الفصل الثالث

المتباينات
Inequalities

(٣.١) ترميز [Notations]

درسنا في الفصل الثاني المعادلات الخطية في متغير واحد، مثل، $3+x=2$ و $3x=2$. قيمة x التي تحقق المعادلة الأولى هي $x=-1$ وقيمة x التي تحقق المعادلة الثانية هي $x=\frac{2}{3}$. لكن ماذا لو أردنا إيجاد جميع قيم x التي تحقق $3+x>2$ أو $3+x\le 2$ أو $3x\ge 2$ ؟ كل من هذه الصيغ تسمى متباينة خطية في متغير واحد. ونستخدم الرموز $>$ ، $<$ ، $\le$ ، $\ge$ للتعبير عن المتباينة وتقرأ هذه الرموز على النحو التالي:

الرمز	المعنى	أمثلة
$x>y$	x أكبر من y	$4>3$ ، $-5>-7$ ، $2\frac{1}{2}>2$
$x<y$	x أصغر من y	$3<4$ ، $-7<-5$ ، $2<2\frac{1}{2}$
$x\ge y$	x أكبر من أو تساوي y	$4\ge 3$ ، $4\ge 4$ ، $-2\ge -3$
$x\le y$	x أصغر من أو تساوي y	$3\le 4$ ، $4\le 4$ ، $-3\le -2$

(٣.٢) حل المتباينات [Solving Inequalities]

المتباينات المتكافئة هي المتباينات التي لها نفس مجموعة الحل. أي أن المتباينات المتكافئة هي المتباينات التي تحقق نفس القيم. يمكن تحويل متباينة إلى متباينة مكافئة لها باستخدام واحدة أو أكثر من القواعد التالية:

(١) اضافة العدد نفسه إلى طرفي المتباينة.

(٢) طرح العدد نفسه من طرفي المتباينة.

(٣) ضرب طرفي المتباينة بعدد موجب.

(٤) قسمة طرفي المتباينة على عدد موجب.

(٥) ضرب طرفي المتباينة بعدد سالب وتغيير إشارة المتباينة من $>$ إلى $<$ (أو $\leq$ إلى $\geq$).

(٦) قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب وتغيير إشارة المتباينة من $>$ إلى $<$ (أو $\leq$ إلى $\geq$).

يمكن التعبير عن هذه القواعد باستخدام الرموز على النحو التالي:

(١) إذا كان $a < b$ فإن $a + c < b + c$.

(٢) إذا كان $a < b$ فإن $a - c < b - c$.

(٣) إذا كان $a < b$ وكان $c > 0$ فإن $ac < bc$.

(٤) إذا كان $a < b$ وكان $c > 0$ فإن $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

(٥) إذا كان $a < b$ وكان $c < 0$ فإن $ac > bc$.

(٦) إذا كان $a < b$ وكان $c < 0$ فإن $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

إحدى الخصائص الأخرى المهمة للمتباينات هي خاصية التعدي والتي تنص على

(٧) إذا كان $a < b$ و $b < c$ فإن $a < c$.

مثال (١) إذا كان $a < b$ وكان العددان موجبين معاً أو سالبين معاً فإن $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$

.

الحل

لنفرض أن $c = \frac{1}{ab}$. عندئذ، $c > 0$. وبهذا نجد أن

$$\begin{aligned} a < b &\Rightarrow a \times c < b \times c \\ &\Rightarrow a \times \frac{1}{ab} < b \times \frac{1}{ab} \\ &\Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a} \end{aligned}$$

◇

أحيانا يمكن استخدام خط الأعداد الحقيقية للتعبير عن مجموعة حل المتباينة، فمثلاً

يعني أن $a < x < b$ وأن

يعني أن $a \leq x \leq b$ وهكذا.

(لاحظ أن $a < x < b$ يعني أن $a < x$ و $x < b$).

مثال (٢) جد مجموعة حل المتباينة $3x + 4 > 5x - 1$.

الحل

$$\begin{aligned} 3x+4>5x-1 &\Leftrightarrow 4>2x-1 \\ &\Leftrightarrow 5>2x \\ &\Leftrightarrow \frac{5}{2}>x \end{aligned}$$

إذن، مجموعة الحل هي جميع الأعداد الحقيقية التي أصغر من $\frac{5}{2}$. ◇

مثال (٣) جد مجموعة حل المتباينة $x-7\le 2x+3<x+7$.

الحل

لدينا هنا في الواقع متباينتان هما

$2x+3<x+7$ و $x-7\le 2x+3$. الآن،

$$2x+3<x+7 \Leftrightarrow x+3<7 \Leftrightarrow x<4$$

أيضاً

$$x-7\le 2x+3 \Leftrightarrow -7\le x+3 \Leftrightarrow -10\le x$$

إذن، مجموعة الحل هي $-10\le x<4$. ◇

مثال (٤) حل المتباينة $\frac{1}{x-3}\le 2$.

الحل

قد يبدو للوهلة الأولى أن بالإمكان الحصول على الحل كما يلي:

$$\frac{1}{x-3}\le 2 \Leftrightarrow 1\le 2(x-3) \Leftrightarrow 1\le 2x-6 \Leftrightarrow \frac{7}{2}\le x$$

وهذا ليس صحيحاً لأننا لا نعلم مسبقاً أن $x-3>0$ (وهذا ما افترضناه في المكافئة الأولى من الحل). ولكننا نستطيع تفادي ذلك بملاحظة أولاً أن $x\neq 3$ لأن ذلك يجعل المقام $x-3$ صفراً وبهذا يكون المقدار $\frac{1}{x-3}$ غير معرف.ندرس

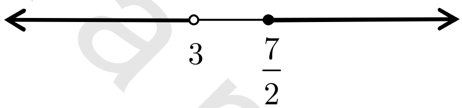
إذن، الحالتين التاليتين:

$x-3>0$: في هذه الحالة تكون الخطوات السابقة صحيحة ونحصل على $\frac{7}{2} \geq x$. وهكذا فإن الحل في المجال $x-3>0$ هو $x \geq \frac{7}{2}$.

$x-3<0$: في هذه الحالة نجد أن

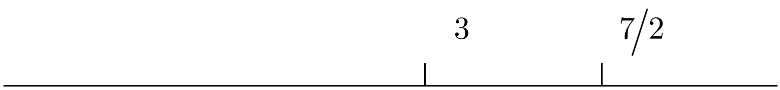
$$\frac{1}{x-3} \leq 2 \Leftrightarrow 1 \geq 2(x-3) \Leftrightarrow 1 \geq 2x-6 \Leftrightarrow \frac{7}{2} \geq x$$

وبما أن $x<3$ فنجد أن مجموعة الحل في هذا المجال هي $x<3$ و $x \leq \frac{7}{2}$. أي $x<3$. ويمكن تمثيل ذلك على خط الأعداد على النحو التالي:



وهكذا فإن الحل العام هو كل قيم x التي تحقق $\frac{7}{2} \geq x$ أو $x<3$.

حل آخر: من الممكن حل هذه المتباينة بطريقة أسرع وأسهل وذلك بإتباع الاستراتيجية العامة التالية : اجعل أحد طرفي المتباينة يساوي صفراً. وبهذا فالمطلوب إيجاد قيم x التي تجعل المقدار $\frac{1}{x-3}-2$ عدداً غير موجب. ولكن $\frac{1}{x-3}-2=\frac{7-2x}{x-3}$. وبما أن إشارة الكسر تحددها إشارتا البسط والمقام فيلزم أن نحدد مجالإشارة كل منهما. ويتم ذلك بالاستعانة بخط الأعداد كما هو موضح في الشكل أدناه.



$+++$	$+++$	$---$	إشارة $7-2x$
$---$	$+++$	$+++$	إشارة $x-3$
$-$	$+$	$-$	إشارة $\dfrac{7-2x}{x-3}$

إذن، مجموعة الحل هي $x<3$ أو $x \geq \frac{7}{3}$ وهذا يتفق مع ما وجدناه في الحل الأول. ◇

مثال (٥) حل المتباينة $2x-3<7<x+5$.

الحل

$$2x-3<7 \Leftrightarrow 2x<10 \Leftrightarrow x<5$$
$$7<x+5 \Leftrightarrow 2<x$$

إذن، $2<x<5$. ◇

مثال (٦) مثلث ABC فيه $AB=5$ ، $AC=6$ جد جميع القيم الممكنة لطول الضلع BC .

الحل

نفرض أن $BC=x$. من متباينة المثلث نحصل على المتباينات الثلاث:

$$BC<AB+AC \Leftrightarrow x<5+6 \Leftrightarrow x<11$$
$$AC<AB+BC \Leftrightarrow 6<5+x \Leftrightarrow 1<x$$
$$AB<AC+BC \Leftrightarrow 5<6+x \Leftrightarrow -1<x$$

وبما أن $x>0$ فنجد أن $1<x<11$. ◇

مثال (٧) أرادت عبير وأختها الصغرى شراء هدية لوالدهما. ساهمت عبير بمبلغ 40 ريالاً أكثر من مساهمة الأخت الصغرى. إذا كان ثمن الهدية لا يزيد عن 300 ريالاً. ما هي أعلى قيمة للمبلغ الذي ساهمت به عبير ؟

الحل

لنفرض أن x هو المبلغ الذي ساهمت به عبير. عندئذ، المبلغ الذي ساهمت به الأخت الصغرى هو $x - 40$. وبما أن ثمن الهدية لا يزيد عن 300 ريالاً فنحصل على

$$\begin{aligned} x + (x - 40) \leq 300 &\Leftrightarrow 2x \leq 340 \\ &\Leftrightarrow x \leq 170 \end{aligned}$$

وبهذا يكون المبلغ الذي ساهمت به عبير لا يزيد عن 170 ريالاً. ◇

مثال (٨) إذا كانت قيمة العدد x مقرباً إلى مرتبة (خانة) واحدة هو 12.7 فما هي قيم x الممكنة ؟

الحل

هذا مثال بسيط حيث نعلم أن القيم الممكنة يجب أن تحقق المتباينة $12.65 \leq x < 12.75$. ◇

مثال (٩) جد الأعداد الصحيحة x التي تحقق المتباينة $x < 10\sqrt{2.5} < x + 1$.

الحل

$$\begin{aligned} x < 10\sqrt{2.5} < x + 1 &\Leftrightarrow x < 15.8 < x + 1 \\ &\Leftrightarrow 14.8 < x < 15.8 \end{aligned}$$

إذن، القيمة الصحيحة الوحيدة التي تحقق المتباينة هي $x = 15$. ◇

مثال (١٠) إذا كان $5 \leq x \leq 7$ و $6.5 \leq y \leq 9.5$ فما هي أعلى وأصغر قيمة للمقدار $\frac{x}{y}$ ؟

الحل

أعلى قيمة للمقدار $\frac{x}{y}$ هي خارج قسمة أكبر قيمة للمقدار xعلى أصغر قيمة للمقدار y. أي، $1\frac{1}{13} = \frac{7}{6.5}$.

أصغر قيمة للمقدار $\frac{x}{y}$ هي خارج قسمة أصغر قيمة للمقدار xعلى أعلى قيمة للمقدار y. أي، $1\frac{1}{19} = \frac{10}{19} = \frac{5}{9.5}$.

إذن، $1\frac{1}{19} \leq \frac{x}{y} \leq 1\frac{1}{13}$. ◇

(٣.٣) المتباينات الخطية في متغيرين

[Linear Inequalities In Two Variables]

لقد بينا كيفية تمثيل حل المتباينة الخطية في متغير واحد x على خط الأعداد. ولكن هذا التمثيل غير ممكن في حالة المتباينات الخطية في متغيرين والتي تأخذ أحد الشكلين

$$ax + by < c$$
$$ax + by \leq c$$

ولذا، كي نستطيع حل المتباينة في متغيرين نستعين بالمستوى الديكارتي ويتم ذلك على النحو التالي :

(١) نقوم برسم المستقيم $ax + by = c$.

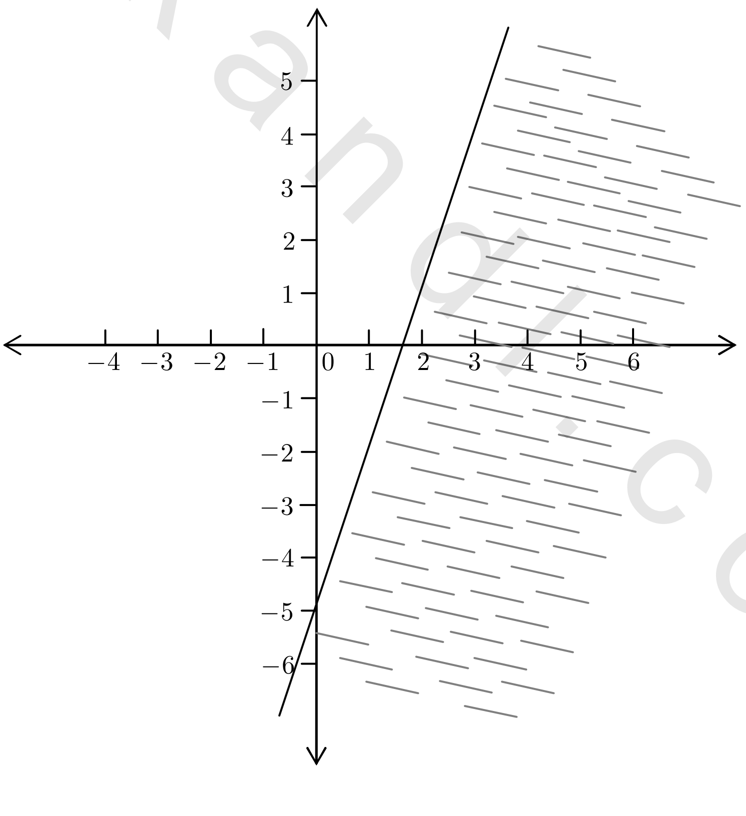
(٢) لتحديد منطقة مجموعة الحل نقوم بتجريب نقطة (x_1, y_1) لا تقع على المستقيم ومن ذلك يتم تحديد المنطقة.

نوضح ذلك بالمثال التالي :

مثال (١١) جد مجموع حل المتباينة $3x - y > 5$.

الحل

نرسم المستقيم $3x - y = 5$. نستطيع دائماً رسم مستقيم بمعرفة نقطتين عليه ويتم ذلك باختيار قيمتين للمتغير x (أو y) والتعويض في المعادلة لايجاد القيمتين المقابلتين للمتغير y (أو x). في مثالنا، نفرض أن قيمتي x هما $x_1 = 0$ و $x_2 = 1$. عندئذ، نجد أن $y_1 = -5$ و $y_2 = +2$. والنقطتان هما $(0, -5)$ و $(1, +2)$. وبهذا فالمستقيم موضح في الشكل أدناه.



الآن، نجرب نقطة لا تقع على المستقيم ولتكن $(4,2)$. عندئذ،

$$3 \times 4 - 2 = 12 - 2 = 10 > 5$$

ولذا فالنقطة تحقق المتباينة وتكون منطقة الحل هي المنطقة الواقعة على يمينالمستقيم. ◇

ملحوظة

ندرس في الجزء الثاني من هذه السلسلة كيفية إيجاد حلول نظام متباينات خطية في متغيرين.

(٣.٤) متباينات الدرجة الثانية [Quadratic Inequalities]

متباينة الدرجة الثانية في متغير واحد تأخذ إحدى الصورتين

$$ax^2 + bx + c < 0 \quad (\text{أو} \quad ax^2 + bx + c \leq 0)$$

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad (\text{أو} \quad ax^2 + bx + c \geq 0)$$

وأفضل استراتيجية لحلها تكون بدراسة إشارة المقدار $ax^2 + bx + c$ ونوضح ذلك في المثالين التاليين.

مثال (١٢) جد مجموعة حل المتباينة $x^2 < 2x + 3$.

الحل

$$x^2 < 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) < 0$$

وبدراسة الإشارات نجد أن

		-1	3
إشارة $x+1$	$- - -$	$+ + +$	$+ + +$
إشارة $x-3$	$- - -$	$- - -$	$+ + +$

إشارة $(x+1)(x-3)$	$+$	$-$	$+$

إذن، مجموعة الحل هي $-1 < x < 3$. ◇

مثال (١٣) جد مجموعة حل المتباينة $\frac{3x-1}{x+3} > x-1$.

الحل

$$\frac{3x-1}{x+3} > x-1 \Leftrightarrow (x-1) - \frac{3x-1}{x+3} < 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{x^2-x-2}{(x+3)} < 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-2)}{(x+3)} < 0$$

وبرسم إشارات المقادير $x+1$ ، $x-2$ ، $x+3$ على خط الأعداد نجد أن

			-1 -3	2
إشارة $x-2$	$- - -$	$- - -$	$- - -$	$+ + +$
إشارة $x+1$	$- - -$	$- - -$	$+ + +$	$+ + +$
إشارة $x+3$	$- - -$	$+ + +$	$+ + +$	$+ + +$
إشارة $\frac{(x+1)(x-2)}{(x+3)}$	$-$	$+$	$-$	$+$

إذن، مجموعة الحل هي $x < -3$ أو $-1 < x < 2$. ◇

(٣.٥) مقارنة الأعداد [Comparing Numbers]

من الممكن استخدام خصائص المتباينات للمقارنة بين عددين أو أكثر وهذا ما توضحه الأمثلة التالية.

مثال (١٤) أي العددين $5\sqrt{2}$ ، $3\sqrt{3}$ هو الأكبر ؟

الحل

بملاحظة أن $9 \times 3 < 25 \times 2$ نجد أن $\sqrt{9 \times 3} < \sqrt{25 \times 2}$. أي أن $3\sqrt{3} < 5\sqrt{2}$. ◇

مثال (١٥) أي العددين $\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{5}}}$ ، $\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{7}}}$ هو الأكبر ؟

الحل

لاحظ بعمليات تربيع متتالية للعددين نحصل على

$$3\sqrt{5\sqrt{5}}، \quad 5\sqrt{3\sqrt{7}}$$

$$3^2 \times 5\sqrt{5}، \quad 5^2 \times 3\sqrt{7}$$

$$3^4 \times 5^2 \times 5، \quad 5^4 \times 3^2 \times 7$$

ولهذا نقارن بين العددين $3^4 \times 5^3$ و $5^4 \times 3^2 \times 7$. الآن،

$$\begin{aligned} 3^4 \times 5^3 &= 3^2 \times 5^3 \times 3^2 \\ &< 3^2 \times 5^3 \times 35 \\ &= 3^2 \times 5^3 \times 5 \times 7 \\ &= 3^2 \times 5^4 \times 7 \end{aligned}$$

إذن، $\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{5}}} < \sqrt{5\sqrt{3\sqrt{7}}}$. ◇

مثال (١٦) أي من العددين $A = \dfrac{54321}{54322}$ و $B = \dfrac{654321}{654322}$ هو الأكبر ؟

الحل

لاحظ أن

$$A = \frac{54321}{54322} = 1 - \frac{1}{54322}$$
$$B = \frac{654321}{654322} = 1 - \frac{1}{654322}$$

الآن،

$$\begin{aligned} 654322 > 54322 &\Leftrightarrow \frac{1}{654322} < \frac{1}{54322} \\ &\Leftrightarrow \frac{-1}{654322} > \frac{-1}{54322} \\ &\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{6543222} > 1 - \frac{1}{54322} \\ &\Leftrightarrow B > A \end{aligned}$$

حل آخر:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} = \frac{54322}{54321} &= 1 + \frac{1}{54321} \\ &> 1 + \frac{1}{654321} \\ &= \frac{654322}{654321} = \frac{1}{B} \end{aligned}$$

إذن، $B > A$. ◇

مثال (١٧) رتب الأعداد تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر)

5^{25}، 4^{50}، 3^{100} ، 2^{200}

الحل

لاحظ أن

$$2^{200} = \left(2^8\right)^{25} = \left(256\right)^{25}$$
$$3^{100} = \left(3^4\right)^{25} = \left(81\right)^{25}$$
$$4^{50} = \left(16\right)^{25}$$

وبما أن $256 > 81 > 16 > 5$ فنجد أن

$$5^{25} < (16)^{25} < (81)^{25} < (256)^{25}$$
$$5^{25} < 4^{50} < 3^{100} < 2^{200}$$

(٣.٦) مسائل محلولة

(١) قيم x التي تحقق المتباينة $2x + 1 < 3 - x$ هي

(أ) $x < \frac{2}{3}$ (ب) $x > \frac{2}{3}$ (ج) $x \leq \frac{2}{3}$ (د) $x \geq \frac{2}{3}$.

(٢) قيم x التي تحقق المتباينة $8 > 2x + 7 \geq 3x - 9$ هي

(أ) $x \leq -\frac{1}{2}$ (ب) $x < \frac{1}{2}$ (ج) $x > -\frac{1}{2}$ (د) $x > \frac{1}{2}$.

(٣) أضيف 5 إلى ثلاثة أمثال عدد صحيح x فكان الناتج أصغر من $5\frac{1}{2}$ وأكبر من 1. ما مجموع قيم x التي تحقق ذلك ؟

(أ) -1 (ب) 0 (ج) 1 (د) 2

(٤) عدد القيم الصحيحة الموجبة x التي تحقق المتباينة $2(x + 4) > 3(x - 1) + 6$ هو

(أ) 1 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5

(٥) حصل فيصل على الدرجات 86، 85، 89 في الاختبارات الثلاث الأولى. ما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها فيصل في الاختبار الرابع لكي يكون متوسط درجاته في الاختبارات الأربعة 90على الأقل ؟

(أ) 90 (ب) 93 (ج) 98 (د) 100

(٦) ترغب سعاد في شراء جوال ولكن المبلغ الذي بحوزها لا يكفي لذلك حيث تحتاج إلى 2000 ريال على الأقل لكي تتمكن من توفير ثمن الجوال. اتفقت مع والدها على أن تساعدها في أعمال المترل وتدفع لها الوالدة 80 ريالاً مقابل كل يوم عمل. ما أقل عدد من الأيام التي يجب أن تعمل بها سعاد لكي تتمكن من شراء الجوال ؟

(أ) 20 (ب) 25 (ج) 30 (د) 35

(٧) أكبر عدد صحيح x يحقق المتباينة $\frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}) \geq \frac{x}{2}-1$ هو

(أ) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 3

(٨) ما العدد الصحيح الذي يحقق المتباينتين

$4 < x-2 < 8$ و $9 < 2x+1 < 17$,

(أ) 3 (ب) 5 (ج) 7 (د) 9

(٩) العدد الصحيح x الذي يحقق $x+1 > 5\sqrt{1.6} > x$ هو

(أ) 3 (ب) 4 (ج) 5 (د) 6

(١٠) إذا كان $6912 < 4n^3 < 13500$ فإن مجموع الأعداد الصحيحة n التي تحقق ذلك هو

(أ) 13 (ب) 14 (ج) 27 (د) 40

(١١) [AHSME 1951] إذا كان $x > 0$ ، $y > 0$ ، $z \neq 0$ ، $x > y$ فإن المتباينة التي قد لا تكون صائبة هي:

(أ) $x+z > y+z$ (ب) $x-z > y-z$

(ج) $xz > yz$ (د) $\frac{x}{z^2} > \frac{y}{z^2}$

(١٢) [AHSME 1967] إذا كان $\frac{a}{b} < -\frac{c}{d}$ حيث a ، b ، c ، d أعداد حقيقية تحقق $bd \neq 0$ فإن

(أ) لا بد وأن يكون a سالباً (ب) لا بد وأن يكون a موجباً

(ج) $a \leq 0$ ولكن a ليس موجباً

(د) قد يكون a سالباً أو موجباً أو صفراً

(١٣) [AHSME 1996] إذا كان $0 < a < b < c < d$ فما المقدار الأكبر من بين المقادير التالية ؟

(أ) $\frac{a+b}{c+d}$ (ب) $\frac{c+d}{a+b}$ (ج) $\frac{b+c}{a+d}$ (د) $\frac{b+d}{a+c}$

(١٤) [Aust.Math.Comp.1981] إذا رتبنا الأعداد الصحيحة $n+1$ ، $n-1$ ، $n-6$ ، $n-5$ ، $n+4$ تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر) فما العدد الأوسط ؟

(أ) $n+1$ (ب) $n-1$ (ج) $n-5$ (د) $n-4$

(١٥) [Aust.Math.Comp.1983] أطوال أضلاع مثلث بالسنتيمتر هي 11 ، $7\frac{1}{2}$ ، x حيث x عدد صحيح موجب. ما أصغر قيمة للضلع x ؟

(أ) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5

(١٦) [AJHSME 1986] إذا كان $200 \le a \le 400$ وكان $600 \le b \le 1200$ فما أكبر قيمة للكسر $\frac{b}{a}$ ؟

(أ) $\frac{3}{2}$ (ب) 6 (ج) 300 (د) 600

(١٧) [AJHSME 1987] أي من الكسور التالية هو الأكبر ؟

(أ) $\frac{151}{301}$ (ب) $\frac{100}{201}$ (ج) $\frac{17}{35}$ (د) $\frac{4}{9}$

(١٨) العدد $\sqrt{122}$:

(أ) يساوي 12 (ب) أقل من 11 (ج) بين 11 و 12 (د) أكبر من 12

(١٩) [AMC8 2001] الترتيب الصحيح للأعداد 2^{24} ، 5^{12} ، 10^8 هو

(أ) $2^{24} < 10^8 < 5^{12}$ (ب) $2^{24} < 5^{12} < 10^8$

(ج) $5^{12} < 2^{24} < 10^8$ (د) $10^8 < 5^{12} < 2^{24}$

(٢٠) [AMC8 2007] لنفرض أن $0 < a < b < c$. العبارة الخاطئة دائماً هي:

(أ) $a + c < b$ (ب) $ab < c$ (ج) $a + b < c$ (د) $\frac{c}{b} = a$

(٢١) [Aust.Math.comp.1983] إذا كان $0 < p < 1$ فواحدة فقط من بين العبارات التالية صائبة. من هي ؟

(أ) $p > \sqrt{p}$ (ب) $\frac{1}{p} > \sqrt{p}$ (ج) $p > \frac{1}{p}$ (د) $p^3 > p^2$.

(٢٢) [Aust.Math.Comp.1978] إذا كان $a > 0$ و $b < 0$ فما العبارة الصائبة من بين العبارات التالية ؟

(أ) $a > -b$ (ب) $-a > b$ (ج) $a - b > 0$ (د) $ab > 0$.

(٢٣) إذا كان $x < y < 0$ و $a < b < 0$ فإن

(أ) $\frac{x}{b} > \frac{y}{a}$ (ب) $\frac{x}{a} > \frac{y}{b}$ (ج) $\frac{x}{b} < \frac{y}{a}$ (د) $\frac{x}{a} < \frac{y}{b}$

(٢٤) لنفرض أن $x > 0$ و $y < 0$. أي المتباينات صائبة:

(أ) $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ (ب) $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ (ج) $\frac{1}{x} < y$ (د) $\frac{1}{y} > x$

(٢٥) إذا كان $a = \sqrt{3\sqrt[3]{2}}$ وكان $b = \sqrt[3]{2\sqrt{3}}$ ، $c = \sqrt{2\sqrt[3]{3}}$ فإن

(أ) $c < a < b$ (ب) $b < a < c$

(ج) $b < c < a$ (د) $c < b < a$

(٢٦) أي من العبارات التالية صائبة:

(أ) $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3} < \sqrt[5]{5}$ (ب) $\sqrt[3]{3} < \sqrt{2} < \sqrt[5]{5}$

(ج) $\sqrt[5]{5} < \sqrt[3]{3} < \sqrt{2}$ (د) $\sqrt[5]{5} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

(٢٧) [Aust.Math.Comp.1980] إذا كان $x > 5$ فما أصغر الأعداد التالية:

(أ) $\frac{5}{x}$ (ب) $\frac{5}{x+1}$ (ج) $\frac{x}{5}$ (د) $\frac{5}{x-1}$

(٢٨) [Aust.Math.Comp.1980] لكل عدد حقيقي c ، العبارة الصائبة هي:

(أ) $8c > 4c$ (ب) $4c > 8c$

(ج) $8c^2 > 4c^2$ (د) $8 + c > 4 + c$

(٢٩) إذا مثلنا مجموعة حل المتباينة $1 \le 2x - 1 \le 11$ على خط الأعداد فما طول الفترة ؟

(أ) 3 (ب) 4 (ج) 5 (د) 6

(٣٠) [Aust.Math.Comp.1980] إذا كان $-2.4 < x < -1.5$ وكان $0 < p < 2$ فإن

(أ) $0 < px < 3$ (ب) $-4.8 < px < -3.6$

(ج) $-4.8 < px < 0$ (د) $-4.8 < px < -3$

(٣١) إذا كانت $-6 < x \le 5$ و $-5 \le y \le 10$ فما أعلى قيمة للمقدار $x^2 - y^2$ ؟

(أ) 25 (ب) 36 (ج) 64 (د) 90

(٣٢) إذا كان x عدداً حقيقياً موجباً فإن

(أ) $x + \frac{1}{x} \ge 2$ (ب) $x + \frac{1}{x} > 1$

(ج) $1 < x + \frac{1}{x} < 2$ (د) $x + \frac{1}{x} < 0$

(٣٣) مجموعة حل المتباينة $x^2 - 10x + 25 \ge 0$ هي

(أ) $0 \le x \le 5$ (ب) $x > 5$

(ج) جميع الأعداد الحقيقية (د) $x \ge 25$

(٣٤) طول الفترة على خط الأعداد التي تحقق المتباينة $(x+1)^2 \le 5x+1$ هو

(أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 5

(٣٥) إذا كان $-5 \le x \le 2$ وكان $1 \le y \le 7$ فما هي القيمة الكبرى للمقدار $\frac{1}{y} - \frac{x^2}{y^2}$ ؟

(أ) 22 (ب) 23 (ج) $24\frac{6}{7}$ (د) $25\frac{1}{7}$

(٣٦) إذا أضفنا 5 إلى ثلاث أمثال عدد صحيح x كان العدد الناتج لا يزيد عن 6 ولا يقل عن 3. ما هي قيمة x ؟

(أ) -2 (ب) 0 (ج) 2 (د 3)

(٣٧) اقترح مجموعة من التلاميذ على إدارة المدرسة تنظيم رحلة مدرسية فوافقت الإدارة على أن يساهم كل من يرغب الإنضمام إلى الرحلة بمبلغ 30 ريالاً وساهمت المدرسة بمبلغ 500 ريالاً. إذا اشترطت إدارة المدرسة أن لا يقل المبلغ المرصود للرحلة عن 1500 ريالاً فما هو أقل عدد للتلاميذ اللازم لإتمام الرحلة ؟

(أ) 33 (ب) 34 (ج) 36 (د) 40

(٣.٧) حلول المسائل

(١) الإجابة هي (أ):

$$2x+1<3-x \Leftrightarrow 3x<2 \Leftrightarrow x<\frac{2}{3}\,.$$

(٢) الإجابة هي (ب):

$$8>2x+7 \Leftrightarrow 1>2x \Leftrightarrow \frac{1}{2}>x$$
$$2x+7\geq 3x-9 \Leftrightarrow x\leq 16$$

إذن، $\frac{1}{2}>x$ و $16\geq x$. أي أن $x<\frac{1}{2}$.

(٣) الإجابة هي (أ): لدينا

$$1<3x+5<5\frac{1}{2} \Leftrightarrow -4<3x<\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{-4}{3}<x<\frac{1}{6}$$

العددان الصحيحان اللذان يحققان ذلك هما -1 و 0 ومجموعهما يساوي -1.

(٤) الإجابة هي (ج):

$$\begin{aligned}2(x+4)>3(x-1)+6 &\Leftrightarrow 2x+8>3x+3\\ &\Leftrightarrow 3x-2x<8-3\\ &\Leftrightarrow x<5\end{aligned}$$

إذن، الأعداد الصحيحة الموجبة التي تحقق ذلك هي 1، 2، 3، 4 وعددها 4.

(٥) الإجابة هي (د): لنفرض أن x هي درجة الاختبار الرابع. عندئذ، نجد أن

$$\begin{aligned}\frac{x+89+85+86}{4}\geq 90 &\Leftrightarrow \frac{x+260}{4}\geq 90\\ &\Leftrightarrow x+260\geq 360\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 360 - 260$$
$$\Leftrightarrow x \geq 100$$

بما أن الدرجة القصوى للاختبار هي 100 فإن فيصل يجب أن يحصل على درجة على الأقل 100 فتكون الإجابة هي 100.

(٦) الإجابة هي (ب): نفرض أن عدد الأيام هو x. عندئذ،

$$80x \geq 2000 \Leftrightarrow x \geq \frac{2000}{80} \Leftrightarrow x \geq 25$$

إذن، أصغر عدد x يحقق ذلك هو 25.

(٧) الإجابة هي (ب):

$$\begin{aligned}
1-\frac{x}{2} \geq \frac{1}{3}(x-\frac{1}{3}) &\Leftrightarrow 1-\frac{x}{2} \geq \frac{1}{3}x-\frac{1}{9}\\
&\Leftrightarrow -\frac{x}{2}-\frac{1}{3}x \geq -\frac{1}{9}-1\\
&\Leftrightarrow -\frac{5}{6}x \geq \frac{-10}{9}\\
&\Leftrightarrow -x \geq \frac{-10}{9}\times\frac{6}{5}\\
&\Leftrightarrow -x \geq \frac{-4}{3}\\
&\Leftrightarrow x \leq \frac{4}{3}
\end{aligned}$$

إذن، أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة هو $x=1$.

(٨) الإجابة هي (ج):

$$4 < x-2 < 8 \Leftrightarrow 4+2 < x < 8+2 \Leftrightarrow 6 < x < 10$$

$$\begin{aligned}
9 < 2x+1 < 17 &\Leftrightarrow 9-1 < 2x < 17-1\\
&\Leftrightarrow 8 < 2x < 16\\
&\Leftrightarrow 4 < x < 8
\end{aligned}$$

ولذا فالعدد الصحيح المطلوب هو العدد x الذي يحقق $10 > x > 6$ و $8 > x > 4$. ولذا فإن $x = 7$.

(٩) الإجابة هي (د):

$$\begin{aligned} x < 5\sqrt{1.6} < x+1 &\Leftrightarrow x < 5 \times 1.27 < x+1 \\ &\Leftrightarrow x < 6.32 < x+1 \end{aligned}$$

إذن، $x < 6.32$ و $x > 5.32$. أي أن $5.32 < x < 6.32$.

والعدد الصحيح الوحيد الذي يحقق ذلك هو $x = 6$.

(١٠) الإجابة هي (ج):

$$\begin{aligned} 6912 < 4n^3 < 13500 &\Leftrightarrow 1728 < n^3 < 3375 \\ &\Leftrightarrow \sqrt[3]{1728} < \sqrt[3]{n^3} < \sqrt[3]{3375} \\ &\Leftrightarrow 12 < n < 15 \end{aligned}$$

إذن، العددان الصحيحان اللذان يحققان المتباينة هما 13 و 14 ومجموعهما يساوي 27 .

(١١) الإجابة هي (ج): إضافة أو طرح عدد لطرفي المتباينة يحافظ على الترتيب. ولذا فإن (أ) و (ب) صائبتان. كذلك $z^2 > 0$ ومن ثم ضرب طرفي متباينة بعدد موجب يحافظ على الترتيب. إذا كان $z < 0$ وكان $x > y$ فإن $xz < yz$. وبهذا فالمتباينة الخاطئة هي (ج).

(١٢) الإجابة هي (د):

خذ $a = 1$ ، $b = 1$ ، $c = -2$ ، $d = 1$. عندئذ، المتباينة محققة.

خذ $a = 0$ ، $b = 1$ ، $c = -2$ ، $d = 1$ وتتحقق المتباينة أيضاً في هذه الحالة.

وأخيراً، بوضع $a=-1$، $b=1$، $c=0$ ، $d=0$ نجد أن المتباينة محققة أيضاً. وبهذا فإن الإجابة الصائبة هي (د).

(١٣) الإجابة هي (ب): يكون الكسر أكبر ما يمكن عندما يكون البسط أكبر ما يمكن والمقام أصغر ما يمكن. الآن أكبر قيمة ممكنة للبسط هي $c+d$ وأصغر قيمة ممكنة للمقام هي $a+b$. إذن، أكبر المقادير هو $\dfrac{c+d}{a+b}$.

(١٤) الإجابة هي (ب): ترتيب الأعداد هو

$$n-6<n-5<n-1<n+1<n+4$$

ولذا فالعدد الأوسط هو $n-1$.

(١٥) الإجابة هي (ج): لدينا المتباينات الثلاث

$$x+11>7\frac{1}{2} \Leftrightarrow x>-3\frac{1}{2}$$
$$x+7\frac{1}{2}>11 \Leftrightarrow x>3\frac{1}{2}$$
$$7\frac{1}{2}+11>x \Leftrightarrow 18\frac{1}{2}>x$$

إذن، $3\frac{1}{2}<x<18\frac{1}{2}$. وأصغر قيمة صحيحة للعدد x هي $x=4$.

(١٦) الإجابة هي (ب): نحصل على القيمة الكبرى لكسر عندما يكون البسط كبيراً والمقام صغيراً. إذن، $b=1200$ و $a=200$ ويكون

$$\frac{b}{a}=\frac{1200}{200}=6.$$

(١٧) الإجابة هي (أ): لاحظ أن

$$\frac{100}{201}<\frac{100.5}{201}=\frac{1}{2} \quad ، \quad \frac{17}{35}<\frac{17.5}{35}=\frac{1}{2} \quad ، \quad \frac{4}{9}<\frac{4.5}{9}=\frac{1}{2}.$$

ولكن $\frac{1}{2} = \frac{150.5}{301} < \frac{151}{301}$.

(١٨) الإجابة هي (ج): لاحظ أن

$$121 < 122 < 144 \Leftrightarrow \sqrt{121} < \sqrt{122} < \sqrt{144}$$
$$\Leftrightarrow 11 < \sqrt{122} < 12$$

(١٩) الإجابة هي (أ): لاحظ أن

$$2^{24} = \left(2^6\right)^4 = (64)^4$$
$$5^{12} = \left(5^3\right)^4 = (125)^4$$
$$10^8 = \left(10^2\right)^4 = (100)^4$$

وبما أن $64 < 100 < 125$ فإن $(64)^4 < (100)^4 < (125)^4$ ويكون $2^{24} < 10^8 < 5^{12}$.

(٢٠) الإجابة هي (أ): بما أن $a > 0$ وأن $b < c$ فإن $b < c + a$. وبهذا فالعبارة (أ) لا يمكن أن تكون صائبة.

(٢١) الإجابة هي (ب): لكي تكون إحدى العبارات صائبة فيجب أن تكون صائبة لجميع قيم p حيث $0 < p < 1$. خذ $p = \frac{1}{4}$. عندئذ،

(أ) $\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$ خاطئة

(ب) $\frac{1}{2} < 4$ صائبة

(ج) $4 < \frac{1}{4}$ خاطئة

(د) $\frac{1}{16} < \frac{1}{64}$ خاطئة

(٢٢) الإجابة هي (ج): بما أن $b < 0$ فإن $-b > 0$. إذن، $a - b = a + (-b) > 0$.

(٢٣) الإجابة هي (أ): بما أن $0 < b < a$ فإن $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

وبما أن $x > 0$ فإن $\frac{x}{a} > \frac{x}{b}$.

أيضاً $x > y > 0$ و $a > 0$ يؤدي إلى أن $\frac{x}{a} > \frac{y}{a}$.

إذن، $\frac{y}{a} > \frac{x}{b}$.

(٢٤) الإجابة هي (أ): بما أن $y < 0$ فإن $\frac{1}{y} < 0$. وبما أن $x > 0$ فإن $\frac{1}{x} > 0$. إذن، $\frac{1}{y} > \frac{1}{x}$.

(٢٥) الإجابة هي (ج): لاحظ أن

$$a^6 = \left(3\sqrt[3]{2}\right)^3 = 27 \times 2 = 54$$
$$b^6 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 4 \times 3 = 12$$
$$c^6 = \left(2\sqrt[3]{3}\right)^3 = 8 \times 3 = 24$$

إذن، $b^6 < c^6 < a^6$. وبهذا فإن $b < c < a$.

(٢٦) الإجابة هي (د): لاحظ أن

$$\left(\sqrt{2}\right)^{30} = 2^{15} = 32768$$
$$\left(\sqrt[3]{3}\right)^{30} = 3^{10} = 59049$$
$$\left(\sqrt[5]{5}\right)^{30} = 5^{6} = 15625$$

وبما أن $15625 < 32768 < 59049$ فإن $\sqrt[5]{5} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$.

(٢٧) الإجابةهي (ب): لاحظ أن

$$x > x - 1 \Rightarrow \frac{x}{5} > \frac{x-1}{5} \Rightarrow \frac{5}{x} < \frac{5}{x-1}$$

$$x > 5 \Rightarrow \frac{5}{x+1} < \frac{5}{6}$$
$$x > 5 \Rightarrow \frac{x}{5} > 1$$

إذن، العدد الأصغر إما أنه $\frac{x}{5}$ أو $\frac{5}{x+1}$. ولكن $\frac{x}{5} > 1 > \frac{5}{6} > \frac{5}{x+1}$.

إذن، $\frac{5}{x+1}$ هو أصغر الأعداد.

(٢٨) الإجابة هي (د): بما أن $8 > 4$ فإن $4 + c > 8 + c$. لاحظ أيضاً أن (أ) خاطئة إذا كان $0 \leq c$، (ج) خاطئة إذا كان $0 = c$، (ب) خاطئة إذا كان $0 \geq c$.

(٢٩) الإجابة هي (ج): لدينا

$$1 \leq 2x - 1 \leq 11 \Leftrightarrow 2 \leq 2x \leq 12 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 6$$

ولذا فطول الفترة هو $6 - 1 = 5$

(٣٠) الإجابة هي (ج): لاحظ أن

$$\begin{aligned} -2.4 < x < -1.5 &\Rightarrow -2.4p < px < -1.5p \\ &\Rightarrow -2.4p < px < 0 \end{aligned}$$

(٣١) الإجابة هي (ب): نحصل على أعلى قيمة للمقدار $x^2 - y^2$ عند أكبر قيمة للمقدار x^2 وأصغر قيمة للمقدار y^2. إذن،

$$x^2 - y^2 = \left(-6\right)^2 - 0 = 36$$

(٣٢) الإجابة هي (أ): لاحظ أن

$$\begin{aligned} (x-1)^2 \geq 0 &\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 2x \\ &\Leftrightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2 \end{aligned}$$

(٣٣) الإجابة هي (ج): لاحظ أن

$$x^2 - 10x + 25 \geq 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 \geq 0$$

وهذا صحيح لجميع الأعداد الحقيقية x.

(٣٤) الإجابة هي (ج): لدينا

$$\begin{aligned}(x+1)^2 \leq 5x+1 &\Leftrightarrow x^2+2x+1 \leq 5x+1\\ &\Leftrightarrow x^2-3x \leq 0\\ &\Leftrightarrow x(x-3) \leq 0\end{aligned}$$

وبدراسة إشارة المقدار $x(x-3)$

		0	3
إشارة x	$---$	$+++$	$+++$
إشارة $x-3$	$---$	$---$	$+++$
إشارة $x\,(x-3)$	$+$	$-$	$+$

نجد أن $0 \leq x \leq 3$. وبهذا فطول فترة الحل يساوي $3 - 0 = 3$.

(٣٥) الإجابة هي (ج):

نحصل على القيمة العظمى للمقدار $\frac{x^2}{y^2} - \frac{1}{y}$ عند قيمة عظمى للمقدار $\frac{x^2}{y^2}$

وقيمة صغرى للمقدار $\frac{1}{y}$.القيمة العظمى للمقدار $\frac{x^2}{y^2}$ نحصل عليها عندما

تكون قيمة x^2 عظمى وقيمة y^2 صغرى. أي أن $\frac{x^2}{y^2} = \frac{25}{1} = 25$.

والقيمة الصغرى للمقدار $\frac{1}{y}$ نحصل عليها عندما تكون قيمة y كبيرة. أي

أن $\frac{1}{7} = \frac{1}{y}$. إذن، القيمة العظمى للمقدار $\frac{x^2}{y^2} - \frac{1}{y}$ هي $25 - \frac{1}{7} = 24\frac{6}{7}$.

(٣٦) الإجابة هي (ب): لدينا

$$3 \le 3x + 5 \le 6 \Leftrightarrow -2 \le 3x \le 1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \le x \le \frac{1}{3}.$$

إذن، العدد الصحيح الذي يحقق ذلك هو $x = 0$.

(٣٧) الإجابة هي (ب): نفرض أن عدد التلاميذ هو x. عندئذ،

$$30x + 500 \ge 1500 \Leftrightarrow 30x \ge 1000 \Leftrightarrow x \ge 33.3$$

إذن، أقل عدد للتلاميذ هو 34.

(٣.٨) مسائل غير محلولة

(١) قيم x التي تحقق المتباينة $6 < 2x + 2 \leq x + 5$ هي

(أ) $x > 2$ (ب) $x \leq 3$ (ج) $2 < x \leq 3$ (د) $2 \leq x \leq 3$

(٢) العدد الصحيح x الذي يحقق كلاً من المتباينتين

$5 < x + 2 < 7$ و $10 < 2x + 3 < 17$ هو

(أ) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5

(٣) مجموع الأعداد الصحيحة n التي تحقق $115.2 < \dfrac{n^3}{15} < 225$ يساوي

(أ) 13 (ب) 14 (ج) 17 (د) 27

(٤) أكبر عدد أولي p يحقق $3p + 8 \leq 116$ هو

(أ) 17 (ب) 23 (ج) 29 (د) 31

(٥) إذا كان $2.5 \leq x \leq 7.5$ و $4.5 \leq y \leq 6.5$ فما هي أصغر قيمة للمقدار $x - 2y$ ؟

(أ) -10.5 (ب) -6 (ج) 10.5 (د) 11.5

(٦) إذا كان $x + y = 35$ وكان كل من x و y عدداً صحيحاً موجباً يقبل القسمة على العدد 5 وكان $x < y$ فإن مجموع قيم x الممكنة يساوي

(أ) 20 (ب) 25 (ج) 30 (د) 35

(٧) إذا كان $-4 \leq x \leq 1$ و $-6 \leq y \leq 4$ فما أعلى قيمة للمقدار $x^2 - y^2$ ؟

(أ) 16 (ب) 24 (ج) 30 (د) 36

(٨) قام أحمد بممارسة رياضة المشي والهرولة حول المثلث $\triangle ABC$. هرول من

A باتجاه B لمدة 12 دقيقة بسرعة x متر في الدقيقة ثم مشى 200 متر فوصل إلى الرأس B. بعد ذلك غادر B باتجاه C مهرولاً لمدة 4 دقائق بسرعة x متر في الدقيقة ثم مشى 400 متر فوصل إلى الرأس C. بعد ذلك مشى المسافة من C إلى A ومقدارها 1400 متر. ما القيم الممكنة لسرعة الهرولة x ؟

(أ) $50 < x < 100$ (ب) $50 < x < 150$

(ج) $40 < x < 200$ (د) $50 < x < 200$

(٩) عدد الأعداد الأولية p التي تكون أصغر من 10 وتحقق المتباينة $5(2-p) \leq 7p - 2(p-3)$ هو

(أ) 0 (ب) 1 (ج) 3 (د) 4

(١٠) عدد الأعداد الصحيحة n التي تحقق المتباينة $\frac{n}{5} < 7 < \frac{n}{5} + 1$ هو

(أ) 3 (ب) 4 (ج) 5 (د) 7

(١١) إذا كان $a = \sqrt[3]{6\sqrt{3}}$، $b = \sqrt{3\sqrt[3]{3}}$، $c = \sqrt[3]{5\sqrt{2}}$ فما المتباينة الصائبة ؟

(أ) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{c}$ (ب) $\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < \frac{1}{c}$

(ج) $\frac{1}{c} < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ (د) $\frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(١٢) [AMC10 2001] العدد x يزيد بمقدار 2 عن حاصل ضرب مقلوبه ومعكوسه الجمعي. في أي الفترات يقع x ؟

(أ) $-4 \leq x \leq -2$ (ب) $-2 \leq x \leq 0$

(ج) $0 \leq x \leq 2$ (د) $-2 \leq x \leq 0$

(١٣) الأعداد الصحيحة الموجبة التي تحقق المتباينة $2 \leq \dfrac{n+3}{n+1} \leq 1$ هي

(أ) جميع الأعداد الصحيحة الموجبة　　(ب) $n \geq 3$

(ج) $n \geq 5$　　(د) $n = 1$ فقط

(١٤) ما الأعداد الأولية p التي تحقق $864 > 4p^3 > 108$ ؟

(أ) 3 فقط　　(ب) 3 و 5　　(ج) 5 فقط　　(د) 5 و 7

(١٥) مجموع الأعداد الصحيحة x التي تحقق المتباينتين

$6x - 3 < 2x + 5$　و　$\dfrac{2x-1}{3} + \dfrac{2x-1}{2} \geq -3$ هو

(أ) -1　　(ب) 0　　(ج) 1　　(د) 2

(١٦) قيم x التي تحقق المتباينة $x^2 + 4 < 9$ هي

(أ) $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$　　(ب) $-\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$

(ج) $0 < x < \sqrt{5}$　　(د) $0 < x < \sqrt{3}$

(١٧) العدد الأكبر من بين الأعداد 8^8 ، 16^4 ، 4^{19} ، 2^{37} هو

(أ) 8^8　　(ب) 16^4　　(ج) 4^{19}　　(د)

2^{36}

(١٨) إذا كانت a، b، c، d أعداداً حقيقية موجبة حيث $ab > cd$ فإن العبارة الصائبة هي:

(أ) $\dfrac{a}{c} < \dfrac{d}{b}$　　(ب) $\dfrac{a}{d} < \dfrac{c}{b}$　　(ج) $\dfrac{a}{d} > \dfrac{c}{b}$　　(د) $\dfrac{b}{c} < \dfrac{d}{a}$

(١٩) أصغر عدد صحيح موجب x يحقق $4x^2 > 400$ هو

(أ) 9　　(ب) 10　　(ج) 11　　(د) 12

(٢٠) قيم x الحقيقية التي تحقق المتباينة $1 \leq \dfrac{1}{x^2+1}$ هي

(أ) جميع الأعداد الحقيقية (ب) $x > 1$ فقط

(ج) $x > 0$ فقط (د) لا توجد قيم حقيقية تحقق المتباينة

(٢١) إذا كان $\dfrac{2}{y} < \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{2}$ فإن:

(أ) $y < 2x$ (ب) $x < 2y$ (ج) $\dfrac{2}{x} < \dfrac{1}{y}$ (د) $2x < y$

(٢٢) إذا كان x عدداً صحيحاً يحقق $-69 < 2x + 1 \leq 69$ فما أكبر قيمة للعدد x بحيث يكون مربعاً كاملاً ؟

(أ) 9 (ب) 16 (ج) 25 (د) 36

(٢٣) إذا كان طول ضلعي مثلث هما 6 سم و 8 سم وكان طول الضلع الثالث عدداً صحيحاً فما عدد المثلثات الممكنة ؟

(أ) 3 (ب) 8 (ج) 9 (د) 11

(٢٤) ما هو عدد المجموعات المكونة من أربعة أعداد صحيحة موجبة متتالية بحيث يكون مجموع أعدادها أصغر من 50 ؟

(أ) 8 (ب) 10 (ج) 12 (د) 14

(٢٥) إذا ضربنا عدداً صحيحاً موجباً بالعدد 6 ثم أضفنا العدد 21 يكون الناتج أكبر من ضرب العدد بالعدد 8 ثم طرح العدد 7. ما أكبر الأعداد الصحيحة التي تحقق ذلك ؟

(أ) 10 (ب) 11 (ج) 12 (د) 13

(٢٦) مع بهاء 25 حبة حلوى ومع آدم 55 حبة من الحلوى نفسها. ما أصغر عدد من حبات الحلوى التي يتوجب على بهاء إعطاءها لآدم لكي يصبح ما مع آدم أكثر من 4 أمثال ما مع بهاء ؟

(أ) 9 (ب) 10 (ج) 11 (د) 12

(٢٧) قيم x التي تحقق $-(2x+5) < x-3 < 2x+5$ هي

(أ) $x > -\frac{2}{3}$ (ب) $x > -8$ (ج) $-8 < x < -\frac{2}{3}$ (د) $x > \frac{2}{3}$

(٢٨) قيم x التي تحقق $-\left(x^2+3x+2\right) < x+2 < x^2+3x+2$ هي

(أ) $x > 0$ فقط (ب) $x < -2$ فقط

(ج) $x > 0$ أو $x < -2$ (د) $-2 < x < 0$

(٢٩) قيم x التي تحقق المتباينة $\frac{16}{x} < x$ هي

(أ) $0 < x < 4$ فقط (ب) $0 < x < 4$ أو $x < -4$

(ج) $x < -4$ فقط (د) $x > 4$ أو $x < -4$

(٣.٩) إجابات المسائل غير المحلولة

(١) ج	(٢) ج	(٣) د	(٤) د	(٥) أ
(٦) ج	(٧) أ	(٨) د	(٩) د	(١٠) ب
(١١) أ	(١٢) ج	(١٣) أ	(١٤) ج	(١٥) ب
(١٦) ب	(١٧) ج	(١٨) ج	(١٩) ج	(٢٠) أ
(٢١) أ	(٢٢) ج	(٢٣) د	(٢٤) ب	(٢٥)د
(٢٦) ب	(٢٧) أ	(٢٨) ج	(٢٩) ب	