فالسيا حيث يعتني به اربابهُ الى حد انهُ يثبت عندهم على مدار السنة تقريباً غير انهُ في شهر دسمبر (كانون الاول) يبلغ ثمنهُ منتهى الغلاء حتى ان بعض المحبين يدفعون ثمن الزهرة ستة ريالات وهدية مثل هذه حينئذٍ تعد اثمن التحف وانفس الطرف عند حسان الاسبان . ويخاطب الاسبانيون بألوان القرنفل ويتفاهمون كأنها من اللغات المكتوبة

وقد بقيت امور كثيرة في تاريخ القرنفل وكلها تدلُّ على علو منزلته بين الازهار وما كان لهُ من الشأن والاعتبار

خليل يدس

باب الرياضيات

النموغرافيا

اي حل المسائل الحسابية والجبرية بالجداول

لا يخفى ان كل المشتغلين بالعلوم التي تحتاج الى حساب وتدقيق كالفلكيين والمهندسين والمساحين والبنائين والتجارة والملاحية يحتاجون الى اجراء حسابات عديدية كثيرة قد تكون صعبة وقد تكون طويلة مملة ولو كانت سهلة كعمليات الضرب والقسمة والترقية والتجذير. الاَّ ان الاستاذ موريس دوكاني العالم الرياضي الفرنسوي قد ازال تلك الصعوبة وذلك الملل باختراعهِ جداول تعرف منها نتائج العمليات بسهولة تامة وبأقل ما يكون من الوقت وهو واضع العلم الذي فيهِ هذه الجداول ويسمَّى علم النموغرافيا كما ان الاستاذ مونج وضع علم الهندسة الوصفية الذي يمكن بواسطتهِ ايضاح جميع اشكال الاجسام الطبيعيَّة ذات الابعاد الثلاثة بواسطة رسم موضوع على سطح مستوٍ

هذا وقد وعد المقتطف قراءهُ الكرام بانهُ سانشئ فصولاً قريبة المأخذ في هذا العلم الجديد افادة لقرائهِ المشتغلين بالعلوم الرياضية وانجازاً لذلك بادرت الآن بهذا الفصل فاقول

لا يخفى ان المشتغلين بالعلوم الهندسية ونحوها يملون من العمليات الحسابيَّة الطويلة ويودون الوصول الى نتائجها من غير تعب . وقد استنبطوا اساليب مختلفة للوصول الى ذلك كالجداول العددية وعملها عسير جداً ولا تسمح الاَّ بحل العبارات ذات الكميتين المتغيرتين وكالآلات والمناظر الحسابيَّة وهي في الغالب غالية الثمن لا يتيسر لكل احد الحصول عليها

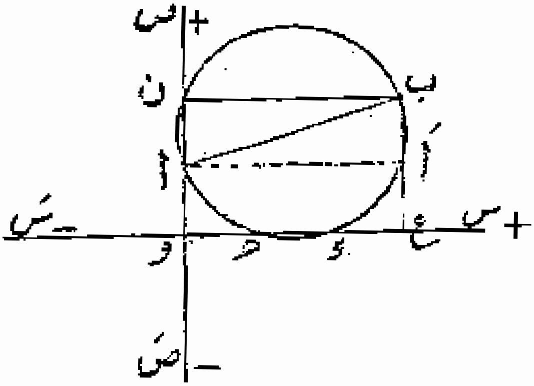
ولا تستعمل الاّ في العمليات العمومية كالضرب والقسمة والتجذير

وقد التجأ الرياضيون منذ مدة الى اجراء حساباتهم بالطريقة الرسميّة (غرافيك) وهي سهلة الاستعمال لان النظر يقوم فيها مقام الحساب العددي . وتنقسم الى قسمين مختلفين أحدهما الحساب بالخطوط Le calcul par le trait ومبيّنة في ما يلي والثاني الحساب النوموغرافي La Nomographie وعليهِ مدار هذه المقالة

اما الحساب بالخطوط فمبني على رسم خطوط هندسية بسيطة يمكن قياسها بسهولة هي وما بينهما من الزوايا والاقواس بالنسبة الى مقياس يتّفق عليهِ ويصنع منها رسم هندسي يسمّى لوحة (Epure) يستخرج منها مقدار الخطوط الاخرى حسب المقياس المتفق عليهِ . وايضاحاً لذلك نذكر المثالين التاليين

الاول لنفرض انا اردنا ان نعرف العدد الذي مربعهُ يساوي مجموع مربعي عددين معلومين ا و ب . فارسم مثلثاً قائم الزاوية طول ضلعيهِ مساوٍ للمقدارين ا و ب حسب المقياس المتفق عليهِ فوتر هذا المثلث يساوي العدد المطلوب حسب الوحدة في ذلك المقياس

الثاني لنفرض اننا اردنا حل هذه المعادلة من الدرجة الثانية وهي س^{٢} + م س + ي = حيث تكون س رمزاً لمجهول و م و ي رمزين لعددين معلومين فلنرسم مستقيمين احدهما قائم على الآخر س سَ ص صَ يتقاطعان في نقطة و كما في الشكل الاول



ثم نعين نقطة ا في الخط المستقيم ص صَ بحيث يكون طول وا مساوياً للوحدة المأخوذة مقياساً اي سنتمتراً مثلاً ثم نعين على المستقيم س سَ البعد وع مساوياً لمقدار − م وعلى المستقيم ص صَ البعد ون مساوياً العدد ي ونقيم على النقطتين ع و ن عمودين على المحورين س سَ ص صَ فيتقاطعان في نقطة ب فيوصل المستقيم ب ا ويجعل قطراً للدائرة التي تقطع المستقيم س سَ في نقطتي ه د فيكون البعدان وه ود هما مقدارا س اي جذرا المعادلة - ولبرهان ذلك نرمز بالحرف آ الى نقطة تقاطع الدائرة بالعمود ب ع فيكون وه + ود = ود + دع = − م و وه × ود = وا × ون وون = ع ب = ي . وحيث ان

مجموع الجذرين يساوي المكرر م بالسالب وحاصل ضربهما يساوي المكرر الثاني ي وهذه الخاصية لا تتم الا في المعادلة ذات الدرجة الثانية فيكون الحل صحيحاً مع ملاحظة ان وا = الوحدة اعني وا × ون = ون = ع ب = ي كما تقدم

ولزيادة الايضاح رسمنا الشكل باعتبار ان الوحدة تساوي سنتمترًا وجعلناهُ مثلاً لحل المعادلة الآتية وهي

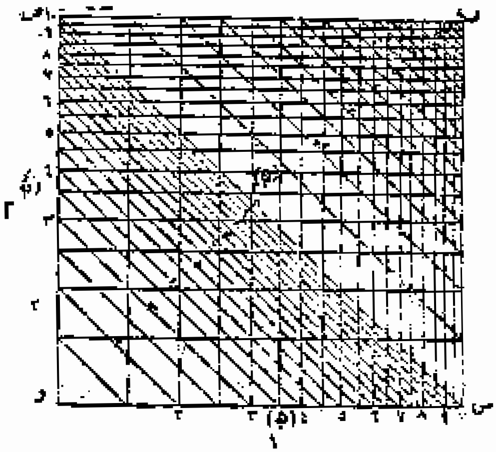
س^2 — ٣ س + ٢ = ٠ ومن الشكل يعلم ان جذري المعادلة هما سَ = وحـ = ١ و سً = ود = ٢ وان المثلثين اللذين تقدم بيانهما قد اتضح منهما كيفية ايجاد النتيجة بواسطة الحساب بالرسم والآن ننتقل الى علم النوموغرافيا بالذات

عُلم مما تقدم انهُ للحصول على نتيجة العملية بواسطة الحساب بالرسم يلزم على كل حال عمل رسم توضح فيهِ المقادير بخطوط هندسيةٍ بمقدار الاعداد المتداخلة في العمل ولكن علم النوموغرافيا لا يحتاج الى ذلك لان فيهِ جداول ذات ارقام يمكن بواسطتها استعلام النتيجة الحسابية بقراءة الارقام التي عليها وهذه الجداول تعمل مرة واحدة وتستعمل دائمًا وتسمّى باسم اباك اي رقعة او جدول او نوموغرام أي قانون او ناموس مرسوم

وهاك وصف ثلاثة من الجداول النوموغرافية البسيطة تعلم منها نتائج الضرب والقسمة بثلاثة مقادير متغايرة كما في القانون هـ$_3$ = هـ$_2$ × هـ$_1$

جدول الخطوط المتقاطعة لعمليتي الضرب والقسمة

هذا الجدول عبارة عن شكل مربع مثل وس وص كما في الشكل الثاني فيهِ ثلاثة



انواع من الاتجاهات كل اتجاه منها مركب من ثلاثة خطوط مستقيمة متوازية عليها ارقام فالاول عبارة عن هـ$_1$ وهو الخطوط العمودية على الضلع وس والثاني عبارة عن هـ$_2$ المكون لجميع الخطوط القائمة على الضلع وص. والثالث عبارة عن هـ$_3$ المكون لجميع الخطوط الموازية للوتر س ص . وهذه الخطوط تكوّنت من وضع مقدار لوغارتمات الاعداد

من ٢ الى ١٠ على كلٍّ من المستقيمين وس وص مبتدئاً من نقطة و في كلٍّ منهما . والنقط التي حدثت رقمت عليها تلك الاعداد واقيم عليها اعمدة على المستقيمين المذكورين فحدثت الخطوط المعبَّر عنها بالرمزين هـ١ هـ٢ اما خطوط هـ٣ فتكوَّنت من وصل نقط تقاطع خطوط هـ١ هـ٢ باضلاع المربع

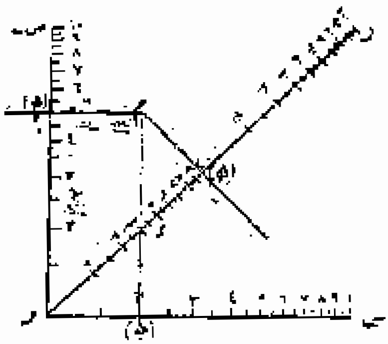
ولنشرح الآن كيفيَّة الحساب بهذا الجدول بتطبيقهِ على قانون هـ٣ = هـ٢ × هـ١ بفرض ان هـ١ = ٢ وهـ٢ = ٤ فانظر الى تقاطع المستقيمين هـ١ هـ٢ المعينين برقمي ٢ و ٤ لينتج مقدار هـ٣ على الخط المعين برقم ٨ الموازي للوتر من ص والمار بنقطة التقاطع المذكورة

وبعبارة اصرح لنفرض انك اردت ان تعرف الحاصل من ضرب ٢ في ٤ فانظر الى الرقم ٢ في اسفل الجدول والى الرقم ٤ في الخط القائم عن الشمال وانظر اين يلتقي الخطان العموديان القائمان عليهما فتجدهما يلتقيان في الوتر الذي عددهُ ٨ فالحاصل من ضرب ٢ في ٤ يعدل ٨ . واذا اردت ان تعرف الحاصل من ضرب ½ ٦ في ٦ فانظر الى النقطة بين ٦ و ٧ في الاسفل واصعد مع الخط العمودي المرسوم عليها الى ان تصل الى حيث يتقاطع هذا الخط بالخط المرسوم على ٦ من اليسار عمودياً فتجد ان الخطين يلتقيان تحت الوتر ٤٠ قليلاً فالحاصل من ضرب ½ ٦ في ٦ اقل من اربعين قليلاً

ويمكن القسمة بهذا الجدول ايضاً فاذا اردت ان تعرف الخارج من قسمة ٤٠ على ٨ فانظر الى وتر ٤٠ والى نقط تقاطعهِ بالعمودي ٨ والى الجهة الاخرى من الجدول حيث يصل الخط المار بنقطة التقاطع هذه فتجد انهُ قائم على الرقم ٥ فالحاصل من قسمة ٤٠ على ٨ يعدل ٥ واذا كانت المقادير المفروضة غير مبينة في الجدول بان كانت ٣,٢ او ٤,٦ فتعيَّن نقطتاها بالنظر حسب التدريج اللوغارتمي الذي على الرسم . وهذه العملية تسمَّى بالتقدير النظري Interpolation graphique

الاباك المسدس لبيان عملية الضرب والقسمة ايضاً

هو عبارة عن الاباك الذي تقدَّم شرحهُ ولكن حسُن يحذف جميع الخطوط هـ١ هـ٢ هـ٣ وابقاء ارقام النقط التي على وس و وص ووضع النقط والارقام على القطر وحيث تتقاطع الخطوط القائمة على وس و وص كما ترى في الشكل الثالث . واذا اردت استعمال هذا الاباك او الجدول فارسم على شفاف ثلاثة خطوط متقاطعة مثل م هـ١ م هـ٢ م هـ٣ حتى تكون اتجاهاتها قائمة على الضلعين وس وص وعلى القطر ور ويسمَّى كل خط من هذه



الخطوط الثلاثة دليلاً فاذا فُرض ان $هـ_١ = ٢$ و$هـ_٢ = ٥$ اي اذا اريد ضرب ٢ في ٥ فلإيجاد $هـ_٣$ اي حاصل الضرب حرّك الشفاف على الجدول حتى يقع الدليل م$هـ_١$ عموداً على الضلع و س دائماً واستمرّ في حركة الشفاف حتى ان الدليلين م$هـ_١$ م$هـ_٢$ يمرّان بالنقطتين ٢ و ٥ فنقطة تقاطع الدليل الثالث مع و ر هي حاصل الضرب

وهذا الجدول اوضح من الجدول السابق للتقدير النظري غير انهما لا يستعملان الاَّ لبيان معادلات ذات شكل بسيط خصوصي

جداول النقط ذات الاستقامة الواحدة

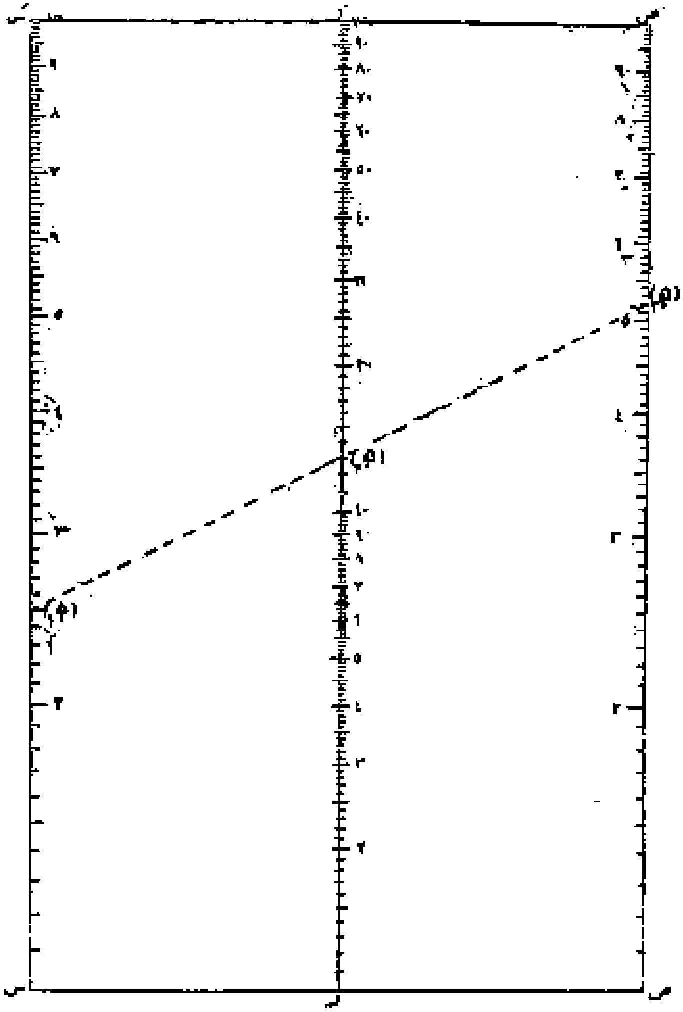
نشرح الآن ابسط نموغرام من هذا النوع وهو اسهل واوضح واتم من الاباكين المتقدمين وفيه ثلاثة محاور متوازية كما ترى في الشكل الرابع على الصفحة التالية س سَ ر رَ ص صَ بينها مسافتان متساويتان وعليها نقط وارقام تبعد عن س و ر و ص بمقدار قيمة لوغارتمات هذه الارقام . والمقياس واحد على المحورين س و ص اما المحور ر فالمقياس عليه نصف الوحدة المأخوذة للمحورين س و ص

كيفيَّة استعماله — لنفرض ان $هـ_١ = ٢,٥$ و$هـ_٢ = ٢,٥$ فاذا اردت معرفة حاصلها فخذ على المحور س النقطة $هـ_١$ بمقدار ٢,٥ وعلى المحور ص النقطة $هـ_٢$ بمقدار ٢,٥ وصل بينهما بخيط دقيق يقطع المحور ر ويقطعهُ في النقطة ١٣ فهي مقدار $هـ_٣$ اي الحاصل من ضرب $هـ_١ \times هـ_٢$ او ٢,٥ × ٢,٥ . وبدل الخيط الدقيق يمكن استعمال شفَّاف عليهِ خط مستقيم بصفة دليل يمر بين رقمي النقطتين $هـ_١$ $هـ_٢$

ويمكن استعمال هذا النموغرام للقسمة ايضاً بوصل رقم $هـ_١$ مع رقم $هـ_٣$ فيصل الخط الى رقم $هـ_٢$ على المحور ص

وبمقارنة هذا النموغرام بالاباك المتقدم ذكرهُ نجد ان مقادير الارقام $هـ_١$ $هـ_٢$ $هـ_٣$ تكوّن في الاباك على ثلاثة خطوط متقاطعة في نقطة وفي هذا النموغرام نجد انها على ثلاث نقط على استقامة واحدة ويتضح من ذلك انهُ يمكن تحويل الاباك الى نموغرام وبالعكس وذلك بواسطة تحويل هندسي يسمَّى تحويل التناظر Transformation corrélative

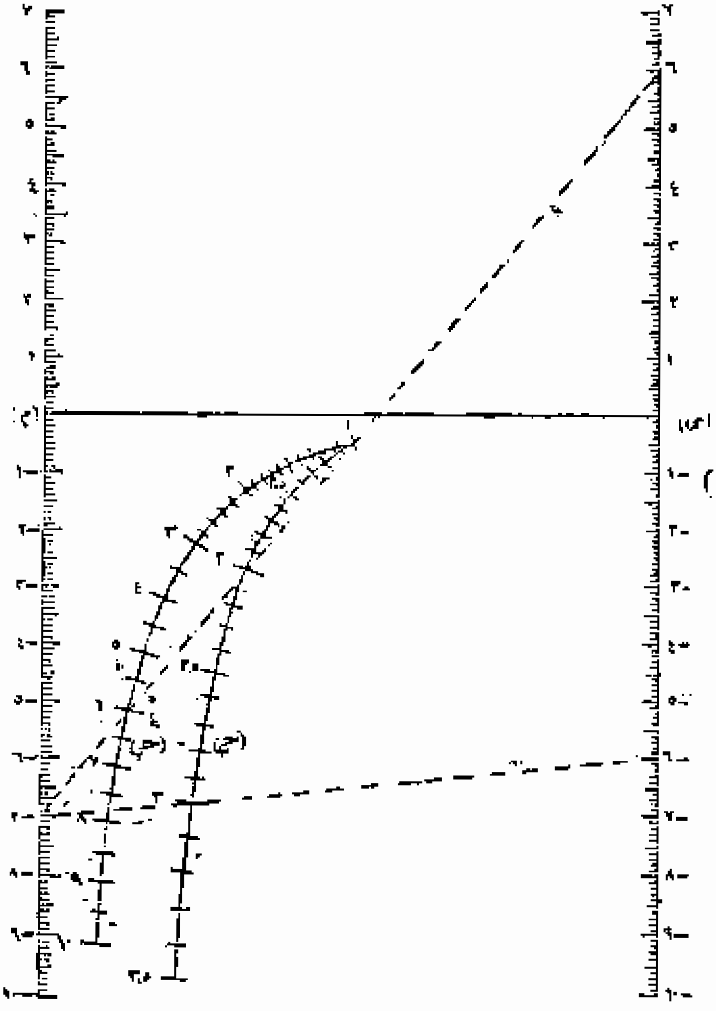
ويمكن ايضاً تحويل النموغرام الواحد الى جميع النموغرامات المبينة لقانون هذا النموغرام وذلك بواسطة تحويل هندسي يسمّى تحويل التناسب Transformation homographique وفائدة ذلك البحث من الشكل الانسب من تلك النموغرامات



(ش ٤)

ولا يخفى انهُ لا يمكن معرفة المقادير التي تزيد على اربعة ارقام باستعمال هذا النموغرام معرفة تامة ولكن المعرفة التقريبية تكفي في تطبيقات كثيرة ولاسيما في التطبيقات المتعلقة بفن الهندسة . والغرض من علم النموغرام حصر جميع القواعد الاساسية المختصة ببيان المعادلات والقوانين مهما كان عدد متغيراتها بواسطة جداول مرسومة ذات ارقام وهذه الجداول

النوموغرافية مكونة من اجزاء هندسية مرقَّمة بحيث ان الارقام المختصة بكل من تلك الاجزاء الهندسيَّة تقابل متغايرات القانون او المعادلة المعتبرة وبحيث ان الارتباط الجبري بين المتغايرات الموضح بواسطة قوانين هو نفسهُ موضح على الرسم بارتباط هندسي بسيط بين النقط المرقمة بمقادير تقابل المتغايرات



(ش ٥)

وعندنا طرق مختلفة للبيان النوموغرافي ابسطها واحسنها طريقة المسيو دوكاني للنقط ذات الاستقامة الواحدة فانهُ يشتق منها جملة طرق تؤدي الى الغرض المطلوب . وايضاحاً لذلك نشرح النوموغرام ذا النقط التي على استقامة واحدة في حل معادلة الدرجة الثانية

س٢ + م س + ي = ٠ ومعادلة الدرجة الثالثة س٣ + م س + ي = ٠

وهذا النوغرام المرسوم في الشكل الخامس مركب من مستقيمين متوازيين عليهما ارقام بمقياس متري اعتيادي تدل على المعلومين في المعادلة وهما م و ي وهو مركب ايضاً من متباسين على خطين منحنيين وهما ح ٢ وح ٣ يدلان على جذري معادلتي الدرجة الثانية والثالثة

كيفية استعمال هذا النوغرام

لحل معادلة س٣ — ٧ س — ٦ = ٠ فيها المعلومان م = — ٧ و ي = — ٦ فلمعرفة الجذر الموجب لهذه المعادلة يكفي ان تأخذ نقطة تقاطع المنحني ح ٣ بخيط دقيق يمتد من نقطة رقم — ٧ على المقياس (م) الى نقطة رقم — ٦ على المقياس (ي) فرقم نقطة التقاطع وهو ٣ هو الجذر الموجب لهذه المعادلة ٠ ولمعرفة جذريها السالبين تبدل س بالحرف — س فتنتج المعادلة س٣ — ٧ س + ٦ = ٠ وفيها م = — ٧ و ي = ٦ وبأخذ نقطتي تقابل الخط ح ٣ مع الخيط المار بنقطتي — ٧ و + ٦ ينتج جذرا المعادلة السالبان ١ و ٢

وكل ما ذكر عن المعادلة ذات الدرجة الثالثة يطبق على المعادلة ذات الدرجة الثانية وذلك باخذ نقطة التقابل على المنحني ح ٢ بدل اخذها على المنحني ح ٣ واذا خرج المقداران المعلومان م و ي من حدود النوغرام في الشكل ٥ تستعمل القاعدة الآتية التي بها يمكن تصغير هذين المقدارين لادخالها في حدود الرسم وهي ان يعوض بالمقدار ه ص في المعادلة المتغيرة مثلاً من الدرجة الثالثة باخذ مقدار المكرر ه عدداً صحيحاً اختيارياً وبقسمة كل من حدود هذه المعادلة على ه٣ فتأول هذه المعادلة الى ص٣ + $\frac{م ص}{ه^٢}$ + $\frac{ي}{ه^٣}$ = ٠ باخذ المقدارين $\frac{م}{ه^٢}$ و $\frac{ي}{ه^٣}$ كارقام ثابتة لحرفي م و ي على النوغراف ينتج مقدار ص على المنحني (ح ٣) ويكون مقدار س = ه ص

مثال ذلك س٣ — ١٢ — ١٦ = ٠

عوض عن س بالمقدار ٢ ص باعتبار ان ه = ٢ واقسم الطرف الاول على ٨ تأول المعادلة الى ص٣ — ٣ ص — ٢ = ٠

وتحل بالنوغرام باخذ م = — ٣ وي = — ٢ فينتج ص = ٢ ويكون مقدار س = ٤

فريد بولاد ومحمد منيب

مهندسان بعموم مصلحة سكة الحديد