# الباب التاسع عشر

# إجابة امتحان الجبر

## إجابة امتحان الجبر 2006/2005

**السؤال الأول :**

( أ ) اوجد المعادلة التي تنقص جذورها بمقدار 2 عند جذور المعادلة

$F(X) = 2X^4 - 3X^3 + 4X^2 - 5X + 6$

الحل:

باستخدام القسمة على $(X - 2)$ اوجد المطلوب

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | -3 | 4 | -5 | 6 |
| | | 4 | 2 | 12 | 14 |
| 2 | 2 | 1 | 6 | 7 | $20 = R_1$ |
| | | 4 | 10 | 32 | |
| 2 | 2 | 5 | 16 | $39 = R_2$ | |
| | | 4 | 18 | | |
| 2 | 2 | 9 | $34 = R_3$ | | |
| | | 4 | | | |
| 2 | 2 | $13 = R_2$ | | | |
| | $2 = Qn$ | | | | |

$\therefore\ 9(y) = 2y^4 + 13y^3 + 34y^2 + 39y + 20$

وبوضــــع $y = (X - 2) \quad \leftarrow$

$\therefore$ المعادلة المطلوبة

$F(X) = 2(X-2)^4 + 13(X-2)^3 + 34(X-2)^2 + 39(X-2) + 20$

(ب) باستخدام الكسور الجزئية حلل الكسر الآتي $\frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)}$

**الحل:**

$$\frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)} = \frac{a}{(X+2)} + \frac{b}{(3X+2)}$$

وبضرب طرفي المعادلة في $(X+2)(3X+2)$

$$5X+2 = (3X+2)\,a + (X+2)\,b$$
$$5X+2 = 3aX + 2\,a + bX + 2\,b$$
$$5X+2 = (3a+b)\,X + 2(a+b)$$

وبمقارنة الطرفين

$$5 = 3\,a + b$$
$$1 = a + b$$
$$4 = 2\,a \quad \Rightarrow \quad a = 2 \quad , \quad b = -1$$
$$\therefore \frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)} = \frac{2}{(X+2)} + \frac{1}{(3X+2)}$$

(جـ) باستخدام الاستنتاج الرياضي اثبت أن

$$\frac{1}{2X3} + \frac{1}{3X4} + .... + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n}{2(n+2)}$$

**الحل:**

$$\text{at} \quad n = 1 \quad , \quad L.H.S = \frac{1}{2X3} = \frac{1}{6}, \quad R.H.S = \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6}$$

نفرض صحة العلاقة عند $n = k$

$$\therefore \frac{1}{2X3} + \frac{1}{3X4} + .... + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{2(k+2)}$$

ونحاول إثبات صحة العلاقة عند $n = k + 1$

**$\therefore$.العلاقة المطلوب إثباتها**

$$\frac{1}{2X3} + \frac{1}{3X4} + .... + \frac{1}{(k+1)(k+2)} + \frac{1}{(k+1)(k+3)} = \frac{k+1}{2(k+3)}$$

$$L.H.S = [\frac{1}{2X3} + \frac{1}{3X4} + \ldots + \frac{1}{(k+1)(k+2)}] + \frac{1}{(k+2)(k+3)}$$

$$L.H.S = \frac{k}{2(k+2)} + \frac{1}{(k+2)(k+3)}$$

$$L.H.S = \frac{k^2 + 3k + 2}{2(k+2)(k+3)} = \frac{(k+2)(k+1)}{2(k+2)(k+3)} = R.H.S$$

( د ) اوجد خارج قسمة المقدار $f(X) = 4X^3 - 4X^2 + 2$

$X + 6$ على $(X+1)(X-1)$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| -1 | 3 | -4 | 2 | 6 |
| | | -3 | 7 | -9 |
| 1 | 3 | -7 | 9 | $-3 = R_1$ |
| | | 3 | -4 | |
| | 3 | -4 | $5 = R_2$ | |

خارج القسمة $\Rightarrow$ $Q(X) = 3X - 4$

الباقي $\Rightarrow$ $R = 5(X+1) - 3$

$$\forall f(X) = Q(X)[(X+1)(X-1)] + R$$

**السؤال الثاني :**

( أ ) استخدام طريقة الوضع الزائف لتعيين حلول تقريبية للمعادلة $F(X) = X^2 + X - 1 = 0$

القريب من النقطة $X = 1$

**الحل:**

نبحث الحل على الفترة $[0, 1]$ حيث $f(0)\, f(1) < 0$

$$C = X_1 = \frac{of(1) - f(0)}{f(1) - f(0)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = .5$$

$$\because f(\frac{1}{2}) f(1) < 0$$

$\therefore$ الحل: $\in$ $[\frac{1}{2}.1]$

$$X_2 = \frac{\frac{1}{2}f(1) - f(\frac{1}{2})}{f(1) - f(\frac{1}{2})} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = .6$$

$\because f(.6)f(1) < 0$

$\therefore$ الحل: $\in$ $[.6,1]$

$$X_3 = \frac{.6f(1) - f(.6)}{f(1) - f(.6)} = \frac{.6 + .04}{1 + .04} = .615$$

$\because f(.615)f(1) < 0$

$\therefore$ الحل ينتمي للفترة $[.615, 1]$

$$X_4 = \frac{.615f(1) - f(.615)}{f(1) - f(.615)} = .617$$

$\therefore$ الحل التقريبي المطلوب هو $.617$

(ب) حل المعادلة $X^3 - 15X^3 - 33X + 847 = 0$

الحل:

لإيجاد الحلول المطلوبة نستخدم طريقة كاردان

نتخلص من معامل $X^2$ وذلك بوضع $X = y + \frac{15}{3} = y + 5$

$$X = y + 5 \quad \rightarrow \quad y = X - 5$$

أي نحصل على معادلة تنقص جذورها بمقدار 5

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 1 | -15 | -33 | 847 |
| | | 5 | -50 | -415 |
| 5 | 1 | -10 | -83 | $932 = R_1$ |
| | | 5 | -25 | |
| 5 | 1 | -5 | $-108 = R_2$ | |
| | | 5 | | |

$$5 \quad 1 \quad 0 = R_3$$
$$1 = Qn$$

المعادلة تصبح

$$Y^3 = 108\,y + \ 432 \ = 0$$

نوجد قيمة المميز على الصورة

$$\Delta = (\frac{b}{2})^2 + (\frac{a}{3})^3 = (216)^2 - (36)^3 = 0$$

∴ يوجد للمعادلة ثلاث جذور حقيقية

بحل المعادلة

$$m^2 + \ 432\,m + 216 \ = 0$$
$$\therefore \ m_1 = \ m_2 \ = \ -216$$
$$L = \sqrt[3]{m_1} = -6$$

∴ حلول المعادلة السابقة هي

$$(-L, \ \ -L, \ 2L) \ \rightarrow \ (6, 6, \ -12)$$

وبإضافة 5 على جذور هذه المعادلة

∴ الجذور المطلوبة هي $(11, \ 11, \ -7)$

(جـ) حل المعادلة $X^4 + \ 4X^3 \ - 6\,X^2 + 20\,X + 8 \ = 0$

الحل:

باستخدام طريقة فراري $X^4 + \ 4X^3 \ - 6\,X^2 + 20\,X - 8$

نضع الطرف الأيسر في صورة إكمال المربعات

$$(X^2 + \ 2Xi + L)^2 \ = \ X^4 + \ 4X^3 \ + (10 + 2)\,X^2 + \ L^2 - 8)$$
$$= \ (m\,X + n)^2$$

ومن العلاقة

(معامل $X^2$) (الحد المطلق) = مربع نصف معامل $X$

$$(10 + 2L)\,(L^2 - 8) = (2\,L - 10)^2$$

$$L^2 + 3L^2 = 12L - 90 = 0$$

وبطريقة التخمين نوجد أحد حلول $L = 3$

وهي تحقق المعادلة .

$$\therefore (10 + 2L)X^2 + (4L - 20)X + (L^2 - 8) = m^2X^2 + 2mnX + n^2$$

والمقارنة و at $L = 3$

$$10 + 2L = 16 = m^2$$
$$L^2 - 8 = 1 = n^2$$
$$2mn = 4L + 20 = -18$$

ومنهـــا

$$m = 4, \quad n = -1$$
$$(X^2 + 2X + L)^2 = (mX + n)^2$$
$$(X^2 + 2X + 3)^2 = (4X - 1)^2$$
$$X^2 + 2X + 3 = |4X - 1|$$

$$\mathbf{X^2 + 2X + 3 = 4X - 1} \qquad \mathbf{X^2 + 2X + 3 = 4X - 1}$$

$$\mathbf{X^2 - 2X + 4 = 0} \qquad \mathbf{X^2 - 6X + 2 = 0}$$

$$X = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2} \qquad X = \frac{-62 \pm \sqrt{36 - 8}}{2}$$

$$X = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2} \qquad X = \frac{-6 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$X = 1 \pm \sqrt{3}i \qquad X = -3 \pm \sqrt{7}$$

$\therefore$ حلول المعادلة هي

$$(1 \pm \sqrt{3}i, -3 \pm \sqrt{7})$$

(د ) اوجد الخمسة حدود الأولى في مفكوك $(1 + 3X)^{-5}$

$$(1+3X)^2 = 1+(-5)(3X)+\frac{(-5)(-6)}{2!}(-3X)^2$$
$$+\frac{(-5)(-6)(-7)}{3!}(3X)^3+\frac{(-5)(-6)(-7)(-8)}{4!}3X^4$$

**السؤال الثالث :-**

( أ ) اوجد الجذور المميزة والمتجهات المميزة للمصفوفة

$$A=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 1 & 2\end{pmatrix}$$

$$D(\lambda)=\begin{vmatrix}5\text{-}\lambda & 4\\ 1 & 2\text{-}\lambda\end{vmatrix}=0$$

$$(5-\lambda)(2-\lambda)-4=0$$

فتكون الجذور هي $\lambda_2 = 6$ ، $\lambda_1 = 1$

$\lambda_2 = 6$

$$\begin{pmatrix}-1 & 4\\ 1 & -4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\ X_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{-X_1 + 4X_2 = 0}$$

$$\boldsymbol{X_1 + 4X_2 = 0}$$

$$\boldsymbol{X_1 = 4X_2 \Rightarrow}$$

$$\underline{X}=\begin{pmatrix}4\\ 1\end{pmatrix}$$

$\lambda_2 = 1$

$$\begin{pmatrix}4 & 4\\ 1 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\ X_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{4X_1 + 4X_2 = 0}$$

$$\boldsymbol{X_1 + X_2 = 0}$$

$$\underline{X}=\begin{pmatrix}-1\\ 1\end{pmatrix}$$

(ب) اختبر المتسلسلة حيث كونها متقاربة أو متباعدة

$$\sum_{n=1}^{\infty} n$$

**الحل:**

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1+2+3+........$$

هذه المتسلسلة عبارة عن متوالية عددية مجموع $n$ من الحدود

$$S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

وبالتالي فإن مجموعهما

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)n}{2} = \infty$$

$\therefore$ المتسلسلة متباعدة .

**(جـ)** اوجد المعكوس $A^{-1}$ للمصفوفة $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

**الحل:**

$$\because A^{-1} = \frac{1}{\det A} adjA$$

$$\det A = (3)(4) - (1)(2) = 10$$

$$adjA = adj\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +4 & -1 \\ -2 & +3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{adjA}{\det A}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} .4 & -.1 \\ -.2 & .3 \end{pmatrix}$$

( د ) باستخدام طريقة نيوتن ثلاث مرات اوجد الجذر الحقيقي للمقدار

$$3X^3 + X^2 - 11X + 6 = 0$$

الحل:

نبحث الحل على الفترة $[0, 1]$

$$\forall f(0) f(1) < 0$$

$$\Rightarrow X_0 = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$$

$$f^1(X) = 9X^2 + 2X - 11$$

$$X_1 = X_0 - \frac{f(X_0)}{f^1(X_0)} = .5 - \frac{1.125}{-7.75} = .645$$

$$X_2 = X_1 - \frac{f(X_1)}{f^1(X_1)} = .645 - \frac{.125}{-5.963} = .6659$$

$$X_3 = X_2 - \frac{f(X_2)}{f^1(X_2)} = .6659 - \frac{.00399}{-5.676}$$

$$X_3 = .6666$$

ومنها الحل الحقيقي للمعادلة هو .6666

# إجابة امتحان تخلفات 2006/2005

( أ ) باستخدام الكسور الجزئية حلل الآتي :

$$\frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)}$$

**الحل:**

$$\frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)} = \frac{a}{(X+2)} + \frac{b}{(3X+2)}$$

بضرب طرفي المعادلة في المقدار $(X+2)(3X+2)$

$$5X+2 = 3aX + 2a + bX + 2b$$
$$5X+2 = (3a+b)X + 2(a+b)$$

وبمقارنة الطرفين ينتج أن $3a + B = 5$

بالطرح $a + b = 1$

$$2a = 4 \quad \Rightarrow \quad a = 2 \quad ، \quad b = -1$$

$$\therefore \frac{5X+2}{(X+2)(3X+2)} = \frac{4}{X+2} - \frac{1}{(3X+2)}$$

(ب) باستخدام طريقة الاستنتاج الرياضي اثبت أن

$$\frac{1}{2}n(n+1) = \sum_{r=1}^{n} r$$

**الحل:**

$$\frac{1}{2}n(n+1) = 1+2+3+\ldots+n$$

at $n = 1$ , $L.H.S = \frac{1}{2}(2) = 1$

$R.H.S = 1$

* نفرض صحة العلاقة عن $n = K$

$$\therefore \frac{1}{2}K(K+1) = 1+2+\ldots+K$$

* نحاول إثبات العلاقة عن $n = K+1$

$$1+2+3+\ldots+K+K+1 = \frac{1}{2}(K+1)(K+2)$$

$$L.H.S = [1+2+3+\ldots+K]+K+1$$

$$L.H.S = \frac{1}{2}K(K+1)+(K+1)$$

$$= \frac{1}{2}(K+1)+(K+2) = R.H.S$$

$$\therefore \frac{1}{2}n(n+1) = \sum_{r=1}^{n} r$$

(جــ) اوجد خارج قسمة المقدار $f(X) = 2X^3 - 7X^2 + 7X - 2$

على $X - 2$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | -7 | 7 | -2 |
| | | 4 | -6 | 2 |
| | 2 | -3 | 1 | $0 = R$ |

خارج القسمة $\Rightarrow$ $Q(X) = 2X^2 - 3X + 1$

$$\forall f(X) = (X-2)Q(X)$$

( د ) اوجد المعادلة التي تزيد جذورها بمقدار 2 عن جذور المعادلة

$$f(X) = X^4 + 6X^3 + 12X^2 + 11X + 1$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| -2 | 1 | 6 | 12 | 11 | 1 |
| | | -2 | -8 | -8 | -6 |
| -2 | 1 | 4 | 4 | 3 | $-5 = R_1$ |
| | | -2 | -4 | 0 | |
| -2 | 1 | 2 | 0 | $3 = R_2$ | |
| | | -2 | 0 | | |
| -2 | 1 | 0 | $0 = R_3$ | | |
| | | -2 | | | |
| | 1 | $-2 = R_4$ | , | $Qn = 1$ | |

$\therefore\ g(y) = y^4 - 2y^3 + 3y - 5$

وبوضع $y = X + 5$

$F(X) = (X+5)^4 - 2(X+5)^3 + 3(X+5) - 5$

( أ ) استخدم طريقة نيوتن لتعيين حلول تقريبية للمعادلة الآتية

$F(X) = X^3 + X - 1$

* نبحث وجود حل للدالة عند $[0, 1]$ حيث $f(0)\,f(1) < 0$

**الحل:**

$$X_0 = \frac{1-0}{2} = .5,\ f^1(X) = 3X^2 + 1$$

$$X_1 = X_0 - \frac{f(X_0)}{f^1(X_0)} = .5 - \frac{.375}{1.75} = .714$$

$$X_2 = X_1 - \frac{f(X_1)}{f^1(X_1)} = .714 - \frac{.077}{-2.529} = .683$$

$$X_3 = X_2 - \frac{f(X_2)}{f^1(X_2)} = .683 - \frac{.0016}{2.399} = .682$$

$\therefore$ الحل التقريبي للمعادلة هو $.682$

**(ب)** حل المعادلة $X^3 - 9X + 28 = 0$

**الحل:**

نستخدم طريقة كاردان مباشرة نعين المميز

$$\Delta = (\frac{b}{2})^2 + (\frac{a}{3})^3 > 0$$

$\therefore$ يوجد للمعادلة جذر حقيقي وجذران تخيليان .

نحل المعادلة

$$m^2 + bm - (\frac{a}{3})^3 = 0$$

$$m^2 + 28 + 27 = 0$$

$$m_1 = -1 \quad , \quad m_2 = (-3)^3$$

$$L = 3\sqrt{m_1} = 1 \quad , \quad n = 3\sqrt{-27 = -3}$$

$$L + n = -4$$

$\therefore$ الجذور للمعادلة هي

$$(-4, \quad -\omega - 3\omega^2, \quad -3\omega - \omega^2)$$

$$\omega = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad \omega^2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j$$

$\therefore$ جذور المعادلة هى

$$(-4, 2 + \sqrt{3}i, 2 - \sqrt{3}i)$$

**(جـ)** حل المعادلة $X^4 + 4X^3 - 6X^2 + 20X + 8 = 0$

باستخدام طريقة فراري

$$X^4 + 4X^3 = 6X^2 - 20X - 8$$

$$(X^2 + 2K + L)^2 = (10 + 2L)X^2 + (4L - 20)X + (L^2 - 8)$$

$$= (mX + n)^2$$

$$(10 + 2L)(L^2 - 8) = (2L - 10)^2$$

$$L^3 + 3L^2 + 12L - 20 = 0$$

وبالتخمين $L = 3$ ومنها

$$m = 4 \quad , \quad n = -1$$

$$(X^2 + 2X + 3)^2 = (4X - 1)^2$$

$$X^2 + 2X + 3 = |4X - 1|$$

$$X^2+2X+3 = 4X-1 \qquad X^2+2X+3 = 4X+1$$

$$X = 1 \pm \sqrt{3}i \qquad\qquad X = -3 \pm \sqrt{7}$$

وعلى ذلك فإن جذور المعادلة الأربعة هي

$$(1 \pm \sqrt{3}i \quad , \quad -3 \pm \sqrt{7})$$

( د ) اوجد مفكوك $(1-2X)^6$

**الحل:**

$$(1-2X)^6 = 1+6(-2X)+\frac{(6)(5)}{2!}(-2X)^2 + \frac{(6)(5)(4)}{3!}(-2X)^3 + \frac{(6)(5)(4)(3)}{4!}(-2X)^4 + \frac{(6)(5)(4)(3)(2)}{5i}(-2X)^5 + (-2X)^6$$

$$(1-2X)^6 = 1-12X+60X^2-160X^3-24X^4-192X^5+64X^6$$

( أ ) اختبر المتتابعة التالية من حيث التقارب و التباعد

$$\{Zn\} = 1+\frac{2}{n}$$

**الحل:**

$$\lim_{n\to\infty} 1+\frac{2}{n} = \lim_{n\to\infty} 1 + \lim_{n\to\infty}\frac{2}{n} = 1$$

∴ المتتابعة متقاربة من [1] فهي نحقق الشرط

$$|Zn-c|1+\frac{2}{n}-1| = |\frac{2}{n}| \geq \varepsilon_0$$

**(ب) اختبر المتسلسلة الآتية من حيث كونها متقاربة أو متباعدة**

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{1}{n-1}}$$

**الحل:**

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{\frac{1}{n-1}} = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 + .....$$

$$Sn = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + ....(\frac{1}{2})^{n-1} = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$$

وهي عبارة عن متتابعة هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول 1

$S = \lim_{n\to\infty} Sn = 2$ ← مجموعها

$\therefore$ المتسلسلة متقاربة ومجموعها 2 .

(ج) اوجد المعكوس $A^{-1}$ للمصفوفة $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

**الحل:**

$$\because A^{-1} = \frac{adjA}{\det A}$$

$$\det A = (3)(4) - (1)(2) = 10$$

$$adjA = adj\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} .4 & -.1 \\ -.2 & .3 \end{pmatrix}$$

# إجابة امتحان التخلفات 2007

## السؤال الأول:

بقسمة الطرفين إلى النهاية على (x-2)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | -3 | 4 | - | 6 |
| | 0 | 4 | 2 | 5 | 14 |
| | | | | 12 | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 1 | 6 | 7 | $20=R_1$ |
| | 0 | 4 | 10 | | |
| | | | | 32 | |
| 2 | 2 | 5 | 16 | | |
| | 0 | 4 | 18 | $39=R_2$ | |
| 2 | 2 | 9 | $34=R_3$ | | |
| | 0 | 4 | | | |
| | $Qn=2$ | $13=R_4$ | | | |

فتكون الدالة الجديدة التي تنقص جذورها بمقدار 2 هو

$G(x)=2y^4+13y^3+34y^2+39y+20$

بوضع $y=x-2$

$F(x)=2(x-2)^4+13(x-2)^3+34(x-2)^2+39(x-2)+20$

ب)

$$\frac{2x+3}{x^2-2x-3}=\frac{2x-3}{(x-3)(x+1)}=\frac{a}{x-3}+\frac{b}{x-1}$$

$2x+3=a(x+1)+b(x+3)$

At $x=-1$ $\quad -2+3=0+b\times -4$

$b=-0.25$

$6+3=a\times 4+0$ ،At $x=3$

$a=2.25$

$$\frac{2x+3}{x^2-2x-3}=\frac{a}{x-3}=\frac{b}{x+1}$$

ج)

At $n=1$ $\quad$ l.h.s.$=1^3=1$ $\quad$ r.h.s.$=1^2(2\times 1^2-1)=1$

**l.h.s.=r.h.s.**

At n=2 l.h.s.=$3^3+1^3=28$ r.h.s=$2^2(2\times2^2-1)=28$

L.H.S=R.H.S

At n=3 L.H.S.=$1^3+3^3+5^3=153$ R.H.S=$3^2(2\times3^2-1)=153$

L.H.S.=R.H.S

At n=k $1^3+3^3+5^3+\ldots+(2k-1)^3=k^2(2k^2-1)$

At n=k+1 $1^3+3^3+5^3+\ldots+(2k-1)^3+(2k+1)^3=(k+1)^2(2(k+1)^2-1)$

$k^2(2k^2-1)+(2k+1)^3=(k+1)^2(2(k+1)^2-1)$

L.H.S.=$2k^4+8k^3+4k^3+6k+1=(k+1)^2(2(k+1)^2-1)$= R.H.S.

د)

$2x-1=2(x-0.5)$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.5 | 1 | -3 | 4 | 1 | 5 |
| | 0 | 0.5 | -5/4 | 11/8 | 19/16 |
| | 1 | -5/2 | 11/4 | 19/8 | $R_1$=99/16 |

$\frac{99}{16} R =$

$Q(X) = 2(X^3 - \frac{5}{2}X^2 + \frac{11}{4}X + \frac{19}{8}$

**السؤال الثاني:**

أ – نختار الفترة

لذلك $f(1)=1$ , $F(0.5) = -0.375$ لان(0.5,1)

$$= 0.64 = c\,\frac{0.5\times1-1\times(-0.375)}{1-(-0.375)} = \frac{a1F(b1)-b1f(a1)}{F(b1)-f(a1)}\,X_1 =$$

فتكون الفترة الجديدة (0.64,1)

$X_2=a_{n+1}f(b_n)-b_nf(a_{n+1})$ / $f(b_n)-f(a_n)$ $=0.64\times1$ - $1\times0.0496$ / $1-0.0496$ $=0.672=$ **c**

$F(\mathbf{c})=f(a_{n+2})=F(0.672)=0.124$

وعلى ذلك تكون الفترة الجديدة (0.67,1)

$x_3 = a_{n+2}\, f(b_n) - b_n f(a_{n+2}) \quad / \quad f(b_n) - f(a_{n+2}) \quad =$
$0.672 \times 1 - 1 \times 0.124 \ / \ 1 - 0.124 \quad = 0.674$
So the root is 0.674

ب)

$A = -9 \quad b = 28$
$0 » = (b/2)^2 + (a/3)^3 = 14^2 - 3^3 \Delta$
$m^2 + 28m + 27 = 0$
$m_1 = 1 \quad l = m^{1/3} = 1$
$m_2 = 27 \quad n = m_2^{1/3} = 3$
Roots are $l+n\ ,\ lw + nw^2\ ,\ nw + lw^2$
$4,\ \ w + 3w^2 \quad , \quad w^2 + 3w$
$\sqrt{3\ell}\ ,\ -2 + \sqrt{3\ell 4}\ , \qquad -2-$

ج)

$A = 4\ ,\ b = -6\ ,\ c = 20\ ,\ d = 8$
$X^4 + 4x^3 = 6x^2 - 20x - 8$
$(x^2+2x+L)^2 = x^4 + 4x^3 + (10+2L)x^2 + L^2 + 4Lx$
$(x^2+2x+L)^2 = (10+2L)x^2 + (4L-20)x + L^2 - 8 = (m\,x + n)^2 = m^2x^2 + 2mnx + n^2$

و بمقارنة المعاملات

$m^2 = 2(5+L) \qquad , \qquad 2mn = 2(2L-10) \qquad ,$
$n^2 = L^2 - 8$
$mn = 2L - 10$
$m^2n^2 = (2L-10)^2$

و بالتعويض

$L^3 + 3L^2 + 12L - 90 = 0$

بالتخمين$L=3$

$.\ m^2 = 16 \qquad , \qquad mn = 4 \qquad , \qquad n^2 = 1$
$.\ \ m = \pm 4 \qquad , \qquad n = \pm 1$

$(x^2+2x+L)^2 = (mx+n)^2$

$(x^2+2x+3)^2=(4x-1)^2 \qquad x^2+2x+3=\pm(4x-1)$

$x^2+2x+3=4x-1 \qquad x^2+2x+3=-(4x-1)$

$x^2-2x+4=0 \qquad x^2+6x+2=0$

$\sqrt{7\ell} \qquad x=-3\pm\sqrt{3\ell}\ x=1\pm$

و تكون الجذور هذه

## السؤال الثالث

**ب)**

باستخدام اختبار المقارنة لأن درجة البسط أقل من درجة المقام

$\frac{1}{n} \qquad b_n=\frac{n+2}{n^2}\ A_n=$

والمتسلسلة متباعدة $\sum_{n}^{\infty}=1\frac{1}{n}$ .

وبما أن

$\frac{1}{2} \geq \frac{2}{n^2}\frac{1}{n}+=\frac{n+2}{n^2}$

$\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{n} \geq \sum_{n}^{\infty}=1\frac{n+2}{n^2}$

متباعدة فإن $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^2}$

متباعدة هي الأخرى

**د)** بفرض ان الفترة التي يوجد بها الحل هي

(1,2)

ثم نعين نقطة البداية

$\frac{b+a}{2}X_o=$

$=1.347\frac{1.875}{12.25}=1.5-\frac{3x^3+x^2-11x+6}{9x^2+2x-11}=1.5-\frac{f(x_o)}{f'(x_o)}X_1=x_o-$