الفصل

٦

الأنحـــــدار

- التنبـــؤ والأرتبـــاط
- منحنيـــات الأنحـــدار
- العـــلاقـــة والعليـــة
- تحليل الأنحدار المتعـدد
- طرق الضبط الأحصائى

الانحـــــــــدار

Regression

مقـــدمة :

موضوع الانحدار يعتبر من الموضوعات الاحصائية التى تتناول احدى المشكلات الهامة وهى مشكلة التنبؤ. فالباحث النفسى كثيرا ما يهتم بالتنبؤ باستخدام متغير آخر أو أكثر ويسمى المتغير المتنبىء بالمتغير المستقبل. والمتغير المتنبا به بالمتغير التابع. ويمكن ان ننظر إلى مشكلات التنبؤ وبالتالى فان الانحدار الخطى البسيط يمكن ان تنظر إليه من خلال وجهتين :

الأولى :

عندما يستخدم الباحث متغيرات مستقلة يمكن ان يتحكم فيها بمعني ان يكون له سيطرة على أحداث تغيرات مقصوده. وعندئذ يمكنه قياس المتغير المتنبا به وهو المتغير التابع الذى يكون نتيجة للمتغير المستقبل. وكلما زادت القيمة المطلقة لمعامل الارتباط بين لمتغيرين، كلما أمكن التنبؤ بأحد المتغيرين باستخدام المتغير الآخر بدرجة أكبر من الدقة.

الثانية :

عندما يحاول الباحث التنبؤ بالآداء المستقبلى بمعلومية أداء الفرد في الماضى حيث يريد الباحث ان يتوصل ى بعض من المؤشرات الصادقة التى تفيد فى التنبؤ باداء الفرد المستقبلى. وهذا لا يعنى بالضرورة ان هذه المؤشرات تسبب الاداء المستقبلى .

التنبؤ والارتباط :

لإلقاء الضوء على العلاقة بين مفهومى التنبؤ والارتباط يمكن عرض المقال الآتى : نفترض أننا نود التنبؤ بدرجة طالب فى اختبار آخر العام فى أحد المواد الدراسية. فإذا كانت المعلومات الوحيدة المتاحة لدينا هى متوسط درجات فصله فى هذا الاختبار. وعليه يمكن إيجاد معامل الإرتباط بين المتغير المستقل والمتغير التابع (Kerlinger, Pedhyer, 1973)

معنى الارتبـاط :

الارتباط فى معناه العلمى الدقيق هو التغير الاقترانى، أو بمعنى أخر هو النزعة إلى اقتران التغير فى ظاهرة بالتغير فى ظاهرة أخرى ولنضرب لذلك مثل تغير طول عمود من الحديد تبعا لتغير درجات الحرارة التى يتعرض لها فكلما زادت الحرارة زاد تبعا لذلك الطول، وكلما نقصت الحرارة نقص تبعا لذلك الطول، أى أن تغير الطول يقترن بتغير الحرارة. ولنضرب لذلك أيضا مثل نقصان حجم قطعة من الثلج تبعا لزيادة درجات الحرارة، فكلما زادت حرارة نقص حجم الثلج أى أن تغير حجم الثلج يقترن بتغير الحرارة.

ويقاس هذا التغير الاقترانى بمعاملات الارتباط. ويلخص هذا الارتباط البيانات العددية لأى ظاهرتين فى معامل واحد كما كانت مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت تلخص البيانات العددية للظواهر الاحصائية المفردة وهكذا تهدف معاملات الارتباط إلى قياس الاقتران القائم بين أى ظاهرتين قياسا علميا احصائيا دقيقا.

وتعتمد الاختبارات النفسية الحديثة اعتمادا كبيرا على معاملات الارتباط. ولهذه المعاملات أهميتها القصوى فى الصياغة العلمية الدقيقة لأسئلة الاختبارات والتحليل الاحصائى لأجاباتها والتجانس الداخلى لها، والقياس العلمى لمدى اتصالها باختبارها العام الذى يشتمل عليها ويحتويها، وفى قياس ثبات وصدق نتائج الاختبارات، وفى التحليل العاملى لقدراتها العامة والطائفية المختلفة (البهى السيد ، ١٩٧٩).

طرق حساب الارتباط :

تعتمد الطرق الاحصائية لحساب معاملات ارتباط درجات المقاييس المتتابعة بدرجات المقاييس الأخرى المتتابعة على مدة تلازم الدرجات المعيارية لأى مقياس من هذه المقاييس بالدرجات المعيارية التى تقابلها فى المقياس الأخر. وسوف نعرض لبعض الطرق المستخدمة لحساب معامل الارتباط.

١ - حساب الارتباط بطريقة الدرجات المعيارية :

يتلخص الأساس الاحصائى للارتباط فى مقارنة مدى مصاحبة تغير درجات المقياس الأول بتغير درجات المقياس الثانى وبما أن الدرجات الأصلية فى صورتها الخام لا تصلح للمقارنة إلا إذا اشتركت فى بدء واحد

للتدرج وإلا إذا كانت وحداتها متساوية لذلك تعتمد فكرة مقارنة التغير الاقترانى للدرجات على مقارنة الدرجات المعيارية فى كلا المقياسين لان متوسطها يساوى صفر وانحرافها المعيارى يساوى واحد صحيحا. أى أنها جميعا تشترك فى بدء التدريج أو صفر المقياس، وفى وحدات المقياس.

هذا وتعتمد الوسيلة الرياضية لمعرفة معامل الارتباط على حساب متوسط حاصل ضرب الدرجات المعيارية أى أن :

$$\text{معامل الارتباط} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب الدرجات المعيارية المتقابلة}}{\text{عدد الأفراد}}$$

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ}\,(\text{ذ}_{\text{س}} \times \text{ذ}_{\text{ص}})}{\text{ن}}$$

حيث يدل الرمز ر على معامل الارتباط

ويدل الرمز ذ $_{\text{س}}$ على أية درجة معيارية من درجات المقياس الأول س.

ويدل الرمز ذ $_{\text{ص}}$ على درجة المقياس الثانى ص المعيارية التى تقابل الدرجة المعيارية ذ $_{\text{س}}$.

ويدل الرمز ن على عدد الأفراد الذين حصلوا على تلك الدرجات.

والجدول التالى يوضح فكرة هذه المعادلة

الأفــراد	الاختبار الأول س	انحرافات الدرجات ح س	الدرجات المعيارية ذ س	درجة الاختبار الثانى ص	انحرافات الدرجات ح ص	الدرجات المعيارية ذ س	ذ س × ذ ص
١	٢	– ٣	– ١٫٣٢	٥	– ٣	– ١٫١٥	١٫٥١٨
٢	٣	– ٢	– ٫٨٨	٧	– ١	– ٫٣٨	٫٣٣٤٤
٣	٥	صفر	صفر	٦	– ٢	– ٫٧٧	صفر
٤	٧	+ ٢	+ ٫٨٨	١٠	+ ٢	+ ٫٧٧	٫٦٧٧٦
٥	٨	+ ٣	+ ١٫٣٢	١٢	+ ٤	١٫٥٣	٢٫٠١٩٦
ن = ٥ مجـ س = ٢٥ م = ٥ ع $_{\text{س}}$ = ٢٫٢٨				س ص = ٤٠ م = ٨ ع $_{\text{ص}}$ = ٢٫٦١		مجـ (ذ $_{\text{س}}$ × ذ $_{\text{ص}}$) ٤٫٥٤٩٦	

$$\text{معامل الارتباط} = \frac{٤٫٥٤٩٦}{٥} = ٫٩١$$

وبالرغم من أن هذه الطريقة توضح الأساس الاحصائى لفكرة معامل الارتباط إلا أنها لاتصلح بصورتها الراهنة لحساب ذلك المعامل لكثرة العمليات الحسابية التى تتطلبها، وخاصة إذا زاد عدد الدرجات إلى الحد الذى يعوق سرعة حساب معامل الارتباط.

تمـــــارين

أحسب معامل باستخدام الدرجات المعيارية :

السؤال الأول

س	ص
١٠	١٧
٨	١٥
٦	١٩
٤	٢١
٢	٢٣

السؤال الثانى

س	ص
١٥	٥٢
١١	٤١
٣	٣٩
١١	٤٤
١٢	٤٢
١٧	٥٠
٥	٢٩
١٣	٤٥
٩	٣٤
١٢	٤٦

٢ - معامل ارتباط الرتب :

يهدف هذا الارتباط أى قياس التغير الاقترانى القائم بين ترتيب الأفراد بالنسبة لصفة معنية، وترتيبهم بالنسبة لصفة أخرى. وتعتمد الطريقة الاحصائية لحساب هذا الارتباط على مربعات الفروق بين رتب كلا المقياسين وخير ما تصلح له هذه الطريقة هو حساب الارتباط لعينة من الأفراد لا يزيد عددها على ٥٠ فردا وعندما يزيد عدد الأفراد عن هذا الحد فان العمليات الحسابية تصبح شاقة عسيرة وخاصة عندما تتداخل الرتب فى كسور مختلفة.

والمثال التالى يوضح طريقة حساب هذا الارتباط :

الدرجة س	الترتيب س	الدرجة ص	الترتيب ص	الفـــرق	مربع الفرق
١٣	١	١٩	٢	١ -	١
١١	٢	٢٢	١	١	١
١٩	٣	١٠	٥	٢ -	٤
٧	٤	١٦	٣	١	١
٥	٥	١٣	٤	١	١
٣	٦	٤	٧	١ -	١
١	٧	٧	٦	١	١
					مجـ ق٢=١

جدول (٣) يبين حساب معامل ارتباط الرتب

وتتلخص أهم العمليات الاحصائية لحساب معامل ارتباط الرتب فى الخطوات التالية :

١ - ترصد درجات وترتيبها للأفراد فى الاختبار الأول كما يدل على ذلك العمود الأول والثانى فى الجدول (٣).

٢ - ترصد درجات وترتيبها للأفراد فى الاختبار الثانى كما يدل على ذلك العمود الثالث والرابع فى الجدول (٣).

٣ - يحسب فرق الترتيب فى الاختبارين وذلك بطرح ترتيب كل فرد فى

الاختبار الثانى من ترتيبه فى الاختبار الأول ويرصد فى الجدول (٣) فى الخانة رقم ٥.

٤ - تربع هذه الفروق وترصد قيمتها العددية فى العمود الرابع ق ٢ ثم تجمع هذه المربعات كما هو مبين فى نهاية هذا العمود، أى أن مجـ ق ٢ = ١٠.

٥ - يحسب ارتباط الرتب بمعادلة سبيرمان التالية :

$$ر_ت = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ق } ٢}{ن (ن^٢ - ١)}$$

حيث ان $ر_ت$ معامل ارتباط الرتب

مجـ ق ٢ مجموع مربعات فروق الرتب

ن عدد الأفراد

$$ر_ت = ١ - \frac{٦ \times ١٠}{٧ (٤٩ - ١)} = ١ - (\frac{٦٠}{٣٣٦})$$

$$ر_ت = ٠٫٨٢$$

مثال آخر :

س	الترتيب	ص	الترتيب	ق	ق ٢
١	٥	٨	٢	٣	٩
٢	٤	٦	٣	١	١
٣	٣	٤	٤	١ -	١
٤	٢	١٠	١	١	١
٥	١	٢	٥	٤ -	١٦
					مجـ ق ٢=٢٨

$$ر_ت = ١ - \frac{٦ \times ٢٨}{٥(٢٥ - ١)} = ١ - \frac{١٦٨}{١٢٠}$$

$$ر_ت = ١ - ١٫٤٠ = - ٠٫٤٠$$

تمـارين

أحسب معامل ارتباط الرتب من الدرجات التالية :

التمرين (١)

س	ص
١٠	١٢
٩	١١
٨	١١
٨	١١
٧	١٠
٦	٩

التمرين (٢)

س	ص
٣٥	١٧
٣٢	٩
٢٩	١٢
٢٩	١٢
٢٧	٢
٢٤	٨
٢٢	١١
٢١	١٢
١٨	١٠
١٣	٤

التمرين (٣)

س	ص
٢١	٩
١٩	١٠
١٦	٨
١٤	٧
١٣	١٥
١٠	١٦
٩	١٧
٧	٥
٦	٢٠
٢	٢١
١	١٩

حساب معامل الارتباط من الدرجات الخام :

تهدف الطريقة العامة لحساب معاملات ارتباط الدرجات الخام إلى الاستغناء عن حساب الدرجات المعيارية، والانحرافات المعيارية، والانحرافات. وتعتمد مباشرة فى حسابها لمعامل الارتباط على الدرجات الخام ومربعات هذه الدرجات

والمعادلة التالية توضح فكرة هذه الطريقة

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}]\,[\text{ن مجـ ص}^{2} - (\text{مجـ ص})^{2}]}}$$

حيث يدل الرمز مجـ س ص على مجموع حاصل ضرب الدرجات المتقابلة في الاختبارين.

ويدل الرمز مجـ س × مجـ ص على حاصل ضرب مجموعها درجات الاختبار الأول س في مجموعها درجات الاختبار الثانى ص.

ويدل الرمز مجـ س ٢ على مجموع مربعات درجات الاختبار الأول س.

ويدل الرمز (مجـ س)٢ على مربع مجموع درجات الاختبار الأول س.

ويدل الرمز مجـ ص ٢ على مجموع مربعات درجات الاختبار الثانى ص.

ويدل الرمز (مجـ ص)٢ على مجموع درجات الاختبار الثانى ص.

والجدول التالى يوضح طريقة حساب معامل الارتباط بالطريقة العامة للدرجات الخام.

الأفــراد	درجات الاختبار الأول س	درجات الاختبار الثاني ص	س ٢	ص ٢	س × ص
أ	٢	٥	٤	٢٥	١٠ = ٢ × ٢
ب	٣	٧	٩	٤٩	٢١ = ٧ × ٣
جـ	٥	٦	٢٥	٣٦	٣٠ = ٦ × ٥
د	٧	١٠	٤٩	١٠٠	٧٠ = ١٠× ٧
هـ	٨	١٢	٦٤	١٤٤	٩٦ = ١٢× ٨
ن = ٥	مجـ س =٢٥ (مجـ س)٢= ٦٢٥	مجـ ص=٤٠ (مجـ ص)٢ ١٦٠٠	مجـ ص٢ ١٥١	مجـ ص٢ ٣٥٤	مجـ س ص ٢٢٧

جدول (٤) حساب معامل ارتباط الدرجات الخام بالطريقة العامة

وعندما تعرض هذه القيم العددية فى معادلة ارتباط الدرجات نرى أن :

$$\text{ر} = \sqrt{\frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص ١}}{(\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢})(\text{ن مجـ ص}^{٢} - (\text{مجـ ص})^{٢})}}$$

$$\text{ر} = \frac{\text{٥} \times \text{٢٢٧} - \text{٢٥} \times \text{٤٠}}{(\text{٥} \times \text{١٥١} - \text{٦٢٥})\quad(\text{٥} \times \text{٣٥٤} - \text{١٦٠٠})}$$

$$= \frac{\text{١١٣٥٤} - \text{١٠٠٠}}{\text{١٣٠} \times \text{١٧٠}}$$

$$\text{ر} = \text{٠٫٩١}$$

الانحدار والارتباط :

١ - العلاقات والارتباطات :

الارتباط هو علاقة إقتران غالبا ما ينشا بين متغيرين أو أكثر. ومعامل الارتباط ما هو إلى مؤشر يعطى دلاله عن قوة هذا الارتباط أما بالايجاب أو السكلب وبالتالى فان معامل ارتباط بيرسون (ر) يأخذ أكثر من شكل منها :

$$\text{ر}_{\text{١٢}} = \frac{\text{مجـ ج}^{\text{١}}\ \text{ح}^{\text{٢}}}{\text{مجـ ح}_{\text{١}}^{\text{٢}}\ \text{مجـ ح}_{\text{٢}}^{\text{٢}}}$$

$$\text{ر}_{\text{١}} = \frac{\text{مجـ ذ}_{\text{١}}\ \text{ذ}_{\text{٢}}}{\text{ن}}$$

$$\text{ر}_{\text{١٢}} = \frac{\text{مجـ ح}_{\text{١}}\ \text{ح}_{\text{٢}}}{\text{ن ع}_{\text{١}}\ \text{ع}_{\text{٢}}} \quad \text{........... (١)}$$

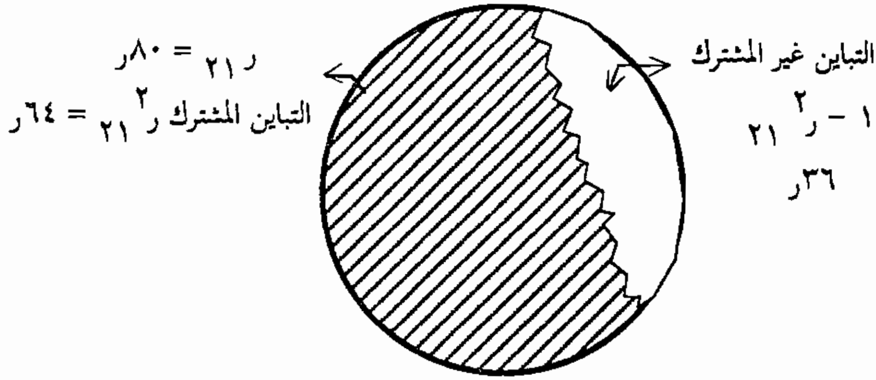
$$\text{ر}_{\text{٢}} = \frac{\text{مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{\text{٢}} - (\text{س})^{\text{٢}}][\text{ن مجـ ص}^{\text{٢}} - (\text{مجـ ص})^{\text{٢}}]}} \quad \text{.. (٢)}$$

$$\text{ر}_{\text{١٢}} = \frac{\text{ع}_{\text{١٢}}}{\text{ع}_{\text{١}}\ \text{ع}_{\text{٢}}}$$

حيث ان : $ح_1$ ، $ح_2$ انحرافات درجات المجموعة (١)، المجموعة (٢)
$ذ_1$ ، $ذ_2$ الدرجة المعيارية للمجموعة (١) ، المجموعة (٢)
$ع_1$ ، $ع_2$ الانحراف المعيارى للمجموعة (١) ، (٢)
$ع_{21}$ التغاير للمجموعة (١١) ، المجموعة (٢)
ن عدد أفراد المعينه

٢ - الارتباط والتباين المشترك Common Variance

يعد التباين المشترك عن مقدار التباين الذى يشارك فيه المتغير (١) مع المتغير (٢). وبالتالى فإن التباين هو مربع معامل الارتباط. وهذا موضح فى الشكل (١)



شكل (١) قيم معامل الارتباط والتباين المشترك وغير المشترك

من الشكل (١) يتضح ان قيمة التباين المشترك = ٦٤ر وهذا يعنى ان المتغير (١) والمتغير (٢) يشتركان بمقدار ٦٤٪ من التباين بينما كانت قيمة التباين غير المشترك = ٣٦٪.

الإنحدار البسيط :

يعبر الانحدار البسيط عن انحدار المتغير المستقل (س) على المتغير التابع (ص) وغالبا ما تكون المعادلة تأخذ هذا الشكل :

$\boxed{\text{ص} = \text{أ} + \text{ب س}}$ ..... (٣)

حيث ان ص = المتغير التابع

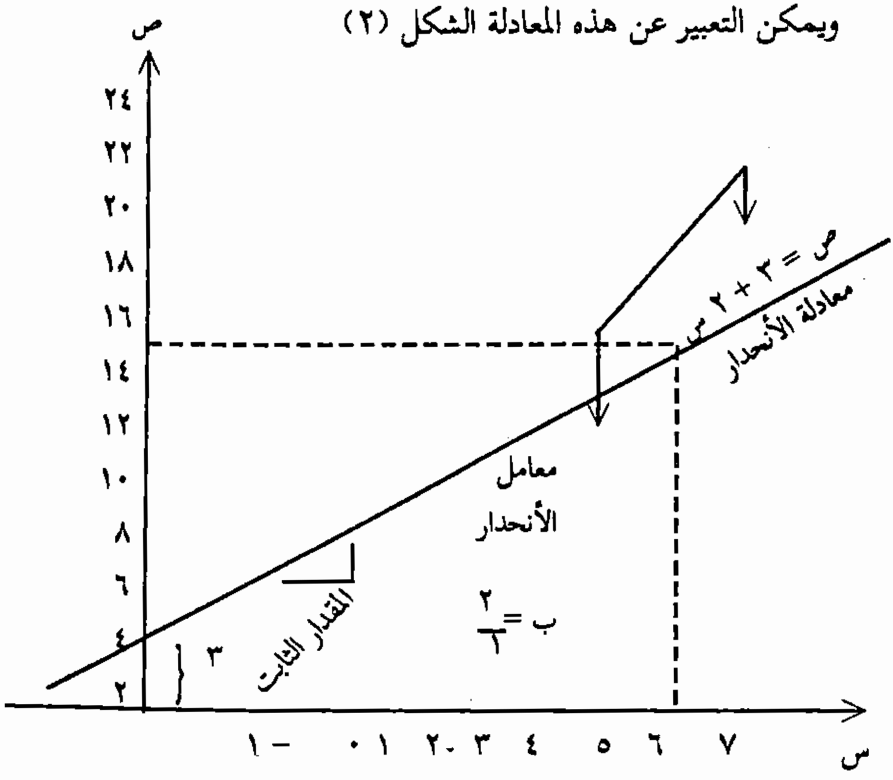
أ = المقدار الثابت

ب = معامل انحدار س على ص

س = المتغير المستقل

المقدار أ = + ، صفر ، −

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة الشكل (٢)



شكل (٢) معامل الانحدار والمقدار الثابت
ومعـادلة الانحـدار

٣ – منحنيات الانحدار :

ليس من الضرورى ان تكون معادلة الانحدار تأخذ صورة الخط المستقيم ففى أحيان كثيرة نجد أن معادلة الانحدار تكون غير خطية وتأخذه صورة المعادلات التالية

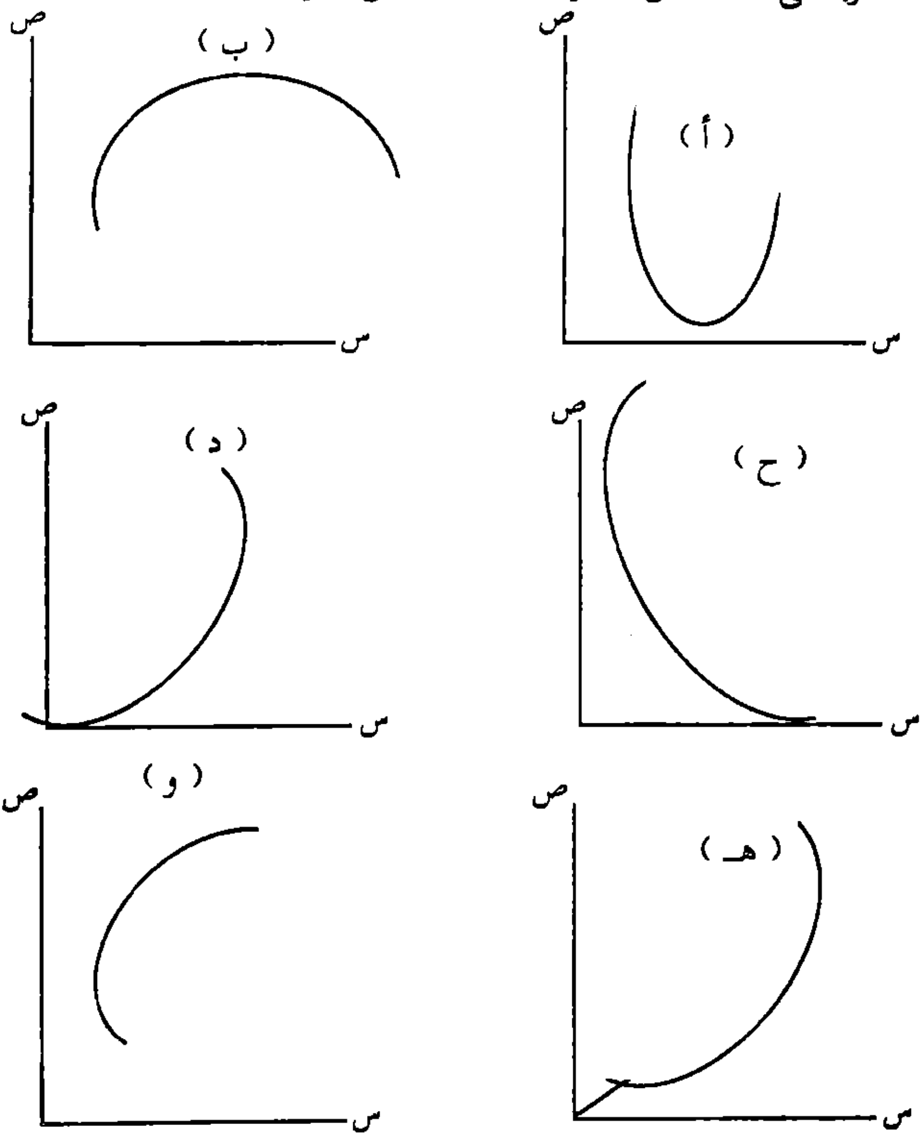
ص = أ + ب س ـ س^{٢} .... (٤)

ص = أ + ب س + س^{٢} .... (٥)

ص = أ هـ ـ بَ هـ .... (٦)

ص = أ + ب هـ (١ + س) .... (٧)

وبالتالى فان أشكال المنحنيات تأخذ الأشكال التالية :



شكل (٣) بعض منحنيات الانحدار

٤ – خطوات حساب قيم الانحدار :

أ - لحساب قيم الانحدار سوف نعرض المثال التالى :

نفترض ان لدينا ١٠ طلاب فى المرحلة الثانوية ونود معرفة هل توجد علاقة بين القراءة والاستعداد اللغوى والتحصيل الدراسى. وكانت نتـ؛ درجات هؤلاء الطلاب موضحة فى الجدول التالى :

جدول (١٠)

يتم درجات الطلاب على اختبار القراءة والاستعداد اللغوى والتحصيل الدراســى

(١) ص	(٢) س١	(٣) س٢	(٤) س١ص	(٥) س٢ص	(٦) س١ س٢	(٧) س١²	(٨) س٢²	(٩) ص²
٢٠	٣٠٥	٣٥	٦١٠٠	٧٠٠	١٠٦٧٥	٩٣٠٢٥	١٢٢٥	٤٠٠
١٥	١٣٠	٩٨	١٩٥٠	١٤٧٠	١٢٧٤٠	١٦٩٠٠	٩٦٠٤	٢٢٥
١٧	١٨٩	٨٣	٣٢١٣	١٤١١	١٥٦٨٧	٣٥٧٢١	٦٨٨٩	٢٨٩
٩	١٧٥	٧٦	١٥٧٥	٦٨٤	١٣٣٠٠	٣٠٦٢٥	٥٧٧٦	٨١
١٦	١٠١	٩٣	١٦١٦	١٤٨٨	٩٣٩٣	١٠٢٠١	٨٦٤٩	٢٥٦
٢٧	٢٦٩	٧٧	٧٢٦٣	٢٠٧٩	٢٠٧١٣	٧٢٣٦١	٥٩٣٦	٧٢٩
٣٥	٤٢١	٤٤	١٤٧٣٥	١٥٤٠	١٨٥٢٤	١٧٧٢٤١	١٩٣٦	١٢٢٥
٧	١٩٥	٥٧	١٣٦٥	٣٩٩	١١١٥	٣٨٠٢٥	٣٢٤٩	٤٩
٢٢	٢٨٢	٣١	٦٢٠٤	٦٨٢	٨٧٤٣	٧٨٥٢٤	٩٦١	٤٨٤
٢٣	٢٠٣	٩٢	٤٦٦٩	٢١١٦	١٨٦٧٦	٤١٢٠٩	٨٤٦٤	٥٢٩
١٩١	٢٢٧٠	٦٨٦	٤٨٦٩٠	١٢٥٦٩	١٣٨٥٦٥	٥٩٤٨٣٢	٥٢٦٨٢	٤٢٦٧

مجـ ص = ١٩١	مجـ س١ = ٢٢٧٠	مجـ س٢ = ٦٨٦
ص- = ١٩,١	س١ = ٢٢٧	س٢ = ٦٨,٦
مجـ ص س١ = ١٩,١	مجـ ص س٢ = ١٢٥٦٩	مجـ س١ س٢ = ١٣٩٥٦٥
مجـ س١² = ٥٩٤٨٣٢	مجـ س٢² = ٥٢٦٨٢	مجـ ص ٢ = ٤٢٦٧

ب - حساب قيمة الثابت (أ) ومعامل الانحدار (ب) كما يلى :

حساب الثابت (أ) من المعادلة (٣)

$$\boxed{أ = ص - ب_١ س_١ - ب_٢ س_٢} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (٣)$$

حساب قيم الانحدار $ب_١$ ، $ب_٢$ من المعادلتين (٥،٤)

$$\boxed{ب_١ = \frac{(مجـ س_٢^٢)(مجـ س_١ص) - (مجـ س_١س_٢)(مجـ س_٢ص)}{(مجـ س_١^٢)(مجـ س_٢^٢) - (مجـ س_١س_٢)^٢}} \quad \dots (٤)$$

$$\boxed{ب_٢ = \frac{(مجـ ح س_١^٢)(مجـ س^٢ص) - (مجـ ح س_١س_٢)(مجـ س_١ص)}{(مجـ ح س_١^٢)(مجـ ح س_٢^٢) - (مجـ ح س_١س_٢)^٢}} \quad \dots. (٥)$$

ولمعرفة تحديد القيم فى المعادلات السابقة فانه تحسب من المعادلات السابقة وتكون المعادلة الجديدة هى :

$$مجـ ح ص = مجـ ص^٢ - \frac{(مجـ ص)^٢}{ن} \text{، } مجـ ح س = مجـ س_١^٢ - (\frac{مج س}{ن})^٢$$

$$مجـ ح س_٢ص = مجـ س_٢ ص - \frac{مجـ س_١ \quad (مجـ ص)}{ن} \text{ ،} \quad \dots. (٦)$$

$$مجـ ح س_١س_٢ = مجـ س ص_١ - \frac{(3 س_١)(مجـ س_٢)}{ن}$$

$$ع س_١ = \sqrt{\frac{مجـ ح س_١^٢}{ك - ١}} \text{، } ع س_٢ = \sqrt{\frac{مجـ ح س_٢^٢}{ن - ١}} \text{ ، } ع ص = \sqrt{\frac{مجـ ح ص^٢}{ن - ١}}$$

وبالتعويض فى المعادلات (٧) يمكن حساب يتم أ ، فى ١ ، ب ٢
معامل ارتباط الانحدار المتعدد
وتتحدد قيمة R^2 من المعادلة التالية

$$\text{معامل ارتباط الانحدار} = \frac{\text{مجموع مربعات الانحدار}}{\text{مجموع مربعات الدرجة الكلية}}$$

$$\boxed{R^2 = \frac{\text{م م الانحدار}}{\text{م م الكلية}}} \quad \text{(٧) ....}$$

ويتضح من المعادلة (٧) ان معامل الانحدار تتراوح قيمة من الصفر حتى +١ . ويتضح قيمة معامل ارتباط الانحدار فى أنها تحدد مدى مشاركة المتغير المستقل مع المتغير التابع. وبالتالى فانه يستخدم اختبار (ف) لتحديد هل توجد دلاله احصائية للمتغير المستقل وهذا يتضح من المعالة (٨)

$$\boxed{\text{ف} = \frac{R^2 / \text{ك}}{(١ - R^2) / (\text{ن} - \text{ك} - ١)}} \quad \text{(٨) ....}$$

حيث ان :

R^2 = مربع معامل ارتباط الانحدار

ك = عدد متغيرات الدراسة

ن = حجم العينة الكلية

الخطا المعيارى للانحدار :

يتحدد هذا الخطا من المعادلة (٩)

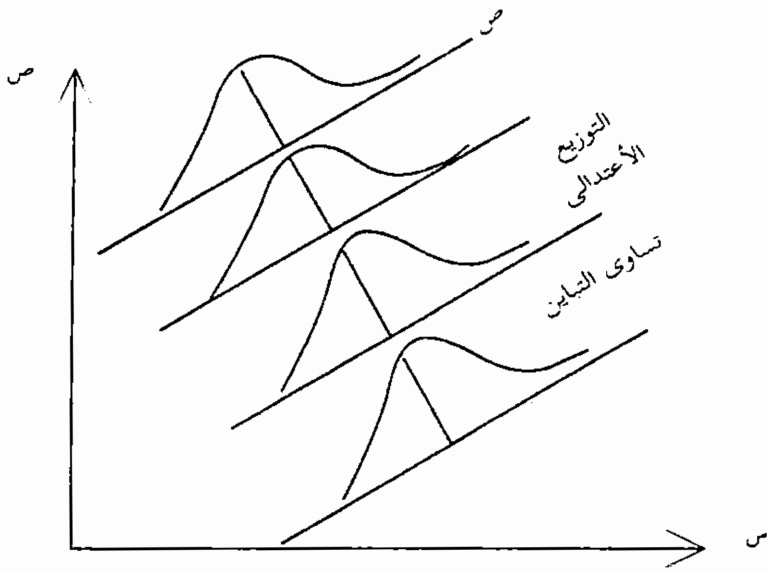
$$\boxed{\text{الخطا المعيارى للانحدار} = \sqrt{\frac{\text{م م الانحدار}}{\text{ك} - \text{ك} - ١}}} \quad \text{(٩) ....}$$

الشروط التى يجب توافرها عند استخدام الانحدار.

يوجد شرطين يجب أن يتوفراً عند استخدام الانحدار هما :

الشـــرط الأول : يجب أن تكون قيم درجات المتغير التابع تأخذ شكل التوزيع الاعتدالى على كل متغير مستقل.

الشـــرط الثـانى : يجب ان يكون التباين للمتغير التابع على المتغيرات المستقلة متساوى فيما بين هذه المتغيرات. ويتضح من الشكل (٤) كيفية انحدار المتغيرات المستقلة على المتغير التابع



شكل (٤)

توزيع المتغيرات المستقلة على المتغير التابع

الافتراضات التى يجب ان تتحقق عن استخدام معامل الارتباط :

توجد مجموعة من الافتراضات التى يقوم على أساسها معامل ارتباط بيرسون يجب ان يتحقق منها الباحث فى المتغيرات التى يود دراسة العلاقة بينها. الفترى.

١ – متغيرات الدراسة المستقلة والتابعة يجب ان تكون مقاسة على المستوى الفترى.
٢ – متغيرات الدراسة يجب أن تكون مأخوذة من العينة الأصلية وموزعة توزيعا اعتداليا.
٣ – متغيرات الدراسة يجب ان تكون مستقلة بعضها عن البعض
٤ – ان تكون العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية. وللتحقق من هذه العلاقة فأننا نستخدم ما يسمى بنسبة الارتباط.

يمكننا نوجد نسبة الارتباط (m^2) من القانون التالى :

$$\text{مربع نسبة الارتباط } (m^2) = \frac{\text{مقدار النقص فى خطا التخمين}}{\text{الخطأ الاصلى}} \quad \ldots\ldots (١٠)$$

$$(m^2) = ١ - \frac{ع\,ع_م^{\,٢}}{ع^{\,٢}_{ص}}$$

حيث ان $ع^{٢}_{م}$ = التباين الوزنى لمتغيرى الدراسة
$ع^{٢}_{ص}$ = التباين للمتغير (ص)

نفترض ان لدينا البيانات التالية :

مجموعتين من الذكور والاناث (ك) = ٢
التكرار ($ت_١$) للذكور = ١٠
التكرار ($ت_٢$) للاناث = ٣٠
التباين $ع^{٢}_{١}$ للذكور = ١٫٢
التباين $ع^{٢}_{٢}$ للاناث = ٨٫٤

$$\text{التباين الوزنى } ع^{٢}_{م} = \frac{١٠(١٫٢) + ٣٠(٨٫٤)}{١٠+٣٠} = ٦٫٦$$

التباين الدرجات الكلية (ع^{٢} ص) = ٩٫٦

$$\text{مربع نسبة الارتباط } (\eta^{2}) = 1 - \frac{\text{٦٫٦}}{\text{٩٫٦}}$$

$$\eta^{2} = \text{٠٫٣١}$$

وبمقارنة نسبة الارتباط بمربع معامل الارتباط فإذا كان الفرق صفرا أو قريبا من الصفر (ص س^{٢} − س^{٢} س ص). فهذا يعنى ان العلاقة خطية، أما إذا كان الفرق أكبر من الصفر فهذا يعنى أن العلاقة ليست خطية.

تفسير معامل الارتباط :

يتضح مما سبق أن معامل الارتباط بين متغيرين هو قيمة مجردة تعبر عن العلاقة القائمة بين المتغيرين بحيث تنحصر بين + ١ ، −١ . ويعبر عادة عن قيمة معامل الارتباط بكسر عشرى. فمعامل الارتباط هو قيمة تدل على التقارير أو التباين المتلازم بين المتغيرين، ولايشير إلى مقدار المتغيرين.

ومن الطرق المفيدة فى تفسير القيم المختلفة لمعامل الارتباط (ر) هو تربيع هذه القيم أى الحصول على قيمة (ر٢) والمقدار (ر٢) هو النسبة بين التباين الكلى لأحد المتغيرين والجزء من هذا التباين الذى يمكن التنبؤ به باستخدام المتغير الثانى. أى أن ر٢ هى الجزء من التباين فى أحد المتغيرين الذى يمكن أن نتنبا به باستخدام المتغير الثانى. فإذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين هو ٠٫٧٠٧ مثلا، فان ر٢ = (٠٫٧٠٧)^{٢} = ٠٫٥٠ تقريبا

وعند ر = ٠٫٥٠ فان ر = ٠٫٢٥ .

ولذا فانه يمكن اعتبارا ان معامل الارتباط ٠٫٧٠٧ ضعف معامل الارتباط ٠٫٥ حيث ان نسبة ر٢ فى الحالتين هى ٢ :١ تقريبا

وإذا افترضنا ان معامل الارتباط بين درجات الطلاب فى اختبار للذكاء واختبار فى التحصيل هو ٠٫٥٠ فهنا يمكن ان نستنتج ان (٠٫٥٠)٢ أى ٠٫٢٥ من تباين درجات اختبار التحصيل إنما ترجع إلى اختلاف الطلاب فى الذكاء كما تقاس باختبار الذكاء. ويسمى أحيانا المقدار بـ ر٢ بمعامل

التحديد أو التباين للمشترك بين المتغيرين. لانه قيمته تعبر عن ذلك الجزء المشترك من التباين فى أحد المتغيرين الذى يمكن تحديده أو التنبؤ به باستخدام المتغير الأمر. فإذا كان معامل الارتباط ر - ٨٠ فان ر٢ = ٦٤ر.

وهذا يعنى ان تباينا مشتركا بين المتغيرين نسبته ٦٤٪ وإذا كانت ر=-١ فان ر٢ = +١ ويكون هناك تباينا مشترك بين المتغيرين نسبته ١٠٠٪، وإذا كانت ر = صفر فان ر ٢ = صفر ولا يكون هناك تباين مشترك بين المتغيرين.

ويسمى المقدار (١-ر٢) بمعامل الاغتراب أو عدم التحديد لان قيمته تعبر عن الجزء من التباين فى أحد المتغيرية الذى لا نستطيع التنبؤ به أو تحديده باستخدام امتغير الآخر.

ونظرا لأن قيمة ر تختلف عن قيمة ر ، فانه يجب على الباحث ان يحتاط عند تفسير قيمة معامل الارتباط بين متغيرين. والجدول التالى يوضح قيمة معامل الارتباط ومربع الارتباط، ومعامل الاغتراب (البهى السيد، ١٩٧٩).

جدول رقم (١١)

قيم معامل الارتباط والأغتراب

معامل الارتباط (ر)	الجزء من التباين المشترك (ر٢)	معامل الاغتراب (١ -ر٢)
صفر	صفر	١ر
١٠ر	٠١ر	٩٩ر
٢٠ر	٠٤ر	٩٦ر
٣٠ر	٠٩ر	٩١ر
٤٠ر	١٦ر	٨٤ر
٥٠ر	٢٥ر	٧٥ر
٦٠ر	٣٦ر	٦٤ر
٧٠ر	٤٩ر	٥١ر
٨٠ر	٦٤ر	٣٦ر
٩٠ر	٨١ر	١٩ر
١ر٠٠	١ر٠٠	صفر

ومن الجدول السابق يتضح أن الباحث يحتاج إلى معامل ارتباط مقداره أكبر من ٧٠ر لكى يعتبر أن نصف التباين فى المتغير ص يقترن بالتباين فى المتغير س.

معامل ارتباط فأى (ϕ)

يعتبر معامل ارتباط فأى من المعاملات التى تدرس العلاقة بين متغيرين على المستوى الأسمى مثل دراسة العلاقة بين أستجابة الفرد أما بنعم أولا على أحدى مفردات الاختبار أما صواب أو خطا مثلا. لتوضيح ذلك لنفترض ان لدينا

٢٠٠ من الطلاب اعطوا استجابات صواب على مفردات الاختبار، ونود ان نعرف هل توجد علاقة ارتباطية بين المفردة الأولى والثانية. حيث نفترض ان أستجابات الطلاب موزعه كالاتى :

(ص)

أستجابة المفردة الثانية

استجابة المفردة (س) الأولى	صفر		
	أ ٤٠	ب ٦٠	١٠٠
صفر	ح ٨٠	د ٢٠	١٠٠
	١٢٠	٨٠	٢٠٠

$$= \frac{\text{ب ح} - \text{أ د}}{(\text{أ+ح})\ (\text{ب+د})\ (\text{أ+ب})\ (\text{ح+د})}$$

ويمكن تطبيق هذه المعادلة نجد أن

$$= \frac{(٦٠)\ (٨٠) - (٤٠)\ (٢٠)}{(١٢٠)\ (٨٠)\ (١٠٠)\ (١٠٠)} = ٤١ر٠$$

وتعتمد معامل ارتباط على اختلاف التكرارات الهامشية أى أ+ب، أ+ح ،ب+د، ح+د. فكلما زاد مقدار هذا الاختلاف قلت القيمة القصوى لمعامل ارتباط . وهذا موضح كما

(أ)

	صفر	١	
١	صفر	٥٠	٥٠
صفر	٥٠	صفر	٥٠
	٥٠	٥٠	

ϕ = + ١

(ب)

صفر	١	
٥٠	صفر	٥٠
صفر	٥٠	٥٠
٥٠	٥٠	

ϕ = - ١

(جـ)

صفر	١	
صفر	٥٠	٥٠
٢٥	٢٥	٥٠
٢٥	٧٥	

ϕ = ٥٨ر٠

(د)

	صفر	١	
١	صفر	٥٠	٥٠
صفر	١٠	٤٠	٥٠
	١٠	٩٠	

ϕ = ٣٣ر٠

(هـ)

صفر	١	
٥	٤٥	٥٠
٢٠	٣٠	٥٠
٢٥	٧٥	

ϕ = ٣٥ر٠

العلاقـــة والعليـــة :

من الاخطاء الشائعة التى يمكن ان يقع فيها الباحث عند تفسيره لمعامل الارتباط، اعتبارا ان معامل الارتباط المرتفع دليل على علاقة سببية أو عليه أو علاقة أثر ونتيجة.

فمعرفة مقدار واتجاه العلاقة بين متغيرين ليست كافية لاقتراح نوع من العلية المباشرة على هذه العلاقة. إذ ان هذا يتطلب دراسات تجريبية على المتغيرات - ولكن توجد حالات يحاول فيها الباحث استخدام معامل الارتباط بين متغيرين لاقتراح ان هناك تأثير سببيا أو تأثيره له اتجاه معين. والمثال الشائع هو العلاقة بين تدخين السجائر والاصابة بسرطان الرئة.

فقد استنتج الباحثون ان التدخين يسبب سرطان الرئة بدلا من استنتاجهم ان أحد احتمال الاصابة بسرطان الرئة يسبب زيادة التدخين. ولكن من الممكن ان يكون هناك عوامل أخرى مثل الوراثة. ولكى يعزل العلماء أثر هذه العوامل حاولوا التأثير المعملى على مجموعة من الفئران بغرض تكوين خلايا سرطانية عندهم، واستطاعوا بذلك أن يؤكدوا للمتشككين أن العلاقة بين التدخين وسرطانة الرئة هى علاقة سببية وليست علاقة ناتجة عن عامل ثالث غير معلوم. وفى ضوء ذلك يمكن استخدام طريقة تحليل المثارات لدراسة هذا النوع من العلاقات.

تحليـــل المســارات :

يستخدم تحليل المسارات فى دراسة العلاقات السببية أو العلية. وبالتالى هذا يتطلب افتراض بعض النماذج التفسيرية التى توضح تأثير المتغيرات التى تشتمل عليها الظاهرة موضع الدراسة.

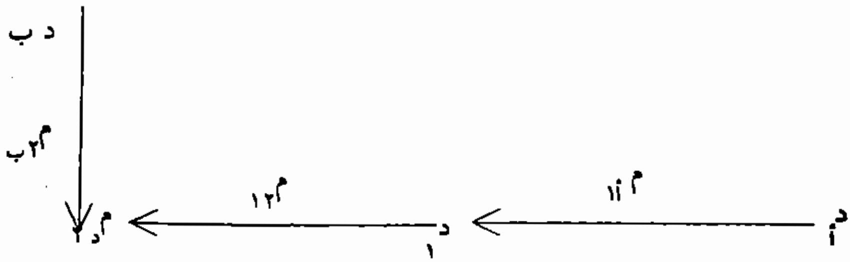
الشروط التى يجب أن تتحقق عند استخد م تحليل المثارات :

الشــرط الأول : هو أنه يجب أن يكون هناك تغاير أو تباين متلازم بين المتغيرين.

الشــرط الثـاني : يتطلب وجود ترتيب زمنى بينهـما. وهذين الشرطين يسهل التحقق منهما. إذ يتمكن عادة قياس التغاير وملاحظة التسلسل الزمنى بين المتغيرين.

الشرط الثالث : يؤكد أنه لكى تواجد علاقة سببية بين المتغيرين يجب الا ينعدم التباين المتلازم بينهما إذا استبعدت الآثار الناتجة بين المتغيرات الدخيلة.

دراسة نموذج المسارات الذى يتمل على متغيرين أبسط نماذج العلاقات السببية التى تنطبق عليها طرق تحليل المسارات. ويشتمل هذا النموذج على متغير خارجى د١ ، ومتغير داخلى د٢ ، ومتغير البواقى د ب، ويمكن تمثيل هذا النموذج بالشكل لتخطيطى التالى :



شكل تخطيطى لنموذج مسارات يشتمل على متغيرين

ويمكن التعبير عن نموذج المسارات الذى يشتمل على متغيرين المبين بالشكل السابق بالمعادلتين التكوينيتين الاتيتين :

$$\boxed{\begin{array}{l} د_١ = م_١ أ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ ، د_٢ = م_{١٢} د_{١٢} د_١ + م_٢ب\ د\ ب \end{array}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (١١)$$

ونظرا لان د١ تعتبر كتغيرا خارجيا فان م ١أ = ١ . أى أن التباين الكلى من المتغير د١ ناتج عن متغيرات غير مقاسا والتالى فان نموذج المسار يكون كالاتى :

$\text{د}_2 = \text{م}_{12}\,\text{د}_1 + \text{ك}_{2\text{ب}}\,\text{د}_{\text{ب}}$ .... (١٢)

، $\text{م}_{12} = \text{ر}_{12}$ .... (١٣)

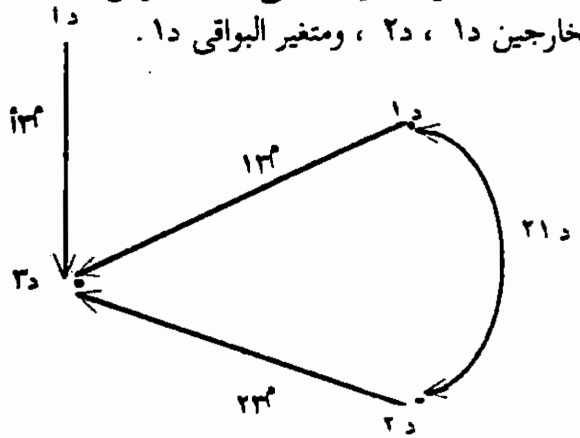
$\text{ر}_{22} = 1\ \text{م}_{12} + \text{م}^2_{2\text{ب}}$ .... (١٤)

، $\text{م}_{2\text{ب}} = \sqrt{1 - \text{م}^2_{12}} = \sqrt{1 - \text{ر}^2_{12}}$ .... (١٥)

نماذج المسارات متعددة المتغيرات :

يواجه الباحث نماذج المسارات متعددة المتغيرات فى كثير من المواقف البحثية أو الفعلية. ونقصد بالنماذج متعددة المتغيرات تلك التى تشمل على ثلاث متغيرات أو أكثر.

نفترض ان الباحث اراد اجراء تحليل المسارات للنموذج المبين بالشكل التخطيطى الذى يشمل على ثلاث متغيرات د١ ، د٢ ، د٣ في صورة درجات معيارية حيث د٣ هو المتغير الداخلى الذى افترض الباحث أنه يعتمد على المتغيرين الخارجين د١ ، د٢ ، ومتغير البواقى د١.



شكل تخطيطى لنموذج المسارات
الذى يشتمل على ثلاث متغيرات

من الشكل التالى يتضح ان ر٢١ هو معامل الارتباط بين المتغيرين د١ ، د٢ . م١٣ ، م٣أ ، هما معامل المسار

والمعادلات التالية توضح نموذج المسارات

د١ = ر ٢١ + م ١٣ د٣

د٢ = ر ٢١ + م ٢٣ د٣

د٣ = م ٣أ دأ + م ٢٣ د ٢ + م١٣ د١

وبالتعويض فى قيمة د٣

د٣ = م٣أ + م٢٣ر٢١ + ١٣ر٢١

مثال رقمى :

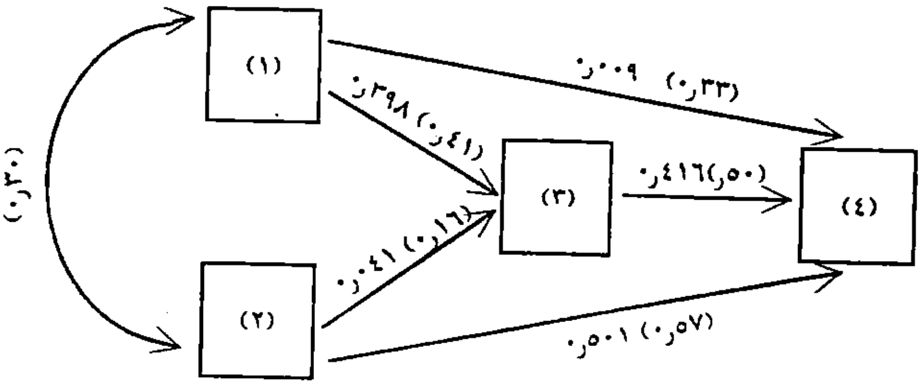
فى دراسة تجريبية لدراسة العلاقة بين العوامل التى يمكن تؤثر على درجة الطالب فى نهاية العام الدراسى حيث ان العوامل هى درجة الذكاء، المستوى الاجتماعى، التحصيل الدراسى الشهرى ورصدت النتائج فى الجدول التالى :

جدول رقم (٣)

معاملات الارتباطات بين متغيرات الدراسة

	١	٢	٣	٤
المستوى الاجتماعى	- ١ر	٣٠٠ر	٤١٠ر	٣٣٠ر
درجة الذكاء		- ١ر	١٦٠ر	٥٧٠ر
التحصيل الدراسة الشهرى			- ١ر	٥٠٠ر
الدرجة فى نهاية العام				- ١ر

ويمكن وضع رسم تخطيطى وحساب معاملات المسار



حيث ان قيمة بين القوسين (ر) هى معاملات الارتباط كذلك القيم الأخرى هى معاملات المسارات.

ويمكن حساب معاملات المسار كما يلى:

المتغير رقم (٣) يتأثر بالمتغيرات (١) ، (٢) ، وبالتالى

فان أ ١٣ = ر٢٠١٣، أ ٢٣ = ر١٠٢٣

المتغير (٤) يتأثر بالمتغيرات (١) ، (٢) ، (٣) وبالتالى أ ١٤ = ر ٣٢,١٤،

وبالرجوع إلى معاملات الارتباط الجزئى يمكن تصفية قيمة معاملات الارتباط. ولتعيين قسم معاملات الارتباط فانه يجب تصفية المعادلات الالة وهى كما يلى :

ر ٣١ = P ١٢ = أ ١٣ = ر٤١

ر ٣٢ = P ١٢ = ر ٢١ = (ر٤١) (ر٣٠) = ر١٢٣

ر ٤١ = P ٢٤ ر ٢١ + P ٣٤ ر ٣١ = (ر٥٠٣) (ر٣٠) + (ر٤٢) (ر٤١)

= ر٣٢٣

ر ٤٢ = P ٢٤ + P ٣٤ P ١٣ ر ٢١ (ر٥٠٣) + (ر٤٠٢) + (ر٤١)

(ر٣٠) = ٥٥٥ر

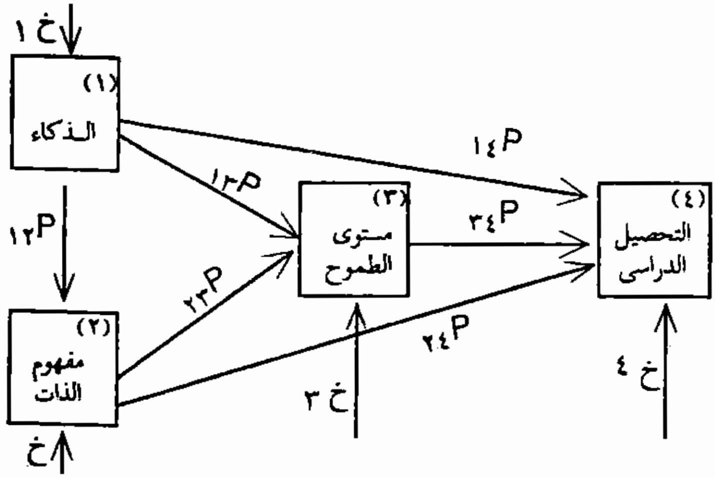
ر ٤٣ = P ٢٤ + P ١٣ ر ٢١ + P ٣٤ = (ر٥٠٣) (ر٤١) (ر٣) + (ر٤٢)

= ر٤٨٢

ويتضح ان معامل المسار يعطينا بصورة دقيقة مقدار تأثير المتغيرات بعضها على بعض

مثال آخر :

نفترض ان لدينا أربع متغيرات وهى الذكاء ومفهوم الذات، ومستوى الطموح والتحصيل الدراسى. ويمكن تمثيل هذه المتغيرات كما يلى



ويمكن استخدام المعادلات الآتية لحساب معامل المشار كما يلى :

(١٦)

$$د_{١} = ح_{١} \qquad (١٦ - ١)$$

$$د_{٢} = د_{١} P_{١٢} + خ_{٢} \qquad (١٦ - ٢)$$

$$د_{٣} = د_{١} P_{١٣} + د_{٢} P_{٢٣} + خ_{٣} \qquad (١٦ - ٣)$$

$$د_{٤} = د_{١} P_{١٤} + د_{٢} P_{٢٤} + د_{٣} P_{٣٤} + خ_{٤} \qquad (١٦ - ٤)$$

وكما نعلم قيم معاملات الارتباط $ر_{٢١}$ ، $ر_{٣١}$ ، $ر_{٤١}$ ، $ر_{٣٢}$ ، $ر_{٤٢}$ ، $ر_{٤٣}$ فانه يمكن التعويض فى المعادلات (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤)

$$ر_{٢١} = \frac{١}{ن} \text{مجـ} \; ذ_{١} \; د_{٢}$$

$$\text{ر}_{\text{٢١}} = \frac{\text{١}}{\text{ن}}\ \text{مجـ ذ}_{\text{١}}\ \text{،}\ (\text{ذ}_{\text{١}}\ P_{\text{١٢}} + \text{خ}_{\text{٢}})\ \text{،}$$

$$= P\ \frac{\text{مجـ ذ}_{\text{١}}\ \text{ذ}_{\text{١}}}{\text{ن}} + \frac{\text{مجـ ذ}_{\text{١}}\ \text{خ}_{\text{١}}}{\text{ن}}$$

$$\text{حيث ان} = \frac{\text{مجـ ذ}_{\text{١}}\ \text{ذ}_{\text{١}}}{\text{ن}} = \text{١}$$

$$\text{،} = \frac{\text{مجـ ذ}_{\text{١}}\ \text{خ}_{\text{١}}}{\text{ن}} = \text{صفر حيث ان خ}_{\text{١}} = \text{صفر}$$

$$\text{ر}_{\text{٢١}} = P_{\text{١٢}}$$

$$\text{ر}_{\text{٣١}} = \frac{\text{١}}{\text{ن}}\ \text{مجـ ذ}_{\text{١}}\ \text{،}\ \text{ذ}_{\text{١}}\ P_{\text{١٣}} + \text{ذ}_{\text{٢}}\ P_{\text{٢٣}}\ \text{،}$$

$$\text{ر}_{\text{٣١}} = P_{\text{١٣}} + \text{ر}_{\text{٢١}}\ P_{\text{٢٣}}$$

$$\text{ر}_{\text{٤١}} = \frac{\text{١}}{\text{ن}}\ \text{مجـ ذ}_{\text{١}}\ (\text{ذ}_{\text{١}}\ P_{\text{١٤}} + \text{ذ}_{\text{٢}}\ P_{\text{٢٤}} + \text{ذ}_{\text{٣}}\ P_{\text{٣٤}})$$

$$\text{ر}_{\text{٤١}} = P_{\text{١٤}} + P_{\text{٢٤}}\ \text{ر}_{\text{٢١}} + P_{\text{٣٤}}\ \text{ر}_{\text{٣١}}$$

وبالمثل يمكن حساب بقية معاملات الارتباطات المتبقية ويمكن رصدها كما يلى :

$$\text{ر}_{\text{٢١}} = P_{\text{١٢}} \qquad (\text{١٧ - ١})$$

$$\text{ر}_{\text{٣١}} = P_{\text{١٣}} + P_{\text{٢٣}}\ \text{ر}_{\text{٢١}} \qquad (\text{١٧ - ٢})$$

$$\text{ر}_{\text{٣٢}} = P_{\text{١٣}}\ \text{ر}_{\text{٢١}} + P_{\text{٢٣}} \qquad (\text{١٧ - ٣})$$

$$\text{ر}_{\text{٤١}} = P_{\text{١٤}}\ \text{ر} + P_{\text{٢٤}}\ \text{ر}_{\text{٢١}} + \text{٣٤}\ \text{ر}_{\text{٣١}} \qquad (\text{١٧ - ٤})$$

الانحدار غير الخطى :

سوف نناقش فى هذا الفصل مشكلة التنبؤ أو الانحدار إذا كانت العلاقة بين المتغيرين غير خطية، أو إيجاد أفضل منحنى مطابقة أو أفضل دالة رياضية تطابق البيانات. وسوف نعرض لأربعة أنواع من هذه الدوال وهى : الدالة الاساسية، ودالة القوة، والدالة اللوغاريتمية، ودالة القطع المكافىء.

أولا : مطابقة البيانات الدالة الأسية :

إذا وجد الباحث من التمثيل البيانى للعلاقة بين المتغيرين على ورقة شبه لوغاريتمى . وأن هذه العلاقة تأخذ شكل منحنى الدالة الأسية التى على الصورة

$$\boxed{\text{ص} = \text{أ ب}^{\text{س}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (١٨)$$

ويمكن كتابة هذه المعادلة على الصورة اللوغاريتمية الآن :

$$\boxed{\text{ذ لو ص} = \text{لو أ} + \text{س (لو ب)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (١٩)$$

حيث (لو) ترمز إلى لوغاريتم العدد للاساس ١٠. ونلاحظ هذه المعادلة تمثل علاقة خطية بين قيم س الأصلية ويتم للو ص .

ويمكن حساب لو ب ص س ، لو أ ص س كما يلى :

$$\text{لو ب ص س} = \frac{\text{ن مجـ س (لو ص)} - \text{مجـ س مجـ (لو ص)}}{\text{ن مجـ س ٢} - (\text{مجـ س})^{٢}}$$

$$\text{لو أ ص س} = \frac{\text{مجـ (لو ص)} - (\text{لو ب ص س}) \text{ مجـ س}}{\text{ن}} \quad \ldots (٢٠)$$

ويمكن توضيح ذلك فى المثال التالى:

جدول رقم (٤)

س	ص	لو ص	س لو ص	س ٢
١	١١٢	٢,٠٩٤٢	٢,٠٤٩٢	١
٢	١٤٩	٢,١٧٣٢	٤,٣٤٦٤	٤
٣	٢٣٨	٢,٣٧٦٦	٧,١٢٩٨	٩
٤	٢٥٤	٢,٥٤٩٠	١٠,١٩٦٠	١٦
٥	٥٨٠	٢,٧٦٣٤	١٣,٨١٧٠	٢٥
٦	٨٦٧	٢,٩٣٣٨٠	١٧,٦٢٨٠	٣٦
المجموع		١٤,٨٤٩٤	٥٥,١٦٦٤	٩١

خطوات اتجاه معادلتى الانحدار عندما تكون البيانات مطابقة للدالة الأسية.

بالتعويض فى المعادلتين (٣) ، (٤) نجد ان :

$$\text{لو ص} = \frac{(١٤,٨٤٩٤٤)\ (٢١) - (٥٥,١٦٦٤)\ (٦)}{^{٢}(٢١) - (٩١)\ (٦)} = ١٨٣,$$

وبالرجوع إلى جدول الاعداد المقابلة للوغاريتمات نجد ان :

ب ص س = ١,٥٢٤

$$\text{، لو أ ص س} = \frac{(٢١)\ (,١٢) - ١٤,٨٤٩٤}{٦} = ٢٠,٥٤٩$$

والرجوع إلى جدول الاعداد المقابلة للوغاريتمات نجد أن

أ ص س = ١١٣,٥

ويمكن كتابة معادلة الانحدار البسيط كما يلى :

لو ص$_{م}$ = لو ١١٣,٥ + س لو ١,٥٢٤

وعند التنبؤ بقيمة ص بمعلومية قيمة س = ١٠ مثلا فيمكن التعويض فى معادلة الانحدار البسيط.

لو ص = ٢٠٫٥٤٩ + ١٠ × ١٨٣ر = ٣٫٨٨٤٩

وبالكشف فى جدول الاعداد المقابلة للوغاريتمات نجد ان :

$\text{ص}_{\text{م}}$ = ٧٦٧١٫٨٥

تحليـل الانحـدار المتعـدد

عرضنا قبل ذلك موضوع الانحدار البسيط لمتغير وتابع (ص) على متغير مستقل (س). ولكن فى حالة تحليل الانحدار المتعدد نجد أن المعادلة تكون فى هذه الصورة :

$$\text{ص}_{\text{م}} = \text{أ} + \text{ب}_{١}\,\text{س}_{١} + \text{ب}_{٢}\,\text{س}_{٢} \qquad (١٨)$$

حيث أن $\text{ص}_{\text{م}}$ = قيم ص المتنبا بها

، $\text{أ}_{\text{ص س}}$ = الجزء الذى يقطعه خط الانحدار من محور الصادات

، $\text{ب}_{\text{ص س}}$ = ميل الانحدار ويسمى معامل الانحدار

، س = قيم المتغير المستقل

ويمكن إيجاد قيم أ ،$\text{ب}_{١}$ ، $\text{ب}_{٢}$ كما يلى :

$$\text{أ} = \text{ص} - \text{ب}_{١}\,\text{س}_{١} - \text{ب}_{٢}\,\text{س}_{٢}$$

وللحصول على قيم $\text{ب}_{١}$ ، $\text{ب}_{٢}$ يجب حساب هذه القيم التالية :

$$\text{ب}_{١} = \frac{(\text{مجـ س ص})(\text{مجـ س}^{٢}_{٢}) - (\text{مجـ}_{١}\text{ س س}_{٢})(\text{مجـ س}_{٢}\text{ ص})}{(\text{مجـ س}^{٢}_{١})\,(\text{مجـ س}^{٢}_{٢}) - (\text{مجـ س}_{١}\text{ س}_{٢})^{٢}}$$

$$\text{ب}_{٢} = \frac{(\text{مجـ س}^{٢}_{١})\,(\text{مجـ س}_{٢}\text{ ص}) - (\text{مجـ س}_{١}\text{ س}_{٢})\,(\text{مجـ س}_{١}\text{ ص})}{(\text{مجـ س}^{٢}_{١})\,(\text{مجـ س}^{٢}_{٢}) - (\text{مجـ س}_{١}\text{ س}_{٢})^{٢}}$$

حيث ان :

$$\text{، مجـ س}^{٢}_{١} = \text{مجـ س}^{٢}_{١} - \frac{(\text{مجـ س خ}^{١})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$\text{، مجـ س}^{٢} = \text{مجـ س}^{٢}_{٢} - \frac{(\text{مجـ س}^{٢})^{٢}}{\text{ن}}$$

$$\text{، مجـ س}_{١}\,\text{س}_{٢} = \text{مجـ س}_{١}\,\text{س} - \frac{(\text{مجـ س}^{١})\ (\text{مجـ س}^{٢})}{\text{ن}}$$

$$\text{، مجـ س}_{١}\,\text{ص} = \text{مجـ س}_{١}\,\text{ص} - \frac{(\text{مجـ س}^{١})\ (\text{مجـ س})}{\text{ن}}$$

$$\text{، مجـ س}_{٢}\,\text{ص} = \text{مجـ س}_{٢}\,\text{ص} - \frac{(\text{مجـ س}^{٢})\ (\text{مجـ ص})}{\text{ن}}$$

ولتوضيح كيفية تطبيق المعادلات فى وجود متغيرين مستقلين يمكن ذكر المثال الآتى، نفترض أننا أردنا إيجاد مجموعة من الطلاب فى مادة الرياضيات في الصف الأول بالمرحلة الثانوية (المتغير التابع ص) بمعلومية درجاتهم فى أحد اختبارات الاستعداد الرياضى (المتغير المستقل الأول فى س ١)، ودرجات تحصيلهم فى الرياضيات فى نهاية المرحلة الاعدادية (المتغير المستقل الثانى س ٢). وهذه الدرجات مبينة فى الجدول الآتى :

ص	س ١	س ٢	ص	س ١	س ٢
٢	٢	٥	٤	٤	٣
٠	٣	٤	٣	٣	٦
٢	١	٣	٦	٥	٧
١	٤	٣	٦	٦	٥
٥	٤	٤	١٠	٧	٩
٤	٤	٥	٩	٩	٦
٧	٥	٦	٧	١٠	٣
٦	٤	٤	٦	٩	٥
٧	٧	٦	٩	٦	٧
٨	٦	٤	١٠	٤	٩

ويمكن تقدير القيم الآتية :

مجـ ص = ١١٣ ، ص = ٥ر٦٥ ، مجـ ص^{٢} = ٧٩٢

مجـ س$_{١}$ = ١٠٣ س$_{١}$ = ٥ر١٥ ، مجـ س$_{١}^{٢}$ = ٦٣٧

مج س$_{٢}$ = ١٠٥ س^{٢} = ٥ر٢٥ ، مجـ س$_{٢}^{٢}$ = ٦١١

مجـ س$_{١}$ ص = ٦٦٥ ، ع ص = ٢ر٨٥٢

مجـ س$_{٢}$ ص = ٦٦٠ ، ع س^{١} = ٢ر٣٦٨

مجـ س$_{١}$ ص^{٢} = ٥٦٠ ، ع س^{٢} = ١ر٧٧٣

$$\text{مجـ ص}^{٢} = ١٩٣ - \frac{(١١٣)^{٢}}{٢٠} = ١٥٤ر٥٥$$

$$\text{مجـ ص}^{٢}_{١} = ١٩٣ - \frac{(١٠٣)^{٢}}{٢٠} = ١٠٦ر٥٥$$

$$\text{مجـ ص}^{٢}_{٢} = ٦١١ - \frac{(١٠٥)^{٢}}{٢٠} = ٥٩ر٧٥$$

$$\text{مجـ س}^{١}\text{ص} = ٦٦٥ - \frac{(١١٣)\,(١٠٣)}{٢٠} = ٨٣ر٠٥$$

$$\text{مجـ س ص} = ٦٦٠ - \frac{(١١٣)\,(١٠٥)}{٢٠} = ٦٦ر٧٥$$

ويمكن حساب معاملات الارتباط من الدرجات الخام

ر س$_{١}$ ص = ر٦٤٧١

ر س$_{٢}$ ص = ر٦٩٤٦

ر س$_{١}$ س$_{٢}$ = ر٢٤١٢

ويمكن حساب قيم ب$_{١}$ ب$_{٢}$ كما يلى :

$$\text{ب}_{١} = \frac{(٨٣ر٠٥)\,(٥٩ر٧٥) - (١٩ر٢٥)\,(٦٦ر٧٥)}{(١٠٦ر٥٥)\,(٥٩ر٧٥) - (١٩ر٢٥)^{٢}} = ر٦١٣٣$$

$$\text{ب}_{٢} = \frac{(١٠٦ر٥٥)\,(٦٦ر٧٥) - (١٩ر٢٥)\,(٨٣ر٠٥)}{(١٠٦ر٥٥)\,(٥٩ر٧٥) - (١٩ر٢٥)^{٢}} = ر٩١٩٥$$

كذلك يمكن حساب قيمة الثابت (أ)

أ - ٥٦,٥ - (٥,١٥) (٦١٣٣,) - (٥,٢٥) (٩١٩٥,) = ٢,٣٣٥٩

فبذلك تكون معادلة إنحدار ص على س ١ح ، س ٢ هى :

$ص_م$ = - ٢,٣٣٥٩ + ٠,٦١٣٣ + ١,٩١٩٥ س ٢

ويمكن التعويض عن قيم س ١ ، س ٢ بالمقادير (٥,٢) فان قيمة ص م = ٢ . فالفرق بين القيمة (٢)، والقيمة الحقيقية = ٣,٤٨٨٢ والفرق بين القيمتين هو - ١,٤٨٨٢ ، وهذا الفرق يعبر عن خطا التنبؤ أو ما يسمى ببواقى التنبؤ.

معامل الارتباط المتعدد :

يعتبر معامل الارتباط المتعدد من المقاييس الأحصائية الأساسية التى تستخدم فى تحليل الأنحدار المتعدد. ويدل معامل الارتباط المتعدد على درجة العلاقة القائمة بين متغير تابع ومتغيرين مستقلين أو أكثر حيث يمكن التعبير عن معامل الارتباط المتعدد.

$$ر_م^{٢} = \frac{\text{م م انحـــــدار}}{\text{م م ص}}$$

ويمكن الحصو على معامل الارتباط المتعدد (ر م) وذلك باستخراج الجذر التربيعى وبالتالى فهو يأخذ الصورة التالية :

$$ر_م = \frac{\text{م م انحـــــدار}}{\text{ن م م م ص}}$$

كذلك يمكن تعين الارتباط المتعدد من المعادلة التالية :

$$ر_م^{٢} = \frac{(\text{مجـ ص ص}_م)^{٢}}{\text{مجـ ص}^{٢}\ \text{مجـ ص}^{٢}_م}$$

$$ر_م = \frac{\text{مجـ ص ص}_م}{\text{مجـ ص}^{٢}\ \text{مجـ ص}^{٢}}$$

ويمكن الحصول على قيم مجـ س س م ، مجـ ص ، مجـ ص ٢ م من المعادلات الآتية:

$$\text{مجـ ص}^{2}\text{ م} = \text{مجـ ص}^{2}\text{ م} - \frac{(\text{مجـ ص}_{\text{م}})^{2}}{\text{ن}}$$

$$= ٧٥٠{,}٧٤٩١ - \frac{(١١٣)^{2}}{٢٠} = ١١٢{,}٢٩٩١$$

$$\text{مجـ ص ص م} = \text{مجـ ص ص م} - \frac{(\text{مجـ ص})(\text{مجـ ص}_{\text{م}})}{\text{ن}}$$

$$= ٧٥٠{,}٧٥٧٨ - \frac{(١١٣)\ (١١٣)}{\text{ن}} = ١١٢{,}٣٠٧٨$$

$$\text{مجـ ص}^{2} = ١٥٤{,}٥٥$$

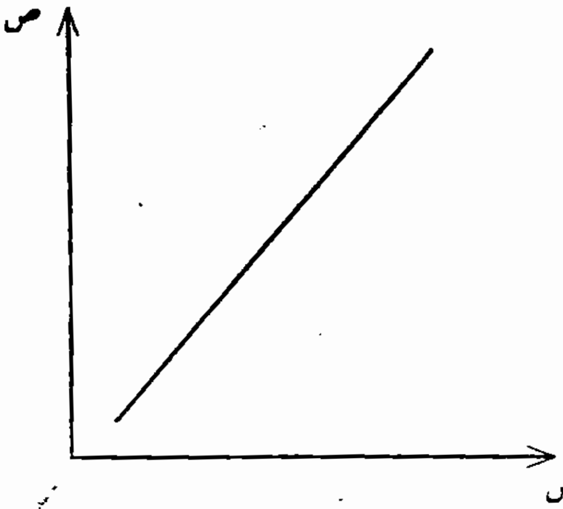
وبالتعويض فى المعادلة رقم (١٣)

$$\text{ر}_{\text{م}} = \frac{١١٢{,}٣٠٧٨}{(١١٢{,}٢٩٩٠)\ (١٥٤{,}٥٥)} = ١١٢{,}٣٠٧٨$$

$$\text{ر}^{2}_{\text{م}} = (٨٥٢٥{,})^{2} = ٧٢٦٧{,}$$

تفسير معامل الارتباط المتعدد :

لتوضيح مفهوم معامل الارتباط المتعدد وطبيعة الانحدار المتعدد ربما يكون من الأفضل تمثيل العلاقة بين قيم المتغير ص ، وقيم $\text{ص}_{\text{م}}$ المتنبا بها فى المثال السابق يمكن تمثيل البيانات فى الشكل التالى :



شكل رقم (٢) تمثيل العلاقة بين قيم ص ، وقيم ص م المتنبا بها فى المثال السابق

وهذا الشكل يشبه الشكل الانتشارى للمتغيرين س ، ص الذى عرضنا له عند مناقشتنا للانحدار الخطى البسيط، غير أننا فى هذه الحالة مثلنا المتغير ص م ، على المحور الافقى، والمتغير ص على المحور الرأسى.

والحقيقة يمكننا اعتبار المتغير ص م (المتغير المستقل فى هذه الحالة) هو الانحدار المركب من كل من المتغيرين المستقلية من س ١ ، س ٢ بدلا من ش فى حالة الخطى البسيط.

ونظرا لان معامل الارتباط المتعدد فى هذا المثال يساوى ٨٥٢٥ر وهى قيمة مرتفعة، لذلك فأننا نلاحظ أن النقط الممثلة لكل من ص ، ص م تتراكم بصورة واضحة حول خط الانحدار. فمعامل الارتباط المتعدد والذى سنرمز له بطريقة أخرى بالرمز ر ص ٢١٠ أى الارتباط بين المتغير التابع ص ، والمتغيرين المستقلين س ١ ، ص ٢ معا، هو تعبير رمزى لما يمثله الشكل البيانى السابق.

فكلما زاد تراكم النقط حول خط الانحدار دل ذلك على ارتفاع قيمة معامل الارتباط المتعدد، فإذا وقعت جميع النقط على خط الانحدار، يكون معامل الارتباط المتعدد مساويا الواحد الصحيح. أما إذا انتشرت النقط بطريقة

... ائية حول خط الانحدار كان معنى هذا ان معامل الارتباط المتعدد يقترب من الصفر.

وبمعنى اخر يشير معامل الارتباط المتعدد وبخاصة مربع هذا المعامل إلى مقدار أو درجة العلاقة بين المتغير التابع ص والمتغيرين المستقلين س ١ ، س ٢ معا. ويمكن تفسير مربع هذا المعامل فى ضوء مفهوم التباين المشترك الذى عرضنا له سابقا. فى المثال السابق وجدنا أى ر$^{٢}_{م}$ = ٧٢٦٧ر . وهذا يعنى ان ٧٢٫٦٧٪ من تباين المتغير ص يرجع إلى وجود المتغيرين س١ ، س٢ معا

الاسهام النسبى لكل المتغيرين س ١ ، س ٢ فى التنبؤ بقيم المتغير ص :

والآن نود أن نلقى بعض الضوء على مشكلة اسهام كل من المتغيرين المستقلين س ١ ، س ٢ فى التنبؤ بقيم المتغير التابع ص

فالاعتماد على قيم معاملى الانحدارای الأوزان ب ١ ، ب ٢ لا يجعل التفسير واضحا فى تحليل الانحدار المتعدد. ومع هذا فأننا سوف نبدأ بهذا التقسيم ثم نعرض بعد ذلك تفسير أكثر دقة باستخدام طريقة أخرى.

ولكن الأمر يكون أكثر تعقيدا فى حالة الانحدار المتعدد نظرا لوجود أكثر من معامل انحدار واحد. ففى حالة وجود متغيرين مستقلين يصبح لدينا معاملا انحدار ب ١ ، ب ٢ وكلما زاد عدد المتغيرات المستقلة زاد تبعا لذلك عدد معاملات الانحدار بنفس القدر.

ومشكلة تفسير الأهمية النسبية لكل من المتغيرين المستقلين س ١ ، س ٢ فى التنبؤ بقيم المتغير التابع ص باستخدام قيمة كل من ب ١ ، ب ٢ تكون مضللة إلى حد كبير والسبب فى ذلك أن هذه القيم تعتمد على ترتيب ادخال المتغيرين المستقلين فى معادلة الانحدار. فإذا ادخلنا س ١ أولا يليها س ٢ كما هو الحال فى المثال السابق فان قيمة كل من ب١ ، ب٢تساوى ٦١٣٣ر ، ٩١٩٥ر على الترتيب.

وتزداد المشكلة تعقيدا إذا علمنا ان تفيد ترتيب ادخال المتغيرين س ١ ، س ٢ فى معادلة الانحدار يؤدى إلى تغيير قيمة كل من معاملى الانحدار ب

$_1$ ، ب $_2$. إذ ربما تصبح قيمة ب $_1$ أكبر من قيمة ب ، وبذلك ينعكس التفسير . ومن هنا فان الاعتماد على قيم معاملات الانحدار فى تفسير الأهمية النسبية للمتغيرات المستقلا فى التنبؤ بالمتغير التابع يكون مضللا. وذلك فأننا سنعرض طريقة أخرى تساعد على هذا التفسير بدرجة أكثر دقة من الطريقة السابقة.

طريقة حساب انحدار ص على س $_1$ ، س $_2$ كل على حدة :

نظرا لأن سهام كل من المتغيرين س $_1$ ، س $_2$ فى التنبؤ بقيم المتغير التابع ص يختلف عن اسهام المتغيرين معا فى هذا التنبؤ، فان الباحث يجب عليه ان يبحث عن نسبة تباين المتغير ص الذى يمكن تفسيره إذا أضيف المتغير المستقل س $_1$ أو س $_2$ إلى معادلة الانحدار.

فالتباين الكلى للمتغير ص لايختلف باضافة أو أستبعاد أى من المتغيرات المستقلة. وأضافة مجموع المربعات الخاص بالأنحدار إلى مجموع مربعات البواقى يساوى دائما المجموع الكلى المربعات.

ولذلك فأننا نبدأ بايجاد الخطى البسيط للمتغير ص على المتغير المستقل الأول س $_1$ ، ونحسب قيمة كل من ب $_1$ ، م م انحدار، م م بواقى.

ولايجاد قيمة ب ١ نستخدم المعادلة ب ١ $= \frac{\text{مجـ س}_1\text{ ص}}{\text{مجـ س}_1^2}$

وبالتعويض من البيانات التى حصلنا عليها فى المثال السابق نجد ان :

$$\text{ب}_1 = \frac{٨٣٫٠٥}{١٠٦٫٥٥} = ٫٧٧٩$$

$$\text{م م انحدار} = \frac{(\text{مجـ س}_1\text{ ص})^2}{\text{مجـ س}_1^2}$$

$$= \frac{(٨٣,٠٥)^{٢}}{١٠٦,٥٥} = ٦٤,٧٣$$

حيث م م ص = م م انحدار + م م بواقى

= ١١٢,٣١١٢ + ٤٢,٢٥٣٧ = ١٥٤,٥٦٤٩

م م بواقى = ١٥٤,٥٥ - ٦٤,٧٣ = ٨٩,٨٢

ثم نحسب مربع معامل الارتباط بين المتغير التابع ص والمتغير المستقل س ١ باستخدام الصورة الآتية :

$$ر^{٢}_{ص ١٠} = \frac{م \quad م \text{ انحدار}}{م \quad م \text{ ص}}$$

$$= \frac{٦٤,٧٣}{١٥٤,٥٥} = ٠,٤١٨٨$$

وبذلك تكون $ر_{ص ١٠}$ = ٠,٤١٨٨ = ٠,٦٤٧٢

أى أن ٤١,٨٨ ٪ من تباين المتغير ص وهو درجات اعتبار الرياضيات فى الصف الأول الثانوى يمكن تفسيره بمعلومية درجات اختبار الاستعداد الرياض

والخطوة التالية هى ان نوجد انحدار المتغير التابع ص على المتغير المستقل للثانى س ٢ كالاتى :

$$ب_{٢} = \frac{\text{مجـ } س_{٢} ص}{\text{مجـ } س^{٢}_{٢}}$$

$$= \frac{٦٦,٧٥}{٥٩,٧٥} = ١,١٢$$

$$\text{م م انحدار} = \frac{(\text{مجـ س}^{٢}\ \text{ص})^{٢}}{\text{مجـ س}^{٢}{}_{٢}}$$

$$= \frac{(٦٦,٧٥)^{٢}}{٥٩,٧٥} = ٧٤,٥٧$$

$$\text{م م بواقى} = ١٥٤,٥٥ - ٧٤,٥٧ = ٩٧,٩٨$$

$$\text{مربع الارتباط ر ص ٢٠} = \frac{\text{م م انحدار}}{\text{م م ص}}$$

$$= \frac{٧٤,٥٧}{١٥٤,٥٥} = ٥ \text{ خ } ٤٨٢ر$$

وبذلك تكون $\text{ر}_{\text{ص}.٢}$ = $\sqrt{٤٨٢٥ر}$ = ٦٩٤٦ر

أى أن ٤٨,٢٥ ٪ من تباين المتغير ص يمكن تفسيره بمعلومية المتغير س٢ وهو درجات اختبار الرياضيات فى نهاية المرحلة الاعدادية.

ومن هذا يتضح ان كلا من المتغيرين س١ ، س٢ يسهم على حدة بقدر متشاو تقريبا فى تباين المتغير ص . ولكن يجب معرفة الدلالة الاحصائية لهذا الاسهام بمعنى هل هذا الاسهام يرجع إلى محض الصدفة أم هو اسهام حقيقى؟ ويمكن الأجابة على ذلك بالاستعانة بقيمة كل من $\text{ر}^{٢}$ من $\text{ر}^{٢}{}_{١٠}$ ص ٢١٠.

فإذا طرحنا $\text{ر}^{٢}{}_{\text{ص}.١}$ من $\text{ر}^{٢}{}_{\text{ص}.٢١}$ أحصل على الجزء من التباين الذى اسهم به المتغير س٢ فى التنبؤ.

أى ان $\text{ر}^{٢}_{\text{ص}.٢} = \text{ر}^{٢}_{\text{ص}.٢١} - \text{ر}^{٢}_{\text{ص}:١}$

$$= ٠,٧٢٦٧ - ٤١٨٨ر = ٣٠٧٩ر$$

أى أن المتغير س٢ أسهم بنسبة ٣٠٫٧٩٪ فى تباين المتغير ص عند اضافته إلى المتغير س١ فى معادلة الانحدار، وهى بالطبع نسبة كبيرة. ويجب هنا أيضا ان نحتسب الدلاله الاحصائية لهذه الاضافة.

ولمعرفة أى مدى هذه الفروق وادالة احصائيا فانه يجب استخدام التحليل الاحصائى المناسب. ومن اكثلة هذه الطرق ما يلى :

١ - طريقة اضافة المتغيرات على التوالى :

الخطوة الأولى: التى تتبع عند اجراء هذه الطريقة هى ان تحسب جميع معاملات الارتباط بين كل من المتغيرات المستقلة والمتغير التابع. ويتم تحديد المتغير المستقل التى يكون له درجة ارتباط عالية بالمتغير التابع فى معالة الانحدار.

الخطوة الثانية : يدخل المتغير الثانى والثالث وكل المتغيرات المستقلة موضع الدراسة ثم دراسة أثر زيادة الارتباط (معامل الارتباط المتعدد ر٢) لمتغيرات الدراسة.

ومما هو جدير بالذكر ان الحاسب الالكترونى يتولى عملية ترتيب المتغيرات المستقلة فى معادلة الانحدار.

٢ - طريقة حذف المتغيرات على التوالى :

ونقطة البدء فى هذه الطريقة هى تضمين المتغيرات المستقلة التى لدى الباحث فى معادلة الانحدار، وحساب مربع الارتباط المتعدد (ر٢) بينها وبين المتغير التابع.

ويتم حذف المتغير الذى لا يؤدى حذفه إلى انقاص قيمة مربع معامل الارتباط المتعددة. وبهذا نستطيع ملاحظة أى المتغيرات المستقلة تضيف أقل اضافة عندما يتم تضمينها مؤخرا فى المعادلة. ويمكن تقدير النقص الذى يحدث فى مربع معامل الارتباط المتعدد نتيجة لحذف متغير مستقل تبعا لمحك الدلالة الاحصائية إلى جانب المحكات الأخرى.

وتجرى اختبارات الدلالة الاحصائية فى نهاية كل خطوة لتحديد مدى اسهام كل متغير مستقل ثم تضمينه فى معادلة الانحدار كما لو كان قد تم تضمينه مؤخرا فى المعادلة.

طرق الضبط الاحصائى

مقدمة :

عرضنا مفهوم الانحدار المتعدد وكيفية الحصول على معادلة الانحدار فى حالة وجود متغيرين مستقلين أو أكثر، وتفسير مقدار ما تسهم به المتغيرات المستقلة مجتمعة، وما تسهم به كل منها على حدة فى التنبؤ بقيم المتغير التابع باستخدام مفهوم الارتباط المتعدد. وسنفرد هذا الفصل لمناقشة أحد الموضوعات الهامة المرتبطة بتحليل الانحدار المتعدد وطرق تحليل البيانات المتعددة المتغيرات، وهو موضوع الضبط الاحصائى.

ونقصد بالضبط الاحصائى استخدام الطرق الاحصائية فى عزل تأثير متغير أو أكثر من المتغيرات لمعرفة العلاقة بين المتغير المستقل (أو أكثر) والمتغير التابع. وبذلك يتحكم فى تأثير بعض المتغيرات على المتغير التابع حتى يتسنى للباحث دراسة العلاقة الفعلية بين المتغيرات المستقلة المطلوبة والمتغير التابع.

وتوجد مقاييس احصائية مختلفة تستخدم فى الضبط الاحصائى أهمها:

١ - معامل الارتباط الجزىء

٢ - معامل الارتباط شبه الجزئى

وغالبا ما تستخدم هذه المعاملات الارتباطية الجزئية عند تحليل الانحدار المتعدد وتحليل المسارات Path analysis.

معامل الارتباط الجزئى :

معامل الارتباط الجزئى هو مقياس احصائى للعلاقة الخطية بين متغيرين بعد عزل تأثير هذه المتغيرات عن طريق تعديل قيم المتغير التابع والمتغيرات المستقلة بحيث تأخذ درجات المتغير المطلوب عزل أو ضبط تأثيره فى الاعتبار.

فإذا افترضنا ان لدينا ثلاث متغيرات $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ ويسمى معامل الارتباط الجزئى فى هذه الحالة «معامل الارتباط الجزئى من الدرجة الأولى هى :

$$\boxed{\text{ر}_{\text{٢١٫٣}} = \frac{\text{ر}_{\text{٢١}} - \text{ر}_{\text{٣١}}\ \text{ر}_{\text{٣٢}}}{\sqrt{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{٣١}}}\ \sqrt{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{٣٢}}}}} \qquad (\text{٢١})$$

ولتوضيح كيفية تطبيق هذه الصورة نفترض ان $\text{س}_{\text{٣}}$ هو متغير العمر وان المتغيرات الثلاث هى :

$$\text{ر}_{\text{٢١}} = \text{٠٫٥٥} \text{ ، } \text{ر}_{\text{٣١}} = \text{٠٫٦٠} \text{ ، } \text{ر}_{\text{٣٢}} = \text{٠٫٥٠}$$

وبذلك يكون معامل الارتباط :

$$\text{ر}_{\text{٢١٫٣}} = \frac{\text{٠٫٥٥} - (\text{٠٫٦٠})(\text{٠٫٥٠})}{\sqrt{(\text{١} - (\text{٫٦٠})^{\text{٢}})}\ \sqrt{\text{١} - (\text{٠٫٥٠})^{\text{٢}}}}$$

$$= \text{٫٣٦}$$

ويمكن تفسير هذه القيمة باستخدام مفهوم التباين المشترك. فجزء التباين المشترك بين المتغيرين ($\text{س}_{\text{١}}$ ، $\text{س}_{\text{٢}}$) = $(\text{٠٫٥٥})^{\text{٢}}$ = ٫٣٠٣ وجزء التباين المشترك بين $\text{س}_{\text{١}}$ ، $\text{س}_{\text{٢}}$ بعد عزل تأثير المتغير (٫١٣). ويحسب كما يلى:

$$\text{س}_{\text{٣}} = \text{س}^{\text{٢}}_{\text{٢١٫٣}} = (\text{٠٫٣٦})^{\text{٢}} = \text{٫١٣٠}$$

معامل الارتباط شبه الجزئى :

يستخدم معامل الارتباط شبه الجزئى عند دراسة تأثير متغير العمر على القدرة الحركية وعزل ذلك المتغير (العمر) على الذكاء. فمعامل الارتباط شبه الجزئى يرمز بالرمز $\text{ر}_{\text{١(٢٫٣)}}$.

أى الارتباط بين المتغير الأول والمتغير الثانى بعد عزل تأثير المتغير الثالث فقط هى :

$$\boxed{\text{ر}_{\text{١(٢٫٣)}} = \frac{\text{ر}_{\text{٢١}} - \text{ر}_{\text{٣١}}\ \text{ر}_{\text{٣٢}}}{\sqrt{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{٣٢}}}}} \qquad (\text{٢٢})$$

أما إذا اراد الباحث عزل تأثير المتغير الثالث من المتغير الأول فقط أى $\text{ر}_{\text{٢(١٫٣)}}$ فانه يمكن استخدام الصورة التالية:

$$ر_{(٣·١)٢} = \frac{ر_{٢١} - ر_{٣٢}\; ر_{٣١}}{\sqrt{١ - ر^{٢}_{٣١}}} \qquad ..... (٢٣)$$

ويمكن حساب معامل الارتباط شبه الجزئى من الرتبة الثانية $ر_{(٤٣·٢)١}$ وهو يدل على الارتباط بين المتغيرين ١ ، ٢ بعد عزل تأثير كل من المتغيرين (٣) ، (٤) من المتغير (٢) فقط – والصورة المستخدمة هى :

$$ر_{(٤٣·٢)١} = \frac{ر_{(٣·٢)١} - ر_{(٣·٤)١}\; ر_{(٣·٤)٢}}{١ - ر^{٢}_{(٣·٤)٢}}$$

وبذلك يكون جزء التباين المشترك الناتج عن تأثير العمر يساوى ٣٠٣ر٠ – ١٣٠ = ١٧٣ر٠ ، أى أن النسبة المئوية للارتباط الناتج عن تأثير متغير

$$\text{العمر} = \frac{١٧٣}{٣٠٣ر} \times ١٠٠ = ٥٧\%$$

وبذلك لا يكون للعمر تأثير على مقدار الارتباط بين درجات الاختبارين غير ان استخدام مفهوم الارتباط الجزئى يحقق نفسى الفكرة.

ففى حالة وجود أربع متغيرات فانه يمكننا الحصول على معاملات ارتباط جزئية من الرتبة الثانية مثل $ر_{٤٣·٢١}$. والصورة الرياضية المستخدمة فى حساب معامل الارتباط الجزئى من الرتبة الثانية.

$$ر_{٤٣·٢١} = \frac{ر_{٣·٢١} - ر_{٣·٤١}\; ر_{٣·٤٢}}{\sqrt{١ - ر^{٢}_{٣·٤١}}\;\sqrt{١ - ر^{٢}_{٣·٤٢}}} \qquad .... (٢٤)$$

وبالطبع يزداد تعقيد العمليات الحسابية كلما ازدادت رتبة معاملات الارتباط الجزئية، أى كلما زاد عدد المتغيرات التي يريد الباحث عزل تأثيرها.

ولذلك فان برامج الحاسب الالكترونى الخاصة بتحليل الانحدار المتعدد تجرى العمليات التى يتطلبها ايجاد معاملات الارتباط الجزئية.

أما معامل الارتباط $ر_{١(٢٠٣٤٥)}$ فهو معامل ارتباط شبه جزئى من الرتبة الثالثة. وهو يدل على الارتباط بين المتغيرين ١ ، ٢ بعد عزل تأثير كل من المتغيرات ٣ ، ٤ ، ٥ من المتغير ٢ فقط.

تفسير الانحدار المتعدد فى ضوء مفهوم الارتباط شبه الجزئى :

عند تفسير معامل الارتباط المتعدد فانه يمكن استخدام المتغيرات المستقلة موضع الدراسة وهى تصبح كالآتى :

$$ر_{ص٠١٢٣} = ر^{٢}_{ص١} + ر^{٢}_{ص(٢٠١)} \quad ر^{٢}_{(٣٠١٢)} \qquad .... (٢٥)$$

نفترض ان لدينا مصفوفه ارتباطات بين المتغير التابع وكل من المتغيرات المستقلة الثلاثة، وكذلك الارتباطات بين المتغيرات المستقلة وهذه مبينة فى الجدول الآتى:

	١	٢	٣	ص
١	١ر –	٠ر١٥	٠ر٣٥	٠ر٦٧
٢		١ر –	٠ر٢	٠ر٥٣
٣			١ر –	٠ر٣٥
ص				١ر –

فالحد الأول فى المعادلة (١ – هـ) وهو $ر^{٢}$ يدل على مربع معامل الارتباط بين المتغير التابع والمتغير المستقل الأول، أى يساوى $(٠ر٦٧)^{٢}$ = ٤٤٨٩ر

أما الحد الثانى وهو $ر^{٢}_{ص(٢٠١)}$ يمكن ايجاد قيمته باستخدام الصورة التالية :

$$\boxed{\text{ر}_{\text{ص}(١٠٢)} = \frac{\text{ر}_{\text{ص}٢} - \text{ر}_{\text{ص}١}\ \text{ر}_{١٢}}{\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}_{١٢}}}}$$

$$= \frac{(٠,٥٣) - (٠,٦٧)\ (٠,١٥)}{١ - (٠,١٥)^{٢}} = \text{ر}٤٣٤٤$$

$$\boxed{\text{الجزء الثالث ر}_{\text{ص}(١٠٢)} = \frac{\text{ر}_{\text{ص}(١٠٣)} - \text{ر}_{\text{ص}(١٠٢)}\ \text{ر}_{٣(١٠٢)}}{\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}_{٣(١٠٢)}}}}$$

وهذا يستلزم ايجاد قيمة كل من $\text{ر}_{\text{ص}(١٠٣)}$ ، $\text{ر}_{٣(٢٠١)}$ كالاتى

$$\boxed{\text{ر}_{\text{ص}(١٠٣)} = \frac{\text{ر}_{\text{ص}٣} - \text{ر}_{\text{ص}١}\ \text{ر}_{١٣}}{\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}_{١٣}}}}$$

$$= \frac{(٠,٥٣) - (١,٦٧)\ (٠,٣٥)}{١ - (٠,٣٥)^{٢}} = ٠\text{ر}١٢٢٣$$

$$\boxed{\text{ر} \qquad = \frac{\text{ر}_{٣٢} - \text{ر}_{١٣}\ \text{ر}_{١٢}}{\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}_{١٢}}}}$$

$$= \frac{(٠,٠٢) - (١,٣٥)\ (٠,١٥)}{\sqrt{١ - (٠,١٥)^{٢}}} = \text{ر}٠٣٢٩$$

وبذلك تكون $\text{ر}_{\text{ص}(٢١٠٣)}$

$$= \boxed{\frac{\text{ر}_{\text{س ص}(١٠٣)} - \text{ر}_{\text{ص}(١٠٢)}\ \text{ر}_{٣(١٠٢)}}{\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}_{٣(١٠٢)}}}}$$

$$= \frac{(٠,١٢٣٣) - (٠١,٤٣٤٤)\ (-٠,٣٢٩)}{\sqrt{١ - (-٠,٣٢٩٠)^{٢}}} = ٠,١٣٨٠$$

وبالتعويض فى الصورة رقم (١) نجد ان

$$\text{ر}^{٢}_{\text{ص}٠١٢٣} = (٠,٦٧٠٠)^{٢} + (٤٣٤٤,) + (٠,١٣٨٠)$$

$$= ٤٤٨٩, + ١٨٨٧,. + ٠١٩١, = ٦٥٦٧,$$

أى أن نسبة التباين فى المتغير الناتج الذى يسهم به المتغيرات المستقلة الثلاثة بهذا الترتيب هى

٤٤,٨٩٪ ، ١٨,٨٧٪ ، ١,٩١٪

والخلاصة ان التحليل الاحصائى للانحدار المتعدد يفيد فى تفسير الظاهرة موضوع البحث عن طريق دراسة العلاقات القائمة بين المتغيرات التى تشتمل عليها هذه الظاهرة. وفى الحقيقة يعتبر تحليل الانحدار المتعدد أكثر الاساليب الاحصائية قوة وفاعلية فى تحليل هذه العلاقات ليس فقط لأغراض التنبؤ وأنما لأغراض التفسير وبناء النظريات العلمية والتحقق من صحتها.