الباب السابع

الجمالونـــــات

7.1 – مقدمة :

الجمالونات هى منشآت تتكون من عدة قضبان مستقيمة متصلة بواسطة مفصلات عند نهايتها .

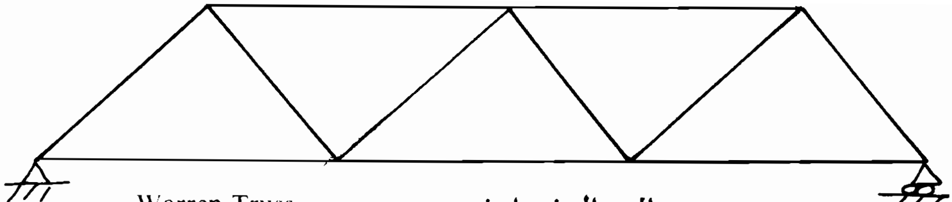
وتعتبر دراسة الجمالونات من التطبيقات الهامة لمادة الإستاتيكا سواء كانت تحليلية أو بيانية .

ومن المتعارف عليه أن قضبان الجمالون تلتقى عند نقاط ، وهذه النقاط (العقد) لا تتحمل عزم ، ولذلك فإنه يقال : إن تلك القضبان تلتقى عند نقط مفصلية أو مفصلات ، هذا ويفترض فى الجمالونات أن أحمالها تكون فقط عند تلك المفصلات ، ولا يوجد أى حمل على القضيب مباشرة ، ولذلك فالأحمال المنقولة إلى الجمالونات مباشرة تكون أحمالاً مركزة .

ولكى تكون جميع المفصلات فى حالة اتزان فإن محصلة القوى المؤثرة عليها يجب أن تمر بمركزها ، وإلا حدث دوران وبالتالى عزم عند تلك المفصلة .

7.11 – تعريف النظام المثلثى :

حيث إن الجمالونات تتكون دائماً من قضبان بنهايتها مفصلات فإنها تكون مجموعة من المثلثات ويقال إن النظام مثلثى شكل 7.1 .

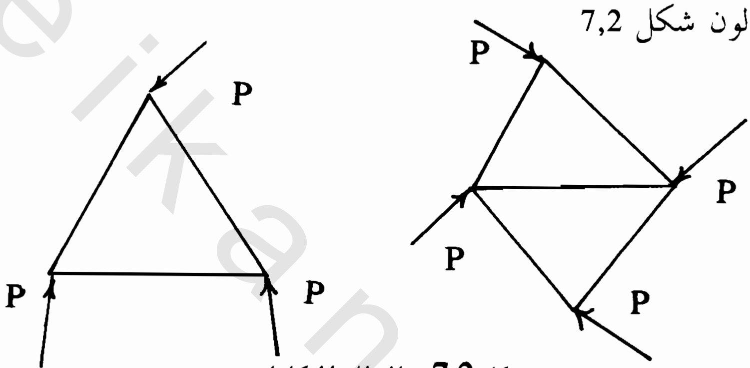


Warren Truss الجمالون وارن

شكل 7,1 – النظام المثلثى

7.12 تعريف النظام المتكامل :

هو النظام الذى به الحد الأدنى من القضبان اللازمة لحفظ حالة الاستقرار والثبات للجمالون شكل 7,2 .

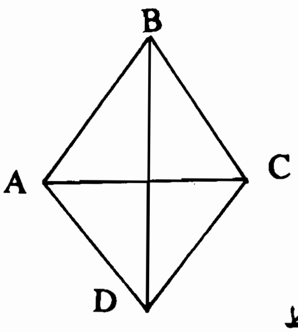


شكل 7,2 – النظام المتكامل

هذا ويلاحظ أن النظام المثلثى يعتبر نظاماً متكاملاً .

7.13 تعريف النظام الزائد :

وهو النظام المتكامل مضافاً إليه قضيب واحد أو أكثر ، شكل 7.3 .

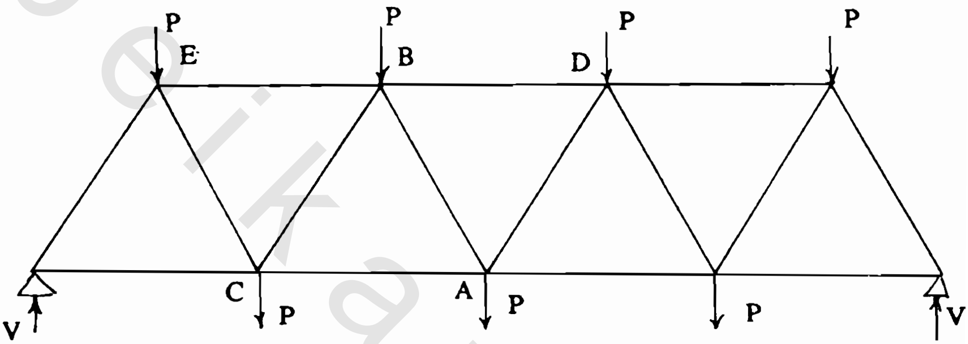


شكل 7.3 النظام الزائد

حيث المفصلات هى A , B , C , D **فقط**

7.2 اتزان قضيب منفرد :

حيث إن القوى الخارجية تؤثر فقط بالمفصلات فإن قضيب مثل AB شكل 7.4 ، لا يتعرض إلا إلى قوى محورية $\vec{F}_A$ ، $\vec{F}_B$ والتى تنتقل إليه عن طريق المفصلتين A , B على الترتيب .



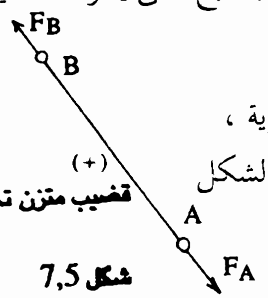
شكل 7.4

7.21 – الاتزان الخارجي لقضيب منفرد :

إذا درسنا القضيب AB بمفرده ، شكل 7,5 فنجده معرضاً لقوتين ذواتى قيمة واحدة واتجاه مختلف F_A ، F_B ، وهذا بالطبع حتى يكون القضيب AB فى حالة اتزان خارجى تحت تأثير هاتين القوتين .

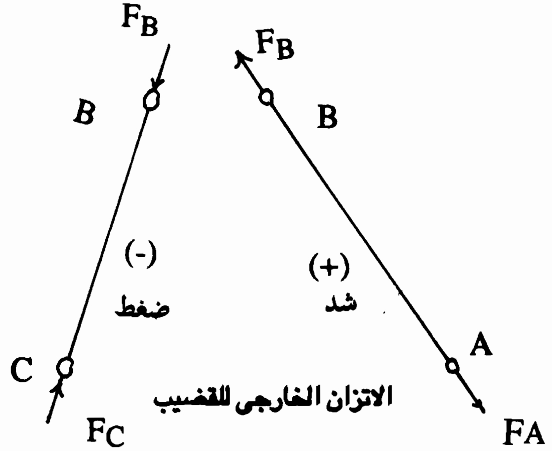
القضيب إذاً معرض لقوى محورية ، والتى نعتبرها موجبة إذا كانت – كما الشكل قوة شد .

$$F_A = F_B$$



قضيب متزن تحت تأثير قوى الشد الخارجية

شكل 7,5

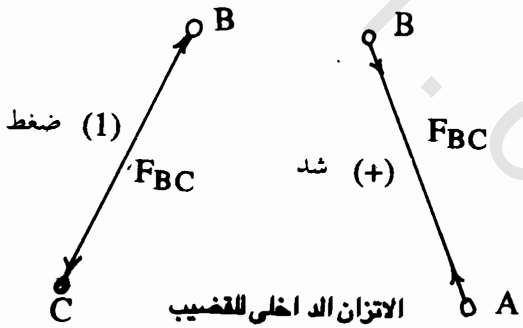


الاتزان الخارجي للقضيب

شكل 7,6

7,22 الاتزان الداخلي لقضيب منفرد :

القضيب AB له رد فعل بالنسبة للقوتين F_A ، F_B وهذا يتمثل فى القوة المحورية الداخلية F_{AB} ، شكل 7,7 ، ويقال إن القضيب فى حالة اتزان داخلى .



الاتزان الداخلي للقضيب

شكل - 7,7

ويلاحظ أن F_{AB} تضاد كل من F_A و F_B ويجب أن تساويهما، وذلك تبعاً لقانون نيوتن ، وأيضاً لكى نحصل على اتزان كل من المفصلتين A , B .

$$\therefore F_{AB} = F_A = F_B$$

والمعروف أن القوى الداخلية هى دائماً التى يراد إيجاد قيمتها ، ومن ثم فإننا عندما ندرس جمالون ، فإننا ندرس دائماً الاتزان الداخلى ، لإيجاد هذه القوى ، ومن الآن فصاعداً فإننا لن نتكلم إلا عن الاتزان الداخلى ، ولذلك فسوف نسميه الاتزان ، ويفهم أن المراد هو الاتزان الداخلى للقضبان .

7.3 الجمالونات المحددة والغير محددة إستاتيكياً :

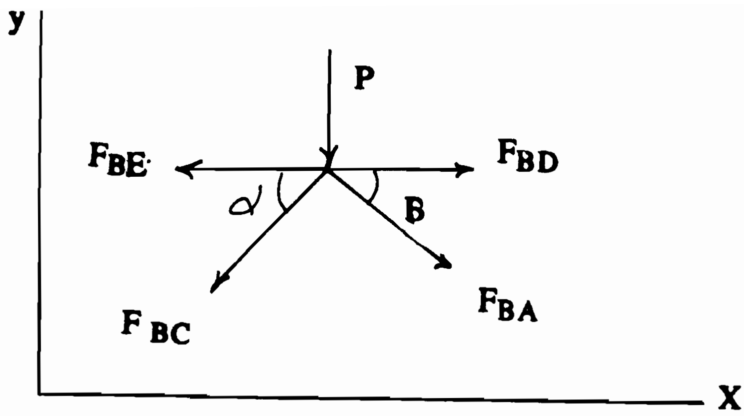
الجمالون يكون خارجياً محدداً إستاتيكياً إذا أمكن إيجاد ردود الأفعال بواسطة معادلات الاتزان فقط ، وفى حالة عدم إمكان ذلك يكون الجمالون غير محدد أستاتيكياً خارجياً ، ومن المعلوم أنه يمكننا دائماً كتابة معادلتين للاتزان – لا يوجد عزوم – عند كل مفصلة ، وذلك فى الاتجاهين الأفقى والرأسى ، شكل 7.8 يمثل المفصلة B بالجمالون شكل 7.4 .

يلاحظ أننا افترضنا القوى بالقضبان شد (السهم خارج من B) فإذا ما كانت أحداها معلومة بأنها ضغط فنضعها بقيمة سالبة فى المعادلة . وهذا الافتراض يقلل من الأخطاء .

$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{BD} - F_{BE} \cos\beta - (-F_{BC}) \cos\alpha = 0$$

فى هذه المعادلة وضعت F_{BC} بين الاقواس سالبة حيث إننا نعلم من البند السابق بأنها ضغط على عكس الاتجاه المفترض بالرسم .

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow -P - F_{BA} \sin\beta - (-F_{BC}) \sin\alpha = 0$$



شكل 7,8

فى حالة وجود n مفصلة وعدد b قضيب فإنه يمكننا الحصول على (2 n) معادلة لإيجاد القوى المحورية بالقضبان b ، ونلفت نظر القارىء إلى أن القوى الخارجية يمكن أن تكون رد فعل معلوم القيمة ، وذلك عند مختلف الركائز ، وبناء على ذلك فإن هناك ثلاث معادلات – معادلات الاتزان الثلاث – استعملت لإيجاد ردود الأفعال فيكون عدد المعادلات المتبقى (2n - 3) .

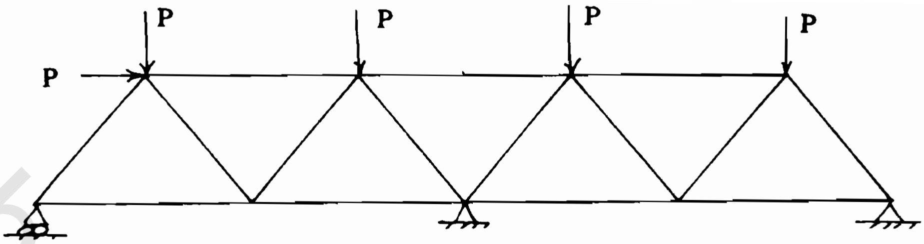
يمكننا الآن دراسة ثلاث حالات :

(أ) $(2\ n\ -\ 3) > b$ ويكون الجمالون غير مستقر (حالة يجب إلا تحدث) .

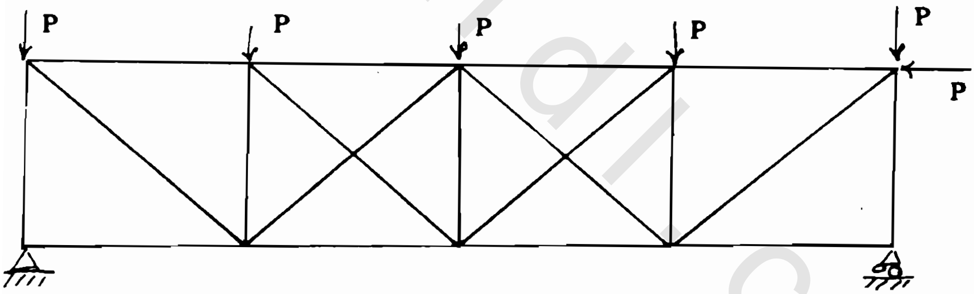
(ب) $(2\ n - 3) = b$ ويقال : إن الجمالون محدد إستاتيكياً داخلياً .

(جـ) $(2\ n\ -\ 3) < b$ ويقال : إن الجمالون غير محدد إستاتيكياً داخلياً (شكل 7,9 ب) .

فى هذا الفصل سوف ندرس فقط الجمالونات المحددة إساتاتيكياً .



(أ) جمالــون غير محدد إستاتيكيــاً خارجيــاً (عدد ردود الأفعال يزيـد عن معادلات الاتــزان) ولكنــه محدد إستاتيكيــاً داخلياً .

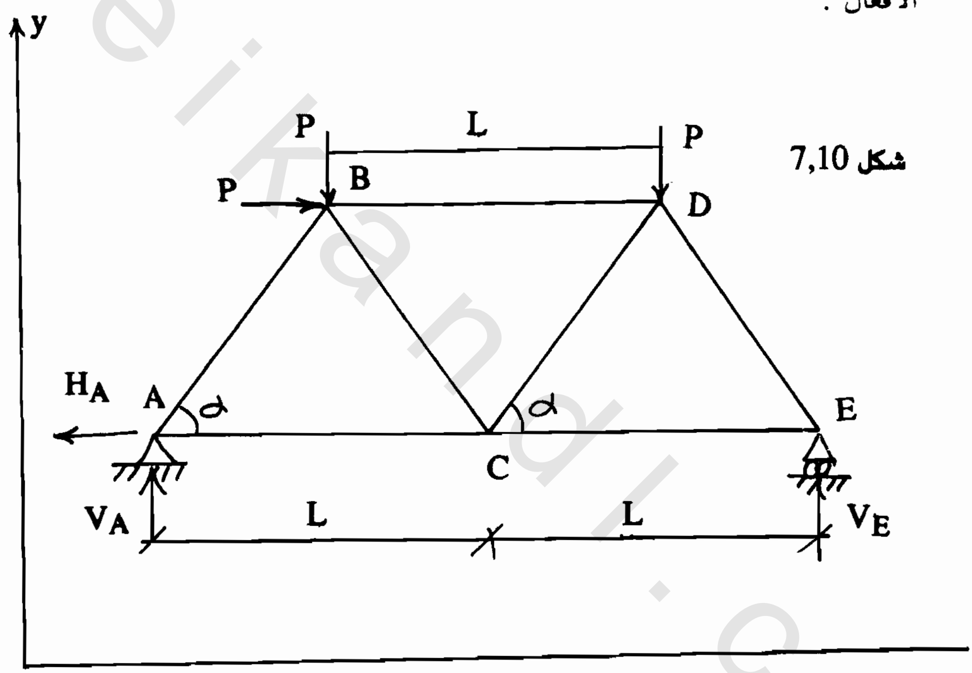


(ب) جمالون محدد إستاتيكيــاً خارجيــاً ، وغير محدد إستاتيكيــاً داخلياً .

7.4 حساب القوى الداخلية بالقضبان :

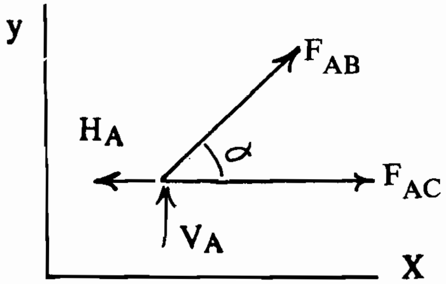
7.41 طريقة اتزان المفصلات :

لتوضيح هذه الطريقة دعنا ندرس الجمالون المبين بالشكل 7.10 . لكل مفصلة يمكننا – كما أسلفنا – كتابة معادلتين للاتزان فى الاتجاهين الأفقى والرأسى ، وذلك بعد إيجاد ردود الأفعال .



شكل 7,10

باعتبار ردود الأفعال معروفة يمكننا الآن دراسة المفصلة A ، شكل 7.11 .



$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{AC} + F_{AB}\cos\alpha - H_A = 0 \qquad (1)$$

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow V_A + F_{AB}\sin\alpha = 0 \qquad (2)$$

من هاتين المعادلتين يمكننا إيجاد القوى فى القضيبين AB ، وكذلك AC أى F_{AB} و F_{AC} بإشارات سالبة فهذا يعنى أن الاتجاه المفترض خطأ ويجب أن يعكس .

بعد مرفة مختلف القوى لدى المفصلة A - F_{AB} ، F_{AC} – نواصل دراسة بقية المفصلات ولتكن المفصلة التالية B مثلاً ، وذلك حتى تستكمل القوى بكل القضبان .

ملاحظة هامـــة :

المفصلة التى تدرس يجب أن يكون بها قضيبان مجهولان على الأكثر حيث إنه يوجد معادلتان فقط للاتزان لدى كل مفصلة ، ومن ثم فإن فى المثال السابق بعد دراسة المفصلة A فإننا نتحول لدراسة B وليس C . أما بعد دراسة B فيمكننا التحول لدراسة C وهكذا حتى النهاية .

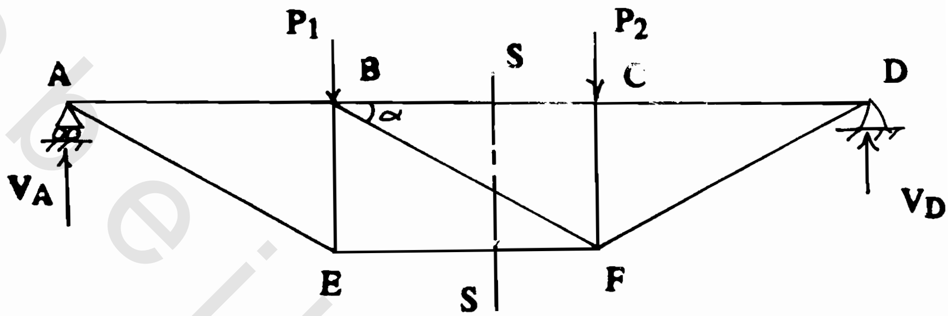
وكما سبق ذكره فإن عدد المعادلات الكلى الممكن الحصول عليه هو :

$$(2 n - 3)$$

حيث n هو عدد المفصلات ، وبالتالى فإن عدد القضبان b يجب أن يكون مساوياً (2 n - 3) لكى تحل المسألة بهذه الطريقة .

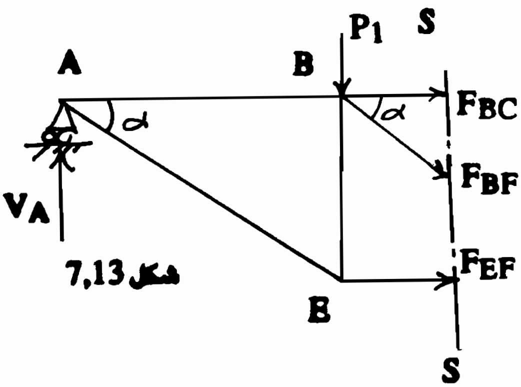
7.42 طريقة المقاطع :

لندرس الجمالون بالشكل 7.12



شكل 7,12

لابد للجمالون أن يكون متزناً تحت تأثير مجموعة من القوى (فعل ورد الفعل) ولتكن التى بالشكل 7.12 . لندرس مقطعاً مثل S-S والذى يقسم الجمالون إلى جزئين – ليس بالضرورة متساويين – ونختار دراسة الجزء الأيسر شكل 7.13 .



شكل 7,13

القوى التى تنقل بواسطة القضبان من الناحية اليسرى إلى الناحية اليمنى هى :

$$F_{EF} , F_{BF} , F_{BC}$$

وللجزء الأيسر بالشكل يمكننا كتابة معادلات الاتزان الثلاث :

$$\Sigma X = 0 , \Sigma Y = 0 , \Sigma M = 0$$

بواسطة هذه المعادلات يمكن إيجاد القوى الداخلية بالقضبان الثلاثة EF , BF , BC .

من هذا نستنتج أن المقطع S - S يجب أن يقطع على الأكثر ثلاثة قضبان مجهولة القوى ، فإذا كان العدد المقطوع أكثر من ذلك فيجب أن يكون عدد القضبان الزائد عن ثلاثة – وهو عدد المعادلات – معروف القوى مسبقاً بأى طريقة أخرى .

ويلاحظ أننا افترضنا القضبان فى حالة شد (هذا الغرض يسهل دائماً الحل) فإذا وجدت النتيجة موجبة فهذا يعنى أن الفرض سليم وإلا فيعكس السهم .

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A(\overline{AB}) - F_{EF}(\overline{EB}) = 0$$

$$F_{EF} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EB}} V_A = V_A \tan\alpha$$

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow V_A - P_1 - F_{BF}\sin\alpha = 0$$

$$F_{BF} = \frac{1}{\sin\alpha}(V_A - P_1)$$

$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{BC} + F_{BF}\cos\alpha + F_{EF} = 0$$

$$F_{BC} = \frac{1}{\sin\alpha}(P_1 - V_A\cos\alpha) - V_A\tan\alpha$$

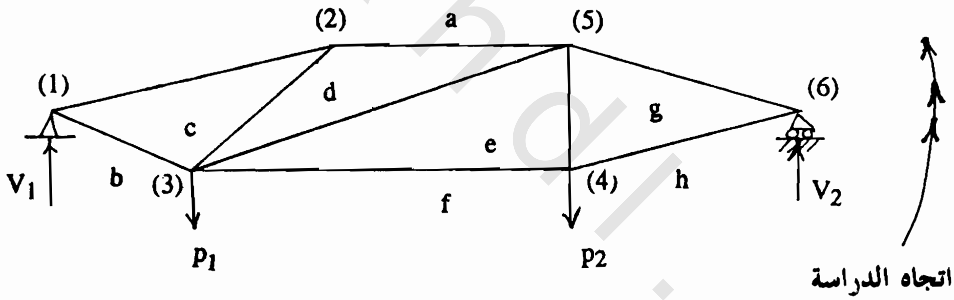
$$= P_1\cos\alpha - V_A\left(\frac{1}{\cos\sin\alpha}\right)$$

وهكذا يمكننا أن نجد القوى فى جميع القضبان بعمل القطاعات المناسبة .

7.43 طريقة بيانية :

الطريقة البيانية تطبق للجمالونات المحددة إستاتيكياً داخلياً وخارجياً ، وكالعادة فإننا نبدأ بإيجاد ردود الأفعال ، ويمكن إيجادها حسابياً أو بيانياً كما تقدم فى الفصلين الثالث والرابع .

نشرع بعد ذلك فى تقسيم المناطق وتسميتها ، والمنطقة هى مساحة تحدد بواسطة خط عمل قوى (أو امتداده) أو بقضيب أو برد فعل ، وذلك كما يتضح بالشكل 7.14 .



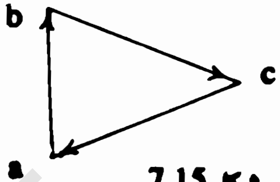
شكل 7.14 الطريقة البيانية وتقسيم المناطق

تتلخص الطريقة فى دراسة اتزان كل مفصلة على حدة ، وذلك برسم مضلع القوى التى تؤثر على تلك المفصلة على أن تكون الدراسة فى اتجاه مضاد لعقارب الساعة حول كل مفصلة . ولندرس على سبيل المثال المفصلة (١) ، فيكون اتجاه الدراسة هو : $\overrightarrow{acba}$

من a إلى b : نرسم رد الفعل V_1 .

من b إلى c : نرسم اتجاها موازيا للقضيب (1) – (3)

من c إلى a : نرسم اتجاه موازى للقضيب (1) – (2)

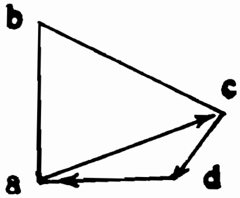


الشكل 7.15 يوضح مضلع القوى للمفصلة (1) .

شكل 7,15

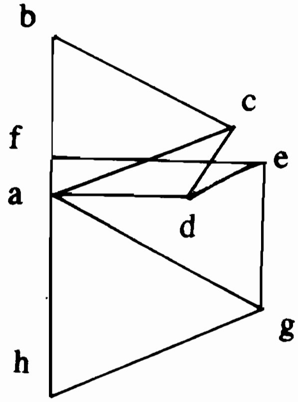
ومنه يتضح أن النقطة C حددت بواسطة تقاطع الموازى للقضيب (1) – (3) مع الموازى للقضيب (1) – (2) .

المضلع يوضح اتجاه كل قوة وكذلك قيمتها حيث يمكن قياسها مباشرة (يجب أخذ مقياس الرسم فى الاعتبار) ، وحيث أننا عرفنا اتجاه كل قوة فإننا بعد ذلك – ولمعرفة نوع القوة شد أم ضغط – ندرس مرة أخرى المفصلة فى اتجاه مضاد لعقارب الساعة فنلاحظ أن القوة $\overrightarrow{bc}$ تشد المفصلة (1) ومن ثم فالقضيب (1) – (3) مشدود وبالمقابل $\overrightarrow{ac}$ يضغط المفصلة (1) فيكون القضيب (1) - (2) مضغوطاً . والمعلوم أن مضلع القوى لكل مفصلة يجب أن يكون مقفلاً، وذلك لأن المفصلات فى حالة اتزان ، وللحصول على هذا المضلع المقفل لكل مفصلة فلابد أن يكون هناك قضيبان مجهولان على الأكثر كما هو الحال بشأن المفصلة التى درسناها (1) - (2) , (1) - (3) هما القضيبين المجهولين . المفصلات الأخرى يمكن دراستها بنفس الطريقة ، وتستكمل على نفس مضلع القوى للمفصلة (1) نحصل على مضلع قوى واحد لكل الجمالون ، وهو الموضح بشكل 7.17 فى حين يوضح الشكل 7.16 مضلع القوى للمفصلتين (1) + (2) وهو مضلع قوى مرحلى .



مضلع القوى للمفصلتين (1) + (2)

شكل 7,16



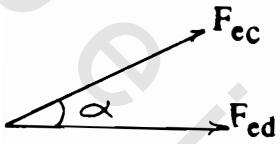
مضلع القوى النهائى

شكل 7,17

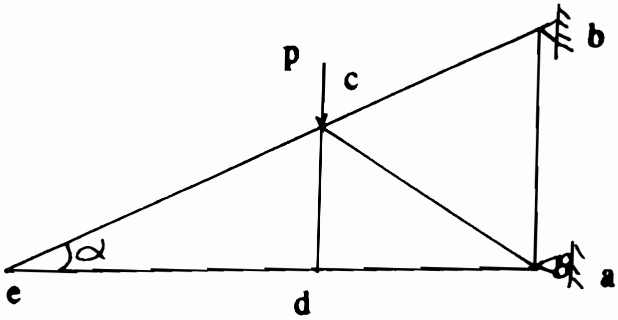
قيمة القوة ونوعها	الأتجاه	القوى	المناطق	المفصلة
شد (+ ....) ضغط (- ......)	تشد 1 تضغط1	ab رد فعل 3-1//bc 2-1//ca	abca	1
شد (+ ....) ضغط (- ......)	تشد 2 تضغط 2	1-2 // ac 3 - 2 // cd 5 - 2 // da	acda	2
شد (+ ....) ضغط (- ......)	تشد 3 تضغط 3	2 - 3// dc 1 - 3 // cb p_1 = bf 4 - 3 // fe 5 - 3 // ed	dcbfed	3
شد (+ ....) ضغط (- ......)	تشد 4 تضغط 4	3 - 4 // fh 6 - 4 // hg 5 - 4 // ge	efhge	4
ضغط (- ......)	تضغط 5	2 - 5 // ad 3 - 5 // de 4 - 5 // eg 6 - 5 // ge	adega	5

7.5 القضبان ذات القوى صفر :

لندرس المفصلة e بالجمالون شكل 7.18 .



المفصلة e



شكل 7,18

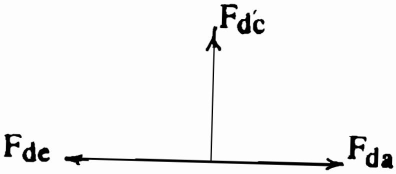
$$\Sigma y = 0 \rightarrow F_{ec} \sin \alpha = 0 \rightarrow \ = 0$$

$$\Sigma x = 0 \rightarrow F_{ed} + F_{ec} \cos \alpha = 0 \rightarrow F_{ed} = 0$$

وبدراسة المفصلة d نجد :

$$\Sigma y = 0 \rightarrow F_{dc} = 0$$

$$\Sigma x = 0 \rightarrow F_{da} = F_{de}$$



المفصلة d

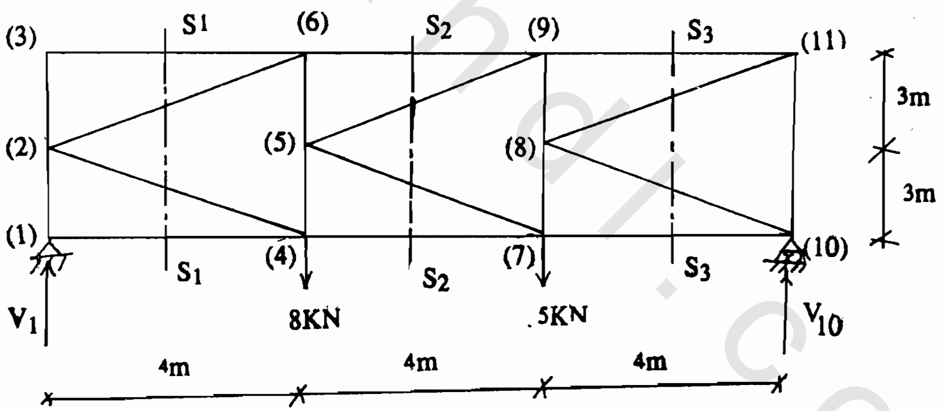
ويمكننا من تلك الدراسة استخلاص القاعدتين التاليتين :

١ – إذا تقاطع قضيبان فى مفصلة ما (مثل المفصلة e) وفى غياب قوى خارجية ، تكون القوى الداخلية بهذين القضيبين صفراً .

٢ – إذا كان هناك ثلاثة قضبان تتقاطع بمفصلة واحدة مثل d ، اثنان منهما لهما نفس خط العمل وفى غياب قوى خارجية ، فإن القوى بهذين القضيبين تكون متساوية والقضيب الثالث يكون ذو قوة صفر .

7.6 تطبيقـــــــات :

١ – أوجد القوى الداخلية بقضبان الجمالون بالشكل التالى :



الحـــــــل :

الجمالون أعلاه يسمى الجمالون K

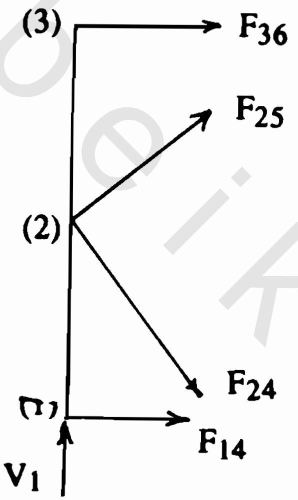
ردود الأفعال :

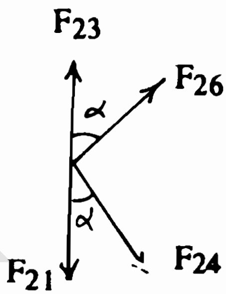
$$\Sigma M_{10} = 0 \rightarrow V_1 = \frac{8 \times 8 + 5 \times 4}{12} = 7 \text{ KN} \uparrow$$

$$\Sigma M_1 = 0 \rightarrow V_{10} = \frac{8 \times 4 + 5 \times 8}{12} = 6 \text{ KN} \uparrow$$

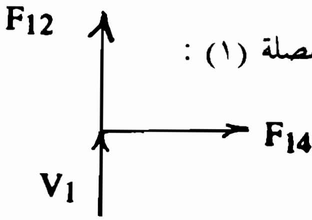
القوى بالقضبان :

المفصلة (١) :





المفصلة(2)



المفصلة (1)

$\sin \alpha = 4/5$
$\cos \alpha = 3/5$
$S_1 - S_1$

$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{14} = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow V_1 + F_{12} = 0 \rightarrow F_{12} = -7 \text{ KN}$$

المفصلة (2)

$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{26} \sin \alpha + F_{24} \sin \alpha = 0$$

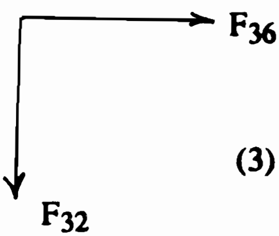
$$F_{26} = -F_{24} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

لندرس الآن الجزء على يسار المقطع $S_1 - S_1$ كما بالشكل أعلاه :

من المعادلتين (1) و (2) نجد أن :

$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{36} = 0$$

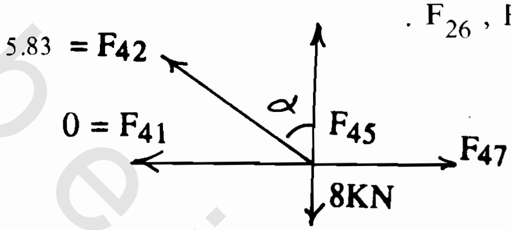
$$\Sigma Y = 0 \rightarrow F_{32} = 0$$



المفصلة (3)

ويمكننا أن نستمر بنفس الأسلوب لإيجاد القوى الداخلية حيث يمكن إيجاد جميع القوى بالقضبان السفلى والعليا ، وكذلك الرأسية عن طريق دراسة المفصلات .
أما القضبان المائلة فيمكننا إيجاد القوى بها بواسطة المقاطع , $S_2 - S_2$ ، $S_3 - S_3$ $S_1 - S_1$ وذلك مثلما فعلنا في F_{24} ، F_{26} .

المفصلة (4) :



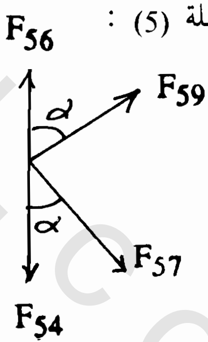
$$\Sigma X = 0 \rightarrow \quad F_{47} - F_{42} \sin\alpha = 0$$

$$F_{47} = 5.83 \left(\frac{4}{5}\right) = 4.67 \text{ KN}$$

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow \quad F_{45} + F_{42} \cos\alpha - 8 = 0$$

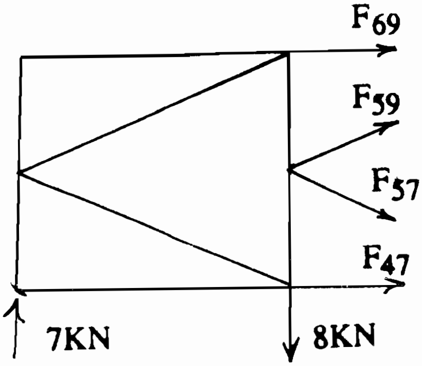
$$F_{45} = -5.83 \left(\frac{3}{5}\right) + 8 = 4.5 \text{ KN}$$

المفصلة (5) :



$$\Sigma X = 0 \rightarrow \quad F_{57} = -F_{59} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

المقطع $S_2 - S_2$ (الجزء الأيسر) :



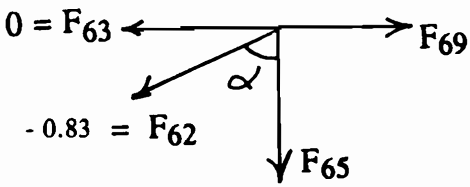
$$\Sigma Y = 0 \rightarrow \quad 7 - 8 + F_{59} \cos\alpha - F_{57} \cos\alpha = 0$$

$$\therefore -1 + F_{59} \left(\frac{3}{5}\right) - F_{57} \left(\frac{3}{5}\right) = 0 \quad .... \quad (4)$$

من المعادلتين (3) و (4) أعلاه نجد أن :

$$F_{59} = 0.83 \text{ KN} \quad , \quad F_{57} = -0.83 \text{ KN}$$

المفصلة (6) :



$$\Sigma X = 0 \rightarrow$$

$$F_{69} - F_{63} - F_{62} \sin\alpha = 0$$

$$\therefore F_{69} = -5.83 \left(\frac{4}{5}\right) = -4.67 \text{ KN}$$

المفصلة (١)

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow \quad F_{65} + F_{62} \cos\alpha = 0$$

$$\therefore F_{65} = 5.83 \left(\frac{3}{5}\right) = 3.5 \text{ KN}$$

تحقيق لما سبق :

بما أن المفصلة (5) يجب كذلك أن تكون متزنة فى الاتجاه الأفقى وكذلك الرأسى :

$$\Sigma X = 3.5 - 4.5 + 0.83 \left(\frac{3}{5}\right) - (-0.83) \left(\frac{3}{5}\right) = 0$$

المفصلة (7) :

$$\Sigma X = 0 \rightarrow$$

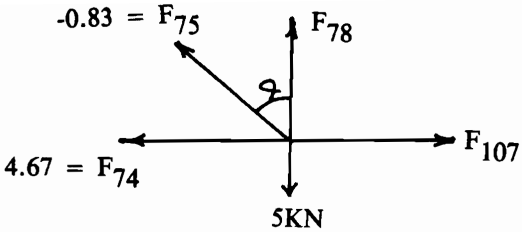
$$F_{107} - F_{74} - F_{75} \sin\alpha = 0$$

$$\therefore F_{107} = 4.67 - 0.83 \left(\frac{4}{5}\right) = 4 \text{ KN}$$

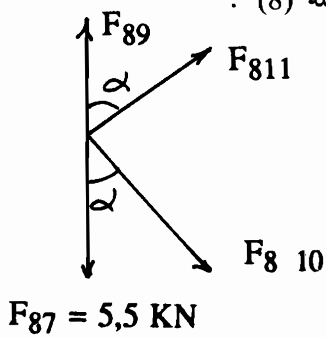
$$\Sigma Y = 0 \rightarrow \quad F_{78} - 5 + F_{75} \cos\alpha = 0$$

$$\therefore F_{78} = 5 - (-0.83) \left(\frac{3}{5}\right) = 5.5 \text{ KN}$$

المفصلة (7)



المفصلة (8) :



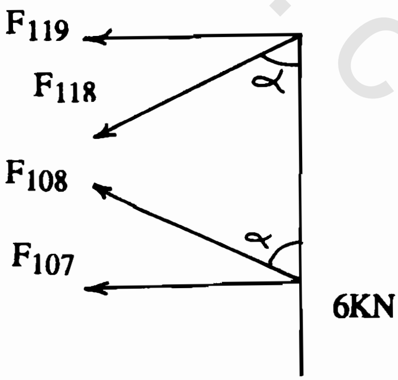
$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{8\,11} = -F_{8\,10}$ ..... (5)

المقطع S_3 - S_3 (الجزء الأيمن) :

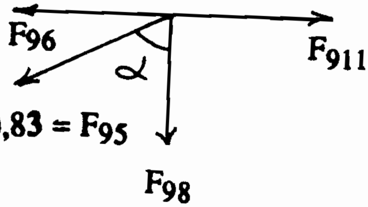
$\Sigma Y = 0 \rightarrow 6 + F_{108} \cos\alpha - F_{118} \cos\alpha = 0$ ...... (6)

من المعادلتين (5) , (6) نجد :

$F_{8\,10} = -5$ KN , $F_{811} = 5$ KN



$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{911} - F_{96} - F_{95} \sin \alpha = 0$$



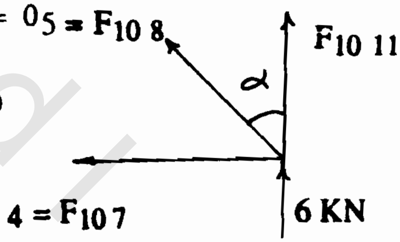
$$F_{911} = -(-4{,}67) - 0.83\left(\frac{4}{5}\right) = 0$$

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow F_{98} + F_{95} \cos \alpha = 0$$

$$F_{98} + 0.83\left(\frac{3}{5}\right) = 0 \rightarrow F_{98} = -0.5 \text{ KN}$$

المفصلة (9) :

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow F_{10\,11} + F_{10\,8} \cos \alpha = 0$$



$$F_{10\,11} + 6 + (-5)\left(\frac{3}{5}\right) = 0$$

$$\therefore F_{10\,11} = -3 \text{ KN}$$

المفصلة (10) :

تحقيق صحة النتائج :

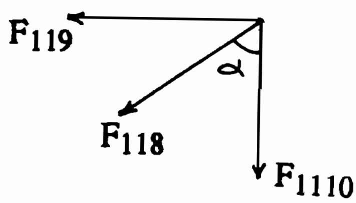
بدراسة المفصلة (11) نجد :

$$\Sigma X = F_{119} + F_{118} \sin \alpha$$

$$= -4 + 5\left(\frac{4}{5}\right) = 0$$

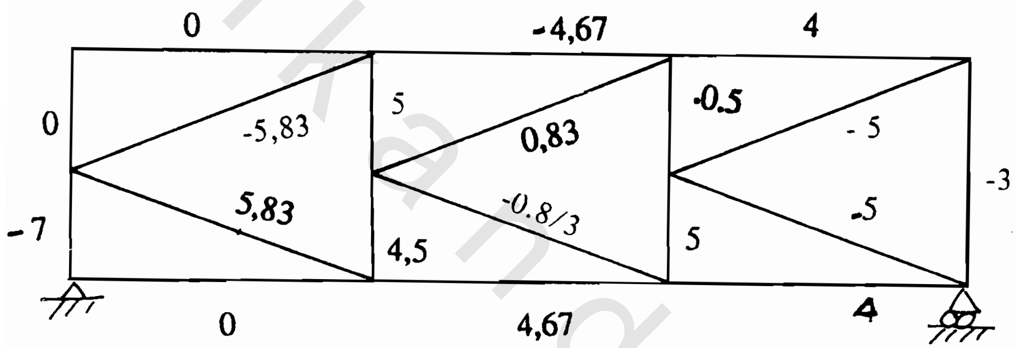
$$\Sigma Y = F_{11\,10} + F_{11\,8} \cos \alpha$$

$$= -3 + 5\left(\frac{3}{5}\right) = 0$$

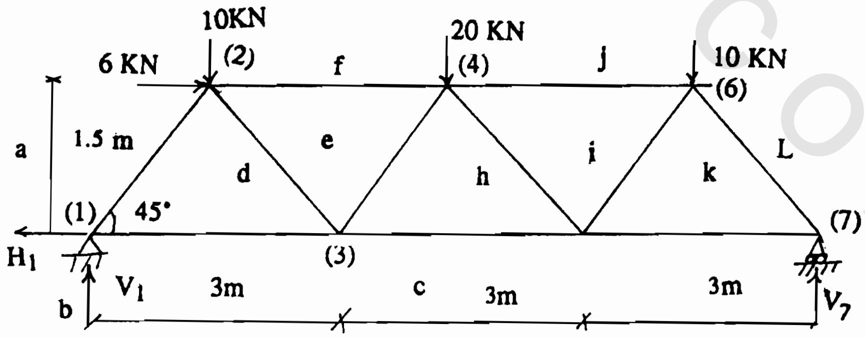


وهو المطلوب لتحقيق الأتزان .

النتائج السابقة مسجلة على الجمالون أسفله باعتبار أن − = ضغط ، + = شد .



2 - للجمالون (وارين) بالشكل التالى والمعرض للأحمال المبينة ، أوجد بطريقة بيانية القوى بجميع القضبان ، حقق النتائج تحليلياً للقضبان 12 , 24 , 34 , 35 , 57 .



الحـــل :

ردود الأفعال :

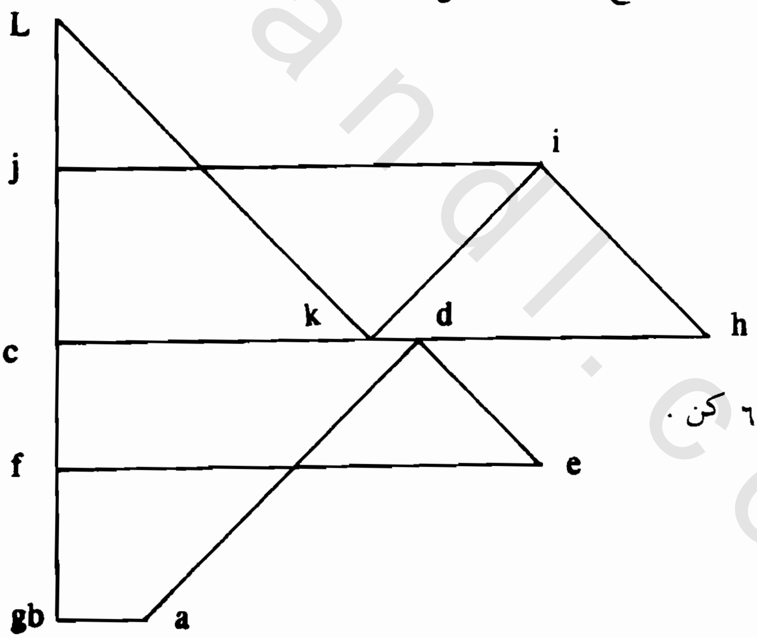
$$\Sigma X = 0 \rightarrow H_1 = 6\ KN \leftarrow$$

$$\Sigma M_7 = 0 \rightarrow V_1 = \frac{10 \times 7.5 + 20 \times 4.5 + 10 \times 1.5 - 6 \times 1.5}{9} = 19\ KN \uparrow$$

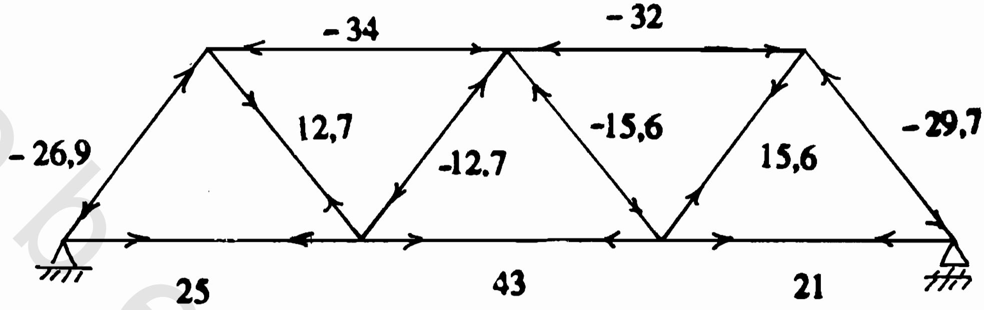
$$\Sigma M_1 = 0 \rightarrow V_7 = \frac{10 \times 7.5 + 20 \times 4.5 + 10 \times 1.5 + 6 \times 1.5}{9} = 21\ KN \uparrow$$

يلاحظ بالجمالون أننا قسمنا المناطق كما سبق أن بيناه فى شرح هذه الطريقة البيانية ، وسوف ندرس كل مفصلة فى الاتجاه المضاد لعقارب الساعة ، وذلك بترتيب الترقيم حيث راعينا فيه أن يكون لكل مفصلة عند دراستها قضيبين مجهولين فقط .

الشكل التالى هو مضلع القوى الحاصل عليه :



١ سم = ٦ كن .

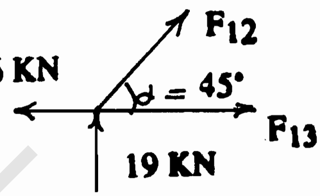


تحقيق للقضبان 12 , 24 , 34 , 35 , 57 .

المفصلة (١) :

$$\Sigma Y = 0 \rightarrow 19 + F_{12} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

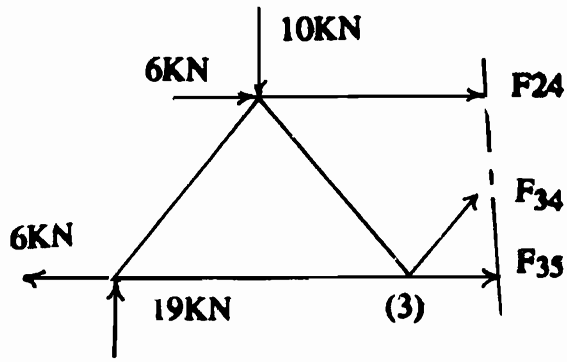
$$F_{12} = -19\sqrt{2}$$



$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{13} - 6 + F_{12} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

$$F_{13} = 25$$

القطاع $S_1 - S_1$ وهو يمر بالقضبان 24 , 34 , 35 .



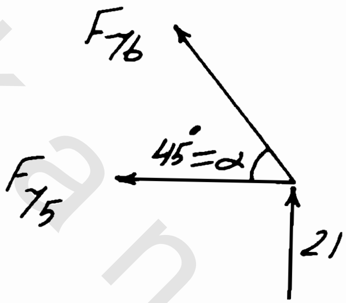
$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{24} + F_{35} + F_{34}\,\frac{1}{\sqrt{2}} + 6 - 6 = 0$$

$$F_{35} = \frac{9}{\sqrt{2}}\,\sqrt{2} + 34 = 43 \text{ KN}$$

$$F_{76} = 21\sqrt{2} = -29.7 \text{ KN}$$

$$\Sigma X = 0 \rightarrow F_{75} + \frac{F_{75}}{\sqrt{2}} = 0 \rightarrow F_{75} = 21 \text{ KN}$$

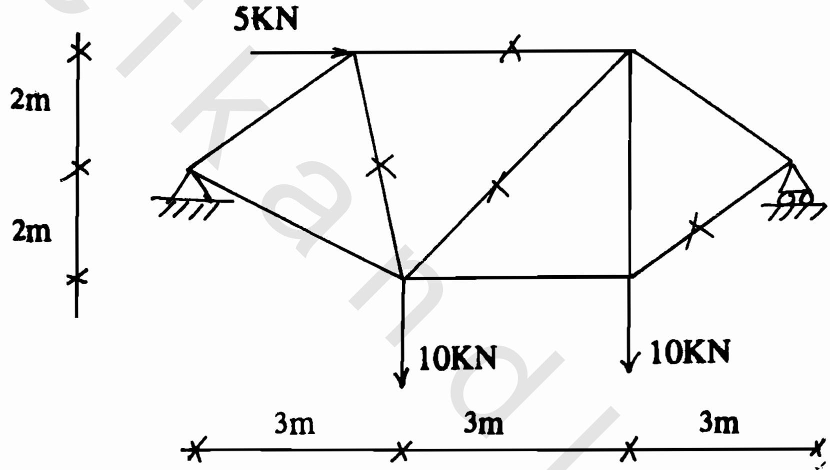
المفصلة (7) :

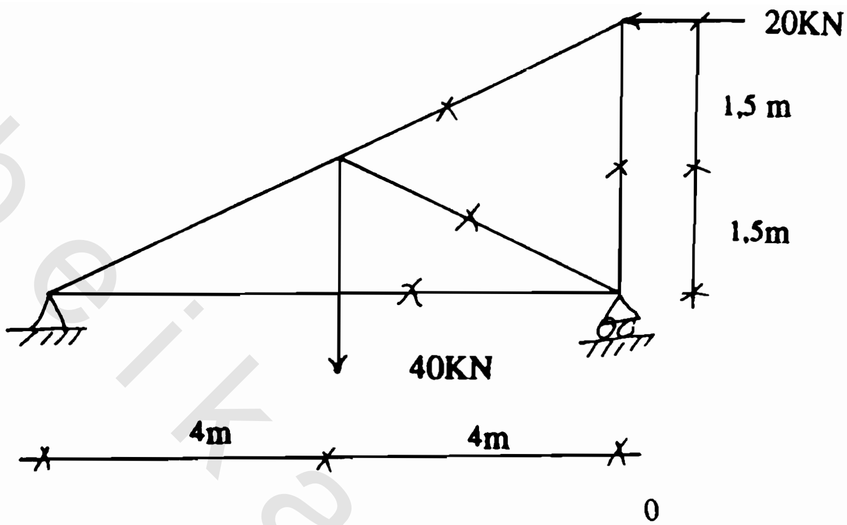


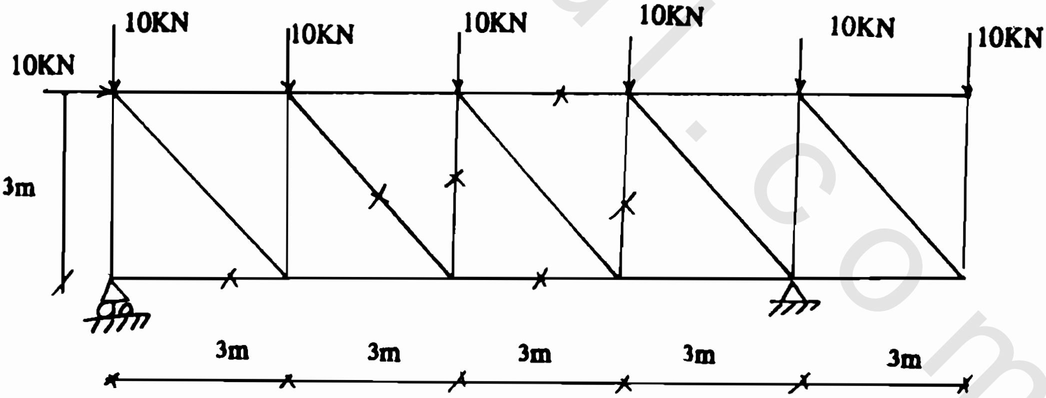
وواضح أن النتائج تحقق الحل البيانى .

7.7 تمــــارين :

أوجد القوى بقضبان الجمالونات التالية بطريقة بيانية ثم حقق الحسابات للقضبان ذات العلامة X بطريقة حسابية :




20KN
1,5 m
1,5m
40KN
4m
4m
0


10KN
10KN
10KN
10KN
10KN
10KN
10KN
3m
3m
3m
3m
3m
3m