تطلّبت بيئتنا المبنيّة من الجسور الحديثة، حتى ناطحات السحاب عددًا من المعماريين والمهندسين لتحديد القوى والجهود داخل هذه المنشآت. وكان الهدف هو الإبقاء والمحافظة على هذه المباني ساكنة؛ أي ليست في حالة حركة، حتى لا تنهار وتهوي إلى الأسفل.
وتنطبق دراسة الإستاتيكا هذه أيضًا على جسم الإنسان؛ حيث تتضمن الاتزان، والقوى في العضلات، والمفاصل، والعظام، وأخيرًا إمكانية الكسر.

الفصل 9

الاتزان السكوني (الإستاتيكي)؛ المرونة والكسر

هذا الفصل يعنى بالقوى بين الأجسام الساكنة.

سندرس في هذا الفصل حالةً خاصّةً في الميكانيكا: عندما تكون القوّة المحصّلة وعزم الدوران المحصّل على جسم ما، أو نظامٍ من الأجسام، كلاهما صفرًا. في هذه الحالة، يكون كلٌّ من التسارعين الخطّي والمركزي للجسم يساوي صفرًا. عندها، يكون الجسم ساكنًا، أو أنّ مركز كتلته يتحرّك بسرعةٍ ثابتة. في هذا الفصل، سنهتم بصورةٍ رئيسةٍ بالحالة الأولى عندما يكون الجسم أو مجموعة الأجسام ساكنة.

والآن، قد تعتقد أنّ دراسة الأجسام في حالة السكون ليست مهمّة؛ لأنّ الأجسام لن يكون لها سرعةً أو تسارع، والقوّة المحصّلة وعزم الدوران المحصّل ستكون صفرًا. ولكن ذلك لا يعني ضمنًا عدم وجود قوىً إطلاقًا تؤثّر في الأجسام. وفي الواقع لايوجد هناك أيّ جسم لا تؤثّر فيه أيّ قوى. إنّ كيفيّة تأثير هذه القوى ومكان تأثيرها هو الجدير بالاهتمام الكبير، للنباتات والإنشاءات الأخرى، و كذلك في جسم الإنسان.

أحيانًا كما سنرى في هذا الفصل، قد تكون هذه القوى كبيرةً لدرجة أنّ الأجسام تتشوّه، كما أنّها قد تتكسّر – وتجنّب هذه المشكلات يعطي موضوع الإستاتيكا هذا أهميةً أكبر.

تُعنى الإستاتيكا بحساب القوى المؤثّرة في الإنشاءات التي تكون متّزنةً (في حالة اتزان). إنّ تحديد هذه القوى هو موضوع الجزء الأول من هذا الفصل، ومن ثمّ تحديد هل بإمكان هذه التصاميم تحمل هذه القوى دون تشويهٍ أو كسر، وهي الموضوعات التي سنناقشها لاحقاً في هذا الفصل. هذه التقانات يمكن تطبيقها في مدىً بعيدٍ من الموضوعات. وعلى المعماريين والمهندسين أن يكونوا قادرين على حساب القوى على مركبات المباني، والجسور، والآلات، والمركبات، ومنشآت أخرى؛ لأنّ أيّ مادة سوف تنثني

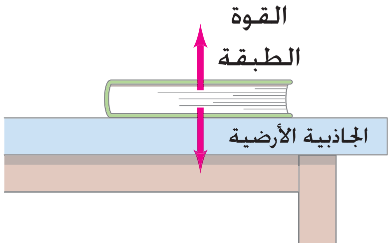
أو تنكسّر إذا أثّرت فيها قوّةٌ هائلة (الشكل 9-1). وفي جسم الإنسان، تُعدّ معرفة القوى في العضلات والمفاصل ذات أهميّةٍ كبيرةٍ للأطباء، والمعالجين الطبيعيين، والرياضيين.

الشكل 9-1 انهار ممرّ مشاة صاعد في فندق مدينة كنساس عام 1981. كيف كان لحسابات فيزيائية بسيطة إمكانية تجنب الضياع المأساوي لحياة أكثر من 100 فرد، سنناقش هذا في (المثال 9-12).

9-1 شروط الاتزان

تتأثر الأجسام في حياتنا اليومية بقوّة الجاذبيّة (الوزن)، على الأقلّ. وإذا كانت ساكنةً فلا بدّ من وجود قوىً أخرى تؤثّر فيها، بحيث تكون القوّة المحصّلة تساوي صفرًا. فالكتاب الذي في حالة سكون على طاولةٍ تؤثّر فيه قوّتان نحو الأسفل، هما: قوّة الجاذبيّة، وقوّةٌ عموديّةٌ تولّدها المنضدة عليه نحو الأعلى (الشكل 9-2). وبما أنّ القوّة المحصّلة على الكتاب صفر، والقوّة العموديّة الناجّة من الطاولة على الكتاب يجب أن تساوي قوّة الجاذبيّة المؤثّرة في الكتاب نحو الأسفل من حيث المقدار. مثل هذا الجسم، يُقال إنّه في **اتزان** (الكلمة اللاتينية "للقوى المتساوية" أو المعادلة) تحت تأثير هاتين القوتين.

لا تخلط القوتين في (الشكل 9-2) مع القوى المتساوية والمتعاكسة في قانون نيوتن الثالث، التي تؤثر في جسمين مختلفين. هنا تؤثّر القوّتان في الجسم نفسه.



الشكل 9-2: الكتاب في حالة اتزان، القوة المحصلة عليه تساوي صفرا.

تطبيق الفيزياء
تقويم الأسنان المعوجة

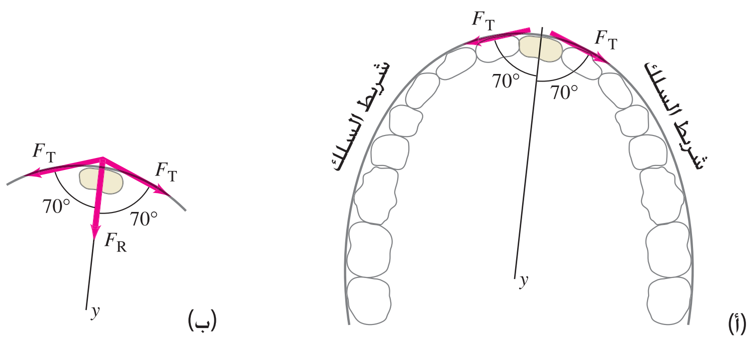
المثال 9-1 تقويم الأسنان

شريط السلك المبيّن في (الشكل 9-3 أ) الشدّ فيه F_T يساوي $2.0\ N$. لذلك فهو يولّد قوى $2.0\ N$ على الأسنان (المثبت بها) بالاتجاهين المبيّنين. احسب القوّة المحصّلة على السّن بسبب السلك، F_R.

النّهج: بما أنّ القوتين F_T متساويتان، فإنّ مجموعهما سيكون متجهًا على امتداد الخط المنصف للزاوية بينهما، والذي اخترناه ليكون محور y (الصادات). ويكون مجموع المركبتين السّينيّتين للقوّتين صفرًا.

الحلّ: المركبة y لكلّ من القوّتين هي: $(2.0\ N)(\cos 70°) = 0.684\ N$ وبجمع المركبتين معًا، نحصل على المحصّلة $F_R = 1.37\ N$ كما يبين (الشكل 9 - 3ب). نفرض أنّ السّنّ في اتزان؛ لأنّ اللثّة تكون قوّة مساوية ومعاكسة. في الواقع هذا ليس هو الحل؛ لأنّ الهدف هو تحريك السّنّ ببطءٍ شديد.

ملحوظة: إذا كان السلك مثبتًا بإحكام في السّنّ، فيمكن جعل الشّدّ نحو اليمين أكبر منه نحو اليسار، ومن ثَمّ تكون المحصلة متجهة نحو اليمين أكثر.



الشكل 9-3 القوى على السّنّ. (المثال 9-1)

الشرط الأول للاتزان

كي يكون الجسم ساكنًا؛ يجب أنّ يكون مجموع القوى المؤثّرة فيه صفرًا. كما يفيد قانون نيوتن الثاني. وبما أنّ القوّة كميّة متجهة، فإنّ مركبات القوّة المحصّلة كلًّا على حدة تساوي صفرًا. وهكذا، فإنّ شرط الاتزان هو

$$\Sigma F_x = 0, \qquad \Sigma F_y = 0, \qquad \Sigma F_z = 0 \qquad \textbf{(9-1)}$$

الشرط الأول للاتزان:
مجموع جميع القوى = صفر

سنتعامل بصورةٍ رئيسةٍ مع قوىً تؤثّر في مستوىً واحد. ولهذا، سنحتاج إلى المركبتين، x و y عادة. يجب أن تتذكر أنّه إذا كانت مركبة معيّنة تشير إلى محور x أو y السالب، فيجب أن تأخذ إشارة سالب، (المعادلات 9-1) وهي **الشرط الأول للاتزان**.

المثال 9-2 شد حبل الثريا

احسب قوّتي الشدّ $\vec{\mathbf{F}}_A$ و $\vec{\mathbf{F}}_B$ في الحبلين المتصلين بالحبل العموديّ، الذي يدعم الثريّا التي كتلتها 200-kg في (الشكل 9-4) .

النهج: نحتاج إلى مخطّط الجسم الحر، ولكن لأيّ جسم؟ إذا اخترنا الثريّا، فإنّ على الحبل الذي يحملها أن يؤثّر بقوّة تساوي وزنها $mg = (200\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 1960\ \text{N}$ لكن القوّتين $\vec{\mathbf{F}}_A$ و $\vec{\mathbf{F}}_B$ ليستا مساهمتين. بدلاً من ذلك، دعنا نختار – النقطة حيث تلتقي الحبال الثلاثة (يمكن أن تكون عقدة). سيكون مخطّط الجسم-الحر عندها كما هو مبيّن في (الشكل 9-4أ). القوى الثلاث- $\vec{\mathbf{F}}_A$ و $\vec{\mathbf{F}}_B$ والشدّ في الحبل العموديّ الذي يساوي وزن الثريّا 200-kg، تؤثّر في هذه الوصلة حيث تلتقي الحبال الثلاثة. لهذه الوصلة، يمكننا كتابة $\Sigma F_y = 0$ و $\Sigma F_x = 0$؛ لأنّ المسألة في بعدين. اتّجاهان معلومان $\vec{\mathbf{F}}_A$ و $\vec{\mathbf{F}}_B$، وبما أنّ الشّدّ في الحبل يكون على امتداده ليبقى مستقيمًا، فإنّ ذلك يسبب انحنائه، كما تمّت الإشارة إلى ذلك في الفصل الرابع. وهكذا، فإنّ الكميّات المجهولة هي مقدار F_A و F_B.

الحلّ: نحلّل أولاً $\vec{\mathbf{F}}_A$ إلى مركبتيها الأفقية (x) والعمودية (y). وعلى الرغم من عدم معرفتنا بمقدار F_A ، إلاّ أنّنا نستطيع كتابة (انظر الشكل 9-4 ب) $F_{Ax} = -F_A \cos 60°$، $F_{Ay} = F_A \sin 60°$. $\vec{\mathbf{F}}_B$ لها فقط مركبة x. في الاتّجاه العمودي، لدينا القوّة نحو الأسفل المتولّدة من الحبل العمودي، التي تساوي وزن الثريّا $=(200\ \text{kg})(g)$، ومركبة $\vec{\mathbf{F}}_A$ نحو الأعلى. ولأنّ $\Sigma F_y = 0$،

$$\Sigma F_y = F_A \sin 60° - (200\ \text{kg})(g) = 0$$

إذن:

$$F_A = \frac{(200\ \text{kg})g}{\sin 60°} = \frac{(200\ \text{kg})g}{0.866} = (231\ \text{kg})g = 2260\ \text{N}$$

في الاتّجاه الأفقي،

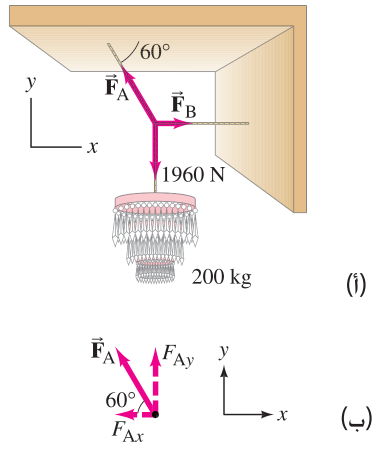
$$\Sigma F_x = F_B - F_A \cos 60° = 0$$

وهكذا

$$F_B = F_A \cos 60° = (231\ \text{kg})(g)(0.500) = (115\ \text{kg})g = 1130\ \text{N}$$

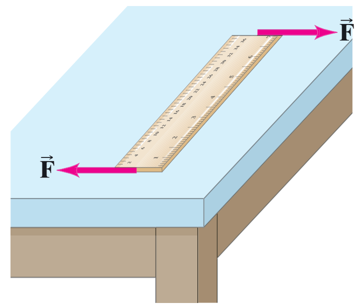
مقدار القوتين $\vec{\mathbf{F}}_A$ و $\vec{\mathbf{F}}_B$ يحدّد متانة الحبل أو السلك الذي يجب استعماله. في هذه الحالة، على السلك أن يتحمّل قوّة أكثر من 230 kg.

ملحوظة: لم ندخل قيمة "g"، تسارع الجاذبيّة الأرضيّة، حتى النهاية. بهذه الطريقة وجدنا مقدار القوّة بدلالة g مضروباً في عدد الكيلوغرامات (التي قد تكون كميّةً أكثر شهرةً من نيوتن (N)).



الشكل 9-4 (المثال 9-2)

تمرين أ: في (المثال 9-2)، يجب أن تكون F_A أكبر من وزن الثريّا، mg. لماذا؟



الشكل 9-5 بالرغم من أنّ القوة المحصلة عليه تساوي صفرا، فإنّ المسطرة سوف تتحرك (تدور). زوج من القوى المتساوية، التي تؤثر باتجاهين متعاكسين لكن نقطتين مختلفتين من الجسم (كما هو مبين) تدعى بالازدواج.

الشرط الثاني للاتزان

على الرغم من أنّ (المعادلات 9-1)شرطٌ ضروريٌّ لإبقاء الجسم في حالة اتزان، فإنّها ليست دائماً شرطاً كافيًا. يبين (الشكل 9-5) جسماً محصّلة القوى عليه تساوي صفرًا. وعلى الرغم من أنّ القوتين الموسومتين بـ $\vec{\mathbf{F}}$ تُجمعان لتعطيا قوّةً محصّلةً تساوي صفرًا على الجسم، فإنّها تؤدّي إلى عزم دورانٍ يعمل محصّلة على إدارة الجسم. وبالرجوع إلى (المعادلة 8-14) ، $\Sigma\tau = I\alpha$، نرى أنّه لكي يبقى الجسم ساكنًا لا بدّ للعزم المحصّل المؤثّر فيه (محسوبًا حول أيّ محور) أن يساوي صفرًا. وهكذا أصبح لدينا الشرط الثاني للاتزان: مجموع العزوم المؤثّرة في الجسم حول أيّ محورٍ يجب أن يساوي صفرًا:

الشرط الثاني للاتزان: مجموع عزوم الدوران يساوي صفرا.

$$\Sigma\tau = 0 \qquad \textbf{(9-2)}$$

وسيؤكّد هذا الشرط أنّ التسارع الزاوي، α حول أيّ محورٍ يساوي صفرًا. إذا لم يكن الجسم دائرًا في البداية $(\omega = 0)$ فلن يبدأ بالدوران. (المعادلات 9-1 و 9-2) هي المتطلّبات الوحيدة للجسم كي يكون في حالة اتزان.

وسنعتبر بصورةٍ رئيسةٍ حالاتٍ تؤثّر فيها القوى في مستوى واحد (يدعى مستوىxy). في هذه الحالات، يحسب عزم الدوران حول محورٍ عموديٍ على مستوى xy الذي يُختار عشوائيًّا. إذا كان الجسم ساكنًا، عندها $\Sigma\tau = 0$ حول أيّ محورٍ مهما كان. لذلك يمكننا اختيار أيّ محورٍ يجعل حساباتنا أسهل. وبعد اختيار المحور، يجب حساب العزوم كلّها حوله.

! تنويه

اختيار المحور بحيث $\Sigma\tau = 0$ عشوائي. تحسب العزوم كلّها حول هذا المحور.

المثال المفاهيمي 9-3 الرافعة

يُستعمل القضيب في (الشكل 9-6) رافعةً لرفع صخرةٍ كبيرة. تعمل الصخرة على أنّها نقطة ارتكاز. ويمكن أن تكون القوة F_P المطلوبة عند النهاية البعيدة من الرافعة أصغر قليلاً من وزن الصخرة mg؛ لأنّ العزوم التي توازن الدوران هي حول نقطة الارتكاز. إذا لم تكن فاعليّة الرافعة كافيةً، ولم تقتلع الصخرة، فما الطريقتان المستعملتان لزيادة هذه الفاعلية؟

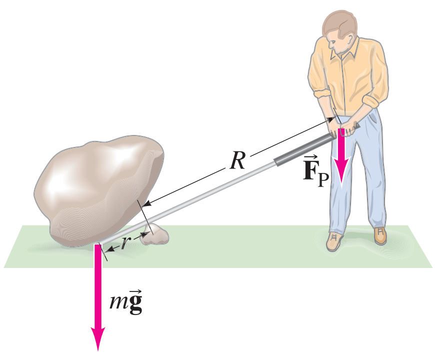
الحل: الطريقة الأولى هي زيادة ذراع العزم للقوّة F_P بإدخال أنبوب فوق نهاية القضيب، ومن ثمّ الدفع بذراع عزم أكبر. أما الطريقة الثانية فهي بتحريك نقطة الارتكاز بصورةٍ أقرب إلى الصخرة الضخمة. إنّ هذا قد يغيّر ذراع العزم الطويلة R قليلاً، لكنّه يغيّر الذراع الصغيرة r بصورة أساسيّة بحيث تتغيّر النسبة R/r بصورةٍ واضحة. ولاقتلاع الصخرة: لا بدّ أن يكون عزم القوّة F_P مساوياً لعزم mg على الأقلّ: أي $mgr = F_PR$ و

$$\frac{r}{R} = \frac{F_p}{mg}$$

إذا كانت r صغيرة، فالوزن mg يمكن موازنته لقوّةٍ أقل F_P وتُسمّى النسبة R/r **بالميزة الميكانيكية**. وتُعدّ الرافعة "آلة بسيطة". وقد ناقشنا في (الفصل 4 ، المثال 4-14) آلة بسيطة أخرى هي البكرة.

تطبيق الفيزياء

الرافعة



الشكل 9-6 (المثال 9-3)

الرافعة يمكن أن "تضاعف" قوتك.

تمرين ب: للسهولة: كتبنا المعادلة في (المثال 9-3) كما لو كانت الرافعة عموديّةً على القوى. هل تنطبق هذه المعادلة على رافعةٍ تصنع زاوية كما يبين (الشكل 9-6)؟

9-2 حل مسائل الإستاتيكا

يُعدّ موضوع الإستاتيكا مهمًّا؛ لأنّه يسمح لنا بحساب بعض القوى ضمن تركيبٍ معيّن. إذا كانت بعض هذه القوى في مستوىً واحد. لذلك يكون لدينا معادلتا قوى (مركبات x و y) ومعادلة عزمٍ واحدة؛ أي بمجموع ثلاث معادلات. طبعًا ليس عليك استعمال المعادلات الثلاث إذا لم تكن بحاجةٍ إليها. وعند استعمال معادلة العزم، فإنّ العزوم التي تنتج دورانًا عكس اتّجاه عقارب الساعة موجبة، أمّا العزوم التي تنتج دورانًا مع اتّجاه عقارب الساعة فتكون سالبة. (مع ملاحظة أنّ الاصطلاح بعكس ذلك ليس خطأ). واحدة من بين القوى التي تؤثّر في الجسم هي قوّة الجاذبيّة. في هذا الفصل، يمكن تبسيط تحليلنا إذا استعملنا مفهوم مركز الجاذبية (CG) أو مركز الكتلة (CM) اللذين يُعدّان نقطةً واحدةً للأغراض العمليّة. كما ناقشنا في البند 7-8، يمكن اعتبار أنّ قوّة الجاذبيّة على الجسم تؤثّر في مركز جاذبيّة (CG). للأجسام المنتظمة والمتماثلة، يكون CG عند المركز الهندسي للجسم. ولكن للأجسام الأكثر تعقيدًا، يمكن تحديد CG بالطريقة المشروحة سابقًا في (البند 7 - 8) . ليست هناك طريقةٌ محدّدةٌ لمعالجة مسائل الإستاتيكا، ولكن قد يكون هذا النهج مساعدًا.

حل المسألة

عكس اتجاه عقارب الساعة $\tau > 0$

مع اتجاه عقارب الساعة $\tau < 0$

طريقة حل المسائل — الإستاتيكا

1. اختر جسماً واحداً في كلّ وقتٍ لمعالجته. اعمل **مخطّطَ جسمٍ حر** بإيضاح القوى المؤثرة في ذلك الجسم كلّها، والنقاط التي تؤثّر فيها هذه القوى، إذا لم تكن متأكدًا من اتجاه قوّةٍ ما فاختر اتجاهًا آخر، وإذا كان الاتجاه الفعلي عكس ذلك، فسوف تعطيك حساباتك نتيجةً بإشارةٍ سالبة.
2. اختر مجموعة (منظومة) **محاور مناسبة**، ثمّ حلّ القوى إلى مركباتها.
3. باستعمال الحروف للدلالة على المجاهيل، اكتب **معادلة الاتزان للقوى**:

$$\Sigma F_y = 0 \text{ و } \Sigma F_x = 0$$

بفرض أنّ القوى كلَّها تعمل في مستوىً واحد.

4. **لمعادلة عزم الدوران**

$$\Sigma \tau = 0$$

اختر أيّ محورٍ عموديٍّ على مستوى xy بحيث يسهل إجراء الحسابات. (فمثلًا يمكنك تقليل عدد الكميّات المجهولة في المعادلة الناتجة باختيار المحور؛ بحيث إنّ إحدى القوى المجهولة تمرّ فيه، وسيكون لهذه القوّة ذراع عزمٍ يساوي صفرًا، وينتج بالتالي عزماً يساوي صفرًا (لا تظهر في المعادلة). اعط اهتمامًا خاصًّا لتحديد ذراع العزم لكلّ قوّة بصورةٍ صحيحة. اعط كلّ عزم إشارة + أو - لتحديد اتجاه العزم. فمثلًا، العزوم التي تعمل على إدارة الجسم عكس اتجاه عقارب الساعة تُعدّ موجبة، أمّا العزوم التي تعمل على إدارة الجسم مع اتجاه عقارب الساعة فتُعدّ سالبة.

5. **حلّ** هذه المعادلات لإيجاد المجاهيل. ثلاث معادلات تسمح فقط بتحديد ثلاثة مجاهيل كحدٍّ أعلى، يمكن أن تكون قوًى أو مسافات أو حتى زوايا.

تطبيق الفيزياء

توازن السي سو

المثال 9-4 توازن لعبة السي سو

لوحةً كتلتها $M = 2.0\ \text{kg}$ تعمل كسي سو لطفلين، كما هو مبيّن في (الشكل 9-7أ) . الطفل A كتلته 30 kg ويجلس على بُعد 2.5 m من نقطة الارتكاز P (مركز جاذبيته يبعد 2.5 m من نقطة الارتكاز). عند أيّ مسافة x من نقطة الارتكاز يجب أن تجلس الطفلة B، التي كتلتها 25 kg كي تتوازن اللوحة؟ افرض أنّ اللوحة منتظمة، وأنّ منتصفها يقع فوق نقطة الارتكاز.

النّهج: نتبع الخطوات المبيّنة في صندوق حلّ المسائل.

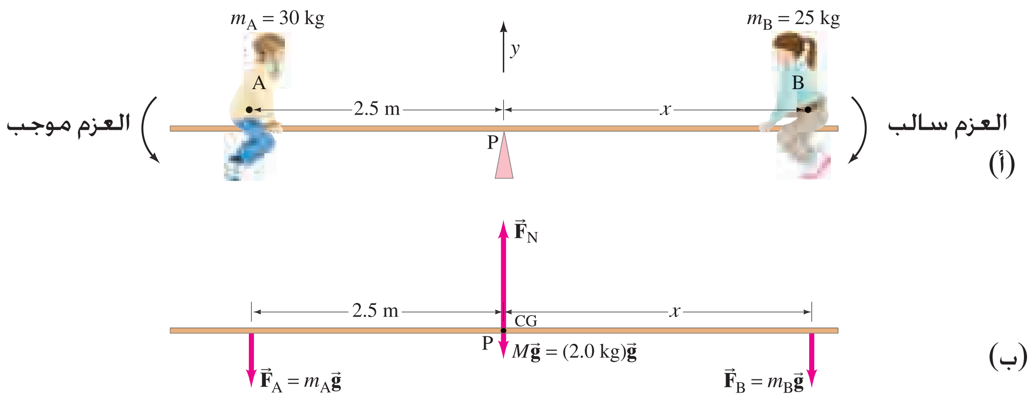
الحلّ:

1. **مخطّط الجسم– الحرّ.** نختار اللوحة كجسم، ونفرض أنّها أفقيّة. مخطّط الجسم الحرّ لها مبين في (الشكل 9-7ب) . والقوى المؤثّرة في اللوحة هي القوّة المؤثّرة نحو الأسفل من كلّ طفل $\vec{\mathbf{F}}_A$ و $\vec{\mathbf{F}}_B$ والقوّة نحو الأعلى الناتجة من نقطة الارتكاز $\vec{\mathbf{F}}_N$، وقوّة الجاذبيّة على اللوحة $(=Mg)$ التي تؤثّر عند منتصف اللوحة المنتظمة.
2. **مجموعة المحاور.** نختار y عموديّةً وموجبةً نحو الأعلى، و x أفقيّةً وموجبةً نحو اليمين، ونقطة الأصل عند نقطة الارتكاز.
3. **معادلة القوى.** القوى كلّها باتجاه y (العمودي) ولذلك

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_N - m_A g - m_B g - Mg = 0$$

حيث $F_A = m_A g$ و $F_B = m_B g$ لأنّ كلّا من الطفلين في حالة اتزان عندما تتوازن اللوحة.



الشكل 9-7 (أ) طفلان على لعبة السي سو، (المثال 9-4) (ب) رسم تخطيطي للوحة.

4. معادلة عزم القوّة. دعنا نحسب عزم القوّة حول محورٍ خلال اللوحة عند نقطة الارتكاز P. عندها، يساوي كلٌّ من ذراع العزم للقوّة F_N وذراع عزم الوزن صفرًا، وسوف تعطي عزم دوران يساوي صفرًا (حول النقطة p) في معادلة العزم. وهكذا ستحتوي معادلة العزم فقط القوتين $\vec{\mathbf{F}}_A$ و $\vec{\mathbf{F}}_B$ اللتين تساويان وزني الطفلين. والعزم الذي ينتجه كلّ طفلٍ سيساوي mg مضروبًا في ذراع القوّة المناسب، أي بُعد كلّ طفل عن نقطة التعليق. لذا، فإنّ معادلة العزم هي:

$$\Sigma\tau = 0$$

$$m_A g(2.5\,\text{m}) - m_B gx + Mg(0\,\text{m}) + F_N(0\,\text{m}) = 0$$

أو

$$m_A g(2.5\,\text{m}) - m_B gx = 0$$

حيث تمّ إهمال حدّين نظرًا إلى أنّ ذراع القوّة لهما يساوي صفرًا.

5. الحل: نحلّ معادلة العزم لإيجاد x لنجد

$$x = \frac{m_A}{m_B}(2.5\,\text{m}) = \frac{30\,\text{kg}}{25\,\text{kg}}(2.5\,\text{m}) = 3.0\,\text{m}$$

لموازنة اللوحة: على الطفلة B أن تجلس بحيث يكون مركز كتلتها CM بُعيد 3.0 m من نقطة التعليق. إنّ هذا يبدو معقولًا: لأنّها أخفّ من الطفل A، لذا عليها الجلوس أبعد عن نقطة التعليق من الطفل الأثقل.

تمرين ج: لم نستعمل معادلة القوّة لحلّ (المثال 9-4) بسبب اختيارنا المحور. استعمل معادلة القوّة لحساب القوّة التي يولدها المفصل.

المثال 9-5 **القوى على الدعامات الأفقيّة والحوامل.**

دعامةٌ أفقيّةٌ منتظمةٌ كتلتها 1500-kg، وطولها 20.0 m تدعم وتحمل مطبعةً كتلتها 15,000-kg على بعد 5.0 m من الحامل الأيمن (الشكل 9-8). احسب القوّة على الحوامل العموديّة.

النّهج: نحلّل القوى على الدعامة الأفقيّة (القوّة التي تؤثّر بها الدعامة الأفقيّة في العمود تساوي القوة التي يؤثر بها العمود في الدعامة الأفقيّة وتعاكسها). نشير إلى تلك القوى $\vec{\mathbf{F}}_A$ و $\vec{\mathbf{F}}_B$ في (الشكل 9-8). يؤثّر وزن الدعامة الأفقيّة في مركز الجاذبيّة على بُعد 10.0 m من كلّ نهاية. نختار محورًا اصطلاحًا لكتابة معادلة العزوم: نقطة تأثير $\vec{\mathbf{F}}_A$ (المسماة P)، لذلك $\vec{\mathbf{F}}_A$ سوف لا تدخل المعادلة (ذراع القوّة يساوي صفرًا) وسوف يكون لنا معادلةٌ بمجهولٍ واحد F_B.

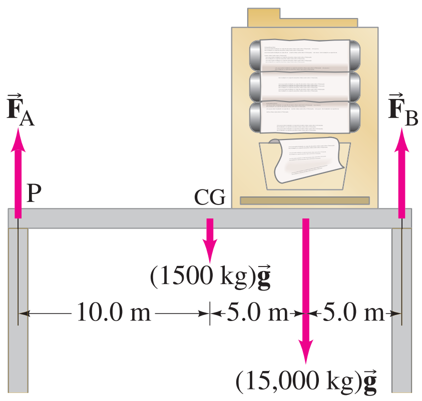
الحل: معادلة العزم $\Sigma\tau = 0$، مع الاتجاه الموجب بعكس اتجاه عقارب الساعة تعطي

$$\Sigma\tau = -(10.0\,\text{m})(1500\,\text{kg})g - (15.0\,\text{m})(15{,}000\,\text{kg})g + (20.0\,\text{m})F_B = 0$$

ونحلّ لإيجاد $\vec{\mathbf{F}}_B$. نجد أنّ $F_B = (12{,}000\,\text{kg})g = 118{,}000\,\text{N}$. ولإيجاد F_A: نستعمل $\Sigma F_y = 0$، حيث $+y$ للأعلى

$$\Sigma F_y = F_A - (1500\,\text{kg})g - (15{,}000\,\text{kg})g + F_B = 0$$

بوضع $F_B = (12{,}000\,\text{kg})g$. نجد أنّ $F_A = (4500\,\text{kg})g = 44{,}100\,\text{N}$



الشكل 9-8 دعامة أفقية كتلتها 1500-kg تسند آلة كتلتها 15,000-kg (المثال 9-5).

(الشكل 9-9) يبيّن دعامةً أفقيّةً تمتدّ خارج دعامة عموديّة، مثل منصّة الغوص. تُدعى هذه الدعامة"الكابول" (دعامة ناتئة). القوى المؤثّرة في الدعامة في (الشكل 9-9) هي القوّة الناتجة من الحوامل $\vec{\mathbf{F}}_A$ و $\vec{\mathbf{F}}_B$ وقوّة الجاذبيّة، التي تؤثر في مركز الجاذبية على بُعد 5.0 m إلى يمين الحامل الأيمن. إذا اتبعت الطريقة في المثال السابق، وحسبت F_A و F_B بفرض أنّهما تؤثّران نحو الأعلى كما في (الشكل 9-9) ، سترى أنّ F_A تكون سالبة. إذا كانت كتلة الكابول 1200 kg ووزنه $mg = 12{,}000$ N عندما $F_B = 15{,}000$ N و $F_A = -3000$ N. (انظر المسألة 10). عندما تكون قوّة مجهولة سالبة، فذلك يعني أنّ القوّة تشير باتجاه معاكس للاتجاه الذي فرضته. إذن، في (الشكل 9-9)، $\vec{\mathbf{F}}_A$ تشير في الواقع نحو الأسفل. وهذا يعني أنّ العمود الأيسر سوف يسحب الدعامة نحو الأسفل (بواسطة المسامير، أو البراغي، أو أي مثبت) كي يكون في حالة اتزان، وإلا فإنّ العزم المحصل لا يساوي صفرًا.

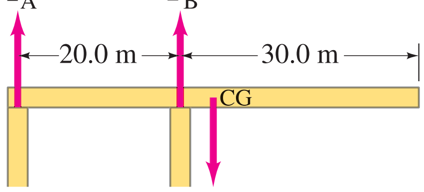
تطبيق الفيزياء

الكابول (الدعامة النهائية).

حل المسألة:

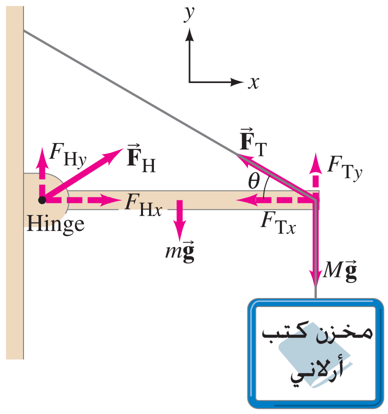
إذا كانت القوة سالبة

الشكل 9-9 الكابول



مفاصل وحبال

يتضمّن مثالنا التالي دعامةً أفقيّةً مثبتةً في الحائط بواسطة مفصّلةٍ مدعومةٍ بحبل (الشكل 9-10). من المهمّ تذكّر أنّ الحبل المرن يولّد قوّةً على امتداده فقط. (لو كانت هناك مركبة قوّةٍ عموديّةً على الحبل، لأدّت إلى انثنائه باعتباره ليّنًا). ولكن في أداةٍ صُلبة، مثل المفصّلة. (الشكل 9-10) ، يمكن أن تكون القوّة في أيّ اتّجاه، وسوف نعرف ذلك بعد حلّ المسألة. نفرض أنّ المفصّلة صغيرةٌ وملساء ، بحيث لا تولّد عزم دوران داخلي (حول مركزها) على الدعامة.



الشكل 9-10 (المسألة 9-6)

المثال 9-6 دعامة بمفصل وكبيل (حبل)

دعامةٌ منتظمةٌ بطول 2.20 m وكتلتها $m = 25.0\ \text{kg}$، مثبتةٌ بمفصّلة على حائطٍ. كما يبين (الشكل 9-10) . يحافظ على الدعامة في وضعٍ أفقيٍّ بواسطة كيبل يصنع زاوية $\theta = 30.0°$ كما هو مبين. تحمل الدعامة لافتةً كتلتها $M = 28.0\ \text{kg}$ معلّقة من نهايتها. حدّد مركبات القوّة $\vec{F}_H$ التي تولّدها المفصّلة على الدعامة، وقوّة الشد F_T في الكيبل.

النّهج: (الشكل 9-10) هو مخطّط الجسم الحرّ للدعامة، مبيّنًا كلّ القوى المؤثّرة فيها. ويبيّن كذلك مركبات $\vec{F}_H$ و $\vec{F}_T$. لدينا ثلاثة مجاهيل هي: F_{Hx} ،F_{Hy} و F_T (ونعرف θ)، وكذلك سنحتاج إلى المعادلات الثلاث كلّها: $\Sigma F_x = 0,\ \Sigma F_y = 0,\ \Sigma\tau = 0$.

الحلّ: مجموع القوى بالاتّجاه العمودي (y) هو

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_{Hy} + F_{Ty} - mg - Mg = 0 \qquad \text{(i)}$$

أمّا مجموع القوى في الاتّجاه الأفقي (x) فهو

$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_{Hx} - F_{Tx} = 0 \qquad \text{(ii)}$$

نختار لمعادلة العزم المحورَ عند التقاء القوّتين $\vec{F}_T$ و $M\vec{g}$ (عندها تحتوي معادلتنا على مجهولٍ واحدٍ فقط، هو F_{Hy}). نختار العزوم التي تدوّر الدعامة عكس اتّجاه عقارب الساعة لتكون موجبة. الوزن mg للدعامة المنتظمة يؤثر في المنتصف، لذلك لدينا

$$\Sigma\tau = 0$$

$$-(F_{Hy})(2.20\ \text{m}) + mg(1.10\ \text{m}) = 0$$

ونحلّ لإيجاد F_{Hy}

$$F_{Hy} = \left(\frac{1.10\ \text{m}}{2.20\ \text{m}}\right)mg = (0.500)(25.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) = 123\ \text{N} \qquad \text{(iii)}$$

تاليا، بما أنّ الشد $\vec{F}_T$ في الحبل يؤثر في امتداد الحبل $(\theta = 30.0°)$ نرى من (الشكل 9-10) أنّ $\tan\theta = F_{Ty}/F_{Tx}$ أو

$$F_{Ty} = F_{Tx}\tan\theta = F_{Tx}(\tan 30.0°) = 0.577\ F_{Tx} \qquad \text{(iv)}$$

المعادلة (i) تعطينا

$$F_{Ty} = (m + M)g - F_{Hy} = (53.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) - 123\ \text{N} = 396\ \text{N}$$

المعادلتان (ii) و (iv) تعطيان

$$F_{Tx} = F_{Ty}/0.577 = 687\ \text{N}$$

$$F_{Hx} = F_{Tx} = 687\ \text{N}$$

مركبات $\vec{F}_H$ هي $F_{Hy} = 123\ \text{N}$ و $F_{Hx} = 687\ \text{N}$. الشدّ في الحبل يساوي $F_T = \sqrt{F_{Tx}^2 + F_{Ty}^2} = 793\ \text{N}$

حلّ بديل سنرى في هذا الحلّ أثر اختيار محور مختلف لحساب العزوم، كمحور يمرّ بالمفصّلة. عندها ذراع العزم لـــ F_H يساوي صفرًا،

وتصبح معادلة العزم $(\Sigma\tau = 0)$

$$-mg(1.10\,\text{m}) - Mg(2.20\,\text{m}) + F_{Ty}(2.20\,\text{m}) = 0$$

نحلّ هذه المعادلة لإيجاد F_{Ty}

$$F_{Ty} = \frac{m}{2}g + Mg = (12.5\,\text{kg} + 28.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 397\,\text{N}$$

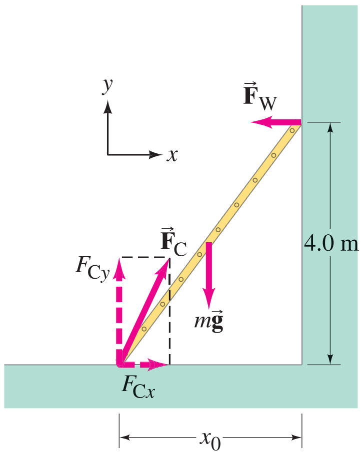
وهكذا نحصل على النتيجة نفسها، ضمن دقة أرقامنا المعنوية.

ملحوظة: لا يهمّ أيّ محورٍ نختار لـ $\Sigma\tau = 0$. فاستعمال محور ثانٍ يخدم كاختبار نتيجة المحور الأول

مثال إضافي-السلّم

المثال 9-7 سلّم

يستند سلّم طوله $5.0\,\text{m}$ إلى جدارٍ عند نقطةٍ ترتفع $4.0\,\text{m}$ عن أرضٍ أسمنتيّةٍ كما في (الشكل 9-11). السلك منتظم وكتلته $m = 12.0\,\text{kg}$، بفرض أنّ الجدار أملس (لكن الأرض ليست كذلك)، احسب القوى المؤثّرة في السلّم من الأرض والجدار.



الشكل 9-11 سلم يستند إلى جدار. (المثال 9-7)

النّهج: يبين (الشكل 9-11)مخطّط الجسم- الحرّ للسلّم، ويبيّن القوى المؤثّرة فيه جميعها. بما أنّ الجدار أملس، فإنّه يولّد قوّةً عموديّةً فقط على الجدار، ونشير إليها بـ $\vec{\mathbf{F}}_W$. تولد الأرض الأسمنتيّة قوّة $\vec{\mathbf{F}}_C$ ولها مركبتان؛ أفقيّة وعموديّة هما: F_{Cx} قوّة الاحتكاك، و F_{Cy} القوّة العموديّة. وأخيرًا، تولّد الجاذبيّة قوّة $mg = (12.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2) = 118\,\text{N}$ على السلّم عند منتصفه لأنّه منتظم.

الحل: مرّةً أخرى، سنستعمل شروط الاتزان $\Sigma\tau = 0$، $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma F_x = 0$ وسنحتاج إلى المعادلات الثلاث؛ لأنّ لدينا ثلاثة مجاهيل هي: F_{Cx} ، F_W و F_{Cy}. والمركبة y لمعادلة القوّة هي

$$\Sigma F_y = F_{Cy} - mg = 0$$

لذلك، لدينا:

$$F_{Cy} = mg = 118\,\text{N}$$

المركبة x لمعادلة القوّة هي:

$$\Sigma F_x = F_{Cx} - F_W = 0$$

ولتحديد كلتا القوّتين F_{Cx} و F_W؛ سنحتاج إلى معادلة العزم. إذا اخترنا لحساب العزوم حول محور خلال نقطة تماس السلّم مع الأرض الأسمنتيّة، عندها $\vec{\mathbf{F}}_C$ التي تؤثّر عند هذه النقطة سيكون لها ذراع عزم يساوي صفرًا، ولهذا لن تدخل المعادلة. السلّم يلامس الأرض عند نقطةٍ تبعد $x_0 = \sqrt{(5.0\,\text{m})^2 - (4.0\,\text{m})^2} = 3.0\,\text{m}$ من الجدار. ذراع العزم لـ F_W هو $4.0\,\text{m}$، (الشكل 9-11).

إذن، نحصل على

$$\Sigma\tau = (4.0\,\text{m})F_W - (1.5\,\text{m})mg = 0$$

وعليه

$$F_W = \frac{(1.5\,\text{m})(12.0\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)}{4.0\,\text{m}} = 44\,\text{N}$$

ثمّ من المركبة x لمعادلة القوّة ،

$$F_{Cx} = F_W = 44\,\text{N}.$$

بما أنّ مركبتي القوّة $\vec{\mathbf{F}}_C$ هما، $F_{Cx} = 44\,\text{N}$ و $F_{Cy} = 118\,\text{N}$ لذلك

$$F_C = \sqrt{(44\,\text{N})^2 + (118\,\text{N})^2} = 126\,\text{N} \approx 130\,\text{N}$$

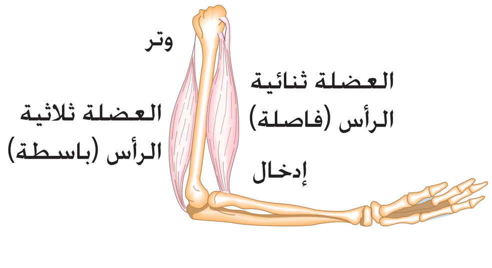
(تقرب إلى رقمين معنويين) وتؤثّر بزاوية عند الأرض

$$\theta = \tan^{-1}(118\,\text{N}/44\,\text{N}) = 70°$$

ملحوظة: لا تؤثّر القوّة $\vec{\mathbf{F}}_C$ بالضرورة في امتداد السلّم؛ لأنّه صُلبٌ وليس كالحبل أو الكيبل.

تمرين د: لماذا يبدو من المعقول إهمال الاحتكاك مع الجدار، ولكن ليس من المعقول إهمال الاحتكاك مع الأرض؟

* 9-3 تطبيقات على العضلات والمفاصل



الشكل 9-12 العضلة ذات الرأسين(القابضة) والعضلة ذات الرؤوس الثلاثة (الباسطة) في ذراع الإنسان.

التقانات التي ناقشناها لحساب القوى على الأجسام في حالة الاتزان يمكن تطبيقها بسهولةٍ على جسم الإنسان (أو الحيوان)، ويمكن أن تكون مفيدةً جدًا في دراسة القوى على العضلات، والعظام، والمفاصل للأعضاء المتحرّكة و الساكنة. على نحوٍ عام، تُربط العضلات بواسطة الأوتار لعظمتين مختلفتين، كما في (الشكل 9-12). تتصل عضلتان بصورةٍ مرنةٍ عند المفصل، مثل الكوع، والركبة، والورك. تولّد العضلة قوّة سحبٍ عندما تنكمش أليافها تحت تحفيزٍ بواسطة الأعصاب، لكن العضلة لا تستطيع أن تولّد قوّة دفع. تُسمّى العضلاتُ التي تؤدّي إلى تقريب عضوين (طرفين) مثل عضلة ذات الرأسين في أعلى الذراع (الشكل 9-12) العضلاتِ القابضةَ، أمّا العضلات التي تعمل على إبعادها كالعضلة ذات الرؤوس الثلاثة، (الشكل 9-12) فتُسمى العضلاتِ الباسطةَ. فأنت تستعمل العضلة القابضة في الذراع العلويّ عند رفعك جسمًا بيدك، في حين تستعمل العضلة الباسطة عند رمي كرة.

تطبيق الفيزياء
القوى في العضلات و المفاصل.

المثال 9-8 القوة الناتجة من العضلة القابضة

كم القوّة التي على العضلة القابضة أن تبذلها لرفع كتلة 5.0-kg باليد (أ) إذا كان الساعد أفقيًّا كما في (الشكل 9-13)؟ (ب) إذا كان الساعد يميل بزاوية $45°$ كما في (الشكل 9-13) ؟ افرض أنّ كتلة الساعد والكفّ معًا $2.0\ \text{kg}$، ومركز جاذبيتهما كما هو مبين.

النهج: تتضمّن القوّى التي تؤثّر في الساعد كما يبين (الشكل 9 - 13) وزنَ الساعد والكرة والقوّة نحو الأعلى $\vec{\mathbf{F}}_M$ بواسطة العضلة، وقوّة $\vec{\mathbf{F}}_J$ عند المفصل بواسطة العظم في أعلى الذراع (نفرض أنّها كلّها تؤثّر عموديًا). نريد إيجاد مقدار القوّة $\vec{\mathbf{F}}_M$ باستعمال معادلة العزم، وباختيار محور يمرّ خلال المفصل، بحيث $\vec{\mathbf{F}}_J$ تعطي عزمًا يساوي صفرًا.

الحلّ: (a) نحسب العزوم حول النقطة، حيث $\vec{\mathbf{F}}_J$ تؤثّر في (الشكل 9-13أ) . معادلة العزم $\Sigma\tau = 0$ تعطينا

$$(0.050\ \text{m})F_M - (0.15\ \text{m})(2.0\ \text{kg})g - (0.35\ \text{m})(5.0\ \text{kg})g = 0$$

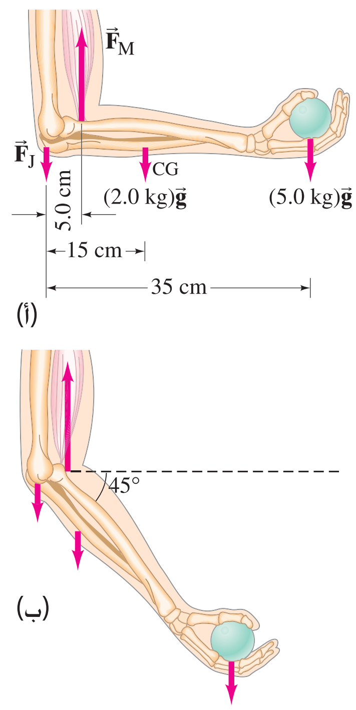
نحلّ لإيجاد F_M:

$$F_M = \frac{(0.15\ \text{m})(2.0\ \text{kg})g + (0.35\ \text{m})(5.0\ \text{kg})g}{0.050\ \text{m}} = (41\ \text{kg})g = 400\ \text{N}$$

(ب) ذراع العزم، كما يحسب حول المفصل يقلّ بمعامل $\sin 45°$ لكلٍّ من القوى الثلاث. وسوف تبدو معادلة العزوم كالمعادلة التي عالجناها سابقًا فيما عدا أنّ كلّ حدّ سيكون مضروبًا في المعامل نفسه، الذي سيختصر، ولذلك تبقى القوة $F_M = 400\ \text{N}$.

ملحوظة: القوة التي تبذلها العضلة $(400\ \text{N})$ كبيرة كثيرًا بالمقارنة مع الجسم المراد رفعه $(49\ \text{N})$. وفي الواقع، فإنّ العضلات والمفاصل في الجسم تخضع لقوى كبيرة.

الشكل 9-13 المثال 9-8



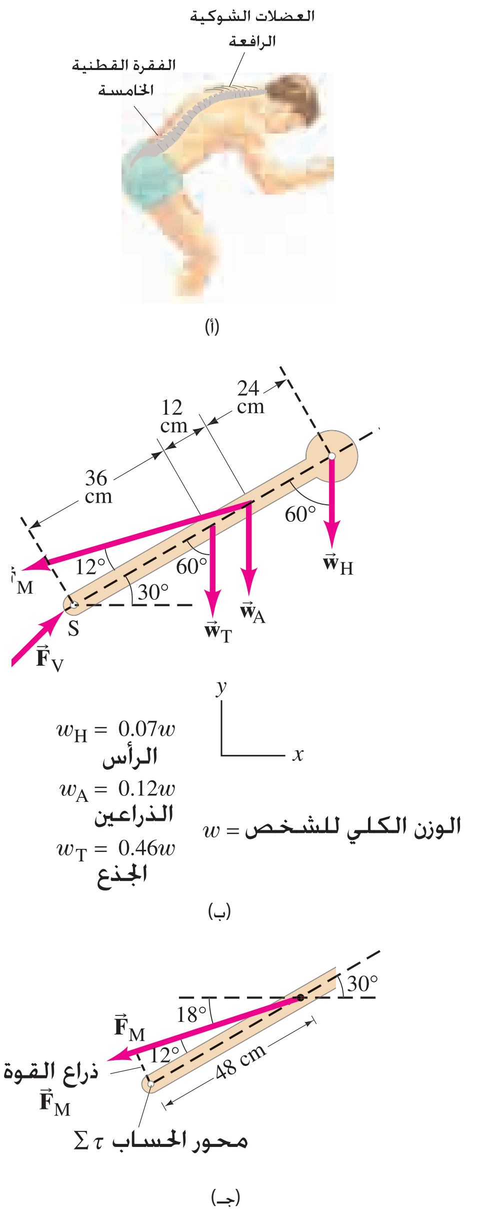
تطبيق الفيزياء
نقطة اتصال العضلة وذراع العزم

تختلف نقطة اتصال العضلة من شخصٍ إلى آخر. إنّ زيادةً طفيفةً في المسافة بين المفصل ونقطة اتصال العضلة القابضة، مثلًا من $5.0\ \text{cm}$ إلى $5.5\ \text{cm}$، تعطي فائدةً مهمّةً للرفع والرمي. إنّ أبطال الرياضة يملكون مسافةً أبعد بين المفصل ونقطة اتصال العضلة من الأشخاص العاديين.

تطبيق الفيزياء
القوى المؤثرة في العمود الفقري وآلام الظهر.

وكمثال آخر للقوى الكبيرة التي تعمل في جسم الإنسان، نأخذ العضلات التي تدعم الجذع عندما ينحني الشخص إلى الأمام (الشكل 9 - 14أ). تعمل الفقرة السفلى في العمود الفقري (الفقرة الخامسة) كنقطة ارتكاز لوضع الانحناء هذا. في حين تعمل عضلات الفقرات "المنضغطة" في الظهر بزاوية $12°$ مع محور العمود الفقري. (الشكل 9 - 14ب) رسم تخطيطي مبسّط يبيّن القوى على الجزء العلوي من الجسم. نفرض أنّ الجذع يعمل زاوية $30°$.

تمثّل القوّة المبذولة من عضلات الظهر بـ $\vec{\mathbf{F}}_{M}$، والقوى المؤثّرة في قاعدة العمود الفقريّ على الفقرة السفلى هي: $\vec{\mathbf{F}}_{V}$ و $\vec{\mathbf{w}}_{H}$، $\vec{\mathbf{w}}_{A}$ و $\vec{\mathbf{w}}_{T}$ وهي أوزان الرأس والذراعين، والجذع على الترتيب. القيم المعطاة هي تقريبٌ مأخوذٌ من (الجدول 7-1) . المسافات (بـ cm) تعود إلى شخصٍ طوله 180 cm ولكنّها بالتقريب كنسبة 1:2:3 لشخصٍ متوسّطٍ بأيّ طول، والنتيجة في المثال التالي لا تعتمد على طول الشخص.



الشكل 9-14 (أ) شخص منحنٍ. (ب) القوى على الظهر مبذولة من عضلات الظهر ($\vec{\mathbf{F}}_{M}$) والفقرات ($\vec{\mathbf{F}}_{V}$) عندما ينحني الشخص. (جـ) إيجاد ذراع القوة $\vec{\mathbf{F}}_{M}$

المثال 9-9 القوى على الظهر.

احسب المقدار والاتّجاه للقوّة $\vec{\mathbf{F}}_{V}$ المؤثّرة في الفقرة الخامسة للمثال المبين في (الشكل 9-14ب).

النّهج: ستستعمل نموذج الجزء العلويّ من الجسم الموصوف في (الشكل 9-14ب) يمكننا حساب F_M باستعمال معادلة العزوم إذا أخذنا المحور عند نهاية العمود الفقري (نقطة S)؛ لهذا الاختيار، فإنّ المجهول الثاني F_V لا يظهر في المعادلة لأنّ ذراع القوّة يساوي صفرًا. ولتخطيط أذرع القوى: ستحتاج إلى استعمال علاقات مثلثيّة.

الحلّ: للقوّة $\vec{\mathbf{F}}_{M}$ ذراع القوّة (البعد العموديّ من المحور إلى خطّ عمل القوّة) سيكون هو المسافة الحقيقية إلى حيث تؤثّر القوّة (48 cm) مضروبًا في $\sin 12°$، كما هو مبيّن في (الشكل 9 - 14جـ) . أذرع القوى $\vec{\mathbf{w}}_{T}$ ، $\vec{\mathbf{w}}_{A}$ ، $\vec{\mathbf{w}}_{H}$ مبيّنة في (الشكل 9 - 14ب) كأبعادها من النقطة S مضروبةً في $\sin 60°$. F_M تؤدّي إلى إدارة الجذع عكس اتّجاه عقارب الساعة، والذي نعتبره موجبًا. عندها $\vec{\mathbf{w}}_{T}$ ، $\vec{\mathbf{w}}_{A}$ ، $\vec{\mathbf{w}}_{H}$ سوف تساهم بعزومٍ سالبة. وهكذا $\Sigma\tau = 0$ تعطي

$$(0.48\,\mathrm{m})(\sin 12°)(F_M) - (0.72\,\mathrm{m})(\sin 60°)(w_H)$$
$$- (0.48\,\mathrm{m})(\sin 60°)(w_A) - (0.36\,\mathrm{m})(\sin 60°)(w_T) = 0$$

نحلّ لإيجاد F_M، ونعوّض قيم $\vec{\mathbf{w}}_{T}$ ، $\vec{\mathbf{w}}_{A}$ ، $\vec{\mathbf{w}}_{H}$ المعطاة في (الشكل 9-14 ب)، لنجد

$$F_M = \frac{(0.72\,\mathrm{m})(0.07w) + (0.48\,\mathrm{m})(0.12w) + (0.36\,\mathrm{m})(0.46w)}{(0.48\,\mathrm{m})(\sin 12°)}(\sin 60°)$$
$$= 2.37w \approx 2.4w,$$

حيث w هو الوزن الكلّي للجسم. للحصول على مركبات $\vec{\mathbf{F}}_{V}$: نستعمل المركبتين y و x لمعادلة القوّة (مع ملاحظة $30° - 12° = 18°$):

$$\Sigma F_y = F_{Vy} - F_M \sin 18° - w_H - w_A - w_T = 0$$

وهكذا

$$F_{Vy} = 1.38w \approx 1.4w$$

وكذلك

$$\Sigma F_x = F_{Vx} - F_M \cos 18° = 0$$

ومن ثَمّ

$$F_{Vx} = 2.25w \approx 2.3w$$

ونحتفظ بثلاثة أرقامٍ معنويّةٍ للحساب، لكنّنا نقرب لرقمين معنويين لإعطاء الحل. ومن ثَمّ:

$$F_V = \sqrt{F_{Vx}^2 + F_{Vy}^2} = 2.6w$$

الزاوية θ تبين F_V مع الأفق وتعطى بـ $\tan\theta = F_{Vy}/F_{Vx} = 0.61$ كذلك $\theta = 32°$

ملحوظة: القوّة على أسفل العمود الفقريّ أكثر من $2\frac{1}{2}$ مرّة من الوزن الكلّيّ للجسم. هذه القوّة تبذل من "عظمة العَجُز" عند قاعدة العمود الفقريّ، بواسطة الطبق البيفقاري، المرن والمملوء بالسائل. الأطباق عند قاعدة العمود الفقريّ تنضغط تحت تأثير القوى الكبيرة. [إذا كان انحناء الجسم أقلّ (مثلًا الزاوية $30°$ في (الشكل 9-14ب) أصبحت $40°$ أو $50°$)، فإنّ الشدّ على الظهر السفليّ يكون أقلّ (المسألة 35)].

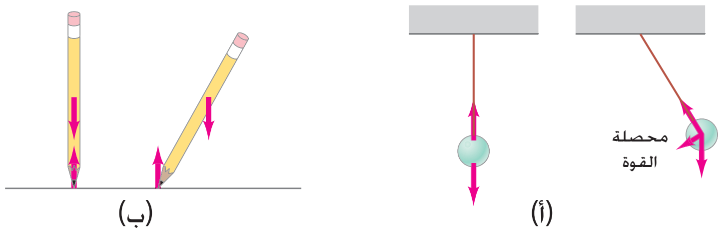
إذا كانت كتلة الشخص الظاهر في (الشكل 9-14) تساوي 90 kg، ويحمل في يديه كتلةً مقدارها 20 kg (وهذا ما سيزيد وزنه بمقدار $w_A = 0.34w$). عندها ستزداد القوّة F_V إلى ما يعادل أربعة أضعاف وزن الرجل $(3.7w)$. حيث ستصبح القوّة المؤثّرة في عمود الرجل الذي سيزن 200-lb مساميّة (7.00 lb). ومع تأثير مثل هذه القوّة الكبيرة. فلا عجب أن يعاني الكثير من الأشخاص من الآلام أسفل الظهر من آن إلى آخر.

4-9 الاستقرار والتوازن

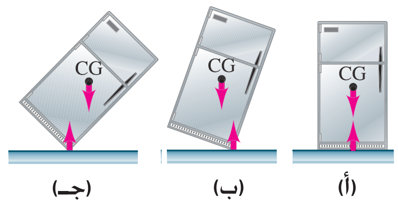
يُترك الجسم في حالة الاتزان الإستاتيكي، دون إزعاج، حيث لا يقوم بتسارعٍ انتقاليٍّ أو دوراني؛ لأنّ مجموع القوى ومجموع العزوم المؤثّرة فيه تساوي صفرًا. ولكن لو أُزيح الجسم قليلاً، فهناك مخرجات ثلاث متوقعة هي: 1 - عودة الجسم إلى وضعه الأصلي، وفي هذه الحالة يُقال إنّه في **حالة اتزان مستقر**. 2 - ابتعاد الجسم أكثر من موضعه الأصلي، وهنا يكون في حالة **اتزان غير مستقر**.3 - بقاء الجسم في مكانه الجديد، حيث يكون في حالة **اتزان متعادل**.

الاتزانات المستقرة وغير المستقرة.

تأمّل الأمثلة التالية: كرةٌ معلّقةٌ تعليقاً حرّاً من طرف خيطٍ في اتزانٍ مستقر؛ لأنّها لو أُزيحت لأحد الجانبين فإنّها ستعود إلى موضعها الأصلي (الشكل 9-15أ) بسبب القوّة المحصّلة والعزم المؤثّرين فيها. وهناك قلم رصاص يقف على رأسه في حالة اتزان غير مستقر. إذا كان مركز الجاذبيّة له فوق نقطة الارتكاز مباشرة (الشكل 9-15ب) ، فالقوّة المحصّلة والعزم المحصّل عليه تساوي صفرًا. ولكن لو أُزيح ولو قليلًا بسبب اهتزازٍ أو هبة ريح، فسيكون هناك عزمٌ عليه، وسوف يسقط باتّجاه الإزاحة الأصليّة نفسها. والمثال الأخير لعلوّ جسمٍ في الاتزان المتعادل: كرةٌ ساكنةٌ على سطح طاولةٍ أفقيّةٍ. لو أُزيحت جانبًا فإنّها تستقرّ في مكانها الجديد؛ لا يوجد عزمٌ محصّلٌ يؤثّر فيها.



الشكل 9 -15: (أ) اتزان مستقر. (ب) اتزان غير مستقر.



الشكل 9 -16 اتزان ثلاجة تستند إلى أرض مستوية.

في معظم المواقف، كتصميم بنيةٍ أو تركيب، أو بالتعامل مع جسم الإنسان، يهمّنا الحصول على اتزانٍ مستقر، أو توازن، كما نقول أحيانًا. على نحوٍ عام، الجسم الذي يقع مركز جاذبيته (CG) تحت نقطة ارتكازه ، مثل كرة معلّقة بخيط، سيكون في وضع اتزان مستقر. أمّا إذا كان (CG) فوق قاعدة الارتكاز، فسنكون أمام وضع أكثر تعقيدًا. خذ الثلاجة كمثال (الشكل 9-16أ)؛ لو أُميلت قليلاً فإنها ستعود إلى وضعها الأصلي بسبب العزم عليها، كما هو مبيّن في (الشكل 16-9ب). ولكن لو أُميلت كثيرًا، (الشكل 9-16ج) ، فإنّها ستسقط (تنقلب). النقطة الحرجة هي عندما ينزاح CG من جانب نقطة الارتكاز إلى الجانب الآخر. عندما يكون CG على أحد جانبي نقطة الارتكاز، فإنّ العزم سيعمل على إعادة الثلاّجة إلى وضعها الأصلي، (الشكل 9-16ب). وإذا أُميلت الثلاّجة أكثر فإنّ CG سوف يعبر نقطة الارتكاز إلى الجهة الأخرى، وسيعمل العزم على انقلاب الثلاّجة(الشكل 9-16جـ). على نحوٍ عام، أيّ جسمٍ يكون مركز جاذبيته CG فوق قاعدة ارتكازه سيكون في حالة اتزان مستقر، إذا أنزلنا خطًّا عموديًا من CG وسقط ضمن قاعدة الارتكاز؛ لأنّ القوّة العموديّة نحو الأعلى على الجسم (التي تعادل قوة الجاذبيّة) تُبذل فقط ضمن مساحة التماس، ولذلك إذا كانت قوّة الجاذبيّة تعمل خارج هذه المساحة، فإنّ عزمًا محصّلاً سوف يعمل على انقلاب الجسم.

الاستقرار إذن، يمكن أن يكون نسبيًّا. إنّ استقرار لبنةٍ تستند إلى وجهها الأعرض يكون أكثر فيما لو استندت على حافّتها؛ لأنّها بحاجةٍ إلى جهدٍ أكبر كي تنقلب. في الحالة القصوى كالقلم في (الشكل 9-17أ) ، فإنّ القاعدة في الواقع هي نقطة، وأيّ تأثيرٍ خفيفٍ فيه سوف يقلبه. بصورةٍ عامة، كلّما كانت القاعدة أكبر، وكان CG أوطأ، كان الجسم أكثر استقرارا.

الشكل 9 - 17 الإنسان يعدل وقفته للحصول على استقرار عند حمله أثقالا.

ولهذا، فإنّ الإنسان يعدّ أقل استقرارًا مقارنةً بالثّدييّات التي تمشي على أربعٍ، لأنّها ليست أكثر استقرارًا بسبب الأرجل الأربعة فحَسْبُ، بل لأنّ مركز جاذبيتها أوطأ أيضًا. وعند المشي أو القيام بأيّ نوعٍ من الحركة، فإنّ الشخص يعدّل جسمه بحيث يقع CG دائمًا فوق قدميه، بالرغم من أنّ الشخص البالغ لا يحتاج إلى وقفة تفكيرٍ لعمل ذلك.

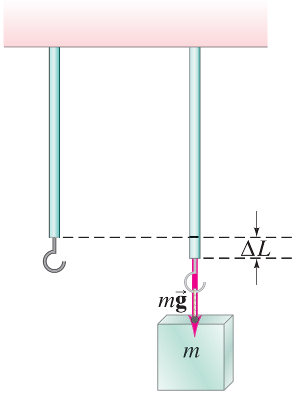
تطبيق الفيزياء
الناس والتوازن

حتى أنّ الانحناء البسيط يتطلّب دفع الوركين إلى الخلف؛ كي يبقى CG فوق القدمين، وأنت تعمل ذلك من غير التفكير فيه. وللتأكّد من ذلك؛ قف إلى حائطٍ بحيث يكون ظهرك وكعباك ملامسين للحائط، حاول لمس إصبع رجلك. لن تستطيع عمل ذلك من غير أن تقع. الأشخاص الذين يحملون أثقالًا كبيرةً يعدّلون وقفاتهم بصورةٍ آلية بحيث يبقى CG للكتلة الكليّة فوق القدمين، (الشكل 9 - 17) .

* 5-9 المرونة؛ الإجهاد والمطاوعة

في الجزء الأول من هذا الفصل، درسنا كيفيّة حساب القوى المؤثّرة في الأجسام في حالة الاتزان. وفي هذا البند، سندرس آثار هذه القوى؛ أيّ جسم يغيّر شكله تحت تأثير هذه القوى إذا كانت القوى كبيرةً لدرجةٍ كافيةٍ قد ينكسّر أو يتمزّق، كما سنناقش في هذا (البند 9-6) .

* المرونة وقانون هوك.



الشكل 9-18 قانون هوك القوة المؤثرة $\propto \Delta L$.

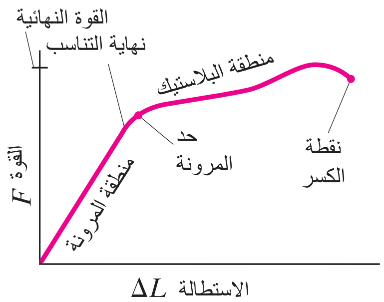
إذا أثّرت قوّة في جسم، مثل القضيب المعدني المعلّق عموديّا والمبين في (الشكل 9-18)، فإنّ طوله سيتغيّر. وإذا كان مقدار الاستطالة، ΔL، صغيرًا بالمقارنة بطول الجسم، فإنّ التجربة تشير إلى أنّ ΔL تتناسب مع القوّة المبذولة على الجسم. هذا التناسب، كما رأينا في (البند 4-6) ، يمكن كتابته على صورة المعادلة الآتية:

قانون هوك

$$F = k\,\Delta L \qquad \textbf{(3-9)}$$

هنا، تمثّل F القوّة التي تسحب الجسم، ΔL هو التغيّر في الطول، أمّا k فثابت التناسب. (المعادلة 9-3) ، التي تُدعى أحيانًا قانون هوك* نسبةً إلى روبرت هوك (1635-1703)، الذي كان أول من لاحظه، وجد أنّه ينطبق تقريبًا على المواد الصلبة كلّها، من الحديد حتى العظام ، ولكنّه ينطبق حتى نقطةٍ معينة. فإذا كانت القوّة كبيرةً جدّا، فإنّ الجسم يستطيل بطريقةٍ مفرطة، وأخيرًا ينكسر.

يبين (الشكل 9-19) رسمًا نموذجيًّا للقوّة المؤثّرة مع الاستطالة. وحتى نقطة تدعى **نهاية التناسب**، فإنّ (المعادلة 9-3) هي تقريب جيّد لموادّ كثيرةٍ دارجة، والعلاقة هنا هي خطٌّ مستقيم . وبعد هذه النقطة، ينحرف الرسم عن هذا الخطّ، ولا توجد هناك علاقة بسيطة بين القوة F والاستطالة ΔL . ومع ذلك، إلى نقطةٍ تعرف **بحد المرونة**، أبعد من نهاية التناسب، وعلى امتداد المنحني، سوف يعود الجسم إلى طوله الأصلي إذا أزلنا القوة المؤثرة. وتعرف المنطقة من نقطة الأصل حتى حدّ المرونة بمنطقة المرونة. وإذا امتدّ الجسم أبعد من حدّ المرونة، فإنه سيدخل **منطقة البلاستيك**:أي أنّ الجسم لا يعود إلى طوله الأصليّ عند إزالة القوّة المؤثّرة فيه، بل يبقى مشوهًا بصورةٍ دائمة (مثل ورقة مطوية). إنّ أقصى استطالة يصلها الجسم هي عند نقطة الكسر. وتُسمّى أكبرُ قوّةٍ يمكن أن تؤثّر في الجسم من غير كسر **القوّة النهائية** للمادة (في الواقع هي القوّة لكلّ وحدة مسافة، كما ستناقش في البند 9-6).



الشكل 9 - 19 القوة المؤثرة مقابل الاستطالة لفلز نموذجي تحت الشّد.

* معامل يانغ

مقدار الاستطالة لجسمٍ ما، مثل القضيب المبيّن في (الشكل 9-18)، لا يعتمد على القوّة المؤثّرة فقط. بل أيضًا على نوع المادة المصنوع منها وعلى أبعاده. أي أنّ الثابت k في (المعادلة 9-3) يمكن كتابته بدلالة هذه العوامل.

* إنّ التعبير "قانون" المطبق على هذه العلاقة ليس مناسبا في الواقع، لإنه تقريب فقط، قبل كلّ شي. وكذلك لأنه يعود إلى مجموعة محدودة من الظواهر فقط. لذا، يفضل معظم الفيزيائيين الاحتفاظ بكلمة "قانون" لتلك العلاقات الأكثر عمقا ودقة، مثل قوانين نيوتن في الحركة أو قانون حفظ الطاقة.

الجدول 9-1 معاملات المرونة

المادة	معامل يانغ E (N/m²)	معامل القص G (N/m²)	معامل جرمي B (N/m²)
مواد صلبة			
حديد السكب	100×10^9	40×10^9	90×10^9
فولاذ	200×10^9	80×10^9	140×10^9
نحاس أصفر	100×10^9	35×10^9	80×10^9
ألمنيوم	70×10^9	25×10^9	70×10^9
أسمنت	20×10^9		
طوب	14×10^9		
رخام	50×10^9		70×10^9
غرانيت (صوان)	45×10^9		45×10^9
خشب (مواز للألياف)	10×10^9		
(عمودي على الألياف)	1×10^9		
نايلون	5×10^9		
عظم	15×10^9	80×10^9	
سوائل			
ماء			2.0×10^9
كحول (الإيثايل)			1.0×10^9
زئبق			2.5×10^9
غازات *			
هواء , H_2, He, Co_2			1.01×10^5

* عند ضغطٍ جوّيٍّ اعتيادي، ولا تغيّر في درجة الحرارة خلال العملية.

إذا قارنّا قضبانًا مصنوعةً من المادة نفسها، ولكن بأطوال مختلفة، ومساحات مقاطع مختلفة، فسنجد أنه للقوّة المؤثّرة نفسها مقدار مطّ (وهنا أيضًا نفرض أنّه صغير بالمقارنة بالطول الكلي) يتناسب طرديًّا مع الطول كلّما امتدّ أكثر للقوّة المؤثّرة نفسها، وكلّما كان أثخن امتدّ بصورةٍ أقلّ. هذه المشاهدات تجمع مع (المعادلة 9 - 3) لتنتج

$$\Delta L = \frac{1}{E}\frac{F}{A}L_0 \qquad (4 - 9)$$

حيث L_0 هو الطول الأصليّ للجسم، أمّا A فمساحة المقطع، في حين يشير ΔL إلى التغيّر في الطول بسبب القوّة المؤثّرة F. E هو ثابت تناسب** يُعرف **بمعامل المرونة** أو **معامل يانغ** الذي تعتمد قيمته على نوع المادة فقط. تعطى قيمة معامل يانغ لمواد مختلفة في (الجدول 9-1) (معامل القصّ والمعامل الجرمي في هذا الجدول سيُناقشان لاحقًا في هذا البند). وتعدّ (المعادلة 9-4) أكثر فائدة من (المعادلة 9-3) ؛ لأنّ E خاصّيّةٌ تعتمد على نوع المادة وليس على شكل الجسم وحجمه.

معامل يانغ

المثال 9-10 **الشد في سلك بيانو** سلك بيانو فولاذي طوله 1.60-m، وقطره 0.20 cm. ما مقدار الشّدّ في الوتر إذا امتد 0.25 cm عند تثبيته؟

النّهج: إذا افترضنا بأنّ قانون هوك قابل للتطبيق، فسنستعمله بصيغة (المعادلة 9-4) ونجد E للفولاذ من (الجدول 9-1).

الحلّ: نحلّ لإيجاد F باستخدام (المعادلة 9-4) ، ونلاحظ أنّ مساحة السلك هي $A = \pi r^2 = (3.14)(0.0010\,\text{m})^2 = 3.14 \times 10^{-6}\,\text{m}^2$. ثم

$$F = E\frac{\Delta L}{L_0}A = (2.0 \times 10^{11}\,\text{N/m}^2)\left(\frac{0.0025\,\text{m}}{1.60\,\text{m}}\right)(3.14 \times 10^{-6}\,\text{m}^2) = 980\,\text{N}$$

يجب أن يدعم الشّدّ الكبير في أوتار البيانو بإطار قوي.

** وبما أنّ E في المقام، فإنّ ثابت التناسب الفعلي $1/E$ مجرد اصطلاح. وعند إعادة كتابة (المعادلة 9 - 4) للحصول على (المعادلة 9 - 5) ستوجد E في البسط.

* الإجهاد والمطاوعة

دعنا نعود إلى الأجسام الصلبة. من (المعادلة 9 - 4)، نرى أنّ التغيّر في طول الجسم يتناسب طرديًّا مع حاصل ضرب طول الجسم L_0 في القوّة لكلّ وحدة مساحة F/A المؤثّرة فيه. وبصورةٍ عامةٍ، يمكن تعريف القوّة لكلّ وحدة مساحة بالإجهاد

تعريف الإجهاد.

$$\text{الإجهاد} = \frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}} = \frac{F}{A}$$

التي لها وحدات N/m^2 في النظام الدولي SI. كذلك تعرف **المطاوعة** على أنها النسبة بين التغيّر في الطول إلى الطول الأصلي:

تعريف المطاوعة

$$\text{المطاوعة} = \frac{\text{تغير في الطول}}{\text{الطول الأصلي}} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

وهي لا وحدات لها. إذن، فالمطاوعة هي التغيّر الكسريّ بطول الجسم، وهو مقياس لمدى تشوّه القضيب. الإجهاد يبذل على الجسم من مصدرٍ خارجي، أمّا المطاوعة فهي استجابة المادّة للإجهاد (المعادلة 9-4). ويمكن إعادة كتابتها بالصورة الآتية:

$$\frac{F}{A} = E\,\frac{\Delta L}{L_0} \qquad \textbf{(5-9)}$$

أو:

معامل يانغ

$$E = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{\text{ضغط}}{\text{ضغط}}$$

وهكذا نرى أنّ المطاوعة تتناسب طرديًّا مع الإجهاد في المنطقة الخطية (المرونة) من (الشكل 9-19).

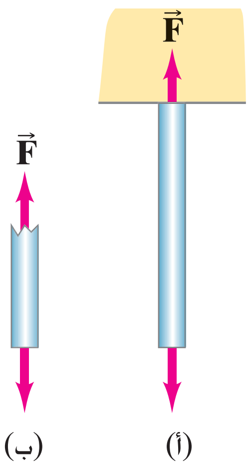
* الشّدّ، والانضغاط، وإجهاد القص

الشد والانضغاط

القضيب المبيّن في (الشكل 9 - 20أ) يُقال إنّه تحت **الشّدّ** أو **إجهاد الشدّ**. إنّ قوّة السحب للأسفل ليست فقط هي التي تؤثّر في القضيب عند نهايته السفلى، بل لأنّ القضيب في حالة اتزان، وأنّ الدعامة عند قمّة القضيب تبذل قوّةً مساوية* للأعلى، (الشكل 9 - 20أ). في الواقع، فإنّ إجهاد الشدّ هذا موجودٌ خلال المادة. افترض مثلًا النصف الأسفل لقضيبٍ معلّق كما هو في (الشكل 9-20ب)، هذا النصف الأسفل في حالة اتزان. لذلك، لا بدَّ من وجود قوّةٍ نحو الأعلى توازن القوّة نحو الأسفل. والسؤال هو: ما الذي يبذل هذه القوة للأعلى؟

الحل: لابدّ وأن يكون هذا هو الجزء الأعلى للقضيب. وهكذا نرى أنّ القوى الخارجية المبذولة على جسمٍ تولّد قوىً داخليّة، أو إجهادًا، خلال المادة ذاتها. (تذكر كذلك مناقشة الشدّ في الحبل صفحة 68).

إنّ المطاوعة أو التشويه بسبب إجهاد الشد هي نوعٌ واحدٌ من الإجهاد الذي تتعرّض له المواد. وهناك نوعان آخران شائعان من الإجهاد هما: الانضغاط والقصّ؛ **فالإجهاد الانضغاطي** هو بالضبط عكس الإجهاد الشدّي، فبدلًا من امتداد المادة فإنّها تنضغط؛ لأنّ القوى تؤثّر في الجسم نحو الداخل. إنّ الأعمدة التي تدعم وزنًا، مثل أعمدة المعبد الإغريقي (الشكل 9-21)، تخضع لإجهاد انضغاطي. (المعادلات 9-4 و 9-5) تنطبق تمامًا في الانضغاط والشدّ، والقيم للمعامل E هي نفسها عادة

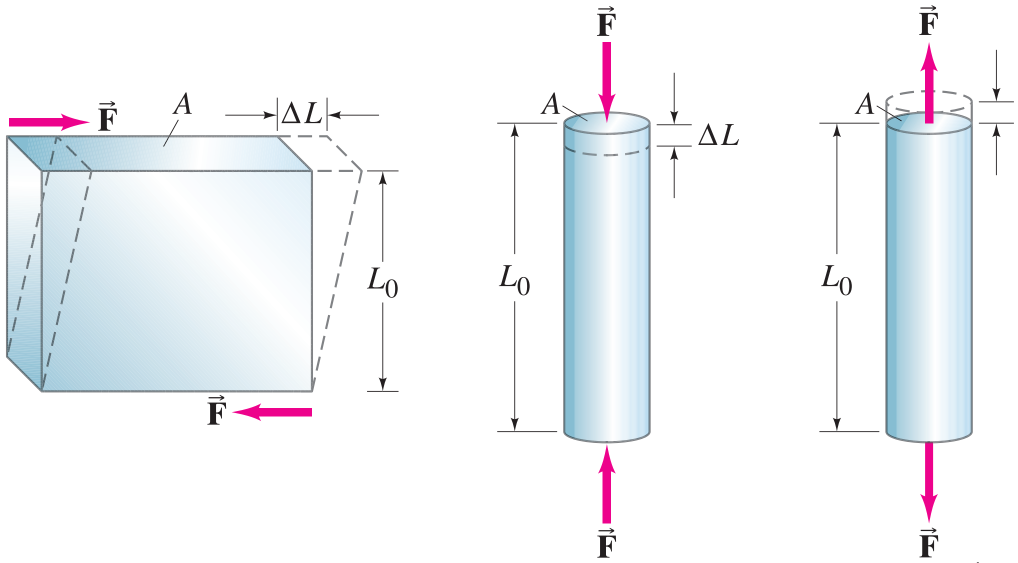


الشكل 9-20 اجهاد الشد موجود خلال المادة.

* إذا أهملنا وزن القضيب بالمقارنة مع F.

الشكل 9-21 هذا المعبد الإغريقي، في أغريغنتو، صقلية، بني قبل 2500 سنة، يبين بنية العمود والدعامة الأفقية. الأعمدة تقع تحت انضغاط.

الشكل 9-22 الكتاب السميك:
(أ) يُزاح أكثر من الكتاب الرّقيق.
(ب) تحت تأثير القوة نفسها.



(جـ) القصّ (ب) الانضغاط (أ) الشد

(الشكل 9-22) يقارن إجهاديَّ الشدّ والانضغاط بالإضافة إلى النوع الثالث، إجهاد القصّ. تؤثّر في الجسم قوتان متساويتان ومتعاكستان على وجهيه المتقابلين تحت تأثير **إجهاد القص**. مثال بسيط على ذلك، كتاب أو لبنة مثبتة إلى سطح طاولة، تُبذل عليها قوّةٌ موازية لسطحها، في حين تبذل الطاولة قوةً مساويةً ومعاكسةً على السطح الأسفل. وعلى الرغم من أنّ أبعاد الجسم لا تتغيّر بصورةٍ كبيرة، إلا أنّ شكله يتغيّر بصورةٍ واضحةٍ (الشكل 9-22جـ). ويمكن تطبيق معادلةٍ مشابهةٍ (للمعادلة 9-4) لحساب مطاوعة القصّ:

معامل القصّ

$$\Delta L = \frac{1}{G}\frac{F}{A}L_0 \qquad \textbf{(6-9)}$$

ولكن $\Delta L, L_0$ و A يجب إعادة تفسيرها كما يشير (الشكل 9-22ج). لاحظ أنّ A هي مساحة السطح الموازي للقوّة المؤثّرة (ليست عموديّةً على الشدّ والانضغاط)، وΔL عمودية على L_0. ويُسمّى ثابت التناسب G **معامل القصّ**، وهو يساوي نصفًا إلى ثلث قيمة معامل يانغ E عادة. (انظر الجدول 9-1). (الشكل 9-23) يوضح لماذا $\Delta L \propto L_0$: الكتاب الأكثر سمكًا ينزاح أكثر تحت تأثير القوّة الماسية نفسها.

الشكل 9-23 الكتاب السميك:
(أ) يُزاح أكثر من الكتاب الرّقيق.
(ب) تحت تأثير القوة نفسها.

(ب) (أ)

*** تغير الحجم – معامل الجرم. (المعامل الجرمي)**

إذا تعرّض الجسم من الجهات جميعها لقوًى نحو الداخل، فإنّ حجمه سيقلّ. وهناك وضعٌ شائعٌ هو الجسم المغمور في مائع، في هذه الحالة، يبذل المائع ضغطًا على الجسم من الاتجاهات جميعها: أي أنّه مكافئٌ للإجهاد. لمثل هذا الوضع، يتناسب التغير في الحجم ΔV طرديًا مع الحجم الأصلي V_0 ومع التغيّر في الضغط، ΔP، وهكذا نحصل على علاقةٍ لها صيغة (المعادلة 9-4)نفسها، ولكن بثابت تناسب يُسمّى **معادل الجرم** B:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{1}{B}\Delta P \qquad \textbf{(7-9)}$$

تعريف معادل الجرم

أو

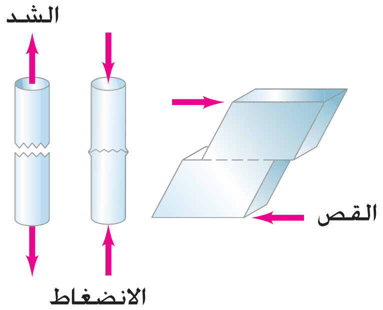
$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_0}$$

تعني إشارة السالب أنّ الحجم يقلّ مع زيادة الضغط.

يبين (الجدول 9-1) قيم معامل الجرم. ولأنّ السوائل والغازات ليس لها شكلٌ محدّد، فإنّ معامل الجرم ينطبق عليهما فقط (ليس معامل يانغ أو القصّ).

* 6-9 الكسر (التمزّق)

إذا كان الإجهاد على جسمٍ صلبٍ كبيرًا جدًا، فإنّ الجسم يتكسّر (الشكل 9-24). ويبين (الجدول 9-2) تدرّجَ القيم القصوى للشد، والانضغاط، والقصّ لموادَّ مختلفة. هذه القيم تعطي القوّة العظمى لكلّ وحدة مساحة، أو إجهادٍ يستطيع الجسم تحمّلها تحت كلٍّ من الأنواع الثلاثة للإجهاد للموادّ المختلفة. ولكنّها قيم تمثيليّة على أيّ حال: لأنّ القيم الحقيقيّة لأيّ عيّنةٍ قد تختلف بصورةٍ واضحة. لذا، يجب المحافظة على معامل سلامةٍ من 3 إلى 10 أو أكثر ربّما: أي أنّ الإجهادات الحقيقيّة يجب ألّا تزيد على ثلث أو عشر القيم المعطاة في الجدول. ربما تصادف قوائم لـ "الإجهادات المسموحة" تتضمّن معاملات السلامة الملائمة.



الشكل 9-24 الكسر الناتج من أنواع الإجهاد الثلاثة.

الجدول 9-2 الشدة القصوى للمواد (قوة/ مساحة)

المادة	مقاومة الشّد (N/m^2)	مقاومة الانضغاط (N/m^2)	مقاومة القصّ (N/m^2)
حديد السكب	170×10^6	550×10^6	170×10^6
فولاذ	500×10^6	500×10^6	250×10^6
نحاس أصفر	250×10^6	250×10^6	200×10^6
ألمنيوم	200×10^6	200×10^6	2×10^6
أسمنت	2×10^6	20×10^6	
طوب		35×10^6	
رخام		80×10^6	
صوان		170×10^6	
خشب (موازٍ للألياف)	40×10^6	35×10^6	5×10^6
(عمودي على الألياف)		10×10^6	
نايلون	500×10^6		
عظم	130×10^6	170×10^6	

المثال 9-11 تمزّق سلك البيانو

سلك البيانو الفولاذي، الذي سبق مناقشته في (المثال 9-10) كان طوله 1.60 m وقطره 0.20 cm. ما قوّة الشّدّ اللازمة لكسره؟

النّهج: نضع إجهاد الشدّ F/A مساويًا لمقاومة الشدّ للفولاذ المعطاة في (الجدول 9-2).

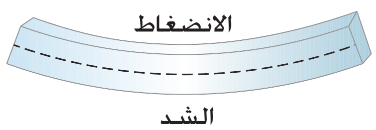
الحلّ: مساحة مقطع السلك هي $A = \pi r^2$، حيث $r = 0.10\,\text{cm} = 1.0 \times 10^{-3}\,\text{m}$. ثم

$$\frac{F}{A} = 500 \times 10^6\,\text{N/m}^2$$

لذا، سينكسر السلك إذا زادت القوّة على

$$F = (500 \times 10^6\,\text{N/m}^2)(\pi)(1.0 \times 10^{-3}\,\text{m})^2 = 1600\,\text{N}$$

الشكل 9-25 تتدلى الدعامة ولو قليلا (لكنها هنا مبالغ فيها) تحت تأثير وزنها. ولذلك يتغير شكلها: الحافة العليا تنضغط، أما الحافة السفلى فتتمدد. كذلك يتكون إجهاد قصّ في الدعامة.



كما يمكن ملاحظته في (الجدول 9-2)، الأسمنت (مثل الحجارة والطوب) قويٌّ تحت الانضغاط، ولكنّه ضعيفٌ جدًا تحت التوتر. لذلك يمكن استخدامه في بناءالأعمدة الرأسيّة تحت الانضغاط، ولكنّها ليست ذات قيمةٍ كدعامةٍ أفقيّة: لأنّها لا تستطيع مقاومة قوى التوتر الناجمة من التدلّي المحتوم للحافة السفلى للدعامة (انظر الشكل 9-25).

الشكل 9-26 يصب الأسمنت حول قضبان الفولاذ لعمل خط سير سريع.

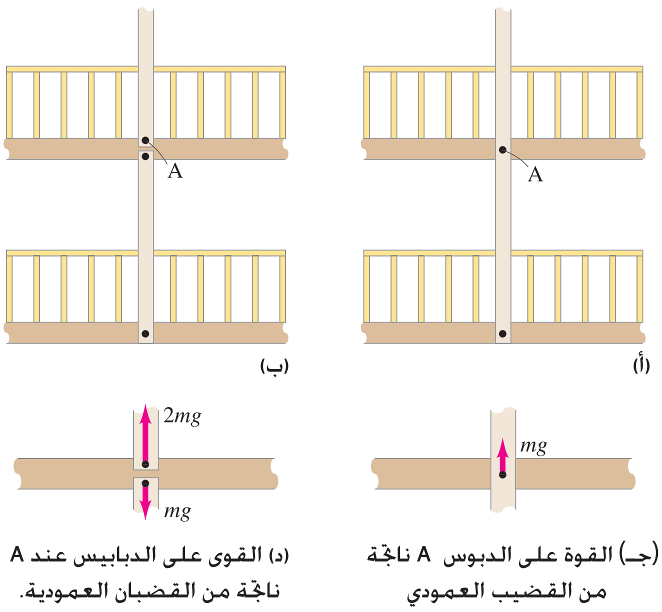
تطبيق الفيزياء
أسمنت مقوى وأسمنت مشدود مسبقا

الأسمنت المقوّى، وفيه تُغرس قضبان الحديد، (الشكل 9-26)، وتكون أقوى كثيرًا. أمّا الأسمنت على الحافّة السفلى لدعامةٍ أفقيّةٍ فإنّه يميل إلى التشقّق؛ لأنّه ضعيفٌ تحت التوتر. تحلّ هذه المشكلة بالأسمنت المشدود مسبقًا، والذي يحتوي أيضًا على قضبان حديد أو شبكة أسلاك. ولكن عند صبّ الأسمنت، يحافظ على القضبان أو الشبكة بأن تكون تحت التوتر. وبعد جفاف الأسمنت يُزال التوتّر عن القضبان، وهكذا يصبح الأسمنت تحت الانضغاط. ويحدّد مقدار إجهاد الانضغاط مسبقًا بحيث عند تأثير الأحمال على الدعامة، تقلّل الانضغاط على الحافّة السفلى، ولكن لا يخضع الأسمنت للتوتّر أبدًا.

تطبيق الفيزياء
بديل مأساوي

مثال مفاهيمي 9-12

بديل مأساوي. ممرّان للمشاة، أحدهما فوق الآخر، معلقان بواسطة قضبان مثبتة في سقف ردهة فندق عالية، (الشكل 9-27أ). يتطلب التصميم الأول قضبانًا أحادية طولها 14 m، ولكن وجد أنّ هذه القضبان الطويلة غير عمليّة؛ لذا فقد تقرّر استعمال قضيبين قصيرين بدلًا من كلّ قضيب طويل، كما هو مبين في (الشكل 9 - 27ب). جد القوّة المحصّلة المبذولة من القضيبين على الوتد الحامل A (بفرض أنها كلّها لها الحجم نفسه) لكلٍّ من التصميمين. افرض أنّ كلّ قضيبٍ عموديّ يحمل كتلة m من كلّ جسر.



الشكل 9-27 (المسألة 9-12).

الإجابة: يبذل القضيبُ المنفرد الطويل العمودي في (الشكل 9-27أ) قوّةً نحو الأعلى تساوي mg على الوتد A لدعم الكتلة m من الجسر العلوي، لماذا؟ لأنّ الوتد في حالة اتزان، ولأنّ القوّة الأخرى الموازنة هي mg نحو الأسفل المؤثّرة في الوتد من الجسم العلوي (الشكل 9-27ج). ولهذا، فإنّ هناك إجهاد قصٍّ على الوتد؛ لأنّ القضيب يسحب إلى الأعلى على إحدى نهايتي الوتد، والجسر يسحب إلى الأسفل على النهاية الثانية. الوضع عندما يحمل قضبان الجسر (الشكل 9-27ب) مبيّن في (الشكل 9-27 د)، وفيه الوصلتان مع الجسر العلوي فقط مبيّنتان. القضيب السفلي ينتج قوّة mg للأسفل على الوتد السفلي لأنّه يحمل الجسر السفلي. أمّا القضيب العلوي فيبذل قوّة $2mg$ على الوتد العلوي (A) لأنّه يحمل كلا الجسرين . وهكذا نرى أنّ البنّائين عند استبدال قضيبين قصيرين بدلًا من قضيب طويل ضاعفوا الإجهاد على الوتد A. إنّ ما بدا للوهلة الأولى أنّه مجرّد استبدالٍ بسيط، قد أدّى في الحقيقة إلى انهيارٍ مأساوي أودى بحياة أكثر من 100 شخصٍ في عام 1981 (انظر الشكل 9-1). وهكذا، فإنّ وجود شعورٍ فيزيائي، وقدرةٍ على عمل حسابات بسيطة مبنيّة على الفيزياء، قد يكون له أثرٌ إيجابيٌّ كبيرٌ في حياة الناس.

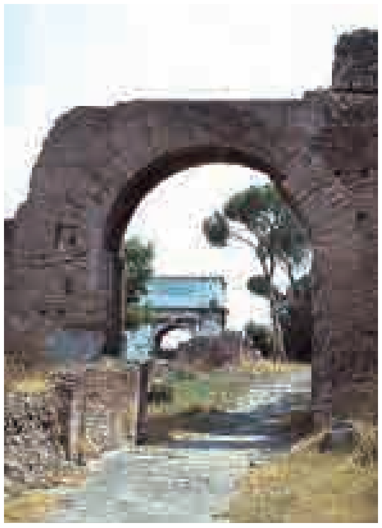
* 9-7 تجسير الفراغ؛ القناطر والقباب

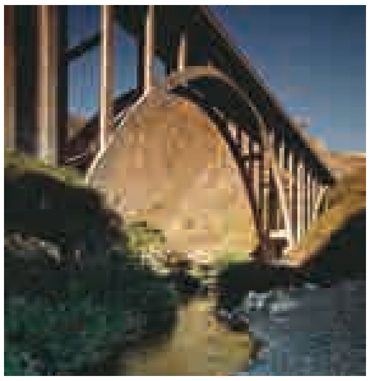
هناك الكثير من المناطق التي تتطابق فيها الفنون والإنسانيّات مع العلوم، وهذا أوضح ما يكون في فنّ العمارة؛ حيث يجب فهم القوى في المواد التي تشكّل البنية المعمارية لتجنّب الانهيارات. كثيرٌ من الجوانب التي تنال إعجابنا في المعمار القديم لم تدخل لأغراض المظهر والديكور، ولكن لأسباب تقنية. أحد الأمثلة على هذا هو تطوير الأساليب بجسر الفراغ، من الأعمدة البسيطة إلى القناطر والقباب.

تطبيق الفيزياء
العمارة: الدعامات الأفقية، والقناطر، والقباب.

تعدّ بنية العمود والدعامة الأفقيّة أول اختراعٍ معماريٍّ مهمٍّ (العمود وعتبة الباب العليا)؛ حيث يحمل عمودان رأسيان دعامةً أفقيّة. قبل إدخال الفولاذ في القرن التاسع عشر، كان طول الدعامة الأفقية محدودًا؛ لأنّ الحجر والطوب كانا أقوى مواد البناء. ولذلك، كان عرض الجسر محدودًا بحجم الحجارة المتوافرة. وبالأهمية نفسها، فإنّ الحجر والطوب، رغم أنّهما قويّان تحت الانضغاط، لكنّهما ضعيفان جدًّا تحت التوتّر والقصّ؛ أنواع الإجهاد كلّها موجودةٌ في الأعمدة الأفقيّة (انظر الشكل 9-25). إنّ أصغر بعدٍ يمكن جسره باستعمال الحجارة يبدو واضحًا في الأعمدة المتقاربة للمعابد الإغريقيّة الكبيرة (الشكل 9-21).

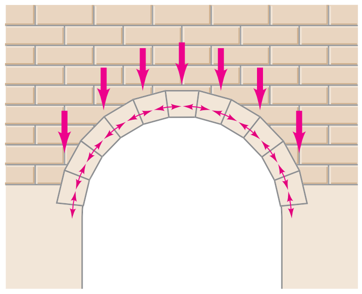
ويعدّ إدخالُ **القوس** (القنطرة) نصف الدائريّ على يد الرومان (الشكل 9-28)، بغضّ النظر عن مظهره الجمالي ابتكارًا هندسيًّا رائعًا.


(أ)


(ب)

الشكل 9-28
(أ) أقواس عمرها 2000 سنة في روما. القوس في الخلفية هو قوس تيطوس.
(ب) جسر حديث يستخدم كجسر علوي فوق صدع في ساحل كاليفورنيا.

إنّ فائدة الجسر (القنطرة) "الحقيقي" (نصف الدائري) أنّه إذا كان مصمّمًا بصورةٍ جيّدة، فإنّ حجارته ذات الشكل الإسفيني تولّد إجهادًا انضغاطيًّا (الشكل 9-29) حتى عندما يدعم حملًا كبيرًا، مثل جدار كاتدرائية وسقفها. ويستطيع جسر مقوّس مكوّن من حجارةٍ ذات شكل جيّد أن يجسر فراغًا عريضًا. وعلى أيّ حال، فإنّ عمل أكتاف على الجوانب يدعم المركبات الأفقيّة للقوى، وهذا ما سنناقشه بإيجاز. دخل الجسر (القنطرة) المحدّب الاستعمال في عام 1100 ميلادية تقريبًا، وأصبح علامةً بارزةً في الكاتدرائيات القوطية، وكان ابتكارًا هندسيًّا مهمًّا، وقد استعمل في البداية لدعم الأحمال الثقيلة كبرج الكاتدرائية والقنطرة المركزية. ونظرًا إلى ميل الجسر المحدّب، فإنّ القوى الناجمة من الحمل تكون قريبةً من العمودية، وهذا يتطلّب دعمًا أقلّ على الأكتاف، كما قلّل الجسر المحدّب الحمل على الجدارن، مما زوّد المبنى بفتحاتٍ أكبر وإضاءةٍ أفضل. إنّ دعم الأكتاف الأقلّ أمكن توفيره بواسطة عمل أكتافٍ فارغة (الشكل 9-30).



الشكل 9-29 تكون الحجارة في جسر دائري (حقيقي) تحت الانضغاط غالبا.

لقد تحقّق الابتكار الهندسيّ للجسر المحدّب بالتجربة والبديهة، وليس من خلال الحسابات، وظلّ هكذا حتى وقتٍ متأخّر عندما أدخلت الحسابات الدقيقة كالتي في بداية هذا الفصل. إنّ عمل تحليلٍ دقيق لحجر جسر يُعدّ عملًا صعبًا في الواقع. ولكن إذا أعددنا فرضيات للتبسيط، فيمكن عندها أن نبين لماذا تكون المركبة الأفقيّة للقوّة عند القاعدة أقلّ في حالة الجسر المحدّب عنه في الجسر نصف الدائري. يبين (الشكل 9-31) جسرًا دائريًّا وآخر محدّبا، بعرض 8.0-m لكلٍّ منهما. وهكذا يكون الارتفاع الدائري 4.0 m، أمّا المحدّب فيكون أكبر، وتمّ اختياره ليكون 8.0 m. ويحمل كلّ جسرٍ وزنًا مقداره $12.0 \times 10^4\,\mathrm{N}\ (\approx 12{,}000\,\mathrm{kg} \times g)$، وقد قسمناه إلى جزأين (كل واحد $6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}$) يؤثّر في أحد نصفي الجسر، كما هو مبيّن. ولكي يكون الجسر متّزنًا، فإنّ كلّ دعامةٍ يجب أن تبذل قوّةً نحو الأعلى تساوي $6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}$. وكلّ دعامةٍ يجب أن تبذل قوّةً أفقيّة F_H عند القاعدة أيضًا، وهذه هي القوّة المراد حسابها. ونركّز اهتمامنا هنا على الجزء الأيمن فقط لكلّ جسر. ونساوي بالصفر العزم الكلّي حول قمّة الجسر بسبب القوى المؤثّرة في هذا النصف من الجسر، كما كان هناك وزنٌ معلّقٌ عند القمة. للجسر الدائري، معادلة العزم $(\Sigma\tau = 0)$ وهي

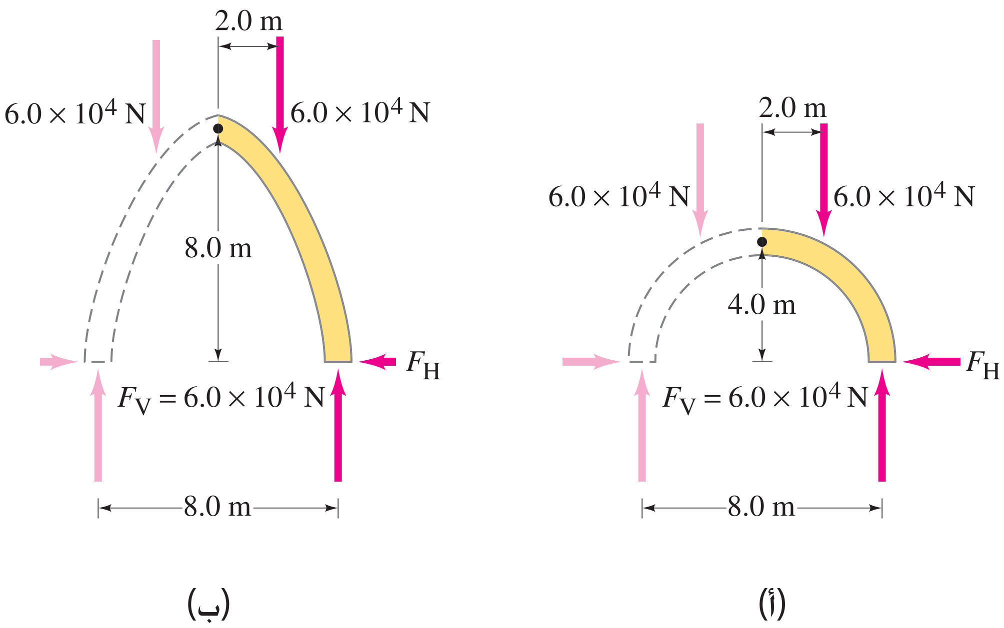
الشكل 9-30 أكتاف هوائية (طيارة) (في كاتدرائية نوتردام، في باريس).

$$(4.0\,\mathrm{m})(6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}) - (2.0\,\mathrm{m})(6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}) - (4.0\,\mathrm{m})(F_H) = 0$$

وهكذا $F_H = 3.0 \times 10^4\,\mathrm{N}$ للجسر الدائري. أما معادلة عزم الجسر المحدب فهي

$$(4.0\,\mathrm{m})(6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}) - (2.0\,\mathrm{m})(6.0 \times 10^4\,\mathrm{N}) - (8.0\,\mathrm{m})(F_H) = 0$$

وعند الحلّ، نجد أنّ $F_H = 1.5 \times 10^4\,\mathrm{N}$. إنّ نصف القوّة اللازمة في الجسر الدائري من هذه الحسابات فقط هي التي تبيّن أنّ دعامة الأكتاف اللازمة في الجسر المحدّب أقلّ من تلك اللازمة في الجسر الدائري؛ لأنّ الجسر المحدّب أعلى، ولذلك فإنّ ذراع هذه القوّة تكون أكبر. وفي الحقيقة، كلّما كان الجسر أكثر انحدارًا كانت القوّة الأفقيّة أقلّ، ومن ثَمّ كانت القوة عند قاعدة الجسر أقرب إلى العمودية.



الشكل 9-31 القوى في (أ) جسر دائريّ مقارنة بـ (ب) جسر محدّب.

في الوقت الذي يمتّد الجسر في فراغ ثنائيّ الأبعاد، فإنّ **القبّة**- وهي في الأساس جسرٌ تدور حول محورٍ عمودي- تمتدّ في فضاءٍ ثلاثي الأبعاد. لقد بنى الرومان أول القباب الكبيرة ذات الشكل نصف الكروي. ولا زال بعضها قائمًا حتى الآن مثل البانثيون في روما (الشكل 9-32) الذي بُني قبل 2000 عام.

وبعد أربعة عشر قرنًا، بُنيت كاتدرائيةٌ جديدةٌ في فلورنسا. وكان عليها أن يكون قطر قبّتها 43 m لتنافس البانثيون، الذي كان بناؤه لغزًا. كانت القبّة الجديدة تستند على أسطوانة من غير دعاماتٍ خارجيّة. صمم فيليبو برونيللش (1377-1446) قبّةً محدّبة (الشكل 9-33)؛ حيث إنّ القبّة المحدّبة مثل القنطرة المحدّبة، تؤثّر بضغطٍ جانبيٍّ أقلّ في القاعدة. والقبّة كالقنطرة غير مستقرّة قبل وضع حجارتها كلّها في أماكنها، ولدعم قبابٍ صغيرةٍ في أثناء البناء؛ فقد استعملت الهياكل الخشبيّة. ولكن لم يجدوا أشجارًا كبيرةً وقويّة لتمتدّ على طول 43-m. لذا، قرّر برونيللش محاولة بناء القبّة بطبقاتٍ أفقيّة، كلّ واحدةٍ مرتبطةٌ بسابقتها، تثبت في مكانها، حتى تمّ وضع الحجر الأخير في الدائرة في مكانه. وقد استطاعت كلّ دائرةٍ مغلقة دعم الدائرة التي تليها بسبب قوتها؛ إنّها خطوةٌ رائعة. ولكن تمّ بناء قبابٍ أكبر في القرن العشرين فقط، أكبرها كانت القبة العملاقة في نيواورليانز، التي اكتمل بناؤها في عام 1975.

الشكل 9-32 داخل البانثيون في روما. بني في القرن الميلادي الأول. يبين الرسم القبة الكبيرة وفتحتها المركزية للضوء، قام برسم الصورة بانيني في عام 1740، الصور التي تم التقاطها لا تظهر عظمة القبة كما يظهرها هذا الرسم.

الشكل 9-33 خط الأفق لفلورنسا، يبين قبة برونيللش على الكاتدرائية.

المثال 9-13 **قبة حديثة.**

كتلة قبّةِ القصر الصغير للرياضة في روما (الشكل 9-34أ) $1.2 \times 10^6\,\text{kg}$ محمولةٌ بواسطة 36 كتفًا مائلةً بزاوية $38°$ بحيث تتصل بسلاسة مع القبّة. احسب مركبتي القوّة F_H، و F_V التي تبذلها كلّ كتف على القبّة بحيث تعمل القوّة في انضغاطٍ مجرّد؛ أي زاوية $38°$ (الشكل 9-34 ب).

النّهج . يمكن أن نجد المركبة العموديّة F_V لقوّة كلّ كتف؛ حيث تساوي $\frac{1}{36}$ من وزن القبّة. ونجد F_H إذا عرفنا أنّ الكتف تحتاج إلى أن تكون في حالة انضغاط. لذا، $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_V + \vec{\mathbf{F}}_H$ تؤثر عند زاوية $38°$.

الحلّ: الحمل العمودي على كلّ كتف يساوي $\frac{1}{36}$ من الوزن الكلي.

$$F_V = \frac{mg}{36} = \frac{(1.2 \times 10^6\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2)}{36} = 330{,}000\,\text{N}$$

أي يجب أن تؤثّر القوّة بزاوية $38°$ عند قاعدة القبّة لكي تكون انضغاطيّةً مجردة.

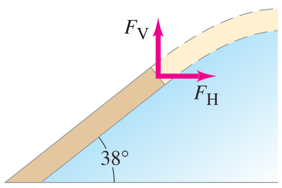
$$\tan 38° = \frac{F_V}{F_H};$$

$$F_H = \frac{F_V}{\tan 38°} = \frac{330{,}000\,\text{N}}{\tan 38°} = 420{,}000\,\text{N}$$

ملحوظة: لكي تولّد كلّ كتفٍ قوّةً أفقيّةً مقدارها $420{,}000\,\text{N}$ لا بّد من وجود حلقةٍ من الأسمنت المشدود مسبقًا تحيط بالقاعدة تحت الأرض (انظر المسألة 56 والشكل 9-70).

الشكل 9-34 (المثال 9 - 13).
(أ)بنيت قبة قصر الرياضة الصغير في روما، للألعاب الأولمبية عام 1960.
(ب)مركبتا القوة التي تولدها كلّ كتف على القبة.

(أ)



(ب)

ملخص

يُقال للجسم في حالة السكون إنّه في **الاتزان**. يشير **الإستاتيكا** إلى تحديد القوى ضمن بنية ساكنة. الشرطان الضروريّان لأن يكون الجسم في حالة اتزان هما: (1) يجب أن يساوي الجمع الاتجاهي للقوى المؤثّرة فيه كلّها صفرًا. (2) يجب أن يساوي مجموع العزوم كلّها (حول محور اختياري) صفرًا:

$$\Sigma F_x = 0,\qquad \Sigma F_y = 0,\qquad \Sigma \tau = 0 \qquad \textbf{(9-1، 9-2)}$$

من المهمّ عند حلّ مسائل الإستاتيكا، تطبيق شروط الاتزان على جسمٍ واحد فقط كلّ مرة.

[* يُقال للجسم المتزن إنّه: (أ) **مستقر**. أو (ب) **غير مستقر**. أو (جـ) **في اتزان متعادل**. ويعتمد ذلك على أنّ الإزاحة الصغيرة تؤدّي إلى (أ) العودة إلى المكان الأصلي، (ب) الحركة بعيدةً عن الموضع الجديد. إذا كان الجسم في اتزان مستقر، فيُقال له بأنّه **متوازن**].

[*ينطبق **قانون هوك** على مواد مرنةٍ كثيرة، وينصّ على أنّ (التغيّر في طول الجسم يتناسب طرديًا مع القوّة المؤثّرة):

$$F = k\,\Delta L \qquad \textbf{(9-3)}$$

إذا كانت القوّة كبيرة ، فإنّ الجسم سوف يتجاوز **حدَّ مرونته**، وهذا يعني أنّه لن يعود إلى شكله الأصليّ عند إزالة القوّة المؤثّرة. وإذا زادت القوّة أكثر، فإنّه يتجاوز **متانته القصوى** وينكسر. تُسمّى القوّةُ لكلّ وحدة مساحة مؤثّرة في الجسم **الإجهادَ**، أما التغيّرُ النسبيُّ الناتج في طول الجسم فيُدعى **المطاوعة**. يكون الإجهاد ضمن الجسم، وينقسم إلى أنواع ثلاثة هي: **انضغاط**، أو **توتر**، أو **قصّ**. تُسمّى النسبةُ بين الإجهاد والمطاوعةِ **معاملَ المرونة** للمادة. ينطبق **معامل يانغ** على الانضغاط والتوتّر، و**معامل القصّ** على القصّ، في حين ينطبق **معامل الجرم** على الجسم الذي يتغيّر حجمه نتيجة الضغط عليه من الجوانب جميعها. هذه المعاملات كلّها ثابتة للمادة الواحدة عندما يتغيّر شكلها ضمن حدود المرونة.

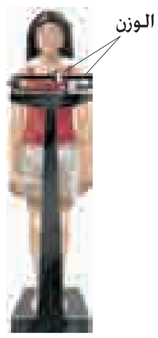
أسئلة

1. صف عدّة مواقف لا يكون فيها الجسم متّزنًا رغم أنّ محصلة القوى عليه تساوي صفرًا.

2. الشخص الذي يقفز على الشبكة، يسكن لحظيًا عند قاعدة القفزة قُبيل أن ينطلق ثانيةً نحو الأعلى. عند هذه اللحظة، هل هذا الشخص في اتزان؟ فسّر ذلك.

3. يمكنك أن تجد مركز الجاذبية لمسطرةٍ متريّةٍ بجعلها تستقرّ أفقيًا على إصبعيك، ثم ببطءٍ تقرب إصبعيك لضمهما معًا. في البداية تنزلق المسطرة على أحد الإصبعين ثم على الآخر، ولكن أخيرًا ينطبق الإصبعان عند مركز الجاذبيّة CG. كيف يتمّ ذلك؟

4. الميزان عند طبيبك له أذرعٌ لتسجيل وزنك، (الشكل 9-35) . وهذه الأوزان أقلّ من وزنك. كيف يتمّ ذلك؟



الشكل 9-35 (السؤال 4)

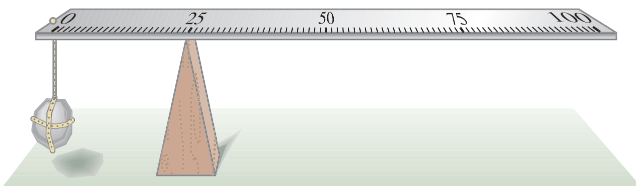
5. يبين (الشكل 9-36أ) جدارًا استناديًا للتربة. تولّد الأرض، خاصّةً إذا كانت رطبةً قوّة واضحة F على الجدار. (أ) ما القوّة المسبّبة للعزم التي تحافظ على الجدار رأسيًا؟ (ب) فسّر لماذا يكون الجدار في (الشكل 9-36ب)أقلّ عرضةً للانقلاب من ذلك في (الشكل 9-36أ)؟

(أ) **الشكل 9-36** (السؤال 5) (ب)

6. فسّر، لماذا عند لمس إصبع رجلك عندما تكون جالسًا على الأرض وساقك ممدودةً يولد إجهاد أقل على قاعدة العمود الفقريّ ممّا لو كنت واقفًا؟ استعمل رسمًا تخطيطيًا.

7. يستند سلّم إلى حائطٍ بحيث يصنع زاوية 60° مع الأرض. متى يكون أقرب للانزلاق: عندما يقف شخصٌ على السلم قريبًا من القمّة أم القاعدة؟ فسّر.

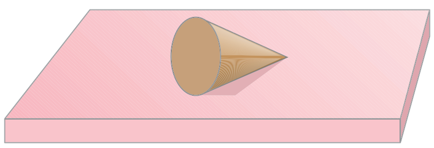
8. مسطرةٌ متريّةٌ مدعومةٌ عند علامة 25-cm ومتّزنةٌ عند وضع حجر كتلته 1-kg عند العلامة 0-cm، (كما يبين الشكل 9-37). هل كتلة المسطرة أكبر من كتلة الحجر، أم تساويها، أم أصغر منها ؟ فسّر الحل.



الشكل 9-37 (السؤال 8)

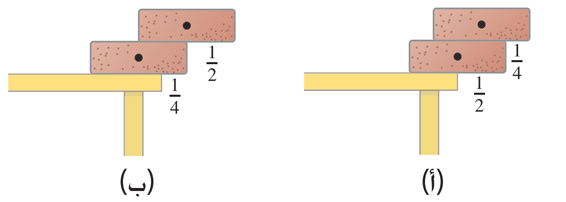
9. هل يمكن أن يكون مجموع العزوم على جسمٍ يساوي صفرًا، في حين لا تساوي محصّلة القوى صفرًا؟ فسّر.

10. يبين (الشكل 9-38) مخروطًا. فسّر كيف يمكن وضعه على طاولةٍ مستويةٍ بحيث يكون: (أ) في اتزان مستقر. (ب) في اتزان غير مستقر. (جـ) في اتزان متعادل.



الشكل 9-38 (السؤال 10)

11. أيّ الوضعين في (الشكل 9-39) أكثر احتمالا لاتزان الطوبة (أ) أم (ب)؟ ولماذا؟



الشكل 9-39 (سؤال 11) . تبين النقاط مركز الجاذبية لكلّ طوبة الكسران $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ يشيران إلى الجزء (القسم) من الطوبة المعلق خارج حافة الاستناد.

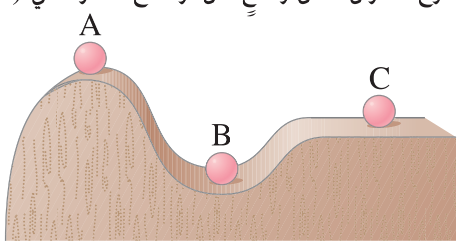
12. لماذا تميل نحو الخلف عندما تحمل ثقلا بين يديك؟

13. قف مواجهًا حافّة بابٍ مفتوح. ضع قدميك منفرجتين عند الباب، وأنفك وبطنك ملامسان؟

14. لماذا لا يمكنك الجلوس باستقامةٍ على الكرسي ورفع قدميك دون أن تنحني أولاً للأمام؟

15. لماذا يكون جلوسك أصعب بعد أن يكون جسمك ممدًا إذا كانت ركبتاك مثنيتين ممّا لو كانت ساقاك ممدودتين؟

16. سمِّ نوع الاتزان لكلّ وضعٍ من أوضاع الكرة في (الشكل 9-40).



الشكل 9-40 السؤال 16.

* **17.** هل معامل يانغ لحبل شبكة القفز أقلّ من ذلك للحبل العادي أم أكثر؟

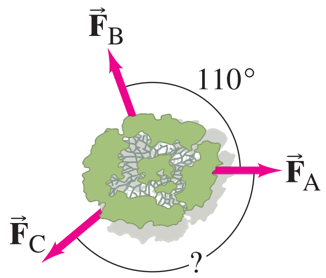
* **18.** تفحّص كيف يقطع المقصّ الورق المقوّى. هل التسمية "قصّ" مناسبة؟ فسّر ذلك.

* **19.** المواد تحت التوتّر والقصّ. هل يكون من الحكمة استخدام مثل هذه المواد في دعائم الرافعة، (الشكل 9-9)؟ إذا كان كذلك، فأيّها ستستخدم؟ فسّر.

مسائل

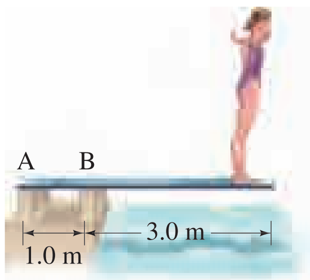
(9-1) و (9-2) الاتزان

1. (I) تؤثّر ثلاث قوىً في شجيرةٍ لتوازنها، كما يبين (الشكل 9-41). إذا كانت $\vec{F}_A = 310\,N$ و $\vec{F}_B = 425\,N$، فما مقدار $\vec{F}_C$ واتجاهها.



الشكل 9-41 (المسألة 1)

2. (I) احسب العزم حول الدعامة (B) لمنصّة الغوص، (الشكل 9-42)، والمبذول من شخصٍ كتلته 58 kg على بعد 3.0 m من الدعامة.



الشكل 9-42 المسائل 2، 4، 6

3. (I) احسب الكتلة m اللازمة لحمل الساق المبيّنة في (الشكل9-43). افرض أنّ كتلة الساق 15.0 kg، ومركز جاذبيّتها على بعد 35.0 cm من مفصل الحوض؛ المعلاق يبعد 80.5 cm عن مفصل الورك.

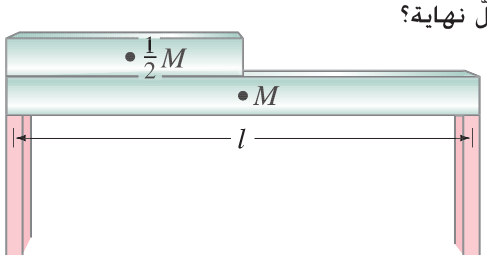
الشكل 9-43 (المسألة 3)

4. (I) إذا أرادت سبّاحةٌ كتلتها 58-kg بذل عزم مقداره 1100 m·N على لوحة الغطس حول النقطة (A)، فكم ستبعد نحو الخارج على اللوحة؟ (الشكل 9-42)

5. (II) حبلان يحملان ثريّا بالطريقة المبيّنة في (الشكل 9-4) ما عدا أنّ الحبل العلويّ يصنع زاوية 45° مع السقف. إذا كان الحبلان يتحمّلان قوّةً 1550 N قبل أن ينكسرا، فما أكبر وزنٍ للثريّا يمكن حمله؟

6. (II) احسب القوتين F_A و F_B اللتين تبذلهما الدعامتان A، B على منصّة الغوص، في (الشكل 9-42)عندما يقف شخصٌ كتلته 58 kg عند نهايتها. (أ) اهمل وزن المنصّة. (ب) خذ بالحسبان كتلة المنصّة 35 kg. افرض أنّ مركز جاذبيّة المنصّة في منتصفها.

7. (II) دعامةٌ أفقيّة فولاذيّة منتظمةٌ كتلتها 940 kg. يستند إليها نصف دعامةٍ أخرى مماثلة، (الشكل 9-44). ما قوّة الحمل العموديّة على كلّ نهاية؟



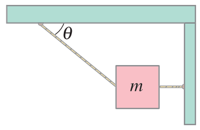
الشكل 9-44 **الشكل 9-41** (المسألة 7) .

8. (II) دعامةٌ أفقيّة كتلتها 140-kg مدعومةٌ عند كلٍّ من نهايتيها. بيانو كتلته 320-kg يستند عند ربع الدعامة من إحدى نهايتيها. ما القوة العموديّة عند كلّ من الدعامتين؟

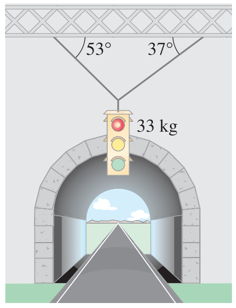
9. (II) يجلس رجلٌ كتلته 75-kg عند نهاية لوحةٍ طولها 9.0-m. ويجلس ابنه وكتلته 25-kg عند النهاية الثانية لها. (أ) أين يجب أن تكون نقطة الارتكاز لتوازن اللوحة؟ اهمل كتلة اللوحة. (ب) جد نقطة الارتكاز إذا كانت كتلة اللوحة 15 kg.

10. (II) احسب القوتين F_A و F_B المؤثرتين في الرافعة المنتظمة المبينة في (الشكل 9-9)، كتلة الرافعة 1200 kg.

.11 (II) جِدِ الشّدّ في كلٍّ من الحبلين في (الشكل 9-45). اهمل كتلة الحبلين، وافرض أنّ الزاوية $\theta = 30^\circ$، والكتلة $m = 170$ kg.



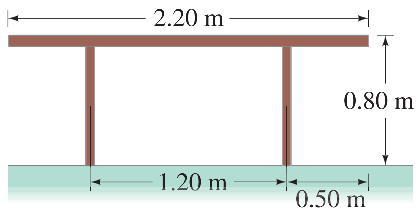
الشكل 9-45 (المسألة 11)



.12 (II) جِدِ الشّدّ في السلكين الحاملين للإشارة الضوئيّة المبيّنة في (الشكل 9-46)

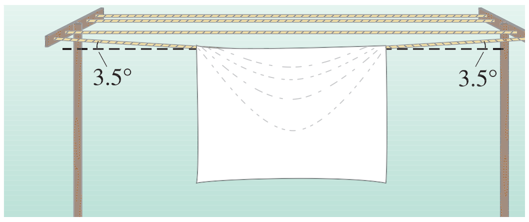
الشكل 9-46 (المسألة 12) .

.13 (II) ما المسافة المناسبة لجلوس شخصٍ كتلته 66.0-kg على حافّة طاولةٍ كتلتها 20.0-kg مبيّنةٌ في (الشكل 9-47) ، دون أن تقلب؟



الشكل 9-47 (المسألة 13) .

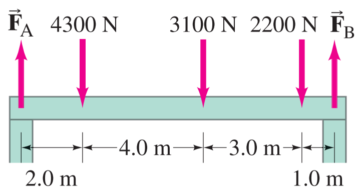
.14 (II) صفيحة كتلتها 0.60-kg معلقةٌ من حبل غسيلٍ عديم الكتلة، كما هو مبيّن في (الشكل 9-48) ، يعمل حبل الغسيل زاوية 3.5° مع الأفقي. احسب الشدَّ عند كلٍّ من الطرفين عند كلٍّ من طرفيه. لماذا يكون هذا الشدّ أكبر بكثيرٍ من وزن الصفيحة.



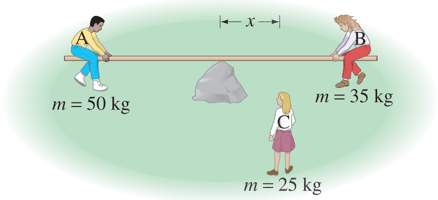
الشكل 9-48 المسألة 14.

.15 (II) احسب كلًّا من F_A و F_B للدعامة الأفقيّة المبيّنة في (الشكل 9-49). القوى نحو الأسفل تبيّن أوزان مَكِنات على الدعامة. افرض أنّ الدعامة منتظمةٌ وأنّ كتلتها 250 kg.

الشكل 9-49 (المسألة 15).

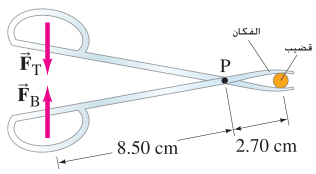


.16 (II) يحاول ثلاثة أطفالٍ الاتزان على لعبة سي سو تتكوّن من صخرةٍ تعمل كنقطة ارتكاز عند المركز ولوحةٍ خفيفةٍ طولها 3.6 m (الشكل 9-50). اثنان منهم يجلسان عند طرف اللوحة: الولد A كتلته 50 kg والبنت B كتلتها 35 kg. أين يجب أن تجلس البنت C التي كتلتها 25 kg لتتوازن السّي سو؟



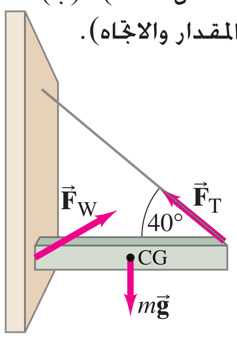
الشكل 9-50 المسألة 16

.17 (II) يبين (الشكل 9-51)ملقطًا يمسك بقضيبٍ نحيف من البلاستيك. إذا كان كلّ إصبع يضغط بقوّة $F_T = F_B = 11.0$ N، فما قوّة ضغط فكيّ الملقط على قضيب البلاستيك؟



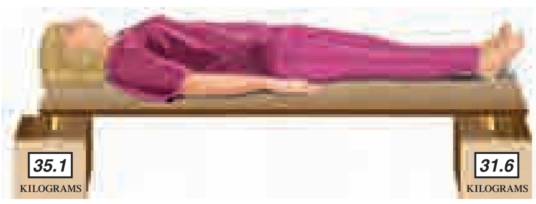
الشكل 9-51 (المسألة 17).

.18 (II) احسب كلًّا من: (أ) قوّة الشدّ F_T في السلك الذي يحمل دعامةً أفقيّةً كتلتها 27-kg مبيّنة في(الشكل9-52). (ب) القوّة $\vec{F}_W$ المبذولة من الجدار على الدعامة (أعطِ المقدار والاتجاه).



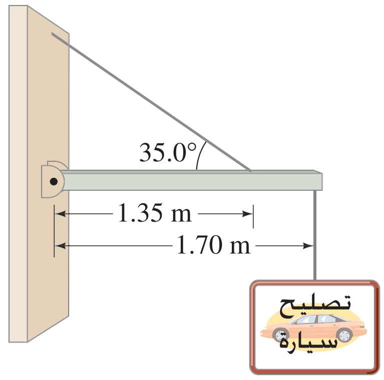
الشكل 9-52 المسألة 18.

.19 (II) شخصٌ طوله 172-cm، ممدّدٌ على لوحٍ خفيفة (مهملة الكتلة) محمولةً على ميزانين (الشكل 9-53). يقرأ الميزانان 35.1 kg، و 31.6 kg. جِدْ بُعْدَ مركز الجاذبيّة لهذا الشخص عن القدم.



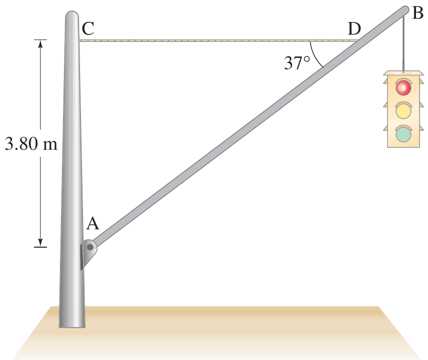
الشكل 9-53 (المسألة 19).

20. (II) لوحة إعلانات وزنها 245 N محمولةٌ بدعامةٍ أفقيّةٍ منتظمةٍ وزنها 155-N كما في (الشكل 9-54). جد الشدّ في السلك المائل والقوّتين الأفقيّة والرأسيّة الناجتين من المفصّلة في الدعامة الأفقيّة.



الشكل 9-54 (المسألة 20)

21. (II) إشارةٌ ضوئيّةٌ محمولةٌ على عمود كما في (الشكل 9-55). عمود الألمنيوم AB طوله 7.50 m وكتلته 12.0 kg. كتلة الإشارة الضوئيّة 21.5 kg. احسب ما يلي: (أ) الشدّ في الحبل الأفقي الخفيف CD، (ب) القوّتين الأفقيّة والرأسيّة الناجتين عن المفصّلة A في عمود الألمنيوم.

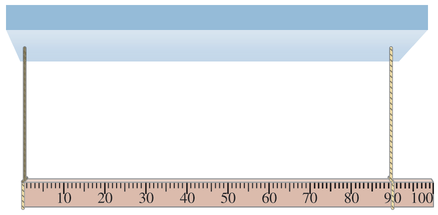


الشكل 9-55 (المسألة 21) .

22. (II) رجلٌ كتلته 72-kg، البعد بين يديه 36 cm كما في الشكل 9-56. يقع مركز كتلته عند 75% من المسافة من يده اليمنى نحو اليسرى. جد القوّة المؤثّرة في كلٍّ من يديه من الأرض.

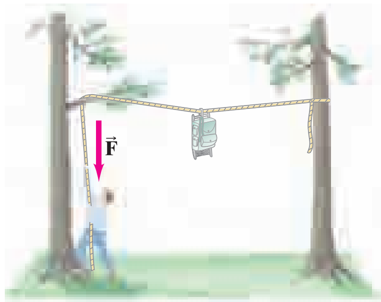
الشكل 9-56 (المسألة 22) .

23. (II) مسطرةٌ متريّةٌ منتظمةٌ كتلتها 180 g محمولة أفقيًّا بواسطة خيطين عموديين، أحدهما عند علامة 0-cm، والآخر عند علامة 90-cm (الشكل 9-57). ما الشدّ في كلٍّ من الخيطين (أ) 0 cm؟ (ب) 90 cm؟



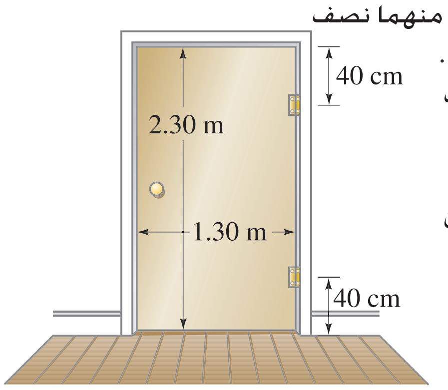
الشكل 9-57 (المسألة 23)

24. (II) الشجرتان في (الشكل 9-58) تبعدان 7.6 m. يحاول حمّالٌ أن يرفع رزمته بعيدًا عن متناول الدببة. احسب القوة $\vec{F}$ التي عليه أن يؤثّر بها نحو الأسفل لحمل رزمةٍ كتلتها 19-kg بحيث يرتخي الحبل عند منتصفه مسافة (أ) 1.5 m. (ب) 0.15 m.



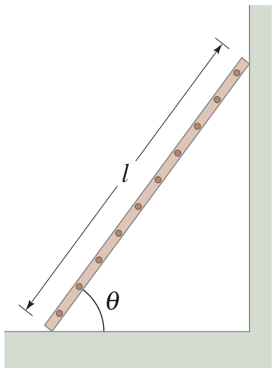
الشكل 9-58 (المسألة 24) .

25. (III) بابٌ ارتفاعه 2.30 m، وعرضه 1.30 m وكتلته 13.0 kg. مفصّلتان إحداهما تبعد 0.40 m من القمّة، في حين تبعد الأخرى 0.40 m من القاعدة. وتحمّل كلٌّ منهما نصف وزن الباب. (الشكل 9-59). افرض أنّ مركز جاذبيّة الباب عند منتصفه الهندسي، احسب المركبتين الأفقيّة والرأسيّة للقوّتين المبذولتين من المفصّلتين على الباب.



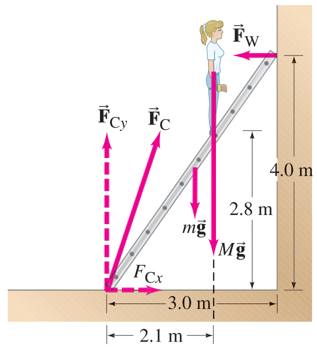
الشكل 9-59 (المسألة 25)

26. (II) يستند سلّمٌ منتظمٌ كتلته m وطوله l إلى جدارٍ أملس بزاوية θ، (الشكل 9-60) . إذا كان معامل الاحتكاك السكوني بين السلّم والأرض μ، فاحسب صيغة أصغر زاوية من غير أن ينزلق السلّم.



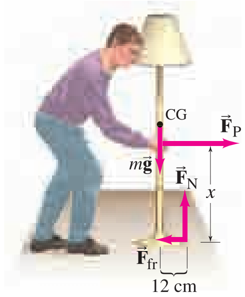
الشكل 9-60 (المسألة 26)

27. (III) افترض سلّمًا تصعد عليه رسّامة (الشكل 9-61). إذا كانت كتلةالسلّم 12.0 kg وكتلة الرسّامة 55.0 kg، وبدأ السلّم بالانزلاق عندما كانت قدماها عند 70% من طول السلّم للأعلى، فما معامل الاحتكاك السكونيّ بين السلّم والأرض؟ افرض أنّ الجدار أملس.



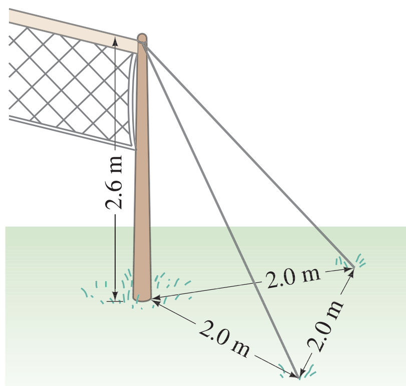
الشكل 9-61 المسألة 27.

28. (III) يريد شخصٌ دفع مصباح (كتلته 7.2 kg) على أرض غرفةٍ معامل احتكاكها 0.20. احسب أقصى ارتفاع x عن الأرض يستطيع عندها الشخص أن يدفع المصباح بحيث ينزلق دون أن ينقلب. (الشكل 9-62)



الشكل 9-62 المسألة 28.

29. (III) سلكان يمتدّان من أعلى شبكة كرةٍ طائرة، ترتفع 2.6 m لدعمها. رُبط السلكان مع الأرض بحيث يبعدان 2.0 m، وكلٌّ منهما على بعد 2.0 m من عمود الشبكة (الشكل 9-63). إذا كان الشدّ في كلٍّ من السلكين 95 N. فما الشدّ في الشبكة، بفرض أنّها أفقيّةٌ ومربوطةٌ عند أعلى العمود

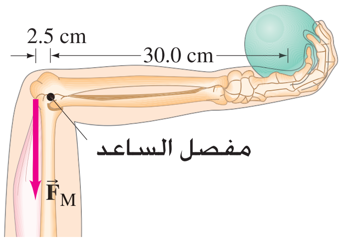


الشكل 9-63 (المسألة 29).

* 9-3 العضلات والمفاصل

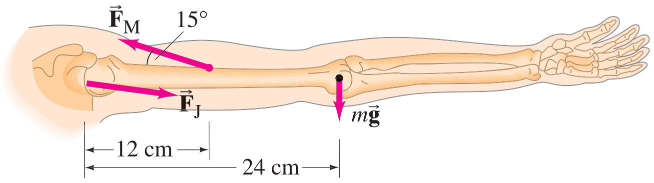
30. * (I) افرض أنّ نقطة وصل العضلة ذات الرأسين بالذراع السفلى المبيّنة في (الشكل 9-13أ المثال 9-8) هي 6.0 cm بدلًا من 5.0 cm؛ ما الكتلة التي يستطيع الشخص رفعها بقوّة شدٍّ في العضلة مقدارها 450 N؟

31. (I) بالتقريب، ما مقدار القوّة F_M التي يجب على العضلة في الذراع العليا أن تبذلها على الذراع السفلى لتحمل كتلة 7.3-kg (الشكل9-64)؟ افرض أنّ كتلة الذراع السفلى 2.8 kg، ومركز جاذبيتها CG يبعد 12 cm من مفصل الكوع.



الشكل 9-64 (المسألة 31)

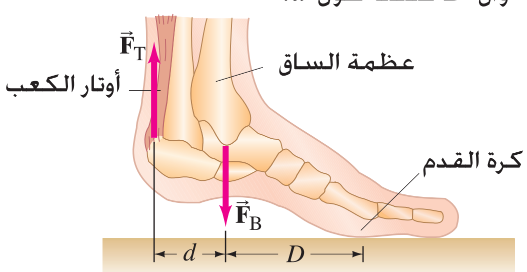
32. * (II) احسب كلّا من: (أ) القوّة F_M اللازمة للعضلة "الداليّة" لتحمل الذراع الممتدّة المبيّنة في (الشكل 9-65). الكتلة الكليّة للذراع 3.3 kg. (ب) مقدار القوّة F_J المبذولة من مفصل الكتف على الذراع العليا.



الشكل 9 - 65 (المسألتان 32 و 33).

33. * (II) افرض أنّ اليد في (المسألة 32) تحمل كتلة 15-kg. ما مقدار القوّة F_M اللازمة للعضلة "الداليّة" بفرض أنّ الكتلة على بعد 52 cm من مفصل الكتف؟

34. * (II) وتر العرقوب مثبتٌ خلف القدم، كما هو في (الشكل 9-66). إذا رفع شخصٌ نفسه على مشط إحدى قدميه فقط ، فاحسب الشدّ F_T على وتر العرقوب (نحو الأعلى) والقوّة (نحو الأسفل) F_B المبذولة من عظمة الساق على القدم. افرض كتلة الشخص 75 kg، وأنّ D ضعفًا طول d.



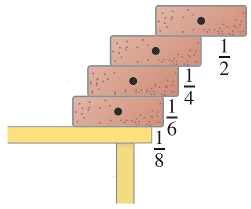
الشكل 9 - 66 المسألة 34

35. * (II) أعد حلّ (المثال 9-9) على افتراض أنّ الشخص أقلّ انحناء؛ أي أنّ الزاوية 30° في (الشكل 9-14ب) تصبح 45°. ماذا يصبح مقدار القوّة F_V على العمود الفقري؟

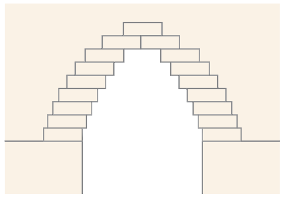
9-4 الاستقرار والاتزان

36. (II) ارتفاع برج بيزا المائل 55 m، وقطره حوالي 7.0 m. تبعد قمّته 4.5 m من المركز. هل البرج في حالة اتزان مستقر؟ إذا كان كذلك، فكم يمكن أن يميل بحيث يصبح غير مستقر؟ افرض أنّ البرج منتظم التركيب.

37. (III) إذا أردنا وضع أربع لبناتٍ عند حافّة طاولة، بحيث تمتدّ كلّ واحدةٍ خارج التي تحتها، وكذلك تمتدّ اللبنة العلويّة أكبر ما يمكن خارج حافّة الطاولة. (أ) للحصول على ذلك؛ بيّن أن اللبنات المتتابعة يجب أن تمتدّ بما لا يزيد (بدءًا من الأعلى) طولها خارج التي تحتها $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$؟ (الشكل 9 - 67أ). (ب) هل اللبنة العليا خارج القاعدة على نحوٍ كامل؟ (جـ) حدّد صيغة علاقةٍ عامّةٍ للمسافة الكليّة القصوى التي تمتدّها "n" لبنة بحيث تبقى متزنة. (د) يريد بنّاءٌ أن يبني قوسًا مطنّفًا (الشكل 9-67ب)، معتمدًا على مبدأ الاستقرار الذي توصلنا اليه في (أ) و (جـ) آنفًا. ما العدد الأدنى للبنات، كلٌّ منها بطول 0.30 m إذا كان القوس سيمتد 1.0 m؟



(أ)



(ب)

الشكل 9-67 (المسألة 37)

* 9-5 المرونة ؛ الإجهاد والمطاوعة

38. (I) خيط النايلون في مضرب التّنس مشدود بقوّة 275 N. إذا كان قطره 1.00 mm فما مقدار استطالته، إذا كان طوله الأصلي 30.0 cm؟

* **39.** (I) عمودٌ من الرخام مساحة مقطعه $1.2\ m^2$ يحمل كتلة 25,000 kg (أ) ما الإجهاد في العمود؟ (ب) ما مطاوعته؟

* **40.** (I) ما مقدار القصر في طول العمود في سؤال 39، إذا كان ارتفاعه 9.6 m؟

* **41.** (I) إشارة إعلانات (كتلتها 2100 kg) معلّقةٌ في نهاية عارضةٍ فولاذيّةٍ عموديّةٍ مساحة مقطعها $0.15\ m^2$. (أ) ما الإجهاد لهذه العارضة؟ (ب) ما مطاوعتها؟ (جـ) إذا كان طولها 9.50 m، فما مقدار استطالتها؟ (اهمل كتلتها)؟

* **42.** (II) لتر من الكحول ($1000\ cm^3$) في وعاء لين، حمل إلى قعر البحر؛ حيث الضغط $2.6 \times 10^6\ N/m^2$. ماذا سيكون حجمه هناك؟

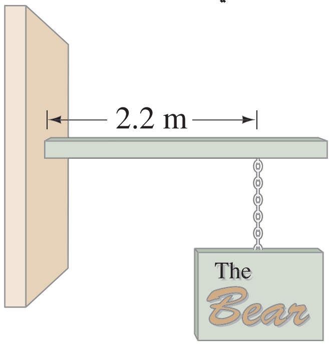
* **43.** (II) وترٌ طوله 15 cm، وجد أنّه يمتدّ 3.7 mm بقوّة 13.4 N. تقريبًا، كان الوتر دائريًّا بقطر متوسط 8.5 mm. احسب معامل يانغ لهذا الوتر.

* **44.** (II) كم الضغط اللازم لضغط حجم قطعةٍ من الحديد بـ 0.10%؟ اكتب الإجابة بـ N/m^2 وقارنها بالضغط الجوي ($1.0 \times 10^5\ N/m^2$)

* **45.** (II) عند أعماق 2000 m في البحر، يكون الضغط 200 مرّة من الضغط الجوّي ($1\ atm = 1.0 \times 10^5\ N/m^2$). ما النسبة المئويّة التي يتغيّرها الحجم الداخليّ لكرة أعماق حديدية عند هذا العمق؟

* **46.** (III) تحتوي قشرة محارة بمادة ذات معامل يانغ لها $2.0 \times 10^6\ N/m^2$ إذا أخذنا قطعةً من هذه المادة سمكها 3.0 mm ومساحة مقطعها $0.50\ cm^2$، فكم طاقة الوضع المختزنة بها إذا ضُغطت 1.0 mm؟

* **47.** (III) يمتدّ قضيبٌ أفقيًّا من الجدار الأماميّ لمتجر. تتدلّى لوحةٌ إعلانيّة كتلتها 5.1 kg من العمود عند نقطة 2.2 m من الجدار (الشكل 9-68). (أ) ما مقدار العزم الناتج من اللوحة الإعلانيّة حول نقطة التقاء العمود بالجدار؟ (ب) إذا كان المطلوب من القضيب عدم السقوط، فإنّ عزمًا آخر يجب أن يوازنه. ما الذي يولّد هذا العزم؟ استعمل رسمًا يوضّح كيفيّة عمل هذا العزم. (جـ) ناقش هل للانضغاط أو الشدّ و/أو القصّ دور في الجزء (ب).



الشكل 9-68 المسألة 47.

9-6 الكسر

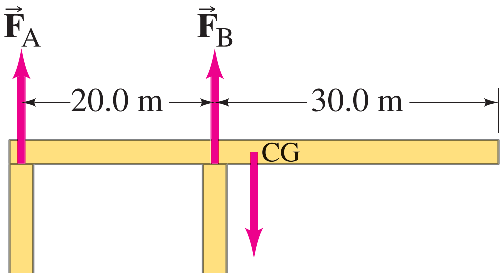
* **48.** (I) لعظمة الفخذ في الإنسان مقطعٌ عرضيٌّ مساحته حوالي 3.0 $cm^2(=3.0\times10^{-4}m^2)$. كم قوّة الضغط التي تستطيع تحمّلها قبل أن تنكسر؟

* **49.** (II) (أ) ما قوّة الشدّ القصوى لسلك النايلون في مضرب التنس الذي قطره 1.00-mm؟(ب) للحصول على خيوطٍ مشدودةٍ أكثر، ماذا ستستعمِل لمنع تمزّقها؛ خيوطًا خفيفةً أم ثخينة؟ لماذا؟ ما الذي يسبّب تمزّق الخيوط عنداصطدامها بالكرة؟

* **50.** (II) إذا أثّرت قوّة انضغاط 3.6×10^4 N عند نهاية عظمةٍ طولها 22 cm ومساحة مقطعها $3.6\text{-}cm^2$، (أ) فهل تنكسر العظمة؟ وإن لم تكسر (ب) ما مقدار القصر في طولها؟

* **51.** (II) (أ) ما أقلّ مساحة مقطعٍ مطلوبة لقضيب من الفولاذ تعلّق به ثريّا كتلتها 320 kg؟ افرض أنّ معامل السلامة 7.0 (ب) إذا كان طول القضيب 7.5 m، فما مقدار استطالته؟

* **52.** (II) افرض أنّ عموديّ الدعامة المنتظمين والمبيّنين في (الشكل 9-69) (الكتلة = 2600 kg) مصنوعان من الخشب. احسب أقلّ مساحة مقطع مطلوبة لكلٍّ منهما بفرض أنّ معامل السلامة 5.8.



الشكل 9-69 (المسألة 52)

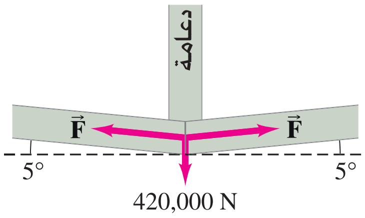
* **53.** (II) يُستعمل مسمار من الحديد لوصل صفيحتين من الحديد معًا. على المسمار مقاومة قوى قصٍّ حتى 3200 N. احسب أقلّ قطرٍ للمسمار، معامل السلامة 6.0.

* **54.** (III) حبلٌ من الفولاذ (كيبل) يحمل مصعدًا كتلته مع الحمل يجب ألّا تزيد على 3100 kg. إذا كان أقصى تسارع للمصعد $1.2\ m/s^2$، فاحسب قطر الكيبل المطلوب، افرض أنّ معامل السلامة 7.0.

9-7 القناطر والقباب

*55. (II) ما ارتفاع جسرٍ محدّبٍ إذا كان يمتدّ فوق فراغٍ عرضه $8.0\ \text{m}$ ويبذل ثلث القوّة الأفقيّة عند قاعدته التي سوف يبذلها جسرٌ دائري؟

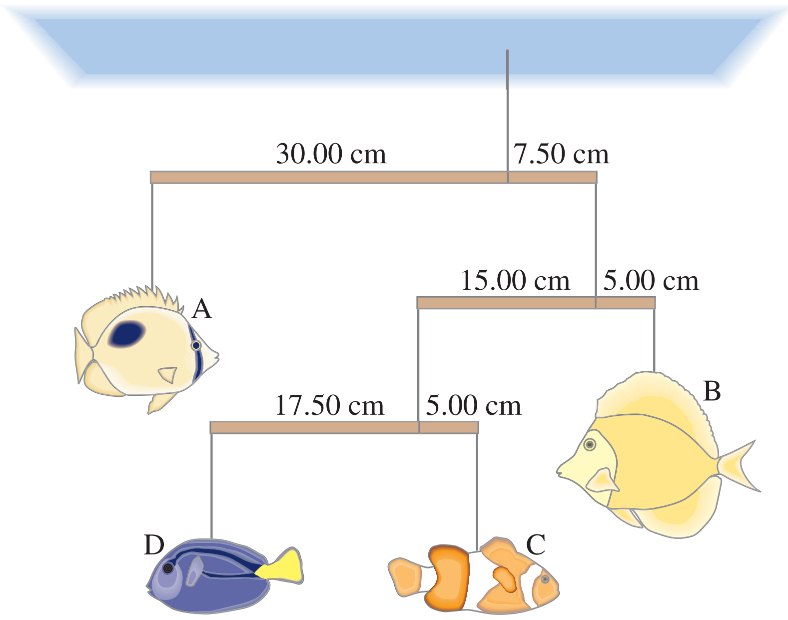
*56. (II) حلقة الشدّ تحت الأرضيّة التي تبذل القوّة الأفقيّة الموازنة لأكتاف القبّة في (الشكل 9-34) لها 36 جزءًا، كلّ جزءٍ يعمل زاوية 10° مع الجزء المجاور (الشكل 9-70). احسب الشدّ F الذي يتكوّن في كلّ جزء، بحيث تكون القوّة المطلوبة $4.2 \times 10^{5}\ \text{N}$، يمكن بذلها عند كلّ ركن (مثال 9-13).



الشكل 9-70 (المسألة 56).

مسائل عامة

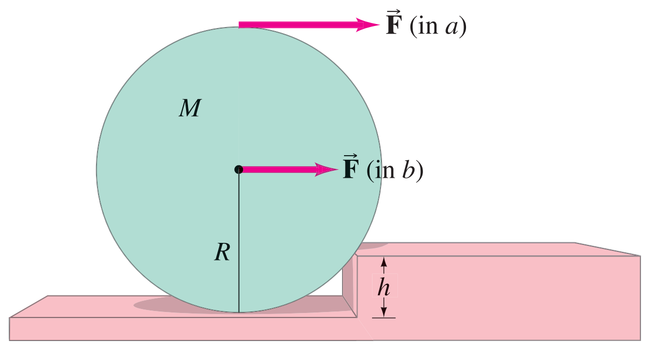
57. النظام في (الشكل 9-71) في حالة اتزان. كتلة الجسم B هي $0.885\ \text{kg}$. احسب كتل الأجسام A,C,D (اهمل أوزان القضبان).



الشكل 9-71 (المسألة 57).

58. " سلكٌ علوي " طوله $46\ \text{m}$ مشدودٌ بقوّة. يتدلّى بـ $2.2\ \text{m}$ عندما يقف رجلٌ يمشي على الحبل (كتلته 60.0-kg) عند المنتصف. ما مقدار الشدّ في السلك؟ هل يمكن زيادة الشدّ في السلك حتى لا يكون هناك ارتخاء؟

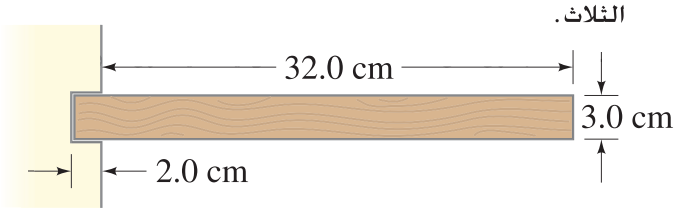
59. ما أقلّ قوّةٍ أفقيّة F تلزم لسحب دولابٍ نصف قطره R، وكتلته M فوق عتبةٍ ارتفاعها h كما هو مبيّن في (الشكل 9-72) $(R > h)$ ؟ (أ) افرض أنّ القوّة تؤثّر عند الحافّة العليا للدولاب كما هو مبين. (ب) افرض أنّ القوّة تؤثّر عند مركز الدولاب.



الشكل 9-72 (المسألة 59).

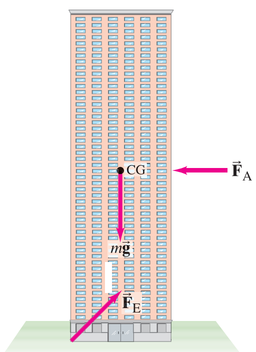
60. طاولةٌ دائريّةٌ كتلتها 25-kg محمولةٌ على ثلاثة قوائم متساوية الأبعاد عند الحافّة. ما أقلّ كتلةٍ توضع عند حافّة الطاولة تسبّب انقلابها؟

61. عند تثبيت رفٍّ خشبيٍّ كتلته $5.0\ \text{kg}$ داخل تجويفٍ في حاملٍ عموديّ، كما في (الشكل 9-73) ، يبذل الحامل عزمًا على الرّف. (أ) ارسم تخطيط الجسم- الحرّ للرف، بفرض ثلاث قوىً عموديّة (واحدة يبذلها الأخدود الحامل- فسّر لماذا). ثم احسب كلًّا من: (ب) مقادير القوى الثلاث.



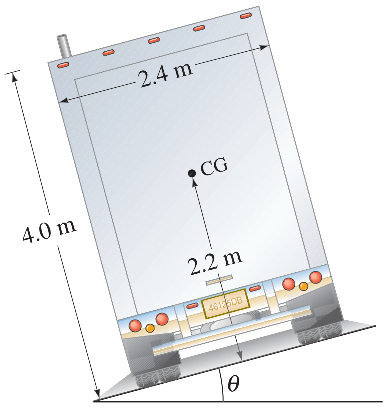
الشكل 9-73 (المسألة 61).

62. يُخطّطُ لبناء مبنًى من 50 طابقًا، سيكون ارتفاعه $200.0\ \text{m}$، بقاعدة عرضها $40.0\ \text{m}$، وطولها $70.0\ \text{m}$. ستكون كتلته الكلية $1.8 \times 10^{7}\ \text{kg}$، ووزنه $1.8 \times 10^{8}\ \text{N}$ تقريبًا. افرض أنّ رياحًا بسرعة 200-km/h تبذل قوّة $950\ \text{N/m}^2$ على الوجه الذي عرضه $70.0\ \text{m}$، (الشكل 9-74)، مبّتة على المبنى. احسب العزم على المفصل، الحافة الخلفيّة للمبنى حيث $\vec{\mathbf{F}}_{\text{E}}$ ذات أثر. (الشكل 9-74). هل سينقلب المبنى؟ افرض أنّ القوّة الكليّة تؤثّر عند نقطة منتصف واجهة المبنى، وأنّ المبنى ليس على أساس وطيد. [مساعدة: $\vec{\mathbf{F}}_{\text{E}}$ (الشكل 9-74) تمثّل القوّة التي تبذلها الأرض على المبنى في حالة بدأ المبنى بالانقلاب].



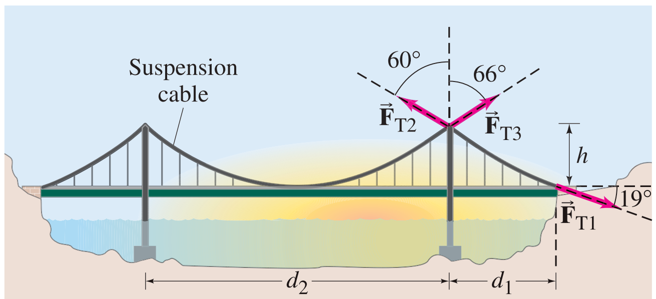
الشكل 9-74 القوى $(m\vec{\mathbf{g}})$ على مبنى يتعرض للرياح $(\vec{\mathbf{F}}_{\text{A}})$، والجاذبية$(m\vec{\mathbf{g}})$، والقوة $\vec{\mathbf{F}}_{\text{E}}$ على المبنى بسبب الأرض إذا بدأ المبنى بالانقلاب. (المسألة 62)

.63 يعتمد مركز الجاذبيّة لشاحنةٍ محمّلةٍ على كيفيّة توضيب الشاحنة. إذا كان ارتفاعها 4.0 m، وعرضها 2.4 m، وكان مركز الجاذبيّة أعلى من الأرض بـ 2.2 m، فما ميل منحدرٍ يمكن أن تقف فيه الشاحنة دون أن تنقلب (الشكل 9-75).



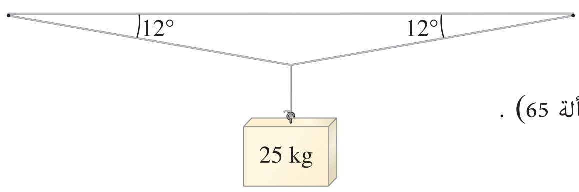
الشكل 9-75 (المسألة 63).

.64 في (الشكل 9-79) طول الطرف الأيمن (أبعد ما يكون للشمال) من جسر البوابة الذهبيّة $d_1 = 343$ m. افرض أنّ مركز الجاذبيّة في منتصف المسافة بين الأبراج والمرساة. جد قيمة F_{T1} و F_{T2} (التي تؤثّر في الكيبل الشمالي)، واحسب ارتفاع البرج h اللازم للاتزان. افرض أنّ الطريق محمولٌ فقط بواسطة الكيبلات المعلّقة، واهمل وزن الكيبلات والأسلاك العمودية. [تنويه: F_{T3} لا تؤثّر في هذا الجزء].



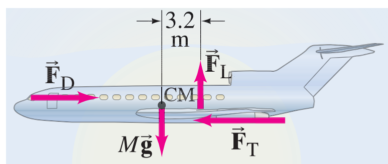
الشكل 9-76 (المسألة 64) .

.65 عند تعليق كتلة 25 kg من منتصف سلك ألمنيوم مُثبتٍ بصورةٍ مستقيمة، يتدلّى السلك ليعمل زاوية 12^o مع الأفق كما في (الشكل 9-77) . حدّد نصف قطر السلك.



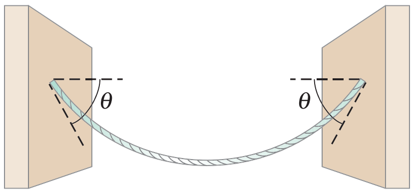
الشكل 9-77 (المسألة 65) .

.66 القوى المؤثّرة في طائرةٍ كتلتها 67,000-kg تطير بسرعةٍ ثابتةٍ في (الشكل 9-78) . قوّة دفع المحرك $F_T = 5.0 \times 10^5$ N تؤثّر في خط يقع 1.6 m تحت مركز الكتلة. احسب قوّة الإعاقة F_D والمسافة فوق CM مركز الكتلة التي تؤثّر عندها. افرض أنّ $\vec{F}_T$ و $\vec{F}_D$ أفقيّتان.



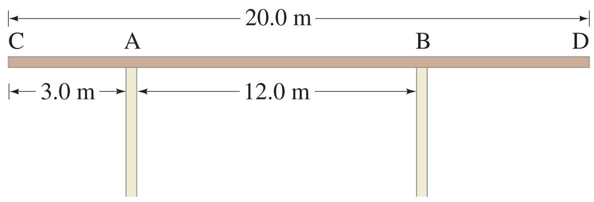
الشكل 9-78 المسألة 66.

.67 كيبلٌ من الفولاذ منتظمٌ ومرنٌ وزنه mg، معلّقٌ بين نقطتين على الارتفاع نفسه، كما هو مبيّن في (الشكل 9-79) ، حيث $\theta = 60^o$. احسب الشدّ في الكيبل (أ) عند اخفض نقطة. (ب) عند نقاط التثبيت. (جـ) ما اتجاه قوّة الشدّ في كلّ حالة؟



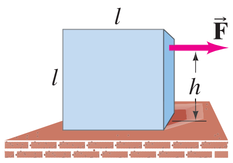
الشكل 9-79 (المسألة 67)

.68 تستند دعامةٌ أفقيّةٌ منتظمةٌ طولها 20.0-m، ووزنها 550 N إلى جداريَن A و B كما هو مبيّن في (الشكل 9-80).(أ) جد أكبر وزن لشخص يمكن أن يسير إلى أقصى حافّة D دون انقلاب الدعامة. جد القوى التي يبذلها الجداران B، وA على الدعامة عندما يقف الشخص: (ب) عند D. (جـ) عند نقطة 2.0 m إلى اليمين من B. (د) على بعد 2.0 m إلى اليمين من النقطة A.



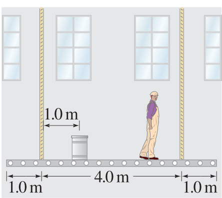
الشكل 9-80 (المسألة 68).

.69 يستند مكعبٌ طول ضلعه l إلى أرضٍ خشنة. ويتعرّض لقوّة سحبٍ أفقية F تؤثّر في بعد h فوق الأرض، كما في (الشكل 9-81). عند زيادة القوة F، سيبدأ المكعب إمّا بالانزلاق أو الانقلاب. احسب معامل الاحتكاك السكوني μ_s بحيث: (أ) يبدأ المكعب بالانزلاق وليس الانقلاب. (ب) يبدأ المكعب بالانقلاب. [مساعدة، أين تؤثّر قوّة ردّ الفعل العموديّ في المكعب إذا انقلب؟].



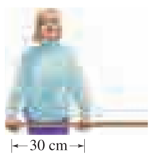
الشكل 9-81 (المسألة 69)

.70 يقف عامل دهان كتلته 60.0-kg على سقالةٍ منتظمةٍ كتلتها 25-kg معلّقة من الأعلى بحبلين (الشكل 9-82). وهناك دلو دهان كتلته 4.0-kg إلى أحد الجانبين كما هو مبين. هل يمكن للعامل أن يمشي بأمان إلى نهايتي السقالة؟ إذا كان الحلّ "لا"، فأيّ نهاية أو النهايتين تعدّ خطيرة؟ وإلى أيّ بعدٍ من النهاية يستطيع المشي بأمان؟



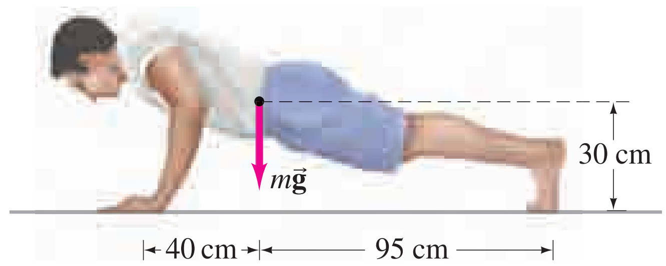
الشكل 9-82 (المسألة 70).

.71 تمسك امرأةٌ عمودًا منتظمًا طوله 2.0 m وكتلته 10.0-kg كما في (الشكل 9-83). (أ) حدّد القوى التي تبذلها بكلّ يد (مقدارًا واتجاهًا). إلى أيّ اتجاه عليها أن تحرك يدها اليسرى بحيثلا تبذل أيّ يدٍ قوّةً أكبر من: (ب) 150 N؛ (جـ) 85 N؟



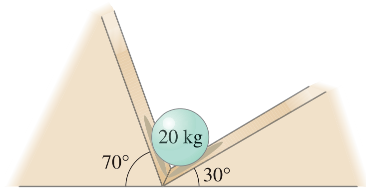
الشكل 9-83 (المسألة 71).

72. رجلٌ يمارس رياضة رفع الجسم إلى الأعلى، ومن ثَمَّ يستريح في وضع مبيّن في (الشكل 9-84). كتلته $75\ kg = m$. احسب القوّة العمودية المبذولة من الأرض على: (أ) كلّ يدٍ منفصلة. (ب) كلّ قدم.



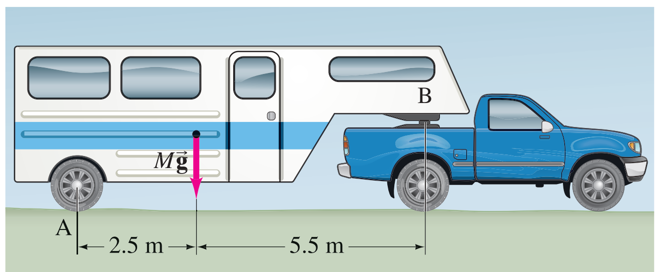
الشكل 9-84 (المسألة 72) .

73. تسكن كرةٌ كتلتها 20-kg بين سطحين أملسين كما في (الشكل 9-85). حدّد القوّة المؤثّرة من كلّ سطح فيها.



الشكل 9-85 (المسألة 73) .

74. عربةٌ مقطورةٌ كتلتها 2200-kg مثبتةٌ مع شاحنةٍ مستقرّةٍ عند النقطة B، (الشكل 9-86). احسب القوّة العموديّة الناجّة من الأرض على العجلات الخلفيّة عند A، وكذلك القوّة العموديّة المؤثّرة في المقطورة عند الدعامة B.



الشكل 9-86 (المسألة 74) .

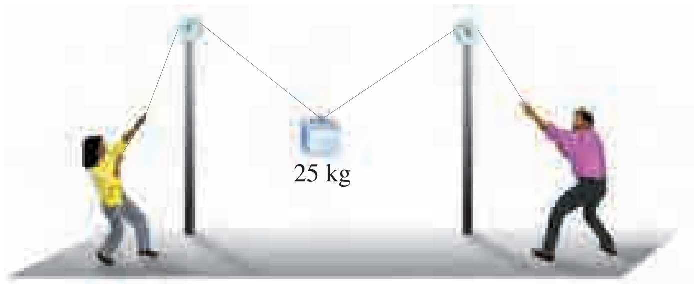
* 75. المظليّون الذين يفشلون في فتح المظلّة عرفوا بأنّهم ينجون إذا سقطوا في منطقة ثلج سميك. افرض أنّ مظليًّا كتلته 75-kg ارتطم بالأرض بمساحة اصطدام $0.30\ m^2$ وبسرعة $60\ m/s$، وأنّ القوّة النهائيّة للأنسجة الحيّة هي $5 \times 10^5\ N/m^2$. افرض أنّ المظلّي وصل إلى السكون في $1.0\ m$ من الثلج. بيّن أنّه قد ينجو ولكن بجروحٍ بليغة.

* 76. سلكٌ فولاذي قطره $2.0\ mm$ يستطيل بـ 0.030% إذا علّقت منه كتلة. فما مقدار هذه الكتلة؟

* 77. في (المثال 7-6 الفصل 7) ، حسبنا الدفع ومتوسّط القوّة على رِجْلِ شخصٍ يقفز من ارتفاع $3.0\ m$ إلى الأرض. إذا لم تكن الرِّجلان مثنيّتين عند الهبوط، بحيث يتحرّك الجسم مسافة d مقدارها فقط $1.0\ cm$ خلال التصادم، فاحسب (أ) الإجهاد في عظم الساق (مساحتها $3.0 \times 10^{-4}\ m^2$). (ب) هل ستنكسر العظمة؟ (ج) أعد الحلّ لو كانت الرِّجلان مثنيّتين ($d = 50.0\ cm$).

* 78. سقف غرفةٍ في مدرسةٍ أبعاده $7.0\text{-m} \times 10.0\text{-m}$ وكتلته $12,600\ kg$. سيكون السقف مدعومًا بدعاماتٍ رأسيّةٍ أبعادها $4.0\ cm \times 9.0\ cm$ على امتداد الجوانب التي طولها 10.0-m. كم دعامةً يلزم على كلّ جانب؟ وعلى أيّ بعدٍ ستكون هذه الدعائم؟ خذ بالحسبان الانضغاط فقط، وافرض عامل سلامة مقداره 12.

* 79. يُرفع جسمٌ كتلته 25-kg بواسطة سحب نهايتي خيطٍ من النايلون قطره 1.00-mm. ويمرّ فوق عمودين ارتفاع كلّ منهما 3.00-m، والبعد بينهما $4.0\ m$، كما يبين (الشكل 9-87) . على أيّ ارتفاع من الأرض سيكون الجسم عند انقطاع الخيط؟



الشكل 9-87 (المسألة 79).

* 80. هناك ارتفاعٌ أقصى لكلّ عمود منتظم رأسي مصنوع من أيّ مادة يمكنه أن يثبت نفسه دون أن يلتوي، وهذا لا يعتمد على مساحة المقطع (لماذا)؟ احسب هذا الارتفاع لـكلّ من:

(أ) فولاذ (الكثافة $= 7.8 \times 10^3\ kg/m^3$).

(ب) رخام (كثافته $2.7 \times 10^3\ kg/m^3$).

إجابات التمارين

(أ) F_A كذلك لها مركبةٌ لموازنة القوّة الجاذبيّة F_B.

(ب) نعم، $sin\ \theta$ يظهر على الجانبين ومن ثَمّ يختصر.

(جـ) $F_N = m_A g + m_B g + Mg = 560\ N$

(د) الاحتكاك السكونيّ على الأرض الأسمنتيّة ($F_{Cx} =$) يُعدّ أساسيًّا، وإلا فإنّ السلم سوف ينزلق.

عند القمّة يمكن للسلّم أن يتحرّك وأن يتلاءم، ولذلك فإنّنا لا نتوقّع قوّة احتكاكٍ سكونيٍّ كبيرةً هناك.