الفصل الثانى

الرياضيات والفلسفة .. وجهان لعملة واحدة.

★ تطور الرياضيات عبر العصور

★ أهمية الرياضيات.

★ طبيعة الرياضيات .

★ دوافع استخدام الرياضيات فى العلوم الإنسانية والاجتماعية .

★ مسائل تعالج فى فلسفة الرياضيات .

★ التعاون بين الرياضيات والفلسفة.

★ مدى إمكانية تدريس الفلسفة من خلال الرياضيات الحديثة فى المدرسة الثانوية .

★ المراجـــع .

أولاً : تطور الرياضيات عبر العصور :

تهتم الرياضيات بدراسة الكميات العددية والعلاقات بينها، كذا الكميات الفراغية والعلاقات بينها ،وكذلك تعميم هذه العلاقات. وتتطلب دراسة هذه الكميات تعريفها بدقة على أساس خصائص معينة لها . ثم تستخدم تلك الخصائص ـ بالإضافة إلى قوانين منطقية معينة ـ لاستنتاج العلاقات الكائنة بين الكميات نفسها وبين علاقات سبق الحصول عليها . والفروع الرياضية بالنسبة للكميات العددية هى الحساب ، وبالنسبة للكميات الفراغية هى الهندسة . أما علم الجبر فيعتبر تعميما للحساب ، وبالمثل ، تعتبر نظرية الأعداد التى تبحث فى خصائص الأعداد الصحيحة فقط تعميما له . ويستخدم الجبر فى الهندسة التحليلية كأداة لتطوير النظريات الهندسية عن طريق استعمال مجموعات إحداثية. والطريقة التحليلية لا غنى عنها فى دراسة حساب التفاضل والتكامل . وتعتبر أساسية فى جميع التطبيقات الرياضية تقريبا فى الطبيعة الحديثة والرياضة العالية .

تنقسم (الرياضيات) عادة إلى ثلاثة أنواع هى : الجبر (ويشمل نظرية الأعداد) والتحليل ، والهندسة . ويشير التحليل هنا إلى ذلك الجزء من دراسة الرياضيات الذى يهتم أساسا بالنظريات المبرهنة عن طريق حساب التفاضل والتكامل، وباستخدام الطريقة التحليلية. أما فى التطبيقات الرياضية فينصب الاهتمام على تطبيق الخطط الرياضية فى الفروع الأخرى للعلوم . [١]

والرياضيات شأنها شأن أى فرع من فروع المعرفة العقلية؛ لذا تتميز بالنمو والتغير، وهذا ما سنلاحظه فيما يلى عند تتبعنا لتاريخ الرياضيات :

* الطبيعة التجريبية لرياضيات ما قبل الحضارة الهيلينية :

هناك شك قليل بأن رياضيات ما قبل الحضارة الهيلينية أملتها الضرورة أو نشأت من الضرورة . وما يؤيد وجهة النظر هذه ، ما نذكره فيما يلى من أسانيد :

- أجبر فيضان النيل السنوى قدماء المصريين على تخطيط الأراضى بنظام معين للتقليل من خطر الفيضان .

- واجه قدماء البابليين الحاجة الملحة للرياضيات، فوضعوا أنظمة للرى تمكنوا عن طريقها من تصريف مياه المستنقعات والتحكم فى الفيضان، وبذا استطاعوا تحويل الأراضى الواقعة على طول نهرى دجلة والفرات إلى منطقة زراعية خصبة وغنية.

- عملت أنظمة مشابهة - قديمة - فى جنوب قارة آسيا على طول نهرى السند والكنج وفى شرق آسيا على طول نهرى اليانجتسى وهوانج هو .

وقد تطلبت هندسة وإدارة الأنظمة السابقة معرفة فنية عالية ، وبالتالى تطلبت معرفة الرياضيات اللازمة لها .

أيضا أدت الحاجة إلى تقويم سنوى للزراعة يفيد المزارعين، والحاجة إلى الانتظام فى أسواق المقايضة إلى خلق حوافز قوية لتطوير الرياضيات .

وهكذا نجد أن هناك أساسا للقول بأن الرياضيات التى تمثلت فى نظام العد البدائى نشأت أصلا من تطور فئات المجتمع فى بعض بلاد الشرق القديمة فى الألف الخامس والرابع والثالث قبل الميلاد ، كما أنها نشأت كعلم تطبيقى يساعد فى الهندسة والحرف المهنية والزراعية .

ورغم أن الرياضيات بدأت كعلم للقياس والحساب العملى، إلا أنها أصبحت بعد ذلك تدرس لذاتها، كما أنها أسهمت فى تطور العلوم الأخرى .

والآن ، نحصر اهتمامنا عند دراسة رياضيات ما قبل الحضارة الهيلينية فى

رياضيات المصريين القدماء والبابليين فقط، وسبب ذلك أنهم إتبعوا طرقًا فنية دقيقة لحفظ أعمالهم الرياضية ، لذا فإننا نملك اليوم قدراً واضحاً ودقيقاً من المعلومات المحددة من مصادرها الأولية عن رياضيات المصريين القدماء والبابليين، هذا بعكس قدماء الهنود والصينيين الذين استخدموا أدوات قابلة للفساد عند تسجيل أعمالهم الرياضية ، لذا فإننا نملك القليل من معلوماتهم الرياضية التى ينقصها أيضا اليقين والدليل على صحتها .

وعند النظر إلى رياضيات ما قبل الحضارة الهيلينية ، فإننا نهتم بطبيعة تلك الرياضيات أكثر من إهتمامنا بما تحويه، فنلاحظ أن العلاقات الرياضية التى اكتشفها المصريون أو البابليون نشأت أساسا من المحاولة / الخطأ أو التجربة والخطأ. وبعبارة أخرى ، لم تكن تعطى الرياضيات القديمة غير نتائج رقمية ، بدرجة تكفى لتلبية حاجات هذه الحضارات القديمة . كما أننا لا نستطيع أن نجد فى تلك الرياضيات مثالاً واحداً يقوم على ما ندعوه بالبناء المنطقى، فبدلا من البرهان نجد عملية موضحة بعدد كبير من حالات عددية محددة .

وبإختصار، نجد أنفسنا أمام تعليمات محدده : « أفعل كذا والنتيجة هى . . . »، وقد كان الغرض من تلك التعليمات هو تعليم الإجراءات التجريبية المكتشفة عن طريق التكرار والإعادة، ومن خلال زيادة صعوبة المسائل تدريجيا .

*** الرياضيات الإغريقية والمنهج الاستدلالى الاستنتاجي :**

إن أهم ما يميز الرياضيات الإغريقية هو كتاب أقليدس (الأصول) الذى كتبه فى حوالى ٣٠٠ ق.م، وقد أخذ ذلك العمل العظيم مكانة كل الكتابات الأغريقية التى سبقته، وطرح كل الأعمال السابقة له جانبا فى موضوع الرياضيات .

ومن الصعب ، بعامة ، أن نحدد بالضبط مدى ما تدين به الرياضيات الإغريقية للرياضيات الشرقية القديمة ، إذ اتضح أن للأخيرة دورا أكبر مما كان يعتقد، طبقا لما أبانته الأبحاث التى تمت فى القرن الحالى حول آثار المصريين والبابليين القدماء .

ولكن ، مهما تكن قوة الارتباط التاريخى بين رياضيات الشرق القديمة والرياضيات الإغريقية ،فإن الإغريق حولوا الرياضيات إلى شيء يختلف عن مجرد مجموعة نتائج تجريبية كتلك التى قام بها الذين سبقوهم، وذلك لأن الإغريق أكدوا أن الحقائق الرياضية يجب ألا تؤسس على المنهج التجريبى ، ولكن على التفكير الاستنتاجى .

ورغم صعوبة تعليل وتفسير النظرة الجديدة للطريقة الرياضية تماماً ، إلا إنه توجد تفسيرات تقوم على اعتبارات نفسية واقتصادية وقومية أيضا .

وإنه لمن المخيب للآمال أنه لا توجد فى الواقع مصادر أولية متوافرة لدراسة رياضيات الإغريق القديمة، وذلك بعكس المصادر المتوفرة لدراسة رياضيات المصريين والبابليين القدماء، لذلك نجد أنفسنا مضطرين أن نعتمد على مخطوطات وروايات يقع تاريخها بعد بضع مئات من السنين من تاريخ كتابة المعالجات والنصوص الرياضية الأصلية .

وعلى الرغم من ذلك ، استطاع علماء العلوم الكلاسيكية المتعلقة باليونان إعادة كتابة روايات وتفسيرات معقولة ومقبولة - رغم كونها افتراضية - لتاريخ رياضيات الإغريق القديمة ، واستطاعوا أيضا أن يستعيدوا عديداً من النصوص الإغريقية القديمة .

وطبقا لكتاب « بروكلس » (الخلاصة الإقليدية) الذى كتب فى القرن الخامس بعد الميلاد بدأت، الرياضيات الإغريقية بعمل « تاليس Thales » فى النصف الأول للقرن السادس قبل الميلاد، وتطورت ونظمت بصورة أفضل فى الأعمال الأخيرة لفيثاغورث وأتباعه (٥٣٠ ق . م).

وعلى أية حال، فإنه بين عهدى تاليس (٦٠٠ ق.م) وإقليدس (٣٠٠ ق.م) طورت نظرية المنهج المنطقى كسلسلة من العبارات، نحصل عليها بالتفكير الاستنتاجى من مجموعة عبارات أولية تفترض فى بداية الموضوع .

وهذه الطريقة التى تنظم بدقة أى فرع من فروع المعرفة إذا ما طبقناها عليه نستطيع وصفها فى شكلها الإغريقى ، كما يلى :

أولا : توضيحات لبعض المصطلحات الفنية الأولية توحى للقارئ بالمعنى الذى تعنيه هذه المصطلحات الأولية .

ثانيا : بعض الافتراضات الأولية التى تتعلق بهذه المصطلحات، والتى نشعر أنها صحيحة على أساس الخواص التى تمليها التوضيحات الأولية، وهذه الافتراضات تؤخذ كمسلمات أو بديهيات لذلك الموضوع، وتعرف كل المصطلحات الفنية الأخرى بواسطة الأوليات، كما تستنتج كل الفرضيات الأخرى منطقيا من البديهيات أو المسلمات .

أصبحت تعرف الطريقة السابقة بطريقة البديهيات الأساسية ،ومن المؤكد ـ بالطبع ـ أن الإسهام الأكثر شهرة الذى قدمه الإغريق القدماء للرياضيات، هو صياغة المنهج الاستدلالى (الاستنتاجى) القائم على البديهيات والتأكيد عليه .

ومع منتصف القرن الرابع قبل الميلاد، تطورت هذه الطريقة بشكل واضح؛ لأننا نجد فى كتاب ارسطو (٣٨٤ ـ ٣٢٢ ق.م) أنه قد سلط الكثير من الضوء على بعض ملامح هذه الطريقة ؛ ومع بداية القرن الثالث قبل الميلاد ، كان الجو قد تهيأ لظهور عمل إقليدس العظيم والمهم ، الذى يعتبر تطبيقا لطريقة البديهيات الأساسية.

وعلى الرغم من أن الهندسة هى الطابع المميز للرياضيات اليونانية، فإن فيها قدراً لا يستهان به من نظرية العدد ، والهندسة الجبرية ، وحساب المثلثات .

* الانتقال من العصور القديمة إلى العصور الحديثة :

ذوى وانطفأ إشعاع أمجاد الرياضيات الإغريقية بعد وصولها إلى القمة فى عهد إقليدس ، وأرشميدس، وأبولونيوس، وذلك مع تفكك المجتمع القديم فى حوالى ٤٠٠م . وقد خيمت على أوروبا فترة عقيمة مجدبة عرفت بعصور الظلام. وقد

أصبح الهنود ومن بعدهم العرب ـ لأول مرة ـ الحراس الأمناء للرياضيات، وذلك أثناء قرون الانحطاط التى عاشتها الحضارة الغربية . وقد كانت المفاهيم الإغريقية للتفكير الدقيق ، وبخاصة فكرة البرهان تبدو بغيضة للهنود، ورغم تفوقهم فى طرق الحساب، وإسهامهم فى الجبر، ولعبهم دورا مهمًا فى بناء نظام الأعداد فإنهم لم يسهموا بشىء يستحق الذكر بخصوص الطريقة المنهجية . وبعامة كانت الرياضيات الهندية فى هذه المرحلة تجريبية إلى حد كبير .

ويتمثل إسهام العرب المهم فى أنهم حفظوا للعالم قدراً كبيراً من المعرفة ،حين ربطوا بين المعرفة الواسعة للهنود والإغريق، فالعديد من أعمال الإغريق والهنود فى الفلك والطب والرياضيات نقلت بالترجمة إلى اللغة العربية، وحفظوها للتلاميذ الأوروبيين ، الذين أعادوا ترجمتها إلى اللاتينية واللغات الأخرى .

ولم تنتقل علوم الإغريق الكلاسيكية ورياضياتها إلى أوروبا إلا فى الجزء الأخير من القرن الحادى عشر الميلادى . ويعتبر القرن الثانى عشر من وجهة نظر الرياضيات ، القرن الذى ساد فيه المترجمون . وقد شهد القرن الثالث عشر إدخال نظام الأعداد الهندسية والعربية إلى أوروبا، كما شهد نشأة الجامعات القديمة .

أما القرن الرابع عشر الذى عرف بأنه قرن الموت الأسود، وبداية حرب المائة عام ، فقد كان مقفراً من جهة الرياضيات، وشهد القرن الخامس عشر بداية النهضة الأوروبية فى الآداب والمعرفة . واخترعت الطباعة فى حوالى منتصف القرن الخامس عشر ، وقد أحدث اختراع المطبعة ثورة فى تجارة الكتاب، وأتاح للمعرفة أن تنتشر على نطاق واسع . وفى خلال هذا القرن والقرن الذى تلاه، خطا الحساب والجبر وحساب المثلثات خطوات واسعة تحت الأثر العملى للتجارة والملاحة والفلك ومسح الأراضى، ومع مجئ القرن السابع عشر ازداد محتوى الرياضيات زيادة كبيرة ، كما فتح باب البحث لعدد كبير من المجالات الجديدة فى الرياضيات، ففى أثناء هذا القرن اخترع (جوت نابيير) « اللوغاريتمات » وأسس

« جاليليو جاليلى » علم الديناميكا، ووضع « جوهان كبلر » قوانينه المشهورة التى تصف حركة الكـواكب ووضع كل من « جيراد ديسرجيـوس » ، « بليز باسكال » الهندسة الإسقاطية وأسس « رينيـه ديكارت » الهندسة التحليلية الحديثة ، ووضع « بيير دى فرما » أسس نظرية العدد الحديثة ، وقدم كل من « باسكال » ، « فرما» و « كريستيان هيجنز » مستقـلا عن الآخرين إسهامات لنظرية الاحتمالات، وأهم من ذلك كله اخترع كل من « نيوتن » ، و« ليبنتز » حساب التفاضل والتكامل .

ولقد أثبت علم التفـاضل ، وعلم الهندسة التحليلية أنهما وسيلتـان لهما قوة مذهلة وقـدرة على حل حشد كـبير من المسـائل والمشكلات، التى كانت محـيرة وتبدو غير قابلة للحل فى ذلك الوقت .

ولقد جذب التفاضل والتكامل إليه مختلف الباحثين ، لذا يمكن القول ـ وهذا يتفق مع الحقيـقة ـ بأن القرن الثامن عشر قد أنفـق فى استغلال وتطوير هذه الأداة الرياضية الجديدة ، أى التفاضل والتكامل [٢].

ويتمـيز القرن التـاسع عشر بالاكتـشافات العظيـمة والتقـدم السريع فى العلوم الرياضـية ، وفى تطبيـقاتهـا فى العلوم الأخرى ، مـثل : الميكانيكا والجـيوديس والفلك. ومن أهم النظريات الرياضيـة التى أبتكرت أو تبلوت فى هذا القرن، هى النظريات المتعلقة بمفـاهيم الفئات والمجموعات والهندسـة اللاإقليدية والتوبولوجى والعلوم الإحصائية والمنطق الرياضى .

وتتميز رياضيـات القرن العشرين بزيادة فى التعميم والتجـريد واستعمال المنطق الشكلى . وأهم مـا تهتم به الرياضـيات المعـاصرة هو الدراسـة العامـة والدراسة التفصيلية للتركيب الرياضى، الذى يتميز بأنه تركيب استنباطى؛ أى إنه مبنى على الأسلوب الافتراضى. ولقد ابتدأ البحث عن تركيب الرياضيات قبل سنة ١٩٠٠، إلا أن جهـود الرياضيين لم تكـلل بالنجاح إلا فى أوائل القـرن العشـرين . وقد كانت فكرة التركيب الرياضى نتيجة لتفـاعل مفهوم العدد وابتكار أنواع مختلفة من الجبـر المجرد وامـتداد مـفاهيم الفـراغ نتيجـة لخلق أنواع مخـتلفة من الهـندسات

المجردة، وامتداد أساليب الاستدلال، والتى يمكن التعبير عنها بأنها كانت بمثابة تحرر لعلوم الحساب والجبر والهندسة والمنطق .

وقد كان ذلك أساساً لإعادة النظر فى المعرفة الرياضية كلها، ومحاولة إعادة بنائها على أسس أكثر شمولا وتجريدا، وذلك بالأسلوب الذى يعرف بالأسلوب الافتراضى الاستنباطى، وهو أسلوب يعتمد على عناصر غير معرفة ومجموعة محددة من المسلمات ونظريات، تشتق من تلك المسلمات بالطرق الاستنباطية . وبذلك اعتبرت الرياضيات علمًا نسبيًا، وألغى الاعتقاد القديم القائل بأن الرياضيات علم مطلق .

ويتميز القرن العشرين بانطلاقة واسعة فى مجال التطبيق العملى للرياضيات، فنجد أنه رغم التجريد، إزدادت مجالات التطبيق فى العلوم الأخرى . والموضوعات التى هى فعلا من نتائج القرن العشرين كثيرة ، نذكر منها على سبيل المثال، نظرية المعلومات والعمليات ،التى يدخل فيها عامل الصدفة، واستراتيجية الألعاب، وهى النظرية التى تسمى نظرية الألعاب، والتى ظهرت حوالى ١٩٤٤ . ولقد ابتدأ هذا العلم عندما نشر « جون فون نيومان » ، و« أوسكار مورجنسترن » كتابهما المسمى « نظرية الألعاب والسلوك الاقتصادى ». كذلك من موضوعات هذا القرن البرمجة الخطية وترجع إلى عام ١٩٤٨ . وقد ساعد هذا الموضوع فى إيجاد طريقة دقيقة لإدارة المصانع الكبيرة والعمليات الحكومية . ومن المعروف أن نتائج نظرية بحوث العمليات (التى من نتائج هذا القرن) استخدمت فى الحرب العالمية الثانية ، وبعد الحرب استعملت طرق بحوث العمليات فى المصانع؛ حتى يزيد الإنتاج والدقة فى العمل دون زيادة التكاليف، أى لرفع مستوى الكفاية الإنتاجية . ومن النظريات التى ظهرت فى القرن العشرين كذلك نظرية الاتصال، ونظرية العينات، وعلم مراقبة الإنتاج وهو مبنى على كثير من النظريات والطرق الإحصائية ، ويفيد فى المحافظة على جودة البضاعة المنتجة، من غير أن تتأثر وتفسد من الاختبار المباشر [٢].

ثانياً: أهمية الرياضيات:

كانت الرياضيات ـ وما تزال ـ مناط الثقة واليقين عند معظم المفكرين بما تمتاز به من دقة وصرامة لا نجد لها مثيلا فى أى فرع آخر من فروع المعرفة الإنسانية، فأصبحت الرياضيات ـ بمنهجها الاستنباطى ـ مثلا يحتذى لكل تفكير ضرورى يقينى ولكل مفكر يبغى الدقة والثقة فى تفكيره . والمتتبع لتاريخ الفكر البشرى قد لا يعجب إذاً حينما يأتى فيلسوف قديم « كفيثاغورث » فيحاول تفسير الكون تفسيرا رياضيا، ولا يعجب أيضا حين يرى فيلسوفا محدثا « كديكارت » يحاول تطبيق المنهج الرياضى على كل مناحى التفكير ، الفيزيقى منه والميتافيزيقى، بل إن هذا المتتبع لتاريخ الفكر قد يجد العذر لفيلسوف مثل « ليبنتز » فى حلمه الذى ظل يلازمه طوال حياته فى أن يكون كل تفكير إنسانى شبيها بالتفكير الرياضى ولا يضيق ذرعا من كتاب (الأخلاق) لـ « سبينوزا » حينما يقرأ فيخيل له أنه يقرأ لعالم من علماء الهندسة، لا لفيلسوف يكتب فى الميتافيزيقيا .

إن الرياضيات لم تكن مصدر إغراء للمفكرين والفلاسفة بسبب منهجها فحسب، بل لأنها مجال لبحث خلاق تدفع إليه حاجات اجتماعية واقتصادية، فضلاً عن إنها أصبحت اليوم تمد العلم الطبيعى بالتنظيم العقلى للظواهر الطبيعية، وأصبح منهجها وتصوراتها ونتائجها قوام العلوم الفيزيقية . وهى ـ أكثر من ذلك ـ مجال للبحث عن الجمال ، وهذا ما يؤيده « راسل » الذى يقول « الرياضيات تحوى جمالا باردا لا يضحك ـ كجمال البحث ـ لا يلجأ إلى أى جانب من جوانب طبيعتنا الضعيفة ، ولا إلى الزخارف الزاهية للتصوير الموسيقى، ومع ذلك فهو جمال خالص رفيع قادر على الإتقان الدقيق مثل ما يمكن لأعظم فن أن يكون، فالروح الحقيقية للنشوة والإطراء ومعنى الوجود . . . كل ذلك يكون موجودا فى الرياضيات، وبيقين لا يقل عن وجوده فى الشعر» .

وتمتاز الرياضيات بلغتها الرمزية والرموز المستخدمة فى اللغة الرياضية أساسية

لتوضيح المعانى التى هى غالبا ما تكون غامضة فى اللغة المألوفة ، فقد تكون للكلمة فى لغة الحديث الجارى أكثر من معنى حسب ورودها فى العبارة، أما اللغة الرياضية فهى محددة تحديداً دقيقاً ، وأن المشتغلين فى هذا المجال ـ كما هو فى العلم والفلسفة ـ أكثر حذرا ودقة .

ولكن الرياضيات هى أكثر من منهج وفن ولغة، وهى جسم المعرفة الذى يخدم محتواه عالم الطبيعة والاجتماع والفيلسوف والمنطقى والفنان، وهى محتوى يشبع حب استطلاع الإنسان الذى يراقب السماوات، والذى يتذوق حلاوة الأصوات الموسيقية ، وهى محتوى قد شكل بلا أدنى إنكار ـ وإن كان ذلك بطريقة غير محسوسة ـ مسار التاريخ الحديث .

ومهما اختلفت التفسيرات وتعددت وجهات النظر فى طبيعة الرياضيات وأسسها، فأنها تتفق ـ بوجه من الوجوه ـ على ضرورة قضاياها ويقينها على صورة حاول معها الكثيرون من المفكرين أن يربطوا بين الرياضيات والضرورة، حتى لقد ذهب «بوترو» إلى أن الرياضيات إنما تختص بعلم الضرورة (٤).

بإختصار تحتل الرياضيات مكانا متميزا بين العلوم لأنها أكثر دقة ، ويقينا واكتفاءً ذاتياً وإتصافاً بالعقلية الخالصة ، لذا تعد الرياضيات « لغة العلم » فى ذاتها، فكمال النظرية العلمية فى التعبير عنها بصيغة رياضية . لذا، لم يغال البتة من أطلق عليها اسم (ملكة العلوم)، وقد يعود ذلك بالدرجة الأولى إلى أنها تكون الشكل المثالى، الذى يجب أن تتجه إليه كل المعرفة العلمية، أو ربما لأن المفاهيم التى تشكلها ضرورية للنمو الكامل لفروع العلم الأخرى .

أيضا أذا أخذنا فى الإعتبار أن التقدم الحضارى يواكب التقدم العلمى، ويعتمد عليه، وأن التقدم العلمى يعتمد بدوره على الرياضيات إعتماداً مباشراً، يمكننا إدراك الأثر الفعال والمباشر الذى وما تزال تقوم به الرياضيات؛ من أجل تحقيق الرفاهية والرجاء للبشرية ، إذ تعد الأداة المباشرة التى مهدت الطريق لتطور الفكر البشرى

ثالثا: طبيعة الرياضيات:

حظت الرياضيات - وما تزال - حتى يومنا هذا باهتمام شديد من الفلاسفة، لا من حيث موضوعها الخاص بها فحسب، بل من حيث أهميتها الحاسمة بالنسبة لمشكلة طبيعة وحدود المعرفة، التى يمكن أن يكتسبها العقل الإنسانى عن طريق التدليل الخالص، دون استعانة بالملاحظة أو التجربة ، لذا فليس غريبا أن نجد «أفلاطون » وهو أول فيلسوف رياضى عظيم ينظر إلى الرياضيات باعتبارها المثل الأعلى لمعرفتنا، وعليه فإن عالمها يتجاوز الحس وقوامه كائنات معقولة لا يدركها غير العقل وحده . كما أنه ليس غريبا أيضا أن يقبل « راسل » - فى بداية حياته الفلسفية - موقفا مماثلا لموقف « أفلاطون » من حيث الجوهر .

وهكذا، تبدو المعرفة الرياضية حالة من حالات المعرفة العقلية الخالصة التى تكتسب بالتفكير وحده، وتكون مستقلة عن التحقيق التجريبى - أى ما يسمى بالمصطلح الفلسفى معرفة قبلية، غير أن مثل هذا الرأى ليس مما يروق للذوق الفطرى السليم، وينبغى بالتأكيد على الفيلسوف التجريبى أن يجد بديلا عنه. وأشهر محاولة لإيجاد بديل له فى تاريخ الفلسفة، كانت قبل نهاية القرن التاسع عشر، وهى محاولة « كانت » فى تحديد النقطة على المستوى بإحداثيين، وهو بذلك جعل الوحدة بين العدد والمكان ممكنة ، وبذا ربط بين التحقيق التجريبى والمعرفة العقلية.

أيضا، فى نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين، وضع كل من «فريجة» فى ألمانيا أولا ، ثم « راسل » بعد ذلك مستقلا عنه فى إنجلترا، أشهر نظرية فى الرياضة الحديثة ، وهى التى يطلق عليها عادة (نظرية المنطق الرياضى) ورأيهما - بإختصار - هو أن الحدود الرياضية مثل العدد والجمع وما شاكلهما يمكن تعريفهما فى حدود منطقية خالصة، وأنه من الممكن استنباط النظريات الرياضية من البديهيات المنطقية البحتة ، فالرياضة إذاً امتداد للمنطق (٥).

وبعامة ، مهما تباينت وجهات النظر المختلفة لطبيعة الرياضيات، فإن جميعها

تتفق على أنها من أعظم ما حققته الروح الإنسانية؛ لأن قضاياها تعد قضايا ضرورية وصادقة صدقا مطلقا ويقينه يقينا لا يمكننا حياله إلا أن نسلم به ، وذلك ما دفع المتخصصين والعامة على حد سواء إلى التسليم بأن الرياضيات هى العلم الدقيق وبأنها المثال الذى ينبغى الاهتداء والاحتذاء به فى كل تفكير يقينى .

رابعاً: دوافع استخدام الرياضيات فى العلوم الانسانية والاجتماعية :

أدرك الباحثون فى مجال العلوم البحتة (Science) أهمية استخدام الرياضيات منذ زمن بعيد ، ذلك لأن :

١ ـ استخدام لغة الرياضيات يمكن من تلخيص وعرض كثير من خبرات العلوم البحتة بأسلوب دقيق ومنظم .

٢ ـ تكشف الرياضيات عن العلاقات المتوقعة بين الحقائق المختلفة أو نتائج المشاهدات المختلفة لظواهر العلوم البحتة .

٣ ـ تساعد الرياضيات على الربط بين حقائق العلوم البحتة، وبذا يمكن تحديد العلاقات المتداخلة وأحيانا تستخدم الرياضيات فى صياغة نظرية لهذه العلاقات واختبارها كميا .

ولكن ما سبق لا يعنى أن استخدام الرياضيات قاصر على العلوم البحتة؛ إذ إن الرياضيات لا يمكن بأى حال من الأحوال أن تكون بمعزل عن بقية العلوم الإنسانية والاجتماعية ، لذا أحس كثير من الباحثين فى مجال العلوم الإنسانية والاجتماعية منذ زمن ليس ببعيد بأهمية الدور، الذى يمكن أن تسهم به الرياضيات فى ميادين علومهم، فعملوا على ترويض علومهم كلما أمكن ذلك، ولعل أهم الدوافع التى دفعتهم إلى تحقيق ذلك ، ما يلى :

(١) الانتفاع بمزايا وخصائص الرياضة والإحصاء :

أ ـ فالتعبير بالوسائل الرياضية عن عناصر المشكلات العلمية يعد تعبيرا رمزيا

بالغ الدقة لا تعتريه الأرجحة أو التناقض، الذى يمكن أن ينتج من استعمال اللفظ .

ب ـ والرقم سواء كان مباشرا أو تجريديا فيه من المزايا ما يقرب من الموضوعية فى البحوث الإنسانية والاجتماعية، ومن ثم فهو يساعد على التخلص بدرجة ما ـ من الطبيعة الوصفية التقليدية ـ التى تغلب على البحوث الإنسانية، فتسمها بسمة الاجتهاد الشخصى أو الذاتية الملفتة للنظر .

جـ ـ القدرة على التنبؤ الذى يقوم على « نظرية الاحتمالات » تدعم البناء النظرى للعلوم الإنسانية والاجتماعية ويزيد من صفاتها النفعية .

(٢) استجابة البحوث التى تجرى فى ميدان العلوم الإنسانية والاجتماعية للتطور الذى اصاب طرق البحث ووسائله فى العلوم البحتة :

أ ـ فالعلوم الإنسانية لا يمكن أن تعيش أو تتطور بمعزل عن التيارات الفكرية التى تعيش فى الميادين الأخرى، سواء ما كان منها فلسفيا أم منهجيا . ولا يمكن أن نتصور أن أى تقدم تحرزه العلوم البحتة، لا نجد له صدى فى العلوم الإنسانية والاجتماعية، بل بقدر ما يحدث من تغير فى فلسفة العلم البحت ومناهجه ووسائل بحثه، يتبعه تغير مماثل فى فلسفة العلوم الإنسانية والاجتماعية ومناهج بحثها ووسائل البحث فيها . ومن ثم، نرى الآن بعض فروع العلوم الإنسانية والاجتماعية تعتمد على الرياضيات، مثل : علم الاجتماع الرياضى ونظرية الرسم (Graph Theory) فى علم الاجتماع ، وعلم النفس الإحصائى، وعلم الجغرافيا الرياضى، وتحليل النصوص فى اللغويات باستخدام العقول الإلكترونية .

ب ـ والقفزات العظيمة التى أحرزتها العلوم البحتة، لا من حيث نفعية نتائجها فحسب، بل من حيث مناهج البحث فيها، أيضا، جعل الباحثين فى العلوم البحتة يرتابون فى النتائج التى يتوصل إليها الباحثون فى العلوم

الإنسانيــة والاجتمــاعية لاتباعــهم مناهج ووسائل بحث تقليــدية يعوزها الدليل الموضوعــى. ونتيجــة لذلك، لجأ الباحــثون فى العلوم الإنســانية والاجتــماعــية إلى الوســائل الرياضية والإحــصائيــة، حتى لا يوصــموا بالتخلف .

جـ ـ وكل باحث يريد الدقــة والموضوعــية، يســتخــدم طريقة البــحث العلمى السليم، وهى تعــتمد أساســاً على الأساليب الرياضــية والإحصــائية فى الوصول إلى النتــائج الدقيقة الصــحيحة، ومن ثم إذا أراد البــاحثون فى مجال العلوم الإنسانية والاجتماعية أن تتم بحوثهم بدقة وموضوعية، فلا مناص لهم من استخدام الرياضيات والإحصاء [٦].

خامساً: مسائل تعالج فى فلسفة الرياضيات:

قديمــاً حينمــا كانت العلوم جــزءاً من الفلســفة، لم تقــتصــر الصلة بين العلوم والفسلفــة على صلة جزء بكل فحسب، إنما كــانت فوق هذا إهتمام من الفــلسفة بتحليل أو تبرير المبادئ والمسلمات التى تقوم عليها العلوم .

وبعد اســتقلال العلوم النسبــى عن الفلسفة، ظلت الصلة بين الفلســفة والعلوم قائمــة، وإن كانت من جــانب الفلسفــة فقط ، التى عنيت فى نطاق اهتــمامــاتها المنطقيــة بالتعرف على مناهج العلوم، أو طرق التــفكير التى كفلت للعلوم تقــدماً وتزايداً بعيداً عن طريق الفلســفة ومنطقها ، فنشأ بذلك فى أحضــان الفلسفة فرع من الدراسات المنطقية غير مسبوق سمى مناهج العلوم .

وفى الفكر المعاصر، تجاوزت الصلة بين العلوم والفلســفة تلك الحدود الضيقة، التى عبــرت عنها فكرة مناهج العلم، فلقــد نشأت فى العلوم نفــسها، وبخــاصة المتقدمة منها حركات نقد ذاتــى لبنائها العلمى من داخلها لاختبار الأفكار والمبادئ أو الأسس، التى يقوم عليها البناء، وبيان الارتباط بينها وبين قضايا العلم ونظرياته المشتقة منها.

ففى الرياضيات، بدأت فيهـا الحركة النقدية منذ أوائل القرن الماضى حتى يومنا هذا . حقيقة ، لا يوجد علم أكثر عـراقة فى تاريخه من الرياضيات، فقد دخلت الرياضـيات مـرحلة اليـقين العلمى منذ أقـدم المفكرين، الذين حـفظ لنا التـاريخ أسماءهم: « طاليس وفيثاغورث »، كـما أنه لا يوجد علم انحدر إلينا عبر القرون كبناء وثيق شـاهد بالعبـقرية العلميـة للإنسان، مثل هندسـة الرياضى الإسكندرى «إقليدس »، ولكن بعد ثلاثة وعشرين قرناً من الثبات والتقدم، ظهر هندسيون من أمثلة « ريمان» و« لوبتشفسكى » فى القـرن الماضى، وغيرهما من الرياضيين الذين كانوا ينقـبون في أسـاس علمهم وقـواعده، التى تقوم علـيها فـشعرت بفـضلهم الرياضيات فجأة بحاجتها إلى نقد ذاتى لـتقصى أسسها وأصولها، التى كانت تقوم عليها طوال القـرون الماضية، عندما تبين هؤلاء الرياضيـون إمكان ظهور هندسات أخرى عديدة، كل واحدة منها مـتسقة القضايا أو النظريات ومخالفـة لغيرها، كما تختلف جمـيعاً عن الهندسة الموروثة عن « إقليـدس ». وبدأ فوق هذا، أن بعض تلك الهندسـات الجـديدة أكـثـر قـربًا من الواقع الكـروى لكوكـبنا من الهندسـة التقليـدية؛ وأن الكثير منهـا واسع التطبيق أيضا . كل هذا إنما تبـين بتحليل البناء الهندسى التقليدى للوصـول إلى أساسه ومسلماته، ثم بتغـيير الأسس والمسلمات تغييـراً يؤدى إلى قيام هندسات أخـرى مغايرة . كما تبين كـذلك، أنه لكى يقوم علم هندسى وثيق، يجب الابتعـاد بالمسلمات عن كل الأشكال المكانية والاكـتفاء بإحالتـها إلى المنطق الصـورى وحده، حـتى لم تعد الهندسـة نظريات فى أشكال هندسية، وإنما فقط فى علاقات منطقية بحتة .

كل هذا النقـد الباطنى القـائم على تحليل البناء الرياضى بما فـيه المسلمـات إنما عرف عند الرياضـيين بمسألة « أساس الرياضة »، بينمـا تسمى المسألة نفسـها عند الفلاسفـة والكثيرين من الرياضيين أيضا « فلسـفة الرياضة »؛ لأنه واضح الآن أن أولئك الرياضيين البـاحثين فى الأسس والوصول إنمـا يفلسفون، وأنهم بالتـجائهم فوق هذا إلى المـنطق الصورى الذى هو لبـاب الفلسفـة وجوهرها، إنما التـقوا مع الفلاسفة المهـتمين بنقد المعرفة العلميـة عن طريق تحليل البناء العلمى إلى عناصره

وأسسه لتحديد طبيعة تلك الأسس، وما يترتب عليها من قضايا ونظريات مشتقة منها، على أساس المنطق وحده وحسب، فتساءل حينئذ الفلاسفة : أهى كلها قضايا من طبيعة المنطق الصورى أم أنها لا تمت إلى هذا المنطق بصلة، وإنما تستقى من منابع تجريبية تعرف عند الرياضيين بإسم « الحدس »، ثم ما معنى الحقيقة فى الرياضيات ؟ وما قيمة الحقائق الرياضية ؟ هكذا نجد أن فلسفة الرياضة اليوم ملتقى أبحاث الرياضيين والفلاسفة معاً ، وأكبر مظهر من مظاهر التعاون المثمر بين العلم والفلسفة.

ويمكن الإشارة إلى بعض المسائل التى تعالج فى فلسفة الرياضيات، وهى :

أولاً : موضوعات ذات طابع منطقى صرف :

وتتمثل فى التعريفات والقضايا الخاصة مع تحليلها رمزيا بقصد اشتقاق الحدود المعرفة بعضها من بعض، وبرهان القضايا أو النظريات على أساس المسلمات.

ثانيا : موضوعات ذات طابع فنى علمى :

وتتمثل فى البحث فى أساس البناء الرياضى كله، أو أسس أية نظرية رياضية منفردة، لاستقصاء الأصول والمسلمات، أو لمعالجة نقائص بنية الرياضيات .

ثالثا : موضوعات ذات طابع منهجى :

فيما يختص بالرياضيات، يتناول البحث كيفية إقامة ما يسمى النسق الاستنباطى، كما يتناول بحث الشروط المنطقية لاختيار المسلمات

رابعا : موضوعات ذات طابع فلسفى :

فيما يختص بالرياضيات، نجد فى الوقت الراهن ثلاثة مواقف أساسية تتنازع الأمر فوق مسرح الأبحاث الخاصة بأسس الرياضة ، وهى : موقف المناطقة الذين يرون فى قضايا الرياضيات مجرد قضايا من المنطق الصورى وحسب، ثم موقف الاكسيوماتيكيين الذين يرون أن المنطق والرياضة نابعان سوياً من أصل

آخر قبلهما هو الطريقة الاكسيولوماتيكية، ثم أخيرا موقف الحدسيين الذين يرفضون الموقفين السابقين، ويؤكدون أن الحقائق الرياضية لاصلة لها بالمنطق، وأنها نابعة من نوع خاص من التجربة الفكرية يسمى « الحدس الرياضى »(٧).

سادساً : التعاون بين الرياضيات والفلسفة :

يعتبر كتاب (الأصول) فى الهندسة لإقليدس من الوجهة العلمية البحتة أوثق الكتب كلها، التى انحدرت إلينا من الفكر القديم وأكثرها تداولا، ولا يرجع سر نجاح كتاب (الأصول) عبر العصور كلها إلى إبتكار « إقليدس » لنظريات جديدة إنما يرجع إلى الطريقة أو المنهج الذى إتبعه « إقليدس » فى استعراض النظريات التى يحتويها الكتاب، وذلك بتنسيقها فى نسق علمى موحد محكم الحلقات بحيث يتوقف برهان كل نظرية لاحقة على نظريات أخرى سبق برهانها وسابقة عليها فى داخل بناء منطقى يجمع كل النظريات المتفرقة، ويستند بحذافيره إلى أساس أو مقدمات، أو كما يقول « إقليدس » إلى « أصول » محددة قليلة ووثيقة تبقى خارج البرهان، لم يفطن الرياضيون إليها من قبل . إن سر نجاح « إقليدس » فى تأسيس علم الهندسة، وإخراجه إلى حيز الوجود يعود إلى الطريقة أو المنهج الذى اتبعه فى تنسيق نظريات الهندسة المتفرقة، وربطها برهانياً ، بحيث يستنبط بعضها من بعض.

ها نحن نقف فجأة فى فلسفة الرياضة أمام فكرة « المنهج » الذى أثمرها كعلم، فإلى هذا المنهج نحول النظر منذ الآن ونكرس الانتباه، ذلك لأن تحليل خطوات ذلك المنهج لبيان الأسس والأصول التى تقوم عليها الرياضيات ونقد تلك الأسس، وما يترتب عليها من قضايا رياضية هى المسائل التى تتناولها فلسفة الرياضة وتجيب عنها .

إن إثارة فكرة المنهج فى الرياضيات، تحتم علينا العودة إلى الوراء، إلى الفلاسفة الذين مهدوا بلا شك لـ « إقليدس » فى منهجه الذى اتبعه لبناء علم رياضى. إن ذلك يوضح التعاون الوثيق الذى نشأ بين الفلسفة والرياضيات منذ

القدم فى سبيل تأسيس علم رياضى كامل ، ذلك التعاون الذى أسهم فى إقامة رياضيات ثابتة الأركان بفضل التحليل الفلسفى لأسس الرياضيات .

وفى تلك العودة نمهد بتعريف للرياضيات على أساس منهجها كما يعرفها المحدثون .

إن تعريف الرياضيات على أساس موضوعها؛ أى على أساس أنها علم الكم (الهندسة) والمقدار (العدد) لم يعد الآن صالحا للتعبير عن طبيعة الرياضيات ككل منسجم منسق، يضم فروعا عديدة لا يدخل بعضها ،مثل هندسة الوضع أو الحساب الهندسى لـ « جراسمان » ، أو « جبر المنطق» لـ « جورج بول » تحت مقولة الكم أيا كان، أى لا يمت للكم متصلا أو منفصلا بصلة .

« لذلك فإن الاتجاه الحديث للتعبير عن طبيعة الرياضة ينحو نحو تعريفها تعريفاً يتماشى مع كل فروعها ، كما يتماشى معها ككل منسق تتوقف فيه نظرية رياضية على نظرية أو نظريات أخرى . وهذا التعريف إنما هو تعريف لها بطريقتها أو منهجها على هذا النحو، يكشف فى الوقت نفسه عن طبيعة موضوعها كما يتصوره المعاصرون، الذين تخلوا عن التصورات القديمة للكم متصلاً ومنفصلاً كموضوع للرياضة .لكن هذا التعريف للرياضة على أساس منهجها إنما يحتاج إلى مقدمات؛ لكى يفهم، لأنه لما كان التصور الحديث لطبيعة الرياضة والتحول إلى الإهتمام بمنهجها إنما نشأ عن حركة النقد الداخلى، التى قام بها رياضيو القرن التاسع عشر لتصوراتهم عن الرياضة التقليدية، وكانت نقطة انطلاق تلك الحركة إحدى مسلمات هندسة (إقليدس) التى حاول الرياضيون عبثا البرهان على صحتها كنظرية من النظريات، فكشفوا بفشلهم المتكرر عن عوالم هندسة أخرى غير عالم «إقليدس» ، ثم لما كان الكلام فى مناهج الرياضة قد سبق إليه (أرسطو) و«إقليدس » المحدثين من الناظرين فى هذا الموضوع ، فإنه يجب أن نقف عند مذهب هذين المفكرين القديمين» [٨] .

تـنـاول أرسـطـو فى كتابه (التـحليلات الثانية) البرهـان اليقينى (الرياضى) فاوضح أن اليقين الذى تمتاز به قضايا الرياضيات ونظرياتها إنما هو مستمد من أنها علم برهانى ، أو كما يقال الآن علم استنباطى .

«والعلم البرهانى عنده هو العلم الـذى يحتاج لقيامـه كعلم إلى نقط بدء، أى أسس أو مبادئ يبـدأ منها برهان قضايـاه ونظرياته. وتلك الأسس أو المبادئ قليلة العدد وغـير قابـلة للبرهان فى العلم الرياضى نفـسه، وإن كانت تبـرهن فى علم أعلى كالميتافيزيقا ، التى هى علم المبادئ الأولى للوجود، ومنها مبادئ الرياضيات طبعاً.

من هذه المبادئ ما هو مشترك بين العلوم كلها ، كالمبادئ الأولية الثلاثة للوجود والفكر، وهى: الهوية وعدم التناقض والثالث المرفوع .

ومنها ما هو خاص بكل علـم على حدة، وأهمها فيما يخـتص بالرياضيات ما يأتى:

١ ـ التعريفات وهى قـضايا تشرح معنى الحدود الأولية ، ولا يقـال لها صادقة أو كاذبة ، كتعريف الخط مثلا ، بقولك أنه طول ولا عرض له .

٢ ـ الأصول الموضوعـة أو الأوضاع المتفق عليهـا ،وهى ما ترجمه العـرب بعبارة «العلوم المتعـارفة »، وهى قضية لا برهـان عليها، وواضحة فى ذاتـها، حتي لكأنما الإنسان يعـرفها دائما إذا ذكـرت أمامه، كمـا أنه لا غنى عنها لمن يريد التعلم، ومثالها قولك : الكل أكبر من الجزء .

٣ ـ المسلمات : وهى مـا نقله العرب فى كلمـة « المصـادرات ». وهـى، أيضـا، قضيـة لا برهان عليـها، ولكنها تختلف عن الأصل المتـواضع عليه، فى أنها ليست بينة فى ذاتها، ويجد المتعلم عناداً فى قبـولها، ومن ثم فهو يصادر بها حتى تتضح له فيما بعد ، ومثالها : المتوازيان لا يلتقيان مهما امتدا .

كل هذه المبـادئ لا تبـرهن فى العلم الذى يسـتند إليـهـا، وإنما فى علم أعلى

كالفلسفة الأولى ، ولكنها المبادئ التى تستمد منها براهين النظريات الرياضية ، سواء بطريقة مباشرة أم مما سبق برهانه من النظريات بواسطتها [٩].

إن مثل هذا التحليل الأرسطى غير المسبوق فى تاريخ الفكر يشهد بعناية «أرسطو» بفلسفة العلوم منذ القدم، ويشهد أنه كان أسبق من الرياضيين فى فحص مسألة مصادر اليقين الرياضى بفحص الأسس التى يقوم عليها البناء الرياضى كله. كما أنه يبين أنه وضع حجر الزاوية لتعاون، لم ينفصم منذ ذاك الوقت بين الفلسفة والرياضيات، فأنشأ بذلك منذ القدم فلسفة الرياضيات، التى هى ميدان التعاون المستمر بين الرياضيات والفلسفة، إلا أنه لم يذهب أبعد من هذا التحليل، فلم يقم نسقاً رياضياً على هذه العناصر التى ميزها، بل ترك نظريات الرياضيات مبعثرة وغير مؤتلفة فى بناء موحد، كما كان عليه الحال عند الفيثاغورثيين.

أما (إقليدس) ، فقد جمع فى كتابه (الأصول) نظريات القدماء المبعثرة، التى ظهرت فى القرون الثلاثة السابقة عليه، وقدم الهندسة على نظرية الأعداد «الحساب»، واشتق هذه الأخيرة من الأولى متأثراً بالفيثاغورثيين، ونسق هذا كله ولأول مرة فى التاريخ فى نسق أو بناء واحد محكم الحلقات، بحيث يعتمد برهان أية نظرية لاحقة على ما تقدم عليها فى ترتيب ذلك البناء، وبحيث يستند النسق كله إلى تلك المقدمات أو المبادئ التى ميزها « أرسطو» فى كتابه (التحليلات الثانية) . وذلك يعنى أن تعاليم أرسطو كانت وراء إنجاز « إقليدس » لكتابه (الأصول)، الذى يعتبر أوثق وثيقة إنحدرت عبر العصور من العالم القديم، والذى شمل عددا كبيرا من القضايا المبرهنة، أى المشتقة بالبرهان، وهى إما نظريات أو ملحقات أو تمارين مشهورة ، تلك القضايا قام « إقليدس » ببرهانها على أساس الأنواع الثلاثة من المقدمات أو المبادئ أو الأصول (التعريفات ـ المسلمات ـ البدهيات) .

أيضا، حلل « إقليـدس » خطوات برهان كل نظرية على حدة، فذكـر ثماني خطوات، منهـا : (١) ذكر منطوق النـظرية . (٢) إعادة المنطوق مع الاسـتعـانة بشكل مرسوم (٣) افتراض التـسليم بصحة القضية ؛ فيستعـان بقضية أخرى سلم بها أو تم برهانهـا (٤) ثم الأشكال الإضافيـة أو إنشاء الأعمال، وهو عـبارة عن تحليل القضية التي يراد برهانهـا إلى إشكال أخرى مألوفة وأبسط منها . . إلخ . . إلخ . . حتى الخطوة الثامنة والأخيرة وهي إعلان النتيجة .

والجدير بالذكر أن خطوات البـرهان السابقة كانت معروفـة قبل « إقليدس» عند قدمـاء الهندسيين وعند « أفلاطون »، إلا أن أهمـية عمل « إقليدس» لا ينحـصر فقط في مثل تلك الخطوات العملية التي تتبع في الحل، وإنما أيضا في استناده إلى تحليـلات «أرسطو» الثانـية، وبذا اسـتطاع أن يبنى نـسـقاً اسـتنبـاطياً واحـداً لكل النظريات المبعـثرة التي خلفها الســابقون، تستنبط في داخله النظريات اللاحـقة مما سبقها في الترتيب، ويستند الاستنباط برمته إلى قبول عدد محدود من المقدمات أو الأصول.

يقوم النسق الاسـتنباطي ـ كما أوضـحنا ـ عند « أرسطو » و « إقليدس » على استـخلاص مـقدمـات أو قضـايا أولية، أهمـها الأصول المـوضوعة والمسـلمات (المصادرات)، ولا فارق بين النوعين إلا في درجة الوضوح والبداهة لدى المتعلم : فالأولى أوضح، بينما يعاند العقل في قبول الثانية ويتـقبله متسامحاً وحسب. فإذا أغفلنا هذا الفـارق السيكولوجي أو البـيداجوجي (التـعليمي) فإن تلك القـضايا الأولية تعتبر مطابقة للواقع ومعبرة عنه، أي تعتبر في ذاتها أنها (حقيقة)، فالحقيقة هي في المطابقة التـامة مع الخارج أو العـالم الواقعي. هذا بكل تأكيـد هو موقف (أرسطو) و (إقليدس) المشـترك، ولم يتردد الفـيلسوف (كانط) في تأيـيد مثل هذا الرأي على نحو يختلف بعض الشيء عندما نظر إلى تلك القضايا الإقليدية الأولية على أنها قضايا « ضرورة»؛ لأنها تعبر عن خواص المكان الحقيقي الوحيد وإن كان

هـذا المكـان عنـده ذاتيـا فـى الذهـــن البشرى، وليس واقـعيا فى العـالم الخارجى كما عند «أرسطو» و «إقليدس»، وهذا هو الـفارق بين الموقفين، ولكن هذا الفارق لا يؤثر فى كون تلك المبادئ الهندسيـة هى قضايا حقيقية لأنها معـبرة مباشرة عن خصائص المكان، سواء أكـان فى الخارج «إقليدس» أم فى باطن الذهن « كانط» ، فالخـط يمتد عند « كـانط » إلى مالا نهـاية والكل أكبـر من الجزء، والمتـوازيان لا يلتقيان إلخ .

عندما يتحدث المناطقة المعاصرون عن التصور المشترك بين « أرسطو» و«اقليدس» الخاص بـطبيـعة النسق الاستنباطى، سـيصـفونه بأنه « نسق يقـينى استنبـاطى». والمقصود بهذه التسمية، إبراز كلمة « يقـينى » التى تشير إلى الفكرة المميزة حقيقة لتصور القدماء، وهى أن المقدمات أو المبـادئ التى يستند إليها النسق «يقينية»، أى مطابقة للواقع الخارجى، وتبعاً لذلك تكون، أيضا، القـضايا المشتقة منها بالبرهان (النظريات) يقينيـة، كذلك فإن «كـانط» حكم بأن الهندسة الإقليدية هى الوحـيدة الممكنة للإنسان لأن قضاياها ضرورية .

ولكن التـصـور المعـاصـر للنسق الاسـتنبـاطى لا يرى هذه المطابقـة ولا هذه الضرورة؛ إذ يعتبر القضايا الأولية مـجرد فروض أو أوضاع نتفق عليها، ولا صلة لها بالواقع الخارجى أو المكان، كما أنها ليست ضرورية عند الذهن، وكل ما تمتاز به هو أنها يجب أن تكون غير متناقضة فيما بينها، بحيث يمكنها أن تنتج طائفة من القضايا المشتـقة أو النظريات التى لا تتناقض فيما بينهـا . وهذا التصور لا يسمح بالتميـيز بين مسلمات أو أصول موضـوعة، فكلها مجرد فـروض أو أوضاع نتفق عليهـا. ومن ثم جاء اسمـه. فالمناطق المحدثون يصـفون هذا التصـور الجديد بأنه «نسق فرضـى استنباطى»، وذلك يعـنى أن المبادئ عبـارة عن افتـراضات، وذلك يعطى لنا تعريفاً للرياضيات بنهجها من وجهة نظر المحدثين .

إن هذا التصور الجديد للنسق الاستنـباطى ، هو الذى جعل الرياضيين المحدثين

يكشفون عن أوجه النقص الشديد فى نسق « إقليدس » الهندسى؛ فقد بين الرياضيون أن نظريات « إقليدس » لا يمكن أن تنتج عن مقدماته الأولية وحدها، لأن تلك المقدمات ناقصة نقصاً ذريعاً . فلقد بين « هنرى بوانكاريه» نقص المقدمات الخاصة بالنقلة (Desplacement)، كما أوضح «موررتز باش» أن هندسة «إقليدس» تنقصها المقدمات الخاصة بالترتيب أو النظام، كذا بين «برتراند راسل» أن الثمانى والعشرين النظرية الأولى من كتاب «إقليدس» تستعمل ضمنا لا صراحة عدة مقدمات مضمرة، لم ينص عليها فى ثبت مقدماته ، وأنه لولا « ديفيد هلبرت » الذى أكمل وأتم الكسيوماتيك هندسة «اقليدس » فى كتابه المسمى (أصول الهندسة) «١٨٩٩» ، ما كان هناك برهان هندسى « إقليدى» واحد سليم، أى يستنبط نتائجه بدقة من المقدمات المصرح بها فى بداية الهندسة ، ودون اللجؤ إلى مقدمات أخرى مضمرة فى ذهن الهندسى .

خلاصة ما سبق ، أن التعاون بين الفلسفة والرياضيات فى الكشف عن منهج الرياضيات ، قد يثمر ما يلى :

١ - تعريف الرياضيات من حيث منهجها بأنها نسق استنباطى .

٢ - تباين وجهات نظر كل من القدماء والمحدثين فى قيمة قضايا هذا النسق أهى حقيقية وضرورية، أم هى مجرد افتراضات وأوضاع .

٣ - توضيح أن تحليل « إقليدس» لأصول الهندسة يعانى من النقص الذريع الذى تداركه الرياضيون المعاصرون [١٠]. ،

سادساً : مدى إمكانية تدريس الفلسفة من خلال الرياضيات الحديثة فى المرحلة الثانوية :

وكنموذج تطبيقى لإظهار العلاقة وثيقة الصلة بين الرياضيات والفلسفة، نقدم البحث الذى تقدم به (فان . ر. هاتز Van. R. Hatz) للكلية فى جامعة مسيسبى

(أغسطس ١٩٦٥)، فى تنفيذ جزئى لمتطلبات درجة الدكتوراه فى الفلسفة فى مدرسة التربية [١١]، حيث قام ذلك البحث على أساس تحقيق الخطوات التالية :

★ عـرض مبدئى :

ـ مشكلة البحث :

يتطلب الصراع العالمى الممتد للأيديولوجيات الاجتماعية والسياسية جهوداً جادة وجديدة، يدعمها القائمون على التربية فى اتجاه التنظيم الفلسفى. إن حماسة الشيوعيين الواضحة، وشغفهم فى إعلاء شأن النظريات، شىء يعجب به، حتى أولئك الذين لا يتفقون معهم فى الرأى. ويبدو أن تأكيدهم على تدريس النظريات، من خلال التدرج التربوى أصبح معرفة عامة.

وفى الجانب الآخر، يزعم عديد من المفكرين الأمريكيين، مثل ستيفين بيلى Stephen Baily عميد المدرسة العالية بجامعة سيراكوس Syracuse، يزعمون بأن أعداد متزايدة من أجيالنا الجديدة، تقع فريسة اليأس، لعدم قدرتهم على فهم المعنى الفلسفى للعالم، ولموقع الإنسان فيه. ومع هذا، كيف يمكننا تزويد التلاميذ بالمبادئ التى يمكن عن طريقها وضع أساس لفلسفة الحياة السليمة والعملية ؟

ـ فروض البحث :

١ ـ يمكن للفلسفة أن تسهم فى وضع تعريف، وكذا فى وضع حلول للمشكلات: الفردية والجماعية والدولية.

٢ ـ المدارس الثانوية مجهزة بصورة جيدة تسمح بقبول أكبر عدد من الطلاب.

٣ ـ الاعتبارات الفلسفية ليست ذات أهمية فى الوقت الحالى .

٤ ـ لن تقدم الفلسفة ـ كنظام أكاديمى متميز ـ فى المرحلة الثانوية ، فى المستقبل القريب.

٥ ـ ستظل الرياضيات تشكل جزءاً مهماً من المنهج المدرسى .

ـ هدف البحث :

يستهدف البحث توضيح إمكانية وجود تأكيد قوى على الفلسفة فى المرحلة الثانوية، وتوضيح أبعاد المحاولة التى تمت لتأكيد العلاقات النظرية والتركيبية والمنطقية بين الرياضيات والفلسفة. ومن هنا يبرز إقتراح تقديم الرياضيات كمدخل لتدريس الفلسفة بنجاح.

ـ حدود البحث:

استخدم الباحث المكتبات والتسهيلات البحثية الخاصة بجامعة ميسيبى وكلية الأخوة المسيحيين. ولقد بذلت الجهود للتنسيق مع الآخرين، لجعل الدراسة موضوعية. وبغض النظر عن الحذر ، لضمان الحصول على نتائج دقيقة، كان ينبغى وضع إتجاه يؤكد نفسه، بإختيار الباحث نفسه، للبيانات وبالبرهان المؤيد . وفى ضوء هذا الوضع، فإن الاتجاه الذى اختاره الباحث، قد نجم عن تنظيم (الأنصار الجدد لتوما الأكوينى)، الذى يقوم على أساس:

١ ـ الوجود يسبق الجوهر (الماهية).

٢ ـ الحدس هو مبدأ سابق.

٣ ـ الإدراكات الحسية أساسية للمعرفة.

٤ ـ السبب قادر على التوصيل للحقيقة.

ـ الإجراءات :

تم دراسة وتحليل الدراسات السابقة المتعلقة بالعلاقة بين الفلسفة والرياضيات. والأكثر من هذا، تم تنظيم تركيب لنسق فى الفلسفة والرياضيات، بشرح التناظر فى تكوين نظامى : الفلسفة والرياضيات.

ومن خلال عملية الاستدلال المنطقى، تم إعداد عدد من خطط الدروس، التى تشرح طريقة تؤكد العلاقات المتشابكة التى تصل إلى حد الانصهار بين الفلسفة

والرياضيات. وفى النهاية، أخذ فى الاعتبار التساؤل، الذى قد يطرح حول إعداد المعلم الذى سوف يحقق أهداف هذا البحث . وهناك أيضا اقتراحات مقدمة.

★قيمة الفلسفة للرياضيات:

إذا كانت الرياضيات مجرد مدخل لتدريس الفلسفة. فربما يدور الشك بدرجة كبيرة حول التساؤل عن الفوائد ـ إن وجدت ـ التى يمكن للرياضيات أن تستمدها من اتحادها بالفلسفة. ومع هذا ، فإن كتابات الرياضيين والتربويين ـ والتى تنوه عن الفوائد التى يمكن لدراسة الرياضيات أن تستمدها من الفلسفة، بمعنى التماسك والعمق ـ كانت مثمرة بالفعل.

يقول **جون كيمنى** John Kemeny، رئيس قسم الرياضيات وأستاذ الفلسفة فى دارتموث Darthmouth : « إن الفلسفة والرياضيات يرتبطان بعضهما البعض تمامًا، مثلما ترتبط الوسيلة بالنهاية. إن الفلسفة هى التى تحدد الاتجاه والأهداف النهائية، فى حين يستنبط الرياضى الأساليب والطرائق التى تحقق هذه الأهداف ».

ويضيف **كيمنى** على ما تقدم، ويقول إن تدريس الرياضيات يرتبط بشدة مع تدريس علم الأخلاق، « بمعنى ما هو صواب وما هو خطأ فى الرياضيات، يقارن بسهولة بما هو مرغوب فيه أو غير مرغوب فيه ، فى علم الأخلاق » .

ويعلق **ألبرت أينشتين** Albert Einstein ، بقوله :

« يمكننى التأكيد بأن الطلاب ذوى القدرات الذين قابلتهم كمدرس، كانوا يهتمون بنظرية المعرفة بعمق. وأعنى بالطلاب ذوى القدرات، ليس فقط المتازين فى المهارة، بل أيضا فى استقلالية حكمهم. لقد كانوا يحبون بدء المناقشات حول بديهيات، وطرق العلم، حيث أثبتوا بعنادهم فى الدفاع عن آرائهم، بأن هذه القضية كانت من القضايا المهمة لهم ».

وتعبر الكلمات التى قالها **هربرت دينجل** Herbert Dingle ، مدرس تاريخ

الرياضيات فى جامعة لندن، عن الحكم بأن العالم العلمى ربما لا يهتم بصورة كافية بالفلسفة: « إنها قضيتى أن أبحث عن أن ما وصل إليه هذا الجيل من كفاءة مدهشة فى ممارسة العلم، يمكن أن يكون ضعيفا بصورة مدهشة أيضا، بالنسبة لفهم العلم. والبحث الذى أريد اقتراحه، هو آلية عدم الوعى الذاتى، والذى وجد فيه العلم حالياً ضالته، لهو نتيجة لنقص العمل المدرسى النقدى فى الحركة العلمية نفسها، وفى أداء الوظيفة ـ أو على الأقل فى إحدى الوظائف ـ التى أداها النقد بالنسبة للأدب، فى العصور السابق » .

ويقول البروفيسور إتش . بى . فاوست H. P. Fawcett :

« . . إن مدرس الرياضيات الذى يخدم طلابه بدرجة عالية، سوف يجعلهم يشاركون فى عملية الابتكار، فهو يساعدهم عندما يقدمون تعميمات تجريبية للإجراءات الاستدلالية ، بالموافقة أو عدم الموافقة » .

إن عديداً من العلماء الذين يتمتعون حاليا بشعبية كبيرة ، وبمراكز مهمة، فى حالة قلق خشية إهمال الفلسفة كلية فى سبيل الجهود العلمية المبذولة . ففى مراسلة كراوفورد جرينوالد Crawford Greenewalt . وهو عالم ورئيس قسم I. E. Du Pont de Nemours ، لمجتمع المصانع الكيميائية، يقول شاكيا : «المجتمع الذى يبتكر علماء بتقليل رتب فلاسفته، ربما يكون فى النهاية فى أمس الحاجة لكليهما » .

كان روبرت إم . هوتشينز Robert M. Hutchins ، المستشار السابق للجامعة فى شيكاغو، فى مركز لا يحسد عليه، عندما حاول التأثير فى وضع منهج يناسب معهد عال جدير بالاحترام. لقد أصر على وجود خلفية فلسفية قوية لكل طلاب الجامعة . لقد كتب : « إن العلوم الطبيعية تستمد مبادئها من فلسفة الطبيعة، التى تعتمد بدورها على الميتافيزيقا . والميتافيزيقا ـ وهى دراسة المبادئ الأولى ـ تشمل الكل. وبالاستعانة بها ، وبالاعتماد عليها، تتواجد العلوم الاجتماعية والطبيعية .

وفى مجموعة محاضرات ، قدمتها جامعة توبينجن Tubingen، ناقش البرفيسور **فريتاج ـ لورينجهوف Freytag - Laringhoff** ، العلاقات التبادلية بين الفلسفة والرياضيات ، فى العبارات التالية :

« فى مقدمة نظرية المجموعات ، تقدمت الرياضيات إلى المنطقة التى عندها تحفظ الفلسفة، وعندئذ حققت الفلسفة النجاح الذى لا يمكن تغيير مقداره وحجمه لأية درجة نهائية بالرياضيات وحدها، فالرياضيات اليوم فى حاجة إلى الفلسفة».

★ الفلاسفة الرياضيون : صورة تاريخية :

إن الهدف من هذا العرض ، شرح الأحداث التاريخية السابقة، التى تربط بين الرياضيات والفلسفة. عند دراسة أعمال الرياضيين والفلاسفة المشهورين فى التاريخ، لا يمكن تغطية الأمثلة ذات الآثار القوية، والتى مارسها كل من النظامين، بسهولة تامة. يمكن للفرد أن يجد أن الرياضيات تستخدم دون مقاومة، لشرح ظاهرة فلسفية، كما يميل الفيلسوف إلى البحث عن طريقة أو إلهام ينبع من الرياضيات. أيضا ، يمكن للفرد أن يجد أمثلة عديدة للمفكرين، الذين يصنفون أنفسهم فى قائمتى الفلاسفة والرياضيين معا. وتوضح الأمثلة التالية ، وتؤكد هذا:

ـ فيثاغورث Pythagoras

يميل التاريخيون إلى إطلاق كلمة فيلسوف على الفيلسوف الرياضى فيثاغورث. يعتقد فيثاغورث بشدة فى حقيقة الأشياء غير المادية تماما ، على مستوى الأشياء المادية. إن عمله فى الرياضيات ، جعله يقتنع بأن الأفكار يمكن أن تكون حقيقة. وعند تطبيق جهده فى مجال القياس فى حقل الهندسة، رأى أن هذه التطبيقات حقيقية بمعنى الكلمة. أما السؤال الذى إهتم به كثيرا، فكان يدور حول البحث عن غرض ومعنى للرياضيات، فى حد ذاتها.

كانت الرياضيات بالنسبة لفيثاغورث نتاج عقله، ولكنها لم تكن عقله. كانت

الرياضيات تطبق فى المشكلات، وهذا التطبيق أعطاها شخصية جديدة، لم تمتلكها قبل تطبيقها فى المشكلات. ومن هنا، فإنه بحث عن قيمة الرياضيات لذاتها، ومعنى الرياضيات فى المخطط الكلى للأشياء المادية وغير المادية.

لقد انتهى إلى أن الرياضيات، هى القوة التى تربط بين عالم الأفكار وعالم الأشياء المحسوسة. والأكثر من هذا، وصل فيثاغورث إلى الاعتقاد بأن الأعداد هى السبب فى الوجود المادى للأفكار. وقد علل ذلك بقوله: « إن الأشياء المادية يمكن أن يتغير لونها وشكلها ومكانها، ولكنها تظل شيئاً واحداً بعينه. ومن هنا، فإن وحدة كل شىء هى الخاصية الوحيدة غير المتغيرة والثابتة للأشياء المادية ». ولقد لاحظ أيضا، أن كل الأعداد الطبيعية الأخرى، هى - بمنتهى البساطة - المكونات الإضافية للوحدة. وعلى هذا، فإن الوحدة بداية لكل الأشياء، ومع هذا فإنها لا نهائية (مطلقة).

ويقول فيثاغورث: « إننا - أساساً - نعرف الوجود فقط بوسائل الخصائص الرياضية التى يمتلكها الوجود، وأن أفكارنا تصبح مادية فقط عن طريق المرور بعالم الرياضيات ».

- أفلاطون Plato

قامت الرياضيات الإغريقية على أساس فكرة الخط كبعد محدود (له نهاية)، وهو يتكون من عدد لا نهائى من النقط. ويتساءل **زينو Zeno** عن منطق هذا المفهوم. فهو يتساءل ما إذا كانت تلك النقاط لها إتساع (إمتداد)، لأنه فى هذه الحالة فإن العدد النهائى للنقاط لا يمكنه تأليف خط. وإذا لم يكن للنقاط إتساع، فلا يوجد عدد منهم - مهما كبر - يمكنه تكوين خط.

هذا التحليل الفلسفى للخط الهندسى، كان أول ثورة فى الفلسفة الإغريقية. ولقد انزعج **أفلاطون** من هذا التناقض، لدرجة أنه قال: « إذا لم يعرف أى فرد شيئًا عن هذا، فإنه مذنب وجاهل تماماً ». إن التناقض الذى أوضحه زينو،

كان له تأثير على فلسفة **أفلاطون** . ونتيجة لهذا التناقض، شعر **أفلاطون** بأن الهندسة لا يمكن إختزالها فى الحساب. وهذا قاده إلى نسب الطبيعة الحقيقية للواقع إلى الحساب . بمعنى ؛ **الواحد** ، هو الشىء الوحيد الواقعى الذى يمثل الأساس لفكرة الوحدة. فعلى سبيل المثال، فإن الكرسى ليس بفكرة واقعية ، لوجود كراسٍ كثيرة ، ولكن فكرة الكرسى كوحدة، تكون فكرة مقبولة. وبالتالى، فإن الأفكار تصنع عالم الواقع، وكل ما يغاير ذلك، ليس إلا بديلاً فقيراً، وظلاً لمبدأ الوحدة.

وأحد الملامح الأخرى المثيرة للرياضيات الإغريقية ، الغياب التام للأعداد غير القياسية. فالقياسات فى الهندسة، التى أعطت نتائج على شكل أعداد غير قياسية، تمت معالجتها ببساطة كنسب، وتترك هكذا. (مثال : نسبة محيط الدائرة إلى قطرها). هذه النسب، من المعتقد أنها غير مختزلة فى الهندسة الإغريقية .

وقد تبنى **أفلاطون** هذا التفكير الرياضى فى فلسفته، بالتفكير فى النسبة على أنها مفهوم أولى لا يختزل. ولهذا كان للأعداد غير القياسية فى الرياضيات، والمبدأ المنطقى فى الفلسفة، قوة ربط كبيرة بينهما فى تطورهما التاريخى . والأكثر إثارة، أن ننوه إلى أن **إقليدس Euclid** عندما تحدث عن النسب، وأن **أفلاطون** عندما تحدث عن المبدأ المنطقى، استخدم كلاهما مصطلح المبدأ العقلانى **Lagos**.

- ليبنتز Leibnitz

وهو أول من ابتكر أساسيات التفاضل والتكامل. وبالإضافة إلى كونه مبتكراً رياضياً، فإنه أستاذ قانون ومفكر مشهور. لقد قضى وقتاً كبيراً فى محاولة تطبيق مبادئ الرياضيات فى مهمة البحث عن طرق تقليل الفوارق بين الشعوب. كان يعتقد بشدة فى الإرادة الحرة، واستخدم اعتقاده هذا ، كأساس بديهى قام على أساسه بناء نظرياته فى التناسق البشرى. لقد ذاع صيته، لدرجة أنه رشح لشغل منصب مدير مكتبة **الفاتيكان**، رغم أنه لم يكن كاثوليكياً .

ولقد عمل بحماسة من أجل إعادة توحيد البروتستانت والكاثوليك (ربما تحققت أول إشارة للعالمية فى هذا العمل). وكتب فى عام ١٦٨٦ كتاب **نظم اللاهوت** Systema Theologicum، وفيه قدم ـ باللغة اللاهوتية ـ نظاماً للاهوت يأمل أن يقبله البروتستانت والكاثوليك، حيث حقق عملاً جذيراً بالملاحظة فعلاً، وهو تطبيق التفكير الرياضى فى الفلسفة اللاهوتية . ويقول **إريك توملين** Eric Tomlin عن (ليبنتز) : « إنه لم يكن لديه فرصة فى حياة واحدة يعيشها أن يحل ويركب كل ما يحمله النظام بداخله » .

ـ ديكارت Decartes

إن أعظم إنجازاته الفلسفية، هى دمج الجبر والهندسة فى وجود جديد، هو الهندسة التحليلية. وربما يكون هذا النظام، هو أوضح الأنظمة الرياضية المنظمة والمميزة. لقد، شعر **ديكارت** أن الفلسفة، أيضا، لابد أن تكون واضحة ومنظمة ومميزة. ولقد طبق طريقته التحليلية فى الرياضيات فى عمله : **حديث عن الطريقة**، والذى بحث فيه التخلص عن كل ما هو مبهم وغير ثابت ووهمى فى الفلسفة. لقد شعر أن العالم يمكنه عرض نظام رياضى نمطى، حيث يمكن للإنسان أن يبدأ بالشك فى كل شىء ، وفى النهاية يثبت وجود كل ما هو واقعى . « أنا أفكر . . إذاً أنا موجود » هذه العبارة كانت السبب الذى يستخدمه ليؤكد وجوده.

اعتقد **ديكارت** أن الأفكار الرياضية فطرية؛ بمعنى : أن الفرد يمكنه الوصول إلى كل الحقائق الرياضية (مع وجود وقت كاف وعقل راجح)، دون مساعدة خارجية. وهو يبرر ذلك ، بقوله : « إن هذه أيضا هى حقيقة الفلسفة، أى أن تبدأ بإنكار كل شىء ، وتنتهى بإثبات وجود كل ما هو واقعى » . ولقد كتب **ديكارت**، يقول : « فى بحثنا عن الطريق المباشر نحو الحقيقة، لابد ألا نشغل أنفسنا بأى شىء ، لا يمكننا التحقق من يقينه، بما يساوى الحساب والهندسة ».

ـ راسل Russell

عقد مجلس الفلسفة فى باريس عام ١٩٠٠ . فى هذا اللقاء، استمع **برتراند**

راسل، وهو رياضى وفلسفى ذائع الصيت إلى الرياضى الإيطالى **بينو** Peano ، الذي شرح وجهة نظر جديدة تتعلق بطريقة دراسة وتحليل تراكيب الأنساق المنطقية، باستخدام الرموز أكثر من استخدام الكلمات. هذا الحدث، قاد **راسل** إلى تكريس جزء كبير من وقته فى تطوير المنطق الرمزى .

والحقيقة، وجدت دراسة المنطق الرمزى لاختصار الكتابة، حيث يكون للرموز سمة عالمية. وتتميز هذه الطريقة، بميزتين عن طريقة **أرسطو** التقليدية، الخاصة بلغة المنطق. ومع هذا ، فإن هاتين الميزتين تعتبران تافهتين، إذا ما لاحظنا أن المنطق الرمزى يذهب إلى ما هو أبعد من القياس المنطقى، فهو قادر على تحليل أنظمة ما وراء مجال المنطق التقليدى .

فعلى سبيل المثال، أوضح **راسل** إمكانية المنطق الرمزى أن يحلل تركيب مثل الحساب، وحدد الحد الأدنى المطلق لوجهات النظر غير المحددة، المطلوبة لتطويرها بالكامل .

وأمام عظمة هذا الإنجاز، يعتبر **راسل** أن مجالات بعينها للرياضيات، تعتبر نماذج أو أمثلة للأنظمة المنطقية المحترمة، ومن هنا نظر للرياضيات والمنطق وكأنهما شيء واحد.

ويقول **راسل** نفسه ، أنه كرياضى قد انجذب للفلسفة، لكى يجد المعرفة الأكيدة. وغالبا ، كان يهاجم فى كتاباته الفلسفية، العبارات التى يزعمها بعض الناس، بأنها « برهان ذاتى » لأن : « الوضوح هو عدو التصحيح» . ولقد شرح بنجاح أن العدد لا يزداد دائما عندما يضاف إليه عدد موجب، وأن جزءًا من الكل ليس دائما أصغر من الكل.

وقد تم إثبات **راسل** كصوت قوى ومسموع فى الفلسفة، عندما حصل بالفعل على جائزة (نوبل) لكتاباته عام ١٩٥٠ . وهو حالياً ناجح جداً فى عرض فلسفته

فى صورة مسرحيات، حيث تعتبر المسرحية وسيلة شرح عام فى إنجلترا. وهو الآن يبلغ من العمر ٩٣ عاما، وهو يكتب يقول : « أحب أن أعيش عشر سنوات أخرى، لأثبت أنه لن توجد حرب عالمية أخرى فى الوقت الحالى، وإن وجد فسيكون هناك شىء ، يمكن أن يقال عن كونى ميتا »(*) .

★ الرياضيات الحديثة : تاريخها ومعناها :

من الأجدر، عند محاولة تحليل مكونات الرياضيات الحديثة، وجود تعريف للرياضيات القديمة والحديثة معا، لكى نجعل المقارنة بين القديم والحديث جلية. كذلك، لعرض الموضوع فى شكل تطورى، لابد من مراجعة تاريخ ظهور الرياضيات الحديثة. وفى النهاية، يتم شرح تركيب الرياضيات الحديثة.

ـ تعريف الرياضيات القديمة :

عرف أوجست كومت August Comte فى عام ١٩٥١، وظيفة الرياضيات على أنها : « تحدد مقداراً معيناً من مقادير أخرى عن طريق العلاقات المحكمة بينهم » . وربما يوصف هذا التعريف بأنه قديم، حيث إن كل النصوص الرياضية الخاصة بالعقد الماضى تجنبته. والنص الحديث الوحيد الذى لا يزال يستخدم هذا التعريف هو قاموس وبستر Webster . ويقول هذا القاموس إن الرياضيات، هى : « العلم المعالج للعلاقة المحددة بين الأعداد والمقادير وبين العمليات، وهو العلم المعالج للطرق التى تقارن العلاقات التى تبحث فيها الأعداد، لتستنتج من علاقات أخرى معروفة أو مفترضة » .

ـ تعريف الرياضيات الحديثة :

الاختلاف الرئيس بين الرياضيات الحديثة والقديمة، يقبع فى بناء الرياضيات الحديثة على تركيب يتصف بالديمومة « الاستمرارية » ، أكثر من كونها مجموعة

(*) ينبغى أن يأخذ القارئ فى إعتباره أن هذه الدراسة تمت سنة ١٩٦٥ ، حيث كان (راسل) مازال حياً .

من المقررات والموضوعات. ويعرف **كيمنى** Kemeny الرياضيات الحديثة، بأنها تحليل معنى الكلمات والأشكال. وهناك ملحوظة مشهورة أخرى، وهى تعريف الرياضيات على أنها دراسة الأشكال والتراكيب المجردة والعلاقات بينهم. ويتفق كاتب هذه الرسالة مع تعريف **كيمنى**.

ومن خلال هذه التعريفات، يمكن رؤية الرياضيات على أنها ليست مجموعة من النظريات والقواعد والحيل، التى يجب حفظها عن ظهر قلب، ولكنها أكثر من نظام فردى، لابد من فهم تركيبه الواسع والعلاقات العامة بين مكوناته. وبمعرفة هذه التركيبات، يكون الطالب منفرداً، قادراً على استنتاج الحقائق والنظريات والقواعد .. إلخ.

- التطور التاريخي للرياضيات الحديثة :

لمدة تقترب من ألفى عام، كانت هندسة **إقليدس** المستوية، غير قابلة للتحدى. ولكى تتساءل حول هذه الهندسة، فلابد من عرض شكك، وهذا يعرضك لسخرية الناس والرياضيين.

بدأ **إقليدس** دراسته الاستنتاجية بفرض خمس بديهيات، أى خمس عبارات تقبلها على أنها واضحة بديهياً. البديهية الخامسة، غالبا ما تسمى بديهية **التوازى**، التى تنص على: « من أى نقطة لا تقع على خط مستقيم، يمكن رسم خط واحد مستقيماً يوازى ذلك الخط ». وفى عام ١٨٣٢، قام **جوان بوليا** **Johann Bolyai**، وهو رياضى مجرى، بتجربة عن بناء هندسة حديثة، أنكر فيها بديهية التوازى. ولقد دهش حول كيفية تغير الهندسة بأكملها، إذا تم تجاهل بديهية التوازى. أيضا، اكتشف أن مجموعة زوايا المثلث ليست بالضرورة تساوى ١٨٠° (قد تكون أكبر من ١٨٠° فى الهندسة الزائدية. وقد تكون أقل من ١٨٠° فى الهندسة التناقصية). أيضا، وجد أنه من المستحيل أن يكون لديك مقداران بالشكل نفسه، ويختلفان فى الحجم !

وهذا التطور، جعل الآخرين يخوضون التجربة بأنظمة بديهية خاصة بهم. وهذه التجربة بدورها، جعلت الرياضيات تتجه منطقياً نحو الدراسة المجردة لطبيعة البديهيات نفسها.

ـ تركيب الرياضيات الحديثة:

حيث إنه ينتج عن كل مجموعة مختلفة من البديهات، مجموعة مختلفة من الحقائق المستنتجة من هذه البديهات، لذا بدأت تتزعزع فكرة: «الرياضيات دائما حقيقية». لقد تطور الأمر الآن، بحيث أصبحت عبارة رياضيات واحدة من الممكن أن تكون صحيحة أو خاطئة، حسب الإطار المرجعي، الذى يتحدد بدوره حسب اختيار الفرد للبديهيات. ومع هذا، فالعلم الرياضى لابد وأن يشمل المقومات التالية:

١ ـ المصطلحات غير المعرفة، حيث إنه من المستحيل تعريف كل كلمة فى بداية دراسة موضوع بعينه، فبعض الكلمات لابد وأن تختار، وربما يكون لها وصف، ولكن ليس لها تعريف.

٢ ـ الافتراضات غير المبرهنة، حيث تقوم بعض العلاقات بين المصطلحات غير المعرفة على أساس وبواسطة بعض العبارات أو القوانين. وتسمى الافتراضات غير المبرهنة على اختلاف أشكالها، بالافتراضات أو المقترحات أو الفروض أو البديهيات.

٣ ـ المنطق. حيث ينبغى تطبيق منطق **أرسطو** أو المنطق الرمزى فى كل من المصطلحات غير المعرفة والافتراضات غير المبرهنة، عند عمل استنتاج أو بناء تركيب رياضى.

وتستخدم كلمة (تعريف) هنا، بالمعنى الذى يقصده **أرسطو**، وهو: التعريف، عبارة تحدد بصورة كاملة تعريف المصطلح، بإعطاء النوع العام الذى يندرج تحته

المصطلح، وكذلك الخاصية التى يمتلكها هذا المصطلح، والتى تجعله فريداً عن بقية أعضـاء هذا النوع. وبذا، يمكن استـخدام التعـريف الحقيـقى فى مكان المصطلح الأصلى، دون فقد المعنى الأصلى .

ويقصد بالمنطق أى شكل رسمـى لتحليل عملية السببيـة، على أساس أنها تنشأ من معطيات معطاة لاستنتاج العبارات (القضايا) .

وأعظم نظام من وجهة نظر الرياضيات، هـو النظام الذى يسمح بأكبر عدد من إمكانية عمل استنتاجات ،مع وجود أقل عدد ممكن من المصطلحات والعبارات غير المعرفة (الوجود الذى لايقاوم المصطلحات والعـبارات غير المعرفة ، جعل راسـل يصف الرياضيات بأنهـا الشىء ، الذى لا يمكن لأحد أن يعرف صحة مـا يتحدث عنه أو يقوله) .

★ الفلسفة : تعريفها وتركيبها

للفلسفـة اليوم وظيفـة أدائية فعليـة . فوظيفـتها « رسم خـريطة الكون وموقع الإنسان فيه » . وكما يـقول البروفيسور شـيلدون Sheldon ، وهو من جامـعة كاليفورنيا : « أنه لا يكفى الآن أن تفكر فى التفكير » . ولكن : ما هى الفلسفة؟ وما أجزائها؟

العرض التالى يحاول إلقاء الضوء على هذين السؤالين :

ـ تعريفات الفلسفة :

لا يوجد فرق كبير بين الفلســفة والعلوم فى التصنيف الأصلى للأنظمة. ولهذا السـبب، لا تزال بعض المعـاهد، التى أنشئـت قديما، تدرج الفـيـزيقيـا تحت بند «الفلسفـة الطبيـعية»، وتـضع علم النفس تحت عنوان « الفلسفـة العقليـة». وقد اتسعت فروع المعرفة المخـتلفة، وأصبحت قابلة للاستقلال بذاتيتـها، حيث أفترض وجـودها الأكـاديمـى بذاتهــا. وأول من فـصل بـين الفلســفـة والـعلم، هو

جاليليو Galileo . وما يسمى الآن بالفلسفة الحديثة، ظهر إلى الحياة منذ هذا التاريخ.

كثير من الكتابات التى تدور حول الفلسفة، تفضل تعريفها بما يعبر عن هدفها. ومن هنا، عرفت الفلسفة بأنها « فرع المعرفة الذى يقاس نجاحه بنوعية الاسئلة التى يطرحها فى وضع معين » . ويفضل بعض الفلاسفة الآخرين تعريف الفلسفة، بتوضيح الطرق الأساسية التى تختلف فيها الفلسفة عن سائر الأنظمة. مثال لهذا النوع من التعريفات: الفلسفة تختلف عن العلم فى أن العلم يهتم باكتشاف الحقائق الجديدة، بينما تهتم الفلسفة بأنها « النظام الذى يضع فى اعتباره التساؤلات التالية : (١) طبيعة الإنسان ، (٢) طبيعة المعرفة، (٣) هدف المعرفة، (٤) الأهداف وقيمها » . ويقول البروفيسور هاوتون Hawton، وهو من جامعة نيويورك، أن الفلسفة ، هى « محاولة وضع إطار لنظام متماسك ومنطقى وضرورى من الأفكار ، والذى يمكن عن طريق عناصره، تفسير كل خبراتنا » .

تركيب الفلسفة:

ويمكن إستنتاج نقاط مهمة من هذه التعريفات والوصف السابق للفسلفة، وهى: (١) إذا كان للفلاسفة أن يطرحوا أسئلة، فهذا يتضمن أن اللغة - أو الكلمات بتفصيل أكبر - هى وسيلتهم وأدائهم، (٢) لابد من استخدام اتجاه صارم نحو السببية للوصول إلى نهايات مهمة. وفى السنوات الأخيرة، تم وضع دراسة المعنى والكلمات فى الاعتبار، بتأكيد كبير. والمجتمع الدولى اللاأرسطى - والذى أحد أعضائه البارزين الكونت كوريز بيزكى Karzybski - يهتم بتطور المنطق فى اعتبارات تهتم بالمعنى .

ولقد ازداد التأكيد على الكلمات والمعانى فى جميع مجالات الفلسفة ، من جانب المدارس الفلسفية الحديثة المشهورة، مثل : مدرسة الفلسفة الوضعية، ومدرسة التحليل اللغوى . وتهتم هاتان المدرستان بدرجة كبيرة، بما يعرف

بالفلسفة التحليلة. إن هدف الفلسفة الوضعية المنطقية، زيادة المنطق الرمزى بما يجعل العبارات تحلل، بسبب معانيها وعلاقاتها المنطقية. أيضا، اهتم المحللون اللغويون بالكلمات ومعانيها، وذلك بالتعامل مع اللغة العادية، وتجنب النماذج الرمزية والرياضية. لقد أكدت النظريتان التحليليتان الفلسفيتان ضرورة كون وظيفة الفلسفة نقدية وتحليلية، وليست تأملية. كما أكدا أن مهمة الفيلسوف، ليست اكتشاف معرفة جديدة، بل تحليل المعرفة القديمة، بفحص معانى المصطلحات المستخدمة.

وبغض النظر عن التعريفات أو الفروض أو الطرق، التى استخدمها فيلسوف بعينه، فإن كل فيلسوف كان يهدف اكتشاف إجابات أو تفسيرات لثلاث أسئلة أساسية، هى : (١) ما هو واقعى ؟ بمعنى ، ماذا نعنى بالوجود واللاوجود؟ ، (٢) ما هى المعرفة؟، بمعنى ؛ هل لدينا القدرة على معرفة الحقيقة ؟ وإذا كان ذلك، فكيف؟ ، (٣) ما هو الصحيح؟ ، بمعنى ؛ ماذا نقصد بقولنا أن فرداً بعينه يعتنق قيمة بعينها؟ .

ويشار إلى السؤال الأول بالسؤال الوجودى، وإلى السؤال الثانى بالسؤال المعرفى، وإلى السؤال الثالث بالسؤال القيمى .

تأسيساً على ما تقدم، من الممكن تلخيص التركيب المميز على النحو التالى :

١ ـ **التعريف** ، حيث يكون علم المعانى هو مهمة الفيلسوف الأولى ، إذ إن الاهتمام بالكلمات، هو الأساس الذى دونه لا تبنى الكلمات.

٢ ـ **المنطق**، حيث لابد أن يقف الفيلسوف على أرض متماسكة عند استخدام المنطق ؛ فالمنطق هو الدرج الذى بواسطته يمكن الوصول من وجهة معُرفة بدقة إلى نظام مرتب من الأفكار.

٣ ـ **الافتراضات**. حيث يشكل اختيار مجموعة من الافتراضات النقطة والمرجع الأساسى للنظام الفلسفى .

★ الرياضيات والفلسفة : التوحيد التركيبى

من الحديث السابق، يمكن استنتاج مناظرات حيوية عديدة :

ـ المنطق :

حيث تشترك الفلسفة مع الرياضيات، فى حاجتهما إلى أساس ثابت فى المنطق، ونوع المنطق ـ سواء أكان أرسطيًا أم رمزيًا أم يختص بعلم المعانى ـ ليس موقف نزاع. ورغم أن راسل ـ كما سبق التنويه ـ يشعر بأن المنطق الرمزى يفوق المنطق الأرسطى ، لأسباب منها البحث الشامل فى الفلسفة والرياضيات ، فذلك ليس بالقضية هنا، حيث يمكن للفرد دراسة المفاهيم الأساسية للفلسفة فى حصة محددة الوقت .

ـ الافتراضات :

حيث تستخدم الفلسفة والرياضيات معا الافتراضات، علماً بأنه ليس بالضرورة أن يذكرها بالاسم نفسه. وسواء تحدث الفرد عن الافتراضات أو البديهيات أو المسلمات أو الفروض، فإن المعنى فى الفلسفة والرياضيات، لا يختلف ، على أساس أنها العبارة البسيطة ـ المقبولة دون برهان ـ وهى أساس النقاش مستقبلياً .

ـ التعريفات :

حيث تدرك الفلسفة والرياضيات أهمية التعريفات ، ويتم تكريس وقت كبير فى فهمها، وفهم صياغتها. والحقيقة، أن الصعوبة التى نشأت بخصوص وضوح الصيغ ووجود تعريفات صادقة تقنيا بالمعنى الأرسطى، هى التى أعطت اهتمامات بالاعتبارات المختصة بعلم المعانى .

ويتحدث كانت Kant عن تلك الصعوبات الموجودة فى كل من الفلسفة والرياضيات. ويشير إلى أن الفلسفة والرياضيات، لهما معاً مفاهيم أساسية عديدة مشتركة ، مثل : الكلية واللانهائية والاستمرارية والاتساع، وهذه تعتبر أساسيات وجود النظام.

ويضـيف كـانت ، فيقول : « إن التعريفـات الفلسفية توضح المفاهيم ، بينما تخلق تعريفات الرياضيات المفهوم الذى تقوم بتعريفه، وإن كانت المشكلة حاسمة، وبها تناظر، ومشتركة، فى كلتا الحالتين » .

ويوضح الجدول التالى هذه الخصائص:

مقارنة بين تركيب الرياضيات والفلسفة

	الرياضيـــات	الفلســفة
* التعريفات	مشكلة اختيارات المصطلحات غير المعرفة، واستخدامها فى نظام لتعريف المفاهيم والأفكار الجديدة.	مشكلة التعريفات مع الاعتبارات المختصة بعلم المعانى.
* العبارات المفترضة	البديهيات (أو) المسلمات	الافتراضات (أو) الفروض.
* المنطق	الأرسطى - الرمزى	الأرسطى - الرمزى - علم المعانى.

★ خطط دروس وصفية

- تعليقات أولية :

يبدو أن أفضل وقت لتقديم الاتجاه الرياضى الفلسفى للتلاميذ، يكون فى أول مقرر للجبر. فى هذا المقرر، يمارس الطلاب مقدمة الرياضيات التجريدية المنظمة. هناك أسئلة عديدة، وذلك يعطى ميزة للمدرس الذى على وشك أن يدرس الطلاب كيفية طرح الأسئلة، وكيفية الإجابة عنها.

ولم يجد الكاتب ميزة، فى عمل أى نوع للإعلان عن أثر ذلك الاتجاه، الذى سيوشك الطلاب دراسته، إذ إنه لا يختلف كثيراً عما هو متوقع أن يؤديه الطلاب فى حصص الجبر الأخرى. ولم يجد ضرورة لذكر لفظة « فلسفة». وفى كل الأحوال، كانت لفظة فلسفة، هى المدخل الطبيعى، الذى ظهر بعد عدة أسابيع، وطرح للمناقشة من قبل الطلاب أنفسهم. ومن هذا الوقت، اقتنع الطلاب تماماً عن طريق بحثهم المستقل، ونقاش الفصل، بأهمية هذا المدخل.

وتتكون خطة الدرس، بمعناها المقبول من مخطط بالأنشطة المرغوب فى

تعليمهـا، أثناء وقت معين. وتفترض خطة الدرس أن المدرس يعـرف المادة جيداً، لأن عدم تحـقيق ذلك، يجـعل المخطط غيـر كاف. ويمكن تجنب بعض الغـموض بإعطاء وصف مفـصل عن الدرس. وهذا الوصف المفصل للدرس، من أجل هذه الدراسة، يشار إليه بأنه « خطة الدرس الوصفية».

وحيث إنه لا يوجد مدرسـان متشابهان تماماً فى طريقـة التدريـس ، وحيث إنه لا توجد مجمـوعتان من الطلاب يستجيبـان لنوع أو نمط الدافع نفسه ، فليس من الضرورى إعـداد خطط دروس متعـددة. أيضا، الطلاب لكونهم معـنيين بالطريقة الرياضية الفلسفـية، فسوف يقترحون موضـوعات ذات صلة بالموضوع. وبالتالى، فإن الموضوعات هى التى تفرض نفسها.

ومن أجل شرح هذه الطريقـة. فهناك أربع خطط للدروس تعالج الموضـوعات التالية:

١ ـ التعريفات والمعنى .

٢ ـ السؤال الوجودى المهتم بالوجود.

٣ ـ السؤال المعرفى المهتم بالمعرفة.

٤ ـ السؤال القيمى المهتم بالقيم.

وفيما يلى توضيح لما تقدم:

ـ التعريفات والمعنى:

من الضرورى عرض مشكلة التـعريف على الطلاب أثناء لقائهم الرسمى الأول فى الفصل. عديد من الصعوبات، التى يعـانى الطلاب منها فى الرياضيات، يمكن اقتفاء أثرها، إذ إنهـا تعود للمعالجة العشوائية لهـذا الموضوع. أيضا، توجد بعض التعـريفات فى نصـوص دروس الرياضيـات، ليحفظهـا الطلاب. ومن الممكن أن تكون هذه التعريفات، هى هدف الدرس، وعندئذ يشعر الطلاب بحاجتهم لتطوير فن التعريف.

وهناك طريقة لبدء الحديث، بسؤال الطلاب حول اقتراح سم شائع من خبراتهم اليومية. ربما يقترح أحدهم ـ مثلا ـ كلمة ذاتى auto . والخطوة التالية، ربما تكون التطوع بإعطاء تعـريفات لهذه الكلمـة. وربما يكون أول تعريف يتم تقديمه، غـير مقنع، مـثل « شيء تركبه» . وللمحـافظة على الطريقة الديمقراطيـة فى النقاش، لابد أن يراعى المدرس الدقـة عند تحـديد مـا هو صـواب، ومـا هو خطأ. وهذا التعريف ليس كافـيا، ولكن يمكن كتابته على السبورة، لاستـخدامه كأساس يدور حوله النقاش. ربما يتسرع بعض الطلاب، ويقولون إن التعريف أكثر من «سيارة»، ويشيـرون إلى الموتوسيكلات والشـاحنات والجرارات واللودرات. وربمـا يحاولون زيادة تحديـد التعريـف. وعندما يصل الفـصل إلى التعـريف الأصلى ، بما يرضى الفصل نفسه، فـذلك يزيد دافعية الفصل للبدء فى تعـريف كلمة أخرى، فى هذا الوقت (فى مثل المرحلة السـابقة، ومن أجل الحصول على أفـضل النتائج ، لابد من استخدام الكلمات الحسية. ويجب تجنب كلمات، مثل : الإخلاص والأمانة؛ إذ يجب أن يعـتاد الطلاب أولا طرق التـعريف، قـبل محـاولة تعريف الكلـمات المعنوية) .

أحيانا، يحـدث أن يسلك الطلاب طرقاً سهلة، باقـتراح استخـدام القاموس، وينبغى تشجيع هذا الاتجاه فى ذلك الوقت. وعلى كلٍ، فهذه الكلمات نستخدمها فى كل يوم، ولذلك يمكننا تعـريفهـا بأنفسنا. وبعـامة، يتـقبل الطلاب التـحدى بسرعة.

وربما يجد المدرس أنه من المفيـد استخدام قصائص ورقـية فى صندوق، بحيث تحتوى كل قصيصة على كلمة شائعة من الحياة اليومية. يمكن اختيار هذه الكلمات بصورة عـشوائية بواسـطة الطلاب، وتتم محاولة التـعريف ، ويتـبع ذلك النقاش حول محاولة التعريف .

وعند قرب انتهاء الحـصة، يمكن للمدرس اقتراح محاولـة تعريف كلمة ، مثل «اسم». وحيث إن الطلاب لا يزاولون اسـتدعاء التعريف من حـصص « اللغة» ، فسوف تعالج هذه الكلمة بسرعة. ولكن من الضرورى الاحتراس ، طالما أن هناك

كلمة تعبر عن مجموعة من الأشياء، أكثر من كونها شيئًا مفردًا فى مجموعة، مثل « أتومبيل». وسبب هذه الملاحظة، أن معنى **المجموعة فى الرياضيات** حاسماً ومهماً جداً. لابد من قيادة الفصل لمعرفة هذا الفرق. ربما يتم اقتراح كلمات متشابهة، ويكونون أسماءً لمجموعات أو تصنيفات، مثل : «ناقلة» مقارنة بـ «أتومبيل».

ومن الآن ، لابد أن يدرك الفصل الفرق بين الأشياء الفردية الحسية، وبين مجموعات أو تصنيفات الأشياء. ويمكن للمعلم سؤال الطلاب، التفكير - كواجب منزلى - فى هذين التصنيفين، لإقرار ما إذا كانا يضمان كل الأسماء ، أم لا . وفى الحصة التالية ، لابد أن يدرك الطلاب أن هذا التفرع الثنائى، لا يشمل بعض الكلمات ، مثل : الإخلاص والأمانة.

وخلال زمن الحصة التالية، لابد أن يشعر الطلاب بالثقة فى طرقهم، ولابد من عرض قصير للمعلم يقدم فيه معالجة تاريخية « للتعريفات»، ولابد أن يكون ذلك له علاقة بمجال الرياضيات. وهنا يمكن مناقشة منطق **أرسطو** بصورة مختصرة وتنبؤية لما سيلى ، وعندئذ يصبح المعلم مستعداً ليسأل : ماذا نعنى بكلمة تعريف. ولابد أن يشارك الفصل فى جلسة بحثية تعاونية، لتبحث عن الإجابة فى مكتبة الفصل، التى ينبغى أن تحتوى على كتب فى المنطق .

ونتيجة لهذه التدريبات ، لابد أن يراعى الفصل : (١) الصعوبات التى يمكن أن يقابلها الفرد فى تحديد تعريف يعمل بهِ ، (٢) التنبه إلى أن رجال الفكر قدموا هذه الصعوبات، (٣) الحاجة إلى متابعة مقدار الدقة نفسها فى كل الأعمال والمناقشات الدراسية .

- السؤال الوجودى المهتم بالوجود:

الوجود فى الرياضيات اعتبار متماسك. وإثبات الوجود أو اللاوجود

للمجموعات ، التى تحقق حالات بعينهـا، سبق تنظيمها، مشكلة حيوية. وهدف هذا العرض، دفع الطلاب إلى إدراك أن الوجود، ربما يفسر بطرق عديدة. وهنا، طبقاً للخبرات التى مروا بها فى التعريفات، من الأفضل القول أن الطلاب سوف يتوجهون نحو الوجود بتأثيرات ذات تأثير أقل مما كان موجوداً فى الحصة الأولى .

فى البداية ، لابد أن يوافق الفصل على تعريف إجرائى « للوجود » يمكن كتابته على السبورة كمرجع جاهز، وكبديل فيما بعد ، والنقاش الرياضى الذى يلى ذلك ، طرح بعض الأسئلة المهمة، مثل : هل توجد أعداد بين ٢ ,٣ ؟. فى البداية ، ينقسم الفصل فى إجابة هذا السؤال، وعندئذ سيتضح لهم أن صعوبة الوصول إلى اتفاق جماعى ، تنشأ من حقيقة عدم امتلاكهم جميعاً المعنى نفسه لكلمة «عدد» . والإجابة سلبية، إذا كان القصد من عدد أن يكون عدداً طبيعيّاً . والإجابة إيجابية، إذا كان المقصود « عدداً حقيقيّاً».

الآن ، من الضرورى مناقشة العلاقة بين الإطار المرجعى وبين الأمثلة المطلوبة من الفصل (وليس بالضرورة أن تكون الأمثلة مأخوذة من الرياضيات) ، والتى توضح النقطة التى عندها، إما أن يثبت الوجود أو ينكر حسب الحالات، التى يرغب الفرد فى فرضها. وهذه الطريقة تعيد تأكيد الحاجة فى إصرار على كل المصطلحات المستخدمة فى أى سؤال ، قبل محاولة إجابته .

ولقد تم تقديم **أرسطو** فى مناقشات عامة للطلاب فى صورة تعريفات. والآن، أصبح من السهل نسبياً عرض حديث قصير عن المعانى المتعلقة بالوجود بواسطة الرياضيين والفلاسفة. وهناك علاقة تختص بتقديم **ديكارت**، حيث سيتم باختصار تقديم طرقه التحليلية فى الرسم (المقصود رسم الخطوط المستقيمة بواسطة أزواج إحداثيات النقط الواقعة عليه). وفى هذا النقاش، يجب توضيح معنى الكلمة «كائن»، والمصدر «يكون» . من المفترض أن تكون مكتبة الفصل شاملة على موضوعات للقراءة عن أولئك الكتاب (ديكارت، على سبيل المثال) . وأن يمكن

للطلاب قراءتها. ويمكن أن يشمل الواجب المنزلى، ما اقترحته الكتب الرياضية (الكتب الحديثة التى يمكن استخدامها، مثل: عمل مجموعة دراسة الرياضيات فى المدرسة) ، والموضحة فى مقال قصير، والتى تهتم بمعنى الوجود وعلاقته بالرياضيات ، وعلاقته بالحياة اليومية .

ـ السؤال المعرفى وعلاقته بالمعرفة :

يعتبر الفعل « يعرف » جزءًا موجودًا فى قاموس الحياة اليومية للطالب. فهو يزعم أنه يعرف أو لا يعرف دروسه، ويعرف أو لا يعرف أين يلعب فريق المدرسة هذا المساء، وهو يعرف أو لا يعرف إثبات نظرية، . . إلخ. وهناك طالب يزعم أنه رغم نجاحه فى اختبار مادة بعينها، يشعر أنه لا يعرف المادة بالفعل. ما سبق أمثلة« من المعرفة» ، والأهداف الأولية لهذا الدرس، سوف تضع هذه الفروق فى اعتبار الطلاب.

وكما سبق فى السؤال الوجودى، ربما يرغب الفصل فى الاتفاق على وضع تعريف للفعل « عرف ». وهذا كما سبق، يمكن كتابته على السبورة كمرجع جاهز، وبعدئذ ، يمكن استخدام عبارات مختلفة للفعل، وهى التى يطرحها الفصل (عديد من الأمثلة تشبه الأمثلة السابقة)، وكل استخدام للفعل يقارن بالتعريف الموضح على السبورة.

وكنتيجة للخبرات الماضية والمتعلقة بأسئلة التعريف وعلم الوجود، من المتوقع أن يدرك الطلاب ـ بصورة أسرع هذه المرة ـ أن المعانى ليست بالضرورة متشابهة فى المثال السابق. بمعنى ؛ إن معرفة أن ٣ + ٤ = ٧ تتضمن على الأقل شيئين. فنظام العدد الطبيعى ، وخصائصه فى الجمع مفترضة. وفى الناحية الأخرى، إذا كان «٣» و «٤» هم أعضاء لبعض التصنيف الموديولى، نقول ٥، والإجابة سوف لا تكون ٧ فى هذا التصنيف، ولكنها ٢ ، ويدعم هذا المثال مرة ثانية الحاجة إلى تعريف دقيق للمصطلحات ، وفى العمل.

وربما يظهر سؤال آخر عن وجود أى فرق بين معرفة أن الجبر يتم تدريسه فى

الفصل ، وبين معرفة الجبر من الناحية الفعلية (العملية). ويجب أن تستمر هذه الأمثلة، حتى يفهم الطلاب على الأقل الفكرة الرئيسة، وهى أن بعض العبارات المهتمة بالمعرفة تتضمن فهم العلاقة المنطقية لأجزاء الشئ المعروف ، بينما لاتتضمن أجزاء أخرى. وبمجرد أن يدرك الطلاب الفروق الأساسية، لابد من وجود أمثلة أخرى من الفصل لاختبار وتدعيم استيعاب الطلاب للأفكار .

ويمكن أن يتضمن الواجب المدرسى فحص الدوريات ، لاكتشاف أقصى ما يمكن من طرق لاستخدام الفعل «يعرف»، ولابد أن يشمل الواجب أيضا درجاً لطرق مختلفة لاستخدام الفعل «يعرف» فى مجال الرياضيات. يمكن الاستفادة من الكتاب الذى سبق الاستفادة منه بخصوص السؤال الوجودى ، للاستفادة منه فى السؤال المعرفى .

ـ السؤال القيمى المهتم بالقيم:

« ما قيمة (س) فى هذه المسألة؟» . يتردد هذا السؤال مئات المرات فى دراسة الجبر بالصف الأول .والسؤال المقترح لمهاجمة هذه المشكلة، من وجهة نظر الفلسفة، يمكن أن يبرهن الآن.

ربما تطرح الأمثلة التى تتعلق باستخدام كلمة « قيمة » نفسها، وعندئذ تدرج على السبورة. وسوف تشمل الأمثلة مختلف الطرق لاستخدام هذه الكلمة، مثل : «اشتريت هذا الشىء من محل بيع بالجملة، وتلقيت قيمة عظيمة» ، «الأمانة والصدق هما قيمتان جديرتان بالثقة » و « قيمة هذا الشىء ثلاث دولارات بالتمام» و « قيمة س فى هذه المسألة» . . إلخ .

ومن هذه النقطة، يتشابه الإجراء مع ما وصف فى جزء الوجود. ويلخص حديث قصير، الأهمية التاريخية للمشكلة. وحينئذ يتشجع الطلاب لقراءة ومناقشة مفاهيمهم الخاصة، وكذا أفكارهم الخاصة عن هذه المعانى . ومن المفيد هنا، استخدام مناقشات راسل المنطقية فى مجال الرياضيات، وكذلك فى مجال فلسفة الرياضيات.

وبعد ذلك ، من الأفضل أن يقترح الفصل الواجبات المدرسية، كنتيجة للمناقشات والقراءة فى الكتب. ومن المرغوب فيه الإشارة إلى أن الفروض التى تتضمنها الدراسة، ينبغى ألا تقف عند إكمال خطط الدروس، كما سبق وصفه فقط. على العكس، إذ إن خطط الدروس، هى مجرد خطوة أولى فى البرنامج، فالمحتوى لخطط الدروس، تم اختياره بعناية ليؤدى شيئين : (١) تمد أول خطة الطلاب بالوسائل، للاستمرار فى البحث عن أجوبة للأسئلة الموجودة فى الدروس الثانية ، (٢) بعد ذلك، تنظم الدروس الأخيرة، لجعل الطالب حساساً تجاه أهمية الأسئلة، وليكثف اهتمامه فى متابعتها فيما بعد . وعندئذ ، يُفترض من خلال المقرر الذى يقدمه المعلم، وجود فرص لتوسيع ما وصفه فى خطط الدروس.

باختصار، صممت هذه الخطط لتطوير المهارات، ولتقوية الاتجاهات، ولإعطاء محتوى للبحث عن معنى الكون وموقع الإنسان عليه.

★ قضية إعداد المعلم :

عند تقديم برامج تثير انتباه الطلاب لمفاهيم الفلسفة ، من خلال الرياضيات الحديثة، يجب أن يكون لدى المدارس مدرسون مؤهلون لفعل ذلك. التربية العامة للمدرسين (التربية الرسمية، غير مقررات التربية المهنية وطرق التدريس)، لابد وأن تشمل برنامجاً مخططاً للتنظيم الفلسفى. أيضا، لابد أن يدرك المدرسون أفكار الرياضيات الحديثة، إذ حسب ما أشير من قبل، لا تعني الرياضيات القديمة بالتفسيرات الفلسفية. وبإلقاء نظرة على الإعداد العام لمعلمى المدرسة الثانوية، نجد:

ـ التربية العامة لمعلمى المدرسة الثانوية:

(أ) بالنسبة لمعلمى الفلسفة ، قدمت لجنة هارفارد اتجاهاً قوياً، لشمول الفلسفة فى التربية العامة لمعلمى المدرسة الثانوية. ولقد عرفت اللجنة أهداف التربية

العامة، بأنها تحتوى بصفة خاصة، على : (١) القدرة على التفكير بصورة مؤثرة، (٢) القدرة على توصيل الفكر ، (٣) القدرة على استنتاج أحكام ذات صلة بالموضوع، (٤) القدرة على تمييز القيم.

وفى عام ١٩٤٨، اقترح الاتحاد الأمريكى لكليات تربية المعلم دراسة بشأن الفلسفة. وبإجراء هذه الدراسة، أظهرت النتائج أن عدد أعضاء المعاهد الذين يطلبون تعليم الفلسفة، كأحد مستلزمات تأهيل معلمى المدرسة الثانوية، فى برامجهم للدراسات العامة، أنها ليست ذات دلالة إحصائية (أقل من ٥٪). ومن هذا، يتضح أنه على مدار عامين كاملين، لم يكن لتقرير هارفارد أى أثر فعال.

وبعد أربعة سنوات من تقرير هارفارد (سنة ١٩٥٢)، عرض المؤتمر الدولى لتربية المعلم والمعايير المهنية، تقريراً يوصى فيه بتضمين الفلسفة فى نمط التربية العامة لمعلمى المدرسة الثانوية. يقول التقرير : لابد من أخذ الحيطة، التى تساعد الطلاب على حفظ الفهم العقلى للقيم الأخلاقية، التى تعطى معنى واعتباراً للإنسان، وكذلك تعطى معايير العلاقات الإنسانية والأهداف الاجتماعية، التى تشتق من هذه القيم.

وبعد مرور عشر سنوات، ظهر صوت قوى آخر فى كتاب، يتضمن مجموعة من المقالات، التى تهتم بنوعية التربية التى يتلقاها مدرسو المدرسة الثانوية، وينادى هذا الصوت بوجود الفلسفة فى نظام التربية العامة لمدرسى المستقبل. « إن وظيفة الفلسفة فى التربية، هى : التنظيم والتوضيح والتفسير. وتهدف الفلسفة للمدرسين تحقيق العلاقات بين الأنظمة المختلفة، كما تتفحص الافتراضات الأساسية والنهايات المستمدة من تطبيقات النظم الأخرى فى حل المشكلات ».

ولقد تبع ذلك ، فى عام ١٩٦٣، ورقة نشرها الاتحاد الدولى للتربية توصى بتسعة مجالات ، تختص بالتربية العامة، التى ينبغى أن يهضمها المدرسون. وقد أدرجت الفلسفة ضمن التسعة مجالات. ويكشف الموقف الحالى عن وجود (١٤)

ولاية فقط، تهتم بمتطلبات بعينها تختص بالتربية العامة من أجل الشهادة . وتوجد كل هذه المتطلبات فى مجال التاريخ ودراسات الدستور، ولا توجد متطلبات أخرى تتعلق بالتربية العامة.

(ب) وبالنسبة لإعداد معلمى الرياضيات الحديثة فى المرحلة الثانوية، فقد استفاد آلاف من معلمى الرياضيات من الأساس العلمى الدولى، الذى أُقترح على المعاهد الصيفية لتواكب الاتجاهات الحديثة فى هذا المجال. ونتيجة لذلك، يواصل مدرسو الرياضيات بالمرحلة الثانوية تحسين مستواهم فى الرياضيات الحديثة تدريجياً. وبسبب هذا البرنامج، من المتوقع إعداد غالبية مدرسى الرياضيات بدرجاتهم فى مجالهم، بالشكل الجديد للرياضيات.

والخلاصة، أن عدد المعلمين الذين لديهم خلفية، تتمثل فى دراسات رسمية للفلسفة، لا يذكر، كما أن أثر ما قدمته بعض مجموعات العمل، مثل : لجنة هارفارد، واتحاد التربية الدولى، يبدو ضعيفا، أو غير موجود أصلاً .

وبالنسبة لإعداد معلمى الرياضيات فى مجال الرياضيات الحديثة، ليس أسطورة يصعب تحقيقها، وذلك بفضل الأساس العلمى الدولى ، والمقترحات التى قدمتها الحكومات المختلفة لمعاهد الدراسات الصيفية .

المراجـــع

(١) محمد شفيق غربال، الموسوعة العربية الميسرة، الطبعة الثانية، القاهرة : دار الشعب، ١٩٧٢، ص٩٠٥.

(2) The Encyclopedia Americana, Vol. 18, U. S. A. : Americana Corporation, 1979.

(٣)معصومـة كاظم وآخرون، أساسـيات تدريس الرياضيات الحـديثة، الطبـعة الثانية، القاهرة: دار المعارف، ١٩٧٠، ص٥، ص٧، ص ص١٥ ـ ١٦.

(٤) حسن عبـد الحميد، محمـد مهران، فى فلسـفة العلوم ومناهج البـحث، القاهرة: مكتبة سعيد رأفت ، ١٩٨٠ ، ص ص١٠٥ ـ ١٠٧.

(٥) فؤاد كامل ، وآخرون، الموسوعة الفلسفية المختصرة، القاهرة: مكتب الأنجلو المصرية، ١٩٦٥ ص ص ١٧٢ ـ ١٧٤.

(٦) فاروق محمـد الجمال، «المنهج الرياضى والإحصائى فى البـحث الجغرافى»، المجلة الجغرافية، السنة الثانية، العدد الثانى (١٩٦٩)، ص ص ٧٥ ـ ١٠٨.

(٧) محمد ثابت الفندى، فلسفة الرياضة، الطبعة الأولى، بيروت: دار النهضة العربية للطباعة والنشر، ١٩٦٩ ، ص ص ٩ ـ ١٦ .

(٨) نفس المرجع ، ص ص ٤٢ ـ ٤٣ .

(٩) نفس المرجع ، ص ص ٤٣ ـ ٤٤ .

(١٠) نفس المرجع، ص ص ٣٩ ـ ٥١ .