تربيع الدائرة

تمهيد

للشرقيين رغبة شديدة في العلوم الرياضيَّة ولذلك فتحنا لها بابًا في المقتطف دخلهُ نخبة علمائنا وتبارى فيهِ كبار الرياضيين من ابناء الشرق . ثم بلغنا ان قد أُنشئت جريدة خاصة بالعلوم الرياضيَّة والفنون الهندسيَّة فلم نعد نحفل بهذا الباب لعلمنا ان الراغبين فيهِ يجدون حاجتهم هنالك . ولكن يظهر ان حضرات المهندسين وطالبي الرياضيات لا يريدون اعفاء المقتطف من هذا الباب كما كتب الينا بعضهم ولذلك رأينا ان ننشر بعض الفصول الرياضيَّة من وقت الى آخر ولا سيما ما تتسع بهِ معارف القراء . وسننشر مسائل السائلين اذا أُرسلت الينا مصحوبة بحلها حتى اذا مضى عليها شهران ولم يحلها احد ننشر حلَّ سائلها . وقد اخترنا ان نبحث الآن في تربيع الدائرة من وجهٍ تاريخي معتمدين على ما كتبهُ هرمَس شوبرت في هذا الموضوع

النبذة الاولى . المراد بتربيع الدائرة

لم يرسم احد دائرة الاَّ رأَى محيطها يكبر او يصغر بحسب قطرها اي اذا اتسعت فرجة البركار كانت الدائرة كبيرة واذا ضاقت فرجتهُ فالدائرة صغيرة وعليهِ فبين محيط الدائرة وقطرها نسبة ثابتة حتى اذا عرفنا طول القطر وعرفنا هذه النسبة امكننا ان نعرف طول المحيط ايضًا فاذا كانت النسبة ثلاثة وكان القطر شبرًا فالمحيط ثلاثة اشبار او كان القطر ميلاً فالمحيط ثلاثة اميال وهلمَّ جرًّا . واذا عرفنا القطر وعرفنا منهُ المحيط سهل علينا ان نعرف مساحة سطح الدائرة بالاشبار المربعة او بالاميال المربعة اذ قد ثبت بالبرهان انهُ اذا ضرب نصف قطر دائرة في نصف محيطها فالحاصل يساوي مساحة سطحها وهذا هو المراد بتربيع الدائرة

وقد بحث الناس من قديم الزمان عن كيفيَّة تربيع الدائرة او عن نسبة محيطها الى قطرها ولم يزالوا يبحثون الى يومنا هذا وكلٌّ منهم يدَّعي انهُ اكتشف الحلَّ الصحيح لهذه المسأَلة وهو انما يتعب نفسهُ في طلب المحال ولذلك اقرَّت اكادمية العلوم بفرنسا منذ سنة ١٧٧٥ انها لم تعد تلتفت الى ما يرسل اليها من حلول هذه المسأَلة . ثم ثبت بالبرهان الرياضي سنة ١٨٨٢ ان حل هذه المسأَلة بالمسطرة والبركار ضرب من المحال كما سيجيء لكن ذلك لا يمنع النظر فيها من باب تاريخي لما فيهِ اللذة العلميَّة اذ ترى ان اسلافنا قد اهتموا بها

في العصور الخالية كما يهتمُّ بها كل واحد من ابنائنا الآن وهم يدرسون مبادئ الرياضيات

النبذة الثانية . تاريخ تربيع الدائرة

اشتغال المصريين بهِ * ان اقدم كتاب وصل الينا من كتب الرياضيَّات دِرْجٌ مصري قديم كتبهُ كاتب اسمهُ احمس قبل التاريخ المسيحي بنحو الفي سنة . وقد قال فيهِ انهُ اعتمد في ما كتبهُ على كتاب قديم من ايام الملك راعمات ولعلهُ كان قبلهُ بنحو خمس مئة سنة . والقاعدة ٱلَّتي ذكرت في هذا الكتاب لتربيع الدائرة هي ان يقطع من قطر الدائرة تسعهُ ويرسم مربَّع على الباقي منهُ فذلك المربع يساوي الدائرة . ويظهر بالحساب ان هذه المساواة تقريبيَّة لا حقيقيَّة لانهُ اذا كان طول القطر مترًا وقطعنا تسعهُ ورسمنا مربعًا على ثمانية اتساعهِ الباقية فمساحة ذلك المربع اكبر من مساحة الدائرة باقل من نصف دسمتر مربع . وقد جرى المصريون على هذه القاعدة زمانًا طويلاً وهي ادق من بعض القواعد ٱلَّتي استنبطها غيرهم من الامم التالية لهم

اشتغال العبرانيين والبابليين * لم يصل الينا شيء من كتب العبرانيين الرياضيَّة ولا الفلكيَّة ولكن يظهر مما ذكر في التوراة انهم كانوا يعرفون النسبة التقريبيَّة بين قطر الدائرة ومحيطها فقد جاء في الاصحاح السابع من سفر الملوك الاول انهُ صُنع بحر في هيكل سليمان قطرهُ عشر اذرع من شفتهِ الى شفتهِ ومحيطهُ ثلاثون ذراعًا اي ان نسبة المحيط الى القطر ثلاثة . وجاء في التلمود ان كل ما محيطهُ ثلاثة قطرهُ واحد . اما البابليون فكانوا ادق من العبرانيين في معرفة نسبة المحيط الى القطر فانهم وجدوا بالامتحان ان نصف قطر الدائرة يمكن ان يرسم ستة اوتار داخل محيطها ولذلك قالوا ان المحيط اطول من ستة امثال نصف القطر او اطول من ثلاثة امثال القطر

اشتغال اليونانيين * قال المؤرخ فلوطرخس ان اناكساغورس الرياضي رسم مربع الدائرة وهو في السجن ولم تذكر طريقتهُ . ولكن اليونان انتبهوا من ذلك الحين للمباحث الرياضيَّة فقام منهم انتيفون الرمنوسي الذي اشار بان يرسم في الدائرة شكل كثير الاضلاع جدًّا حتى تماسَّ اضلاعهُ محيط الدائرة وتعلم مساحتهُ بالطرق الهندسيَّة المعلومة فتعلم منهُ مساحة سطح الدائرة . وقام بعدهُ بريسون فاشار بان يرسم شكل كثير الاضلاع في الدائرة وشكل آخر كثير الاضلاع خارجًا عنها وتُعلَم مساحة كلٍّ منهما ويؤخذ متوسط المساحتين فيكون مساحة سطح الدائرة وهذا غير صحيح تمامًا ولكنهُ قريب من الصحة جدًّا وبهِ فتح باب جديد لمعرفة النهاية الكبرى والنهاية الصغرى والمتوسط في معرفة المساحات

التقريبيَّة وهو السبيل الذي جرى عليهِ ارخميدس في معرفة نسبة المحيط الى القطر كما سيجيء

وقام بقراط الشيوسي بعد انتيفون وحاول ان يجد طريقة يحوّل بها الدائرة الى شكل مربع بالمسطرة والبركار فوجد انهُ اذا رُسم نصفا قطر في دائرة من مركزها الى محيطها احدها عمودي على الآخر واوصل بوتر بين طرفيهما ورسم على هذا الوتر نصف دائرة فالهلال الخارج منها عن الدائرة يساوي المثلث الذي بين الوتر ونصفي القطرين وعليهِ فيمكن ان يرسم شكل تحيط بهِ اضلاع مستوية مساويًا لشكل آخر تحيط بهِ اقواس ولم يفلح بقراط في ذلك ولكنهُ اكتشف كثيرًا من الحقائق الهندسيَّة فوسَّع نطاق المعارف ولو لم يبلغ الغاية المقصودة . وقام اقليدس بعد بقراط وجمع كتاب الاصول الذي لم يزل الى يومنا هذا من خيرة الكتب الهندسيَّة ولكنهُ اهمل حساب محيط الدائرة وسطحها لسبب لا نعلمهُ فجاء بعدهُ ارخميدس واضاف الى كتابهِ القضايا الَّتي تعرف بها نسبة المحيط الى القطر وذلك انهُ استعلم محيط شكل مسدس مرسوم في الدائرة لانهُ يعدل ستة امثال نصف القطر وعلم من هذا محيط شكل ذي ١٢ ضلعًا ومنهُ محيط شكل ذي ٢٤ ضلعًا ومنهُ محيط شكل ذي ٤٨ ضلعًا ومنهُ محيط شكل ذي ٩٦ ضلعًا . ثم عرف على هذه الصورة محيط شكل ذي ٩٦ ضلعًا محيط بالدائرة فوجد ان نسبة محيط الشكل الاول الى قطر الدائرة اكثر من نسبة ٦٣٣٦ الى ٤/١ ٢٠١٧ ونسبة محيط الشكل الثاني المحيط بالدائرة الى قطرها اقل من نسبة ١٩٦٨٨ : ٤/١ ٤٦٧٣ وعليهِ فنسبة المحيط الى القطر اكثر من ٦٣٣٦/٢٠١٧٤ واقل من ١٤٦٨٨/٤٦٧٣٢ . ثم بيَّن ان الكسر الاول اكثر من ١٠/٧٠ ٣ والكسر الثاني اقل من ١/٧٠ ٣ ولذلك فالعدد المطلوب يجب ان يكون بين هذين العددين اي بين ١٠/٧٠ ٣ و ١٠/٧١ ٣ واكثرها هو العدد المستعمل غالبًا للدلالة على نسبة المحيط الى القطر

ومن العجيب ان ارخميدس اتَّصل الى هذه النتيجة مع ان الاعداد الهنديَّة لم تكن معروفة حينئذٍ في اوربا ولا في مصر . ومع ان هذا الحساب يقتضي استخراج الجذور

وقام بطليموس المنجم بعد ارخميدس وجعل نسبة المحيط الى القطر ثلاث درجات وثمان دقائق وثلاثين ثانية بالحساب الستيني وهو يعدل ١٧/١٢٠ ٣ بالكسر العادي وهذا اقرب الى النسبة الحقيقيَّة من العدد ١/٧ ٣ ولكنهُ اصعب مراساً منهُ

الرومان * لم يعرف الرومان شيئًا من تربيع الدائرة ولا من نسبة قطرها الى محيطها والظاهر انهم لم يشتغلوا بهذا الموضوع وغاية ما يذكر عنهم ان واحدًا من علمائهم قال في عصر اغسطس قيصر ان الدائرة الَّتي قطرها ٤ اقدام محيطها ١٢ قدمًا ونصف

قدم وهذا يجعل نسبة المحيط الى القطر $\frac{1}{8}$ ٣

الهنود * اما الهنود ففاقوا الرومانيين وفاقوا اليونانيين ايضاً من بعض الوجوه ومن اقدم طرقهم الهندسيَّة لتربيع الدائرة ان يؤخذ نصف ضلع مربع ويعدَّ مقدار ثلث زيادة نصف وتر ذلك المربع على نصف ضلعهِ ثم يجعل نصف قطر وترسم عليهِ دائرة مسطحها مساوٍ لسطح المربع . فاذا جرينا بموجب هذه القاعدة الهندسيَّة لتربيع الدائرة وجدنا ان نسبة المحيط الى القطر اقل من الحقيقة بنحو خمسة الى ستة في المئة بين ان هذه النسبة في القاعدة المصريَّة اكثر من الحقيقة بنحو واحد في المئة وفي القاعدة اليونانيَّة بنحو واحد في الالف . ثم تقدَّم الهنود في العلوم الرياضيَّة في اوائل العصر المسيحي فجعل واحد منهم اسمهُ اريبهتًا نسبة المحيط الى القطر كنسبة ٦٢٨٣٢ الى ٢٠٠٠٠ اي انهُ جعل النسبة ٣٫١٤١٦ ومعلوم ان النسبة المستعملة عندنا الآن ٣٫١٤١٥٩ فتدقيق الهنود هذا من الغرابة بمكان عظيم . وقد قال غنيسا احد الشرَّاح انهم اتصلوا الى معرفة هذه النسبة بالجري على قاعدة ارخميدس في حساب كثير الاضلاع الى ان وصلوا الى شكل اضلاعهُ ٣٨٤ ضلعاً فوجدوا منهُ ان نسبة المحيط الى القطر كنسبة ٣٩٢٧ الى ١٢٥٠ وذلك يعدل ٣٫١٤١٥٩ . الاَّ ان اريبهتًا المذكور آنفاً لم يذكر نسبة ارخميدس ولا نسبة بطليموس . ثم ان بوغابتا الرياضي الهندي الكبير الذي كان في القرن السابع للميلاد لم يذكر نسبة اريبهتًا ولكنهُ قال ان نسبة المحيط الى القطر تعادل جذر ١٠ المالي وهذه النسبة هنديَّة الاصل كما قال علماء العرب ولكنها لا تقابل من حيث الدقة بالنسبة الاولى الَّتي يقال ان الهنود اتصلوا اليها من الجري على قاعدة ارخميدس وقد تمكنوا من زيادة التدقيق في طريقة ارخميدس بسبب نظامهم العشري في العدد فانهُ يفوق النظام اليوناني من كل الوجوه

اهالي الصين * يظهر ان نسبة ارخميدس اتصلت بالصينيين في القرن السادس للميلاد فجروا عليها ووجدوا ايضاً نسبة اخرى خاصة بهم وهي $\frac{7}{50}$ ٣ ولا نعلم كيف وجدوها

العرب * لا يخفى ما للعرب من الفضل في حفظهم علوم اليونان والهنود وتوسيع نطاقها وايصالها الى امم اوربا وقد ميزوا بين النسبة اليونانيَّة والنسبتين الهنديتين اي جذر ١٠ المالي ومقسوم ٦٢٨٣٢ على ٢٠٠٠٠ كما ذكرهُ محمَّد بن موسى الخوارزمي . وهو الذي ادخل الارقام الهنديَّة من الهند في اوائل القرن التاسع للميلاد . وقد اشتغل ابن الهيثم بتربيع الدائرة ولهُ رسالة في هذا الموضوع محفوظة في مكتبة الفاتيكان برومية

هذا وسنأتي على تتمة هذه المقالة في الجزء التالي