الباب الأول

نبذة حول طبيعة الرياضيات للمعلم

الفصل الأول

المعلم وطبيعة الرياضيات بما فيها الرياضيات العصرية

الفصل الأول

المعلم وطبيعة الرياضيات بما فيها الرياضيات العصرية

مقدمة:

شهدت العقود الثلاثة الأخيرة ثورة كبيرة فى الرياضيات طغت على كل الثورات السابقة. حيث ظهرت ما يسمى بالرياضيات العصرية (أو الرياضيات الموضة Fash-ionable math) . هذه الرياضيات وليدة لنظريات حديثة فى مجالات وأفرع التوبولوچى، ونمت بتقدم علوم الكمبيوتر وأساليبه وتطبيقاته فى الرسوم والنمذجة.

تتميز هذه الرياضيات بتطبيقاتها الواسعة وبدورها الأساسى فى نمو نظريات علمية ورياضية معاصرة مثل نظرية الهيولية (أو جوازاً الفوضى) Chaos ونظرية النظم الديناميكية غير الخطية non linear dynamical Systems والتى قد يسميها البعض بالمتركبات أو التعقدات Complixities جعلت من النظرية السنية، نظرية عتيقة.

ولهذه الرياضيات العصرية دور فى نمو الرسوم البيانية الكمبيوتريه graphics مثل الأشكال الفرضية virtual abjects أو virtual reality . من هذه الرياضيات العصرية ما يعكس الفن الرياضى وأعاجيب الفكر الرياضى المتجدد مثل هندسة الفراكتال Fractal geometry . هذه الهندسة لها ملامح جذابة ساحرة محيرة تثير التفكير الرياضى الخلاق، فهى تمس الإحساس والوجدان وتشبع العقل وتثير الخيال وتحلق بالأفكار بعيداً جداً وقريباً جداً. تحس أنك تعرفها وتألفها لقربها من الطبيعة nature والواقع ثم تقربك إلى أعمال رياضية خلاقة (إبتكارية) لتفسر وتوضح خواصاً لهذه الهندسة من أشكال تستطيع القيام بعملها... فهى تدفعك لتكامل الإحساس مع الأفكار مع العمل وهذا بدوره ينمى العقلية الرياضية الابتكارية (المبدعة).

ولذا فقد وجدت فيها وسيلة ذاتية لتنمية التفكير الابتكارى (المبدع) لمعلم الرياضيات من خلال تنويره بها ولاستثارة دوافعه لتحسين وتحديث الرياضيات المدرسية وتدريسها. فالمعلم هو حجر الزاوية فى أى تطوير أو تحديث خاصة إذا كان نابعاً منه ومقتنعاً به.

ولما كانت هندسة الفراكتال مثالاً للرياضيات العصرية تعكس طبيعة التفكير الرياضى الذى أسهم فى نموها. وهى طبيعة نصف عملية إنسانية تختلف عن طبيعة الرياضيات التى وردت لأصحاب مدارس الفكر الرياضى وهم: الشكليون ـ المنطقيون ـ الحدسيون ـ المثاليون (البحتيويون Purist)، العمليون (البراجماتيون)، التطبيقيون، فهذا يستدعى تقديم نبذة عن هذه المدارس الفكرية لنتعرف على ما هى الرياضيات؟ أو طبيعة الرياضيات لدى كل مدرسة ثم طبيعة الرياضيات العصرية التى يسميها البعض نصف عملية ويصفها البعض بأنها إنسانية. ونتعرض من خلال تقديم أفكار المدارس الفكرية حول طبيعة الرياضيات إلى توضيح انعكاساتها على الرياضيات المدرسية وتدريسها. وذلك لمساعدة المعلم على تكوين رؤية خاصة حول طبيعة الرياضيات (ومنها الرياضيات العصرية) تفيده فى الارتقاء بتدريسه.

١. المعلم وطبيعة الرياضيات. ما هى الرياضيات؟

رؤية معلم الرياضيات حول طبيعتها تحدد إلى حد كبير موقفه تجاه تدريسها من حيث أهميتها أو لماذا يدرسها (الأهداف)، وماذا يدرسها (المحتوى) وكيف يدرسها (الطريقة)، بالإضافة إلى أنها تنمى لديه قيمة الرياضيات التى ينقلها لتلاميذه لتكون سهلة التعلم ومشوقة. تتبلور هذه الرؤية من خلال خبراته وهو طالب يدرس الرياضيات فى المراحل المختلفة وعند تدريسه لها وانعكاساته لآراء الرياضيين والفلاسفة الرياضيين حول الرياضيات.

وتتأرجح الرياضيات بين البحتة Pure، والتطبيقية، وبين الشكلية Formal والحدسية، وبين المجرد والملموس....

والواقع أن «ما هى الرياضيات؟» يعد سؤالا فلسفيا أساسيا تتضارب الآراء حوله

كأى قضية خلافية. فلا يوجد اتفاق وحيد على معنى الرياضيات فالرياضيون والفلاسفة الرياضيون تختلف آراؤهم حول «ما هى الرياضيات»؟

ويظهر هذا الاختلاف فى مقولاتهم عنها ـ أنظر الموقع على الانترنت:

mathfrum.edu/~woodard/mquot.html

فمثلاً يقول الرياضى هالموس[٧]: «هى الأمان، اليقين، الصدق، الجمال، البصيرة، التركيب، الهندسة المعمارية. أنا أرى الرياضيات جزءاً من المعرفة الإنسانية التى أسميها الرياضيات كأنها شىء واحد شىء عظيم رائع جليل glorious جداً.

ويقول الرياضى هاردى Hardy[٧]: «أنماط الرياضى مثلها مثل الفنان الرسام أو الموسيقى.. يجب أن تكون جميلة، الأفكار مثل الألوان أو الكلمات يجب أن تكون مناسبة Fit (متناسقة) مع بعضها بطريقة هارمونية. الاختبار الأول هو الجمال. لا وجود لمكان دائم فى العالم لرياضيات قبيحة».

ويقول الرياضى الفنان فيرجسون[٧]: «إننا نرى جمال الرياضيات فى العقل ونريد أن نبين جمالها للغير» ويقول الرياضى چاكوبى Jacobi[٧]: «العواطف Pas-sions واحدة.. لا يوجد فرق بين الفنان، والعالم، والشاعر، والرياضى».

ومن جانب آخر يقول پيرى Perry (المهندس)[٧]: «دراسة الرياضيات بدأت لأنها مفيدة وأنها تستمر لفائدتها... فهى لها قيمتها فى العالم لفائدتها؛ بينما الرياضيون الذين يدرسونها لذاتها يجمدونها».

المقولات السابقة لرياضيين فى القرن العشرين، الثلاثة الأوائل منهم ينظرون إلى الرياضيات على أنها رياضيات بحتة Pure، الأخير ينظر إلى الرياضيات على أنها رياضيات تطبيقية. لأجل أن يتعرف المعلم على طبيعة الرياضيات نقدم نبذة لأهم التصنيفات الرئيسيةلما تعنيه الرياضيات كما وصفها الرياضيون والفلاسفة لمدارسهم الفكرية وهم:

الشكليون ـ البحتويون ـ الحدسين ـ المنطقيون ـ العمليون ـ شبه العمليين مع التعرض لتأثر الرياضيات المدرسية وتدريسها بأرائهم.

١-١-الشكليون Formalists - أصحاب الشكلية Formalism

وهم الذين ينظرون إلى الرياضيات على أنها علم النظم الشكلية (الرسمية) For-mal كما يقول كيورى Curry[٤]. ونعنى بالنظم الشكلية التركيبات الرياضية القائمة على مدخل المسلمات (البديهيات) axiomatic approach ، فالنظام الشكلى يتكون من:

(١) مجموعة من الرموز والقواعد (غير الغامضة) لتكوين تقارير لهذه اللغة.

(٢) مجموعة من التقارير نسميها مسلمات (أو بديهيات أو مصادرات).

(٣) نظام للاشتقاق (البرهنة inference يتكون من قواعد غير مبهمة (منطقية) لتحديد متى يتبع (يستنتج) تقرير من تقرير أخر.

(٤) نظريات متتالية لها خطوات محددة تشتق من المسلمات، والفن الرياضى عند الشكليين يتمثل فى الاستنتاج الشكلى. فهم يرون أن تعاقب الخطوات فى البرهنة (والاستنتاج) لها ايقاع rhythm وموسيقى.

وقد أفردت جزءاً كبيراً لتوضيح النظم الشكلية من خلال تقديم التركيبات الرياضية القائمة على الطريقة البديهية التى تميز الرياضيات الحديثة[١].

الهجوم على الشكليين ناتج عن مسؤوليتهم عن المشكلات التربوية للرياضيات الحديثة المدرسية. حيث يُلام الأستاذة الجامعيون الذين قرروا تدريس الرياضيات المدرسية بالطريقة البديهية (بطريقة المسلمات) axiomatically. ثم قاموا بالتأثير على المعلمين والكتاب والناشرين ليتبنوا وجهة نظرهم. إلا أن بعض الشكليين يُعزى سبب ضعف التلاميذ الزريع فى الرياضيات الحديثة إلى الضعف الزريع فى اثارة دوافع وحوافز التلاميذ لتعلمها. ويدافعون عن موقفهم فيقولون أن الرياضيات الحديثة (الشكلية) المدرسية أنتجت أكبر عدد من الرياضيين أكثر من أى عصر سابق.

ومن ثم عند ادخال أى تجديدات رياضية فى المناهج المدرسية يستحسن أن نهتم أولاً بتنمية الدافعية والحماس وتحفيز المعلم وتشويقه إلى معرفتها والاقتناع بها ثم

تمكنه منها. وذلك حتى لا نعيد مأساة التسرع بإدخال الرياضيات الحديثة المدرسية فى السبعينات.

١-٢- البحتويون Purists (المثاليون، الأفلاطنيون)، أصحاب البحتية Math. Purism

يهتم البحتويون (أصحاب الرياضيات البحتة) بالحقيقة أو الصدق truth الرياضى. فهم يعتقدون أنه يمكن التوصل إلى الصدق الرياضى وتمييزه بدون النظم الشكلية (أو بالنظم الشكلية).

فمثلا فرض الاتصالية الذى ينص على أن «كل مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية يتشاكل (التناظر ١ـ ١) مع إما الأعداد الطبيعية أو الأعداد الحقيقية «يعتبر حقيقة مطلقة ولو أنه اتضح أننا لا يمكن برهنته أو عدم برهنته من خلال النظم الشكلية.

وترجع وجهات نظر البحتويون إلى أفلاطون والفلاسفة الإغريق الذين يرون أن أهمية الرياضيات ترجع لذاتها ولتنمية التفكير دون أى تطبيقات. فمثلا يقول أفلاطون [٧]«والآن عند ذكرنا لدراسة الحساب، فإنه يتراءى لى كم هو وسيلة رقيقة وذكية واسعة المنفعة لهدف دراسته لذاته ولمصلحة المعرفة وليس لغايات تجارية... فهو يسحب ويرقى العقل إلى أعلى».

وعموماً فمعظم الرياضيين البحتويين mathematical Purists يعتبرون الرياضيات كشكل موضوعى من المعرفة. كتركيب مركب لأفكار تتصل مع بعض بواسطة البرهان والفكر الاستدلالى rational. ويقدرون اسهاماتهم فى التراث الحضارى. ينظرون إليها كأنها فن أكثر منها علم. ويعتقدون أن لها صفات جمالية بالاضافة إلى اهتمامهم بالحقيقة (الصدق) truth الرياضية سواء توصلوا إليها بالنظم الشكلية أو بدونها. وقد لاحظنا فى أقوال البحتويين المذكورة مثل هاردى وغيره إفتنانهم بجمال الرياضيات وإجلالهم لها، ومن حبهم وتعظيمهم للرياضيات فهم يعتذرون عندما يتكلمون عن الرياضيات وليس فى الرياضيات كما فعل هاردى.

هؤلاء البحتويون يرون دور المعلم كناقل فعال لجسم المعرفة الرياضى لذاتها

وليس لتطبيقاتها. وذلك لتنمية التفكير الرياضى والصرامة rigour والدقة والجمال elegance الرياضى. وعلى المعلم أن يكون متحمساً لمادته.

وأكثر الانتقادات التربوية للفكر البحتوى فى المناهج المدرسية، أنهم ينظرون النظرة التقليدية (منذ الإغريق) بأن الرياضيات ليست للجميع وينعكس ذلك على الاهتمام بالمتفوقين والمسابقات الرياضية. وأن طرق التدريس تتجه إلى الطرق التقليدية (طريقة المحاضرة)، والمغالاة فى تنمية التفكير على حساب الفوائد التطبيقية وعلى حساب تنمية المهارات الاجتماعية.

١-٣- الحدسيون - أصحاب الفكر الحدسى Intuitionism

بينما يهتم البحتويون بالحقيقة (الصدق) الرياضية؛ فإننا نجد الحدسيين يهتمون بالمعنويات (أو الأخلاقيات) الرياضية فهم يعتقدون أن رياضيات معينة تكون لائقة (مناسبة) Proper وبعضها غير لائق، فمثلا يعتبرون أن مبدأ استبعاد الوسط:

excluded middle الذى ينص على أن «أى تقرير رياضى إما صواب وإما خطأ» ليس له تبرير.

أما الشكليون فهم محايدون حول الصدق. فالصدق لديهم هو صدق نسبى يعتمد على مسلمات وقواعد النظام.

وقد ينشد الشكليون الصدق أو الحق. فيفضل أحدهم نظاماً شكلياً على نظام شكلى آخر على أساس معنوى (أخلاقى) أو دينى أو سياسى. إلا أنهم لا يقولون شيئاً عما إذا كانت الرياضيات جيدة أو رديئة. عموماً فالحدسيون يعيبون على الشكليين بأن الرياضيات عندهم قد تكون مناسبة أو لا طعم لها.

ويمكن أن تنعكس أفكار الحدسيين على الرياضيات المدرسية بأن نجعلها ذات معنى ومناسبة للمتعلمين.

١-٤- المنطقيون - أصحاب الفكر المنطقى Logicism

يبدو أن المنطقيين يشبهون الشكليين فهم يخضعون كل الرياضيات للمنطق ويهتمون باشتقاق تقرير من تقرير.

وعموماً بالرغم من الاختلافات بين الشكليين، والبحتويين، والحدسيين، والمنطقيين إلا أنه يوجد توافق بينهم. فبينما البحتويون يريدون أن يقولوا عن الرياضيات متى تكون صادقة (صائبة) true فالحدسيون يريدون أن يقولوا متى تكون جيدة والمنطقيون يريدون أن يقولوا من أين جاءت والشكليون يريدون أن يقولوا ما هو النظام الشكلى (المعتمد على أسلوب المسلمات).

وصدى المنطقيين فى الرياضيات المدرسية هو الاهتمام بطبيعة البرهان وأسسه المنطقية والمعالجة المجردة من الرسمية للرياضيات.

١-٥- العمليون - أصحاب الفكر العملى empiricism أو البرجماتيون - Pragmotism

وهم يعتبرون الرياضيين كعلماء عمليين empirical Scientists أو تجريبيين شأنهم شأن علماء الفيزياء والنبات والأحياء..... وقد يوضح البعض أوجه الشبه بين العلم والرياضيات. إلا أن أهم شيء ليست أن الرياضيات تتقاسم (تتشابه) مع الفيزياء والعلوم. فى إجراءات الاكتشاف heuristics ولكن لأن لها طرقًا فريدة للفهم.

صدى هذه المجموعة هو استخدام طرق الاكتشاف والاستقراء العلمى والطرق المعملية فى تدريس الرياضيات.

١-٦- التطبيقيون أو البراجماتيون الصناعيون - أصحاب البراجماتية الصناعية - industrial Progmatism

تهتم هذه المجموعة بجعل الرياضيات ممكنة للجميع لفوائدها التطبيقية فى المجالات المختلفة. وهذا يؤدى إلى النمو المهنى للتلاميذ عن طريق الرياضيات. هذه المجموعة ترى الرياضيات كمجموعة مبنيّة من التكنيات (الأساليب) والمهارات التى يمكن تطبيقها فى سياقات علمية وتكنولوچية (تكنية) على مدي واسع. فهم يرون أنه يوجد جسم من المعرفة الرياضية يجب تعلمها لكى تطبق.

والمعاصرون[٧] منهم يرون الرياضيات كبناء اجتماعى تجريبى تنمو بالابتكار الإنسانى وعمل القرارات، وترتبط بمجالات المعرفة والثقافة والحياة الاجتماعية.

فالتلاميذ يجب أن يمارسوا الرياضيات ويتعاملوا معها كأن لها إرتباطاً بحياتهم، ولأهميتها فى التعامل مع قضايا اجتماعية أوسع تقربهم من المجتمع.

وهم يرون دور المعلم كمسهل لتعلم التلاميذ فى وضع وحل مشاكلهم. وذلك بتوفير الفرص لمشاركتهم فى صنع القرار حول تعلمهم وتساؤلاتهم لمقرراتهم الرياضية ويستخدموا المصادر الموثوق بها فى بيئتهم من مجلات ومصادر لجمع بيانات واقعية. والتحذير من استخدام أساليب تقويم تسىء إلى بعض جماعات من التلاميذ غير متوافقة اجتماعية.

٧-١- أنصاف العمليين (أنصاف البراجماتيين) - أصحاب الفكر النصف عملى - Quasi - empiricism

بينما حاولت الفلسفات للمجموعات السابقة وضع أساس لجانب أو نوع ما للرياضيات فقد رفض أنصاف العمليين الحاجة لهذا الأساس. فالرياضيات لديهم هى أساساً ما يقوم بعمله الرياضيون، وليس بالضرورى أن تعتمد على أساس فلسفى؛ ولكنها تتوقف على خصائص الزمان والمكان. فهم يرون الرياضيات وكأنها مغامرة حضارية ويتصرف الرياضيون كأنهم علماء فى وقت ما وفنانون فى وقت آخر. ولكى نفهم الرياضيين يجب ملاحظتهم لنعرف أوجه التشابه والاختلاف بينهم وبين بقية الناس. فالسؤال الأنسب لديهم «ليس ما هى الرياضيات؟» ولكن «ما هو المعنى لعمل الرياضيات؟».

وتنقد هذه المجموعة الشكليين لأن الرياضيات التى يعملونها تعتبر مباريات لا معنى لها meeningless game[٣].

فمثلاً يقول دافيز Davis، هيرش[٧] Hersh من رياضى هذه المجموعة النصف عملية:

«الرياضيات لها موضوع Subject matter وتقاريرها لها معنى. الا أن المعنى يتوقف على الفهم المشترك للبشر، وليس أنه حقيقة أبدية غير انسانية. وفى هذا الصدد فان الرياضيات تكون كعقيدة (مذهب idealogy)، دين، أو شكل فنى. فهى

تتعامل مع المعانى الإنسانية، وهى فكرية (عـقلية) فقط فى سياق ثقافى. وبلغة أخرى الرياضيات انسانية... فهى من ضمن العلوم الإنسانية humanistics».

وفى نظرهما تكون الرياضيات عرضة للخطأ Fallible، ولكنها تُصـحح فى نتاج الفكر الإنسانى الذى يوجد جذوره فى الثقافة الإنسانية.

ولما كان روبين هيـرش المنتمى إلى هذه المجمـوعة (النصف عمليـين) هو من أحد الرياضيين المعاصرين المتشبع بالرياضيـات العصرية وقد أصدر كتاباً حديثاً بعنوان ما هـى الريـاضيـات حقـا؟ ـ What is mathematics really? يبـلور فـيه فـكر هـذه المجموعة، فـإننى أقدم معنـى الرياضيات عنـده التى أوردها فى هذا الـكتاب. وذلك ليعكس ما هى الرياضيات؟ بما فيها الرياضيات العصرية.

٢. ما هى الرياضيات حقاً؟ - فى رأى روبين هيرش الرياضى المعاصر

فى شـبابه قـرأ روبين هـيرش[٣] Rubin Hersh كتـاب «ما هى الـرياضـيات؟» لكورانت وروبينز الذى صدر فى الخمسينيات وتأثر به وتعجب منه. وبعد عدّة عقود إنتقده لأنه لم يُجب على السؤال ولكن عرض بـعضًا من محتوى الرياضيات الحديثة آنذاك.

وفى محاولة للإجابة عن السؤال ألف كتاب[٣] من وحى حبه للرياضيات بعنوان «ما هـى الريـاضيـات حقـا؟». حيـث قدم فـيه مـسمـى «إنسـانيـة الريـاضيـات» أو «الرياضيات الإنسانية» math humanistic. ويعنى بتسمية الرياضيات إنسانية أربعة افتراضات مترابطة مـجملها أن الرياضيات هى ما يعملـها الناس. وهذه الافتراضات هى:

(١) الرياضيات بما فيها الرياضيات العصرية (الرياضيات الموضعة الحالية Current-ly Fashionable) يتغير مع الزمن.

(٢) الرياضـيات هى أيضـاً دالة للمـكان (بالثـقافة والنـواحى الاجتمـاعية). أى أن الرياضيات سياسية.

(٣) ما سبق يتضمن أخطاء، أى أن الرياضيين يخطئون Fallible ولكن يصححون الأخطاء.

(٤) الرياضيون يتفاعلون مع بعضهم البعض. أى أن الرياضيات هى شىء يعمله الناس معاً. (بمعنى أن الرياضيات اجتماعية).

وقد ذكر هيرش أنه «لا حا جة للبحث عن معنى دقيق مختفى أو تعريف للرياضيات خارج معناها الاجتماعى ـ التاريخى ـ الثقافى».

ويعتبر هيرش أن أفكارنا الرياضية تناظر match عالمنا بنفس السبب الذى تناظر رئتنا الغلاف الجوى».

وربما يقصد بذلك أن الأفكار الرياضية تبعث الحياة (أو أساسية للحياة) مثلها مثل الهواء الذى يدخل الرئة.

إلا أننى أعتقد أن ذلك ليس كافياً لأن تكون الرياضيات إنسانية. فالرياضيات تكون إنسانية عندما يكون صاحبها (الرياضى) أكثر حساسية واستشعاراً ويتعامل معها كأنها مليئة بالحياة وكأنها مولود جديد يترعرع بين يديه. فكما يقول أحد الرياضيين[٥] «الرياضيات تمس وتضرب وتراً فى مشاعرى وقلبى». علاوة على ذلك، التعامل مع الرياضيات يكون تفاعلاً حقيقياً عندما يمس الاحساس والوجدان ويشبع العقل. أى تفاعل مع كل كينونة الفرد المحب والمقدر للرياضيات.

بالاضافة فإننى أعتقد أن الرياضيات إنسانية لأنها فطرية. فكما ذكرت[٢]: «الجنين فى بطن أمه أول حاسة تبدأ فى النمو هى السمع وأول ما يسمع نبض قلب أمه الذى يرمز إلى الحب والحنان. النبض عبارة عن ريتم rhythm (ايقاع سمعى متعاقب لضربات القلب) والريتم يعتبر حساباً تطبيقياً (ودورية للطبيعة وايقاع موسيقى). أى أن أول تعلم للرياضيات يكون مرتبط بالفن (الموسيقى) والدفء العاطفى وقلب الأم.. نبع الحياة.

وقد يدعم أن الرياضيات فطرية وجود منطقة فى مخ الإنسان تختص بنمو

الرياضيات حيث تبين أن الموهوب الكفيف يكوِّن صورة هندسية للعالم لا تختلف عن البصير».

وأود فيما يلى توضيح الافتراضيين (الأول والثاني) لروبين هيرش لتكون الرياضيات إنسانية. وهما الرياضيات بما فيها المعاصرة تتغير مع الزمن؛ والرياضيات دالة للمكان (أى بالنواحى الثقافية والاجتماعية). وبذلك يتعرَّف معلم الرياضيات على دور الرياضيات فى التفاعل مع الحضارات منذ القدم. وعلى دور رياضيات قدماء المصريين والعرب فى نمو الرياضيات بما فيها الرياضيات العصرية.

٣. نبذة سريعة عن دور الرياضيات فى الحضارة المصرية القديمة والعربية فى نمو الرياضيات المتجددة.

مما لاشك فيه أن من ليس له تاريخ ليس له مستقبل. وأن العبقرية الهندسية المعمارية لقدماء المصريين موجودة ودفينة فنيا جميعاً تنتظر لحظة الانطلاق. ويساعد على هذا تحميس المعلم (وتلاميذه) وتشويقه بدور رياضيات قدماء المصريين فى نمو الرياضيات حتى العصرية منها. وقد قلص الغرب هذا الدور إلى كونها رياضيات عملية وأعطوا فضل الرياضيات الشكلية والبرهنة إلى الإغريق. إلا أن الحقيقة أنه لولا رياضيات قدماء المصريين لما كانت رياضيات الإغريق فهى التى أثارتها. ولولا استخدام قدماء المصريين للنسبة الذهبية $\varnothing$ فى آثارهم وزخارفهم ومعماريتهم لما أذهل ذلك ليوناردو دافنشى فى عصر النهضة ولما آثارت النسبة الذهبية فكرة الهندسة غير الابدالية العصرية فى نهاية القرن العشرين. كما أن الزخارف والرسوم فى الآثار المصرية ثم المنظور العربى والزخرفة الإسلامية آثارا اختراع الهندسة الاسقاطية فى القرن ١٧ وهندسة التحويلات فى القرن العشرين.

فالرياضيات عند قدماء المصريين بجانب أنها عملية فقد ارتبطت بالعقيدة والفن فهى انسانية وفن عقلى روحى ولها دور فى تجديد الرياضيات. ويتضح ذلك مما يلى:

(١) الرياضيات المصرية القديمة إنسانية بمعنى أنها وليدة حاجة المصرى القديم إلى القياس والاحصاء والتقويم والانشاءات المعمارية والفنية.

(٢) الرياضيات عند قدماء المصريين ارتبطت بالفن الزخرفى والألوان والرسوم والموسيقى والطقوس الدينية حتى كتابة الأعداد كانت عبارة عن أشكال ورسوم. فالرياضيات منذ نشأتها فى مصر القديمة فن عقلى راق تخاطب العقل والروح والوجدان.

(٣) الرياضيات عند قدماء المصريين كانت تفسح المجال للتدبّر والتأمل وإطلاق العنان للتفكير وتصفية الروح والنفس.. وذلك لإرتباطها بالحياة الدنيوية والحياة الأبدية. فمثلا ارتفاع الهرم الأكبر مضروبا فى قوى عشرة معينة يعطى البعد بين الأرض والقمر.

(٤) رياضيات مصر القديمة لها دور فى تجديد الرياضيات عند الاغريق. فقد أثارت رياضيات مصر القديمة المستخدمة فى الانشاءات المعمارية محاولة اثبات صحتها. وقد أدى ذلك إلى مولد الاستدلال والبرهان الرياضى والنظام الهندسى عند الإغريق.

فمثلا طاليس Thales (٦٤٠ ـ ٥٤٦ ق. م) عند وجوده بمصر بهره كمهندس الرياضيات العملية المستخدم فى الانشاءات الهندسية المعمارية المصرية ثم جرد الملامح الرياضية من السياقات الهندسية المبنية عليها ليسأل نفسه لماذا هى صحيحة؟ ودعاه ذلك إلى استخدام الاستدلال المنطقى لإثبات صحتها ثم التوصل إلى عِّدة نظريات منها:

ـ تنصف الدائرة بأى قطر فيها.

ـ زاويتى قاعدة مثلث متساوى الساقين متساويتين.

ـ الزاويتان المتقابلان لمستقيمين متقاطعين متساويين.

ـ يتطابق المثلث إذا كان لهما زاويتين وضلع مستاويان.

ـ الزاوية الداخلة فى نصف دائرة هى زاوية قائمة.

أما فيثاغورث (٥٦٩ ـ ٤٧٥ ق. م) فقد أثارت زيارته لطاليس فى شبابه إثبات

نظريته المعروفة باسمه للتحقق من صحة طريقة قدماء المصريين فى قياس زاوية قائمة من مثلث من الحبال أطوال أضلاعه ٣، ٤، ٥ لتعميمها. كما أثارت هندسة قدماء المصريين عن طريق طاليس ليثبت فيثاغورث نظرية:

- مجموع زوايا المثلث تساوى زاويتين قائمتين.

ولربما كانت لفلسفة فيثاغورث المعروفة بالأخوة brotherhood جذور تمتد للطقوس الدينية لقدماء المصريين لها صلة بطبيعة شبه الدينية quasi religous nature ومن أساسيتها[٦]:

- عند أعمق مستوى، الحقيقة هى رياضية فى الطبيعة nature.

- يمكن استخدام الفلسفة لتطهير النفس Spiritual Purification.

- يمكن أن تصعد الروح لتتحد مع السماء divine.

- بعض الرموز لها دلالة mystical.

- كل الأخوة فى نظامه يجب أن يتمسكوا بالولاء والسرية.

وبالتالى فقد ساعدت نظريات طاليس وفيثاغورث الرياضى اقليدس (٣٣٠ - ٢٧١ ق . م). على عمل الهندسة الاقليدية (كأول نظام شكلى مبنى على المسلمات ويستخدم البرهان المنطقى) عندما كان فى أحضان مصر كأول رئيس لقسم الرياضيات لجامعة الإسكندرية ومكتبتها. ولم يقف دور رياضيات مصر القديمة على نمو رياضيات الإغريق ولكن أثارت وما زالت تثير نمو الرياضيات فى العصور المختلفة حتى عصرنا هذا.

ففى القرن الخامس عشر أوصلت النسبة الذهبية ($\varnothing = \frac{١+\sqrt{٥}}{٢}$ ١,٦) العالم والرياضى الفنان ليوناردوا دافنشى التى وجدها مستخدمه فى النقوش المصرية القديمة (والزخارف العربية)، لأعماله فى الهندسة كتلك الخاصة بالتقسيمات الهندسية الديناميكية. ومن المشوق أن نعرف أنه قد يكون تأثره بالحضارة المصرية والإسلامية

أدى إلى أنه كان يكتب من اليمين إلى اليسار وليس من اليسار إلى اليمين كما هو معتاد فى الغرب.

هذه النسبة الذهبية (التى استخدمها قدماء المصريين والعرب فى أعمالهم الفنية والزخرفية...) والمعمارية مع فكرة التبليط، tiling فى الزخارف الإسلامية أثارت تفكير العديد من الرياضيين ومنهم كورنز Cornes فى اختراع هندسة عصرية. (للمزيد انظر الباب الثالث الفصل السابع).

هذا بالإضافة إلى أن الرجوع إلى الرياضيات العملية لقدماء المصريين ربما أثار الفكر الرياضى الفلسفى للعمليين والتطبيقيين، ونصف العمليين أصحاب الرياضيات العصرية.

٤. استفادة المعلم من تحديد موقفه من طبيعة الرياضيات

قدمنا فيما سبق بعض أفكار الرياضيين حول طبيعة الرياضيات ومدارسهم الفكرية: الشكليون ـ البحتويون (المثاليون ـ الأفلاطنيون) ـ الحدسيون ـ المنطقيون ـ العمليون ـ التطبيقون ـ العمليون ـ نصف العمليون. وبالرغم من الاختلافات فيما بينهم إلا أنه بلا شك يوجد توافق Compatibility بينهم. فالشكليون يريدون أن يقولوا لنا ماهية الرياضيات What، والبحتويون يريدون أن يقولوا لنا متى تكون صحيحة؟، والحدسيون يريدون أن يقولوا لنا متى تكون جيدة؟، والمنطقيون يريدون أن يقولوا لنا من أين تأتى؟ والعمليون يريدون أن يقولوا كيف نعملها مثل علماء العلوم؟، والتطبيقيون يريدون أن يقولوا ما فائدتها؟، ونصف العمليين يريدون أن يقولوا ما معنى أن نقوم بعملها؟. وقد قدم نصف العمليين فكرة أن الرياضيات متغيرة وإنسانية واجتماعية وسياسية.. وتصحح أخطائها.

وعلى ذلك من المهم أن يحاول المعلم استرجاع خبراته فى تعلم وتعليم الرياضيات ليكوِّن منظوره الخاص حول طبيعة الرياضيات (أو ما هى الرياضيات من وجهة نظره)؟ فى ضوء مدارس الفكر الرياضى. لأن ذلك يساعده على تحديد

توجهاته عند تدريسه بتحمسه وتقديره لأحد أو بعض أو كل وجهات النظر حول طبيعة الرياضيات. كما يساعده فى وضع أهدافه لتحقيق حاجات التلاميذ وذاتهم على اختلاف فروقهم الفردية. فقد يكون منهم من ينتمى إلى الشكليين أو الحدسيين أو البحتويين أو المنطقيين أو العمليين أو نصف العمليين؛ ولمعرفة المعلم فكر هذه الأنواع (من المدارس الفكرية) فإنه يستطيع أن يساعد التلاميذ على تحقيق ذاتهم ليصل كل منهم إلى أقصى ما تمكنه قدراته فى تعلم الرياضيات والابتكار فيها.

فتحديد«لماذا يتعلم التلاميذ الرياضيات»؟ كسؤال فلسفى يحدد الأهداف التى تؤدى إلى تحديد ما هو المحتوى الرياضى ثم إلى كيف يتعلم التلاميذ الرياضيات **(مثل الرياضيون فى أى أو معظم المدارس الفكرية السابقة)**، ثم إلى الطريقة التى يتبعها (لتكون الرياضيات مناسبة وذات تعنى) ثم إلى تحديد المصادر والأنشطة التعليمية ثم الأساليب التقويمية... مع مراعاة الفروق الفردية للتلاميذ.

أى أن هذا كله مبنى على وجهة نظر المعلم الذى يتبناها حول طبيعة الرياضيات على أساس المدارس الفكرية (الفلسفية) المذكورة. وذلك بما يناسب موقفه من الرياضيات وبما يناسب معناها عند التلاميذ باختلاف نظرتهم إلى الرياضيات.

وعموماً نمو المعلم المهنى يكون مستمراً. ومن المستحب أن يستمر فى بلورة وتجديد انعكاساته حول طبيعة الرياضيات وحول تدريسه للرياضيات من خلال خبراته التدريسية ومحاولة التجديد فيها عن طريق دراساته وقراءاته المستمرة وتسجيل مذكراته وخواطره وانعكاساته.

تعقيب(١): تضامين implications وانعكاسات حول تنمية الابتكار التدريسى لمعلم الرياضيات

حاولت فى هذا الفصل من خلال عرض مدارس الفكر الرياضى التى تشمل الرياضيات الإنسانية لمدرسة نصف العمليين والتى ينصب إهتمامها على ما هى الرياضيات العصرية ومنها هندسة الفركتال، إثارة الجانب الابتكارى فى تدريسك

للرياضيات. فقد نوهت إلى أنه بالفطرة كل منا لديه الموهبة فى الرياضيات والفن منذ البداية فى رحم الأم. وحاولت انتقاء مقولات الرياضيين (البحتويين مثلا) التى تُشبّه أنماط الرياضيات بأنماط الفنان والموسيقى والأديب الشاعر وتشبه أفكار الرياضيات بالألوان المتناسقة فى هرمونية.... وأيضا مقولات الرياضيين العصريين (النصف عمليين) التى تُشبه الرياضيات بالهواء النقى الذى يدخل الرئة. وكذلك من خلال حديثى عن هندسة الفراكتال التى تمس العقل والقلب والوجدان. وتمتلك ذاتيا ما يعكس الابتكار الرياضى المعاصر.

وقد اعتبرت الرياضيات فنا عقلياً راقياً، وبذلك فالرياضيات هى ابتكار وأيضا إبداع. حيث لا أفرق بين ابتكار الرياضيات وأبداعها. وبالتالى لا أفرق بين الإبتكار التدريسى والابداع التدريسى. فكلاهما إختراع فنى.

ولما كان كل منا مبتكر (فى الرياضيات والفن) بمستوى معين (منذ بداية التكوين) فيمكن تنمية هذا المستوى.

فأنا أعتقد «أنا مبتكر (أو مبدع) فأنا أعيش» وأيضا «أنا أعيش فأنا مبتكر» ـ عوضاً من مقولات سارتر وديكارت (أنا أفكر فأنا أعيش) (وأنا أعيش فأنا أفكر).

والواقع أن الكائنات الأخرى تبتكر لتعيش. فمثلا أحد أصناف الطيور تبنى عشها بعمل نفق مائل إلى أعلى داخل جذع شجرة ويكون العش فى أعلاه حتى لا تغرقه الأمطار (إذا كان فى المكان العكسى إلى أسفل).والعصفور يهجر عشه لمكان آمن إذا لاحظ أن عدد البيض فى عشه ينقص..... حتي الكائنات الأولية كالفيروسات، تتغير وتبدل من نفسها حتى لا تفنى بالمضادات الحيوية مثلا....

فالتغير سمة الحياة يتطلب الإبتكار (والإبداع) فى التعامل معها ولو حتى فى إطار نمط معين. فدودة القز أعتبرها مثالاً لإنتاج عمل إنشائى هندسى مميز فطرى. فهى تأكل ورق أخضر وتهضمه وتنتج منه الحرير... لتصمم وتنتج الشرنقة... بصبر وعناية. وكل دودة تقابلها مشكلات تختلف عن الأخرى تخص المكان الذى تعمل فيه مثلا... فهى تحاول مرات ومرات فى تجارب إبتدائية تحديد أنسب موقع آمن قوى

وتغير من حركاتها وإجراءاتها حتى تختفى داخل الشرنقة تبعا للظروف بمستويات ابتكارية.

فما بالك أنت كمعلم رياضيات.. أمامك تلاميذ بفروق فردية تتباين مستويات قدراتهم وتحصيلهم وأساليب تعلمهم واهتماماتهم وميولهم وصحتهم.. كما تتباين الفصول وتختلف الظروف... فلا يوجد حصة مثل حصة (حتى ولو كانت لنفس الدرس)..... كما تختلف الموضوعات الدراسية الرياضية... أليس هذا أدعى لك أن تغير وتجدد من تدريسك لمجابهة هذه التغيرات التدريسية لتعيش كمعلم ناجح يستمر فى النجاح من خلال مواجهاته الإبتكارية غير التقليدية للتحديات التى تقابله؟! ولا ننسى أن الوصول إلى تحقيق الذات Self actualization بالتفرد والإبتكار هى حاجة وضعها ماسلو Maslow فى قمة الحاجات الإنسانية التى تبدأ بالحاجات الأساسية (البيولوجية الحاجات إلى الأمن والأمان) ثم الحاجات النفسية (الحاجات إلى الانتماء والحاجات إلى الحب، والحاجات إلى التحصيل والانجاز وكسب الاستحسان والتقدير).

واشباع الحاجات فى المستويات الأقل هو الذى يسهل تحرير العقل لينطلق ويعمل بكفاءاته القصوى حيث يصل الفرد إلى السعادة والرضاء الذاتى من الأعمال التى يقوم بها العقل الإنسانى من ابتكار وتجديد وتحمل مسؤولية تعلم الفرد بنفسه ومراقبتها فى السر والعلن.

وتنطلق الأعمال الابتكارية الأصلية من لحظات التعمق والتركيز والتدبر والتحدى والخشوع والإحساس بالرضا والسعادة من الداخل فى عمل فريد خاص فلماذا لا تصل إلى هذا المستوى لتحقق تفردك ولتنبع السعادة من داخلك لتسعد بها الغير. والآن إقرأ هذا الفصل مرّة أخرى بتركيز وتعمق ليس فقط بهدف أن تتعرف على أحد أو بعض أو كل المدارس الفكرية فى الرياضيات التى تنتمى إليها أو ينتمى تلاميذك إليها وأهميتها فى التدريس، ولكن لتتحسس الأجزاء التى أثارت أحساسك وتفكيرك وخيالك وحفزتك على استرجاع أو تكوين نتيجة ما. ثم حاول أن تكتب مذكرات عنها، ومستنيراً بما قرأت نفذ الآتى:

- إسترجع موقفاً جعلك تسعد وتحب الرياضيات.

- استرجع موقفاً جعلك تبتكر (تغير وتجدد) فى تدريسك لمحتوى من الرياضيات (مفهوم - قاعدة نظرية - تمرين .....).

- استرجع موقفاً جعلك تحفز تلميذ أو أكثر لحب الرياضيات.

- استرجع موقفاً جعلك تحفز تلميذاً أو أكثر للتوصل إلى طريقة جديدة فى حل مسألة (مشكلة) رياضية أو التوصل إلى عمل رياضى.

- استرجع موقفاً تغلبت فيه على ملل التلاميذ من المعالجة الشكلية (المجردة) للرياضيات.

- استرجع موقفاً إستخدمت فيه روابط Connections فى الحياة والطبيعة والمواد الأخرى استمتع بها تلاميذك.

- استرجع رياضيات جميلة وأخرى قبيحة وأخرى مناسبة (لائقة) وأخرى إنسانية قابلتها فى دراستك أو تدريسك.

- استرجع مرَّة وجدت فيها نفسك عالماً يكتشف معلومه رياضية بالطريقة العلمية، وهل حاولت استخدام الطريقة العلمية فى تدريسك؟

من خلال الإجابة على هذه الأسئلة وأسئلة أخرى تضعها من وحى قراءتك لهذا الفصل ستجد مقدراتك الابتكارية تتفتح وتنمو... وتعكسها تلقائيا فى تدريسك.

المراجع

١ ـ أ. د/ نظلة حسن أحمد خضر (٢٠٠٢): «أصول تدريس الرياضيات» القاهرة. عالم الكتب ط(١٠).

٢ ـ أ. د. نظلة حسن أحمد خضر (٢٠٠٢): «نم مواهبك الفنية والرياضية من خلال الحلزون مع روابطه وحكايات عليه». القاهرة الهيئة المصرية العامة للكتاب ـ ضمن مجموعة للصغير والكبير من سن ١٢ سنة فأكثر.

3- Hersh, Rubin(2002): "What is Mathematics Really?

reviewed by Cohen, M.

The Mathematical Intelligencer Vol 22 No 1 Winter 2000 U.S.A Springel - Verlag.

4 - Henle, J.M (1991): "The Happy Formalist". Op - Cit, Vol. B Nol Winter 1991.

5 - Khedre, Nazla. H.A (2002): "On Humanizing Malhemalics" Proceedligs of The International Conhference. "The Humanistic Renaissance: "Mathematics Education" - The Math. educ. into The 21 st Century Project. Palermo - Italy, Sept 2002.

6 - Thomas, D.A (2002): "Modern Geometry" U.S.A. Books/ Cole.

7 - Wilde, S etal (ed) (1999): "Learning to Teach Mathematics in the Secondary School". London Routledge.

8 - mathfrum. edu/~wood ard/ mquot. html