3.5996
2	1	2.0000*	.707	.020	.4004	3.5996
	3	4.0000*	.707	.000	2.4004	5.5996
3	1	-2.0000*	.707	.020	-3.5996	-.4004
	2	-4.0000*	.707	.000	-5.5996	-2.4004

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

Post Hoc Tests

نلاحظ أنه باستعمال طريقة LSD فقد ظهرت فروق معنوية بمستوى معنوية 0.05 بين متوسطات المعالجات (2و1) - (3و1) و (3و2)، حيث كانت قيمة p-value أو sig. أقل من 0.05 مع وجود علامة (*) على فروق المتوسطات ووجود تلك العلامة علامة وجود فروق بين العينات.

مثال (2-7):

لمقارنة أربعة أنواع من الأدوية a، b، c، d لعلاج مرض معين اختيرت أربع عينات عشوائية كل منها مكون من خمسة أشخاص من المصابين بذلك المرض، وأعطيت كل عينة نوعاً من الأدوية، وكان عدد أيام العلاج اللازمة حتى الشفاء للأشخاص في العينات الأربع كما في الجدول الآتي:

جدول (6-7)

5	6	4	3	7	العينة الأولى (دواء a):
7	8	9	5	6	العينة الثانية (دواء b):
4	6	5	2	3	العينة الثالثة (دواء c):
6	7	3	6	8	العينة الرابعة (دواء d):

اختبر فرض عدم وجود فرق معنوي بين متوسطات عدد الأيام اللازمة حتى الشفاء للأدوية الأربعة a، b، c، d وذلك عند مستوى معنوية 0,01.

الحل:

في البداية يتم إدخال البيانات كلها في البرنامج في عمود واحد مع إضافة عمود ثان يشير إلى رقم العينة فيكون شاشة data editor وقد سميناه factor نضع فيه قيمة 1 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة العينة قيمة الدواء الأولى a، ونضع القيمة 2 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة الدواء الثاني b وهكذا، ونضع القيمة 3 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة الدواء الثالث c وهكذا، ونضع القيمة 4 لرمز أن القيمة الموجودة في العمود samples هي قيمة الدواء الرابع d وتكون البيانات كما في الشكل الآتي:

samples	factor
7.00	1
3.00	1
4.00	1
6.00	1
5.00	1
6.00	2
5.00	2
9.00	2
8.00	2
7.00	2
3.00	3
2.00	3
5.00	3
6.00	3
4.00	3
8.00	4
6.00	4
3.00	4
7.00	4
6.00	4

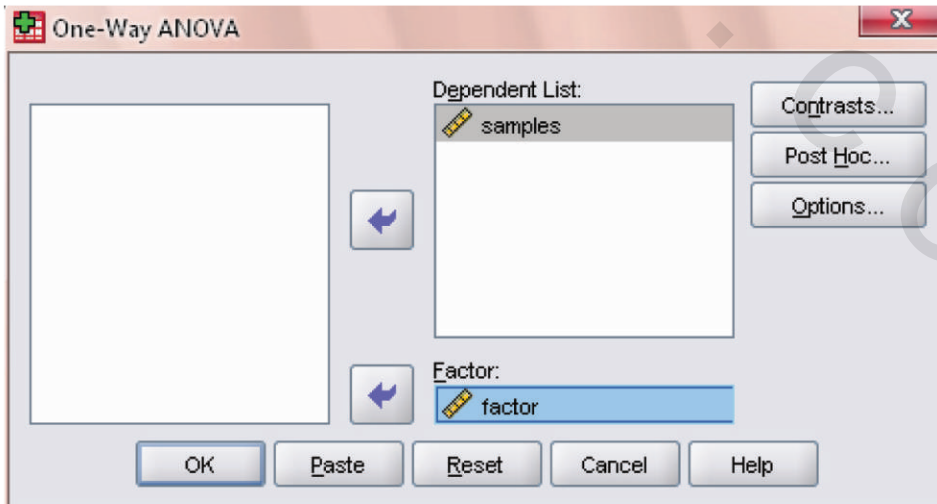
وبعد إدخال البيانات نتبع الخطوات الآتية:

⊕ اختيار Compare means.

⊕ اختيار One-Way ANOVA.

⊕ نقل المتغيرات المراد حساب الفروق فيها إلى Dependent List، ومتغير تصنيف المشاهدات في Factor.

فيظهر الشكل الآتي:



شكل (5-7)

ننقر على Ok تظهر النتائج كما في الجدول الآتي:

جدول (7-7)

ANOVA
Sample

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	25.000	3	8.333	3.030	.060
Within Groups	44.000	16	2.750		
Total	69.000	19			

القرار الإحصائي:

يتضح من الجدول أن $p\text{-value} = 0.06$ وهي أكبر من 0.01 عند $F = 3.03$ ، وهذا يدل على عدم وجود فروق بين الأنواع الأربعة من الأدوية، ويؤكد ذلك جدول تحليل الفروق الآتية:

Post Hoc Tests

جدول (8-7)

Multiple Comparisons
Sample
LSD

(I) Factor	(J) Factor	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	-2.00000	1.04881	.075	-4.2234	.2234
	3.00	1.00000	1.04881	.355	-1.2234	3.2234
	4.00	-1.00000	1.04881	.355	-3.2234	1.2234
2.00	1.00	2.00000	1.04881	.075	-.2234	4.2234
	3.00	3.00000	1.04881	.011	.7766	5.2234
	4.00	1.00000	1.04881	.355	-1.2234	3.2234
3.00	1.00	-1.00000	1.04881	.355	-3.2234	1.2234
	2.00	-3.00000	1.04881	.011	-5.2234	-.7766
	4.00	-2.00000	1.04881	.075	-4.2234	.2234
4.00	1.00	1.00000	1.04881	.355	-1.2234	3.2234
	2.00	-1.00000	1.04881	.355	-3.2234	1.2234
	3.00	2.00000	1.04881	.075	-.2234	4.2234

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

نلاحظ أنه باستعمال طريقة LSD فقد لم تظهر فروق معنوية بمستوى معنوية (دلالة) 0.01 بين متوسطات المعالجات كافة، حيث كانت قيمة P-Value أو Sig. أكبر من 0.05 مع عدم وجود علامة (*) عند فروق المتوسطات.

(3-7) تحليل التباين في اتجاهين (Two Way ANOVA) :

إن تحليل التباين في اتجاه واحد يستخدم لدراسة أثر عامل واحد فقط على متغير ما، ولكن عندما نريد دراسة أثر عاملين أو أكثر في هذه الحالة يمكننا استخدام تحليل التباين في اتجاهين (أو ما يسمى تحليل التباين الثنائي).

فتحليل التباين الثنائي Two Way ANOVA يمكن استخدامه لدراسة أثر متغيرين عاملين نسبي أحدهما الصفوف (المعالجات)، والآخر الأعمدة (القطاعات)، ويمكن وصف البيانات تحت هذه التجارب كالاتي:

جدول (7-9)

الصفوف (Rows)	الأعمدة (Columns) القطاعات						
	c	...	j	1	2		
معالجات	1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1j}	...	X_{1c}
	2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2j}	...	X_{2c}

	i	X_{i1}	X_{i2}	...	X_{ij}	...	X_{ic}

	r
		X_{r1}	X_{r2}	...	X_{rj}	X_{rc}

⊙ يمكن صياغة الفروض الإحصائية في هذه الحالة كالاتي:

(أ) للمعالجات:

$$H_0^{(1)}: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_r$$

ضد الفرض البديل

يوجد متوسطان على الأقل غير متساويين: $H_A^{(1)}$

(ب) للقطاعات:

$$H_0^{(2)}: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_c$$

ضد الفرض البديل

يوجد متوسطان على الأقل غير متساويين: $H_A^{(2)}$

مثال (3-7)

إذا كانت لدينا أربعة أنواع من الأسمدة A, B, C, D استخدمت كمعالجات لأربعة قطاعات مختلفة، حيث كانت النتائج كما في الجدول الآتي:

المجموع	القطاع الرابع	القطاع الثالث	القطاع الثاني	القطاع الأول	القطاعات / المعالجات
38.3	10	9.6	9.4	9.3	A
38.4	9.9	9.8	9.3	9.4	B
37.8	9.7	9.5	9.4	9.2	C
39.5	10.2	10	9.6	9.7	D
154	39.8	38.9	37.7	37.6	المجموع

استخدم تحليل التباين في اتجاهين لمعرفة ما إذا كان لها تأثير مختلف في زيادة إنتاج القمح أم لا؟

الحل:

أولاً: الفروض الإحصائية بالنسبة للمعالجات:

H_0 : لا توجد فروق بين متوسطات المعالجات (الصفوف).

H_1 : توجد فروق بين متوسطات المعالجات على الأقل لاثنتين منهم.

ثانياً: الفروض الإحصائية بالنسبة للقطاعات:

H_0 : لا توجد فروق بين متوسطات القطاعات (الأعمدة).

H_1 : توجد فروق بين متوسطات القطاعات على الأقل لاثنتين منهم.

ندخل البيانات كما في الشكل الآتي:

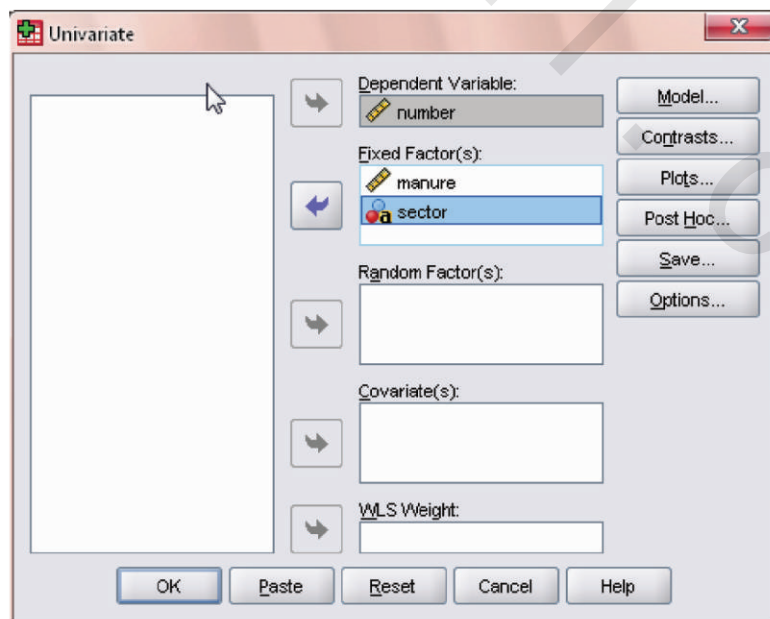
manure	sector	number
1.00	A	9.30
1.00	B	9.40
1.00	C	9.20
1.00	D	9.70
2.00	A	9.40
2.00	B	9.30
2.00	C	9.40
2.00	D	9.60
3.00	A	9.60
3.00	B	9.80
3.00	C	9.50
3.00	D	10.00
4.00	A	10.00
4.00	B	9.90
4.00	C	9.70
4.00	D	10.20

شكل (7-7)

ثم نتبع:

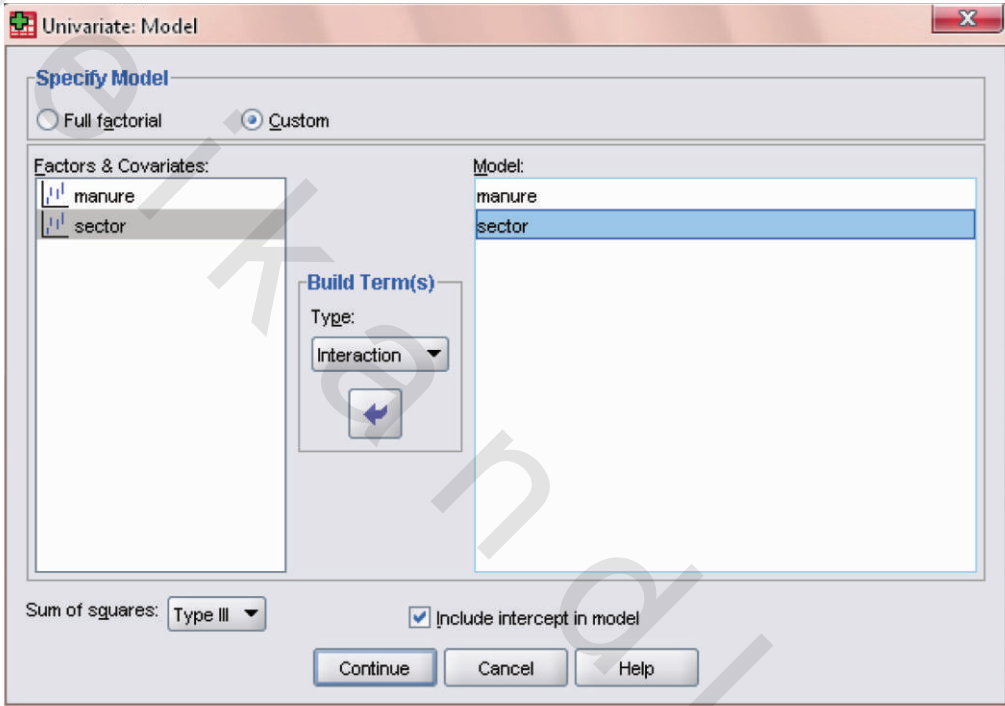
Analyze → General linear Model → Univariate

ليظهر الشكل الآتي:



شكل (8-7)

- أدخلنا العاملين في Fixed Factors على اعتبار أن جميع معالجات العامل قد ضمنت في التجربة، أما في حالة أخذ عينة من معالجات العامل فإننا سنستعمل خانة Random Factor.
- انقر زر Model فيظهر صندوق حوار Model، اختر Custom بدلا Full Factorial، وذلك لأننا لا نرغب في ظهور التفاعل Interaction في جدول تحليل التباين (Manure*Sector) لعدم وجود درجات حرية كافية للخطأ التجريبي، حيث يظهر صندوق حوار Model بعد ترتيبه كما في الشكل (7-9):



شكل (7-9)

حيث إن تأشير Include Intercept In Model يعمل على تضمين الحد الثابت في النموذج الخطي العام بوصفه نموذج انحدار.

أما خانة Build Terms فتستعمل لتعيين نوع التأثيرات Effects التي يراد إظهارها في جدول تحليل التباين، حيث قمنا بنقل المتغيرين manure و sector من خانة Factors & Covariates إلى خانة Model، لتظهر كتأثيرات رئيسة Main Effect (بعد التأكد من أن خانة Build Effects تتضمن الخيار Main effect). ثم انقر على Continue ثم Ok في صندوق حوار Univariate.

ثم تحصل على المخرجات الآتية كما في الشكل الآتي:

جدول (7-10)

Between-Subjects Factors

		N
manure	1	4
	2	4
	3	4
	4	4
sector	A	4
	B	4
	C	4
	D	4

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: number

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	.385 ^a	3	.128	1.702	.220
Intercept	1482.250	1	1482.250	19654.144	.000
manure	.000	0	.	.	.
sector	.000	0	.	.	.
Error	.905	12	.075		
Total	1483.540	16			
Corrected Total	1.290	15			

a. R Squared = .298 (Adjusted R Squared = .123)

الجدول الأول يعطي بياناً بعدد الحالات والمفقود، الجدول الثاني يبين مجموع المربعات بين المعالجات

= 0.385 ومجموع المربعات بين القطاعات = 0.825 مجموع مربعات الخطأ = 0.08 ومجموع المربعات الكلي

= 1.29

⊙ القرار الإحصائي للمعالجات:

وأيضاً تتضح معنوية الفرق بين الأسمدة وكذلك بين القطاعات بمستوى معنوية 0.05، حيث إن $p\text{-value}=0.0$ عند صف الأسمدة manure وهي أقل من 0.05 أي نرفض H_0 ونقبل H_A ، ونقول إنه توجد فروق بين متوسطات المعالجات.

⊙ القرار الإحصائي للقطاعات:

وأيضاً $p\text{-value}=0.001$ عند صف القطاعات sector وهي أقل من 0.05 نرفض H_0 ونقبل H_A ، ونقول إنه توجد فروق بين متوسطات القطاعات.

