الفصل
٥

تحليـــل التغـــاير

- تحليل التغاير آحادى الأتجاه
- تحليل التغير ثنـــائى الأتجاه

تحليل التغاير احادى الاتجاه

One Way analysis of Coveriance

يستخدم تحليل التغاير فى الأبحاث التجريبية وغير التجريبية. وهو يفيد عند دراسة العلاقة بين متغيرات رقمية ومتغيرات وصفية أو تصنيفية وكما أنه يستخدم فى اختبار العلاقة بين المتغيرات التابعة الرقمية والمتغيرات المستقلة التصنيفية. وتحليل التباين يمكن أنه يستخدم فى عدة حالات منها :

١ – لزيادة ضبط العشوائية التجريبية.

٢ – يستخدم فى حالة العينات غير العشوائية

٣ – تكون ملائمة عند استخدام التصنيفات المتعددة

ومجمل القول تحليل التغاير يحسن استخدامه عندما تكون العينات غير متجانسة التباين. وبالتالى فانه يحبذ تحديد نقطة البدء

وهنا يستلزم حساب ما يسمى (Winer, 1971). adjusted sted within group

تحليل التغاير احادى الاتجاه

وتحليل التباين الاحادى الاتجاه One Woy analysis of Coveriance يكون النموذج المستخدم فيه كالاتى :

[القيم المشاهدة للمتغيرات التابعة] = [قيمة ثابتة] · [أثر المتغيرات التجريبية (مستويات أو مجموعات)] + [أثر التغاير] + [أثر الخطأ]

ويمكن التعبير عن هذا النموذج جبريا كما يلى :

$$ص_{ji} = م + أ_i + ب_{-j} + ع\,(س_{ji} - س) + خ_{ji} \quad \ldots\ldots\ldots (١)$$

$ص_{ji}$ = القيم المشاهدة للمتغيرات التابعة فى المستويات المختلفة

م = قيمة ثابته وهى عبارة عن المتوسط الكلى

$أ_i$ = أثر المتغير (أ) عند مستويات ($_i$ = ١ ، ٠٠٠٠ ك)

$ب_j$ = أثر المتغير (ب) عند مستويات ($_j$ = ١ ، ٠٠٠٠٠ ن)

ع = قيمة الانحدار

$_{ij}$ = القيم المشاهدة للتغاير

$\bar{x}$ = المتوسط العام للتغاير

$خ_{ji}$ = الخطأ العشوائى وهو يأخذ صورة ك (٠ ، ١)

ك = عدد المتغيرات أو عدد المجموعات

ن = عدد أفراد العينه الكلية (ن = ن ١ + ن ٢ + ٠٠٠٠ ن ع)

ولحساب قيمة (ف) فأنه يجب تتبع الخطوات التالية :

نفترض ان المعادلة (١) تم تعديل المتغير التابع حتى يتسنى قياس التغاير نتيجة عدم تجانس هذا المتغير. فانه يمكن استخدام المعادلة (٢) للتعبير عن ذلك التغاير.

$$ص_{ji}\ (\text{المعدل}) = ص_{ji} - ع\ (س_{ji} - \bar{س})$$

$$ص_{ji}\ (\text{المعدل}) = م + ل_i + خ_{ji} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (٢)$$

حيث ان $ص_{ji}$ (المعدل) = قيمة المتغير التابع المعدل للتغاير

$ل_i$ = فرق قيم ع $(س_{ji} - \bar{س})$

ع = معامل الانحدار ، وهى دائما قيمة معلومة

وعند استخدام عينه فأنه يلزم تحديد المتوسط الحسابى المعل للعينة وهذا موضع فى المعادلة (٢)

$$ص_{ji} = \bar{ص} - ب\ (س_{ji} - \bar{س}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (٣)$$

$ص_{ji}$ = الدرجة المتوقفة المشاهدة فى المجموعة

ص = المتوسط الكلى للمتغير التابع

$س_{ji}$ = قيمة التغاير للدرجة المشاهدة فى المجموعة

س = المتوسط الكلى (للعينه) للتغاير

ب = معامل التغاير المقدر

ويمكن حساب معامل التغاير (ب) من معامل الانحدار الكلى وهذا موضح فى المعادلة (٤)

$$ب = \frac{\text{مجـ}_{i=1} \text{ مجـ}_{j=1}^{ن} (س_{ji} - س)(ص_{ji} - ص)}{\text{مجـ}_{i=1} \text{ مجـ}_{j=1}^{ن} (س_{ji} - س)^{٢}} \quad \ldots\ldots (٤)$$

ويمكن تلخيص نتائج التغاير فى الجدول (٥)

جـــدول (٥)

تلخيص نتائج تحليل التغاير للتصميم التجريبى تام العشوائية

مصـــدر التبـــاين	مجموعات مربعات وتقاطعات الدرجات			مجموع مربعات الدرجات المعدلة	درجـــات الحـــرية	متوسط مجموع مربعات الدرجات المعدلة	مربع المتوسط المتوقع	قيمـــ ف
	س س	س ص	ص ص					
المجموعات	-	-	-	مجـ مجـ ص ص المعدل	ك - ١	ب ص ص (المعدل) / ع٢ / ك-١		م مجـ مج / م مجـ مج
الخطـــا	خ س س	خ س ص	خ ص ص	خ ص ص (المعدل)	ن - ك - ١	خ ص ص (المعدل) / ن-ك-١		م مجـ مج
المجموع الكلى	ل س س	ل س ص	ل ص ص					

$$خ_{س س} = مجـ مجـ (س_{ji} - \bar{س}_i)^2$$

$$خ_{س ص} = مجـ مجـ (س_{ji} - \bar{س}_i) (ص_{ji} - ص_i)$$

$$خ_{ص ص} = مجـ مجـ (ص_{ji} - \bar{ص})$$

$$ل_{س س} = مجـ مجـ (س_{ji} - \bar{س})^2$$

$$ل_{س ص} = مجـ مجـ (س_{ji} - \bar{س}) (ص_{ji} - \bar{ص})$$

$$ل_{ص ص} = مجـ مجـ (ص_{ji} - \bar{ص})^2$$

$$خ_{ص ص} \text{ (المعدل)} = خ_{ص ص} - خ_{س ص}^2 / خ_{س س}$$

$$ل_{ص ص} \text{ (المعدل)} = ل_{ص ص} - ل_{س ص}^2 / ل_{س س}$$

$$خ_{ص ص} \text{ (المعدل)} = خ_{ص ص} - خ_{س ص}^2 / خ_{س ص}$$

$$ب_{ص ص} \text{ (المعدل)} = ل_{ص ص} \text{ (المعدل)} - خ_{ص ص} \text{ (المعدل)}$$

$$أ = خ_{س س} / خ_{س ص}$$

حيث أن (أ) معامل الانحدار

وتحسب قيمة (ف) من المعادلة (٥)

$$ف = \frac{(خ_{ص ص} \text{ (المعدل)} - ع_1) / (ك - ١)}{ع_1 / (ن - ٢ ك)} \quad ..... (٥)$$

حيث ان $خ_{ص ص}$ (المعدل) = مجموع مربعات الدرجات المعدله

ع = مربع البيانات لخطوط الانحدار للمجموعات

ن = عدد أفراد العينة السفلية

ك = عدد المجموعات

والمعادلة (٦) تستخدم بنفس الكيفية للمعادلة (٥) ولكن بصورة أوضح فى المعادلة (٦) .

$$ف = \left[\frac{خ^{٢}_{س\,ص}}{خ_{ص\,ص} \; خ_{س\,ص} - خ^{٢}_{س\,ص}} \right] \times (ن - ك - ١)$$

ويمكن توضيح كيفية استخدام تحليل التغاير فى اتجاه واحد فى المثال التالى حيث تم رصد نتائج الدراسة فى الجدول (٦)

جدول رقم (٦)

نتائج الدراسة الخاصة بعدد الوفيات نتيجة الأمراض المختلفة

	نـوع الأمراض المختلفة					
	المجموعة الضابطة (١)		المجموعة التجريبية (٢)		المجموعة التجريبية (٣)	
	س	ص	س	ص	س	ص
القيم المشاهدة	١٩٠	١٧٧	٢٥٢	٢٣٦	٢٠٦	٢٢٦
	٢٦١	٢٢٥	٢٢٨	١٩٦	٢٣٩	٢٢٩
	١٩٤	١٦٧	٢٤٠	١٩٨	٢١٧	٢٢١٦
	٢١٧	١٧٦	٢٤٦	٢٠٨	١١٧	١١٨
المتوسط الحسابى	٢١٥٫٥٠	١٨٦٫٢٥	٢٤١٫٥٠	٢٠٦٫٥٠	٢٠٩٫٧٥	٢١٤٫٥٠
المتوسط الكلى	$\bar{س}$ = ٢٢٢٫٢٥		$\bar{ص}$ = ٢٠٢٫٤٢			

ولحساب القيم المطلوبة فأننا نحسب ما يلى :

مجموع مربعات الدرجات (س) من المعادلة مجـ٣ $\sum_{i=1}^{٣}$ مجـ٤ $\sum_{j=1}^{٤}$ $(س_{ij} - \bar{س})^{٢}$

ل س س = (١٩٠ − ٢٢٢٫٢٥)^{٢} + (٢٦١ − ٢٢٢٫٢٥)^{٢} + ٠٠٠٠٠
+ (١٧٧ − ٢٢٢٫٢٥)^{٢} = ٧٧٨٤٫٢٥

مجموع مربعات الدرجات (س × ص) من المعادلة مجـ٣ $\sum_{i=1}^{٣}$ مجـ٤ $\sum_{j=1}^{٤}$
$(س_{ij} - \bar{س})(ص_{ij} - \bar{ص})$

ل س ص = (١٩٠ − ٢٢٢٫٢٥) (١٧٧ − ٢٠٢٫٤٢) + (٢٦١ر −

(٢٢٢٫٢٥

(٢٢٥ – ٢٠٢٫٤٢) + ٠٠٠٠٠٠ + (١٧٧ – ٢٢٢٫٢٥)

(١٨٨ – ٢٠٢٫٤٢)

ل س ص = ٤١٥٣٫٧٥

مجموع مربعات الدرجات (ص) من المعادلة مجـ٣ $_{i=1}$ مـــجـــ٤ $_{j=1}$ (ص$_{ji}$ – ص)

ل ص ص = (١٧٧ – ٢٠٢٫٤٢)^{٢} + (٢٢٥ – ٢٠٢٫٤٢)^{٢} + ٠٠٠٠٠ + (١٨٨ – ٢٠٢٫٤٢)^{٢}

ل ص ص = ٥٣٦٦٫٩٢

مجموع مربعات الدرجات داخل المجموعات (الخطأ) من المعادلة :

مجـ٣ $_{i=1}$ مجـ٤ $_{j=1}$ (س$_{ji}$ – س$_{j}$)^{٢}

خ س س = (١٩٠ – ٢١٥٫٥٠)^{٢} + (٢٦١ – ٢١٥٫٥٠)^{٢} + ٠٠٠٠ + (١٧٧ – ٢٠٩٫٧٥)^{٢}

خ س س = ٥٤٩٤٫٧٥

مجموع مربعات الدرجات داخل المجموعات (الخطأ) للدرجات س × ص

من المعادلة مجـ٣ $_{i=1}$ مجـ٤ $_{j=1}$ (س$_{ji}$ – س$_{i}$) (ص$_{ji}$ – ص$_{j}$)

خ س ص = (١٧٧ – ١٨٦٫٢٥)^{٢} + (٢٢٥ – ٢٥ – ١٨٦)^{٢} + ٠٠٠٠٠ + (١٨٨ – ٢١٤٫٥٠)^{٢}

خ ص ص = ٣٦٧٠٫٧٥

يمكن حساب مجموع مربعات الدرجات المعدلة داخل المجموعات (الخطأ) وكذلك بين المجموعات والدرجة الكلية وهذا موضح من المعادلة التالية:

ك ص ص (المعدلة) = ل ص ص – ل^{٢} س ص / ل س س

= ٥٣٦٦,٩٢ − (٤١٥٣,٧٥)٢ / ٧٧٨٤,٢٥ = ٣١٥٠,٤٤

خ س ص (المعدله) = خ ص ص − خ٢ س ص / خ س ص

= ٣٦٧٠,٧٥ − (٤٠٠٥,٦٧)٢ / ٥٤٩٤,٧٥ = ٧٤٨,٦٨

ب ص ص (المعدل) = ل ص ص (المعدل) − خ ص ص (المعدل)

= ٣١٥٠,٤٤ − ٧٤٨,٦٨ = ٢٤٠١,٧٦

تحسب قيمة (ف) من المعادلة التالية :

$$ف = \frac{ب\ ص\ ص\ (المعدل) / ك - ١}{خ\ ص\ ص\ (المعدل) / ن - ك - ١}$$

$$ف = \frac{ب\ ص\ ص\ (المعدل) / ك - ١}{خ\ ص\ ص\ (المعدل) / ن - ك - ١} = ١٢,٨٤^{(*)}$$

وهذا يدل على ان قيمة (ف) دالة عند مستوى ٠١ر٠

حيث ان ف الجدولية عند درجات حرية (٢ ، ٨) ومستوى ٠١ر = `

وهذا يدل ان الفرض الصفرى تم رفضه أى أنه توجد فروق بين المجموعة الثالث.

ويمكن رصد النتائج فى جدول تحليل التغاير (٧)

جدول (٧)

ملخص النتائج لتحليل التغاير

معدل التباين	مجموعات مربعات الدرجات وتقطعات الدرجات			مجموع مربعات الدرجات المعدله	درجات الحرية	مربع المتوسط المتوقع	قيمة ف	الدلاله
	س س	س ص	ص ص					
بين المجموعات	٠٠٠٠٠٠	٠٠٠٠٠٠	٠٠٠٠٠٠	٢٤٠١,٧٦	٢	١٢٠٠,٨٨		دال عند
داخل المجموعات	٥٤٩٤,٧٥	٤٠٠٥,٦٧	٣٦٧٠,٤٥	٧٤٨,٦٨	٨	٩٣,٥٩	١٢,٨٣	مستوى ٠١ر
المجموع الكلى	٧٧٨٤,٢٥	٤١٥٣,٧٥	٥٣٦٦,٩٢	٣١٥٠,٤٤	١٠			

تحليل التغاير ثنائى الاتجاه
Twoway Analysis of Covariance

يستخدم تحليل التغاير ثنائى الاتجاه مثل استخدام تحليل التباين ثنائى الاتجاه وذلك لدراسة أثر متغيرين مستقلية على المتغير التابع كما يفيد تحليل التغاير الثنائى فى دراسة التفاعل بين المتغيرين. ويمكن حساب قيمة (ف) فى ضوء المثال العددى المبين فى الجدول (٨)

جدول (٨)

درجات ثلاث مدرسين عند استخدام طريقين من طرق التدريس

المدرسون / الطريقة	ب١ المدرس (١)		ب٢ المدرس (٢)		ب٣ المدرس (٣)	
	س	ص	س	ص	س	ص
أ ١	٤٠	٩٥	٣٠	٨٥	٥٠	٩٠
	٣٥	٨٠	٤٠	١٠٠	٤٠	٨٥
	٤٠	٩٥	٤٥	٨٥	٤٠	٩٠
	٥٠	١٠٥	٤٠	٩٠	٣٠	٨٠
	٤٥	١٠٠	٤٠	٩٠	٤٠	٨٥
أ ٢	٥٠	١٠٠	٥٠	١٠٠	٤٥	٩٥
	٣٠	٩٥	٣٠	٩٠	٣٠	٨٥
	٣٥	٩٥	٤٠	٩٥	٢٥	٧٥
	٤٥	١١٠	٤٥	٩٠	٥٠	١٠٥
	٣٠	٨٨	٤٠	٩٥	٣٥	٨٥

درجات التفاعل بين أ ب

	ب ١		ب ٢		ب ٣		المجموع	
	س ١	ص ١	س ٢	ص ٢	س٣	ص٣	س	ص
أ ١	٢١٠	٤٧٥	١٩٥	٤٥٠	٢٠٠	٤٣٠	٦٠٥	١٣٥٥
أ ٢	١٩٠	٤٨٨	٢٠٥	٤٧٠	١٨٥	٤٤٥	٥٨٠	١٤٠٣
المجموع	٤٠	٩٦٤	٤٠٠	٩٢٠	٣٨٥	٨٧٥	١١٨٥	٢٧٥٨

$(\text{١ س}) = \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}$	$(\text{١ س ص}) = \frac{\text{س مجـ ص}}{\text{ن}}$	$(\text{١ ص}) = \frac{(\text{مجـ ص})^{٢}}{\text{ن}}$
$(\text{١ س}) = \frac{(١١٨٥)^{٢}}{٣٠}$	$(\text{١ س ص}) = \frac{(٢٧٨٥)(١١٨٥)}{٣٠}$	$(\text{١ ص}) = \frac{(٢٧٨٥)^{٢}}{٣٠}$
٤٦٨٠٨	١٠٨٩٤١	٢٥٣٥٥٢
$(\text{٢س}) = \text{مجـ س}^{٢}$	$(\text{٢س ص}) = \text{مجـ س ص}$	$(\text{٢ص}) = \text{مجـ ص}^{٢}$
$= ٢٤٠^{٢} + ٢٣٥^{٢} + ٠٠ +$	$= (٩٠ \times ٤٠) + ٠٠ +$	$= ٢٩٠ + ٢٨٠ +$
$٢٣٥ + ٣٥٠$	(٨٥×٣٥)	$٢٨٥ + ٣١٠٥ + ٠٠$
$(\text{٢س}) = ٤٨٣٢٥$	$(\text{٢س ص}) = ١١٠٠٦٥$	$(\text{٢ص}) = ٢٥٥٤٤٤$
$(\text{٣س}) = \frac{(\text{مجـ س١١})^{٢}}{\text{ن ك}}$	$(\text{٣س ص}) = \frac{(\text{مج س١١مج ص١١})}{\text{ن ك}}$	$(\text{٣ص}) = \frac{(\text{مجـ ص١١})^{٣}}{\text{ن ك}}$
$= \frac{(٦٠٥)^{٢} + (٥٨٠)^{٢}}{١٥}$	$\frac{(٦٠٥)(١٣٥٥) + (٥٨٠)(١٤٠٣)}{١٥}$	$\frac{(١٣٥٥)^{٢} + (١٣٥٥)^{٢}}{١٥}$
$\text{٣ س} = ٤٦٨٢٨$	$(\text{٣ س ص}) = ١٠٨٩٠١$	$(\text{٣ص}) = ٢٥٣٦٢٩$
$(\text{٤س}) = \frac{(\text{مجـ س}_{j})^{٢}}{\text{ن ١} + \text{ن ٢}}$	$(\text{٣س ص}) = \frac{(\text{مج س}_{j}\text{ ص}_{j})}{\text{ن ١} + \text{ن ٢}}$	$(\text{٤ص}) = \frac{(\text{مجـ ص}_{j})^{٢}}{\text{ن ١} + \text{م ن ٢}}$
$= \frac{(٤٠٠)^{٢}}{١٠} + ٠٠ + \frac{(٣٨٥)^{٢}}{١٠}$	$\frac{(٤٠٠)(٩٦٣)}{١٠} + ٠٠ + \frac{(٣٨٥)(٨٧٥)}{١٠}$	$\frac{(٩٦٢)^{٢}}{١٠} + ٠٠ + \frac{(٨٧٥)^{٢}}{١٠}$
$(\text{٤ س ص}) = ٤٦٨٢٣$	$(\text{٤ س ص}) = ١٠٩٠٠٨$	$(\text{٤ص}) = ٢٥٣٩٣٩$
$\text{ك س} = \frac{(\text{س١})^{٢}}{\text{ن١}} + \frac{(\text{س٢})^{٢}}{\text{ن ٢}}$	$\text{٥س ص} = \frac{(\text{س١ ص١})^{٢}}{\text{ن١}} + \frac{(\text{س٢ ص٢})^{٢}}{\text{ن ٢}}$	$\text{٥ص} = \frac{(\text{ص١})^{٢}}{\text{ن١}} + \frac{(\text{ص٢})^{٢}}{\text{ن ٢}}$
$= \frac{(٢١٠)^{٢} + (١٩٠)^{٢} + ٠٠ + (١٨٥)^{٢}}{٥}$	$= \frac{(٢١٠)(٤٧٥) + ٠٠ + (١٨٥)(٤٤٥)}{٥}$	$= \frac{(٤٧٥)^{٢} + (٤٨٨)^{٢} + ٠٠ + (٤٤٥)^{٢}}{٥}$
$(\text{٥ س}) = ٤٦٨٩٥$	$(\text{٥ س ص}) = ١٠٨٩٧٩$	$(\text{٥ ص}) = ٦٥٤٠١٩$

(س)	(ص ص)	(ص)
مجـ مجـ أ س = (٣ س) − (١ س)	مجـ مجـ أس ص=(٣س ص)−(١س ص)	مجـ مجـ أ ص=(٣ ص)−(١ص)
= ٤٦٨٢٨ − ٤٦٨٠٨	= ١٠٨٩٠١ − ١٠٨٩٤١	= ٣٥٣٦٢٩ − ٢٥٣٥٥٢
مجـ مجـ أ س = ٢١	مجـ مجـ ب س ص = − ٤٠	مجـ مجـ أ ص = ٧٧
مجـ مجـ ب س = (٤س) − (١س)	مجـ مجـ ب س ص=(٤ص ص)−(١س ص)	مجـ مجـ ب ص= (٤ص) − (١ص)
= ٤٦٨٢٣ − ٤٦٨٠٨	مجـ مجـ فى س ص = ٦٧	مجـ مجـ ب ص = ٣٨٧
مجـ مجـ أ ب = (٥س) − (٣س) − (٤س) + (١س)	مجـ مجـ أ ب = (٥س ص) − (٣س ص) − (٤س ص) + (٢س ص)	مجـ مجـ أ ب = (٥ص) − (٣ص) − (٤ص) + (١ص)
= ٤٦٨٩٥ − ٤٦٨٢٨ − ٤٦٨٢٣ + ٤٦٨٠٨	= ١٠٨٩٧٩ − ١٠٨٩٠١ − ١٠٩٠٠٨ + ١٠٨٩٤١	= ٢٥٤٠١٩ − ٢٥٣٦٢٩ − ٢٥٣٩٣٩ + ٢٥٣٥٥٢
مجـ مجـ أ ب = ٥٢	مجـ مجـ أ ب = ١١	مجـ مجـ أ ب = ٣
مجـ مجـ خ س = (٢س) − (٥س)	مجـ مجـ خ س ص = (٢س ص) − (٥س ص)	مجـ مجـ خ ص = (٢ص) − (٥ص)
= ٤٨٣٢٥ − ٤٦٨٩٢	= ١١٠٠٦٥ − ١٠٨٩٧٩	= ٢٥٥٤٤٤ − ٢٥٤٠١٩
مجـ مجـ خ = ١٤٣٠	مجـ مجـ خ = ١٠٨٦	مجـ مجـ خ = ١٤٢٥

مجـ مجـ خ المعدل= جـ مجـ ص ص-(مجـ مجـ س ص٢/مجـ مجـ س س)

$$(أ + خ)'_{ص\,ص} = (أ\,ص\,ص + خ\,ص\,ص) - \frac{(أ\,س\,ص + خ\,س\,ص)^{٢}}{أ\,س\,س + خ\,س\,س}$$

$$أ\overline{ب}_{ص\,ص} = (أ + خ)'_{ص\,ص} - خ\,ص\,ص\,،\ (ب + خ)'_{ص\,ص}$$

$$= (ب\,ص\,ص + خ\,ص\,ص) - \frac{(ب\,س\,ص + خ\,س\,ص)^{٢}}{أ\,س\,س + خ\,س\,س}$$

$$ب\,ص\,ص = (ب+خ)\,ص\,ص - خ\,ص\,ص\ \ (أ\,ب - خ\,ص\,ص) = أ\,ب\,ص\,ص + خ\,ص\,ص$$

$$\frac{(أ\,ب\,س\,ص + خ\,س\,ص)^{٢}}{أ\,ب\,س\,س + خ\,س\,س}\,،\ أ\,ب\,ص\,ص = (أ\,ب + خ)'_{ص\,ص} - خ'_{ص\,ص}$$

وبالتعويض فى المعادلات السابقة يمكن حساب كل القيم المطلوبة وهذا موضح فيما يلى

$$خ\,ص\,ص = (١٤٢٥ - ١٠٨٦^{٢} / ١٤٣٠) = ٦٠٠$$

$$(أ+خ)'_{ص} = ٧٤٨ \qquad أ'_{ص\,ص} = ٧٤٨ - ٦٠٠ = ١٤٨$$

$$(ب + خ)'_{ص\,ص} = ٨٩٢ \qquad ب'_{ص\,ص} = ٨٩٢ - ٦٠٠ = ١٤٨$$

$$(أ\,ب + خ\,ص\,ص)' = ٦١٦ \qquad أ\,ب'_{ص\,ص} = ٦١٦ - ٦٠٠ = ١٦$$

ويمكن تلخيص النتائج فى تحليل التغاير فى الجدول

جدول (٩)

ملخص نتائج تحليل التغاير فى اتجاهين

مصدر التغاير	مجموع المربعات المعدله	درجات الحرية	متوسط مجموع المربعات المعدله	قيمة ف
أثر الفرق (أ)	أ ص ص = ١٤٨	١	١٤٨	٥ر٦٧ **
أثر المدرسين (ب)	ب ص ص = ٢٩٢	٢	١٤٦	٥ر٥٩**
التفاعل (أ ب)	أ ب = ١٢	٢	٦	
الخطأ	خ ص ص = ٦٠٠	٢٣	٢٦ر١	

** قيمة ف عند مستوى ٩٥ر (د ج = ٢ ، ٢٣) = ٣ر٤٤

** قيمة ف عند مستوى ٩٥ر (د ج = ١ ، ٢٣) = ٤ر٢٨

تحليل التغاير الثنائى فى حالة عدم تساوى المجموعات :

سوف نتناول المثال السابق. ولكن فى عدم تساوى المجموعات نفترض لدينا ثلاث من المدرسين يستخدمون طريقين مختلفين وكان عدد الطلاب فى الخليا السنة غير متساو النتائج موضحة فى الجدول (١٠)

جدول (١٠)

عدد الطلاب الذين يدرسون عند ثلاث مدرسون بطريقيتين مختلفتين

المدرسون / الطريقة	ب ١		ب ٢		ب ٣	
	س	ص	س	ص	س	ص
أ ١	٣	٨	٢	١٤	٣	١٦
	٥	١٦	١	١١	٢	١٠
	١	١٠	٨	٢٠	١	١٤
	٩	٢٤	٧	١٥	٢	١٤
			٤	١٢	٦	٢٢
					٢	١٦
أ ٢	٧	١٨	٠	٨	٠	١٠
	٠	٧	٤	١٦	١	١٥
	٤	١٠	٨	٢٠	٩	٢٦
	٦	١٥	٥	١٨	٤	١٨
	٩	٢٣			٤	١٨
					٧	٢٦
					٨	٢٤

حيث أن العينة تتكون من

ن	ب ١	ب ٢	ب ٣
أ ١	٤	٥	٦
أ ٢	٥	٤	٧

الدرجات التفاعل بين أ ب

أ ب	ب ١		ب ٢		ب ٣		المجموع	
	س	ص	س	ص	س	ص	س	ص
أ ١	١٨	٥٨	٢٢	٧٢	١٦	٩٢	٥٦	٢٢٢
أ ٢	٢٦	١٧	١٧	٦٢	٣٣	١٣٧	٧٦	٢٧٢
المجموع	٤٤	١٣١	٣٩	١٣٤	٤٩	٢٢٩	١٣٢	٤٩٤

المتوسط الحساب لدرجات التفاعل بين أ ب

أ ب	ب ١		ب ٢		ب ٣		المجموع	
	س١	ص١	س٢	ص٢	س٣	ص٣	س	ص
أ ١	٤٫٥٠	١٤٫٥٠	٤٫٤٠	١٤٫٤٠	٢٫٦٧	١٥٫٣٣	١١٫٥٧	٤٤٫٢٣
أ ٢	٥٫٢٠	١٤٫٦٠	٤٫٢٥	١٥٫٥٠	٤٫٧١	١٩٫٥٧	١٤٫١٦	٤٩٫٦٧
المجموع	٩٫٧٠	٢٩٫١٠	٨٫٦٥	٢٩٫٩٠	٧٫٣٨	٣٤٫٩٠	٢٥٫٧٣	٣٫٩٠

س	س ص	ص
(١ س) = ٥٤٧٣٩	(١ س ص) = ١٩٩٧٫٦٧	(١ ص) = ٧٢٩٠٫٣٦
(٢ س) = ٨٢٢	(٢ س ص) = ٢٥٠٠	(٢ ص) = ٨٧٤٢
(٣ س) = ٥٥٤٫٩٤	(٣ س ص) ٢٠٠٩٫٣٢	(٣ ص) = ٧٣١٤٫٨٣
(٤ س) = ٥٥٤٫٠٩	(٤ س ص) = ١٩٨٠٫٦٠	(٤ ص) = ٧٣٣٩٫٣٨
(٥ س) = ٥٦٥٫٦٨	(٥ س ص) = ٢٠٠١٫٨٢	(٥ ص) = ٧٣٨٧٫٠٠
(٥ س) = ٥٨٣٫٤٩	(٥ س ص) = ٢٢١٢٫٠٩	(٥ ص) = ٧٩٩٦٫٥٥

أ ص ص = ٥٫٥٥	أ ص ص = ١١٫٦٥	أ ص ص = ٢٤٫٤٧
ب ص ص = ٦٫٧٠	ب ص ص = − ١٧٫٠٧	ب ص ص = ٤٩٫٠٢
أ ب ص ص = ٦٫٠٤	أ ب ص ص = ٩٫٥٧	أ ب ص ص = ٢٣٫١٥
خ ص ص = ٢٣٨٫٥١	خ ص ص = ٣٨٧٫٩١	خ ص ص = ٧٤٥٫٤٥

$$\text{خ ص ص} = ٧٤٥ - \frac{(٣٨٧٫٩١)^{٢}}{٢٣٨٫٥١} = ١١٤٫٥٦$$

$$(\text{أ} + \text{خ})_{\text{ص ص}} = ٧٦٩٫٩٢ - \frac{(٣٩٩٫٥٦)}{٢٤٤٫٠٦} = ١١٥٫٧٨$$

$$\text{أ ص ص} = ١٫٢٢$$

$$(\text{ب} + \text{خ})'_{\text{ص ص}} = ٧٩٤٫٤٧ - \frac{(٣٧٠٫٨٤)^{٢}}{٢٤٥٫٢١} = ١٣٣٫٦٤$$

$$\text{ب ص ص} = ١١٩٫٠٨$$

$$(\text{أ ب} + \text{خ})'_{\text{ص ص}} = ٧٦٨٫٦٠ - \frac{(٣٩٧٫٤٨)^{٢}}{٢٤٤٫٥٥} = ١٢٢٫٥٥$$

$$\text{أ ب ص ص} = ٧٫٩٩$$

ويمكن تلخيص النتائج فى تحليل التغاير فى الجدول (١١)

جدول (١١)

ملخص نتائج تحليل التغاير فى اتجاهين عند عدم تساوى المجموعات

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط مجموع المربعات	قيمة ف
المتغير (أ)	١,٢٢	١	١,٢٢	٠,٢٦
المتغير (ب)	١٢٩,٠٨	٢	٥٩,٥٤	١٢,٤٨
التفاعل (أ ب)	٧,٩٩	٢	٤	٠,٨٤
الخطـــأ	١١٤,٥٦	٢٤	٤,٧٧	

وبالرجوع إلى جداول تحليل التباين أو تحليل التغاير والنظر إلى قيم (ف). فإذا كانت تلك القيم دالة أحصائيا فانه يتعين على الباحث أن يستخدم أى اختبار مناسب لدراسة الفروق بين المتوسطات.

ومن تلك الطرق طريقة توكى Tukey ، طريقة شفيه .Scheffe وطريقة بونفرونى Bonferroni والتى تسمى بطريقة Dunn وطريقة ضنت Dunnett ، وطريقة نيومان كول Newman-keuls ، وطريقة دنكات Duncan . وتستخدم تلك الطرق فى ضوء مجموعة من المحطات وهى قيمة الفا وقيمة بيتا وعدد مجموعات الدراسة. حيث ان بعض تلك الطرق تستخدم لأنها أكثر صرامخ فى الفرضيات وان بعضها الأخر أكثر حساسية أثناء استخدامها فى المقارنة بين مجموعات الدراسة. وسوف نتعرض لتلك الطرق بالتفصيل.

١ – طريقة توكى : Tukey

تعد طريقة من الطرق المتحفظة بعض الشىء وهى تتحكم فى خطأ التجربة كلها وخطوات تلك الطريقة هى :

أ – تحديد فروق المتوسطات بين مجموعات الدراسة

ب – تحديد قيمة توكى عند درجات الحرجة ومستوى الدلالة الاحصائية المراد عنده اختبار الغرض الصفرى ١ ر الغرض البديل.

جـ – تحديد قيمة متوسط مجموع درجات الخطأ (داخل المجموعات)

د – تحسب قيمة المدى توكى من القانون التالى.

$$\text{قيمة المدى توكى} = \text{ط}_{(\text{د ج}\ ،\ \alpha)} \sqrt{\frac{\text{متوسط مربعات الدرجات}}{\frac{\text{ن}}{\text{ك}}}}$$

حيث ان ن عدد أفراد العينة
ك عدد مجموعات الدراسة

وبالرجوع أى جدول توكى (ط) ثم نحسب قيمة المدى توكى ثم تقارن تلك القيمة بمتوسطات القيم جدول (٧). فإذا كانت قيمة مدى توكى أقل من قيم المتوسطات فهذا دال عند مستوى ٠٥ر أو ٠١ر.