والمشاحنات الدينية اعظم الضربات على البلدان الشرقية . اما كثرته في بعض الانحاء الاستوائية فتفوق الوصف وليس من السهل ابادته منها فالمستنقعات التي يتولد فيها مساحتها الوف من الاميال ويتعذر صرف المياه منها لان اكثرها سهول منبسطة ولان الاماكن التي تجري فيها منابع النيل وسواعده في اعاليه كانت كلها بطيحة واحدة في سالف الدهر ولا يزال سطح الماء فيها على نسبة واحدة تقريباً

اما هواء البلاد فمعتدل جدًّا في الشتاء وهو فصل الجفاف في الانحاء الاستوائية ورطب جدًّا في زمن الصيف وهو فصل المطر فيها ويقال بوجه الاجمال ان حرّها اقل من حرّ البلدان التي على جانبي المدارين كصعيد مصر والنوبة وبعض انحاء بلاد العرب كالحجاز وتهامة وغيرها من البلدان كبلوخستان وبعض انحاء الهند واستراليا

وقد مرّ بنا ذكر الغابات وكثرتها في تلك البلاد وما فيها من الشجر واهمها شجر المطاط وكثرة حيواناتها ومراعيها الطيبة وخصب ارضها ففيها من موارد الرزق شيء كثير لكنها منبوذة للسود ولا يقوم للبيض فيها قائمة ما زال البعوض فيها

الدكتور
امين المعلوف

باب الرياضيات

تربيع الدائرة

الاهتمام العام بالقضية

تربيع الدائرة اشهر المسائل التي استغرقت كثيراً من اوقات الرياضيين منذ وجهت اليها انظارهم الى الآن والغرض منها رسم مربع بطريقة هندسية تساوي مساحته مساحة دائرة مفروضة — قضية اشتغل بها العلماء قديماً وحديثاً فاستعصت عليهم جميعاً . ولم تسلم قيادها لاحد منهم ولم تبح بسرّها لمخلوق . ومنهم من انفق السنين الطوال في الاشتغال بها فأذاب دماغهُ فكراً واكلَّ عينيهِ سهراً . وكلما رآها قد صارت منهُ اقرب من حبل الوريد اذا هي مناط النجم او ابعد

وقد ادركوا في العصور المتأخرة انهم يطلبون المحال فانصرف همهم الى اثبات استحالتها

فتوقفوا الى ذلك سنة ١٨٨٢ . و بالنسبة الى شهرتها في العلوم الرياضية وسعة انتشارها بين العامة احببت ان أُلمّ بخلاصة تاريخها وابين بالاختصار الادوار والاطوار التي تقلبت فيها فاقول :—

سنة ١٧٧٥ قررت الأكادمية الافرنسية رفض ما يعرض عليها من حلول تربيع الدائرة لكثرة الذين يدّعون ذلك في حين لم تكن نتائج اشتغالهم بها سوى عنوان الجهل ودليل الخطاء . واخذت منذ ذلك الوقت تطرح كل ما يرد عليها من هذا القبيل في زوايا النسيان . وتابعها سائر الجمعيات العلمية . وهذا جعل اولئك المدعين يلجأون الى الجرائد السيارة التي تنشر من وقت الى آخر « ان العالم الفلاني تمكن بعد الجهد والعناء من حل مشكلة الرياضيين ومسألة المسائل عندهم » . ولكن معارف هؤلاء الاشخاص في الرياضيات لا تزيد على معارف تلامذة المدارس الابتدائية الراقية . فانهم يجهلون شروط المسألة جهلاً تامًّا ولا يعلمون شيئًا عن تاريخها ولا المام لهم بالمباحث الخاصة بها ولاسيما التي قدمت في النصف الاخير من القرن الماضي وزيادة على ذلك بلغ بهم جهلهم انفسهم الى درجة اعتقدوا عندها انهم من النوابغ المتفردين . وهاك ما كتبهُ احدهم عن نفسهِ سنة ١٨٤٠ « الحمد لله القدير على كل شيء الذي اختارني انا فقط منذ تأسيس العالم لحل المسألة التي خفيت على البشر قاطبة لانهُ هكذا شاءت مشيئتهُ ان تخفيها عن الحكماء وتعلنها للبسطاء » . اما حلهُ فمقصور على رسم مربع داخل الدائرة وآخر محيط بها وبما ان المربع الاول مؤلف من اربعة مثلثات وفي الثاني ثمانية منها وبما ان الدائرة اكبر من الاول واصغر من الثاني فساحتها تعادل ستة مثلثات . وهذا غير معقول ولا يسلم بهِ احد قط واي مبدإ علمي يمكننا من الاستنتاج انهُ اذا وجد عدد اكبر من اربعة واقل من ثمانية لزم ان يكون ستة

اما الاسباب التي تجعل فريقًا كبيرًا يصرفون معظم اوقاتهم في محاولة حل هذه المسألة فكثيرة وهاك اشهرها واهمها :—

الاول قدم المسألة . فقد اشتغل بها المصريون قبل خروج بني اسرائيل بخمسمئة سنة وبحث فيها قدماء اليونان طويلاً فكانت ذلك اكبر وسيلة لترقي العلوم الرياضية وتقدمها على يدهم

الثاني حب الشهرة والتفوق وتخليد الذكر . وقد ساعد على ذلك الاعتقاد بانها مرتبطة بالقدر فاصبح كل يحسب نفسهُ انهُ هو الرجل المعد منذ الازل لكشف حل خفي على الالوف زمنًا طويلاً اذ لم يتم رياضي او مدّعٍ بالرياضيات او سامع بامر القضية الأ وضرب رأسهُ بها

وحاول حلها غير ذاكر ان يعوزه الاستعداد الكامل والتضلع بمعارف رياضية تستغرق الدرس الطويل فضلاً عن المواهب الطبيعية الخاصة التي تولد مع المرء وتنمو وتزيد بالدرس والتمرن والاختبار

الثالث وربما كان اشهرها . ما هو متداول بين الجميع ان الاكادمية الافرنسية او الجمعية الفلانية او الملك الفلاني او احد الامراء او الاغنياء عين مبلغاً وافراً من المال كجائزة لمن يسبق الى حلها

ومنذ مئتي سنة انصرف هم الرياضيين اصحاب الشهرة وطول الباع الى اثبات استحالة حلها وهذا اصعب بكثير من امكان حلها لو كان لها حل وعبثاً حاولوا ذلك لوعورة المسالك ونقص القضايا وجهل بعض المبادىء التي لا بد من استخدامها والاعتماد عليها حتى قام الاستاذ لندمن الالماني واثبت عام ١٨٨٢ ان حلها بالطرق الهندسية الابتدائية اي بالخطوط والدوائر (المسطرة والبركار) مستحيل . وهذا البرهان مسلم به عند جميع الرياضيين وان تعذر فهمهُ على غيرهم

طبيعة المسألة وماهيتها

معرفة قطر الدائرة من اسهل الامور ولكن الصعوبة تقوم بمعرفة نسبة المحيط الى القطر وهذه النسبة كمية ثابتة ومعرفتها تمكننا من رسم مربع يعدل الدائرة تماماً لان مساحة الدائرة تعدل مساحة مثلث قائم الزاوية احد ضلعيهِ نصف قطر الدائرة (او شعاعها) والآخر محيطها . وعليهِ تكون نسبة مساحة الدائرة الى مساحة المربع المرسوم على نصف قطرها كنسبة المحيط الى القطر . ولو كان هذا التناسب عبارة عن عددين صحيحين لسهل رسم المربع المطلوب ولكنهُ ليس كذلك . والذي يهمنا الآن بيان نوع هذا التناسب وتاريخهُ لان عليهِ يتوقف الحل المطلوب ولكن قبل الخوض في هذا الموضوع نبحث عن المراد بعبارة « الرسم بالخطوط والدوائر » او « بطرق الهندسة الابتدائية » او بالمسطرة والبركار »

العمل الهندسي عبارة عن ايجاد الشكل المطلوب وكيفية رسمهِ . وذلك يتوقف على معرفة اعمال سابقة بسيطة وهذه تتوقف على غيرها ابسط منها وهكذا حتى نصل الى اعمال هي غاية في البساطة والسهولة واساس لسواها تدرك بالبداهة وتفهم بدون برهان ولا تفتقر الى اقامة الدليل يدعوها الرياضيون بالممكنات وها كها : —

(١) يمكن ان نصل بين كل نقطتين بخط مستقيم

(٢) يمكن ان نرسم على كل نقطة وبأي بعد شئنا دائرة

(٣) يمكن ان نعين النقطة المشتركة بين خطين بعدها ليتقاطعا اذا اقتضت الحال
(٤) يمكن ان نعين النقطتين المشتركتين بين خط ما ودائرة ما فيما لو امكن تقاطع الخط والدائرة
(٥) يمكن ان نعين النقطتين المشتركتين بين دائرتين فيما لو تقاطعت الدائرتان

وهذه الاصول الموضوعة او الممكنات لا تجيز لنا استخدام شيء من الادوات سوى المسطرة لرسم الخطوط المستقيمة والبركار لرسم الدوائر

وتحل الاعمال في اصطلاح الهندسة الابتدائية اذا اقتصر العمل على الممكنات المذكورة فقط. وهندسة اقليدس تقتصر عليها ولا تتعداها بينما ان غيرها لا تقف عند هذا الحد بل تتخطاهُ وتتناول اعمالاً حلها يتطلب اكثر من الممكنات المسلم بها كرسم قطع المخروط مثلاً وهذا التوسع غير مسلم بهِ في قضية تربيع الدائرة بل يشترط فيها الاقتصار على الممكنات التي ترسم بالمسطرة والبركار فقط وهذا الشرط جعل الحل من باب المستحيل. وقد تنبه قدماء اليونان الى ذلك فعمد بعضهم الى طرق متباينة ورسم منحنيات مختلفة تذرعاً لحلها وسوف نأتي على ذكر بعضها لعظم تأثيرها في العلوم الرياضية وتقدمها

تاريخ المسألة

اقدم كتاب ذكرت فيهِ هذه المسألة موجود في المتحف البريطاني وهو لاحد كهنة المصريين القدماء واسمهُ اهمس وذلك سنة ٢٠٠٠ ق. م ويرجح الباحثون انها نقلت من كتب اقدم من كتاب اهمس بخمسمئة سنة اما الطريقة التي جروا عليها فهي انهم كانوا يقطعون تسع القطر ويرسمون على الباقي منهُ مربعاً معتقدين انهُ المربع المطلوب وهو كما نعلم الآن حل تقريبي لان مساحة مربع هكذا تزيد على مساحة الدائرة بأقل من نصف دسيمتر مربع فيما لو كان قطر الدائرة متراً وهذه الطريقة وان قصرت عن البلوغ الى الدرجة التي وصل اليها ارخميدس تفوق الطرق العديدة المختلفة التي تلتها بعدئذٍ. اما كيفية توصل اهمس او بالاحرى سلفائهِ الى ذلك الحل فمجهولة وحتى الوقت الحاضر لم يعثر الباحثون على اثر يستدلون بهِ عليها

اما قدماء البابليين فعمدوا الى معرفة نسبة المحيط الى القطر حساباً واذ وجدوا بالاختبار ان ضلع المسدس المرسوم في الدائرة يعادل نصف قطرها استنتجوا ان المحيط يزيد بقليل على ستة امثال نصف القطر فحسبوهُ ثلاثة امثال القطر. ونقل ذلك عنهم الاسرائيليون واستعملوهُ حيثما دعت الحاجة اليهِ. فقد جاء في سفر الملوك الاول ان سليمان

الملك عمل البحر مسبوكاً عشر اذرع من شفته الى شفته وخيط ثلاثون ذراعاً يحيط بدائرهِ

وعلماء اليونان وفلاسفتهم كطاليس وفيثاغورس اقتبسوا علومهم من المصريين واخذوا معارفهم عنهم ولكن لا دليل عندنا على انهم عرفوا الطريقة المصرية لتربيع الدائرة او انهم اشتغلوا بها . والمنقول من التقاليد ان الرياضي والفيلسوف اناكساغورس الذي يعظمهُ افلاطون كثيراً تمكن سنة ٤٣٤ ق ٠م وهو في السجن من تربيع الدائرة لكننا لا نعلم كيف فعل ذلك وباية طريقة ولكننا نعلم انهُ اول من تفطن الى القضية وصرف جانباً كبيراً من وقتهِ في حلها . وتناولها غيرهُ من بعدهِ واصبحت شغل الرياضيين الشاغل فاذكوا مصابيح العقول واجهدوا سوابق القرائح وكانت النتيجة ان العلوم الرياضية عموماً وفرع الهندسة خصوصاً تقدمت تقدماً يذكر واخذت المقام الاول بين العلوم .

ونقل ان هيپاس وفق الى وضع خط منحنٍ تمكن بهِ من قسمة الزاوية الى ثلاثة اقسام متساوية وتربيع الدائرة . وهذا الخط يعرف بالقوس الرباعية وهي ليست دائرة ولا قسماً منها فلا يمكن رسمها بالممكنات المذكورة آنفاً وعليهِ فالحل باستخدام القوس الرباعية ليس حلاً بسيطاً وبعبارة اوضح ليس الحل المطلوب لان استحالة الحل تقوم وتتوقف على شروط المسألة واذا انتسخت هذه الشروط زال سبب المحال فاصبح حلها وحل غيرها من المسائل التي يستحيل حلها بالمسطرة والبيكار امراً بسيطاً لا اهمية لهُ . ومن الغريب ان الباحثين وهم يعالجون القضية باستخدام القوس الرباعية تنبهت اذهانهم الى وجه آخر منها لا يقل اهمية وصعوبة عن الوجه الاول اعني بهِ تعيين مقدار النسبة بين المحيط والقطر ومنذ ذلك الوقت فصاعداً اتجهت الخواطر الى الوجهين معاً

وفي ذلك الزمان اشتهر امر المسألة بين العامة فتناولها جميع طبقات الناس ولعبت بها العقول بطرق مختلفة حسب أهواء النفوس وبالاخص السفسطائيين الذين وضعوها في الشكل الآتي : — « ان تربيع الدائرة عبارة عن وجود عدد يكون مربعاً ودائرة معاً »

واعتقد انتيفون معاصر الفيلسوف سقراط انهُ تمكن من حلها برسم مربع في الدائرة وتنصيف الاقواس رسم مثمناً ثم شكلاً ذا ١٦ ضلعاً وهلم جرًّا حتى اعتقد انهُ بلغ شكلاً قياسياً انطبقت اضلاعهُ على المحيط بسبب قصرها وحينئذٍ رسم مربعاً يساوي ذلك الشكل القياسي ولكن فاتهُ ان الشكل القياسي يبقى دائماً وابداً شكلاً قياسياً محيطهُ اقل من محيط الدائرة

وقام الفيلسوف بريصون وتابع انتيفون وزاد عليهِ انهُ رسم شكلاً قياسياً مشابهاً للشكل الذي رسمهُ انتيفون لكنهُ محيط بالدائرة واخذ معدل الشكلين وحسبهُ معادلاً لمحيط الدائرة

ومع ان طريقتهُ هي ذات الطريقة التي جرى عليها بعدهُ ارخميدس والتي نستعملها الآن في الهندسة الابتدائية فقد وقع في الخطاء العظيم بادعائهِ ان محيط الدائرة هو معدل محيط الشكلين ولكن لبريصون الفضل لانهُ اول من نبه الرياضيين الى اتخاذ الحدين الاعلى والادنى في الابحاث التقريبية وبهِ اقتدى ارخميدس حينما عالج المسألة ليجد نسبة محيط الدائرة الى قطرها

وظهر هبوقراط المولود سنة ٤٥٠ ق٠م وهو اول من جرب ان يجد سطوحاً تحيط بها خطوط منحنية تعادل سطوحاً تحيط بها خطوط مستقيمة يمكن تحويلها الى مربع يساويها مساحة فاكتشف طريقتهُ لتربيع الاهلة المعروفة عند الرياضيين «باهلة هبوقراط» وعبثاً حاول ايجاد هلال يساوي دائرة ولكن ابحاثهُ وابحاث غيره في هذه المسألة وما شاكلها عادت على الرياضيات عموماً وفرع الهندسة خصوصاً باعظم المنافع لانهم اهتدوا وهم يعالجونها الى حل عدة قضايا هندسية مشهورة واكتشاف عدد كبير من القواعد والحقائق الرياضية

ثم قام اقليدس الصوري (٣١٥ — ٢٥٥ ق٠م) بجمع كل القضايا التي كانت معروفة الى عهده والتي حلها اساطين الهندسة قبلهُ ونسقها في سلسلة محكمة الوضع مرتبة الحلقات فجاء تأليفهُ آية في بابهِ وما زال حتى الوقت الحاضر معتمداً في اكثر المدارس لتلقين فن الهندسة ولا يزال الرياضيون مجمعين على انفس وافضل مثال لمن يرغب في ان يحتذاهُ. وقد اتت اصول اقليدس خالية من ذكر ما يتعلق بتربيع الدائرة وحساب نسبة المحيط الى القطر فلم يتعرض للبحث في مساحة الدائرة وطول محيطها مع انهُ بحث في خواص السطوح التي ترتبط بها اما هذا النقص فسدهُ ارخميدس اكبر الرياضيين القدماء

ولد ارخميدس في مدينة سرقوسة سنة ٢٨٧ ق٠م وقضى عمرهُ في البحث والتنقيب صارفاً معظم قواهُ الى ترقية العلوم الرياضية والطبيعية الى ان قتل سنة ٢١٢ ق٠م يوم فتح القائد الروماني مرسلوس المدينة. قتلهُ احد العساكر الرومانية وهو لاهٍ في اشكال هندسية رسمها على الرمل

وهو اول من وضع المبادىء والقوانين الرياضية لقياس السطوح المنحنية والجسمات ومباحثهُ في الموضوع بالغة من التدقيق والتعمق درجة سامية ولا تزال حتى يومنا هذا موضوع اعجاب مشاهير الرياضيين. اما الطريقة التي جرى عليها للوصول الى معرفة طول محيط الدائرة فهي ذات الطريقة الموجودة في جميع كتب الهندسة الابتدائية. ولقوم برسم مسدس في الدائرة محيطهُ يساوي ستة امثال نصف قطرها ثم يرسم شكل قياسي من

١٢ ضلعاً ومعرفة محيطهِ ثم آخر من ٢٤ وهلمَّ جرًّا حتى بلغ شكلاً اضلاعهُ ٩٦ ثم رسم مسدساً محيطاً بالدائرة وعيَّن محيطهُ وآخر من ١٢ وآخر من ٢٤ وهلمَّ جرًّا الى ٦٩ وبعد ذلك وجد ان نسبة محيط الشكل الثامي المرسوم في الدائرة المؤلف من ٩٦ ضلعاً الى قطر الدائرة أكثر من ٦٣٣٦ : ٢٠١٧ ¼ بين ان نسبة محيط الشكل الخارجي المؤلف من ٩٦ ضلعاً) الى القطر اقل من ١٤٦٨٨ : ٤٦١٣ ½ وبما ان محيط الدائرة يكون دائماً وابداً أكثر من محيط الشكل الاول واقل من محيط الثاني فقد استنتج ان نسبة محيط الدائرة الى قطرها أكثر من ٦٣٣٦ / ٢٠١٧ ¼ واقل من ١٤٦٨٨ / ٤٦٧٣ ½ وببسط الحدين لتلك النسبة وجد ان الكسر الاول يزيد على ٣ ١٠/٧١ ويقصر عن ٣ ١/٧ وعليهِ قرر ان النسبة المطلوبة اقل من ٣ ١/٧ وأكثر من ٣ ١٠/٧١

ومتى ذكرنا ان حسنات نظام العدد العشري وطريقة كتابة الاعداد بالارقام الهندية كانت معدومة في ذلك الزمان وكان من اصعب الامور العمل بالاعداد متى زادت عن العقود وبالاخص الترقية والتجذير عندها نقدر ارخميدس قدرهُ ونحلهُ المقام الاول بين الرياضيين المتقدمين والمتأخرين حتى عهد نيوتن وديكارت

ولم يقم بعد ارخميدس احد من الرياضيين استطاع ان يزيد شيئاً حتى ظهر بطليموس (١٥٠ ب٠م) الذائع الصيت في فنّي الهيئة والجغرافيا ومؤلف المجسطي واستعمل في ابحاثهِ العدد ٣٫١٤١٥٥٢ كمقدار النسبة بين المحيط والقطر (ستأتي البقية)

منصور جرداق

استاذ الرياضيات في المدرسة الكلية الاميركية

مسألة رياضية

جاءنا من حضرة ابرهيم افندي كاتبه من بيروت انهُ اذا رسم خط مستقيم وجعل قاعدة مثلث واقيم على جانبيهِ ساقان متساويتان نسبة كلٍّ منهما اليهِ كنسبة ٩ الى ٤ فكل زاوية من الزاويتين المتساويتين على طرفي القاعدة تعدل ثلاثة امثال الزاوية الثالثة. وفي البرهان الذي اقامهُ على ذلك خطأ لم ينتبه اليهِ فلم ننشره ولاسيما وانهُ يظهر بحساب المثلثات ان الزاوية التي عند رأس المثلث تكون ٢٥° ٤٠' ٢٤'' فتكون كلٌّ من الزاويتين المتساويتين على جانبي القاعدة ٧٧° ٩' ٤٨'' اي أكثر من ثلاثة امثال الزاوية التي في رأس المثلث بأكثر من دقيقتين