

## الفصل الأول

### النشأة والتطور

#### تعريف علوم الرياضيات ونشأتها

الرياضيات علم مواضيعه مفاهيم مجردة والاصطلاحات الرياضية تدل على الكم، والعدد يدل على كمية المعدود والمقدار قابل للزيادة أو النقصان وعندما نستطيع قياس المقدار نطلق عليه اسم الكم لذلك عرف بعض العلماء الرياضيات بأنه علم القياس وتعتبر الرياضيات لغة العلوم إذ أن هذه العلوم لا تكتمل إلا عندما نحول نتائجها إلى معادلات ونحول ثوابتها إلى خطوط بيانية .

وتعرف الرياضيات بأنها دراسة القياس والحساب والهندسة بالإضافة إلى المفاهيم الحديثة نسبياً ومنها البنية ، الفضاء أو الفراغ، والتغير والأبعاد وبشكل عام قد يعرفها البعض على أنها دراسة البنى المجردة باستخدام المنطق والبراهين الرياضية والتدوين الرياضي وبشكل أكثر عمومية، قد تعرف الرياضيات أيضاً على أنها دراسة الأعداد وأنماطها .

ولقد نشأت الرياضيات بقيام الإنسان بقياس ما يشاهده من ظواهر الطبيعة بناء على فطرة الإنسان وهي اهتمامه بقياس كل ما حوله إلى جانب احتياجاته العملية وهكذا كان هناك ضرورة لقياس قسمة الطعام

بين أفراد العائلة وقياس الوقت والفصول والمحاصيل الزراعية وتقسيم الأراضي وغنائم الحملات الحربية والمحاسبة للتمكن من الإتجار إلى جانب علم الملاحة بالنجوم في السفر والترحال للتجارة والاستكشاف والقياسات اللازمة لتشييد الأبنية والمدن .

### صفات علم الرياضيات

تتصف الرياضيات بصفات معينة تجعلها مختلفة أكثر من المواضيع الأخرى، كما تجعلها بحاجة للمزيد من الجهد والمثابرة من أجل استيعابها .

أولاً : الصفة التجريدية ، من المعروف أنّ مادة الرياضيات التي يتمّ التعامل بها من خواص وعلاقات ليست بذات وجود مادي محسوس بخلاف المواد التي تتعامل بها الفيزياء والكيمياء مثلاً ، أي أنّ مادة الرياضيات هي الأمور المجردة التي تتعامل بالرموز والمعادلات المجردة أيضاً أما الدلالات مثل : الرموز الرياضية ، الأشكال ، التمثيلات البيانية فإنها تلعب دوراً هاماً في الرياضيات وتُعد مصدر الاستيعاب في الرياضيات .

ثانياً : التسلسل في الرياضيات ، أي أنّ كل فقرة تعتمد على ما سبقها من فقرات ، أي أنّ فهم واستيعاب أي موضوع فرعي أو فكرة تعتمد بصورة ما على درجة فهم واستيعاب المواضيع التي قبلها .

الصفة الثالثة : هي أن تعلم الرياضيات يكون أكثر اعتماداً على المعلم من أيّ موضوع آخر ، حيث أنه لم يكن هناك الكثير مما يمكن اكتشافه عند عمل التلميذ لوحده .

الصفة الأخيرة : أنه في بعض مجالات الرياضيات خاصة تلك المتصلة بالتعامل مع الأعداد فإنه من الممكن للتلميذ الأداء بشكل جيد دون حاجة للفهم الذي يستعمل في التعلم لاحقاً ، لذا فإنّ المشاكل غالباً لا تلاحظ .

وعن أهمية علم الرياضيات في المجتمع فالرياضيات من العلوم الهامة التي لا يستغني عنها أي فرد مهما كانت ثقافته أو كان عمره بعد التمييز لأنها تشغل حيزاً مهماً في الحياة مهما كانت درجة رقيها فالرياضيات في المجتمع تختلف أهميتها النسبية من مجتمع لآخر تبعاً لتقدم هذا المجتمع وتعقد حياته التي تحتاج إلى وسيلة لكثير من الأمور كالقياس والترتيب وبيان الكميات والمقادير والأزمان والمسافات والحجوم والأوزان والأموال وغيرها .

ان معرفة جهة القبلة والأهلة خاصة هلال رمضان يحتاج الى حسابات خاصة وطرق متناهية في الدقة ولا يمكن ذلك إلا بالرياضيات وقد فاق المسلمون أقرانهم من الهنود واليونان في معرفة كل ما يتعلق بالشهور ومطالع الأهلة .

والرياضيات لها أهمية في حياة المجتمع لمعرفة الحجم وحساب الكميات وغيرها فالهندسة علم مهم يدرس الحجم والمساحة وهو فرع من فروع الرياضيات التي تتعامل مع النقطة والخط والسطح والفضاء .

مما سبق يمكن القول ان الرياضيات بكل فروعها لها أهمية في حياة الناس اليومية وتصريف وتنظيم أمور معاشهم وحل ما يقع بينهم من أمور تحتاج للحساب وتحديد ما لهم وما عليهم من أمور مادية كما أن الرياضيات مهمة في تسهيل أمور المجتمع في عباداتهم وتحديد ما عليهم من واجبات مالية ويظهر ذلك في تحديد الزكاة وغيرها ومهمة في العمران لتحديد المساحة والارتفاعات والمقادير والأبعاد وغيرها ونستطيع القول أن الرياضيات سهلت الحياة في كثير من جوانبها ونغصت الحياة لأنها كانت أيضاً سبباً في اختراع كثير من أدوات الدمار فهي سلاح ذو حدين في الحياة .

### فلسفة الرياضيات

هي إحدى فروع الفلسفة التي تدرس الافتراضات الفلسفية للرياضيات، والأسس والنتائج المترتبة علي النظريات الرياضية وتحاول الإجابة عن أسئلة تتعلق بطبيعة الكائنات الرياضية وتتساءل عن كيفية تجريد الكائنات الرياضية من الطبيعة ثم استخدامها في فهم الطبيعة

ذاتها، وإلى أي درجة يمكننا القول أن العبارات الرياضية صحيحة؟ وهل للكائنات الرياضية وجود حقيقي؟ أم هي مجرد أدوات تخيلية تجريدية يستخدمها الإنسان لتسهيل معالجته لظواهر الطبيعة؟ إن الهدف من فلسفة الرياضيات هو تقديم سرد عن طبيعة الرياضيات ومنهجها العلمي ودورها في حياة الإنسان والطبيعة المنطقية والهيكلية للرياضيات في حد ذاتها تجعل هذه الدراسة واسعة وفريدة من نوعها بين نظرائه الفلسفية.

### الواقعية الرياضية

تعتبر الواقعية الرياضية الكائنات الرياضية ذات وجود مستقل عن العقل الإنساني لذلك فإن مهمة الإنسان هي استكشاف هذا العالم الرياضي وليس اختراعه، كما أن أي كائن ذكي مفترض في هذا الكون قادر على استكشاف هذا العالم الرياضي ويطلق على هذه المدرسة اسم الأفلاطونية باعتبارها تماثل وجهة نظر أفلاطون من حيث إيمانه بعالم المثل والأفكار، الذي يمثل لديه العالم الكلي اللامتغير، ومن المحتمل أن جذور فكرة أفلاطون تأتي من عند فيثاغورس الذي كان يؤمن هو وتلاميذه أن العالم مكون حرفياً من الأعداد ويبدو أن هذه النظرة ذات جذور أعمق في التاريخ لا يمكن تحديد بدايتها.

ويعتبر العديد من علماء الرياضيات واقعيين رياضيين، فهم يعتبرون أنفسهم مكتشفين يتجولون لرؤية روائع هذا العالم الرياضي وليس مخترعين لها أمثلة هؤلاء كثر مثل باول ايردوس وكورت جودل والفيزيائي الرياضي روجر بنروز والسبب النفسي وراء هذا الاعتقاد أنه من الصعب القبول أن شخصاً ما يشغل نفسه لفترة طويلة من الزمن بموضوع ما لم يكن مقتنعاً فعلاً بوجوده ويؤمن جودل بنوع من الواقع الرياضي الموضوعي يمكن إدراكه بطريقة مشابهة لإدراك الحواس وبعض المبادئ يمكن أن تعتبر صحيحة مباشرة لكن بعض الحدسيات مثل فرض الاستمرار لا يمكن البت فيها استناداً لهذه المبادئ لذلك يقترح جودل منهج شبه تجريبي يمكن أن يؤكد افتراض هذا الحدس والمشكلة الأساسية في وجهة النظر اللاواقعية للرياضيات هي أين وكيف تتواجد هذه الكائنات الرياضية؟ هل هي في عالم كامل الانفصال عن عالمنا تسيطر عليه الكائنات الرياضية؟ كيف لنا أن نتواصل مع ذلك العالم ونستكشف حقائقه؟ يقدم كلا من أفلاطون قديماً وجودل حديثاً إجابات لهذه الأسئلة لكن هذه الإجابات لا تبدو مقنعة للكثيرين.

وتقوم المدرسة الشكلية على فكرة أنه من الممكن التفكير في العبارات الرياضية على أنها نتائج لقواعد معالجة المقولات الأولية فمثلاً،

الهندسة الإقليدية تعتبر مؤلفة من مقولات تدعى البديهيات بالإضافة إلى بعض قواعد الدلالة التي تسمح باستنباط مقولات جديدة من المقولات الأولى المعطاة وبما أنك قادر على البرهنة على نظرية فيثاغورس وحدك، فهذا يعني أنك قادر فعلاً على إنشاء المقولة التي تمثل هذه النظرية وبهذا يمكنك اعتبار الرياضيات لعبة لها قواعد منظمة، ويمكنك أن تلعبها بالطريقة التي تحب ما دمت ملتزماً بقواعدها، وتتغير النتائج كلما غيرت طريقتك.

### تاريخ الرياضيات

كان الكتبة البابليون منذ ثلاث آلاف سنة يمارسون كتابة الأعداد وحساب الفوائد لاسيما في الأعمال التجارية في بابل وكانت الأعداد والعمليات الحسابية تدون فوق ألواح الصلصال بقلم من البوص المدبب ثم توضع في الفرن لتجف وكانوا يعرفون الجمع والضرب والطرح والقسمة ولم يكونوا يستخدمون فيها النظام العشري المتبع حالياً مما زادها صعوبة حيث كانوا يتبعون النظام الستيني الذي يتكون من ستين رمزاً للدلالة على الأعداد من تسع وخمسين وما زال النظام الستيني متبعاً حتى الآن في قياس الزوايا في حساب المثلثات وقياس الزمن فالساعة تساوي ستين دقيقة والدقيقة تساوي ستين ثانية وطور قدماء المصريين هذا النظام في مسح الأراضي بعد كل فيضان لتقدير

الضرائب كما كانوا يتبعون النظام العشري ، وهو العد بالأحاد والعشرات والمئات ولكنهم لم يعرفوا الصفر لهذا كانوا يكتبون ٥٠٠ بوضع خمسة رموز يعبر كل رمز عن مائة .

وأول العلوم الرياضية التي ظهرت قديماً كانت الهندسة لقياس مساحة الأرض، وحساب المثلثات لقياس الزوايا والميل في البناء وكان البابليون يستعملونه في التنبؤ بمواعيد كسوف الشمس وخسوف القمر وهذه المواعيد كانت مرتبطة بعباداتهم وكان قدماء المصريين يستخدمونه في بناء المعابد وتحديد زوايا الأهرامات وكانوا يستخدمون الكسور وتحديد مساحة الدائرة بالتقريب

### الرياضيات عند البابليين

طور البابليون القدماء في ٢١٠٠ ق م النظام الستيني المبني على أساس العدد ستين ولا يزال هذا النظام مستخدماً حتى يومنا هذا لمعرفة الوقت، بالساعات والدقائق والثواني ولا يعرف المؤرخون بالضبط كيف طور البابليون هذا النظام، ويعتقدون أنه حصيلة استخدام العدد ستين كأساس لمعرفة الوزن وقياسات أخرى وللنظام الستيني استخدامات هامة في الفلك لسهولة تقسيم العدد ستين وتفوق البابليون على المصريين في الجبر والهندسة .



## الرياضيات عند المصريين القدماء

من المحتمل أن أناس ما قبل التاريخ بدأوا العد أولاً على أصابعهم وكان لديهم طرق متنوعة لتدوين كميات وأعداد حيواناتهم أو عدد الأيام بدءاً باكمال القمر واستخدموا الحصى والعقد الحبلية والعلامات الخشبية والعظام لتمثيل الأعداد وتعلموا استخدام أشكال منتظمة عند صناعتهم للأواني الفخارية أو رؤوس السهام المنقوشة .

واستخدم الرياضيون في مصر القديمة قبل حوالي ٣٠٠٠ ق م النظام العشري دون قيم للمنزلة وكان المصريون القدماء رواداً في الهندسة، وطوروا صيغاً لإيجاد المساحات وأحجام بعض المجسمات البسيطة ولرياضيات المصريين تطبيقات عديدة تتراوح بين مسح الأرض بعد الفيضان السنوي إلى الحسابات المعقدة والضرورية لبناء الأهرامات .

## الرياضيات عند الإغريق

نقل الأغريق الرياضيات الفرعونية واستطاع طاليس في القرن السابع ق م أن يجعل الرياضيات نظريات بحثة حيث بين أن قطر الدائرة يقسمها لنصفين متساويين في المساحة والمثلث المتساوي الضلعين به زاويتان متساويتان وتوصل بعده فيثاغورث إلى أن في المثلث مجموع مربع ضلعي الزاوية القائمة يساوي مربع الوتر وفي الإسكندرية ظهر

إقليدس في القرن الثالث ق م ووضع أسس الهندسة التي عرفت بالاقليدية التي ما زالت نظرياتها تتبع اليوم ثم ظهر أرخميدس ٢٨٧ ق م - ٢١٢ ق م في اليونان حيث عين الكثافة النوعية ولم يضيف الرومان جديدا على الرياضيات بعد الإغريق .

- ٣٧٠ ق م عرف إيودكسس الكندوسي طريقة الاستنفاد، التي مهدت لحساب التكامل .
- ٣٠ ق م أنشأ إقليدس نظاماً هندسياً مستخدماً الاستنتاج المنطقي .

### الرياضيات عند الرومان

أظهر الرومان اهتماماً ضئيلاً بالرياضيات البحتة، غير أنهم استخدموا المبادئ الرياضية في مجالات كالتجارة والهندسة وشؤون الحرب .

### الرياضيات عند الهنود

في بلاد الشرق نجد الهنود قد ابتكروا الأرقام العربية التي نستعملها حتى اليوم وأخذها العرب عنهم وأطلقوا عليها علم الخانات وكان الهنود فيه يستعملون الأعداد العشرية من ١-٩ وأضافوا لها الصفر، وهذا العلم نقلته أوروبا عن المسلمين .

الرياضيات عند المسلمين

في بغداد أسس الخوارزمي علم الجبر والمقابلة في أوائل القرن التاسع وفي خلافة أبي جعفر المنصور ترجمت بعض أعمال العالم الأسكندري القديم بطليموس القلوزي ت ١٧ م، ومن أهمها كتابه المعروف، باسم المجسطي واسم هذا الكتاب في اليونانية أي الكتاب الأعظم في الحساب والكتاب موسوعة معارف في علم الفلك والرياضيات وقد أفاد منه علماء المسلمين وصححوا بعض معلوماته وأضافوا إليه وعن اللغة الهندية، ترجمت أعمال كثيرة مثل الكتاب الهندي المشهور في علم الفلك والرياضيات، سد هانتا أي المعرفة والعلم والمذهب وظهرت الترجمة العربية في عهد أبي جعفر المنصور بعنوان السند هند ومع كتاب السند هند دخل علم الحساب الهندي بأرقامه المعروفة في العربية بالأرقام الهندية فقد تطور على أثرها علم الأعداد عند العرب، وأضاف المسلمون نظام الصفر مما جعل الرياضيين العرب يحلون الكثير من المعادلات الرياضية من مختلف الدرجات، فقد سهل استعماله لجميع أعمال الحساب، وخلص نظام الترقيم من التعقيد، ولقد أدى استعمال الصفر في العمليات الحسابية إلى اكتشاف الكسر العشري الذي ورد في كتاب مفتاح الحساب للعالم الرياضي جمشيد بن محمود غياث الدين الكاشي ت ٨٤٠ هـ، ١٤٣٦ م، وكان هذا الكشف

المقدمة الحقيقية للدراسات والعمليات الحسابية المتناهية في الصغر وأستخرج إبراهيم الفزاري جدولاً حسابياً فلكياً يبين مواقع النجوم وحساب حركاتها وهو ما عرف بالزيج .

وكان من علماء بيت الحكمة في بغداد محمد بن موسى الخوارزمي ت ٢٣٢ هـ ٨٤٦ م الذي عهد إليه المأمون بوضع كتاب في علم الجبر ، فوضع كتابه المختصر في حساب الجبر والمقابلة وهذا الكتاب هو الذي أدى إلى وضع لفظ الجبر وإعطائه مدلوله الحالي قال ابن خلدون : علم الجبر والمقابلة أي المعادلة من فروع علوم العدد، وهو صناعة يستخرج بها العدد المجهول من العدد المعلوم إذا كان بينهما صلة تقتضي ذلك فيقابل بعضها بعضاً، ويجبر ما فيها من الكسر حتى يصير صحيحاً فالجبر علم عربي سماه العرب بلفظ من لغتهم، والخوارزمي هو الذي خلع عليه هذا الاسم الذي انتقل إلى اللغات الأوروبية بلفظه العربي ALGEBRA وترجم هذا الكتاب إلى اللغة اللاتينية سنة ١١٣٥ م وظل يدرس في جامعات أوروبا حتى القرن ١٦ م كما أنتقلت الأرقام العربية إلى أوروبا عن طريق ترجمات كتب الخوارزمي الذي أطلق عليه في اللاتينية الجورزتمي ثم عدل الجورزمو للدلالة على نظام الأعداد وعلم الحساب والجبر وطريقة حل المسائل الحسابية وظهرت عبقرية الخوارزمي في الزيج أو الجدول الفلكي

الذي صنعه وأطلق عليه اسم السند هند الصغير، وقد جمع فيه بين مذهب الهند ، ومذهب الفرس ، ومذهب بطليموس مصر ، فاستحسنه أهل زمانه ذلك وانتفعوا به مدة طويلة فذاعت شهرته وصار لهذا الزيج أثر كبير في الشرق والغرب وقد نقل الغرب العلوم الرياضية عن العرب وطوروها وعرف حساب أباكوس: أو أباكس لوحة العد وهي عبارة عن أطار وضعت به كرات للعد اليدوي وكانت هذه اللوحة يستعملها الأغريق والمصريون والرومان وبعض البلدان الأوروبية قبل وصول الحساب العربي إلى أوروبا في القرن الثالث عشر وكان يجري من خلال لوحة العد الجمع والطرح والضرب والقسمة كما كان ابن الهيثم هو أول من استخراج الصيغة العامة لمجموع المتوالية الحسابية من الدرجة الرابعة في علم الرياضيات .

- ٧٨٧م ظهرت الأرقام والصفير المرسوم على هيئة نقطة في مؤلفات عربية قبل أن تظهر في الكتب الهندية .
- ٨٣٠م أطلق العرب على علم الجبر هذا الاسم لأول مرة .
- ٨٣٥م استخدم الخوارزمي مصطلح الأصم لأول مرة للإشارة للعدد الذي لا جذر له .
- ٨٨٨م وضع الرياضيون العرب أولى لبنات الهندسة التحليلية بالاستعانة بالهندسة في حل المعادلات الجبرية .

- ٩١٢ م استعمل البتاني الجيب بدلاً من وتر ضعف القوس في قياس الزوايا لأول مرة .
- ١٠٢٩ م استغل الرياضيون العرب الهندسة المستوية والمجسمة في بحوث الضوء لأول مرة في التاريخ .
- ١٢٥٢ م لفت نصير الدين الطوسي الانتباه - لأول مرة - لأخطاء أقليدس في المتوازيات .
- ١٣٩٧ م اخترع غياث الدين الكاشي الكسور العشرية .
- ١٤٦٥ م وضع الفلصادي أبو الحسن القرشي لأول مرة رموزاً لعلم الجبر بدلاً عن الكلمات .

### الرياضيات عند الحضارات الأمريكية القديمة

وفي حضارة المايا في المكسيك عرف الحساب وكان متطوراً فالوحدة نقطة والخمسة وحدات قضيب والعشرون هلال وكانوا يتخذون أشكال الإنسان والحيوان كوحدات عددية .

### تطور الرياضيات

وبناء على ما سبق فإن الرياضيات ظهرت بداية كحاجة للقيام بالحسابات في الأعمال التجارية، ولقياس المقادير، كالأطوال والمساحات ، ولتوقع الأحداث الفلكية ، ويمكن اعتبار الحاجات الثلاث هذه البداية

للأقسام العريضة الثلاث للرياضيات، وهي دراسة البنية، والفضاء، والمتغيرات وظهرت دراسة البنى مع ظهور الأعداد، وكانت بداية مع الأعداد الطبيعية والأعداد الصحيحة والعمليات الحسابية عليها، ثم أدت الدراسات المتعمقة على الأعداد إلى ظهور نظرية الأعداد كما أدى البحث عن طرق لحل المعادلات إلى ظهور الجبر التجريدي أو المجرد، والفكرة الفيزيائية للشعاع تم تعميمها إلى الفضاءات الشعاعية وتمت دراستها في الجبر الخطي .

وظهرت دراسة الفضاء مع الهندسة، وبدأت مع الهندسة الاقليدية وعلم المثلثات، في الفضاءين الثنائي والثلاثي الأبعاد، ثم تم تعميم ذلك لاحقاً إلى علوم هندسية غير اقليدية، لتلعب دوراً في النظرية النسبية العامة .

إن فهم ودراسة التغير في القيم القابلة للقياس هو ظاهرة عامة في العلوم الطبيعية، فظهر التحليل الرياضي كأداة مناسبة للقيام بهذه العمليات، حيث أن الفكرة العامة هي التعبير عن القيمة بتابع، ومن ثم يمكن تحليل الكثير من الظواهر على أساس دراسة معدل تغير هذا التابع ومع ظهور الحواسيب، ظهرت العديد من المفاهيم الرياضية الجديدة، كعلوم قابلية الحساب، وتعقيد الحساب، ونظرية المعلومات، والخوارزميات والعديد من هذه المفاهيم هي حالياً جزء من علوم الحاسب .

حقل آخر هام من حقول الرياضيات هو الإحصاء ،الذي يستخدم نظرية الاحتمال في وصف وتحليل وتوقع سلوك الظواهر في مختلف العلوم، بينما يوفر التحليل الرياضي طرقاً فعالة في القيام بالعديد من العمليات الحسابية على الحاسب ، مع الأخذ في الاعتبار أخطاء التقريب .

### الرياضيات في العصور الوسطى في أوروبا

١١٤٢م ترجم أديلارد من العربية الأجزاء الخمسة عشر من كتاب العناصر لأقليدس، ونتيجة لذلك أضحت أعمال أقليدس معروفة جيداً في أوروبا .

• منتصف القرن الثاني عشر الميلادي أدخل نظام الأعداد الهندية العربية إلى أوروبا نتيجة لترجمة كتاب الخوارزمي في الحساب .

### الرياضيات في عصر النهضة

- ١٥١٤م استخدم عالم الرياضيات الهولندي فاندر هوكي اشارتي الجمع + والطرح - لأول مرة في الصيغ الجبرية .
- ١٥٣٣م أسس عالم الرياضيات الألماني ريجيومونتانوس ، حساب المثلثات كفرع مستقل عن الفلك .
- ١٥٤٢م ألف جيرولامو كاردانو أول كتاب في الرياضيات الحديثة



١٥٥٧م أدخل روبرت ركورد إشارة المساواة = في الرياضيات معتقداً أنه لا يوجد شيء يمكن أن يكون أكثر مساواة من زوج من الخطوط المتوازية .

### الرياضيات خلال الثورة العلمية

#### القرن السابع عشر

- ١٦١٤م نشر جون نابير اكتشافه في اللوغاريتمات، الذي ساعد في تبسيط الحسابات .
- ١٦٣٧م نشر رينيه ديكارت اكتشافه في الهندسة التحليلية، مقررأ أن الرياضيات هي النموذج الأمثل للتعليل .
- منتصف العقد التاسع للقرن السابع عشر الميلادي نشر كل من السير إسحاق نيوتن وجوتفريد لايبنتز بصورة مستقلة اكتشافاتهما في حساب التفاضل والتكامل .

#### القرن الثامن عشر

أكثر علماء الرياضيات تأثيراً خلال القرن الثامن عشر هو بدون شك ليونهارد أويلر .

- ١٧١٧م قام أبراهام شارب بحساب قيمة النسبة التقريبية حتى ٧٢ منزلة عشرية.
- ١٧٤٢م وضع كريستيان جولدمباخ ما عُرف بحدسية جولدمباخ : وهو أنّ كلّ عدد زوجي هو مجموع عددين أوليين ولا يزال هذا الحدس مفتوح لعلماء الرياضيات لإثبات صحته أو خطئه.
- ١٧٦٣م أدخل جيسبارت مونيبي الهندسة الوصفية وقد كان حتى عام ١٧٩٥م يعمل في الاستخبارات العسكرية الفرنسية.

### الرياضيات المعاصرة

#### القرن التاسع عشر

- نهاية القرن التاسع عشر الميلادي عمل علماء الرياضيات كارل فريدريش جاوس ويانوس بولياي ، نقولا لوباشيفسكي ، وبشكل مستقل على تطوير هندسات لا إقليدية .
- بداية العقد الثالث من القرن التاسع عشر بدأ تشارلز بابيج في تطوير الآلات الحاسبة .
- ١٨٢٢م أدخل جون باتيست جوزيف فورييه تحليل فورييه .
- ١٨٢٩م أدخل إيفاريسست جالوا نظرية الزمر .
- ١٨٥٤م نشر جورج بول نظامه في المنطق الرمزي .

- ١٨٨١م أدخل جوشياه ويلارد جيس تحليل المتجهات في ثلاثة أبعاد .
- أواخر القرن التاسع عشر الميلادي طور جورج كانتور نظرية المجموعات والنظرية الرياضية للملانهاية .

### القرن العشرون

- ١٩٠٨م طور إرنست زيرميلو طريقة المسلمات لنظرية المجموعات مستخدماً عبارتين غير معروفتين وسبع مسلمات .
- ١٩١٠م - ١٩١٣م نشر ألفرد نورث وايتهيد وبيرتراند راسل كتابهما مبادئ الرياضيات وجدالا فيه أنّ كل الفرضيات الرياضية يمكن استنباطها من عدد قليل من المسلمات .

### القرن الواحد والعشرون :

- في عام ٢٠٠٠، أعلن معهد كلاي للرياضيات معضلات جائزة الألفية السبع وفي عام ٢٠٠٣، حل حدس بوانكاريه من طرف عالم الرياضيات الروسي جريجوري بيرلمان ، إلا أنه رفض الجائزة الممنوحة له .

### مستقبل الرياضيات

- اشتغل العرب بالجبر وألّفوا فيه بصورة علمية منظمة، حتى أن كاجوري قال : إن العقل ليدّش عندما يرى ما عمله العرب في الجبر

ومن أشهر الكتب التي ألفها العرب هي : الجبر والمقابلة للخوارزمي و كتاب الخيام الذي نشره ووبك سنة ١٨٥١ م ؛ وقسم العرب المعادلات إلى ستة أقسام ووضعوا حلولاً لكل منها، واستعملوا الرموز في الأعمال الرياضية وبحثوا في نظرية ذات الحدين، وأوجدوا قانوناً لإيجاد مجموع الأعداد الطبيعية، وعنوا بالجذور الصماء ومهدوا لاكتشاف اللوغاريتمات وفي القرن الثالث عشر الميلادي بدأت العلوم الرياضية عند العرب وغيرها تنتقل إلى أوروبا عن طريق الأندلس فترجموا مؤلفات العرب في العلوم المختلفة ومنها الجبر فقام الراهب جوردانس حوالي ١٢٢٠م باستبدال الكلمات في العبارات الجبرية بالرموز، ولقد فعل معاصره فيبوناكي نفس الشيء فألف كتابا عن الحساب ومبادئ علم الجبر أوضح فيه تأثيره بكتابات الخوارزمي وأبي كامل العالمين العربيين وفي القرن السادس عشر توصل العلماء إلى حل معادلات الدرجة الثالثة والرابعة، وفي القرنين السابع عشر والثامن عشر توصلوا إلى نتائج باهرة في بحوثهم عن متسلسلات القوى وخواصها .

وأول العلوم الرياضية التي ظهرت قديماً كانت الهندسة لقياس الأرض وحساب المثلثات لقياس الزوايا والميلول في البناء وكان البابليون يستعملونه في التنبؤ بمواعيد الكسوف للشمس والخسوف للقمر وهذه المواعيد كانت مرتبطة بعباداتهم وكان قدماء المصريون يستخدمونه في

بناء المعابد وتحديد زوايا الأهرامات وكانوا يستخدمون الكسور وتحديد مساحة الدائرة بالتقريب .

### الرياضيات عند المسلمين

والمقابلة في أوائل القرن التاسع وفي خلافة أبي جعفر المنصور ترجمت بعض أعمال العالم السكندري القديم بطليموس القلوزي ت ١٧ م، ومن أهمها كتابه المعروف، باسم المجسطي أي الكتاب الأعظم في الحساب والكتاب دائرة معارف في علم الفلك والرياضيات وقد أفاد منه علماء المسلمين وصححوا بعض معلوماته وأضافوا إليه وعن الهندية، ترجمت أعمال كثيرة مثل الكتاب الهندي المشهور في علم الفلك والرياضيات، سد هانتا أي المعرفة والعلم والمذهب وقد ظهرت الترجمة العربية في عهد أبي جعفر المنصور بعنوان السند هندومع كتاب السند هند دخل علم الحساب الهندي بأرقامه المعروفة في العربية بالأرقام الهندية فقد تطور على أثرها علم العدد عند العرب، وأضاف المسلمون نظام الصفر مما جعل الرياضيين العرب يحلون الكثير من المعادلات الرياضية من مختلف الدرجات، فقد سهل استعماله لجميع أعمال الحساب، وخلص نظام الترقيم من التعقيد، ولقد أدى استعمال الصفر في العمليات الحسابية إلى اكتشاف الكسر العشري الذي ورد في كتاب مفتاح الحساب للعالم الرياضي جمشيد بن محمود غياث الدين الكاشي ت ٨٤٠

١٤٣٦هـ م وكان هذا الكشف المقدمة الحقيقية للدراسات والعمليات الحسابية المتناهية في الصغر واستخرج إبراهيم الفزاري جدولاً حسابياً فلكياً يبين مواقع النجوم وحساب حركاتها وهو ما عرف بالزيج وفي بغداد أسس الخوارزمي علم الجبر والمقابلة في أوائل القرن التاسع

### علاقة الرياضيات بالعلوم الأخرى

الرياضيات في علوم المادة  
بقي علم الفيزياء علماً استقرائياً يعتمد أساساً على مراقبة الظواهر الطبيعية واختبارها، ويستطيع التعبير عن القوانين بلغة رياضية، فتكون الرياضيات في مجال علوم المادة لغة تعبير أكثر منها منهج اكتشاف، وهناك حالات عديدة كانت الرياضيات فيها أسلوب اكتشاف وبرهنة فقد اكتشف ليفيريه أحد العلماء بالحسابات الرياضية مكان كوكب نبتون وبعده وكتلته قبل التحقق من وجوده الفعلي بالرصد وكان الفكر الرياضي عند نيوتن وأينشتاين سابقاً إلى حد كبير على الاختبار، لكن يبقى الاختبار الضامن الأخير لصحة الاكتشافات في علوم المادة أما افتراض تحويل الكون برمته إلى معادلة رياضية كبرى فيبقى حلماً راود أذهان الفلاسفة والعلماء أمثال ديكارت، ولكن هذا الهدف الكبير يبقى مجرد افتراض دونه صعوبات وتجاذبات علمية وفلسفية فالعالم لا يستطيع استعمال المنهج الرياضي الاستنباطي في سائر العلوم إلا إذا

سلب الواقع كثيراً من مضمونه فاللغة الرياضية توفر للقوانين العلمية مزيداً من الدقة، ومن أبرز الأمثلة على دور الرياضيات في علوم المادة قياس سرعة الرياح، وقياس قوة الزلازل، وقياس الضغط الجوي .

### الرياضيات في علوم الأحياء

إن نجاح المنهج الاختباري في علوم الأحياء هيأها لاستعمال اللغة الرياضية الرائجة جداً في مجال العلوم الفيزيوكيميائية ولقد عارض بعض العلماء هذا داعيين إلى الحذر وعدم إقحام الرياضيات في علوم الأحياء قبل أن تمر هذه الأخيرة بشكل واف على مشرحة التحليل فالعلم الذي يبلغ مبلغاً كافياً من التطور هو الذي يمكن أن يطمح إلى هذه الدرجة العلمية الرياضية وكان علم الوراثة الأول من علوم الأحياء الذي اتبع علوم المادة في مسارها الرياضي، وقد طبقت قوانين مندل في المجال الحيواني بقصد تأصيل بعض الحيوانات وعزل خصائص معينة كاللون والشكل والقدر وركز العالم مورجان اختياراته على ذبابة الدروزوفيل فتوصل إلى تحديد الجينات الوراثية في كروموزومات نواة الخلية إن علماء البيولوجيا يعتبرون الإحصاءات الرياضية بمثابة استقصاء وشرح متميز للمعطيات الطبية فإن قياس الثوابت البيولوجية والتسجيلات البيانية تشكل لغة شائعة جداً في علوم الأحياء فتخطيط الدماغ، وتخطيط القلب، وقياس نسبة الزلازل ، وقياس ثابة السكر في الدم ، وإحصاء عدد كريات الدم الحمراء والبيضاء،

وقياس النمو والوزن كلها دلائل على دخول الرياضيات في علوم الأحياء .

### الرياضيات في العلوم الإنسانية

إن العلوم الإنسانية هي التي تضم علم الاقتصاد، والاجتماع ، والتاريخ ، والنفس، والأخلاق وما سواها فالمجتمعات الصناعية تعتمد على اللغة الرياضية من أجل تطوير الواقع الذي تعيش فيه، فالإقتصاد يقوم على التخطيط الذي يعتبر أسلوب للسيطرة على اقتصاد البلد ومحوره الأساسي الرياضيات كذلك علم الاجتماع الذي يرتكز على الاستبيان والجداول الإحصائية والخطوط البيانية أثناء دراسة حالة فقر أو نسبة الهجرة السكانية إلى الخارج أو نسبة البطالة أما بالنسبة للتاريخ، فالرياضيات تجعل عملية التأريخ أكثر موضوعية ودقة من خلال تحديد الفترة الزمنية لحادثة ما وتدوين نتائجها على مختلف الصعد وتستخدم اللغة الرقمية في العديد من الدراسات لعلم النفس خاصة عند قياس الفروق الفردية ونسبة الذكاء غير أن الرياضيات لا تستطيع الدخول على علم الأخلاق بسبب الموضوعات التي يحويها كالإرادة والضمير والحرية والمسؤولية والحق والواجب ، فهي في الأمور المعنوية التي لا يصح معها استعمال القياس أو الكم .



## ارتباط العلوم الأخرى بالرياضيات

الرياضيات والطقس : لعكس تتساعل مستغرباً عن علاقة الطقس بالرياضيات، والإجابة على ذلك تقتضي توضيح كيفية قياس الطقس المتوقع لليوم التالي، بل ولأسابيع التالية، وهو الأمر الذي يتم من خلال محطات قياس الطقس في أماكن موزعة على كافة أنحاء العالم، يتم فيها قياس درجة الحرارة، ونوعية الأمطار وكميتها، والضغط الجوي، ونسبة الرطوبة، واتجاه الرياح وسرعتها، ومن البديهي أن جمع كل هذه المعلومات، وتحليلها واستنباط نتائج منها، هو أمر مستحيل بدون استخدام الرياضيات، والمعادلات الرياضية، ودون خوض في التفاصيل الدقيقة، يمكن القول بأن احتساب متغيرات الطقس من ساعة إلى ساعة، مع مراعاة بعض المبادئ الفيزيائية، يؤدي إلى التوصل إلى الطقس المتوقع إن قياس الطقس المتوقع لشهور وسنوات مقبلة، أمر في غاية التعقيد، وبه متغيرات كثيرة للغاية، لذلك يشارك في هذه التوقعات إلى جانب علماء الرياضيات، وعلماء الطقس، مجموعة من علماء الأحياء، والزراعة، والاقتصاد وعلوم البحار، وعلماء الاجتماع، لأن سلوك البشر يؤثر على الطقس، ويتأثر به بشدة ونظراً لأن لكل علم من العلوم منهجه في البحث والتحليل، فقد جرى الاتفاق على أن تكون الرياضيات

هي العلم الذي يوفق بينها جميعاً، لأنها ببساطة أدق العلوم، وأمهرها في التوصل إلى معادلات تصلح للتطبيق في جميع العلوم الأخرى .

### الرياضيات وعالم الاتصالات :

يعلم كل مستخدم للكمبيوتر أن تسجيل الصوت، يحتاج إلى مساحة في ذاكرة الكمبيوتر تفوق بكثير النص المكتوب، وكذلك بالنسبة للجوال، فإن نقل البيانات الصوتية، يحتاج إلى ٦٤ كيلو بايت في الثانية الواحدة، وهي كمية ضخمة جداً بالنسبة للشبكات الهاتفية، فالقناة المخصصة لنقل المعلومات لا تتسع عادة لأكثر من ٩٦ بايت، إضافة إلى أن هناك معلومات إضافية لا بد من نقلها للتعرف على الهاتف وتصحيح الأخطاء في الاتصالات، ولذلك يتم تقسيم البيانات الصوتية في شرائح، وإرسالها عبر مصف للصوت ، ليقوم بتسجيل فترات الصمت بين الكلمات مثلاً، ثم يتم تحويل المعلومات في شفرة مضغوطة، ويجري ترتيبها في شرائح صوتية، وحين تصل المعلومات إلى الهاتف المستقبل، فإن هذا الجوال المستقبل، قادر على تصحيح الأخطاء، من خلال برامج ابتكرها علماء الرياضيات عن طريق نظرية الاحتمالات، لتصل إلى الشخص المستقبل بصورة مفهومة، بحيث لا يشعر أصلاً بحدوث هذه الأخطاء في نقل المعلومات كذلك يحتاج من يريد الاتصال بالهاتف الجوال، إلى تردد يتكلم عليه، ولكن عدد الترددات المتاحة في كل مكان، هو عدد غير مطلق، بل

يكون هناك عدد محدد من الترددات، وإذا اتصل عدد كبير من الناس في نفس المنطقة على نفس التردد، فإن ذلك يؤدي إلى مشاكل تقنية، فإذا أمكن تقدير العدد المطلوب من الترددات في منطقة ما، فإن ذلك سيساعد على تجنب هذه المشاكل، وهو الأمر الذي يمكن التوصل إليه من خلال معادلات رياضية، تقوم أيضاً على نظرية الاحتمالات، بحيث يتم تقدير عدد المتصلين المتوقعين في مكان ما في وقت معين، وعندها يمكن وضع الشبكات الهاتفية المطلوبة، وتحسين أدائها، بحيث تقدم أفضل خدمة للمتصلين، وقد أثبتت تقنية جي بي إس الحالية كفاءة عالية، وهناك التقنية الحديثة يو إم تي إس، التي تمثل تحدياً كبيراً لشركات الاتصالات ولعلماء الرياضيات أيضاً، وأثبتت أن الحاجة إلى علماء الرياضيات في المستقبل سيزداد بشدة، بسبب الحاجة إلى المزيد من الخدمات، بسرعة أكبر، وكفاءة أعلى أما استعمال الحاسب الآلي للتواصل عبر البريد الإلكتروني، أو نقل المعلومات على أقراص مدمجة أو على أصابع الذاكرة يو أس بي، بل وسحب الأموال عن طريق جهاز السحب الآلي، كل هذه الأشياء ما كانت لتتحقق لولا قدرة الرياضيات على تحويل الكم الهائل من المعلومات إلى رموز وشفرة، تختصرها في صورة قابلة للتعامل معها آلياً، ونقلها في صورة مشفرة، تضمن وصولها إلى الجهة الصحيحة، وعدم إفشائها على الملأ، لخصوصيتها ولخطورة وقوعها في يد العابثين ولا تقتصر فوائد الرياضيات على هذه

الرفاهية، بل أمكن بفضل الرياضيات التوصل إلى صيغة لنقل المعلومات المعقدة في شفرة مبسطة، من أعماق المحيط عن الفيضانات إلى مراكز الأبحاث على بعد مسافات ضخمة، لفك الشفرة وإصدار الإنذارات من وقوع الكوارث الطبيعية الرياضيات في عالم السيارات .

تسعى شركات صناعة السيارات إلى الابتكار المستمر بموديلات جديدة، ذات مواصفات عالية، وهو الأمر الذي ما كان ليتحقق بدون الرياضيات، ولا أن تسير رتيبة التطوير بهذه السرعة، فبالرياضيات يتم احتساب سرعة الرياح وقوتها وتأثيرها على جسم السيارة أثناء القيادة، وكمية الوقود المستهلكة أثناء القيادة إن تجربة عناصر الأمان في السيارة، كانت تقتضي في الماضي إجراء حوادث سيارات متعددة، لقياس تأثير الاصطدام على مكونات السيارة، وبالتالي على حياة السائق ومن معه، ولو تخيلنا أنه ينبغي بعد إجراء كل تعديل على جسم السيارة، تجربة ذلك على أرض الواقع بسيارات جديدة تتحطم بعد الحادث ،فلنا أن نتصور حجم الخسائر المادية من جراء ذلك ولكن أصبح اليوم هناك برامج باستخدام مجسم للسيارة على الكمبيوتر من ملايين النقاط، وباستخدام الرياضيات، يمكن قياس تأثير كل المتغيرات على جسم السيارة، بل أصبح من الممكن ربط أجهزة الكمبيوتر العملاقة لكل شركة مع شركات صناعة السيارات المنافسة، وقياس تأثير الاصطدام ليس مع سيارات نفس الشركة فحسب، بل وعند الاصطدام بسيارات الشركات

الأخرى، وهو مشروع عملاق وإنجاز رياضي فريد من نوعه، لضمان عنصر الأمان للإنسان، يقوم على تشفير المعلومات بحيث تتمكن الشركات المنافسة من التعامل مع المعلومات، دون أن تكون لها أي قدرة على تخزينها كما تساهم الرياضيات في إنتاج سيارات أكثر جودة، فمكونات السيارة من المعادن والطلاء والبلاستيك والكاوتشوك، وغير ذلك من المواد، تتعرض كلها لظروف قاسية، درجة حرارة مرتفعة جداً في المحرك، ودرجة حرارة منخفضة من تبريد الرياح، وطقس متقلب، شمس ساطعة وثلوج وأمطار، وكلها أمور يجب مراعاتها عند احتساب تأثير هذه العوامل على المواد المكونة للسيارات، ومن ثم الارتقاء بجودتها الرياضيات والطب يعتمد الأطباء في عملهم اليوم على الرياضيات، خاصة في مجال التقنيات الطبية، وصناعة الأدوية، والبيولوجيا الرياضية، بحيث أصبح من غير الممكن تصور حدوث تقدم في الطب دون الرياضيات، لأن تأثير العلاج في الجسم يعتمد إلى حد كبير على احتساب سرعة تأثير المواد المكونة للأدوية على أعضاء الجسم، بحيث يمكن تعديل المكونات لتحقيق نتائج أفضل، وبفضل الرياضيات أمكن إنتاج أجهزة كمبيوتر لإجراء العمليات الجراحية، والمساعدة في الوصول إلى أعضاء في الجسم دون حاجة إلى استخدام المشرط اليدوي لعمل فتحات كبيرة في الجسم، من أجل الوصول إلى العضو المحتاج إلى العملية أما أجهزة التشخيص التي جرى تصويرها باستخدام علوم

الرياضيات، فقد أصبحت جزءاً أساسياً في الطب الحديث، والفحص المقطعي مثلاً يعتمد على وجود مجسم مرقم في الكمبيوتر، يتم تعديله ومطابقته لجسم المريض، وبالتالي التوصل إلى نتائج دقيقة للغاية، وكذلك الحال لبقية أجهزة الفحص المصورة، التي أصبحت موجودة بفضل علوم الرياضيات مثل الهندسة اللوغاريتمية، ولذا يرى الكثيرون أن علم الطب الحديث يدين لتطوره الفائق، لعلوم الرياضيات، مما أسهم في الارتقاء بحياة الإنسان، وإنقاذ الكثيرين عن طريق التشخيص المبكر والدقيق للمرض رشاقتك بالرياضيات إحدى التطبيقات الطبية للرياضيات هو وزنك وكتلتك التي ينبغي أن يكون عليها جسمك من خلال المعادلات التالية: معادلة الوزن: يمكنك أن تعرف وزنك المثالي من المعادلة التالية: الوزن المثالي لجسم الإنسان = الطول سم - 100

وتشمل الرياضيات فرع هام وهو حساب المثلثات الوثيق الصلة بالجبر الذي أخذه الأوربيون عن المسلمين وتظهر أهمية الرياضيات وعلم المثلثات بصورة خاصة في قياس المساحات الكبيرة والمسافات الطويلة بطريقة غير مباشرة كقياس ارتفاع جبل أو البعد بين جبلين أو عرض نهر وغيرها حتى قياس طول السنة الشمسية يعرف برصد ارتفاع الشمس وعلى الرغم من محافظة الرياضيات على مسلماتها القائمة منذ آلاف السنين فقد استجابت لأخطر التحديات العلمية والتقنية المعاصرة،

بل بعثت التطورات في علوم الحاسب الآلي والطب والأحياء والاقتصاد والمواصلات والاتصال وحماية البيئة وغزو الفضاء نشاطاً عارماً في الرياضيات التي يمكن أن نعتبرها أم العلوم الأساسية ولغة التقنية الحديثة وبناء عليه فإن الرياضيات تعتبر بحق العمود الفقري لتطور العلوم على اختلاف أنواعها وشعبها كما تشهد لها بذلك حاجة العلوم الأخرى ، إذ لا نكاد نتصور ازدهاراً معتبراً في شتى الميادين إلا بقدر ما نستحوذ عليه ونستوعبه في فروع الرياضيات .

لاشك أن التقدم العلمي قد أضحى أمراً أساسياً في نمو المجتمعات المعاصرة أكثر مما مضى فهو يدفعها إلى التفوق في الركب الحضاري ويؤهلها للتنافس والتدرج وبغيره تخر الأسس وتضمحل القواعد ولعل من أهم الأسباب لهذا التقدم تواصل المعارف والخبرات بين الأجيال وتطويرها في شتى المجالات وذلك من أجل المساهمة الفعالة والبناءة في رفع التحديات العلمية والتقنية المتعددة والمتزايدة أمام البلاد .

### التكامل بين الرياضيات وبعض العلوم الأخرى

بناء منهج للرياضيات بمعزل عن المنهج المدرسي قد يوافق بنية الرياضيات ذاتها، ويوافق فئة من المتعلمين من ذوى الذكاء العالي، لأنهم وحدهم الذين قد يستطيعون ربط الرياضيات بغيرها من العلوم

والمعارف الأخرى، فتقديم الرياضيات كمادة مجردة لا ترتبط بحاجات المتعلمين قد يضعف همهم لدراستها وينفرهم منها .

وأكدت العديد من المؤسسات والمجالس العالمية، أهمية التكامل بين المواد الدراسية خاصة الرياضيات وفروع المعرفة الأخرى، واهتمت بتوضيح العديد من الحالات التي توضح التفاعل بين الرياضيات والمواضيع الدراسية الأخرى أو مجتمع الحياة اليومي، ودور النماذج الرياضية في مثل هذه الحالات وإذا كان للرياضيات علاقة واسعة بالعلوم الأخرى ، سواء أكانت علوماً طبيعية كالفيزياء، والكيمياء، والأحياء، والهندسة، الخ، أم كانت علوماً اجتماعية كالسياسة والعلوم التربوية والقضائية الخ، فإن ذلك يؤكد على تكاملها مع هذه المواد، علماً بأن تكامل فروعها أمر ينبغي أن يكون محسوماً .

والتكامل نظام يؤكد على دراسة المواد دراسة متصلة ببعضها لإبراز علاقات، واستغلال هذه العلاقات لزيادة الوضوح والفهم، وهو يعد خطوة وسطى بين انفصال هذه المواد ودمجها دمجاً تاماً ويعرف التكامل أيضاً: بأنه تقديم المعرفة في نمط وظيفي على صورة مفاهيم متدرجة ومترابطة تغطي الموضوعات المختلفة بدون أن تكون هناك تجزئة أو تقسيم للمعرفة إلى ميادين منفصلة، أو إلى الأساليب والمداخل التي تعرض فيها المفاهيم وأساسيات العلوم، بهدف إظهار وحدة التفكير وتجنب التمييز والفصل غير المنطقي بين مجالات العلوم المختلفة



وتوصل دابرون إلى التعريف التالي للمواد المتكاملة: عندما يوصف منهج ما بالتكامل، فإن هذا يعني أن تخطيط هذا المنهج وطريقة تنفيذه مع الطلبة يؤديان إلى اكتسابهم للمفاهيم الأساسية التي توضح وحدة المواد المتكاملة، وطريقة دراسة المشكلات العلمية، وتساعدهم على إدراك أهمية هذه المواد ودورها في حياتهم اليومية وعالمهم الذي يعيشون فيه ومنهج المواد المتكاملة، عند تناوله للموضوعات والمشكلات، يتلافى التكرار الذي ينشأ عند دراسة فروع العلوم المنفصلة، كما أن هذا المنهج لا يعترف بالحواجز التقليدية المصطنعة بين المواد الدراسية.

والتكامل المشار إليه لا يعني فقط تكامل الموضوعات داخل فروع الرياضيات التي يتضمنها منهج الرياضيات، وإنما التكامل ككل مع المنهج المدرسي، فلا بد أن تتميز مناهج الرياضيات بالمرونة، فإذا كانت المشكلات الرياضية لا تعالج منفصلة، فهذا يدعو إلى النظرة الشمولية لمناهج الرياضيات ويشير مجدي عزيز إبراهيم لذلك عندما يعبر عن تعليم وتعلم الرياضيات بأنه نشاط في مجتمع المعرفة، والمعرفة لا تتجزأ، فمهما كانت المسائل الرياضية التي تعالجها فلسفة الرياضيات فإنها لم تعد منفصلة، إذ تشير عمارة الرياضيات إلى التداخل التام بين تلك المسائل، خاصة أن فروع المعرفة على الرغم من استقلالها تتشابه فيما بينها، كما يضيف أن تكامل المعرفة يحمي الإنسان من ضيق الأفق

وهذا ما يؤكد فاييز مراد مينا لا شك أن التكامل بين منهج الرياضيات ومناهج المواد الأخرى يبنى على ضوء الصلات الوثيقة بين مجالات المعرفة الإنسانية والاعتماد المتبادل فيما بينها، سواء من أجل نموها أم في مواقف الحياة الفعلية ومشكلاتها كما يرى أن المشكلات الاجتماعية بطبيعتها تصعب تجزئتها أو ردها إلى مجال دراسي أو مجموعة من المجالات الدراسية بصورة منفصلة، لذا فمن من الطبيعي ربط مناهج التعليم بالحياة، وتكامل هذه المناهج فيما بينها من جهة، وفيما بينها وبين الحياة من جهة أخرى، لمواجهة الأمور، والانطلاق في التصدي لقضايا التعليم من رؤية شاملة وتتمثل القضايا المتعلقة بتنظيم هذا المنهج في التكامل والتتابع، ففيما يتعلق بالتكامل، فإن المناهج الجديدة تسعى إلى إبراز الصلات عبر المعرفية في معظم مجالات الدراسة، بدلا من تقديم كل منها بصورة حادة الانفصال ، وبذا يتفق كل من مينا وإبراهيم والملا والشرقاوي والمجلس الأمريكي في نظرتهم إلى التكامل، لذا ينبغي الاهتمام بالرياضيات نفسها أيضاً، حيث إن الاتجاهات الحديثة تدعو إلي التوحيد بين موضوعات الفرع الواحد والفروع المختلفة، بحيث يكون هناك ارتباط عضوي بين وحداتها الدراسية، وارتباط فكري بين تتابعاتها، فقد حاول الرياضيون منذ فترة طويلة التوحيد بين فروع الرياضيات، فقد وحد ديكارت بين العدد والشكل، وقدم

الهندسة التحليلية كما قام كانتور وديكند بتوحيد الموضوعات الرياضية حول مفاهيم عامة مثل الفئة والنظام العددي والتركيب الرياضي .

وهناك العديد من المبررات لاستخدام التكامل تعكس ميزاته، منها:

١- المنهج المتكامل أكثر واقعية وأكثر ارتباطاً بمشكلات الحياة التي يواجهها الفرد في حياته، حيث أن أي مشكلة يواجهها الفرد في حياته غالباً ما يطلب حلها أكثر من لون من ألوان المعرفة التي يتعلمها الفرد، كما أن ارتباط المنهج بالحياة والبيئة يحفز الطالب ويزيد من ميله إلى دراستها، مما ينمي ميوله .

٢ - الأسلوب التكاملي يتفق مع نظرية الجشالت في علم النفس التربوي، حيث ان المتعلم يدرك الكل قبل الأجزاء والعموم قبل الخصوص وهكذا .

٣- تعمل المناهج المتكاملة على التخلص من عملية التكرار التي تتصف بها مناهج المواد المنفصلة، مما يوفر وقتاً لكل من المعلم والمتعلم، ولا يثير الملل لديهما، ويكون أكثر اقتصاداً في الجهد والمال ، كما أن المعرفة كل لا يتجزأ، ولا يمكن تحصيلها إلا بمنهج تكامل العلوم والتخصصات، وتداخلها، وتكاملها في الأثر والنتيجة .

٤- يراعي المنهج المتكامل خصائص النمو السيكولوجي والتربوي للتلاميذ من حيث مراعاة ميولهم واهتماماتهم واستعداداتهم في ما يقدم لهم من معارف وخبرات ومعلومات متكاملة، ما يخلق لديهم الميل

والدافع لدراسة هذه المعلومات، أي أن هذا المنهج يتخذ من ميول التلاميذ أساساً مهماً من أسس اختبار المشكلات والموضوعات التي يرغبون في دراستها وأوجه النشاط المتصلة بها، ما يدفع التلاميذ إلى بذل قصارى جهدهم لجمع المعلومات اللازمة لحل تلك المشكلات أو لدراسة هذه الموضوعات، وبذلك يكون التعلم أكثر نفعاً وأبقى أثراً، لأنه تعلم قائم علي رغبتهم ويتمشي مع ميولهم .

٥ - المناهج المتكاملة تعمل على تنمية المدرس مهنيًا وعلميًا، حيث يجد المعلم نفسه بحاجة دائمة لتطوير نفسه وتنويع معلوماته، وذلك لتناسب مع المعلومات المتشعبة والمتنوعة التي يقدمها لطلابه .

٦- تعين المناهج المتكاملة في مواجهة التحدي الذي نتج عن التغير والتطور السريع في عالم التعليم المدرسي، حيث أن التغير هو عملية حتمية تواكب الحياة وتعتبر مدى قدرة الفرد على متابعة هذا التغير أحد المقاييس المستخدمة لبيان مدى نجاحه في حياته .

٧-شمولية المشكلات المجتمعية والحياتية وطبيعتها المتكاملة وصعوبة تجزئتها .

٨- وحدة المعرفة الإنسانية وتكاملها والتكامل له ثلاثة أبعاد، هي: المجال، الشدة، الاستخدام البيئي ويتم تحديدها في ضوء الموضوعات المتكاملة، أما لبیب ومینا فقد ذكرا ثلاثة أبعاد أيضاً للتكامل هي مجال التكامل، وشدة التكامل، وعمق التكامل، وكذلك فإن الموضوعات والمواد

### المتكاملة تحدد درجة هذه الأبعاد

ومما لا شك فيه أن أي تكامل للمواد الدراسية يفترض أن يراعي ما يلي: أ-التكامل الأفقي: وذلك عن طريق إيجاد العلاقة الأفقية بين المجالات المختلفة التي يتكون منها المنهج، حيث يركز الاهتمام على موضوعات ذات عناصر مشتركة بين مجالات متصلة، كأن نربط بين ما يدرس في الرياضيات وما يدرس في العلوم والاجتماعات والتربية الفنية والرياضية وغيرها من فروع المعرفة المختلفة بالإضافة إلى نقل المبادئ التي يتعلمها التلميذ إلى أي فرع من فروع المعرفة، أو أي مشكلة تعترضه .

ب-التكامل الرأسي: أو ما يسميه البعض البناء الحلزوني أو اللولبي للمنهج، ويعني ببساطة التوجه نحو نسق العلم في المناهج، واتخاذ مفهوم محوري والارتقاء به عمقاً واتساعاً وتداخلاً في فروع العلم الأخرى وفي الحياة ويقترح راشد الكثيري أن يتم البدء باستخدام التكامل الرأسي المدخل الحلزوني في بدايات مراحل التعليم الرسمي، على أن توضح خرائط كدستور تنفيذ للعمل يوضح فيه: المجال ، والتسلسل ، والتوقيت والتداخلات المقصودة بين عناصر المحتوى المختلفة من داخل المقرر أو من خارجه، التي تدعم عمليات التعليم والتعلم، سواء أكانت بصورة مقررات إضافية أم أنشطة، وهذا أيضاً يدعم النماذج الرياضية، حيث إن المعلم الجيد يستطيع البدء في مراحل التعلم الأولية بطرح

المشكلات والموضوعات المناسبة للمستوى، وفي مستوى أعلى يقدم التطبيقات ذات الأفكار الأعمق ويتدرج في ذلك ليصل إلى مستوى تصبح فيه النمذجة نمطاً وسلوكاً عاماً للتعلم عموماً تصبح فيه النماذج نمطاً وسلوكاً عاماً للتعلم عموماً .