البديهيات

خليل السالم

قرأت منعماً النظر مدققاً في رد الاستاذ نقولا حداد على العنوان الجانبي الذي أضافه المقتطف لبحثه «الهندسات غير الاقليدسية» وأعجبت جداً بحماسة الاستاذ واندفاعه في الدفاع عن اقليدس وانتقاده لواضعي الهندسات غير الاقليدسية، وتزييفه لآرائهم وبديهياتهم. فأعاد الى ذهني أسطورة العاطفي قصة رواها الدكتور كيزر أحد أعلام الفلسفة الرياضية الحديثة في معرض حديثه عن الهندسات غير الاقليدسية قال: «زرت استاذاً لامعاً درّس الرياضيات في إحدى الجامعات مدة طويلة، فوجدته على حالة نفسية محزنة. كان منزعجاً متهيجاً قلقاً لا يتذوّق طعم النوم والراحة، وقد أنهك ذهنه ببحث مشكلة لم يجد لها حلاً. أتدري أسباب قلقه وانشغال باله؟ لقد علّم هذا الاستاذ هندسة اقليدس سنين طويلة كان خلالها مؤمناً أعمق الايمان بقدسية علمه ومحترماً روح فلسفته. وككل مثقف معاصر وكالملايين من رجال العلم الذين سبقوه في القرون الخالية، كان يعتقد ان الهندسة التي يعلمها ليست قضايا منطقية متسقة فحسب، بل كانت وصفاً يقينياً دقيقاً للحيّز الذي تعلاه النجوم. ولم تكن بديهياته قضايا افتراضية وأحكاماً شرطية في حقيقتها، بل كانت دعاوى مطلقة واضحة بنفسها والقضايا المبنية عليها حقائق سليمة صحيحة الى الابد. وباختصار كانت هندسة اقليدس معرفة مطلقة عن الحيّز — حيّز العالم الخارجي المتقطع المنظور

الا انه سمع مؤخراً بالهندسات غير الاقليدسية، فتكشف له ان بناءه المحبب الى نفسه وهو منكور لا يتفرد في ميزة خاصة. كان حائراً لان الحقائق الجديدة أربكته ورياضيون عظماء وعباقرة مفكرون فلا هو يستطيع ان يقبل ويسلم ولا يستطيع ان ينكر ويرفض ولا سبيل الى التوفيق والمصالحة. خيل اليه أن أسس الحياة الفكرية قد تزعزعت، وفكر طويلاً وأسرف في التفكير. ولكنه هرم حيث مريتسن له أن يستبدل الآراء الجديدة فشلّ عقله عند المحاولة وفقد تقدم العلم وغنى ثورة الفكر. حقاً أن أوهام الزمن والمنطق والفكر الخلاق لا ثمنٌ ولا وجهٌ لها لا تحترم مقدسة الناس. فعلى طريقها تتحشرج الاشياء والمعتقدات وتلق حتوفها، ومن هذه فهي تفضي الى مجد العالم وتمنح النور وتموّ

المعرفة وتقدم الفهم وسعة الحياة البشرية وتحرير الانسان من قيوده وعبوديته . اه »

قد أظلم الاستاذ الكبير ان جعلت وجهاً للمقارنة بينه وبين بطل القصة السالفة ، ولكن الروح المحافظة — التي تميز تاريخ العلم — الواضحة في رد الاستاذ ، وهي التي حملته على التحيز الصريح ضد الهندسات الجديدة تسوّغ لي رواية القصة. ولا أنكر على الاستاذ سبقه الى فهم قضايا النسبية وهي ترمي اقليدس ظهريًا ولا ترى امكانية تطبيقه تطبيقاً واضحاً على الحيّز المألوف ، ولكنني استغرب ان يفهم الاستاذ معنى البديهيات على وجه فاسد بالنسبة لفلسفة الرياضيات الحديثة الشائعة . وغرض مقالي هذا أن أجلو ما غمض من مدلول البديهية الرياضية وكيف تكون جهود الرياضيين المحدثين — من أمثال واضعي الهندسات غير الاقليدية — مشروعة نافعة لا تعسف ولا عنت فيها

لا ضرورة لعرض مذاهب الابستمولوجيا (نظرية المعرفة) التي ائتلفت أو اختلفت مع « كانت » في اعتباره البديهيات فكراً « سابقية » واضحة بنفسها مشتقة من فكرتي الزمان والمكان السابقيين أيضاً اللتين تبدآن بابتداء العقل وتنشآن معه . فقد كان منطق « كانت » في بحثه هذه النقطة دائريًا لا يؤدي الى نتيجة ايجابية فنأكده من صحة علم الرياضيات جملةً يؤمن بوضوح أساساتها الأولى — البديهيات — وانتقل بعد ذلك الى النص بأن صحة البديهية ووضوحها دون برهان ولجوء الى الحس والتجربة دليل قوي على اطلاق الحقيقة الرياضية وشمولها وعمومها

كيف نقرر وضوح البديهية وصحتها ؟ ! ربما نقصد بوضوح البديهية الدافع الداخلي الذاتي الذي يجبرنا على اثباتها ، وانكار كل ما يمكن أن يجعل وجود قضية أخرى مناقضة صحيحة، شيئاً معقولاً . ولكن هذا الدافع النفسي ليس دليلاً قاطعاً ، فتاريخ الفكر البشري يقطع قطعاً جازماً بان قضايا كثيرة كانت تعتبر واضحة بنفسها ثم أبطلها العلم وأثبت فسادها وبطلانها ان الطبيعة تكره الفراغ ، ان لكل سطح وجهين . . . هذان الحكمان قد نبذهما الفكر مع انهما كانا في وقت ما حدسين أساسيين واضحين بلا برهان . . .

اذن لا نعدم سبيلاً الى البرهان بأن مثل هذا الوضوح نسبي يعتمد على ثقافة الناس ومستوى علمهم فلا يمكن أن يكون واضحاً لنفر من الناس وأن يكون حقائق بديهة مستغلقة لنفر آخر . وفهم قضية ما أو ادراكها ، غير الحكم بصحتها واطلاقها على حقائق الكون الاخرى . ولعل أقوى الادلة على عدم صحة البديهيات ووضوحها لوضوح نكاني هو امكان وجود بديهيات أخرى مناقضة لها تبني بالفرض وتؤدي الى نتائج منطقية معقولة يمكن أن تكون لها في الكون تطبيق دقيق

ودارس تاريخ هندسة اقليدس يجد بسهولة أن عدداً كبيراً من نظرياته عرف قبلهُ وان مهمة اقليدس انحصرت في وضع تلك النظريات في نظام منطقي منسجم متسق . فوضع البديهيات التي بني عليها هيكلهُ الخالد . فاذا كانت النظريات قد سبقت البديهيات فكريًّا أفلا يكون من التحيز الباطل الظن بأن المقدمات أكثر يقيناً من النتائج ؟

ان هذه المقدمات فروض كالفروض العلمية التي تخدم غرضاً مخصوصاً . فصحة الظواهر الطبيعية لا تعتمد على الفروض وانما يصح العكس في أكثر الاحيان إذ ان ارتفاع نسبة الاحتمال في صحة النظريات أو الظواهر العلمية يستتبع قبول تلك الفروض وقبولها الاجماعي

هل البديهيات صحيحة في عالم المادة ؟ ان الجواب على هذا السؤال لا يعني فلسفة الرياضيات التي توجه همها الى الشكل المنطقي وقد بينا استحالة تقرير بعض القضايا بمجرد النظر في مضمونها. وقد كان في الوسع أن لا نشير الى هذا السؤال لولا ان قضية زوال اقليدس عن عرشه تضطرنا أن نورد جواب هذا السؤال من كتاب « هندسة الكون بحسب ناموس النسبية »

يقول الاستاذ نقولا حداد في ص ١٤٠ من هذا الكتاب : « كان العلماء منذ القديم الى أن برز فجر نظرية النسبية يذهبون الى ان الهندسة التي ضبط اقليدس قضاياها خاصة من خواص الفضاء وغفلوا عن نظرية ان الفضاء بغير المادة هو العدم بعينه ولا هندسة في العدم — غفلوا عن هذه النظرية واعتبروا الفضاء وجوداً حقيقيًّا ذا ثلاثة أبعاد (الطول والعرض والعمق) واشتغلوا بالهندسة بناء على هذا الاعتبار من غير نظر الى المادة التي تشغلهُ بل اعتبروا المادة خاضعة لاحكام هذه الهندسة حتماً »

وفي ص ١٤٥ « اذن يجب أن نعدل عن كونه (أي الكون) فرضاً مسطحاً مستويا تنطبق عليه هندسة اقليدس أي هندسة الخطوط المستقيمة وفي ص ١٤٧ « . . . أن هندسة اقليدس لا تصلح لتكون محدب كهذا ولا بد له من هندسة خاصة به — هندسة اقليدس تصلح لفضاء خالٍ من المادة تستطيع أن تتصور فيه الخطوط ممتدة بحرية حيث تشاء ولكن الحيز المادي الذي نحن نعدده تتوقف هندسته على مادته فمادته « لا هو » تتحكم بهندسته . ومادته قد جعلته محدباً فأصبحت الخطوط التي تمتد فيه على أقرب مسافة بين نقطتين محدبة حتماً كمحدبه

هذا هو معنى قول المسيو : ان كوننا المادي ليس اقليديًّا أي ان قضايا هندسة اقليدس لا تنطبق عليهِ فلا مجموع زوايا المثلث فيه قائمتان ولا زوايا المربع فيه تكون دائماً قائمة . اهـ »

والجدال في معنى البديهيات لا يتناول الاشياء الحسية — لا يهتم بسكة الحديد او حدود منضدة مستطيلة او مثلث كبير مرسوم على الارض بل يتناول مخلوقات الفكر المجرد المستقل عن الاجسام المادية . ولذا يرى الفيلسوف الرياضي كتفيه استخفافاً بالنص على وضوح البديهيات ويرى في التجربة العملية التي تقرر فساد هذه النظريات أو تلك جهداً ضائعاً لا يصل الى الاعماق . يسمي « هويتهد» البديهيات « شروطاً هندسية» فاذا ما اخترنا قائمة بعينها من هذه الشروط نكون قد رتبنا جسماً هندسيًّا كاملاً غير منقوص . لان الشروط الاولى تتضمن في تضاعيفها وطياتها النظريات او النتائج التي نكتشفها بالضرورة عند استعمال قوانين النطق المطلق . ولعلَّ أجل عمليات الفكر وأبلغها في الروعة والسمو هو التغلغل في مضمر تلك الشروط وكشف النقاب عن قضايا جديدة لم تكن صريحة الوجود ولكن وجودها تابع ضمني لوجود تلك الشروط

ومن هنا ندرك استحالة الوصول الى حل بعض المشكلات الاقليدسية كتثليث الزاوية مثلاً ، ذلك ان الشروط التي قيد بها اقليدس نفسه لا تتضمن في ذاتها امكان الحل ولكي يتسنى لنا تثليث الزاوية يجب ان نتحلل من تلك القيود ونلجأ الى شروط جديدة لا نرى ضرورة استعمال الخط المستقيم وحده

والرياضيات — كما يقول « بيرس » — على افتراضي استنتاجي فنحن عندما نفكر رياضيًّا لا نختار الى كيات ومقادير وأشكال هندسية لتكون موضوع تفكيرنا ، بل نفكر بطريقة مستقلة عن الاشياء الحسية وكل محاولة لاكتشاف علاقة التضمين بين قضية وأخرى واستنتاج واحدة من أخرى هي أصدق المحاولات لتفكير رياضيًّا

والهندسة غير الاقليدسية منزلة رياضة لا تختلف عن منزلة هندسة اقليدس ولبديهياتها الأولية من الصبغة المنطقية ما لبديهياته . وأقوى دليل على هذا ان هندسة « ريمان » وجدت من التطبيق العلمي ما صحح على حين غرة ما أرى هندسة اقليدس أفتكون جهود « ريمان » بعد هذا عبثاً لا موجب له ، أو تكون تلك المحاولات العقرية التي انصرفت نحو برهنة البديهية الخامسة والتي بدت "نور أمام الكشف الجديد تمسفاً وجهداً لا طائل تحته »

لقد وضع « هلبرت » — الرياضي الشهير — كشفاً باحدى وعشرين بديهية وخمسة حدود مبهمة ويستطاع ان نستنتج منها كل نظريات اقليدس ، فما قبل Veblen . فقد تضمنت قائمة اثنتي عشرة بديهية وحدين مبهمين فقط ومع ذلك نقد وقت بالغرض عينه . وكان يمكن أن يتحدث نظام اقليدس المنطقي عن النجوم أو الحركات الصوتية أو الالوان ومع هذا تبقى له سلامة التضمن واستقامة المنطق ، ولا يقصد الرياضي هدفاً غير هذا

وتتغير البديهيات طبقاً لرغبة الباحث ، وتتغير معاني الحدود الأولى وفقاً لهواه . فرياضيات النسبية لا تتناول الزمان والمكان كما نعهدهما ، بل هي وصف رمزي لنظام تتعلق اجزاؤه بعضها ببعض على شكل مخصوص . وكان من عجيب المصادفة وغريب الاتفاق أن وجد ذلك النظام الرمزي تفسيراً له في حقائق الكون بحيث استطاع ان يتنبأ بظواهر جديدة ويقدم للانسجام الكوني صورة أدق وأضبط

نحن نشأ اقليدسيين ، فالبشرية تدرس هندسة اقليدس منذ الفي عام . ولم يأت يوماً ما عالم دعا الى هجر هندسة اقليدس ووضعها على الرف ، بل كل المراجع العلمية المحترمة تفرض تعميم تدريسها في كل مدارس الدنيا ، ويستعمل نظرياتها المهندس والملاح والبنّاء الخ . ولكن لنتساءل : ترى لو قدر «لريمان» ان يظهر قبل اقليدس أفلم يكن ممكناً أن يتوصل العلماء منذ ذلك العصر السحيق الى تبسيط عملياته الحسابية واستخدامها في الاغراض العملية ؟ ولو ظهر اقليدس بنظريات جديدة وبديهيات جديدة أفلم يكن رد الفعل مشابهاً لما نراه اليوم ؟ أو لا يكون الرجح حينئذٍ اننا نرفض هندسة اقليدس رفضاً باتاً لأنها لا تصلح لوصف حيز المادة الذي نفكر فيه ؟

ان الرياضيات تبيح اللعب بالبديهيات ولا يهمها موضوع البحث فلا يدري الرياضي معنى ما يقول ولكنه يحكم ببساطة ان ما يتوصل اليه صحيح لأن استنباط النتائج من المقدمات صحيح . ومنطق الهندسات غير الاقليدسية منطق صحيح ، وتزيد احداها عن هندسة اقليدس انها — من حسن حظها — تنطبق قضاياها على الحيّز المادي المتعذب . إذن ما هي أفضلية اقليدس ؟ أيكون سبقهُ الى كشف هذا النظام الرياضي سبباً كافياً لأن يبقى متسلطاً وحده على التفكير متربعاً على عرشه غير منازع في ملك أو منازع في عرش ؟ أليس من الأولى أن ينزل اقليدس عن عرشه وينضم الى بقية العباقرة الرياضيين الذين انشأوا الفكر الرياضي هيكلاً خالداً ومحاريب قدسية يتعبد فيها كما نفعل هو والذين سيحتكرون المستقبل بمجاراتهم العلم الحديث كما احتكر هو الماضي ؟

ليس معنى نزول اقليدس عن عرشه انهُ أصبح مهملاً موضوعاً على الرف لا فائدة منهُ ولكن المقصود ذلك انه لم يعد وحده متسلطاً على التفكير البشري ولم تعد أحكامه منزلة وحدها ولم تعد بديهياته واضحة بنفسها ولم تبق هندسته النمط الوحيد الفريد من الحقيقة الرياضية المطلقة

الحصن — شرق الاردن