غرائب الأعداد

وعجائب المعادلات

لفريد حافظ طرقان

لايخلو الكون من غرائب في نواحيه المتعددة المختلفة ففي بعض الظواهر الطبيعية غرائب وفي بعض الحوادث غرائب ، وفي بعض العادات غرائب ، وفي بعض التقاليد غرائب ، وفي بعض العلوم غرائب . وتختلف هذه الغرائب اختلافاً بيناً ويصعب في حالات كثيرة تعليلها وفي بعضها يستحيل. وقد تختلف غرائب العلوم عن غيرها فيمكن تعليلها عند التدقيق والتعمق في البحث واذا اتفق ورأينا غرائب ولم نجد لها تعليلاً فالذنب يقع على الانسان الذي لم يستطع اكتشاف السبب وادراك كنه التعليل . وكثيراً ما نجد في علم الفلك ظواهر وحوادث تبدو غريبة عجيبة لاول وهلة ولكن عند البحث نجد ان لا غرابة فيها وهي فوق ذلك ليست خارجة عن دائرة القوانين والانظمة التي تسيطر على علم الهيئة . ألم يبد الراديو للناس غريباً ؟ الم يكن الحديث عنهُ كحديث السحر والسحرة لغرابته ؟ ولكن الملم بقواعد العلوم الطبيعية والواقف على بعض اسرارها يرى ان عمل الراديو مبني على مبادىء بسيطة كشف عنها الانسان وعرف كيف يستغلها لمنفعته . وما قول القارىء في التلفزة ؟ اليس الحديث عنها يثير الدهشة والاستغراب ؟ افرض ايها القارىء انهُ قال لنا قائل قبل عشر سنين ان عالماً يقول بأنهُ يستطع رؤية الاشياء عن بعد وان لديه آلات تمكنه من ذلك ! ! ما ذا كنا نقول عن ذلك القائل وذلك العالم ؟ من الطبيعي اننا لا نصدق قولهُ . ومما لا ريب فيه اننا نرمي العالم بالشعوذة وقد نتساهل في التعبير فنقول ان ذلك العالم ذو خيال رائع . والآن اليست التلفزة حقيقة لا يمكن نكران مبادئها وآلاتها ؟ والذي يدرس المبادىء التي تقوم عليها التلفزة لا يجد فيها ما هو فوق العقل فالقوانين السائدة عليها معروفة والاساس الذي تستند اليهِ غير غامض وقد استطاع الانسان ان يكتشفه وينتفع من تطبيقه

قد لا يصدق القارىء اذا قلنا ان في الاعداد وفي بعض فروع العلوم الرياضية غرائب وعجائب من الصعب تعليلها، ولكن اذا انعمنا النظر في هذه نجدها على غير ما تبدو لاول وهلة اذ ليس فيها ما يبعث على الاستغراب والدهشة فهي ترتكز على مبادىء اساسية وقوانين ثابتة . ومن البديهي انني في هذا المقال لا استطيع ان آتي على جميع غرائب الاعداد وعجائب المعادلات . فغرائب الاعداد لاتدخل تحت حصر عدا كون بعضها يحتاج الى استعمال ما قد يدخل السأم والملل على نفوس القراء. واما عجائب المعادلات فسنأتي على ذكرها تنويهاً اذ تحتاج الى استعمال الصعب من القوانين الرياضية

والمعادلات العويصة وهذا ما سنحاول تجنبه في مقالنا هذا . ولكننا سنأتي على بعض امثلة بسيطة من غرائب الاعداد وعجائب المعادلات من التي لا تحتاج الا الى المام بسيط في قواعد الحساب ومبادىء الجبر الاولية

خذ الكسر $\frac{1}{7}$ وحوله الى كسر عشري فينتج لدينا الكسر الدوري البسيط (٠ ,١٤٢ ٨٥٧) ومعنى ذلك ان ارقامه تعيد نفسها اذا ما مضينا في عملية التحويل . واذا ضربنا هذا العدد (١٤٢ ٨٥٧) في ٢ ينتج العدد ٢٨٥ ٧١٤ . انعم النظر في العددين ، تجد ان ارقام العدد الاول هي نفس ارقام العدد الثاني والفرق بين الاثنين اختلاف في ترتيب الارقام فقط . واذا ضربنا نفس العدد في ٣ او ٤ او ٥ او ٦ ففي كل حالة ينتج معنا عدد ارقامه نفس ارقام العدد المذكور ويكون الاختلاف في منازل الارقام . ومن الغريب الطريف اننا اذا ضربنا العدد نفسه في ٧ ينتج لدينا عدد متكون من ست خانات تحتوي كل واحدة منها على الرقم ٩ اي ان

$$١٤٢ ٨٥٧ \times ٧ = ٩٩٩ ٩٩٩$$

وكذلك خذ الكسر $\frac{1}{23}$ وحوله الى كسر عشري ينتج الكسر الدوري البسيط الآتي : ٠ ,٠٤٣ ٤٧٨ ٢٦٠٨٦٩٥ واذا ضربنا هذا العدد في ٣ ، ٤ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢ كان الحاصل في كل حالة متكوناً من ارقام العدد المذكور نفسها مع اختلاف في الترتيب فقط ، ولكننا اذا ضربناه في ٢ ، ٥ ، ٧ ، ٨ ، ١١ نتج لدينا في كل مرة ست خانات تحتوي على الارقام ١ ، ٥ ، ٣ ، ٨ ، ٤ ، ٦ مع اختلاف في الترتيب

ومن الاعداد ما اذا ضربته في عدد آخر يصبح عدداً قد يبدو غريباً اذ تحتوي خاناته كلها على نفس الرقم . خذ العدد ١٢٣٤٥٦٧٩ ولنفرض انهُ يضرب في عدد بحيث يتكون حاصل الضرب من خانات كل منها يحتوي على الرقم ٥ ، فلدى البحث نجد انهُ اذا ضرب العدد المذكور في ٤٥ ينتج معنا عدد يحقق الشرط المطلوب . اي ان $١٢٣٤٥٦٧٩ \times ٤٥ = ٥٥٥ ٥٥٥ ٥٥٥$ واذا كان الشرط ان تحتوي الخانات على الرقم ٨ فما عليك الا ان تضرب العدد في ٧٢ وهكذا

اليس هذا عجيباً ومثيراً للاستغراب ؟ ولكن ما لنا ولهذا النمط من الغرائب فقد لا يكون ممتعاً وقد لا يجد فيهِ القارىء ما يحمله على متابعة قراءة المقال . والآن لنأخذ نوعاً آخر غير الذي ألمحنا اليهِ . يوجد في الجبر بعض حالات تقودك الى نتائج تناقض الحقائق المسلم بها وتناقض المنطق. ومن الغريب انك اذا تتبعت الخطوات التي توصل الى النتيجة الغريبة تجدها منطقية وسليمة على قوانين حسابية وجبرية تسلم بصحتها ولا تختلف فيها اثنان ، وبديهي انهُ لا يوجد في علم الرياضيات حقائق ومبادىء أساسية تسير بك الى متناقضات او الى ما هو مخالف للواقع والحقيقة وقد يسأل غير واحد : اذن . كيف اوصلتنا هذه الخطوات المنطقية الصحيحة الى متناقضات بين ومضحكات في بعض الاحايين ؟ والجواب على ذلك بسيط ويتلخص في القول بأن احدى الخطوات تكون مغلوطة وغير صحيحة ولا يظهر فيها الغلط الا عند التفكير العميق وهي (بذاتها) التي اوصلتنا الى ما

اوصلتنا اليه ، وقد يكون من الصعب جداً اكتشاف الخطوة المغلوطة كما انهُ قد لا يكون . ويمكن الاتيان بأمثلة عديدة على ذلك . ولكننا نكتفي بايراد مثلين يجدهما القارىء في اسفل الصفحة ينتهي بنا الى المتناقضة ١ = ٢ . والثاني ايضاً الى ان ١ = ٢ ، ومن مطالعة الطريقة الاولى [1] التي قادت الى ان ١ = ٢ يتبين ان الخطوات المتبعة فيها لا غبار عليها يحيط بها (كما يظهر) المنطق من كل جانب وتسري فيها القوانين الاساسية للجبر . ولكن لدى التفكير يجد القارىء انه توجد خطوة ما كان لنا ان نستعملها بل ومن الخطأ الذي لا يغتفر (في عُرف الرياضيين على الاقل) المرور بها والسكوت على ذلك . ومن مطالعة الطريقة الثانية [2] التي انتهت الى ان ١ = ٢ نجد انهُ يصعب اكتشاف الغلط اذ يحتاج اكتشافهُ الى وقت وتفكير ، والنتيجة في الحالتين مضحكة حقاً ومثيرة للاستغراب . والخطوات التي اوصلتنا اليها لا تخالف (كما يظهر) قواعد الرياضيات واساساتها . ولكن ضمن الخطوات خطوة لا يجوز استعمالها ، فهل للقارىء ان يكتشفها ؟ !! . . .

وفي الهندسة طرق تظهر كأنها صحيحة ومنطقية وتنتهي الى نتائج غريبة تناقض الحقائق المسلم بها ، تنتهي الى متناقضات مضحكة !! ومن هذه الطرق ما يجعل القارىء ان يبرهن على انهُ يمكن انزال عمودين من نقطة خارجة الى اي مستقيم معلوم وان الزاوية تعادل جزءها . وان الخط يساوي جزءهُ ايضاً

وانه يمكن ان يبرهن على ان اي مثلث يكون متساوي الساقين وانه يمكن اتباع خطوات هندسية توصلنا الى ان الواحد يساوي صفراً . وفي هذه الحالات قد يجد الانسان لذة في قراءة حلولها وقد يجد متعة عند المحاولة لايجاد الغلط او الخطوة التي لا يجوز استعمالها والتي ادت الى نتيجة غير معقولة . ولكل هذه فائدتان مزدوجتان : الاولى ان فيها شيئاً من التسلية والتفكهة والثانية انها تثير في قارئها رغبة في اكتشاف الغلط ، وفي هذا بعض الفائدة للراغب في التعمق في علم الهندسة وفي الوقوف على بعض دقائقها

---

(١) افرض ان س = ص ∴ س٢ = س ص

اطرح ص٢ من الطرفين ينتج س٢ — ص٢ = س ص — ص٢

اي ان (س — ص) (س + ص) = ص (س — ص)

اي ان س + ص = ص وبما ان س = ص ∴ ٢ص = ص

اي ان ٢ = ١

(٢) لو (١ + س) = ١ + ½ س + ½ س٢ + ⅜ س٣ — ..... واذا كانت س = ١

ينتج لو ٢ = ١ — ½ + ½ — ¼ + ⅕ — ⅙ + ⅐ — ⅛ + ...

اي ان ٢ لو ٢ = ٢ — ١ + ⅔ — ½ + ⅖ — ⅓ + ⅜ — ....

اي ان ٢ لو ٢ = ١ — ½ + ⅓ — ¼ + ⅕ — ⅙ + ... = لو ٢

اي ان ٢ لو ٢ = ٢ ∴ ٢ = ١

حسب المعادلات انها تسهل حل الاعمال الصعبة الى درجة كبرى وتوفر وقتاً في ايجاد اقرب الطرق للوصول الى النتيجة ، وتعبر عن كلام كثير برموز قليلة وحسبها ايضاً انها سهلت الاختراع والاكتشاف ووسعت مجال الاستفادة من القوانين الطبيعية ، وفوق ذلك فللمعادلات فوائد اخرى هي من خطورة الشأن بمكان عظيم . لقد استطاع بعض العلماء بفضل استعمال المعادلات واكتشاف بعض انواعها ان يقدموا للحضارة العصرية خدمات جليلة . وقد استخرج فاليليو من العلاقة الموجودة بين الكتلة والحركة معادلة لولاها لما تمكن الانسان من صنع آلات تحركها القوى على اختلاف انواعها وقد لاحظ ملكن العالم الاميركي الشهير الفوائد التي جنتها الحضارة العصرية من القوانين والمعادلات الرياضية فقال « اننا اذا ازلنا من العمران الحالي احد القوانين الرياضية التي ابتدعها وحققها نيوتن لوجب ان نزيل كل آلة بخارية فكل سيارة وكل محرك وكل مولد كهربائي بل كل آلة تستعمل لتحويل القوة الى حركة لانها كلها بنيت على هذا القانون الرياضي الشامل . . »

***

ولعلّ اغرب شيء في المعادلات انها استطاعت ان تتنبأ عن اشياء كانت مجهولة وحوادث ما كانت معروفة وظواهر لم يلتفت لها الانسان في بادىء الامر . ولا يخفى انهُ ليس في استطاعة كل واحد ان يرى المجهولات في المعادلات او ان يتنبأ بواسطتها فهذا ما لا يستطيعهُ الاّ القليلون الذين عكفوا على دراسة العلوم الرياضية والطبيعية والذين مارسوا هذه سنين كثيرة وتفهموا دقائقها ووقفوا على اسرارها وغاصوا على كنوزها بقصد التعمق والتثبت . ولا ارى بأساً من ذكر قصة اكتشاف بعض السيارات ففيها ما يزيد قولنا بخصوص التنبؤ من المعادلة . لقد اتضح بعض العلماء كنتيجة لبحوثهم بانهُ يوجد اضطراب في فلك اورانوس وقالوا بان هذا الاضطراب يجب ان يكون ناتجاً عن سيار غير معروف ، ولم يكن في الامكان التثبت من ذلك ومن وجود سيار الاّ باستعمال الرياضيات فقام ادمس ولفريه واستطاعا بالمعادلات ان يتأكدا من وجود كوكب سيار جديد قبل ان يروهُ . اما الكوكب المكتشف فهو نبتون ، وتنبأ الاستاذ لول بوجود سيار وراء نبتون وكان تنبؤه عن طريق المعادلة وقد شغل جانباً كبيراً من حياته في حساب بعده وقدره وجرمه وسرعتهِ ، واستطاع ان يعين الفلك الذي يسير فيهِ السيار الجديد الذي سمي بالسيار بلوطو . واتفق العلماء على ان اكتشاف بلوطو من اهم الاعمال العلمية التي جاءت مؤيدة لكثير من مبادىء علم الفلك وقوانينه ومشيرة الى الارتباط المحكم المتين بين الرياضيات والفلك وسائر العلوم الطبيعية . وقبل الختام اود ان أوجّه النظر الى ان الاسلوب العلمي او الطريقة العلمية الحديثة التي هي اساس الاكتشاف والاختراع والتي ميزت هذا القرن عن غيره ، ترتكز الى درجة جديرة بالاعتبار على المعادلة . اذ بالمعادلة توسع مجال الدقة واصبح في الامكان وضع كثير من المبادىء والقوانين في قالب رياضي وفي هذا توسيع لدائرة الاستفادة العملية من العلوم المختلفة والفنون المتنوعة