



الفصل السادس

اختبارات الفروض

Test Hypothesis

(1-6) مقدمة :

يحتاج الباحث في مرحلة ما من بحثه إلى اتخاذ قرار بناءً على معلومات محسوبة من عينة، وطبيعي أن يتخذ هذا القرار بشيء من الحكمة وبأقل قدر ممكن من المخاطر، إذ إن هذا القرار تترتب عليه نفقات قد تكون طائلة، ومن ثم لا بد أن يكون لها ما يبررها.

وبصفة عامة فإن خطوات المنهج العلمي في البحث هي:

- ⊙ تحديد المشكلة تحديداً دقيقاً، حيث يعد ذلك أهم الخطوات على الإطلاق.
- ⊙ وضع الفروض، وهي مرحلة الربط بين هذه المعلومات، وذلك لمعرفة الأسباب الحقيقية وليست الظاهرية للمشكلة.
- ⊙ الفروض: Hypothesis: إحدى ضرورات الحياة العلمية، وهي عبارة عن حلول مقترحة لعلاج أسباب مشكلة تحت الدراسة. وتتشأ الفروض، أي الحلول المقترحة كنتيجة لملاحظات الباحث وما حصل عليه من معلومات بخصوص تلك المشكلة.
- ⊙ اختبار صحة الفروض، حيث يتم اختبار صحة الفرض بالعمل التجريبي وأخذ الملاحظات، وباستخدام أدوات التحليل المختلفة فتستبعد الفروض عديمة الأثر وتستبقى الفروض التي ثبتت قدرتها على التأثير في أسباب المشكلة وعلاجها.

(2-6) تعريف أساسية في اختبارات الفروض الإحصائية

الآتي هو مجموعة من المصطلحات التي تستخدم في اختبارات الفروض الإحصائية:

- ⊙ الفرض H_A (Hypothesis): هو تقرير أو تأكيد عن التوزيع الاحتمالي وقد يكون هذا التقرير أو التأكيد متعلقاً بأحد معالم التوزيع الاحتمالي أو بأحد المؤشرات التي تعكس خاصية معينة من خواص التوزيع الاحتمالي.
- ⊙ الفرض العدمي (Null Hypothesis):
- ⊙ فرض العدم (الفرض الصفري) نرمز له بالرمز H_0 ، وهو فرض حول معلمة المجتمع التي يتم إجراء الاختبار حولها باستخدام بيانات تم الحصول عليها من العينة، وهذا الفرض نرفضه عندما تتوافر لدينا دلائل على عدم صحته، وتعني كلمة Null أنه لا يوجد فرق بين معلمة المجتمع وقيمة إحصاء العينة.

⊙ الفرض البديل H_A (Alternative Hypothesis):

يرمز لهذا الفرض بالرمز H_A ويضعه الباحث كبديل عن فرض العدم، وتقبله عندما نرفض فرض العدم بوصفه ليس صحيحاً بناءً على المعلومات التي تم الحصول عليها من العينة.

⊙ اختبار الفرض الإحصائي (Test of A Statistical Hypothesis):

يعرف اختبار الفرض الإحصائي بأنه القاعدة التي يتم اتخاذها بناءً على دراسة مفردات العينة التي تؤدي إلى قرار معين بشأن قبول أو رفض فرض العدم، ويلاحظ أن القرار الذي يتم اتخاذه يتعلق عادة بفرض العدم أي H_0 ، فإما أن يكون القرار هو رفض H_0 (وفي هذه الحالة يعني ذلك قبول H_A) أو قبول H_0 (وفي هذه الحالة يعني ذلك رفض H_A).

⊙ الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني (Type 1 error and Type 2 error)

يعتمد القرار الذي يتم اتخاذه بشأن فرض العدم على النتيجة التي تعطيها العينة العشوائية، وهنا قد تعطي العينة معلومات أو نتيجة تؤدي إلى رفض فرض العدم برغم كونه في الحقيقة صحيحاً، وفي هذه الحالة يكون القرار خاطئاً، أو قد تعطي العينة معلومات في صالح فرض العدم فيتم قبوله رغم كونه في الحقيقة غير صحيح، وهذا قرار خاطئ آخر.

وحيث إن القرار الذي يتم اتخاذه بشأن فرض العدم يعتمد على المعلومات التي يتم الحصول عليها من العينة العشوائية، فإن الحالات الممكنة للقرار الذي يتخذه بشأن فرض العدم هي كما يلي:

على مستوى المجتمع		القرار	
H_0 غير صحيح	H_0 صحيح	قبول H_0	على مستوى العينة
خطأ من النوع الثاني	القرار صحيح	قبول H_0	
القرار صحيح	خطأ من النوع الأول	رفض H_0	

⊙ أنواع اختبارات الفروض:

عندما نقبل فرض العدم فإننا نقبله بمستوى دقة معين فقد تكون 0,90 أو 0,95 أو 0,99 أو غير ذلك، وتسمى مستويات الثقة (Significance Levels)، أي توجد نسبة خطأ معين في قبولنا للفرض العدم ونرمز لها بالرمز α ويسمى مستوى المعنوية، أي إذا كان مستوى الثقة $(1-\alpha = 0.95)$ فإن مستوى المعنوية α تساوي 0,05، وهي عبارة عن مساحة منطقة تحت منحنى التوزيع تمثل منطقة الرفض، وتكون إما على صورة ذيل واحد جهة اليمين أو اليسار أو ذيلين متساويين في المساحة، واحد جهة اليمين والثاني جهة اليسار.

⊙ اختبار الفروض في جانب واحد:

هو اختبار يضع الفرض البديل للمعلمة المجتمع في صورة أكبر أو أصغر من قيمة فرض العدم لتلك المعلمة، فتكون منطقة الرفض إما من اليمين إذا كان الفرض البديل أكبر، أو من اليسار إذا كان الفرض البديل أقل.

⊙ تعريف اختبار الفروض في جانبين (ذيلين):

هو اختبار يكون فيه الفرض البديل عن معلمة المجتمع في صورة لا تساوي (\neq) قيمة فرض العدم لتلك المعلمة.

⊙ خطوات اختبارات الفروض الإحصائية لحجم ثابت للعينة:

عند إجراء اختبارات الفروض الإحصائية عملياً تكون هناك خطوات محددة لإجراء الاختبار، حيث تكون لازمة وبالترتيب المحدد لكل منها لإجراء الاختبار واتخاذ القرار بطريقة سليمة. والخطوات الآتية تحدد كيفية إجراء اختبارات الفروض الإحصائية التي تعتمد على حجم ثابت للعينة:

◀ صياغة كل من الفرض العدم H_0 والفرض البديل H_A حسب المشكلة المراد إجراء اختبارات الفروض لها.

◀ تحديد مستوى المعنوية للاختبار بما يناسب تكلفة الوقوع في الخطأ من النوع الأول أو الخطأ من النوع الثاني.

◀ تحديد دالة الاختبار وهي إحصائية، أي أنها تعتمد فقط على مشاهدات العينة أو الفرض العدم، وتختار بحيث يكون توزيعها الاحتمالي معلوماً تماماً تحت فرض العدم، أي أن دالة الاختبار ما هي إلا دالة في مشاهدات العينة توزيعها الاحتمالي معلوم.

◀ تكوين قاعدة القرار، وتعتمد على كل من الفرض البديل ومستوى المعنوية، ونقصد بقاعدة القرار هي القاعدة التي يبني عليها اتخاذ القرار، إما بقبول فرض العدم (إذا وقع خارج المنطقة الحرجة أي منطقة الرفض للاختبار)، أو يتم اتخاذ قرار برفض فرض العدم (إذا وقعت داخل المنطقة الحرجة أي منطقة الرفض).

◀ حساب قيمة دالة الاختبار.

◀ اتخاذ القرار: وهنا توجد طريقتان لاتخاذ قرار في الاختبارات الإحصائية، وذلك إما برفض أو قبول الفرض العدمي.

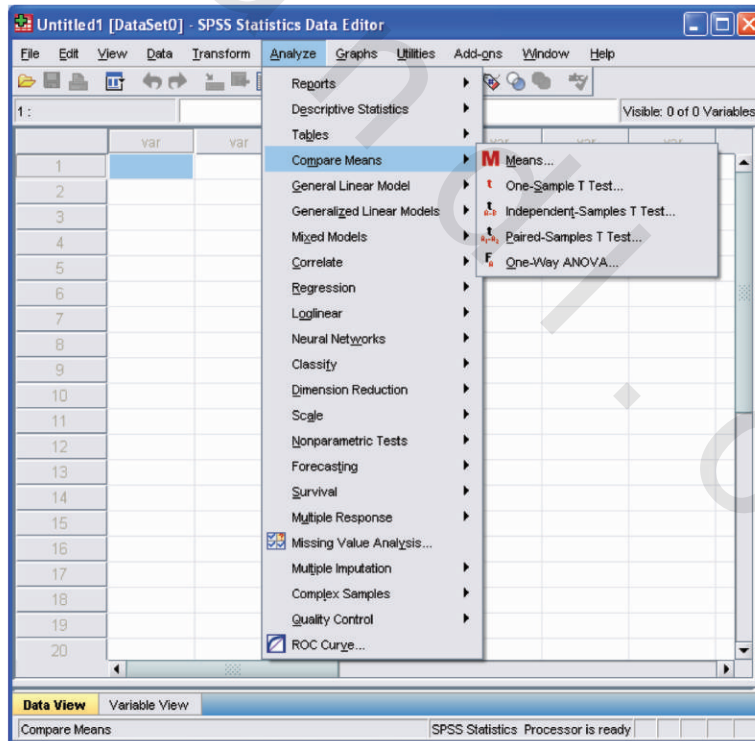
⊙ طريقة رفض أو قبول الفرض العدمي:

⊙ تعتمد طريقة قبول أو رفض الفرض العدمي على احتمال محسوب يسمى P-Value ويرمز له في الحزمة SPSS بالرمز (.Sig.)، وتتلخص هذه الطريقة في الآتي:

◀ يجرى الاختبار بالخطوات نفسها السابق الحديث عنها، ونستخدم احتمالاً محسوباً يرمز له بالرمز .Sig.، تعبر هذه القيمة عن مساحة معينة في ذيل (أو ذيلين) للتوزيع العيني لإحصائي الاختبار، وتسمى قيمة مستوى المعنوية المحسوب.

◀ إذا كان الاختبار من طرفين تقارن هذه القيمة بقيمة $\alpha/2$ ، إذا زادت القيمة المحسوبة عن $(\alpha/2)$ نقبل الفرض العدمي والعكس صحيح. إذا كان الاختبار من طرف واحد نقارن القيمة المحسوبة بقيمة α ، إذا زادت عنها نقبل الفرض العدمي والعكس صحيح.

⊙ تظهر أوامر اختبارات معلمية بالنقر على Analyze في شريط الأوامر كما في الشكل الآتي:



شكل (1-6)

(3-6) اختبار عينة واحدة

لإجراء اختبار متوسط عينة نفرض أن متوسط المجتمع (المعلمة) مجهول ونريد اختبار بعض الفروض التي تدور حول المعلمة المجهولة، تحديد إحصائي الاختبار سيتوقف على هل تباين المجتمع المسحوبة منه العينة معروف (فرض نظري لا يمكن تحقيقه) أم غير معروف؟ إذا كان تباين المجتمع معروفاً فإن التوزيع العيني الذي يتحكم في عمليات الرفض والقبول هو التوزيع الطبيعي، إذا لم يكن تباين المجتمع معروفاً يكون البديل الوحيد للتوزيع الطبيعي هو توزيع t.

◉ وتوزيع T هو أحد التوزيعات المتماثلة ويشبه كثيراً التوزيع الطبيعي، يؤول هذا التوزيع إلى التوزيع الطبيعي عندما يزيد حجم العينة (أكبر من 30 مفردة)، معنى ذلك أنه في الحالات التي يطبق فيها إحصائي الاختبار t يستبدل بالتوزيع الطبيعي عندما يزيد حجم العينة على 30 مفردة. اختبار t وهو اختبار معلمي يستخدم هذا الاختبار لفحص فرض يتعلق بالوسط الحسابي.

◀ الفروض الإحصائية لاختبار T:

$$H_0: \mu = \hat{\mu} \quad \text{فرض العدم}$$

$$H_A: \mu < \hat{\mu} \quad \text{أو} \quad H_A: \mu > \hat{\mu} \quad \text{أو} \quad H_A: \mu \neq \hat{\mu} \quad \text{الفرض البديل}$$

حيث: (μ) هي متوسط المجتمع وتقرأ "ميو".

($\hat{\mu}$) هي قيمة متوسط العينة وتقرأ "ميوهات".

◀ شروط استخدام توزيع t:

✓ يجب أن يتبع توزيع البيانات التوزيع الطبيعي، ويعوض عن هذا الشرط بزيادة حجم العينة إلى أكثر من 30 مشاهدة.

✓ يجب أن تكون العينة عشوائية أي لا تعتمد مشاهداتها على بعضها.

◀ إحصاءة t المستخدمة في الاختبار:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

حيث: \bar{X} متوسط العينة وتقرأ "إكس بار"

S الانحراف المعياري للعينة،

n حجم العينة.

الفرق بين اختبار t واختبار Z:

في حالة العينات الصغيرة ($n < 30$) وتباين المجتمع مجهول يتم استخدام اختبار t، وفي حالة العينات الكبيرة ($n \geq 30$) يتم استخدام اختبار Z. أي أن توزيع t يؤول إلى توزيع Z عندما يزيد حجم العينة على 30 مشاهدة.

مثال (1-6):

قررت لجنة فحص طلبية من أوراق الطباعة من النوع 80 جراماً للتأكد من أن المتوسط الحسابي لعدد الأوراق في الرزمة الواحدة لا يساوي 500 ورقة، أخذت عينة عشوائية من الطلبية من عشر رزم (10 رزم) وتم وزن كل رزمة فكانت النتائج كالآتي:

جدول (1-6)

الوزن بالكيلو جرام	1	2	3	4	5	6	6	8	9	10
الوزن بالكيلو جرام	3,9	4,1	3,8	3,6	4	4,2	3,9	3,9	4	3,6

المطلوب ما يلي:

هل ترفض اللجنة الطلبية بناء على هذه المعلومات عند مستوى معنوية 0,05 و 0,01.

الحل:

إذا كانت الرزمة تحتوي فعلاً على 500 ورقة ووزن الورقة الواحدة 80 جراماً فإن وزن الرزمة يجب أن يساوي 4 كجم ($80 \times 500 = 4000$ جرام)، وبفرض أن وزن الرزمة يتوزع كالتوزيع الطبيعي فإن قرار اللجنة يجب أن يكون مبنياً على الاختبار الإحصائي الآتي:

الفروض الإحصائية:

H_0 : متوسط وزن الرزمة = المتوسط المفترض 4 كجم.

H_A : متوسط وزن الرزمة لا يساوي المتوسط المفترض (الاختبار من طرفين).

$$H_0 : \mu = 4 \text{ km}$$

$$H_A : \mu \neq 4 \text{ km}$$

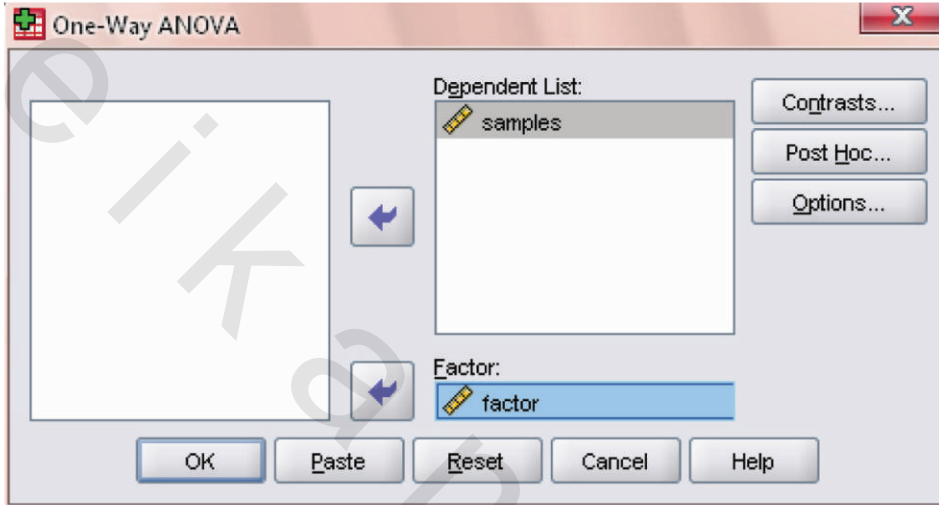
إحصاء الاختبار هي:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

(لأن تباين المجتمع مجهول وحجم العينة أقل من 30)

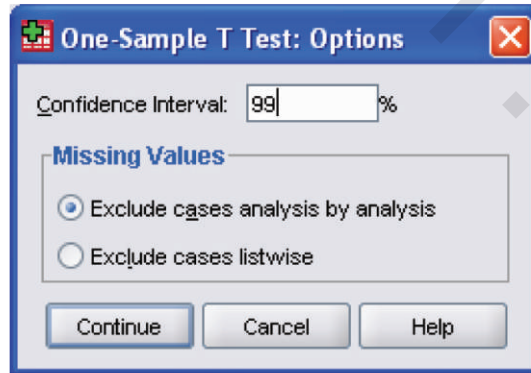
حيث \bar{X} يمثل الوسط الحسابي للعينة، و S يمثل الانحراف المعياري للعينة، n حجم العينة، و μ الوسط الحسابي للمجتمع بموجب فرضية العدم ويساوي 4، وهذه الإحصاءة تتبع توزيع T بدرجة حرية $v = n - 1$. لتنفيذ الاختبار نتبع الخطوات الآتية:

← من شريط القوائم نختار Analyze، ومن قائمة الأوامر نختار Compare Means، ونختار الأمر الفرعي One Sample t-test فيظهر صندوق حوار One Sample T-test انظر الشكل (2-6):



شكل (2-6)

← انقر Options فيظهر صندوق حوار Options الذي نرتبه انظر الشكل (3-6):



شكل (3-6)

يمكن بواسطة Options تحديد فترة الثقة، حيث نقوم بكتابة الفترة 99% في حقل Confidence Interval، وذلك لحساب 1% مستوى معنوية فيترتب عليه درجة ثقة مقدارها 99%. أما Missing Values فيستفاد منه في التعامل مع القيم المفقودة.

ننقر Ok في صندوق حوار One sample T-test فتظهر النتائج الآتية:

جدول (2-6)

One-Sample Statistics

Std. Error Mean	Std. Deviation	Mean	N	Weight
.05121	.16193	3.9200	10	

جدول (3-6)

One-Sample Test

	Test Value = 4					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	99% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Weight	-1.562	9	.153	-.08000	-.2464	.0864

القرار الإحصائي:

حيث إن $\text{sig.} > 0.025$ و $\text{sig.} > 0.005$ إذن نقبل الفرض العدم لمستوى معنوية 0,05 و 0,01.

✓ ملحوظة:

في المثال السابق حيث إن الاختبار من طرفين فقد تمت مقارنة sig. بقيمة $\frac{\alpha}{2}$.

(4-6) اختبار الفروض حول الفرق بين متوسطي مجتمعين مستقلتين:

في كثير من التطبيقات يكون الباحثون مهتمين بعمل اختبارات لفرضيات بحثية متعلقة بالفرق بين متوسطي مجتمعين مستقلين، وذلك للمقارنة بين المجتمعين. فعلى سبيل المثال، قد يكون الباحث مهتماً بمعرفة ما إذا كان دخل الأسرة التي تسكن المدينة أكبر من دخل الأسرة التي تقطن القرية. يمكن للباحث التحقق من هذا التساؤل من خلال مقارنة متوسط دخول الأسر التي تسكن المدن ومتوسط دخل الأسر التي تقطن القرية.

الفروض الإحصائية: يمكن أن تأخذ الفروض الإحصائية أحد الأشكال الآتية:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$
$H_1 : \mu_1 \geq \mu_2$	$H_1 : \mu_1 \leq \mu_2$	$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

عند اختيار Independent-Sample T- Test تجب مراعاة الشروط الآتية:

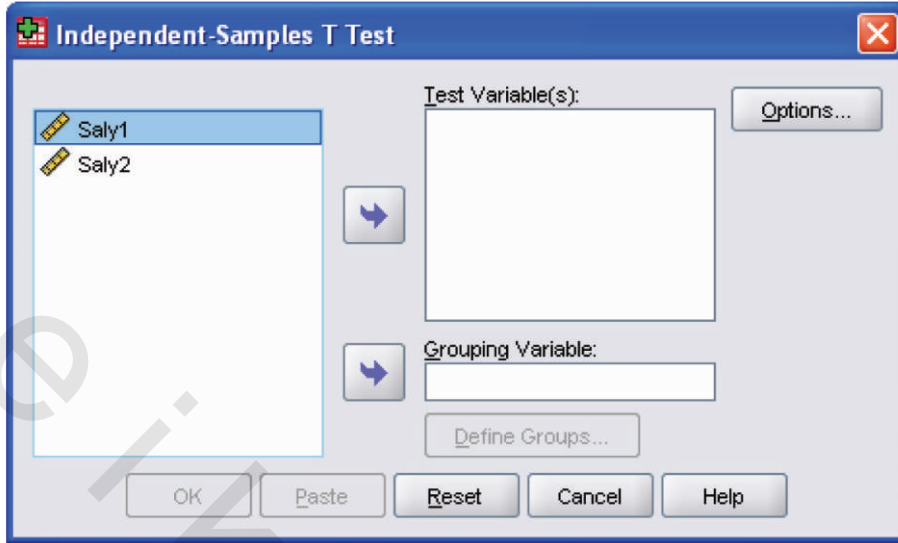
- ✓ العينتان مستقلتان.
 - ✓ البيانات في كل عينة تتبع التوزيع الطبيعي.
 - ✓ تم اختيار العينتين عشوائياً.
 - ✓ ليس من الضروري أن تتساوى أحجام العينتين.
- المجتمعان المسحوبة منهما العينتان متجانسان (تباين المجتمع المسحوب منه العينة الأولى يساوي تباين المجتمع المسحوب منه العينة الثانية)، وللتأكد من التجانس يجب إجراء اختبار سابق لاختبار T يسمى اختبار التجانس، ويكون الفرض العدمي والبديل للاختبار كالآتي:
- ⊙ الفرض العدمي هناك تجانس (تباين المجتمع الأول يساوي تباين المجتمع الثاني).
 - ⊙ الفرض البديل لا يوجد تجانس (تباين المجتمع الأول لا يساوي تباين المجتمع الثاني)، الذي يأخذ الشكل الآتي:

$$H_o: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad H_A: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

ملحوظة:

- ✓ نستمر في إجراء اختبار T إذا تم قبول الفرض العدمي (هناك تجانس).
- ✓ لا يجوز استخدام اختبار ويستبدل باختبار آخر شبيه باختبار T إذا تم قبول الفرض البديل (عدم وجود التجانس).
- ✓ البرنامج يجري اختبار التجانس ويعطي نتائج اختبار T إذا كان هناك تجانس ويعطي أيضاً نتائج اختبار الشبيه باختبار T إذا لم يكن هناك تجانس، وعلى المستخدم اختيار النتيجة الملائمة له.
- ✓ اختبار التجانس يتم بواسطة اختبار آخر يسمى F-test.

وعند تفعيل هذا الخيار يظهر الشكل الآتي:



شكل (4-6)

المثال الآتي يوضح طريقة تطبيق هذا الاختبار من خلال البرنامج:

مثال (2-6):

أُخذت عينتان عشوائيتان من مجموعة متشابهة من الأطفال، وأعطى أطفال العينة الأولى غذاء (X) وأعطى أطفال العينة الثانية غذاء آخر (Y)، وكانت الزيادة في أوزان الأطفال بالكيلو جرام في العينتين بعد مدة معينة كما في الجدول الآتي:

جدول (4-6)

--	3,5	4,5	5,5	1,5	2,5	(X) العينة الأولى
2,5	1	1,5	0,5	1,5	2	(Y) العينة الثانية

اختبر فرض عدم وجود فرق بين أثر الغذائين "X" و "Y" في متوسط زيادة وزن الأطفال عند مستوى معنوية 0,05.

الحل:

لإجراء هذا الاختبار نتبع الخطوات الآتية:

يجب إدخال البيانات بطريقة معينة في شاشة المحرر، وهي الطريقة التي يتعامل بها البرنامج

كالآتي:

	Weight	Group	var
1	2.50	X	
2	1.50	X	
3	5.50	X	
4	4.50	X	
5	3.50	X	
6	2.00	Y	
7	1.50	Y	
8	0.50	Y	
9	1.50	Y	

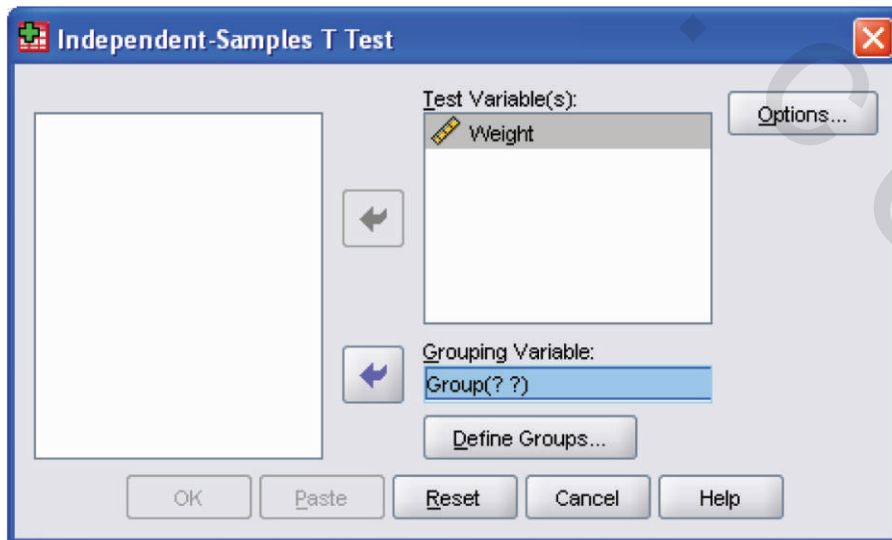
شكل (5-6)

ويتم ذلك كما يلي:

← من القائمة Analyze ننتقر الأمر Compare Means ثم ننتقر الأمر الفرعي Independent sample

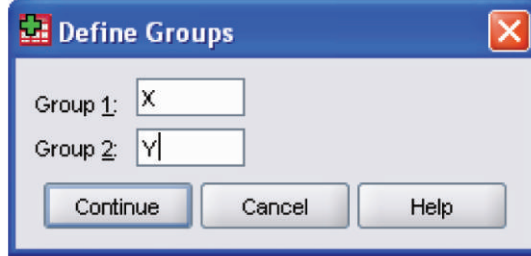
test ليفتح صندوق حوار Independent sample T-test

← الذي نقوم بترتيبه كالآتي انظر الشكل (6-6):



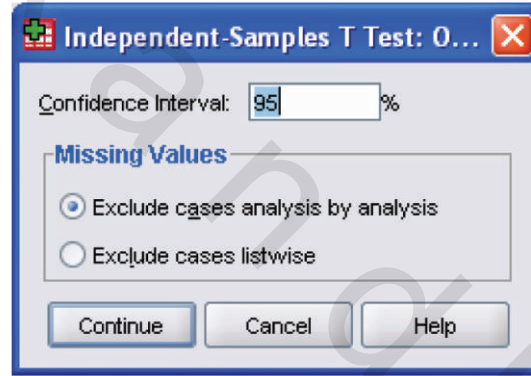
شكل (6-6)

قمنا بنقل المتغير Weight إلى test variable والمتغير Group (متغير التجزئة) في قائمة Grouping variables، ثم تعريف المجاميع X و Y عن طريق الزر Define Groups كالآتي انظر الشكل (6-7):



شكل (6-7)

يمكن بواسطة النقر على Options تحديد فترة الثقة، حيث نقوم بكتابة الفترة المطلوبة في حقل Confidence Interval وهنا فترة ثقة مقدرها 95% عن طريق الشكل الآتي:



شكل (6-8)

أما Missing values فيستفاد منه في التعامل مع القيم المفقودة.

انقر على Continue للعودة إلى الصندوق الأصلي.

انقر على الأمر Ok للتنفيذ.

تم الحصول على النتائج الآتية:

الجدول الآتي يوضح حجم المجموعة والوسط والانحراف المعياري والخطأ المعياري لكل مجموعة.

جدول (6-5)

Group Statistics

Group	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Weight X	5	3.5000	1.58114	.70711
Y	6	1.5000	.70711	.28868

الجدول الآتي به اختباران، الأول اختبار التجانس والثاني اختبار t وهو كالاتي:

جدول (6-6)

Independent Samples Test

	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means							
								95% Confidence Interval of the Difference		
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper	
Weight	Equal variances assumed	3.165	.109	2.803	9	.021	2.00000	.71362	.38567	3.61433
	Equal variances not assumed			2.619	5.326	.044	2.00000	.76376	.07229	3.92771

ويوضح الجدول من اليسار إلى اليمين الآتي:

- العمود الأول يسارا به اسم المتغير Weight والعمود الثاني والثالث يسارا لإجراء اختبار التجانس كالاتي:

- فرض العدم: هناك تجانس Equal Variances.
- الفرض البديل: هناك عدم تجانس Equal Variances not assumed.
- قيمة مستوى المعنوية المحسوبة Sig.=0.109، وهي تزيد على مستوى المعنوية المحدد 0.05 ومن ثم تقبل الفرض العدمي القائل بأن هناك تجانساً ونرفض الفرض البديل.
- العمود الرابع والخامس لإجراء إما اختبار t أو الاختبار الشبيه باختبار t، وحيث إننا قبلنا أن هناك تجانساً نتعامل مع اختبار t والنتائج في الصف الأول من الجدول ونهمل الثاني؛ لأنه خاص بالاختبار الشبيه باختبار t.
- من الصف الأول (Equal variances assumed) نجد نتائج اختبار t، قيمة مستوى المعنوية المحسوبة هي Sig.=0.021 وهي أقل من 0.025 (0.05 مقسومة على 2 لأن الاختبار من طرفين)، إذن نرفض الفرض العدمي القائل إنه يوجد فرق بين أثر الغذائين X و Y في متوسط زيادة وزن الأطفال عند مستوى معنوية 0.05.

(3-6) اختبار الفروض حول الفرق بين متوسطي عينتين غير مستقلتين (العينات المزدوجة) Paired Sample Test

(4-6) استخدمنا في الاختبار السابق اختبار الفرق بين عينتين مستقلتين، بمعنى أن مفردات العينة الأولى (x_1, x_2, \dots, x_r) مستقلة عن مفردات العينة الثانية (y_1, y_2, \dots, y_r) . ولكن قد يحدث في الحياة العملية أن المشاهدات تكون على شكل أزواج مرتبة من القيم $[(x_r, y_r), r = 1, 2, \dots, n]$ ، حيث x_1 تمثل قيمة الملاحظة للعينة الأولى مأخوذة من المفردة رقم 1، و y_1 تمثل قيمة الملاحظة للعينة الثانية المأخوذة من المفردة رقم 1 وبصفة عامة فإن x_r تمثل قيمة الملاحظة للعينة الأولى المأخوذة عن المفردة رقم r ، بينما y_r تمثل قيمة الملاحظة للعينة الثانية المأخوذة عن المفردة رقم r أي أن n من المفردات وكل مفردة مسجل لها مشاهدتان (أو قيمتان أو قياسيتان) أولهما للعينة الأولى، وثانيهما للعينة الثانية. مثل تسجيل قياسات ضغط الدم لكل شخص في عينة مكونة من 10 أشخاص مرة قبل تعاطي دواء معين ومرة أخرى بعد ذلك الدواء بعد أسبوعين أو ما يطلق عليه في الدراسات التجريبية الاختبار القبلي (Pre test) والاختبار البعدي (Post test) على العينة نفسها. وبصفة عامة إذا كان لدينا n من أزواج المشاهدات المرتبة $(x_r, y_r), r = 1, 2, \dots, n$ مأخوذة على n من المفردات فإنه يمكن اعتبار أن: x_1, x_2, \dots, x_N عينة مسحوبة من مجتمع متوسطه μ_1 وأن y_1, y_2, \dots, y_N عينة مسحوبة من مجتمع متوسطه μ_2 .

يستعمل هذا الاختبار لاكتشاف معنوية (دلالة) الفرق بين متوسطي متغيرين غير مستقلين لمجموعة (عينة) واحدة، معنى ذلك أن لدينا عينة واحدة، وكل مفردة في العينة تعطي قراءتين، القراءة الأولى تمثل العينة الأولى، والقراءة الثانية تمثل العينة الثانية.

يعتمد الاختبار على إيجاد الفرق بين القراءات المتناظرة في العينتين (نرمز إلى مجموع الفرق بين العينتين بالرمز d).

وتكون صياغة الفروض كالآتي:

فرض العدم $H_0: d = 0$

الفرض البديل $H_A: d \neq 0$

شروط الاختبارات للعينتين المترابطتين:

الشروط الأساسية لاختبار t .

الفرق d بين العينتين يتبع التوزيع الطبيعي، وذلك إذا كان $(n < 30)$.

أما إذا كان $(n \geq 30)$ فلا نحتاج لهذا الشرط.

المثال الآتي يوضح كيفية تطبيق هذا الاختبار باستخدام البرنامج:

مثال (6-3):

عقدت دورة تدريبية لمجموعة من الموظفين، ولمعرفة مدى استفادة المتدربين من الدورة أُجري لهم اختباران الأول (القبلي) في بداية الدورة، والثاني (البعدي) في نهايتها. وفيما يلي بيان بنتيجة الاختبارين لعينة عشوائية مكونة من تسعة من المتدربين:

جدول (6-7)

رقم المتدرب	1	2	3	4	5	6	6	8	9
الدرجة قبل التدريب	6	9	4	6	6	8	6	11	6
الدرجة بعد التدريب	15	18	16	18	14	16	18	20	19

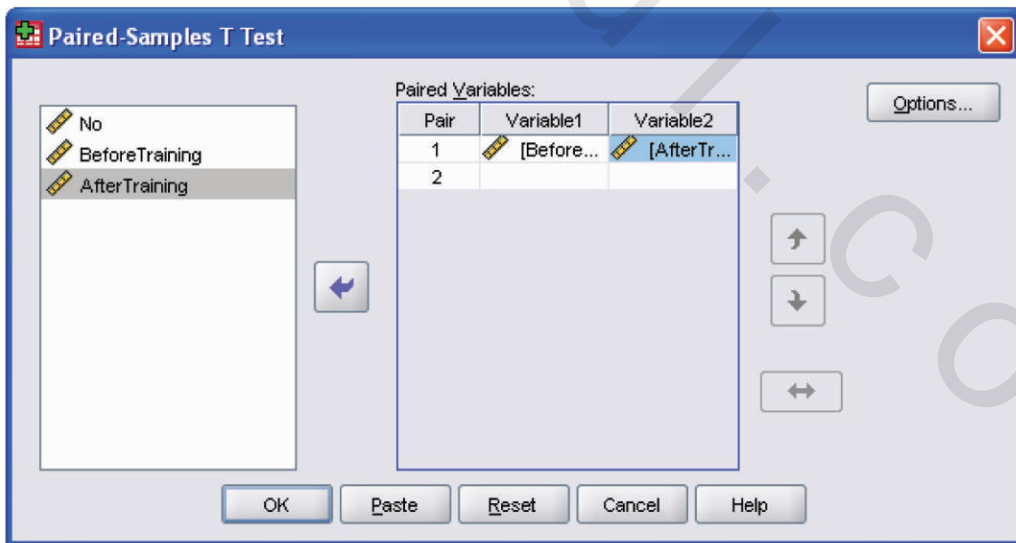
اختبر فرض أن الدورة التدريبية ليس لها أثر في رفع مستوى المتدربين عند مستوى معنوية 5% .

الحل:

لتنفيذ الاختبار نتبع الخطوات الآتية:

من القائمة Analyze انقر الأمر Compare Means ثم انقر الأمر الفرعي Paired – Sample T test

فيظهر صندوق حوار Paired – Sample T test الذي نقوم بترتيبه انظر الشكل (6-9):



شكل (6-9)

المتغيرات قبل التدريب وبعد التدريب تمثل مشاهدات النوعين قبل التدريب وبعده، حيث يجب إدخال

كلا المتغيرين في الوقت نفسه في قائمة Paired variables.

يمكن بواسطة النقر على Options تحديد فترة الثقة، حيث نقوم بكتابة الفترة المطلوبة في حقل .Confidence Interval

أما Missing values فيستفاد منه في التعامل مع القيم المفقودة.

انقر على Continue للعودة إلى الصندوق الأصلي.

انقر على الأمر Ok للتنفيذ.

تم الحصول على النتائج الآتية:

⊙ الجدول الآتي يحتوي على بيانات إحصائية عن المتغيرين، وتتضمن الوسط وعدد الحالات والانحراف المعياري والانحراف المعياري للوسط.

جدول (8-6)

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	BeforeTraining	7.11	9	2.028	.676
	AfterTraining	17.11	9	1.965	.655

الجدول الآتي يحسب معامل الارتباط بين البيانات قبل وبعد، ويعطي اختباراً لمعامل الارتباط، حيث يكون الفرض العدمي الارتباط يساوي صفراً، والفرض البديل الارتباط لا يساوي صفراً. معامل الارتباط موجب وهو 0.499 أما قيمة $Sig.=0.172$ وهي أكبر من 0.05 فنقبل فرض العدم القائل بأن الارتباط غير معنوي.

جدول (9-6)

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	BeforeTraining & AfterTraining	9	.499	.172

جدول (6-10)

Paired Samples Test

	Paired Differences						t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference					
				Lower	Upper				
Pair 1 Before Training After Training	-10.000	2.000	.667	-11.537	-8.463	-15.000	8	.000	

الجدول السابق يعطي اختبار t للفرق بين عينتين غير مستقلتين، نلاحظ أن Sig.=.000 آخر عمود وهي أقل من 0.025 إذن نرفض الفرض العدمي القائل إنه لا يوجد فرق بين العينتين، ونقبل الفرض البديل القائل إن هناك فرق درجات حدث نتيجة التدريب.

