الفصل الرابع

فروع رياضية

علم المثلثات أو حساب المثلثات

هو فرع من الرياضيات يدرس الزوايا والمثلثات والتوابع المثلثية كالجيب وجيب التمام وهو أحد فروع علم الهندسة العامة ويعتبر قدماء المصريين أول من عمل بقواعد حساب المثلثات، إذ استخدموها في بناء الأهرامات والمعابد لكن قليل من الموروث عنهم في هيئة مخطوطات، ومنها أنهك عرّفوا مساحة الدائرة بكونها مساوية لتسعة أعشار مساحة المربع المحيط بها المماس لها من أربع أضلاع وترجع معرفتنا بحساب المثلثات إلى الإغريق الذين وضعوا قوانينه.

ولعلم المثلثات تطبيقات كثيرة، منها حساب المسافات والزوايا في إنشاء المباني والطرق وفي صناعة المحركات وأجهزة التلفزيون والأثاث وملاعب الكرة، وكذلك وفي حساب المسافات الجغرافية والفلك ، وفي أنظمة الاستكشاف بالأقمار الصناعية ومن الممكن تعريف التوابع المثلثية، مستخدمين المثلث القائم وهناك القانون القائل انه إذا تساوت زاويتان في مثلثين قائمين، فان هذين المثلثين متشابهان، وتكون النسبة بين الضلع المقابل للزاويتين المتساويتين، وتر كل من المثلثين الضلع

المقابل للزاوية القائمة متساوية بالنسبة لكل من المثلثين وتعتمد فقط على قيمة الزاوية، وستكون عددا بين ٠ و ١، تدعى هذه النسبة بجيب الزاوية وبشكل مماثل، يمكن تعريف تجيب الزاوية على أنه النسبة بين الضلع المجاور لها والوتر.

ودالتا الجيب وجيب التمام هما أهم الدوال المثلثية وهناك أيضا توابع أخرى تُعرف بأخذ نسب أخرى من أضلاع المثلث القائم ومن الممكن توسيع تعريفنا ليشمل كل القيم الحقيقية للزوايا باستخدام دائرة الوحدة وعند إمكانية حساب التوابع المثلثية من جداول أو الآلة الحاسبة ومعرفة قيم ضلع وزاويتين أو ضلعين وزاوية أو ثلاثة أضلاع من المثلث، يمكن إيجاد قيم باقي عناصر المثلث (زوايا واضلاع) باستخدام قوانين الجيب وقوانين جيب التمام .

هذا بخصوص حساب المثلثات المستوية وهناك فرع لا يقل أهمية عنه وهو حساب المثلثات علي سطح الكرة، وهذا الفرع مهم بصفة خاصة في الفلك وفي الملاحة وهذه قائمة بمواضيع في علم المثلثات ولقد تمكن اليمني محمد عبدالله سلطان القرشي من ابتكار أفكار ونظريات جديدة في علم حساب المثلثات والنسب المثلثية وزاويا المثلث، ومن شأن تلك النظريات أن تطور الكثير من المفاهيم في علم الرياضيات وغيرها من العلوم التي لها صلة بعلم حساب المثلثات والنسب المثلثية وزوايا

المثلث.

ومن النظريات التي قام القرشي بابتكارها نظرية معادلات أضلاع المثلث قائمة الزاوية والنسب المثلثية بدلالة النسب المثلثية جا معطى معلوم،والهدف من هذه النظرية ومعادلاتها هو إيجاد أضلاع المثلث الثلاثة بدلالة النسبة المثلثية جا معطى معلوم أي بناء مثلثات مفترضة صحيحة، من خلال أي نسبة مثلثية معطى معلوم ومن خلال هذه المعادلات يمكن الحصول على حلول كثيرة لمشكلات علمية توجه طلاب العلم والباحثين في هذا المجال أو أي مجال له علاقة بعلم حساب المثلثات.

فضلاً عن الحصول على معادلات أخرى بصيغ جديدة من خلال نتائج معادلات النظرية للحصول على إيجاد النسب المثلثية بدلالة ضلع واحد فقط من خلالها يمكن بناء مثلثات مختلفة بحسب الضلع المعطى لأي من أضلاع المثلث الثلاثة (ص، س، و)، وإيجاد الضلعان المتجاوران (ص، س) بدلالة ضلع واحد فقط وهو ضلع الوتر و أو العكس، وهذا ما لا يمكن أن تحققه نظرية فيثاغورث، أي أنه يمكن من خلالها حساب الأطوال للمثلثات دون تحديد الزوايا كما هو الحال في نظرية فيثاغورث التي تشترط وجود ضلعين على الأقل لحساب الضلع الثالث، وكذلك المفاهيم القديمة في علم حساب المثلثات والنسب المثلثية.

وتهدف نظريات القرشي بصفة عامة إلى:

١- إيجاد أضلاع المثلث بدلالة النسب المثلثية فقط – أي بناء مثلثات افتراضية صحيحة بدلالة إحدي النسب المثلثية الأساسية أو توابعها(جا، جتا، ظا)(ظتا،قا، قتا) بطريقة علمية معادلاتي وليس بطرح عشوائي مبهم.

٢-إيجاد أضلاع المثلث بدلالة إحدي أضلاعها فقط – أي إيجاد الضلعان بدلالة ضلع واحد فقط وهذا ما لا يمكن تطبيقه في المفاهيم القديمة في علم الرياضيات.

٣- إيجاد زوايا المثلث بدلالة إحدي النسب المثلثية فقط - بدون استخدام الآلة الحاسبة العلمية أو الجداول المثلثية والعكس.

يقول المبتكر: أنكم تعلمون فائدة علم حساب المثلثات والنسب المثلثية وتطبيقاتها في مجال الهندسية المدنية والمعمارية والإلكترونية وغيرها من الفوائد أما فائدة هذا الابتكار الجديد فإنه سوف يطور الكثير من المفاهيم في علم الرياضيات وغيرها من العلوم التي لها صلة بعلم حساب المثلثات والنسب المثلثية وزوايا المثلث ومن خلال تطبيق معادلات النظرية الجديدة علي النظريات والمعادلات والمفاهيم الأخري في شتي العلوم سوف نحصل علي صيغ جديدة مطورة ذات أهمية وتطبيقات جديدة ومن الممكن من خلال هذه النظرية الجديدة إيجاد حلول لمشكلات علمية تواجه الباحثين في كل علم له صلة بهذا المجال.

obeikandl.com

علم الحساب

علم الحساب في العربية هو توارد تحاويل إحدى أو عدّة كينونات مدْخلة إلى إحدى أو عدّة نتائج مع تحاوير كيفية ويستخدمه الجميع في مختلف المهام التي تتراوح ما بين العمليات العددية اليومية والحُسبان المتقدم للعلوم وأنظمة الأعمال التجارية وغير ذلك و لعله ينفذ بمنوال حساب عددي على حاسوب أما الحساب الذهنيّ فهو حساب بغير اعتماد على الكتابة هذا هو المفهوم العام .

أما المفهوم الخاص ، فهو يعبّر عن مكان معيّن يقع في مجال مناظرة إدارة وتحدث به عمليات تبادلية والعملية الحسابية هى عملية متعمدة لتحويل واحد أو أكثر من المدخلات إلى واحد أو أكثر من النتائج، مع تغيير متغير.

حساب التفاضل والتكامل

حساب التفاضل والتكامل فرع من فروع الرياضيات يدرس النهايات والاشتقاق والتكامل والمتسلسلات اللانهائية ، وهو علم يستخدم لدراسة التغير في الدوال وتحليلها ويدخل علم التفاضل والتكامل في العديد من التطبيقات في الهندسة والعلوم المختلفة حيث كثيراً ما يحتاج لدراسة سلوك الدالة والتغير فيها وحل المشاكل التي

يعجز علم الجبر عن حلها بسهولة، وعادة مايدرس علم التفاضل والتكامل بعد دراسة أساسيات الجبر والهندسة وحساب المثلثات ، ومن الموضوعات الرئيسية في هذا العلم هي النهايات والكميات الموحلة في الصغر .

وينقسم هذا العلم إلى فرعين هما التفاضل والتكامل ويربط بينهما ما يعرف بالنظرية الأساسية للتفاضل والتكامل وفى بعض الأحيان قد يستخدم الاسم تفاضل وتكامل في الإشارة إلى أي نظام يستخدم في الحسبان ويستخدم فيه الرموز في التعامل مع المصطلحات والمتغيرات المختلفة مثل تفاضل وتكامل لامبدا والتفاضل والتكامل الاقتراحى والتفاضل والتكامل العلائقى والتفاضل والتكامل المؤكد .

تهتم النهايات بدراسة اتصال الدالة وقيمتها عندما يقترب تابعها من قيمة معينة وفي علم الرياضيات ينقسم التكامل إلى جزئين: التكامل المحدود والتكامل الغير محدود يتعلق التكامل المحدود بحساب الأطوال، المساحات، المنحنيات، مراكز الثقل وما إلى ذلك من الدوال التي لها تطبيقات في شتى العلوم ومن جهة أخرى يركز التكامل الغير محدود على إيجاد المعكوس الرياضي للتفاضل ولهذا السبب يسمى أيضا بالاشتقاق العكسيوللتفاضل والتكامل تطبيقات لا حصر لها في علوم

الفيزياء الكلاسيكية والحديثة، الكيمياء ، الهندسة ، الاقتصاد ، الحاسوب وفي الطب وبعض العلوم السياسية والأدبية ومن الامثلة:

- حساب أطوال المنحنيات، المساحات، والحجوم.
- حساب مركز الثقل ، عزم القصور الذاتي ، كمية التحرك ، العجلة ، السرعة ، الإزاحة ، الشغل ، الطاقة .
- حساب التوزيعات والاحتمالات المنتظمة كاحتمالية فيرمي في أشباه الموصلات ، انتشار جراثيم في وسط معين تحت ظروف بيئية معينة.
- حل المعادلات التفاضلية وتطبيقاتها في الأنظمة الخطية مثل البندول ، دوائر الرنين الكهربائية ، وأنظمة التحكم الكهروميكانيكية .
- اشتقاق الكثير من المعادلات الفيزيائية الحديثة والتي يكون من الصعب اجرائها تجريبيا.
- حساب الثوابت الرياضية إلى درجات عالية من الدقة مثل قيمة ثابت الدائرة $\pi = 3.141592653....$ ، الثابت الطبيعي $e = 2.7182818....$ وكذلك الدوال الرياضية المعقدة وإمكانية برمجة هذه العمليات بواسطة الحاسوب .

<u>تاريخ علم التفاضل</u>: يعتقد البعض أن علم التفاضل قد سبق التكامل لأن التكامل عملية عكسية للتفاضل وهذا غير صحيح فقد أظهرت الأدلة التاريخية استخدام التكامل بطرق غير مباشرة في حساب المساحات

والأحجام كما كان في عهد المصريين القدماء في طريقة حساب حجم الهرم الناقص كما تبعهم اليونانيون في استخدام طريقة الاستنزاف لحساب المساحات والأحجام ثم ازدهرت هذه الطريقة في عهد أرشميدس الذي أدخل فكرة الخبرة المكتسبة التي تمثل جزءَ أساسي في علم التكامل ثم انتقلت طريقة الاستنزاف إلى الصين حيث عملوا جاهدين على إيجاد مساحة الدائرة وحجم الكرة.

وفي عصر الإسلام استطاع ابن الهيثم استخدام طريقة تكاملية لاستنباط الصيغة العامة لمجموع متوالية حسابية من الدرجة الرابعة ثم ابتدع الصينيون معادلات تتعامل مع التكامل، وفي الهند بدأ الاشتقاق فى الظهور على يد هندي رياضي وصف التغيرات المتناهية في الصغر كما توصل آخرون لمتسلسلات شبيهة بمتسلسلة تايلور .

مع ظهور عصر النهضة بدأ الغرب فى تعلم وترجمة الكتب القديمة كاليونانية ،والحديثة كالعربية وتطوير علوم الرياضيات،الفيزياء، الكيمياء،وبعض العلوم الأخرى وتطور علم التفاضل والتكامل بشكل خاص على يد مؤسسه إسحاق نيوتن .

علم الجبر

الجبر بمعناه البسيط : استخراج المجهول من المعلوم إذا كان بينهما نسبة تقتضي ذلك وقد كان يسمى عند العرب بالجبر والمقابلة وعندما اعترف العلماء بأهمية اللوغاريتمات وأثرها في دفع بحوث الفيزياء والفضاء وغيرها من النظريات التي أسست للحضارة الراهنة ، انبرى مجموعة من المشككين في دور العرب فى ذلك وبالذات الخوارزمي وأبي كامل فقد كتب تانيري الجبر العربي لا يتجاوز بشكل من الأشكال المستوى الذي بلغه ديوفنطس ٥٢٠م وقد تبع هذا الكاتب اثنان من المؤرخين هما زوتين وبورباكي ولم تكن دراسات هؤلاء المشككين تستند إلى محاكمة منطقية ، بل كان الاستخفاف بدور الآخرين هو ما دفعهم للكتابة ولقد ورد في شعر النابغة الذبياني وهو شعر جاهلي ما يدلل على معرفة عرب ما قبل الإسلام بالجبر:

احكم كحكم فتاة الحي إذ نظرت ....إلى حمام سراع وارد الثمد
قالت : ألا ليتما هذا الحمام لنا .... الى حمامتنا مع نصفه فقد
فحسبوه فألفوه كما ذكرت .... تسعا وتسعين لم تنقص ولم تزد
فكملت مائة فيها حمامتها .... وأسرعت حسبة في ذلك العدد

ولقد تطور علم الجبر بنفس السرعة التي تطور بها علم الفقه وعلم الكلام، وتوافد إلى بغداد علماء مهمون مثل محمد بن موسى الخوارزمي

الذي أخذ الغرب عنه اللوغاريتمات وهي مشتقة من اسمه كما يظهر من لفظها وقد أضاف الخوارزمي إضافات هامة على عمل ديوفنطوس إذ أعطى طريقة جديدة لاستخراج أحد جذري المعادلة الرياضية وبعد قرن من الزمان الذي أعقب الخوارزمي ، عاد المهتمون بالجبر بإعادة انتمائه وارتباطه بعلم الحساب ، بعكس الخوارزمي الذي ربطه بقاعدة الهندسة والمثلثات وقد سار على نهجه كل من ثابت بن قرة ، وأبو كامل شجاع بن أسلم ، الحاسب المصري الذي كان معاصرا للخوارزمي ولكنه أصغر سنا منه ، وصاحب المؤلف كمال الجبر وتمامه

تطور الأرقام

عند العرب: يسمى الحساب أحياناً بعلم الأعداد ، وبه جانبان : الأول نظري كخواص الأعداد والثاني عملي كمعرفة المطلوب بالعمليات الأربعة : الجمع والطرح والضرب والقسمة وأول الحساب العد ، وتبرز الحاجة إليه في عمليات جمع المحاصيل والبيع والشراء وتقسيم الميراث الخ .

ابتدأ الإنسان بالأعداد القليلة الصغيرة ، خمسة ثم سبعة ثم بالاثني عشر ، فالستين لقلة الأشياء التي كان يملكها في البداية ، أو يحصل عليها في المرة الواحدة ، سواء بمجتمعات الصيد القديمة أوما تلاها الأرقام عند الأمم القديمة :

استخدم البابليون في العراق القديم ، العلامة المسمارية فكانوا يرمزوا للواحد بإسفين والإثنين بإسفينين ، والثلاثة إلى العشرة التي رمز لها بالرمز > و وضع بجنب تلك العلامة أسافين بعدد الرقم الدال على العدد ، فمثلاً العدد ١٥ ، كان يرمز له ب >lll والعدد ٢٠ >> والمائة خطان أحدهما أفقي والثاني عمودي l– والألف علامة العشرة إلى يسار علامة المائة l> - وهكذا وكان النظام الستيني هو السائد في بلاد الرافدين ، ويتميز بالمرونة لكثرة ما يقسم عليه هذا النظام، وقد استنبطوه من أن الدائرة يساوي محيطها ستة أمثال نصف قطرها، استنباطاً طبيعياً من عيون خلايا النحل وتأسس على هذا النظام ، وما يزال تقسيم الدائرة ، والساعة والدقيقة ، وخطوط الطول والعرض أما المصريون القدماء فجعلوا الأرقام من واحد إلى تسعة l بهذا الشكل والعشرة حدوة فرس مقلوبة n والألف على شكل زهرة اللوتس & والمليون رجل راكع أما الساميون خاصة الفينيقيون فقد دونوا الأرقام بالترتيب الأبجدي للحروف الهجائية كما نقرأها بترتيبها الأبجدي الحالي ، أبجد هوز حطي كلمن الخ فكانت أ=١ وب =٢ وج =٣ و د =٤ وهـ =٥ ، و= ٦ ، ز= ٧ ، ح= ٨ ، ط= ٩ ، ي = ١٠ ويلاحظ القارئ أن ذلك الترقيم هو الذي يستخدم في عمل الروحانيين والمنجمين ، وغيرهم ممن يستخدموا السحر وغيره ولو أخذنا طريقة اليونانيين ، لرأينا أنها استعارت الطريقة الفينيقية بشكل كامل مع إضافة بعض الرموز القليلة.

في حين كان الرومان ، يستخدمون طرقاً معقدة ، على الشكل التالي:
أما الهنود فهم أول من استخدم الصفر ، على يد عالم اسمه بنجالا وكان ذلك حوالي ٢٠٠ ق . م وقد طوره فلكي هندي اسمه براهما جوبتا عام ٦٢٨م وسماه السند هانتا ونقله لحسن الحظ إلى العربية ،عالم فلكي هندي اسمه كانكا ، قدم إلى بلاط الخليفة العباسي المنصور فأمر بترجمته وسمي السند هند ولا يزال الناس في الأرياف العربية يطلقوا على الحساب هندي والغريب أن العرب طوروه ، فأخذ الهنود عنهم وسموه هم والأوروبيون بالحساب العربي ٠
الأرقام عند العرب: استخدم العرب قبل الإسلام طريقتين في كتابة الأرقام ، الأولى : الحروف كما أخذوها عن أهل العراق والفينيقيين ، والثانية : كتابة الرقم أربعون دينارا خمسمائة وواحد وعشرون وهكذا ، حتى إذا أرادوا أن يقولوا مليوناً :فإنهم يكتبون ألف ألف درهم أما الصفر فهو دلالة للاشيء ، وهم من أدخله فيما بعد على الأرقام فأحدث نقلة نوعية في أداء الأرقام وقال حاتم في قصيدة ذكر بها الصفر:
ترى إن هلكت لم يك ضرني .... وإن يدي مما بخلت به صفر

ومارس العرب التجارة ،لذا كان لا بد لهم أن يعرفوا الحساب ووحدات النقد والمكيال والسنين والعقود وقد خاطبهم الله عز وجل بلغة فهموها وهي لم تنقط بعد فلنتأمل آيات مثل :
}وواعدنا موسى ثلاثين ليلة وأتممناها بعشر } و{ والفجر وليال عشر }

و} يا أيها النبي إذا طلقتم النساء فطلقوهن لعدتهن } و{ وإن يوما عند ربك كألف سنة مما تعدون } وكثير من الآيات التي تذكر الدرهم والدينار والذراع والقسمة والأعشار والمضاعفات ، الحسنة بعشر أمثالها . الخ ولم يستفد العرب من كتاب السند هند الذي ترجمه للمنصور أبو اسحق ابراهيم بن حبيب سوى الأرقام ولم يستخدموا الأرقام بشكلها الرياضي إلا في القرن الرابع الهجري فبقوا يستخدموا كتابة الأرقام بالحروف ولا زالت تلك الطريقة منتشرة حتى اليوم في كثير من النصوص وقد سميت الأرقام الهندية بالأرقام الغبارية لأن الهنود في معاملاتهم كانوا يرشون ألواح الخشب بالغبار ، ثم ينقشون عليه الأرقام في المعاملات ويعاودون الرش في كل عملية ويرى بعض المفسرين أن الأرقام الهندية تم اختيار أشكالها ، حسب عدد الزوايا في الرقم وعندما أضيف الصفر ، حدث تطور وثورة في إجراء العمليات الحسابية.

فروع علم الحساب عند العرب :

أهم فروع علم الحساب عند العرب هي:

أولا : الحساب العلمي : ويحتاج هذا العلم في تنفيذه الى أدوات كالأوراق والأقلام ، وأيضاً كان يسمى الحساب الغباري وقد مررنا على أصل التسمية .

ثانيا: الحساب الهوائي :

لا يحتاج هذا العلم لأدوات بل إلى تأمل سريع ، فمثلاً لو عرفنا نتيجة

ضرب ١٠ في ١٠ أنها ١٠٠ ، فان نتيجة ضرب ١١ في ١١ هي ١٢١ ، لأن ١١+١٠ = ٢١ تضاف إلى المئة التي نعرفها فتصبح ١٢١ ولو كنا لا نعرف نتيجة ٩ في ٩ ، واستخدمنا التأمل السريع ، ٩+١٠=١٩ وطرحناها من ١٠٠ لكانت النتيجة ٨١ ولو عرفنا ان ٤٠×٤٠= ١٦٠٠ فان ٤١×٤١ سيكون ٤١+٤٠ =٨١ تضاف إلى الـ ١٦٠٠فتصبح ١٦٨١ وهكذا كان هذا العلم يستخدمه التجار في أسفارهم وقد وضع ثالثا : حساب الفرائض: وهذا العلم يتعلق بحساب الإرث والتركات و الزكاة وهو معقد ، وقد أبدعه علماء الشريعة الإسلامية إبداعاً ، نقلته عنهم بعض الشعوب الوثنية ، وطبقته لاتسامه بالعدل كما حدث في جنوب السودان وبعض الدول الأفريقية ، التي كان من يحتكر تلك المعرفة من بين شعوب تلك المناطق ، سرعان ما يعلن إسلامه إعجابا بما قام به من عمل در عليه أموالا كخبير في تقسيم الميراث.

رابعا : علم حساب العقود: أي عقود الأصابع ، حيث كان له أصول تتعلق بترتيب عقد الأصابع ، في خانات الآحاد والعشرات والمئات والألوف، وكانت تلك المهارات تجعلهم يعبروا عن أرقام بعشرات الألوف بحركة يد واحدة وهذا النمط من العلم كان يطبق عندما كانت لغات التجار تختلف ، فكانوا يتفاهمون بإشارات العقد قبل تطور أساليب الكتابة كان علماء العرب غير مقلدين ، وإن كانوا يطلعوا على تجارب الشعوب ، لكنهم سرعان ما يضيفوا بصماتهم الخاصة عليها فمثلا استخدم الخوارزمي

في مؤلفه الرسالة الحسابية الأرقام الهندية ، إلا أنه غير فيها وقد سار معظم علماء الرياضيات على نهجه.

obeikandl.com