الرياضيات

ملحوظ على حل مسألتي الثانية

ان حل مسألتي المدرج في الجزء الخامس بقلم جناب الفاضل جبرائيل افندي الحداد غير كافٍ فان ايجاد العددين ن و س حتى تكون الكمية $\frac{٢\,ن\,س}{س^٢-١}$ عددًا صحيحًا في مسألة لا تنقص صعوبة من المسألة الاصلية فها هو الحل الذي كنت ارومهُ :

ليكن س ص العددين فينبغي ان $س^٢+ص^٢$ يكون عددًا مربعًا فكذلك $\frac{س^٢+ص^٢}{ص^٢}$ اي $\frac{س^٢}{ص^٢}+١$ ايضًا . لنفرض $\frac{س^٢}{ص^٢}=ط^٢$ فاننا

$$\sqrt{ط^٢+١} = ط + \frac{د}{ه} \quad \text{مثلاً}$$

بالتربيع $ط^٢+١ = ط^٢+٢\frac{د}{ه}ط+\frac{د^٢}{ه^٢}$

ومنها $ط = \frac{ه^٢-د^٢}{٢\,د\,ه}$

بالتربيع $ط^٢ = \frac{(ه^٢-د^٢)^٢}{(٢\,د\,ه)^٢}$

ومنها $ط^٢+١ = \frac{(ه^٢-د^٢)^٢}{(٢\,د\,ه)^٢}+١ = \frac{(ه^٢+د^٢)^٢}{٤\,د^٢\,ه^٢}$

فيرى من هذا ان العددين المطلوبين هما $س = ه^٢-د^٢$

$ص = ٢\,د\,ه$

القاهرة شفيق منصور

المقتطف * لما اعدنا النظر على حل المسألة الثانية المدرج في الجزء الماضي وجدناهُ مغلوطًا فيهِ كما نبه عليهِ الرياضيون في رسالات متعدّدة وردت علينا منهم . وقد شفع المعلم ابرهيم باز رسالتهُ بحلٍ صحيح وكذلك سعادة شفيق بك منصور وسعادة ادربس بك راغب كما ترى

حل المسألة التي يطلب فيها ايجاد خمسة اعداد (حدود) مكونة لمتوالية هندسية مجموع حدودها ٣١

نرمز للحد الاول بالحرف ح وللاساس بحرف س وحينئذٍ بناء على منطوق المسألة مع مراعاة قواعد حساب المتواليات يكون

$$ح\,\frac{ى^٥-١}{ى-١} = ٣١ \quad \cdots\cdot \quad (١) \qquad ح^٢\,س^٢ = ٨ \quad \cdots\cdot \quad (٢)$$

باستخراج ح من معادلة (٢) ووضع مقدارهِ في معادلة (١) واجراء العمل مع الاختصار

يحدث $٨\,س^{١٠} - ٩٧٧\,س^٥ + ١٩٢٢\,س^٤ - ٩٦١\,س^٢ + ٨ = ٠$

ومن هذه المعادلة باجراء الطرق الجبرية الخاصة باستخراج الجذور نجد ان من ضمن العشرة الجذور المطابقة للمعادلة المذكورة عدد ٢ هو الذي يوافق لحل المسئلة وحينئذٍ بناء على معادلة (٢) يكون ح = ١ وعلى هذا متى عُلم الحد الاول والاساس فيمكن ترتيب المتوالية وتكون هكذا ∵
١ : ٢ : ٤ : ٨ : ١٦ ادريس راغب

حل المسألتين المدرجتين في الجزء السادس من هذه السنة

(١) $\text{ك} + \text{ك}\,\text{ى} + \text{ك}\,\text{ى}^2 + \text{ك}\,\text{ى}^3 + \text{ك}\,\text{ى}^4 = 121$ (١)

$\text{ك}^2 + \text{ك}^2\text{ى}^2 + \text{ك}^2\text{ى}^4 + \text{ك}^2\text{ى}^6 + \text{ك}^2\text{ى}^8 = 7381$ (٢)

أي $\text{ك}\,(1 + \text{ى} + \text{ى}^2 + \text{ى}^3 + \text{ى}^4) = 121$

$\text{ك}^2(1 + \text{ى}^2 + \text{ى}^4 + \text{ى}^6 + \text{ى}^8) = 7381$

ولكن $(1 + \text{ى} + \cdots + \text{ى}^4) = \frac{\text{ى}^5 - 1}{\text{ى} - 1}$

وكذلك $(1 + \text{ى}^2 + \cdots + \text{ى}^8) = \frac{\text{ى}^{10} - 1}{\text{ى}^2 - 1}$

بتربيع (١) والقسمة على (٢) لنا $\left(\frac{\text{ى}^5-1}{\text{ى}-1}\right)^2 \times \frac{\text{ى}^2-1}{\text{ى}^{10}-1} = \frac{121}{61}$

أو $\frac{\text{ى}^5-1}{\text{ى}-1} \times \frac{\text{ى}+1}{\text{ى}^5+1} = \frac{121}{61}$ أو $\frac{\text{ى}^4+\text{ى}^3+\text{ى}^2+\text{ى}+1}{\text{ى}^4-\text{ى}^3+\text{ى}^2-\text{ى}+1} = \frac{121}{61}$

$\therefore \frac{\text{ى}^4+\text{ى}^2+1}{\text{ى}^3+\text{ى}} = \frac{91}{30}$ أو $\text{ى}^2 + 1 + \frac{1}{\text{ى}^2} = \frac{91}{30}\left(\text{ى} + \frac{1}{\text{ى}}\right)$

$\therefore \text{ى}^2 + 2 + \frac{1}{\text{ى}^2}$ أو $\left(\text{ى} + \frac{1}{\text{ى}}\right)^2 = \frac{91}{30}\left(\text{ى} + \frac{1}{\text{ى}}\right) + 1$

باتمام التربيع والمقابلة لنا $\text{ى} + \frac{1}{\text{ى}} = 3\frac{1}{3}$

ثم $\text{ى} = 3$ أو $\frac{1}{3}$ وك $= 1$

فالاعداد هي ١ : ٣ : ٩ : ٢٧ : ٨١

الشوير جرجس همام

وقد حلها المعلم ابرهيم باز حلاً آخر وهو بالاختصار قسمة (٢) على (١) فيخرج المعادلة (٣) وجمعها الى (١) فيحدث (٤) وطرح (٣) من (١) فيبقى (٥) وقسمة (٤) على (٥) فيخرج $\text{ى} + \frac{1}{\text{ى}^3 + \text{ى}} = 3 + \frac{1}{3}$ وهي معادلة مختلطة من صحيح وكسر حقيقي في جانبيها فالصحيح = الصحيح والكسر = الكسر فاذًا ى = ٣ وهو التناسب وبالتعويض في (٣) ك = ١ وهو الطرف الاوّل فالسلسلة ١ ٣ ٩ ٢٧ ٨١

---

(٣) (١) $\text{ك}\,\text{ى} + \text{ك}\,\text{ل} + \text{ل}\,\text{ى} = \text{ط}$

(٢) $\text{ك}\,\text{ى}\,\text{ل} = \text{ج}$

(٣) ك + ى + ل = − ع

(٤) اضرب (٣) في ى فيحصل ك ى + ى^{2} + ل ى = − ع ى

(٥) اطرح (٤) من (١) ك ل − ى^{2} = ع ى + ط

(٦) اضرب (٥) في ى ك ل ى − ى^{3} = ع ى^{2} + ط ى

(٧) بالتعويض عن ك ل ى بقيمتها − ج ثم بالمقابلة وتبديل العلامات ى^{3} + ع ى^{2} + ط ى + ج = ٠ وهي كمية كعبية تحل حسب قانون كاردان[1] فيكون

$$\text{ى} = \left(-\frac{\text{ع}^3}{27}+\frac{\text{ط ع}}{6}-\frac{\text{ج}}{2}+\left(\frac{\text{ط}^3}{27}+\frac{7\,\text{ط}^2\text{ع}^2}{108}-\frac{\text{ط ع}^4}{162}+\frac{\text{ج ط ع}}{6}+\frac{\text{ج ع}^3}{27}+\frac{\text{ج}^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(-\frac{\text{ع}^3}{27}+\frac{\text{ط ع}}{6}-\frac{\text{ج}}{2}-\left(\frac{\text{ط}^3}{27}+\frac{7\,\text{ط}^2\text{ع}^2}{108}-\frac{\text{ط ع}^4}{162}+\frac{\text{ج ط ع}}{6}+\frac{\text{ج ع}^3}{27}+\frac{\text{ج}^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}-\frac{\text{ع}}{3}$$

فقد استخرجنا قيمة احد المجاهيل الثلاثة فيمكننا استخراج الباقيين باسهل طريق

بيروت جبرائيل الحداد

مسألتان

اذا رُسم مماس مشترك بين شلجمي ودائرة قطرها الضلع المستقيم او المعدل (هو العمودي على المحور المار بالمحترق والمنتهي من طرفيهِ بمحنى الشلجمي) فكم درجة تكون الزاوية الواقعة بين المعدل والخط المرسوم من النقطة الماسة الى المحترق . وما البرهان على ذلك بالهندسة العادية

بيروت جبرائيل الحداد

المعلوم نصف محيط دائرة نصف قطرها معلوم وقد رُسم داخلها شبه منحرف قاعدتهُ السفلى في قطر الدائرة المذكورة . والمطلوب تعيين مقدار القاعدة العليا المجاوب للنهاية العظمى لمساحة شبه المنحرف المذكور

مصر ادريس راغب

ازالة الدبوغ عن الحرير

من الدبوغ ما لا يزال عن الحرير ومنها ما يزال بمزج جزء من خلاصة الليمون وخمسة اجزاء من زيت التربنتينا . ثم يوضع المزيج على الدبغ بخرقةٍ نظيفة من الكتان

(١) المقتطف . ان حل هذه المسألة ورد علينا بتمامهِ ولكن لما كان طويلاً بضيق عليهِ المحل المفرز للرياضيات لم نذكر منهُ الاَّ القيمة المستخرجة للمجهول ى ولاسيما لان قانون كاردان قد ذكر مفصلاً بقلم سعادة شفيق بك منصور وجه ٢٢٧ من هذه السنة فليقس تمام الحل عليهِ . وقد ورد علينا ايضاً حل هذه المسألة بقلم سعادة ادريس بك راغب على طريقة الحل المذكور فاقتصرنا على ادراج السابق منهما