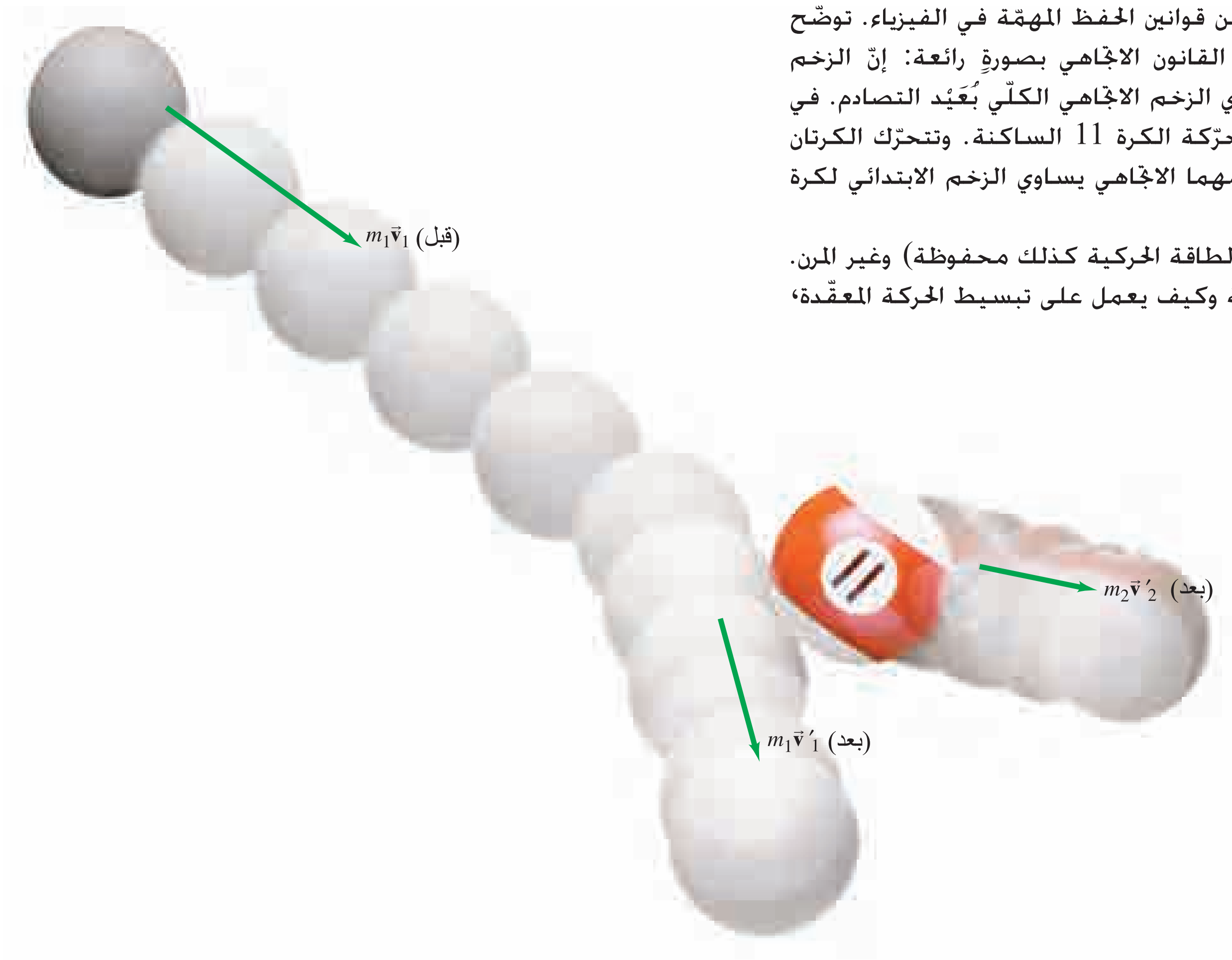


حفظ الزخم الخطّي هو قانونٌ آخر من قوانين الحفظ المهمّة في الفيزياء. توضّح التصادمات بين كرات البلياردو هذا القانون الاتّجاهي بصورةٍ رائعة: إنّ الزخم الاتّجاهي الكلّي قُبَيْل التصادم يساوي الزخم الاتّجاهي الكلّي بُعَيْد التصادم. في هذه الصورة، تصدم كرة البدء المتحرّكة الكرة 11 الساكنة. وتتحرّك الكرتان بعد التصادم بزوايا، ولكن جمع زخمهما الاتّجاهي يساوي الزخم الابتدائي لكرة البدء القادمة.

سوف نتناول التصادمين المرن (حيث الطاقة الحركية كذلك محفوظة) وغير المرن. وسوف نتفحّص مفهوم مركز الكتلة وكيف يعمل على تبسيط الحركة المعقّدة، ويحلّلها، ويجعلها مفهومة.

الفصل 7

الزخم الخطّيّ

إنّ قانون حفظ الطاقة، الذي ناقشناه في الفصل السابق، واحدٌ من قوانين الحفظ العظيمة في الفيزياء. ومن بين الكمّيات المحفوظة الأخرى نجد كلًّا من الزخم الخطّي، والزخم الزاوي، والشحنة الكهربائية. وسوف نناقش هذه الكمّيات كلّها لأنّ قوانين الحفظ تُعدّ من أهمّ الأفكار في العلم. في هذا الفصل، سنناقش الزخم الخطّيّ وقانون حفظه. وفي الواقع، فإنّ قانون حفظ الزخم الخطّيّ هو إعادة تناول قوانين نيوتن، وهذا يوفّر لنا نظرةً فيزيائيّةً عميقة، وقدرةً على حل المسائل.

وسوف نستفيد من قوانين حفظ الزخم الخطّيّ والطاقة لتحليل التصادمات. وفي الحقيقة، فإنّ قانون حفظ الزخم الخطّيّ مفيدٌ بصورة خاصّة عند معالجة نظام من جسمين أو أكثر يتفاعلان معًا، كما هو الحال في التصادمات.

إنّ تركيزنا حتى الآن كان بصورة رئيسة على جسم واحد، مع إهمالنا دورانه أو حركته الداخلية. لذا، سنتعامل في هذا الفصل مع أنظمة من جسمين أو أكثر. وقبل نهاية الفصل، سنعالج مفهوم مركز الكتلة.

7-1 الزخم الخطِّيُّ وعلاقته بالقوّة

تعريف الزخم الخطي

الزخم الخطّيُّ (أو "الزخم" للاختصار) لجسمٍ ما يعرف بحاصل ضرب كتلة الجسم في سرعته. ويمثل **الزخم بالرمز** $\vec{\mathbf{p}}$. وإذا رمزنا إلى الكتلة بـ m وللسرعة $\vec{\mathbf{v}}$ لجسمٍ معيّن، فإنّ زخم الجسم الخطّيّ $\vec{\mathbf{p}}$ يعرف بـ

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}} \tag{7-1}$$

وحدة الزخم

وحيث إنّ السرعة كميّة متجهة؛ لذلك يكون الزخم متجهًا أيضًا. واتجاه الزخم هو اتجاه السرعة، ومقدار الزخم هو $p = mv$. ولأنّ السرعة تعتمد على محاور مرجعية، فكذلك الزخم أيضًا. وعليه، يجب تحديد محاور مرجعيّة. كما أنّ وحدة الزخم هي وحدات كتلة × سرعة، وفي النظام الدولي SI تكون $\mathrm{kg \cdot m/s}$. وليس هناك اسم خاص لهذه الوحدة.

وينسجم الاستعمال اليومي لتعبير "زخم" مع التعريف السابق، وحسب (المعادلة 7-1)، فالسيارة السريعة زخمها أكبر من السيارة البطيئة إذا كانتا متساويتين في الكتلة. كما أنّ الشاحنة الثقيلة لها زخمٌ أكبر من سيّارةٍ صغيرةٍ تسير بالسرعة نفسها. وكلّما كان زخم الجسم أكبر كان إيقافه أكثر صعوبةً وكان الأثر الناتج من إيقافه أكبر لو تمّ ذلك بصدمه بجسمٍ آخر. إن احتمال وقوع لاعب كرة أرضاً يكون أكبر إذا هاجمه خصمٌ ثقيل يسير بأقصى سرعته ممّا لو هاجمه خصمٌ خفيفٌ يسير بسرعةٍ أقل. كما أن شاحنة ثقيلةً مسرعةً يمكنها إلحاق ضرر أكبر من درّاجة ناريّة بطيئة.

التمرين أ: هل يمكن أن يكون زخم سيّارةٍ رياضيّةٍ صغيرةٍ مساويًا لزخم سيارةٍ رياضيّةٍ كبيرةٍ كتلتها ثلاثة أمثال كتلة السيّارة الصغيرة؟ فسّر ذلك.

تلزم قوّةٌ لتغيُّر زخم جسمٍ ما، سواء لزيادة الزخم، أو لتقليله، أو لتغيير اتجاهه. وفي البداية، صاغ نيوتن قانونه الثاني بدلالة الزخم (رغم أنّه سمّى حاصل ضرب mv "كميّة التحرّك"). إنّ **صيغة نيوتن للقانون الثاني في الحركة** يترجم باللغة الحديثة كما يلي:

قانون نيوتن الثاني

إنّ معدل تغيّر زخم جسمٍ ما يساوي القوة المحصّلة المؤثّرة فيه.

ويمكننا كتابة ذلك بهيئة معادلة

قانون نيوتن الثاني

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t}, \tag{7-2}$$

تنويه:

التغير في متجه الزخم يكون باتجاه القوة المحصلة.

حيث $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ هي القوّة المحصّلة المؤثّرة في جسم (الجمع الاتجاهي للقوى المؤثّرة فيه جميعها)، و $\Delta\vec{\mathbf{p}}$ هو التغيّر الناتج في الزخم الذي يحصل خلال الفترة الزمنية * Δt.

يمكننا بسهولة اشتقاق الصيغة المعتادة للقانون الثاني، $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$، من (المعادلة 7-2) في حالة ثبات الكتلة. إذا كانت $\vec{\mathbf{v}}_1$ السرعة الابتدائيّة لجسمٍ ما و $\vec{\mathbf{v}}_2$ هي سرعته بعد فترةٍ زمنية Δt، فإنّ

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t} = \frac{m\vec{\mathbf{v}}_2 - m\vec{\mathbf{v}}_1}{\Delta t} = \frac{m(\vec{\mathbf{v}}_2 - \vec{\mathbf{v}}_1)}{\Delta t}$$

$$= m\frac{\Delta\vec{\mathbf{v}}}{\Delta t}$$

وبتعريف $\vec{\mathbf{a}} = \Delta\vec{\mathbf{v}}/\Delta t$ يصبح

قانون نيوتن الثاني لكتلة ثابتة.

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} \qquad \text{[الكتلة ثابتة]}$$

إنّ صيغة نيوتن في (المعادلة 7-2) أكثر شموليةً من الصيغة المعتادة؛ لأنّها تتضمّن الوضع الذي تكون فيه الكتلة متغيّرة. ويحدث تغيّر الكتلة في ظروف معينة، مثل الصواريخ التي تفقد كتلة عند احتراق الوقود، وكذلك في نظرية النسبية (الفصل 26).

* عادةً ما نفكّر بـ Δt باعتبارها فترةً زمنية ز/واحدة صغيرة. واذا لم تكن كذلك فان (المعادلة 7-2)تكون صحيحة في حال كان المقدار $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ ثابتا خلال تلك الفترة الزمنية $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ تساوي متوسّط القوّة المحصّلة خلال تلك الفترة الزمني.

مثال 7-1 قدّر **قوّة إرسال كرة تنس.**

يمكن لكرة التنس (المضرب) أن تترك المضرب في عمليّة الإرسال بسرعة 55 m/s (حوالي 120 mi/h)، (الشكل 7-1). إذا كانت كتلة الكرة 0.060 kg وتلامس المضرب لمدّة، $(4 \times 10^{-3}\ \mathrm{s})$ 4 ms فاحسب متوسّط القوّة المؤثّرة في الكرة. هل ستكون هذه القوّة كافيةً لرفع شخصٍ كتلته 60-kg؟

النهج: تضرب كرة التنس عندما تكون سرعتها الابتدائية صفرًا تقريباً عند قمّة مسارها، لذلك نفترض أنّ $v_1 = 0$ ونستعمل قانون نيوتن الثاني، (المعادلة 7-2)، لحساب القوّة، مع إهمال القوى الأخرى مثل الجاذبيّة (الوزن) بالمقارنة مع تلك الناجمة من مضرب التنس.

الحل: القوّة المؤثّرة في الكرة بواسطة المضرب تساوي

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t}$$

وحيث $v_2 = 55\ \mathrm{m/s},\ v_1 = 0$، كذلك $\Delta t = 0.004\ \mathrm{s}$، فإنّ

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{(0.060\ \mathrm{kg})(55\ \mathrm{m/s}) - 0}{0.004\ \mathrm{s}} \approx 800\ \mathrm{N}.$$

إنّ هذه قوّةٌ كبيرة، أكبر من وزن شخصٍ كتلته 60-kg؛ حيث تلزم قوّة $mg = (60\ \mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m/s^2}) \approx 600\ \mathrm{N}$ لرفعة.

ملحوظة: قوّة الجاذبيّة المؤثّرة في كرة التنس هي:
$mg = (0.060\ \mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m/s^2}) = 0.59\ \mathrm{N}$ وهذا يبرّر إهمالنا لهذه القوّة بالمقارنة مع القوّة الكبيرة التي يولدها المضرب.

حساب القوّة

ملحوظة: إنّ التصوير بسرعةٍ كبيرةٍ، والرادار يمكن أن يعطينا حسابًا تقريبيًّا لزمن التلامس وسرعة الكرة عند مغادرتها المضربَ. ولكن قياسًا مباشرًا مع القوّة يُعدّ غير عملي. لقد بيّنت حساباتنا أسلوبًا يدويًّا لتحديد قوّةٍ مجهولةٍ في عالم حقيقي.

الشكل **7-1** (المثال 7-1)

المثال 7-2 **غسيل السيارة: تغيُّر الزخم والقوّة.**

ينطلق الماء من الأنبوب بمعدّل 1.5 kg/s وبسرعة 20 m/s، حيث يوجه نحو جانب السيّارة الذي يوقفه، (الشكل 7-2) (أي أنّنا نهمل أيَّ رذاذ نحو الخلف). ما القوّة المتولّدة من الماء على السيّارة؟

النهج: الماء الذي ينطلق من الأنبوب له كتلة وسرعة، ولذلك له زخم ابتدائي *Pinitial*. وعند ارتطام الماء بالسيارة، يفقد الماء هذا الزخم $(P_{\mathrm{final}} = 0)$. ثم نستعمل قانون نيوتن الثاني بصيغة الزخم، (المعادلة 7-2) لإيجاد القوّة التي تؤثّر فيها السيّارة في الماء لإيقافه. ومن قانون نيوتن الثالث، القوّة المتولّدة من الماء على السيارة تساوي وتعاكس قوّة السيّارة على الماء. لدينا عمليّة متصلة: 1.5 kg من الماء ينطلق من الأنبوب في ثانية واحدة. لذلك دعنا نختار $\Delta t = 1.0\ \mathrm{s}, m = 1.5\ \mathrm{kg}$ في (المعادلة 7-2).

الحل: نفترض اتّجاه x موجبًا نحو اليمين. في كلّ ثانية يتمّ إيقاف كمية من الماء زخمها:

$$p_x = mv_x = (1.5\ \mathrm{kg})(20\ \mathrm{m/s}) = 30\ \mathrm{kg \cdot m/s}$$

عند اصطدامها بالسيّارة.

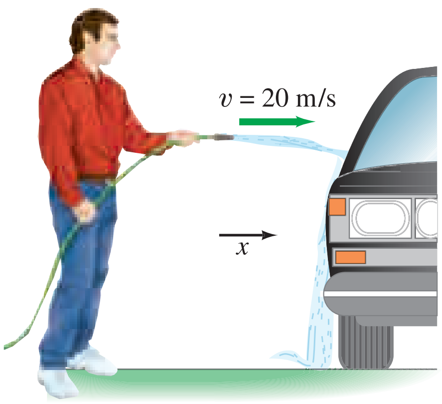
إن مقدار القوة (بفرض أنّها ثابتة) التي تولدها السيّارة لتغيير زخم الماء بهذا المقدار هو:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_{\mathrm{final}} - p_{\mathrm{initial}}}{\Delta t} = \frac{0 - 30\ \mathrm{kg \cdot m/s}}{1.0\ \mathrm{s}} = -30\ \mathrm{N}$$

تشير الإشارة السالبة إلى أنّ القوّة المؤثّرة في الماء تعاكس سرعة الماء الأصلية. تولّد السيّارة قوّة 30 N إلى اليسار لإيقاف الماء، وهكذا من قانون نيوتن الثالث، يؤثّر الماء بقوّة 30 N إلى اليمين في السيّارة.

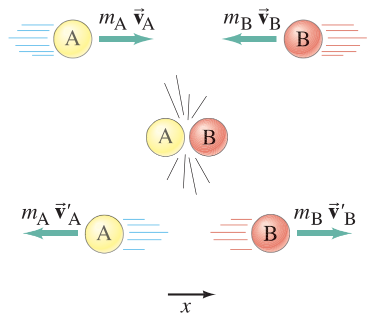
ملحوظة: الزم طريق الإشارات، رغم أن الحسَّ العامَّ يساعد أيضًا.. يتحرّك الماء نحو اليمين، ولذلك الحس العامّ يخبرنا بأنّ القوّة على السيّارة ستكون إلى اليمين.

الشكل **7-2** (المثال 7-2)



التمرين ب: إذا ارتدّ رذاذ الماء نحو الخلف من السيارة في (المثال 7-2)، فهل ستكون القوّة على السيّارة أكبر أم أقل؟

2-7 حفظ الزخم



الشكل 3-7 الزخم الخطي محفوظ في تصادم كرتين معلمتين بـ A و B.

حفظ الزخم لجسمين متصادمين

علاقة حفظ الزخم بقوانين نيوتن

يُعدّ مفهوم الزخم مهمًّا لأنّه يكون محفوظاً تحت ظروف معينة. اعتبر مثلًا التصادم المباشر بين كرتي بلياردو، كما هو مبيّن في (الشكل 3-7). نفرض أنّ القوّة المحصلة الخارجية المؤثرة في هذا النظام من الكرتين تساوي صفرًا؛ أي أنّ القوّتين المهمّتين في أثناء التصادم هما القوتان اللتان تؤثّر فيهما كلُّ كرةٍ في الكرة الأخرى. بالرغم من تغيّر الزخم لكلٍّ من الكرتين نتيجة التصادم، فإنّ مجموع زخميهما بعد التصادم يكون مساويًا لذلك قبل التصادم. فإذا كان $m_A\vec{v}_A$ هو زخم الكرة A و $m_B\vec{v}_B$ هو زخم الكرة B، كما يقاسا قبيل التصادم، فإنّ الزخم الكلّي للكرتين قبل التصادم هو المجموع الاتجاهي $m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B$. وحالًا بعد التصادم، فالكرتان لهما سرعتان وزخمان مختلفان، ونرمز إليهما بـ "prime" (فتحة) على السرعة: $m_A\vec{v}'_A + m_B\vec{v}'_B$

بغضّ النظر عن قيم الكتلة والسرعة، تبيّن التجربة أنّ الزخم الكلّي قبل التصادم يساوي الزخم الكلّي بعد التصادم، سواء أكان التصادم مباشرًا أم لا، ما دام تأثير القوى الخارجيّة معدومًا:

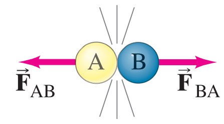
الزخم قبل التصادم = الزخم بعد التصادم

$$m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = m_A\vec{v}'_A + m_B\vec{v}'_B \qquad \textbf{(3-7)}$$

أي أنّ الزخم الكلّي الاتجاهي لنظامٍ مكوّنٍ من كرتين متصادمتين يكون محفوظًا: (يبقى ثابتًا).

رغم أن قانون حفظ الزخم اكتشف بواسطة التجربة، فإنّه يرتبط ارتباطًا وثيقًا بقوانين نيوتن في الحركة، ويمكن إيضاح أنّهما متكافئان. سوف نجري اشتقاقًا لتصادم مباشر، كالتصادم المبيّن في (الشكل 3-7). نفرض القوّة F التي تولدها إحدى الكرتين على الأخرى خلال التصادم تكون ثابتة خلال فترة التماس (التصادم) Δt. نستعمل قانون نيوتن الثاني كما في (المعادلة 2-7) ونعيد كتابته بعد ضرب الطرفين في Δt.

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t. \qquad \textbf{(4-7)}$$



الشكل 4-7 القوى بين الكرتين خلال التصادم في (الشكل 3-7)

نطبّق ذلك على الكرة B وحدها، مع ملاحظة أنّ القوّة $\vec{F}_{BA}$ على الكرة B ناتجةٌ من الكرة A خلال التصادم نحو اليمين اتجاه $+x$ (انظر الشكل 4-7):

$$\Delta\vec{p}_B = \vec{F}_{BA}\,\Delta t$$
$$m_B\vec{v}'_B - m_B\vec{v}_B = \vec{F}_{BA}\,\Delta t$$

من قانون نيوتن الثالث، القوة $\vec{F}_{AB}$ على الكرة A بسبب الكرة B تساوي $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$، وتؤثر نحو اليسار. ثم بتطبيق قانون نيوتن الثاني بالطريقة نفسهاعلى الكرة A يؤدي إلى:

$$\Delta\vec{p}_A = \vec{F}_{AB}\,\Delta t$$

أي

$$m_A\vec{v}'_A - m_A\vec{v}_A = \vec{F}_{AB}\,\Delta t$$
$$= -\vec{F}_{BA}\,\Delta t$$

نجمع معادلتي $\Delta\vec{p}$ (جانبهما الأيمن يختلف فقط بإشارة سالبة):

$$m_A\vec{v}'_A - m_A\vec{v}_A = -(m_B\vec{v}'_B - m_B\vec{v}_B)$$

أي

$$m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = m_A\vec{v}'_A + m_B\vec{v}'_B$$

وهذه هي (المعادلة 3-7)؛ أي قانون حفظ الزخم الخطّي.

الاشتقاق السابق يمكن توسيعه ليشمل أي عدد من الأجسام المتفاعلة. ولتوضيح ذلك، افرض أنّ $\vec{p}$ في (المعادلة 2-7) يمثل الزخم الكلي للنظام؛ أي يساوي الجمع الاتجاهي لزخم كلّ جسمٍ في النظام. (لنظام جسمين السابق $\vec{p} = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B$). إذا كانت القوّة المحصّلة $\Sigma\vec{F}$ على النظام تساوي صفرًا [كما هو الحال في نظامنا الثنائي السابق, $\vec{F} + (-\vec{F}) = 0$]. ومن ثَمّ (المعادلة 2-7)، $\Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t = 0$

قانون حفظ الزخم الخطي

وهكذا لا يتغيّر الزخم الكلّي. وعليه، فإنّ النصّ العام لقانون حفظ الزخم الخطّي هو: **الزخم الكلّي لنظام أجسامٍ معزول يبقى ثابتًا.**

أنظمة

نظام معزول

إنّ كلمة **نظام** تعني ببساطة مجموعةً من الأجسام التي نختارها، ويمكن أن تتفاعل معًا. **النظام المعزول** هو ذلك النظام الذي تكون فيه القوى المهمّة هي تلك المتبادلة بين أجسام النظام. مجموع هذه القوى "الداخلية" ضمن النظام كلّها سيكون صفرًا بسبب قانون نيوتن الثالث. ولو كانت هناك قوى خارجية- أي القوى المؤثّرة من أجسام خارج مجموعة النظام- لا تساوي صفرًا عند جمعها اتّجاهيًّا، فإن الزخم الكلي لايكون محفوظًا. ولكن إذا أُعيد تعريف النظام بحيث يشمل الأجسام الأخرى التي تولّد هذه القوى، عندها يمكن تطبيق مبدأ حفظ الزخم. فعلى سبيل المثال، لو أخذنا من نظامنا صخرةً تسقط تحت تأثير الجاذبيّة، فإنّ زخم هذا النظام غير محفوظ: حيث القوّة الخارجيّة هي قوّة الجاذبيّة الناتجة من الأرض، وهذه تغيّر الزخم. ولكن، لو أنّ نظامنا تضمَّن الأرض أيضًا، فسيكون الزخم الكلي للصخرة والأرض محفوظًا. (هذا يعني أن الأرض ترتفع لتقابل الصخرة، لكنّ كتلة الأرض كبيرةٌ جدا، لدرجة أن سرعتها نحو الأعلى تكون صغيرةً جدًّا).

المثال 3-7 **تصادم عربات القطار: الزخم محفوظ.**

تسير عربة قطار A كتلتها 10,000-kg بسرعة 24.0 m/s تصطدم بعربةٍ مماثلة B ساكنة. إذا ارتبطت العربتان معًا نتيجة التصادم، فاحسب سرعتهما المشتركة بعد ذلك مباشرة. (انظر الشكل 7-5).

النهج: نظامنا مكوّن من العربتين. ثُمَّ نعتبر فترةً زمنيّةً صغيرةً من قُبيل التصادم إلى بُعيْد التصادم، بحيث يمكن إهمال القوى الخارجية كالاحتكاك، ومن ثمَّ نطبق قانون حفظ الزخم.

الحل: الزخم الكلي الابتدائي هو

$$p_{\text{initial}} = m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A$$

لأنّ العربة B كانت ساكنة ($v_B = 0$). الاتجاه نحو اليمين أي $+x$. بعد التصادم، ارتبطت العربتان، وهكذا سيكون لهما السرعة نفسها، ونسميها v'. أي أن الزخم الكلّي بعد التصادم يساوي

$$p_{\text{final}} = (m_A + m_B)v'$$

لقد افترضنا أن لا وجود لقوّى خارجيّةٍ مؤثّرة، وعليه يكون الزخم محفوظ:

$$p_{\text{initial}} = p_{\text{final}}$$
$$m_A v_A = (m_A + m_B)v'$$

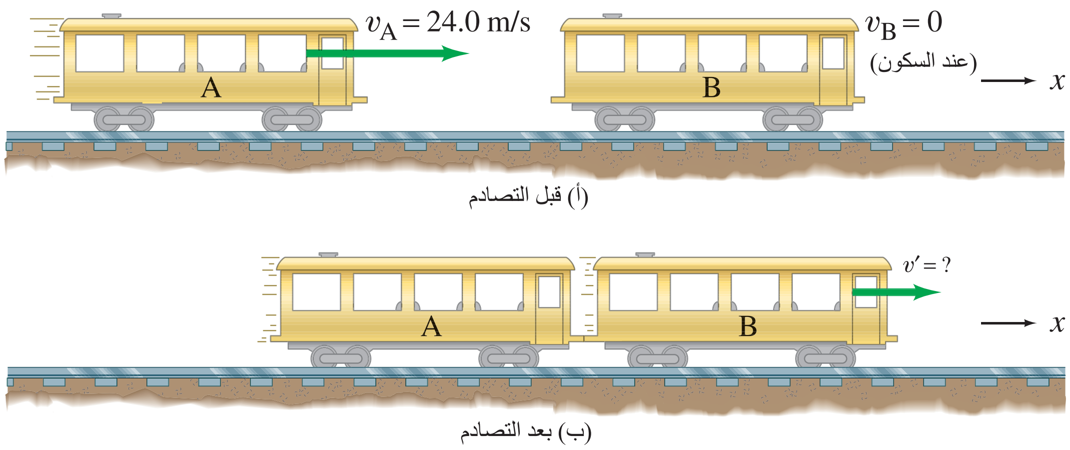
لإيجاد v'

$$v' = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_A = \left(\frac{10{,}000\ \text{kg}}{10{,}000\ \text{kg} + 10{,}000\ \text{kg}}\right)(24.0\ \text{m/s}) = 12.0\ \text{m/s}$$

نحو اليمين: سرعتهما المشتركة بعد التصادم تساوي نصف سرعة العربة A قبل التصادم.

ملحوظة: احتفظنا بالرموز حتى النهاية، وهكذا لدينا معادلة يمكن استخدامها في مواقف مشابهة.

الشكل 7-5 (المثال 7-3)



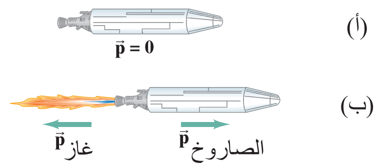
تمرين جـ: في (المثال 7-3)، $m_A = m_B$، ولذلك في المعادلة الأخيرة $m_A/(m_A + m_B) = \frac{1}{2}$. وهكذا فإنّ $v' = \frac{1}{2} v_A$ ما النتيجة التي تحصل عليها إذا: (أ) $m_B = 3m_A$؟ (ب) كانت m_B أكبر بكثير من m_A ($m_B \gg m_A$) و (جـ) $m_B \ll m_A$؟

وفي غياب قوًى خارجيّةٍ تؤثّر في نظامنا، فإنّ حفظ الزخم يكون ساري المفعول. وفي الواقع، فإنّ هناك قوًى خارجيّةً مؤثرة: قوة الاحتكاك على كرة البلياردو، وقوّة الجاذبيّة على البيسبول، وهكذا. ولذلك يبدو أنّ حفظ الزخم لا يمكن تطبيقه. أو هل يمكن ذلك؟ في التصادم، فإنّ القوّة التي يؤثّر فيها كلّ جسمٍ في الآخر تعمل لفترةٍ زمنيّةٍ وجيزةٍ وتكون كبيرةً جدًا. عندما يضرب المضرب كرة التنس (أو البيسبول)، فقبل "التصادم" وبعده تسير الكرة كمقذوفٍ تحت تأثير الجاذبيّة والاحتكاك مع الهواء. وخلال فترة التصادم القصيرة، عندما يضرب الكرة، نجد أنّ القوى الخارجية (الجاذبية والاحتكاك) تكون غير ذات معنى بالمقارنة مع قوى التصادم المتبادلة بين المضرب والكرة. ولذلك، إذا قسنا الزخم قبيل التصادم وبعده فيمكننا تطبيق حفظ الزخم بدقّةٍ كبيرة.

تطبيق الفيزياء
دفع الصاروخ

إن لقانون حفظ الزخم أهميّةً خاصةً عندما نتعامل مع أنظمة بسيطة، مثل تصادم الأجسام أو بعض أنواع "الانفجارات". كالدفع الصاروخي الذي رأيناه في الفصل الرابع؛ حيث يمكن فهمه على أساس الفعل وردّ الفعل. ويمكن أيضًا معالجته على أساس حفظ الزخم. يمكننا اعتبار الصاروخ والوقود كنظامٍ معزولٍ إذا كانا بعيدين في الفضاء (لا يوجد قوى خارجيّة). في نظام محاور الصاروخ، يبقى الزخم الخطيّ الكلّي ثابتاً: الزخم نحو الخلف للغازات العادمة يعادله الزخم الأمامي للصاروخ نفسه (انظر الشكل 7-6). وهكذا يتسارع الصاروخ في الفضاء. وليست هناك حاجةٌ لأن تضغط الغازات العادمة على الأرض أو الهواء (كما يعتقد خطأً أحيانًا). أمثلة مشابهة لأنظمة معزولة (تقريبًا) حين يكون الزخم محفوظًا، هي ارتداد البندقية عند إطلاق رصاصة، وكذلك حركة القارب عند قذف رزمةٍ خارجه.

تنويه:
يضغط الصاروخ على الغازات المنطلقة وليس على الأرض أو أجسام أخرى.



الشكل 7-6 (أ) صاروخ يحمل وقودًا، في حالة سكون بالنسبة إلى مجموعة من المحاور. (ب) في مجموعة المحاور نفسها ينطلق الصاروخ وتندفع الغازات بسرعةٍ كبيرةٍ من الخلف. الزخم الكلّي المتجه $\vec{p}_{\text{الصاروخ}} + \vec{p}_{\text{غاز}}$ يبقى صفرا.

المثال 7-4 **ارتداد البندقية.**

احسب سرعة ارتداد بندقية كتلتها 5.0-kg تطلق طلقةً كتلتها 0.020-kg بسرعة 620 m/s (الشكل 7-7).

الشكل 7-7 (المثال 7-4)

النهج: نظامنا مكوّنٌ من البندقيّة والطلقة، كلاهما ساكن أولًا، قبيل الضغط على الزناد. عند ضغط الزناد، يحصل انفجار. وننظر إلى البندقية والقذيفة عند لحظة خروج الطلقة من الفوهة، تتحرك الطلقة إلى اليمين $(+x)$، وترتد البندقية نحو اليسار.

وخلال فترة الانفجار القصيرة جدًّا، يمكننا اعتبار القوى الخارجية صغيرةً بالمقارنة مع القوى الناجمة من انفجار ملح البارود. وبهذا يمكننا تطبيق حفظ الزخم، على الأقل بالتقريب.

الحل: افرض أنّ B تمثّل الطلقة و R تمثّل البندقيّة، تمثّل السرعة النهائية بفتحة. يعطينا حفظ الزخم باتجاه x.

الزخم قبل الانفجار = الزخم بعد الانفجار

$$m_B v_B + m_R v_R = m_B v'_B + m_R v'_R$$
$$0 + 0 = m_B v'_B + m_R v'_R$$

$$v'_R = -\frac{m_B v'_B}{m_R} = -\frac{(0.020\,\text{kg})(620\,\text{m/s})}{(5.0\,\text{kg})} = -2.5\,\text{m/s}.$$

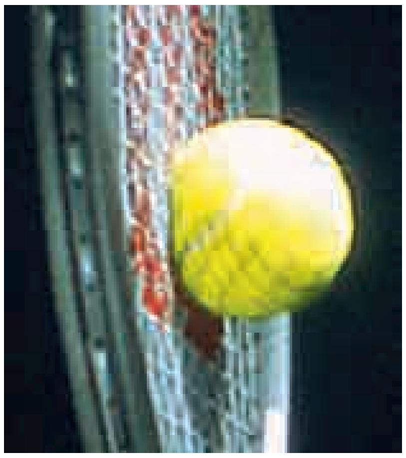
بما أنّ كتلة البندقيّة أكبر بكثير، فإن سرعة ارتدادها تكون أصغر بكثيرٍ من سرعة الطلقة. تشير إشارة السالب إلى أن سرعة (زخم) البندقيّة تكون باتجاه محور x السالب، وذلك عكس سرعة الطلقة.

المثال المفاهيمي 7-5 **السقوط على زلّاجة أو منها.**

(أ) تنزلق زلّاجةٌ فارغةٌ على جليدٍ عديم الاحتكاك عندما تسقط ليلى عموديًّا من شجرةٍ فوق الزلّاجة. عندما تهبط على الزلّاجة، هل تزيد سرعة الزلّاجة؟ أم تنقص. أم تبقى ثابتة؟ (ب) لاحقًا، تسقط ليلى جانبيًّا من على الزلّاجة، هل تزيد سرعة الزلّاجة؟ أم تنقص؟ أم تحتفظ بسرعتها ثابتة؟

الإجابة (أ) لأنّ ليلى تسقط عموديًّا. فليس لها زخمٌ أفقيٌّ ابتدائي. لذلك يبقى الزخم الأفقيُّ الكلّيّ محفوظًا؛ أي قبل سقوطها وبعده. وبما أنّ كتلة النظام (الزلّاجة + ليلى) زادت. فإنّ السرعة يجب أن تقل.
(ب) في لحظة سقوط ليلى بالسرعة الأفقية نفسها التي كانت تتحرّك وهي على الزلّاجة. أي لها الزخم نفسه الذي كان لها قبل لحظة. وبما أن الزخم محفوظ. إذن. تحتفظ الزلّاجة بسرعتها ثابتة.

7-3 التصادمات والدفع

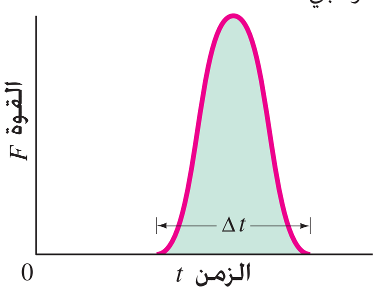


الشكل 7-8 مضرب التنس يضرب كرة التنس. كلا من الكرة وشبكة المضرب يتغير شكلهما بسبب القوة الكبيرة التي يؤثر فيها أحدهما في الآخر.

التصادمات حدثٌ دارجٌ في الحياة اليومية: مضرب التنس أو البيسبول يضرب الكرة. كرات البلياردو تصطدم. مطرقة تدق مسمارًا. عند التصادم. فإنّ التفاعل المتبادل بين الأجسام المشتركة في التصادم يكون عادةً أكبر بكثيرٍ من أي تفاعلٍ بين النظام والمحيط. عندها. يمكننا إهمال أيّ قوى أخرى خلال فترة التصادم الوجيزة.

خلال تصادم جسمين عاديين. فإنَّ كلا الجسمين يتشوّهان. وعادةً بصورةٍ كبيرة؛ نظرًا للقوى الكبيرة المشتركة (الشكل 7-8). وعند وقوع التصادم. تقفز القوة من الصفر في لحظة التماس إلى قوةٍ كبيرةٍ خلال فترة صغيرة جدًّا. ثم تعود بسرعةٍ إلى الصفر ثانية. وهناك رسمٌ لمقدار القوة التي يؤثر فيها أحد الجسمين في الآخر خلال التصادم بدلالة الزمن تشبه المنحنى الأحمر في (الشكل *7-9*).
الفترة الزمنية Δt تكون عادةً واضحةً وصغيرةً جدًّا.

الشكل 7-9 القوة بدلالة الزمن خلال تصادم نموذجي.



ومن قانون نيوتن الثاني. (المعادلة 7-2). القوة المحصلة على الجسم تساوي معدّل تغيّر زخمه الخطّيّ.

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{\Delta \vec{\mathbf{p}}}{\Delta t}.$$

(كتبنا $\vec{\mathbf{F}}$ بدلًا من $\Sigma\vec{\mathbf{F}}$ لتدلّ على القوّة المحصلة. التي نفرض أنّها بصورةٍ كاملةٍ تعود إلى القوّة الكبيرة التي تؤثر خلال التصادم). تنطبق هذه المعادلة على كلٍّ من الجسمين خلال التصادم. نضرب طرفي هذه المعادلة في الفترة الزمنية Δt. ونحصل على:

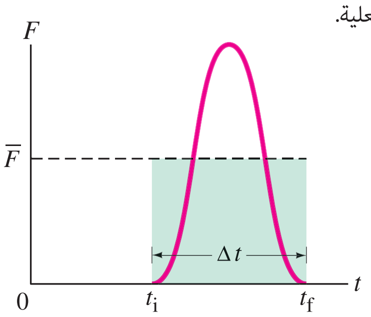
$$\vec{\mathbf{F}}\,\Delta t = \Delta \vec{\mathbf{p}}. \tag{5-7}$$

الكمّيّة على يسار المعادلة؛ أي حاصل ضرب القوة $\vec{\mathbf{F}}$ بالفترة الزمنية Δt التي تؤثر خلالها القوة. تدعى الدفع ويرمز إليها بـ I:

$$\mathrm{I} = \vec{\mathbf{F}}\,\Delta t.$$

نرى أنّ التغيّر في الزخم يساوي الدفع. يُعدّ مفهوم الدفع مهمًّا خاصةً للقوّة التي تؤثّر لفترةٍ وجيزةٍ مثل المضرب يضرب كرة البيسبول. القوة بصورة عامة ليست ثابتة. وعادةً يكون تغيّرها مع الزمن كما هو مبيّن في (الشكل 7-10).

الشكل 7-10 القوة المتوسطة $\bar{F}$ تؤثر خلال فترة زمنية Δt تعطي الدفع نفسه ($\bar{F}\,\Delta t$) كالقوة الفعلية.



ويمكننا عادةً تقريب تلك القوّة المتغيّرة بقوّةٍ متوسّطة $\bar{F}$ تؤثّر خلال الفترة Δt. كما هو مشار إليه بالخط المتقطع في (الشكل 7-10). نختار $\bar{F}$ بحيث تكون المساحة المظلّلة في (الشكل 7-10) (تساوي $(\bar{F} \times \Delta t)$ مساويةً للمساحة تحت المنحنى الذي يمثّل F مع الزمن t (الشكل 7-9) (الذي يمثّل الدفع الفعلي).

التمرين د: افرض أنّ (الشكل 7-9)يمثّل القوّة على كرة جولف مع الزمن عندما تصطدم الكرة بالحائط . كيف يتغيّر هذا الشكل عندما تصطدم كرةٌ مطاطيّة أكثر ليونةً بالحائط ولها الكتلة والسرعة نفسها.

تطبيق الفيزياء
كيف نتجنب كسر الساق

المثال 6-7 اثنِ ركبتيك عند الهبوط على الأرض.

(أ) احسب الدفع الناتج عندما يصطدم شخصٌ كتلته 70-kg بأرضٍ صلبةٍ إذا قفز من ارتفاع 3.0 m.
(ب) احسب قيمةً تقريبيّةً لمتوسّط القوّة المؤثّرة في قدمي الشخص من الأرض إذا كان الهبوط والساقان ممدودتان، ثم احسب القوة (جـ) والساقان مثنيتان. افرض أنّ الجسم تحرّك 1.0 cm خلال الارتطام والساقان ممدودتان، وحوالي 50 cm والساقان مثنيّتان.

النهج: خلال الفترة الزمنيّة القصيرة التي تبدأ قُبيل ارتطامه بالأرض وتنتهي عندما يصل إلى حالة السكون، تولّد الأرض قوّةً عليه وتعطيه دفعًا مساويًا للتغيّر في زخمه (المعادلة 7-5). للجزء (أ) فإنّنا نعلم أنّ سرعته النهائية (صفر؛ لأنّه يصل إلى السكون)، لكنّنا بحاجةٍ إلى حساب سرعته الابتدائية قُبيل ملامسته للأرض. إنّ الأخيرة بحاجةٍ إلى معادلات الحركة، وأنه سقط من ارتفاع 3.0 m. ثم تعطينا (المعادلة 7-5) $F\Delta t$. في الجزأين (ب) و (جـ) نحسب طول الفترة Δt التي استغرقته ليتباطأ عند اصطدامه بالأرض باستعمال معادلات الحركة، ومن ثم نحسب F حيث إننا نعرف $F\Delta t$.

الحل: (أ) نحتاج أولًا إلى تحديد سرعة الشخص قُبيل اصطدامه بالأرض باعتبار الفترة الزمنية منذ بدء سقوطه من ارتفاع 3.0 m وحتى قُبيل ملامسته الأرضَ. ولأنّ الشخص يسقط تحت تأثير الجاذبيّة، فإنّنا سنستخدم (المعادلة 2-11 جـ) $v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0)$ حيث $a = -g$ و $v_0 = 0$، أي

$$v^2 = 2g(y_0 - y)$$

أو

$$v = \sqrt{2g(y_0 - y)} = \sqrt{2(9.8\,\text{m/s}^2)(3.0\,\text{m})} = 7.7\,\text{m/s}.$$

هذه $v = 7.7\,\text{m/s}$ هي سرعته قبيل اصطدامه بالأرض، ولذلك فهي السرعة الابتدائية للفترة الزمنية القصيرة للتصادم مع الأرض Δt. والآن، يمكننا تحديد الدفع بفحص هذه الفترة الزمنية القصيرة عندما يضرب الشخص الأرض ويصل إلى السكون (الشكل 7-11). إنّنا لا نعرف القوة F. لذا، فإنّنا لا نستطيع حساب الدفع $F\Delta t$ مباشرة؛ بل يمكننا استعمال(المعادلة 7-5): الدفع يساوي التغيّر في زخم الجسم

$$\bar{F}\,\Delta t = \Delta p = m\,\Delta v$$
$$= (70\,\text{kg})(0 - 7.7\,\text{m/s}) = -540\,\text{N}\cdot\text{s}.$$

تخبرنا إشارة السالب أنّ القوّة تعاكس الزخم الأصلي (نحو الأسفل)؛ أي أنّ القوّة تعمل نحو الأعلى.

(ب) خلال وصوله إلى السكون، فإنّ الشخص يتباطأ من 7.7 m/s إلى صفر في مسافة $d = 1.0\,\text{cm} = 1.0 \times 10^{-2}\,\text{m}$. وإذا فرضنا أنّ القوّة المؤثّرة فيه من الأرض ثابتة، فإنّ سرعته المتوسّطة خلال هذه الفترة القصيرة تساوي

$$\bar{v} = \frac{(7.7\,\text{m/s} + 0\,\text{m/s})}{2} = 3.9\,\text{m/s}.$$

وهكذا، فإنّ التصادم مع الأرض يستغرق فترةً زمنية (تذكر تعريف السرعة $\bar{v} = d/\Delta t$):

$$\Delta t = \frac{d}{\bar{v}} = \frac{(1.0 \times 10^{-2}\,\text{m})}{(3.9\,\text{m/s})} = 2.6 \times 10^{-3}\,\text{s}.$$

وحيث إن مقدار الدفع $\bar{F}\,\Delta t = 540\,\text{N}\cdot\text{s}$، $\Delta t = 2.6 \times 10^{-3}\,\text{s}$ فإن متوسّط القوّة المحصّلة $\bar{F}$ على الشخص مقدارها

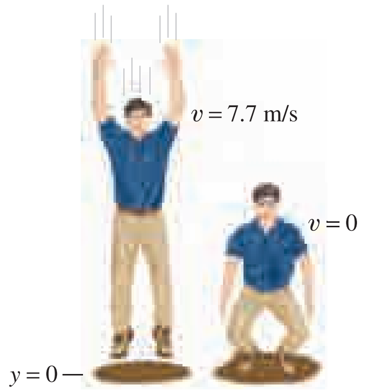
$$\bar{F} = \frac{540\,\text{N}\cdot\text{s}}{2.6 \times 10^{-3}\,\text{s}} = 2.1 \times 10^{5}\,\text{N}$$

نكون قد وصلنا، $\bar{F}$ تساوي الجمع الاتجاهيّ للقوّة المتوسّطة نحو الأعلى على الأرجل متولّدة من الأرض، F_{grd}، والتي نأخذها موجبة، بالإضافة إلى قوّة الجاذبيّة نحو الأسفل $-mg$ (انظر الشكل 7-12):

$$\bar{F} = F_{\text{grd}} - mg$$

وبما أن $mg = (70\,\text{kg})(9.8\,\text{m/s}^2) = 690\,\text{N}$، فإن

$$F_{\text{grd}} = \bar{F} + mg = (2.1 \times 10^{5}\,\text{N}) + (0.690 \times 10^{3}\,\text{N}) \approx 2.1 \times 10^{5}\,\text{N}$$



الشكل 7-11 (المثال 7-6) الفترة الزمنية التي يؤثر خلالها الدفع.

حلّ المسألة.
تكون مخططات الجسم الحر مفيدة دائمًا.

(جـ) هذا يشبه الجزء (ب)، ما عدا أن $d = 0.50\ \text{m}$، وهكذا

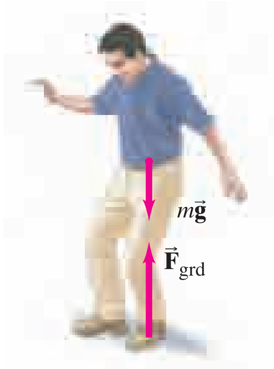
$$\Delta t = \frac{d}{\bar{v}} = \frac{0.50\ \text{m}}{3.9\ \text{m/s}} = 0.13\ \text{s}$$

$$\bar{F} = \frac{540\ \text{N}\cdot\text{s}}{0.13\ \text{s}} = 4.2 \times 10^3\ \text{N}.$$

والقوّة نحو الأعلى من الأرض على قدمي الشخص كما في الجزء (ب):

$$F_{\text{grd}} = \bar{F} + mg = (4.2 \times 10^3\ \text{N}) + (0.69 \times 10^3\ \text{N}) = 4.9 \times 10^3\ \text{N}.$$

ومن الواضح، أنَّ القوَّة على القدمين الآن أصغر بكثيرٍ عندما تكون الركبتان مثنيتين، ويحدث الدفع خلال فترةٍ زمنيّةٍ أطول. وفي الحقيقة، فإنّ متانة عظم الساقين (انظر الفصل 9، الجدول 9-2) ليست كبيرة لدرجة تستطيع تحمّل القوّة المحسوبة في الجزء (ب) ولذا يحتمل كسر الساق في مثل هذا النزول بساقين ممدودتين، في حين لا يحتمل ذلك في الجزء (جـ) لأنّ الركبتين مثنيتان.



الشكل 7-12(المثال 7-6)
عندما يهبط الشخص على الأرض، فإن القوة المحصلة المتوسطة خلال التصادم تساوي $\bar{F} = F_{\text{grd}} - mg$ بحيث F_{grd} القوة التي تولدها الأرض على الشخص نحو الأعلى.

التمرين هـ: وفي الجزء (ب) من (المثال 7-6)، حسبنا القوة التي تؤثر فيها الأرض في شخصٍ خلال التصادم، F_{grd}. هل كانت F_{grd} أكبر بكثيرٍ من القوّة "الخارجيّة" للجاذبيّة على الشخص؟ بأيّ نسبةٍ كان ذلك؟

7-4 حفظ الطاقة والزخم في التصادمات

خلال معظم التصادمات، فإنّنا عادةً لا نعرف كيفيّة تغيّر القوّة خلال الزمن. وهكذا، فإنّ التحليل باستخدام قانون نيوتن الثاني يصبح صعبًا أو مستحيلًا. وباستعمال قوانين حفظ الطاقة والزخم، لا زلنا نستطيع معرفة الكثير حول الحركة بعد التصادم إذا عرفنا الحركة قبل التصادم. رأينا في (البند 7-2)أنّه في تصادم جسمين مثل كرتي البلياردو، فإنّ الزخم الكلّيّ يكون محفوظًا. وإذا كان الجسمان صلبين جدًّا، وليس هناك تولّد للحرارة أو شكلٌ من أشكال الطاقة في التصادم، فإنّ الطاقة الحركيّة بعد التصادم تساوي تلك قبل التصادم. وخلال الفترة الوجيزة التي يتلامس فيها الجسمان، فإنّ بعض (أو كلّ) الطاقة تُخزن لحظيًّا بصورة طاقة مرونة. ولكن إذا قارنا الطاقة الحركية الكلية بعد التصادم بالطاقة الحركية الكلية قبل التصادم، فإنّنا نجدهما متساويتين. يعرف مثل هذا التصادم الذي تكون فيه الطاقة الحركية الكلية محفوظة، بالتصادم المرن. إذا استعملنا A و B على أنهما رمزان سفليان لتمثلا جسمين، فيمكننا كتابة معادلة حفظ الطاقة الحركية الكلية بصورة

الطاقة الحركية KE الكلية قبل التصادم = الطاقة الحركية KE الكلية بعد التصادم.

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B'^2. \qquad \text{[تصادم مرن]} \qquad \textbf{(7-6)}$$

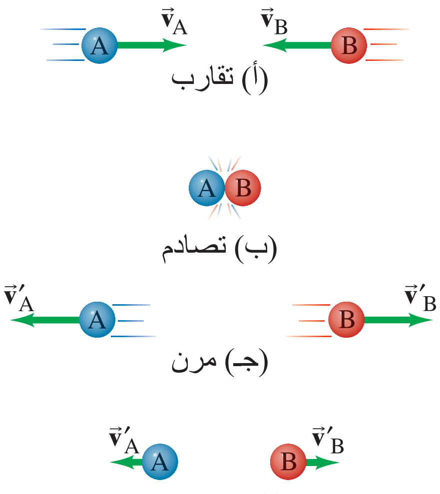
هنا الكميات بفتحة (') تعني بعد التصادم، ومن غير فتحة تعني قبل التصادم، مثل (المعادلة 7-3)لقانون حفظ الزخم.

وعلى المستوى الذري، تكون التصادمات بين الجزيئات والذرات مرنة. وفي عالم الأجسام العادية [الجاهرية] يكون التصادم المرن مثاليًا، ولا نصل إليه أبدًا؛ لأنّ قليلًا من الطاقة الحرارية (ويحتمل طاقة صوتية وأشكال أخرى من الطاقة) تنتج دائمًا خلال التصادم. إلا أن تصادم كرتين قاسيتين، مثل كرات البلياردو، يكون قريبا من تصادم تام المرونة، وعادة ما نعامله على هذا الأساس.

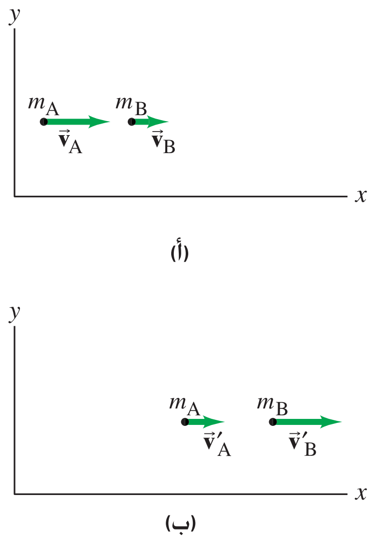
ونحتاج دائمًا إلى أن تتذكّر أنّ الطاقة الكلية دائمًا محفوظة حتى لو لم تكن الطاقة الحركية محفوظة. التصادمات التي لا تكون الطاقة الحركية فيها محفوظة تُسمّى تصادمات غير مرنة. وتتحول الطاقة الحركية المفقودة إلى أشكال أخرى من الطاقة، عادةً طاقة حرارية، بحيث إن الطاقة الكلية (دائمًا) تكون محفوظة. في هذه الحالة $\text{KE}_A + \text{KE}_B = \text{KE}_A' + \text{KE}_B' +$ طاقة حرارية وأنواع أخرى من الطاقة

انظر (الشكل 7-13) وتفاصيل وصفه.

الشكل 7-13 جسمان متماثلا الكتلة (أ) يقتربان بسرعتين متساويتين (ب) يصطدمان، ومن ثَمَّ (ج) يرتدان بسرعتين متساويتين ولكن باتجاهين متعاكسين إذا كان التصادم مرنا أو (د) يرتدان بسرعات أقل بكثير أو حتى يسكنان إذا كان التصادم غير مرن.



7-5 التصادمات المرنة في بُعد واحد



الشكل 7-14 جسمان صغيران كتلتاهما m_A و m_B
(أ) قبل التصادم و (ب) بعد التصادم.

نطبّق الآن قوانين حفظ الزخم والطاقة الحركيّة على تصادمٍ مرنٍ بين جسمين صغيرين يتصادمان بصورةٍ مباشرة، ومن ثَمّ تكون الحركة كلّها في خطٍّ مستقيم. دعنا نفرض أنّ الجسمين يتحركان بسرعتين v_A و v_B باتّجاه محور x قبل التصادم، (الشكل 7-14ب) . وبعد التصادم أصبحت سرعتهما v'_A و v'_B لكلّ سرعة $v > 0$ يتحرك الجسم نحو اليمين (تزايد x) أما لـ $v < 0$، فإنّ الجسم يتحرك نحو اليسار (باتّجاه تناقص قيم x).

من قانون حفظ الزخم،

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

ولأنّ التصادم مرن، فإن الطاقة الحركية كذلك محفوظة:

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2}m_A v'^2_A + \tfrac{1}{2}m_B v'^2_B$$

لدينا معادلتان بمكننا حلّهما لحساب مجهولين. إذا عرفنا الكتلتين وسرعتي الجسمين قبل التصادم، فنستطيع عندها حساب سرعتي الجسمين بعد التصادم. ويمكننا اشتقاق نتيجةٍ مفيدةٍ بكتابة معادلة الزخم بالصورة

$$m_A(v_A - v'_A) = m_B(v'_B - v_B) \qquad \text{(i)}$$

ويفيد كتابة معادلة الطاقة الحركيّة كما يلي:

$$m_A(v_A^2 - v'^2_A) = m_B(v'^2_B - v_B^2) \qquad \text{(ii)}$$

نلاحظ جبريًّا $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

لذلك نكتب المعادلة الأخيرة كالتالي:

$$m_A(v_A - v'_A)(v_A + v'_A) = m_B(v'_B - v_B)(v'_B + v_B)$$

نقسم معادلة (ii) على معادلة (i) (نفرض أن $v'_A \neq v_A$ و $v'_B \neq v_B$) نحصل على

$$v_A + v'_A = v'_B + v_B$$

ونعيد كتابة هذه المعادلة

$$v_A - v_B = v'_B - v'_A$$

أو

$$v_A - v_B = -(v'_A - v'_B) \qquad \text{[تصادم مباشر مرن]} \qquad (7\text{-}7)$$

سرعات نسبية (في بُعد واحد فقط)

هذه نتيجة مهمّة: تخبرنا أنّه لأيّ تصادم مباشر مرن، السرعة النسبية للجسمين بعد التصادم لها مقدار (لكن في الاتّجاه المعاكس) السرعة النسبيّة نفسها للجسمين قبل التصادم بغضّ النظر عن قيمتي الكتلتين.

(المعادلة 7-7) اشتقت من قانون حفظ الطاقة الحركيّة لتصادم مرن، ويمكن استخدامها بدلًا منه. ولأنّ السرعتين غير مربعتين في (المعادلة 7-7) ، فإنّ استعمالها أسهل في الحسابات أكثر من تلك المتعلقة بحفظ الطاقة الحركية (المعادلة 7-6).

المثال 7-7 البلياردو

تتحرك كرة بلياردو A كتلتها m بسرعة v لتصدم مباشرةً بكرة B التي لها الكتلة نفسها لكنّها ساكنة $(v_B = 0)$. ماذا ستكون سرعتا الكرتين بعد التصادم على افتراض أنّ التصادم مرن؟

النهج: هناك مجهولان v'_A, v'_B. لذلك، فنحن بحاجةٍ إلى معادلتين مستقلتين. يركز اهتمامنا على الفترة الزمنية منذ قُبيل التصادم إلى بُعيد التصادم. وليس هناك أيّ قوًى خارجيّة تؤثّر في نظامنا المكوّن من جسمين (ورد الفعل العمودي قوتين متعادلتين mg) لذلك يكون الزخم محفوظًا. ينطبق كذلك حفظ الطاقة الحركية باعتبار أن التصادم مرن

الحــل: أعطينا أن $v_A = v$ و $v_B = 0$، وأن $m_A = m_B = m$، وبعدها، فإن حفظ الزخم يعطي

$$mv = mv'_A + mv'_B$$

ولأنّ الكتل تختصر

$$v = v'_A + v'_B$$

لدينا مجهولان (v'_A, v'_B) لذا، نحتاج إلى معادلةٍ ثانية قد تكون معادلة حفظ الطاقة الحركيّة. أو (المعادلة 7-7) الأسهل حيث اشتققنا منها:

$v_A - v_B = v'_B - v'_A$ أو $v = v'_B - v'_A$ لأن $v_A = v$ و $v_B = 0$.

نطرح $v = v'_B - v'_A$ من معادلتنا للزخم $(v = v'_A + v'_B)$
للحصول على $0 = 2v'_A$
وبالتالي، $v'_A = 0$. يمكننا الآن الحل لإيجاد المجهول الآخر (v'_B) لأن $v = v'_B - v'_A$

$$v'_B = v + v'_A = v + 0 = v$$

لنجمل ذلك، قبل التصادم لدينا

$$v_A = v, \qquad v_B = 0$$

وبعد التصادم

$$v'_A = 0, \qquad v'_B = v.$$

أي أنّ الكرة A وصلت إلى السكون بسبب التصادم، أمّا الكرة B فاكتسبت السرعة الأصليّة للكرة A. انظر (الشكل 7-15).

ملحوظة: نتيجتنا تلاحظ عادةً من قبل لاعبي البلياردو، وتنطبق فقط إذا كان للكرتين كتلتان متساويتان (وأن لا تُعطى الكرتان حركة مغزلية).

الشكل 7-15 في هذه الصورة متعددة الوميض لتصادم مباشر بين كرتين لهما كتلتان متساويتان. كرة البدء البيضاء تتسارع من السكون بواسطة عصا البدء لتصدم الكرة الحمراء الساكنة أصلًا. الكرة البيضاء تتوقّف في مسارها، والكرة الحمراء (المساوية في الكتلة) تبدأ في الحركة بسرعة الكرة البيضاء نفسها قبل التصادم. انظر (المثال 7-7).

المثال 7-8 تصادم نووي

بروتون (p) كتلته 1.01 u (وحدة كتلة ذريّة) يتحرّك بسرعة 3.60×10^4 m/s يصطدم مباشرةً بنواة ذرّة هيليوم (He) $(m_{He} = 4.00$ u$)$ ساكنة. ما سرعة البروتون ونواة الهيليوم بعد التصادم؟ (كما ذكرنا في الفصل الأول، 1 u $= 1.66 \times 10^{-27}$ kg، لكنّنا لا نحتاج إلى هذه الحقيقة). افرض أنّ التصادم حصل في حيّز من الفراغ.

النهج: كما في المثال 7-7، فهذا تصادم مباشر مرن، ولكن الآن كتلتي الجسيمين ليستا متساويتين. القوّة الخارجية الوحيدة هي جاذبيّة الأرض، إلّا أنّها ليست مهمّة بالمقارنة مع القوى الشديدة المتبادلة في التصادم. لذا نستخدم مجددًا قانوني حفظ الزخم والطاقة الحركيّة، ونطبقهما على نظامنا المكوّن من جُسيْمين.

الحل: دع البروتون (p) هو الجسيم A ونواة الهيليوم (He) هي الجسيم B. عندئذ $v_B = v_{He} = 0$ و $v_A = v_p = 3.60 \times 10^4$ m/s نريد إيجاد السرعتين v'_p و v'_{He} بعد التصادم. من قانون حفظ الزخم

$$m_p v_p + 0 = m_p v'_p + m_{He} v'_{He}$$

ولأنّ التصادم مرن، فالطاقة الحركيّة لنظامنا المكوّن من جُسيمَينْ محفوظة. ويمكننا استعمال المعادلة (7-7)، لتصبح

$$v_p - 0 = v'_{He} - v'_p$$

وهكذا

$$v'_p = v'_{He} - v_p$$

وبتعويض ذلك في معادلة الزخم السابقة، نحصل على

$$m_p v_p = m_p v'_{He} - m_p v_p + m_{He} v'_{He}$$

ونحل لإيجاد v'_{He}، فنحصل على

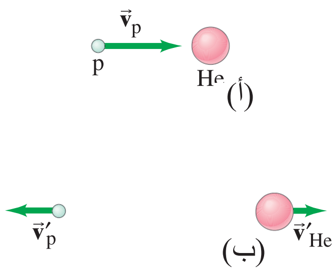
$$v'_{He} = \frac{2m_p v_p}{m_p + m_{He}} = \frac{2(1.01\text{ u})(3.60 \times 10^4\text{ m/s})}{5.01\text{ u}} = 1.45 \times 10^4\text{ m/s}.$$

المجهول الثاني هو v'_p، الذي نحصل عليه من

$$v'_p = v'_{He} - v_p = (1.45 \times 10^4\text{ m/s}) - (3.60 \times 10^4\text{ m/s}) = -2.15 \times 10^4\text{ m/s}.$$

الإشارة السالبة لـ v'_p تدلّنا على أنّ البروتون يعكس اتجاهه بسبب التصادم، ونرى أن سرعته أقل من سرعته الأصلية (انظر الشكل 7-16).

ملحوظة: هذه النتيجة معقولة: يتوقع من البروتون الخفيف أن يرتدَّ إلى الخلف من نواة الهيليوم ذات الكتلة الأكبر، ولكن ليس بسرعته الأصليّة، كما في حالة الارتداد عن جدارٍ صلب (يناظر كتلة هائلة).



الشكل 7-16 المثال (7-8): (أ) قبل التصادم، (ب) بعد التصادم

7-6 التصادمات غير المرنة

تُسمّى التصادماتُ التي تكون فيها الطاقةُ الحركيّةُ غيرَ محفوظةٍ التصادماتِ غير المرنة. يتحول بعض الطاقة الحركيّة الابتدائيّة إلى أنواعٍ أخرى من الطاقة مثل الطاقة الحراريّة أو طاقة الوضع، لذلك تكون الطاقة الحركيّة الكليّة بعد التصادم أقلَّ من الطاقة الحركيّة الكليّة قبل التصادم. وقد يحدث العكس عندما تنطلق طاقة وضع (مثل الطاقة الكيماويّة أو النوويّة)، عندها تكون الطاقة الحركيّة الكليّة بعد التصادم أكبر من الطاقة الحركيّة الكليّة قبل التصادم. الانفجارات هي أمثلة على ذلك.

تصادم عديم المرونة (تام اللامرونة)

التصادمات الجاهريّة عادةً ما تكون غير مرنة، على الأقل إلى حدٍ ما، وغالبًا إلى حدٍّ بعيد. إذا التصق جسمان نتيجة التصادم، يُقال عندها إنّ التصادم **عديم المرونة**. ومثال على هذا النوع من التصادم: كرتان متصادمتان من الطين التصقتا معًا، أو عربتا قطار التصقتا عند اصطدامهما. أحيانًا تتحوّل الطاقة الحركيّة كلّها إلى أنواعٍ أخرى من الطاقة في التصادم غير المرن، ولكن أحيانًا أخرى، بعضٌ من هذه الطاقة هو الذي يتحول فقط. في (المثال 7-3) ، رأينا أنه عندما اصطدمت عربة القطار المتحركة بأخرى متوقفة، انطلقتا بعد التصادم ببعض الطاقة في تصادمٍ عديم المرونة، حيث تحوّل الجزء الأقصى من الطاقة الحركيّة إلى أنواعٍ أخرى من الطاقة منسجمًا مع قانون حفظ الزخم. وبالرغم من أنّ الطاقة الحركيّة غير محفوظة في التصادمات غير المرنة، فإنّ الطاقة بصورتها العامّة لا تزال محفوظةً بالإضافة إلى حفظ الزخم الخطّي الاتجاهي.

المثال 7-9 عربات القطار مرة أخرى

التصادم عديم المرونة بين عربتي قطار الذي درسناه في (المثال7-3). احسب مقدار الطاقة الحركيّة الابتدائيّة الذي تحوّل إلى طاقةٍ حراريّة أو أنواعٍ أخرى من الطاقة.

النهج: التحمت عربتا القطار ببعضهما بعد التصادم. لذلك، فهذا تصادم عديم المرونة. (تام اللامرونة). بطرح الطاقة الحركيّة الكليّة بعد التصادم من الطاقة الحركيّة الأصليّة، يمكننا إيجاد مقدار الطاقة التي تحوّلت إلى أنواع أخرى من الطاقة.

الحل: قبل التصادم، كانت العربة A هي المتحركة فقط. لذا، فإنّ الطاقة الحركيّة الابتدائيّة هي:

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 = \tfrac{1}{2}(10{,}000\,\text{kg})(24.0\,\text{m/s})^2 = 2.88 \times 10^6\,\text{J}$$

وبعد التصادم، تتحرك العربتان بسرعة 12.0 m/s، من قانون حفظ الزخم

$$\tfrac{1}{2}(20{,}000\,\text{kg})(12.0\,\text{m/s})^2 = 1.44 \times 10^6\,\text{J}$$

(المثال 7 - 3)، لذلك تكون الطاقة الحركيّة الكليّة بعد التصادم أي أنّ الطاقة المتحوّلة إلى أنواعٍ أخرى تساوي

$$(2.88 \times 10^6\,\text{J}) - (1.44 \times 10^6\,\text{J}) = 1.44 \times 10^6\,\text{J}$$

وهي تساوي نصف الطاقة الأصليّة.

البندول القذفي (البالستي)

المثال 7-10 البندول القذفي (البالستي)

البندول القذفي هو أداة تُستعمل عادةً لقياس سرعة مقذوفٍ مثل الطلقة. يُطلق المقذوف (كتلته m) باتجاه قطعةٍ كبيرةٍ من الخشب أو مادةٍ أخرى كتلتها M، وتكون معلّقة مثل البندول. (عادة تكون M أكبر على نحو ملحوظ من m) ونتيجة للتصادم، يتأرجح البندول والمقذوف معًا إلى أقصى ارتفاع h (الشكل 7-17). جد العلاقة بين السرعة الأفقية الابتدائية للمقذوف، v وأقصى ارتفاع h.

النهج: يمكننا تحليل العملية بتقسيمها إلى جزأين أو فترتين زمنيتين هما: (1) الفترة من قُبيل التصادم إلى بُعيد التصادم نفسه. (2) الفترة التالية، التي يتحرّك فيها البندول من الوضع الرأسي إلى أقصى ارتفاع h. في الجزء (1)، (الشكل 7-17أ)، نفرض أن زمن التصادم ضئيل جدًّا بحيث يصل المقذوف إلى السكون داخل قطعة الخشب قبل أن تتحرك هذه الأخيرة بصورةٍ كبيرةٍ من مكانها مباشرة تحت الحامل. في الواقع، لاتوجد هناك قوّةٌ محصّلة خارجيّة، ونستطيع بذلك تطبيق قانون حفظ الزخم لهذا التصادم عديم المرونة. وفي جزء (2)، (الشكل 7-17ب)، يبدأ البندول بالحركة تحت تأثير قوّة خارجيّة محصّلة (الجاذبية، التي تعيده إلى مكانه العمودي). وفي الجزء (2) لا نستطيع تطبيق قانون حفظ الزخم. ولكن يمكن تطبيق قانون حفظ الطاقة الميكانيكية لأنّ الجاذبيّة قوّة محافظة (الفصل 6). تتحوّل الطاقة الحركيّة حالًا بعد التصادم بصورةٍ كاملةٍ إلى طاقة وضعٍ جاذبيّة عندما يصل البندول إلى أقصى ارتفاعه h.

الحـــل: في الجزء (1) الزخم الخطي محفوظ:

الزخم الكلّي p بعد التصادم = الزخم الكلّي p قبل التصادم.

$$mv = (m + M)v' \qquad \textbf{(i)}$$

حيث v' سرعة قطعة الخشب والمقذوف المغروس بُعيد التصادم، قبل أن يتحركا بصورة ملموسة. الطاقة الميكانيكيّة في الجزء (2) محفوظة. ونختار $y = 0$ عندما يعلّق البندول رأسيًّا، ثم $y = h$ عندما يصل نظام (البندول – المقذوف) إلى أقصى ارتفاعه. ونكتب عندها:

$$(\mathrm{KE + PE})\ \text{عند أقصى ارتفاع للبندول} = (\mathrm{KE + PE})\ \text{بعيد التصادم}\ .$$

أو

$$\tfrac{1}{2}(m + M)v'^2 \ + \ 0 = 0 \ + \ (m + M)gh. \qquad \textbf{(i)}$$

ونحل لإيجاد v':

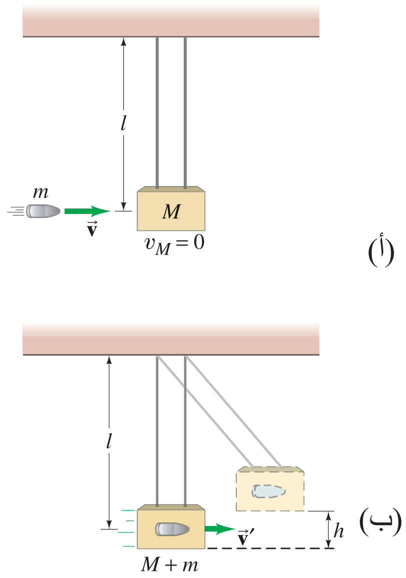
$$v' = \sqrt{2gh}$$

ندخل هذه النتيجة في معادلة (i) ونحل لإيجاد:

$$v = \frac{m + M}{m}v' = \frac{m + M}{m}\sqrt{2gh}$$

ملحوظة: كان فصل الحل إلى جزأين حاسمًا. إن هذا التحليل عبارة عن طريقة فاعلة لحل المسائل. ولكن كيف تقرر أن تعمل مثل هذا الفصل؟ فكّر في قوانين الحفظ، إنّها أدواتك. ابدأ بسؤال نفسك هل تنطبق هذه القوانين تحت هذه الظروف أم لا. هنا، حددنا أن الزخم سيكون محفوظاً فقط خلال التصادم القصير، وهو ما دعوناه الجزء (1) الذي بسبب أنّ التصادم عديم المرونة فيه، فإن قانون حفظ الطاقة الميكانيكية لا ينطبق. أما في الجزء (2) فإن قانون حفظ الطاقة الميكانيكية يكون ساري المفعول، ولكن ليس الزخم.

لاحظ، على أي حال، لو كانت هناك حركة ملموسة للبندول في أثناء تباطؤ المقذوف في قطعة الخشب، وعندها ستكون هناك قوّةٌ خارجيّة (الجاذبية) في أثناء التصادم، فسيكون من المتعذر تطبيق قانون حفظ الزخم في الجزء (1).

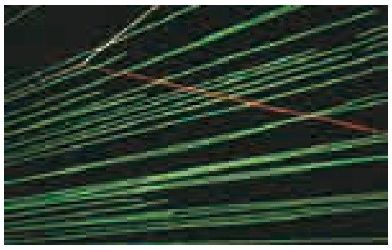


الشكل 7-17 البندول القذفي (المثال 7-10)

توجيه لحلّ الأسئلة.

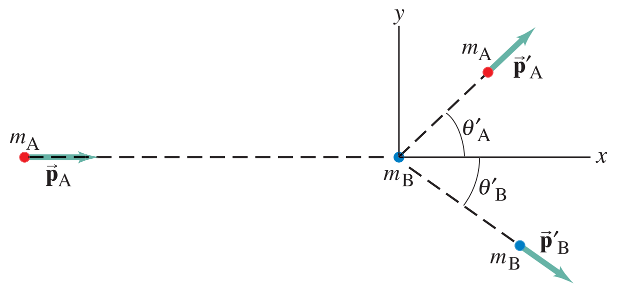
استعمل قوانين الحفظ لتحليل المسألة.

الشكل 7-18 في صورة حديثة ملونة في غرفة غيمية صنعت في بداية (1920s) الفيزياء النووية. الخطوط الخضراء هي مسارات أنوية هيليوم (He) قادمة من اليسار. إحدى (He) مبينة باللون الأصفر تصدم بروتونا من غاز الهيدروجين في الغرفة ويتشتت كلاهما بزاوية، مسار البروتون المتشتت مبين باللون الأحمر.



* 7-7 التصادمات في بعدين أو ثلاثة أبعاد

يمكن كذلك تطبيق قوانين حفظ الزخم والطاقة في التصادمات ذات البعدين أو الثلاثة أبعاد: حيث تكون الطبيعة الاتجاهية للتصادم مهمّة بصورةٍ خاصّة. أحد الأنواع الشائعة للتصادم غير المباشر هو الذي يصدم فيه جسم (يدعى المقذوف) جسمًا آخرَ يكون ساكنًا في البداية (يُسمى الهدف). هذا هو الوضع العام في ألعاب مثل البلياردو، وفي التجارب الذريّة والنوويّة (المقذوفات من انحلالٍ اشعاعي، أو مسارعٍ عالي الطاقة، بصدم النواة الهدف: الشكل 7-18).



الشكل 19-7 الجسم A، المقذوف، يصطدم بالجسم B، الهدف بعد التصادم يتحركان بزخم $\vec{p}'_A, \vec{p}'_B$ وبزاويتين θ'_B ، θ'_A.

(الشكل 7 - 19)يوضّح المقذوف القادم m_A بمتجه على امتداد محور x نحو الهدف m_B الذي يكون ساكنًا في البداية. فيما لو كانت كرتا بلياردو تصدمان m_A الكتلة m_B وتذهبان بعيدًا بزاويتين θ'_B ، θ'_A، تُقاسان نسبةً لاتجاه m_A الأصلي (محور x).*

دعنا نطبّق قانون حفظَ الزخم على تصادمٍ مثل ذلك المبيّن في (الشكل 7-19). نختار مستوى xy ليكون المستوى الذي يقع فيه الزخمان الابتدائي والنهائي. الزخم كميّة متجهة، ولأنّ الزخم الكلّي محفوظ، فإنّ كلًّا من مركبتيه في اتّجاهي x و y محفوظتان أيضًا.

حفظ المركبة x للزخم يعطينا

$$p_{Ax} + p_{Bx} = p'_{Ax} + p'_{Bx}$$

ومع

$$p_{Bx} = m_B v_{Bx} = 0$$

المحفوظة P_x

$$m_A v_A = m_A v'_A \cos\theta'_A + m_B v'_B \cos\theta'_B \qquad \textbf{(7-8أ)}$$

حيث تعود الفتحة (') إلى الكميّات بعد التصادم. لأنّه لم يكن هناك حركةٌ باتّجاه y قبل التصادم؛ فمركبة الزخم باتّجاه y تساوي صفرًا قبل التصادم. ولذلك فإنّ مركبة الزخم باتّجاه y بعد التصادم هي:

$$p_{Ay} + p_{By} = p'_{Ay} + p'_{By}$$

أو

المحفوظة P_y

$$0 = m_A v'_A \sin\theta'_A + m_B v'_B \sin\theta'_B . \qquad \textbf{(7-8ب)}$$

المثال 11-7 تصادم كرتي بلياردو في بعدين

كرة البلياردو A تتحرّك بسرعة $v_A = 3.0\,\text{m/s}$ باتّجاه $+x$ (الشكل 7-20) تصدم كرةً تساويها بالكتلة B ساكنة. شُوهدت الكرتان تتحرّك كلٌّ منهما بزاوية $45°$ مع محور x، الكرة A فوق محور x، والكرة B تحته. أي أنّ $\theta'_A = 45°$ و $\theta'_B = -45°$ في (الشكل 7-20). ما قيمة سرعتي الكرتين بعد التصادم؟

النهج: لا توجد قوّةٌ محصّلة خارجيّة على نظامنا ذي الكرتين، نفترض أن الطاولة أفقيّة (القوة العمودية توازن قوة الجاذبية). وهكذا ينطبق قانون حفظ الزخم، ونطبقه على المركبتين x و y مستخدمين مستوى xy المبين في (الشكل 7-20). ونحصل على معادلتين، كما أنّ لدينا مجهولين، هما: v'_B،v'_A. ومن التماثل يمكننا تخمين أنّ السرعتين متساويتان. لكن دعنا لا نفرض ذلك الآن. ورغم أنّنا لا نعلم فيما إذا كان التصادم مرنًا أم لا، فإنّنا نستطيع تطبيق قانون حفظ الزخم.

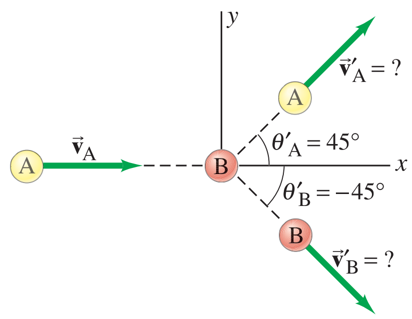
الحل: نطبّق قانون حفظ الزخم، (المعادلة 7-8أ، (ب)، ونحل لإيجاد v'_B،v'_A، ونعلم أنّ $m_A = m_B (= m)$، وهكذا.

$$mv_A = mv'_A \cos(45°) + mv'_B \cos(-45°) \qquad (\text{مركبة } x)$$

و

$$0 = mv'_A \sin(45°) + mv'_B \sin(-45°) \qquad (\text{مركبة } y)$$

نختصر الكتلتين m في المعادلتين (الكتلتان متساويتان).



الشكل 20-7 المثال 7-11

* قد يبدأ الجسمان بالانحراف حتى قبل أن يتلامسا، لذا أثّرت بينهما قوًى كهربائيّة أو مغناطيسيّة أو نووية. يمكنك أن تفكّر, مثلًا في مغناطيسين موضوعين بحيث يتنافرا: عندما يتحرّك أحدهما نحو الأخر, فإنّ الثاني يتحرّك بعيدًا قبل أن يلامسه الأول.

نحصل من المعادلة الثانية على [تذكر أن $\sin(-\theta) = -\sin\theta$]:

$$v'_B = -v'_A \frac{\sin(45°)}{\sin(-45°)} = -v'_A\left(\frac{\sin 45°}{-\sin 45°}\right) = v'_A$$

وهكذا، فإنّ سرعتيهما متساويتان كما توقعنا في البداية. تعطي المعادلة الأولى [$\cos(-\theta) = \cos\theta$]

$$v_A = v'_A \cos(45°) + v'_B \cos(45°) = 2v'_A \cos(45°)$$

أو

$$v'_A = v'_B = \frac{v_A}{2\cos(45°)} = \frac{3.0\ \text{m/s}}{2(0.707)} = 2.1\ \text{m/s}$$

ملحوظة: عندما يكون لدينا معادلتان مستقلتان، فإنّنا نستطيع حلّهما لتحديد مجهولين على الأكثر.

التمرين و: اعمل حساباً لترى فيما إذا كانت الطاقة الحركيّة محفوظةً للتصادم في (المثال 7-11).

إذا كنّا نعرف أنّ التصادم مرن، فيمكننا كذلك تطبيق حفظ الطاقة الحركيّة، ومن ثَمّ الحصول على معادلةٍ ثالثةٍ بالإضافة إلى (المعادلتين 7-8أ و ب):

$$KE_A + KE_B = KE'_A + KE'_B$$

أو للتصادم المبيّن في (الشكل 7-20):

KE المحفوظة

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 = \tfrac{1}{2}m_A v'^2_A + \tfrac{1}{2}m_B v'^2_B \qquad \text{[تصادم مرن]} \qquad \textbf{(7-8ج)}$$

إذا كان التصادم مرنًا، فسيكون عندنا ثلاث معادلات مستقلّة، ونستطيع حلّها لحساب ثلاثة مجاهيل. فإذا عرفنا (v_A ,m_B ,m_A و v_B إذا لم تكن صفرًا)، فلا نستطيع تحديد المتغيّرات الأخيرة $v'_A, v'_B, \theta'_A, \theta'_B$ لأنّ هناك أربعةً منها. على أيّ حال، إذا قسنا أحد هذه المجاهيل، مثلا θ'_A، فنستطيع عندها أن نحدّد الثلاثة الأخرى (v'_A, v'_B, θ'_B)، ويمكننا تحديدها باستعمال (المعادلات 7-8أ، ب، ج).

ملحوظة: المعادلة 7-7 لا تنطبق على التصادمات في بعدين، وتعمل فقط إذا حصل التصادم على خط واحد.

تنويه:
(المعادلة 7-7) تعمل فقط في بعد واحد.

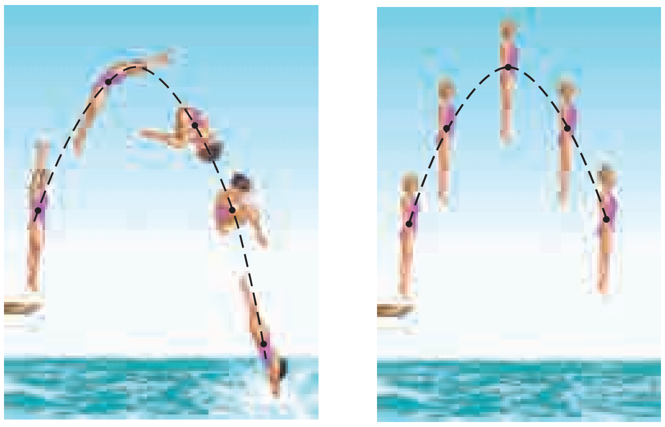
طريقةحل المسائل | **حفظ الزخم والتصادمات**

1. اختر **نظامك**. إذا كان الوضع معقّدًا، ففكّر كيف يمكنك تقسيمه إلى أجزاء بحيث ينطبق واحد أو أكثر من قوانين الحفظ.
2. إذا كانت هناك **قوة خارجية محصلة** على نظامك، فتأكّد عندها أن الفترة الزمنية قصيرةٌ لدرجة أنّ التأثير في الزخم مهمل؛ القوى المتبادلة بين الأجسام المتفاعلة، تكون هي المهمة إذا أريد تطبيق حفظ الزخم.[ملحوظة، إذا انطبق ذلك على جزء من المسألة،فإنّنا نطبّق قانون حفظ الزخم على ذلك الجزء] .
3. ارسم **شكلا** للوضع الأول، قبل أن يحدث التفاعل (التصادم والانفجار)، ويمثل الزخم لكل جسم بسهم وعلامة. اعمل الشيء نفسه للوضع النهائي، بُعيد التفاعل.
4. اختر **مجموعة محاور** و "+" و "−" للاتجاهات. (للتصادم المباشر) سوف تحتاج إلى (محور x). حيث عادة اختيار $+x$ باتجاه سرعة الجسم الابتدائية.
5. **طبق معادلات حفظ الزخم:** الزخم الابتدائي الكلّي = الزخم النهائي الكلّي سيكون لديك معادلة لكل مركبة (x, y, z)ولكن هناك معادلة واحدة فقط للتصادم المباشر.[لا تنس أن الزخم الكلّي للنظام قد تم حفظه، وليس الزخم للأجسام متفرقة].
6. إذا كان التصادم مرنًا، فيمكنكعندها **كتابة معادلة حفظ الطاقة الحركية:** يحدث (التصادم، الانفجار) ومثّل KE الكلية الابتدائية = KE الكلية النهائية [أحيانًا، يمكنك استعمال (المعادلة 7-7): $v_A - v_B = v'_B - v'_A$ إذا كان التصادم في بُعد واحد (أي مباشر)].
7. حل لإيجاد **المجاهيل**.
8. **اختبر** عملك، واختبر الوحدات،ثمّ اسأل نفسك: هل النتائج معقولة؟

8-7 مركز الكتلة (CM)

يُعدّ الزخم مبدأً قويًّا ليس فقط في تحليل التصادمات، بل وكذلك في تحليل الحركة الانتقاليّة للأجسام الكبيرة. حتى الآن، كلّما تعاملنا مع حركة جسم ممتد (أي الجسم الذي له أبعاد)، افترضنا أنه يمكن تقريبه كجسيمٍ نقطي، أو أن حركته انتقالية فقط.

لكن الأجسام الحقيقيّة تستطيع أن تقوم بحركاتٍ دورانية وغيرها أيضًا. فمثلًا الغواص(الشكل 7-21أ) يقوم بحركةٍ انتقاليّة فقط (كل أجزاء الجسم تتبع المسار نفسه)، فيما يقوم الغواص (الشكل 7-21ب) بحركتين: انتقاليّة ودورانيّة. وسوف نشير إلى الحركة غير الانتقالية البحتة. بالحركة العامة.


(ب) (أ)

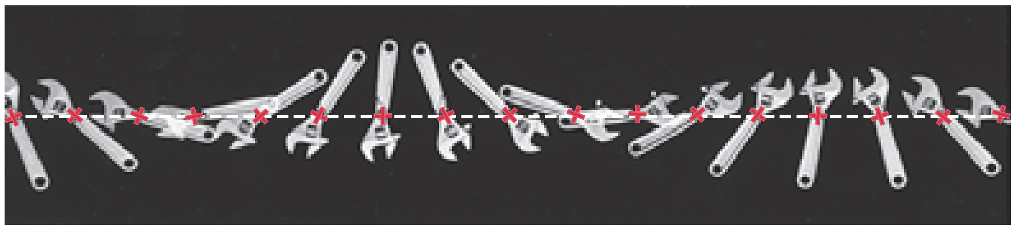
الشكل 7-21 حركة الغواص هي انتقالية بحتة في (أ) لكنها انتقالية ودورانية. في (ب). البقعة السوداء تمثل مركز الكتلة CM للغواص عند أي لحظة.

مركز الكتلة
الحركة العامة

تشير المشاهدات إلى أنّه حتى لو دار الجسم، أو عدّة أجزاءٍ من نظامٍ من الأجسام تتحرّك نسبةً إلى بعضها، فهناك نقطةٌ واحدةٌ تسير بالمسار نفسه الذي سوف يسلكه جُسيم يخضع للقوة المحصلة نفسها. تُسمّى هذه النقطة **بمركز الكتلة** (تختصر CM). الحركة العامة لجسم ممتد (لا نقطي) (أو نظام من الأجسام) يمكن اعتبارها مجموع الحركة الانتقالية لمركز الكتلة (CM) بالإضافة إلى الحركتين الدورانية والاهتزازية أو أيّ نوع آخر حول مركز الكتلة (CM).

كمثال، افترض حركة مركز الكتلة للغواص (الشكل 7-21) ، CM يتبع مسارًا بشكل قطعٍ مكافئ حتى لو دار الغواص (الشكل 7-21ب). هذا القطع المكافئ يشبه مسار المقذوف عندما يخضع لقوة الجاذبية فقط (أي حركة المقذوفات). ونقاط أخرى في جسم الغواص مثل الأقدام أو الرأس تتبع مسارات أكثر تعقيدًا.

(الشكل 7-22) يبين مفتاح براغي محصّلة القوى عليه تساوي صفرًا، يدور أثناء انتقاله على سطحٍ أفقي. لاحظ أنّ مركز كتلته الذي يحمل علامة صليب أحمر، يتحرّك في خط مستقيم، كما يبين الخط الأبيض المتقطع.



الشكل 7-22 انتقال مفتاح يتحرك على سطح أفقي ودورانه. مركز الكتلة يحمل علامة صليب ويتحرك في خط مستقيم.

سوف نرى في (البند 7-10)أنّ الخصائص المهمة لمركز الكتلة تنبثق من قوانين نيوتن. إذا تم تعريف مركز الكتلة بالطريقة التالية، فيمكننا عدّ أي جسم لا نقطي على أنّه مكوّن من عددٍ كبيرٍ من الجسيمات الدقيقة. نأخذ أولًا نظامًا مكوّنًا من جسمين فقط (أو جسمين صغيرين)، كتلتيهما m_A و m_B ونختار نظام محاور يقع فيه الجسمان على محور x عند مكانين هما: x_A و x_B (الشكل 7-23). يعرف مركز الكتلة ليقع عند الموقع x_{CM} الذي يعطى بـ

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{M}$$

حيث $M = m_A + m_B$ هي الكتلة الكلية للنظام. يقع مركز الكتلة على الخط الذي يصل m_A و m_B. لو كانت الكتلتان متساويتين $(m_A = m_B = m)$ عندما يكون x_{CM} في منتصف الطريق بينهما: حيث في هذه الحالة، نحصل على

الإحداثـي x لمركـز الكتلة (جسيمات متعددة).

$$x_{CM} = \frac{m(x_A + x_B)}{2m} = \frac{(x_A + x_B)}{2}$$

إذا كانت إحدى الكتلتين أكبر من الأخرى، مثلا $m_A > m_B$، يكون مركز الكتلة أقرب إلى الكتلة الكبرى.

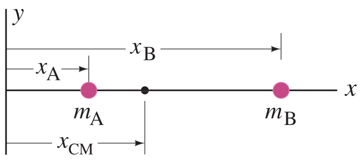
لو كانت الكتلة كلّها مركّزة عند x_B، لذلك $m_A = 0$، عندها $x_{CM} = (0x_A + m_B x_B)/(0 + m_B) = x_B$ كما نتوقع.

وإذا كان هناك أكثر من جسمين على نفس الخط فسيكون هناك حدود إضافية:

الإحداثي x لمركز الكتلة (جسيمات متعددة).

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C + \cdots}{m_A + m_B + m_C + \cdots} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C + \cdots}{M} \quad \text{(9-7أ)}$$

حيث M هي الكتلة الكلية للجسيمات جميعها.



الشكل 7-23 مركز الكتلة لنظام مكون من جسمين يقع على الخط الواصل بين الكتلتين هنا $m_A > m_B$ لذلك يكون مركز الكتلة أقرب إلى m_A من m_B.

مثال 7-12

ثلاثة أشخاص كتلهم متساوية تقريبًا (m) على قارب خفيف (مملوء بالهواء) يجلسون على امتداد محور x في المواقع $x_A = 1.0\,\text{m}, x_B = 5.0\,\text{m}, x_C = 6.0\,\text{m}$، وتقاس من نهاية القارب اليسرى، كما هو مبيّن في (الشكل 7 - 24). جد موقع CM. اهمل كتلة القارب.

النهج: أُعطيت لنا كتل الأشخاص الثلاثة ومواقعهم، لذا نستخدم ثلاثة حدود في (المعادلة 7-9أ). نفترض كلّ شخصٍ جُسيمًا نقطيًا. وهذا يعني أن موقع كلّ شخصٍ هو موقع مركز كتلته.

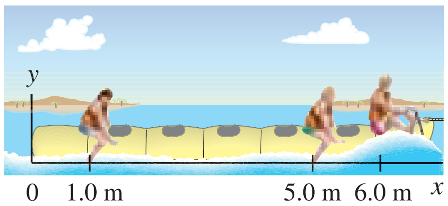
الحــل: نستخدم (المعادلة 7-9أ) بثلاثة حدود:

$$x_{CM} = \frac{mx_A + mx_B + mx_C}{m + m + m} = \frac{m(x_A + x_B + x_C)}{3m}$$

$$= \frac{(1.0\,\text{m} + 5.0\,\text{m} + 6.0\,\text{m})}{3} = \frac{12.0\,\text{m}}{3} = 4.0\,\text{m}$$

يقع مركز الكتلة على بعد $4.0\,\text{m}$ من نهاية القارب اليسرى.

ملحوظة: إحداثيات مركز الكتلة تعتمد على نظام الإحداثيات الذي تم اختياره، إلا أنّ الموقع الطبيعي لمركز الكتلة لا يعتمد على هذا الاختيار.



الشكل 7-24 (المثال 7-12).

التمرين ز: احسب موقع مركز الكتلة لثلاثة أشخاص في (المثال 7-12). بأخذ نقطة الأصل عند موقع السائق $(x_C = 0)$ على اليمين. هل الموقع الطبيعي لمركز الكتلة هو نفسه؟

إذا انتشرت الجسيمات في بعدين أو ثلاثة أبعاد، فيجب عندها تحديد ليس الإحداثي x_{CM} فحَسْبُ، بل الإحداثيين y و z كذلك، اللذين يكتبان بصيغتين مثل (المعادلة 7-9أ).

فمثلا الإحداثي y سيكون:

الإحداثي y لمركز الكتلة.

$$y_{CM} = \frac{m_A y_A + m_B y_B + \cdots}{m_A + m_B + \cdots} = \frac{m_A y_A + m_B y_B + \cdots}{M} \quad \text{(9-7ب)}$$

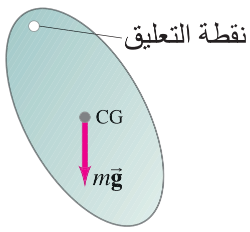
مركز الجاذبية

هناك مفهوم يشبه *مركز الكتلة*، و **هو مركز الجاذبية** (CG). مركز الجاذبية (CG) لجسم هو تلك النقطة التي يمكن اعتبارها نقطة تأثير قوّة الجاذبيّة. في الواقع، إنّ قوّة الجاذبيّة تؤثّر في كلِّ أجزاء الجسم، ولكن لغرض تحديد الحركة الانتقالية للجسم على نحوٍ كامل، يمكننا افتراض أنّ الوزن الكلّي للجسم (وهو مجموع الأوزان لكلّ أجزائه) يؤثّر عند CG. هناك اختلاف بين مفهومي مركز الجاذبية ومركز الكتلة، ولكنّهما يُعتبران النقطة نفسها للأغراض العمليّة جميعها.*

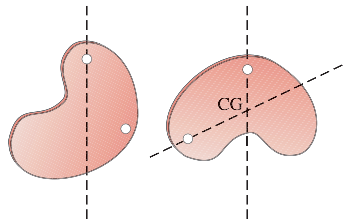
عادةً، يمكن تحديد مركز الكتلة أو مركز الجاذبيّة عمليًا أسهل من تحديده تحليليًا. إذا عُلِّقَ الجسم من أيّ نقطةٍ فإنّه سوف يتأرجح (الشكل 7-25) حتى يتوقف بحيث يقع CG على خطٍّ عموديٍّ مباشرةً تحت نقطة التعليق. إذا كان الجسم ثنائيَّ الأبعاد أو فيه مستوى تماثل، فيحتاج إلى أن يُعلق من نقطتين مختلفتين وترسم الخطوط العمودية (الشاقول).

عندها سيكون مركز الجاذبيّة عند تقاطع الخطّين كما في (الشكل 7-26).

الشكل 7-25 قوة الجاذبية، التي تؤثر عند مركز الجاذبية، تؤدي إلى دوران الجسم حول نقطة التثبيت. لو كان مركز الجاذبية على خط عمودي مباشر تحت نقطة التثبيت، لبقي الجسم ساكنا.



* قد يكون هناك اختلاف بين CM و CG فقط إذا كان الجسم كبيرًا جدًّا، بحيث يختلف تسارع الجاذبية g باختلاف أجزاء الجسم.



الشكل 7-26 ايجاد CG

إذا لم يكن للجسم مستوى تماثل، يحدد CG بالنسبة إلى البعد الثالث بتعليق الجسم من - على الأقل- ثلاث نقاط خطوطها الشاقولية لا تقع في المستوى نفسه. وفي الأجسام ذات الشكل المتماثل مثل أسطوانات منتظمة (العجلات)، كرات ، أجسام صلبة مستطيلة، فإن المركز الكتلة CM يقع في المركز الهندسي للجسم.

لبعض الأجسام، قد يقع CM في الواقع خارج الجسم. ومركز الكتلة لعجلةٍ - مثلا - يقع في منتصف التجويف.

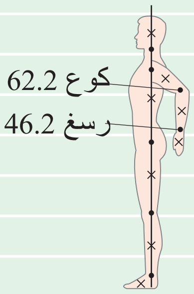
* 7-9 CM لجسم الإنسان

إذا كانت لدينا مجموعة من الأجسام اللانقطية، مركز كتلة كلٍّ منها معروف، فيمكننا إيجاد مركز كتلة المجموعة باستعمال (المعادلات 7-9أ) . كمثال، نستعمل جسم الإنسان. (الجدول 7-1) يبين مركز الكتلة والمفاصل لأجزاء شخص "نموذج". طبعًا هناك اختلافاتٌ واسعةٌ بين الأشخاص، ولهذا تمثّل هذه البيانات متوسّطًا غاية في التقريب. والأرقام تمثّل نسبةً من الطول الكلّي الذي يُعدّ 100 وحدة، كذلك الكتلة الكلية 100 وحدة. فمثلًا، إذا كان شخصٌ طوله 1.70 m، فإنّ مفصل كتفه سيكون (1.70 m)(81.2/100) = 1.38 m) فوق أرض الغرفة.

الجدول 7-1 مركز الكتلة لأجزاءٍ من جسم إنسان نموذج

(الطول الكامل والكتلة الكاملة = 100 وحدة)

المسافة فوق الأرض للمفاصل (%)	موضع المفاصل (•)		مركز الكتلة (*) الارتفاع فوق الأرض%	نسبة الكتلة
91.2	قاعدة الهيكل العظمي	الرأس	93.5	6.9
81.2	مفصل الكتف	الجذع والرقبة	71.1	46.1
		أعلى الذراعين	71.1	6.6
		أسفل الذراعين	55.3	4.2
		اليدان	43.1	1.7
52.1	مفصل الورك	الفخذ	42.5	21.5
		الساق	18.2	9.6
28.5	مفصل الركبة	القدم	1.8	3.4
4.0	مفصل الكاحل	مركز كتلة الجسم	58.0	100.0



المثال 7-13 مركز كتلة الرجل

حدّد مركز الكتلة للرجل كاملةً (أ) عندما تكون ممدودة.(ب) عندما تكون مثنيّةً بزاوية 90^o. انظر (الشكل 7-27) . افرض أنّ طول الشخص 1.70 m.

النهج: يتكوّن نظامنا من ثلاثة أشياء: الفخذ، والساق، والقدم. موقع مركز الكتلة لكلِّ جسم، وكذلك كتلته معطاةٌ في (الجدول 7-1) ، حيث يُعبَّر عنها بوحدات مئوية. للتعبير عن النتائج بالأمتار تضرب هذه الوحدات المئوية في (1.70 m/100). وعند مدّ الرجل، تكون المسألة في بعدٍ واحد، ويمكن أن نحلّ لإيجاد الإحداثي x لمركز الكتلة. وعند ثني الرجل، تصبح المسألة ثنائيّة الأبعاد، ونحتاج عندها إلى إيجاد كلٍّ من الإحداثيين x و y.

الحل: (أ) نحدد المسافات من مفصل الورك باستعمال (الجدول 7-1)، ونجد الأرقام (%) المبيّنة في (الشكل 7-27أ). باستعمال المعادلة 7-9أ، نجد

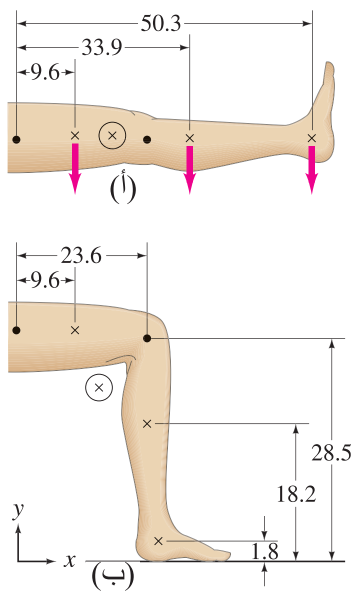
$$x_{CM} = \frac{(21.5)(9.6) + (9.6)(33.9) + (3.4)(50.3)}{21.5 + 9.6 + 3.4} = 20.4 \text{ وحدة}$$

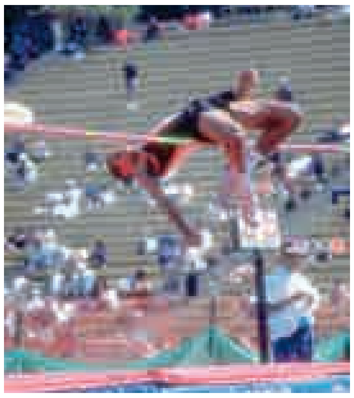
وهكذا، فإنّ مركز كتلة الرجل والقدم هو 20.4 وحدة من مفصل الحوض أو 31.7 = 52.1-20.4 وحدة من قاعدة القدم. وبما أنّ طول الشخص 1.70 m، فإنّ ذلك يساوي = (1.70 m) (31.7/100) 0.54 m فوق قاعدة القدم.

(ب) نستعمل مجموعة محاور xy كما هو مبيّن في (الشكل 7-27ب) ، أولًا ، نحسب كم إلى اليمين من مفصل الحوض يقع مركز الكتلة، بأخذ الأجزاء الثلاثة كلها:

$$x_{CM} = \frac{(21.5)(9.6) + (9.6)(23.6) + (3.4)(23.6)}{21.5 + 9.6 + 3.4} = 14.9 \text{ وحدة}$$

الشكل 7-27 (المثال 7-13) : حساب مركز كتلة الرجل في وضعين مختلفين باستعمال نسب مئوية من (الجدول 7-1). (⊗ تمثل مركز الكتلة الذي تم حسابه)





الشكل 7-28 مركز الكتلة لرجل يقفز. في الواقع، يمكن أن يكون تحت العارضة.

تطبيق الفيزياء
القفز العالي.

للشخص الذي طوله 1.70-m يكون ذلك $(1.70\,\text{m})(14.9/100) = 0.25\,\text{m}$ من مفصل الورك، ثم نحسب المسافة y_{CM} لمركز الكتلة CM فوق أرض الغرفة:

$$y_{\text{CM}} = \frac{(3.4)(1.8) + (9.6)(18.2) + (21.5)(28.5)}{21.5 + 9.6 + 3.4} = 23.0 \text{ وحدة}$$

أو $0.39\,\text{m} = (1.70\,\text{m})(23.0/100)$. وهكذا يقع مركز الكتلة فوق أرض الغرفة بـ 39 cm و 25 cm إلى يمين مفصل الورك.

ملحوظة: يقع مركز الكتلة خارج الجسم في (ب)

إنّ معرفة مركز الكتلة لجسم وهو في مواقع مختلفة يُستعمل كثيرًا في دراسة ميكانيكا الأجسام. مثالٌ بسيط من الرياضة يبيّنه (الشكل 7-28). إذا استطاع رياضيّ القفز العالي أن يصل إلى المكان المبين في الشكل، فيمكن لمركز الكتلة أن يمرَّ تحت العارضة التي يكون الجسم فوقها، وهذا يعني بسرعة انطلاقٍ معيّنةٍ يمكنهم تجاوز عارضةً أعلى. وهذا ما يحاولون عمله في الحقيقة.

* 7-10 مركز الكتلة والحركة الانتقالية

كما ذكرنا في (البند 7-8)، فإنّ السبب الرئيس لأهميّة مبدأ مركز الكتلة هو أنّ حركة مركز الكتلة لنظامٍ من الجسيمات (أو جسم لا نقطي) ترتبط مباشرةً بالقوّة المحصّلة المؤثّرة في هذا النظام ككل. وسنبيّن ذلك الآن آخذين الحالة البسيطة للحركة في بُعدٍ واحد (اتجاه x) ولثلاثة جسيمات فقط، كما أنّ توسيع ذلك ليشمل أجسامًا أكثر وفي ثلاثة أبعادٍ يتبع الخطوط نفسها.

افرض أن الجسيمات الثلاثة تقع على محور x وكتلها هي: $m_{\text{A}}, m_{\text{B}}, m_{\text{C}}$ ومواقعها كالآتي: $x_{\text{A}}, x_{\text{B}}, x_{\text{C}}$. من (المعادلة 7-9أ) لمركز الكتلة يمكننا كتابة.

$$Mx_{\text{CM}} = m_{\text{A}}x_{\text{A}} + m_{\text{B}}x_{\text{B}} + m_{\text{C}}x_{\text{C}} \qquad \textbf{(i)}$$

حيث $M = m_{\text{A}} + m_{\text{B}} + m_{\text{C}}$ هي الكتلة الكليّة للنظام. إذا كانت هذه الجسيمات متحرّكة (مثلًا على امتداد محور x وبسرعة $v_{\text{A}}, v_{\text{B}}, v_{\text{C}}$ على الترتيب) عندها وفي وقت قصير Δt تكون كلّها تحركت مسافة

$$\Delta x_{\text{A}} = x'_{\text{A}} - x_{\text{A}} = v_{\text{A}}\,\Delta t$$
$$\Delta x_{\text{B}} = x'_{\text{B}} - x_{\text{B}} = v_{\text{B}}\,\Delta t$$
$$\Delta x_{\text{C}} = x'_{\text{C}} - x_{\text{C}} = v_{\text{C}}\,\Delta t$$

حيث $x'_{\text{A}}, x'_{\text{B}}, x'_{\text{C}}$ تمثّل أماكنها الجديدة بعد فترةٍ زمنية Δt. موقع مركز الكتلة الجديد يعطى بالعلاقة:

$$Mx'_{\text{CM}} = m_{\text{A}}x'_{\text{A}} + m_{\text{B}}x'_{\text{B}} + m_{\text{C}}x'_{\text{C}} \qquad \textbf{(ii)}$$

إذا طرحنا من هذه المعادلة (ii) المعادلة السابقة (i) فإنّنا نحصل على

$$M\,\Delta x_{\text{CM}} = m_{\text{A}}\,\Delta x_{\text{A}} + m_{\text{B}}\,\Delta x_{\text{B}} + m_{\text{C}}\,\Delta x_{\text{C}}.$$

خلال هذه الفترة الزمنية Δt، يكون مركز الكتلة قد تحرك مسافة

$$\Delta x_{\text{CM}} = x'_{\text{CM}} - x_{\text{CM}} = v_{\text{CM}}\,\Delta t$$

حيث v_{CM} هي سرعة مركز الكتلة. ونعوض الآن العلاقات تلك Δx's في المعادلة السابقة:

$$Mv_{\text{CM}}\,\Delta t = m_{\text{A}}v_{\text{A}}\,\Delta t + m_{\text{B}}v_{\text{B}}\,\Delta t + m_{\text{C}}v_{\text{C}}\,\Delta t$$

ونختصر Δt لنحصل على

$$Mv_{\text{CM}} = m_{\text{A}}v_{\text{A}} + m_{\text{B}}v_{\text{B}} + m_{\text{C}}v_{\text{C}} \qquad \textbf{(10-7)}$$

بما أن $m_{\text{A}}v_{\text{A}} + m_{\text{B}}v_{\text{B}} + m_{\text{C}}v_{\text{C}}$ هو مجموع الزخم لجسيمات النظام، فإنّها تمثّل الزخم الكلّي للنظام كلّه. لذا نرى من (المعادلة 7-10) أنّ الزخم الخطّي الكلّي لنظامٍ من الجسيمات يساوي حاصل ضرب الكتلة الكليّة M وسرعة مركز الكتلة للنظام. أو الزخم الخطّي لجسمٍ لا نقطي هو حاصل ضرب كتلة الجسم وسرعة مركز كتلته.

الزخم الكلي وسرعة مركز الكتلة.

إذا أثّرت القوى في الجسيمات، فمن الممكن أن تتسارع الجسيمات في فترةٍ قصيرةٍ من الزمن. سرعة كلّ جسيمٍ سوف تتغيّر بمقدار

$$\Delta v_A = a_A\,\Delta t, \qquad \Delta v_B = a_B\,\Delta t, \qquad \Delta v_C = a_C\,\Delta t$$

وإذا استعملنا التحليل نفسه كما فعلنا عند اشتقاق(المعادلة 7-10) ، فإنّنا نحصل على

$$Ma_{CM} = m_A a_A + m_B a_B + m_C a_C$$

وتبعًا لقانون نيوتن الثاني $m_A a_A = F_A,\ m_B a_B = F_B$ و $m_C a_C = F_C$ حيث F_A, F_B, F_C هي القوى المحصّلة على الجسيمات الثلاثة، على الترتيب. فإنّنا نحصل على نظامٍ كامل $Ma_{CM} = F_A + F_B + F_C$ أو

$$Ma_{CM} = F_{net} \tag{7-11}$$

قانون نيوتن الثاني لنظام من الجسيمات أو جسم لا نقطي.

أي أنّ مجموع القوى المؤثّرة كلّها في النظام تساوي كتلة النظام مضروبةً في تسارع مركز الكتلة . وهذا هو قانون **نيوتن الثاني** لنظام من الجسيمات، وينطبق كذلك على جسمٍ لا نقطي (الذي يمكن التفكير فيه كتجمع للجسيمات).

وهكذا، نستنتج أنّ مركز كتلة مجموعة من الجسيمات (أو جسم لا نقطي) بكتلةٍ كليّة M يتحرّك كجسيمٍ واحد كتلته M ويتأثر. بالقوّة المحصّلة الخارجيّة نفسها. أي أنّ المجموعة تتحرّك كما لو كانت كتلتها كلّها مركّزةً عند مركز الكتلة، والقوى الخارجية كلّها تؤثّر عند تلك النقطة. ولذلك نستطيع معالجة الحركة الانتقالية لأيّ جسمٍ أو مجموعةٍ من الجسيمات كحركة جُسيمٍ واحد (انظر الشكلين 7-21 و 7-22). هذه النتيجة تسهل تحليلنا لحركة الأجسام المعقّدة. ومع أنّ حركة الأجزاء المختلفة للنظام قد تكون معقّدة، إلّا أنّنا نقنع عادةً بمعرفة حركة مركز الكتلة. هذه النتيجة تسمح لنا أيضًا بحلّ بعض أنواع المسائل بسهولةٍ كبيرة، كما هو مبين في المثال التالي.

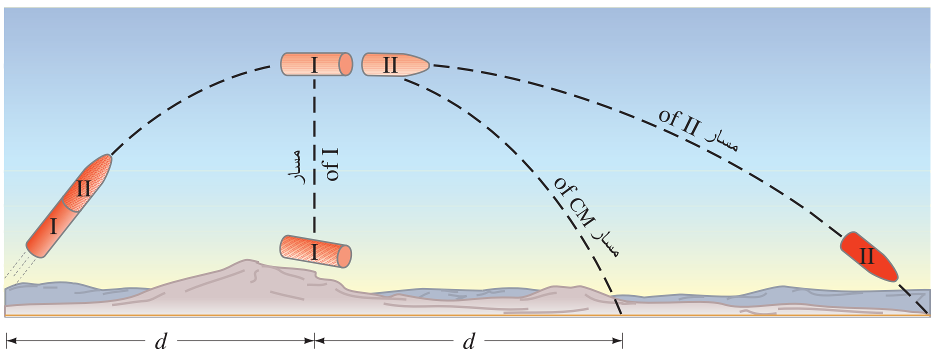
المثال المفاهيمي 7-14 الصاروخ ذو المرحلتين

يُطلق صاروخٌ في الهواء، كما يبين (الشكل 7-29). وعند وصول الصاروخ إلى أعلى نقطةٍ له، على بعد d من نقطة انطلاقه، يفصله انفجارٌ معدٌّ له مسبقًا إلى جزأين متساويي الكتلة. يتوقّف الجزء I بواسطة الانفجار في الهواء ويسقط رأسيًّا نحو الأرض. ولكن، أين يسقط الجزء II؟ افرض $\vec{g}$ = ثابتًا.

الحل: بعد انطلاق الصاروخ، فإنّ مسار مركز كتلة النظام يستمرُّ في اتباع القطع المكافئ لمقذوفٍ يخضع لقوّةٍ واحدةٍ هي قوّة الجاذبية. وهكذا، فإنّ مركز الكتلة سوف يهبط عند نقطةٍ تبعد مسافة $2d$ من نقطة البداية. وبما أنّ كتلتي الجزأين I و II متساويتان، فإنّ مركز الكتلة يكون في منتصف المسافة بينهما عند أيّ لحظة. ولذلك، فإنّ الجزء II يسقط على مسافة $3d$ من نقطة الانطلاق.

ملحوظة: لو أُعطي الجزء I دفعةً نحو الأعلى أو نحو الأسفل بدلًا من مجرّد السقوط، فإنّ الحلّ سيكون معقّدًا أكثر.

التمرين ط: إذا وقفت سيّدةٌ في قارب تجذيف، وكانت تسير من إحدى نهايتي القارب إلى النهاية الأخرى، فكيف يتحرّك القارب كما يبدو من الشاطئ؟



الشكل 7-29 (المثال 7-14)

ملخص

يُعرَّف **الزخم** $\vec{\mathbf{p}}$، لجسمٍ بأنّه حاصل ضرب كتلته في سرعته

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}. \quad (1\text{-}7)$$

وبدلالة الزخم، يمكن كتابة **قانون نيوتن الثاني** كالتالي

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{\Delta\vec{\mathbf{p}}}{\Delta t} \quad (2\text{-}7)$$

أي أنّ معدّل تغيّر الزخم يساوي محصّلة القوى المؤثّرة.

ينصّ **قانون حفظ الزخم** على أنّ الزخم الكلّيّ لنظامٍ معزولٍ من الأجسام يبقى ثابتاً.

النظام المعزول هو. الذي تكون محصّلة القوى المؤثّرة فيه تساوي صفراً.

قانون حفظ الزخم مفيدٌ جدًّا في معالجة **التصادمات**. في التصادم، جسمان (أو أكثر) يتفاعلان معاً في فترةٍ زمنيّةٍ قصيرةٍ جدًّا، والقوى المتبادلة بينها تكون كبيرةً جدًّا.

يُعرّف دفع قوّةٍ ما على جسم بـ $\vec{\mathbf{F}}\,\Delta t$، حيث $\vec{\mathbf{F}}$ هي متوسّط القوّة المؤثّرة خلال الفترة الزمنية Δt، الدفع يساوي التغيّر في زخم الجسم :

$$\text{الدفع} = \vec{\mathbf{F}}\,\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{p}} \quad (5\text{-}7)$$

يكون الزخم الكلّيّ محفوظاً في أيّ تصادمٍ ما دامت القوّة المحصّلة تساوي صفراً أو مهملة.

إذا كان $m_A\vec{\mathbf{v}}_A'$ و $m_B\vec{\mathbf{v}}_B'$، هما الزخمان لجسمين قبل التصادم، زخمهما بعد التصادم، فإنّ حفظ الزخم يخبرنا بالتالي:

$$m_A\vec{\mathbf{v}}_A + m_B\vec{\mathbf{v}}_B = m_A\vec{\mathbf{v}}_A' + m_B\vec{\mathbf{v}}_B' \quad (3\text{-}7)$$

لهذا النظام المكوّن من جسمين.

الطاقة الكليّة كذلك محفوظةً، ولكن ذلك قد لا يساعد في حلّ المسائل إلّا إذا كان تحوّل الطاقة يشمل الطاقة الحركيّة. الطاقة الحركيّة في هذه الحالة محفوظة، ويُدعى **بالتصادم المرن**، ويمكننا كتابة :

$$\tfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_A'^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_B'^2 \quad (6\text{-}7)$$

إذا لم تكن الطاقة الحركيّة محفوظةً فيُسمّى عندها التصادم "غير مرن"

. التصادم عديم المرونة هو ذلك الذي يلتصق فيه الجسمان المتصادمان معاً بعد التصادم .

مركز الكتلة CM لجسمٍ لا نقطي (أومجموعة أجسام) هو تلك النقطة التي تكون فيها القوّة المحصّلة مؤثّرة، لأغراض تحديد الحركة الانتقاليّة للجسم ككل. تُعطى المركبة x لمركز الكتلة لأجسام كتلتها $m_A, m_B, \ldots$ بالعلاقة التالية:

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + \cdots}{m_A + m_B + \cdots} \quad (9\text{-}7أ)$$

[*الحركة الكاملة لجسمٍ ما يمكن وصفها بأنّها الحركة الانتقاليّة لمركز الكتلة بالإضافة إلى دوران (أو أيّ حركة داخلية أخرى) حول مركز الكتلة.]

أسئلة

1. ندّعي أنّ الزخم محفوظ، علمًا بأنّ معظم الأجسام تتباطأ وأخيرًا تتوقف، فسّر ذلك.

2. عندما يقفز شخصٌ من على شجرة إلى الأرض، ماذا يحدث لزخمه عند اصطدامه بالأرض ؟

3. عندما تفلت بالوناً مملوءاً بالهواء ولكنّه غير مربوط، فإنّه لا يطير عبر الغرفة. لماذا؟

4. يُحكى أنّه في العصور القديمة ، تجمّد رجلٌ غنيٌّ كان يحمل كيسًا من الذهب، في أثناء وقوفه على بحيرة متجمّدة . لأنّ الجليد كان عديم الاحتكاك لم يستطع الرجل دفع نفسه نحو الشاطىء. ماذا كان يمكنه أن يفعل كي لا يكون بائسًا على هذا النحو ؟

5. كيف يستطيع الصاروخ تغيير اتجاهه عندما يكون بعيداً في الفضاء، وفي الواقع يكون في الفراغ ؟

6. تبعاً للمعادلة 7-5، كلّما كان وقت التصادم أكبر كانت القوّة أصغر لنفس التغيّر في الزخم، ومن ثَمّ كان التشوّه أقلّ في الجسم الذي تؤثّر فيه القوّة. على هذا الأساس، فسّر قيمة أكياس الهواء التي وُضعت كي تنتفخ خلال تصادم السيارة وتخفض إمكانية الأذى والموت.

7. تُبنى السيارات عادةً لتكون صُلبة لتقاوم الصدمات. أمّا الآن، فتُبنى السيارة وفيها مناطق تُطوى وتنهار عند الصدمة ، ما فائدة هذا التصميم الجديد؟

8. لماذا يستطيع الرامي أن يبعد كرة بيسبول لمسافةٍ أبعد، إذا كانت أصلاً مضروبةً منها لو أنّ الرامي قذفها في الهواء؟

9. هل يمكن لجسمٍ أن يتلقّى دفعاً من قوّةٍ صغيرةٍ أكبر من الذي يتلقاه من قوة كبيرة؟ فسّر.

10. جسمان؛ الأول خفيفٌ والآخر ثقيلٌ لهما الطاقة الحركيّة نفسها، فأيّهما له زخم أكبر؟علّل.

11. صف تصادمًا تضيع فيه الطاقة الحركيّة كلُّها.

12. في محطّة توليد كهرومائية يتمّ توجيه الماء بسرعةٍ عاليةٍ إلى عنفات التوربين المركّبة على محورٍ لتعمل على ادارة مولدٍ كهربائي. للحصول على أعلى قدرةٍ كهربائيّة، هل تُصمّم العنفات بحيث تعمل على ايقاف الماء عند اصطدامه بها ليرتدّ الماء عنها؟

13. ضربت كرة سكواش جدارا بزاوية °45 كما يبين (الشكل 7-30). ما اتجاه:

أ) تغيير الزخم للكرة

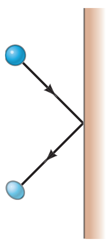
ب) القوّة على الجدار

14. أُسقطت كرةٌ من ارتفاع h على صفيحة قاسية من الفولاذ (مثبتة إلى الأرض)؛ حيث ترتدّ بالسرعة الأصلية نفسها.

(أ)هل زخم الكرة محفوظٌ خلال أيّ جزءٍ من هذه العمليّة؟

(ب)إذا اعتبرنا الكرة والأرض نظامًا واحدًا، فخلال أي أجزاءٍ من العمليّة يكون الزخم محفوظًا ؟

(جـ)أجب عن الجزء (ب) لقطعة من الطين تسقط وتلتصق بصفيحة الفولاذ.



الشكل 7-30
(السؤال 13)

15. لماذا عليك الانحناء إلى الخلف عندما تحمل حملاً ثقيلاً بين ذراعيك؟

16. لماذا يكون مركز الكتلة لأنبوبٍ طوله 1-m في منتصفه، في حين لا يكون ذلك صحيحاً لذراعك أو رجلك ؟

17.* بيّن في رسمٍ بسيطٍ كيف يتغيّر مركز كتلة جسمك عندما تتحوّل من وضع الاستلقاء إلى الجلوس.

18.* إذا كانت القوّة الخارجيّة فقط تستطيع تغيير زخم مركز الكتلة لجسمٍ ما، فكيف تستطيع القوّة الداخلية لمحرّكٍ أن تسارع السيارة؟

19.* صاروخٌ يتبع مسار قطعٍ مكافىء خلال الهواء، ينفجر فجأةً لقطعٍ كثيرة. كيف تصف حركة هذا النظام من القطع الصغيرة ؟

مسائل

1-7 و 2-7 الزخم الخطي وحفظه

1. (I) ما مقدار الزخم لوطواط كتلته 28-g يطير بسرعة 8.4 m/s؟

2. (I) قوة احتكاك ثابتة 25 N تؤثّر في متزلّج كتلته 65-kg لمدة 20s. ما مقدار التغير في سرعة المتزلّج؟

3. (II) ضُربت كرة بيسبول كتلتها 0.145-kg بسرعة 39.0 m/s وارتدت على خطٍّ أفقيٍّ مستقيمٍ وبسرعة 52.0 m/s. إذا كان زمن التلامس بين الكرة والمضرب 3.00×10^{-3} s، فاحسب القوّة المتوسّطة بين الكرة والمضرب في أثناء التلامس.

4. (II) يقذف طفل في قارب رزمةً كتلتها 6.40-kg أفقيًّا وبسرعة 10.0 m/s، (الشكل 7-31) احسب سرعة القارب فور قذف الرزمة، بفرض أنّ القارب كان ساكنًا في البداية. كتلة الطفل 26.0 kg وتلك للقارب 45.0 kg. اهمل مقاومة الماء.

الشكل 7-31 (السؤال 4)

5. (II) احسب القوة المؤثّرة في صاروخ، إذا علمت أنّ غازات الدفع تطلق (تنفث) بمعدّل 1500 kg/s وبسرعة 4.0×10^4 m/s (لحظة الإقلاع).

6. (II) يتحرّك ظهيرٌ خلفيٌّ كتلته 95-kg بسرعة 4.1m/s، هوجم هذا اللاعب من الخلف بواسطة لاعبٍ آخر كتلته 85-kg يركض بسرعة 5.5 m/s بالاتجاه نفسه. ماذا كانت سرعتاهما المتبادلة حالًا بعد التصادم؟

7. (II) عربة كتلتها 12,600-kg تسير مفردةً على سكّةٍ مستوية ملساء وبسرعة ثابتة 18.0 m/s. أُسقط حملٌ من السكون كتلته 5350-kg على العربة. ماذا ستكون السرعة الجديدة للعربة؟

8. (II) شاحنة كتلتها 9300-kg تسير بسرعة 15.0 m/s لتصدم شاحنةً أخرى ساكنة. تلتصق الشاحنتان وتسيران بسرعة 6.0 m/s ما كتلة الشاحنة الثانية؟

9. (II) خلال عاصفة شيكاغو تهبُّ الرياح بسرعةٍ أفقيّة 100 km/h. إذا ارتطم الهواء بشخصٍ بمعدّل 40 kg/s للمتر المربع الواحد ليتوقّف بعدها، فاحسب القوّة التي يؤثّر فيها الهواء على الشخص، مفترضًا أنّ طول الشخص 1.50 m وعرضه 0.50 m. قارن مع قوّة الاحتكاك القصوى ($\mu \approx 1.0$) بين الشخص والأرض إذا كانت كتلة الشخص 70 kg.

10. (II) عربة قطار مفتوحة كتلتها 3800-kg تسير بسرعةٍ ثابتةٍ 8.60 m/s على سكّةٍ مستوية. بدأ الثلج يتساقط عموديًّا ليملأ العربة بمعدّل 3.50 kg/min. بإهمال الاحتكاك مع السكّة، ما سرعة العربة بعد 90.0 min؟

11. (II) تتحرّك نواة ذرّة بسرعة 420 m/s، تشعُّ جسيم ألفا باتجاه سرعتها نفسه، بحيث تنخفض سرعة النواة المتبقّية إلى 350 m/s. إذا كانت كتلة جسيم ألفا 4.0 u والنواة الأصلية 222 u، فما سرعة جسيم ألفا عند لحظة إشعاعه؟

12. (II) طلقة كتلتها 23-g تسير بسرعة 230 m/s لتخترق قطعةً خشبيّةً كتلتها 2.0-kg وتنفذ منها بسرعة 170 m/s. إذا كانت القطعة ساكنةً على سطحٍ أملس عند ضربها، فما سرعتها بعد أن تنفذ الطلقة؟

13. (III) صاروخٌ ذو مرحلتين، كتلته 975-kg، كان ينطلق بسرعة 5.80×10^3m/s بالنسبة إلى الأرض عندما حصل انفجارٌ ، مصمّمٌ فصله إلى جزأين متساويين في الكتلة، يسيران بسرعة 2.20×10^3 m/s بالنسبة إلى بعضهما وعلى خطّ سيرهما الأصليّ نفسه. (أ) ما سرعة كلٍّ منهما واتجاهه (بالنسبة إلى الأرض) بعد الانفجار؟ (ب) ما مقدار الطاقة التي زوّدها الانفجار؟ [تنويه: ما التغيّر في الطاقة الحركيّة نتيجةً للانفجار؟]

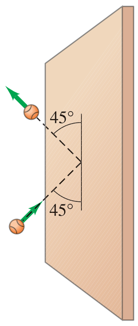
14. (III) يسير صاروخ كتلته الكليّة 3180 kg في الفضاء الخارجيّ بسرعة 115 m/s. لتعديل مساره بـ35.0^o، يجب اطلاق صواريخه باتجاهٍ عموديٍّ على مساره الأصلي. إذا نفثت غازات الصاروخ بسرعة 1750 m/s فما الكتلة التي يجب أن تنفث؟

3-7 التصادمات والدفع

15. (II) كرة (غولف) كتلتها 0.045 kg ضُربت بسرعة 45 m/s، كان زمن تلامس المضرب بالكرة 3.5×10^{-3} s. جد: (أ) الدفع المؤثّر في الكرة. (ب) القوّة المتوسّطة على الكرة من المضرب.

16. (II) مطرقة كتلتها 12-kg تضرب مسمارًا بسرعة 8.5 m/s لتتوقّف خلال 8.0 ms. (أ) ما الدفع الذي يُعطى للمسمار؟ (ب) ما القوّة المتوسّطة المؤثرة في المسمار؟

17. (II) كرة تنس كتلتها $m = 0.060$ kg وسرعتها $v = 25$ m/s تضرب (جدارًا) بزاوية 45° وترتدّ .بالسرعة نفسها وبزاوية 45° (الشكل 7-32). ما الدفع (مقدارًا واتجاهًا) المُعطى للكرة؟

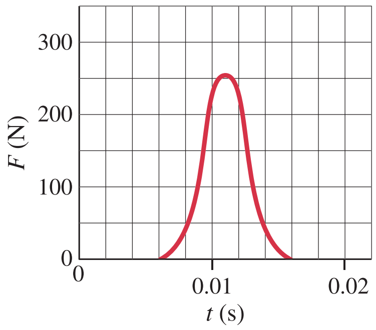


الشكل **7-32** (السؤال 17)

18. (II) افرض أنَّك مهندس تصميمٍ مكلّفٌ باختبار قدرة تحمّل التحطّم للنماذج الجديدة للسيارات. تختبر وبسرعة 50 km/h. نموذجاً جديداً كتلته 1500 kg يستغرق 0.15 s منذ ارتطامه حتى يتوقف. احسب: (أ) متوسّط القوّة المؤثّرة من الحاجز على السيّارة. (ب) متوسّط التباطؤ للسيّارة.

19. (II) يركض لاعب كرة قدم، كتلته 95-kg بسرعة 4.0 m/s نحو الشرق، ويتوقف خلال 0.75 s عندما يصطدم بلاعبٍ آخر يركض نحو الغرب. احسب ما يلي: (أ) الزخم الأصلي للاعب الأول. (ب) الدفع المؤثّر في اللاعب الأول. (ج) الدفع المؤثّر في اللاعب الثاني. (د) متوسّط القوّة المؤثّرة في الثاني.

20. (II) افرض أنّ القوّة المؤثّرة في كرة تنس (كتلتها 0.060 kg) تشير إلى $+x$ وتُعطى كما في الشكل 7-33 كدالة بالزمن. استعمل طريقة الرسم لتقريب (أ) الدفع الكلّي المُعطى للكرة. (ب) سرعة الكرة بعد التصادم على افتراض أنّها بدأت من السكون.



الشكل **7-33** (المسألة 20).

21. (III) من أيّ أقصى ارتفاع يستطيع شخص كتلته 75-kg أن يقفز من غير أن يكسر ساق إحدى رجليه؟ اهمل مقاومة الهواء، وافرض أنّ مركز كتلة الشخص يتحرّك مسافة 0.60 m من حالة الوقوف إلى حالة القرفصاء. افرض أن شدّة الكسر (قوّة لكلّ وحدة مسافة) للعظام 170×10^6 N/m^2 وأصغر مساحة مقطع 2.5×10^{-4} m^2 [تحذير: لا تحاول عمل هذه التجربة].

(7-4) و(7-5) التصادمات المرنة

22. (II) كرة كتلتها 0.440 kg تتحرّك نحو الشرق (اتجاه $+x$) بسرعة 3.30 m/s تصطدم مباشرة بكرةٍ أخرى كتلتها 0.220-kg ساكنة. إذا كان التصادم تامّ المرونة، فماذا ستكون السرعة والاتجاه لكلٍّ من الكرتين بعد التصادم؟

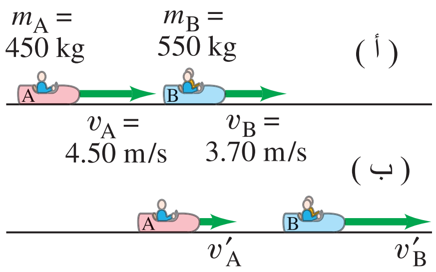
23. (II) زلّاجة جليد كتلتها 0.450-kg تتحرّك نحو الشرق بسرعة 3.00 m/s تصطدم بزلّاجة أخرى كتلتها 0.900-kg ساكنة. افرض تصادمًا تامَّ المرونة، ماذا ستكون السرعة واتجاهها لكلِّ جسمٍ بعد التصادم؟

24. (II) تصطدم كرتا بلياردو متساويتان بالكتلة تصادمًا مباشرًا مرنًا. إذا كانت سرعة إحداهما الابتدائية 2.00 m/s والأخرى 3.00 m/s بالاتجاه المعاكس. فماذا ستكون سرعتاهما بعد التصادم؟

25. (II) كرة تنس كتلتها 0.060-kg تتحرّك بسرعة 2.50 m/s تصطدم مباشرة بكرةٍ كتلتها 0.090-kg تتحرّك في البداية مبتعدة عنها بسرعة 1.15 m/s. افرض تصادمًا تامّ المرونة. ما سرعة كلِّ كرةٍ بعد التصادم واتجاهها؟

26. (II) تصطدم كرةٌ كتلتها 0.220 kg تتحرّك بسرعة 8.5 m/s مباشرةً مع كرةٍ أخرى ساكنةً تصادمًا مرنًا. بعدها، ترتدّ الكرة الأولى نحو الخلف بسرعة 3.7 m/s احسب: (أ) سرعة الكرة الثانية بعد التصادم. (ب) كتلة الكرة الثانية.

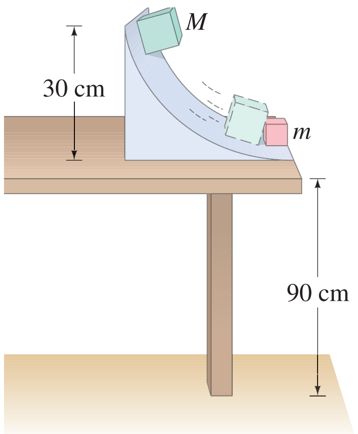
27. (II) تصطدم سيارتان في مدينة ألعاب تصادمًا مرنًا عندما تقترب أحداهما من الأخرى من الخلف (الشكل 7-34). السيارة A كتلتها 450 kg والسيارة B كتلتها 550 kg بسبب اختلاف كتلة الركاب. إذا اقتربت A بسرعة 4.50 m/s وتسير B بسرعة 3.70 m/s، فاحسب (أ) سرعتيهما بعد التصادم و (ب) التغيّر في زخم كل منهما.



الشكل **7-34**
(المسألة 27)
(أ) قبل التصادم.
(ب) بعد التصادم.

28. (II) تصطدم كرةٌ كتلتها 0.280-kg تصادمًا مباشرًا مرنًا مع كرةٍ أخرى ساكنة. تنطلق الكرة الثانية بسرعةٍ تساوي نصف سرعة الأولى. (أ) ما كتلة الكرة الثانية؟ (ب) ما النسبة من الطاقة الحركيّة الأصليّة (ΔKE/KE) التي تتحوّل إلى الكرة الثانية؟

29. (III) في مختبر الفيزياء، ينزلق مكعبٌ على سطحٍ مائلٍ عديم الاحتكاك كما في الشكل 7-35، ليصطدم تصادمًا مرنًا مع مكعبٍ آخر أسفل السطح وله كتلةٌ تساوي نصف كتلة المكعب الأول. إذا كان ارتفاع المنحدر 30 cm وارتفاع الطاولة 90 cm، فأين يسقط كلّ من المكعبين؟ [تنويه: كلٌّ من المكعبين يغادر السطح المائل، أفقيًّا].



الشكل **7-35** (السؤال 29)

30. (III) اعتبر الحالة العامة لجسم A كتلته m_A وسرعته v_A يصطدم تصادمًا مرنًا مباشرًا بجسم ساكن ($v_B = 0$) وكتلته m_B. (أ) بيّن أنّ السرعتين النهائيتين v'_A, v'_B تعطيان بـ

$$v'_A = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) v_A$$

$$v'_B = \left(\frac{2m_A}{m_A + m_B}\right) v_A$$

(ب) ماذا يحدث في الحالة القصوى عندما تكون m_A أصغر بكثيرٍ من m_B؟ اعط مثالًا شائعًا على ذلك.
(جـ) ماذا يحدث في الحالة القصوى عندما تكون m_A أكبر بكثير من m_B، اعط مثالًا شائعًا على ذلك، (d) ماذا يحدث عندما $m_A = m_B$؟ اعط مثالًا شائعًا!

7-6 التصادمات غير المرنة

31. (I) في تجربة البندول القذفي، المقذوف 1 يعطي ارتفاع h للبندول يساوي 2.6 cm، مقذوف آخر يعطي البندول ارتفاع h_2 ضعف الأول، $h_2 = 5.2$ cm. فبكم مرّةٍ كان المقذوف الثاني أسرع من الأول؟

32. (II) طلقة بندقيّة كتلتها 28-g تسير بسرعة 230 m/s لتغرس نفسها ببندول كتلته 3.6-kg معلّق بخيطٍ طوله 2.8-m ما أدّى بالبندول إلى أن يتأرجح في قوس. حدّد المركبتين العموديّة والأفقيّة لإزاحة البندول.

33. (II) (أ) اشتق صيغةً لنسبة الطاقة الحركيّة الضائعة $\Delta KE/KE$، لتصادم البندول القذفي في (المثال 7-10) (ب) جد القيمة، علمًا بأنّ $M = 380\ g$ و $m = 14.0\ g$.

34. (II) انفجارٌ داخليٌّ يفلق جسمًا ساكنًا إلى قطعتين، إحداهما كتلتها 1.5 مرّة كتلة الأخرى. إذا أُطلقت 7500 J في الانفجار، فما الطاقة الحركيّة التي تكسبها كل قطعة؟

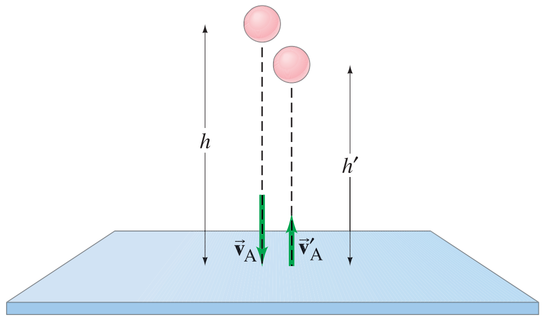
35. (II) سيارةٌ رياضيّةٌ كتلتها 920-kg تصطدم بمؤخّرة سيّارةٍ أخرى كتلتها 2300-kg SUV متوقّفة عند إشارةٍ حمراء. تنزلق السيارتان معًا مسافة 2.8 m قبل التوقف. ضابط الشرطة يعرف أنّ معامل الاحتكاك الحركي بين العجلات والأرض 0.80 ويريد حساب سرعة الرياضية عند التصادم، كم كانت هذه السرعة؟

36. (II) أُسقطت كرةٌ من ارتفاع 1.50 m لترتدّ إلى ارتفاع 1.20 m. تقريبًا، كم ارتداداً تعمل هذه الكرة قبل أن تكون قد خسرت 90% من طاقتها؟

37. (II) إنّ مقياس اللامرونة في تصادمٍ مباشرٍ لجسيمين يُعرف بمعامل الارتداد، e،

$$e = \frac{v'_A - v'_B}{v_B - v_A}$$

حيث $v'_A - v'_B$ هي السرعة النسبية للجسمين بعد التصادم و $v_B - v_A$ هي سرعتهما النسبية قبله. (أ) بيّن أن $e = 1$ لتصادمٍ تامّ المرونة و $e = 0$ لتصادم عديم المرونة. (ب) هناك طريقةٌ بسيطةٌ لقياس معامل الارتداد، e، لتصادم جسمٍ بسطحٍ صُلبٍ مثل قطعةٍ من الفولاذ، وهي بإسقاط الجسم على صفيحةٍ ثقيلةٍ من الفولاذ كما هو مبيّن في الشكل 7-36. حدّد علاقة لـ e بدلالة الارتفاع الأصلي للجسم h وأقصى ارتفاع يصله الجسم بعد أول تصادم.



الشكل **7-36** (المسألة 37). قياس معامل الارتداد e.

38. (II) قُسمت قطعةٌ من الخشب إلى جزأين، كتلة أحدهما ثلاثة أمثال كتلة الآخر. عُمل تجويفٌ في وجهي القطعتين بحيث يمكن وضع متفجّر عند إعادة جمع القطعتين. ثم وُضعت القطعة المجمّعة على سطحٍ أفقيٍّ خشنٍ، وأُشعل الفتيل. عند الانفجار، تنفصل القطعتان وتسير كلٌّ منهما بعيدًا. ما النسبة بين المسافتين اللتين انزلقتهما القطعتان قبل التوقف؟

39. (III) جسم كتلته 15.0-kg يتحرّك باتجاه $+x$ وبسرعة 5.5 m/s يصطدم اصطداماً مباشرًا مع جسمٍ آخر كتلته 10.0-kg يسير بسرعة 4.0 m/s في اتجاه $-x$. احسب السرعة النهائية لكلٍّ من الجسمين إذا: (أ) التصق الجسمان معًا. (ب) كان التصادم مرنًا. (جـ) كان الجسم 15.0-kg ساكنًا بعد التصادم. (د) كان الجسم (-10.0 kg) ساكنًا بعد التصادم. (هـ) كانت سرعة الجسم (15.0-kg) هي 4.0 m/s باتجاه $-x$ بعد التصادم. هل النتائج في (جـ) و (هـ) و (د) " معقولة"؟ علل.

*7-7 التصادمات في بعدين

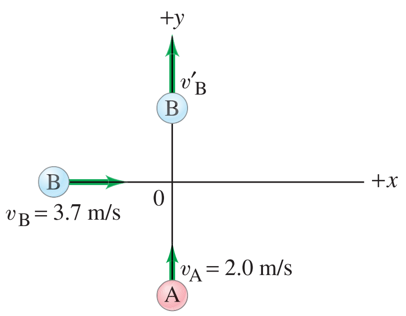
***40.** (II) نواةٌ مشعّةٌ ساكنةٌ تنحلُّ إلى نواةٍ ثانيةٍ وإلكترون ونيوترينو. انطلق الإلكترون والنيوترينو متعامدين ولهما زخم 9.30×10^{-23} kg.m/s و 5.40×10^{-23} kg·m/s على الترتيب.ما مقدار الزخم للنواة الثانية (المرتدة) واتجاهه؟

***41.** (II) نسرٌ (كتلته $m_A = 4.3$ kg) يتحرّك بسرعة $v_A = 7.8$ m/s في مسار تصادمٍ مع نسرٍ آخر ($m_B = 5.6$ kg) يتحرّك بسرعة $v_B = 10.2$ m/s باتجاهٍ عموديٍّ على الأول. وبعد اصطدامهما، يمسك أحدهما بالآخر. في أيّ اتجاه وبأي سرعة يتحركان بعد التصادم؟

***42.** (II) كرة بلياردو ($m_A = 0.400$ kg) تتحرك بسرعة $v_A = 1.80$ m/s تصطدم بكرة B، ساكنةً أصلاً، ($m_B = 0.500$ kg). نتيجة للتصادم تنحرف الكرة A بزاوية 30.0° وبسرعة $v'_A = 1.10$ m/s (أ) افترض أنّ محور x هو الاتجاه الأصليّ للكرة A، اكتب معادلات حفظ الزخم للمركبتين x و y منفصلتين. (ب) حل هاتين المعادلتين لإيجاد السرعة والزاويةللكرة b. لا تفرض أنّ التصادم مرن.

***43.** (III) بعد التصادم عديم المرونة بين جسمين متساويي الكتلة، وكلٌّ منهما له سرعة $v/3$، يتحرّك كلٌّ منهما مبتعدًا بسرعة؟ ما هي القيم؟ماذا كانت الزاوية بين اتجاهيهما الأصليين؟

***44.** (III) كرتا بلياردو متساويتان في الكتلة تسيران متعامدتين، وتلتقيان عند نقطة الأصل للمحاور xy، الكرة A تسير نحو الأعلى على محور y بسرعة 2.0 m/s أمّا الكرة B فتسير نحو اليمين على محور x بسرعة 3.7 m/s. بعد التصادم، بفرض أنّه مرن، الكرة B تسير على محور y الموجب (الشكل 7-37). ما الاتجاه النهائي للكرة A؟ وما هي قيمة سرعتيهما؟

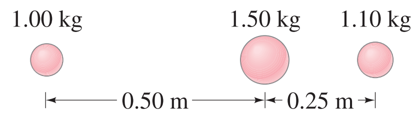


الشكل **7-37** (المسألة 44) (الكرة A بعد التصادم ليست مبينة).

***45.** (III) ذرة نيون ($m = 20.0$ u) تعمل تصادمًا تامَّ المرونة مع ذرةٍ أخرى ساكنة. بعد التصادم، تبتعد ذرة النيون بزاوية 55.6° عن اتجاهها الأصلي، في حين تبتعد الذرة المجهولة . بزاوية 50.0°-. ما الكتلة (بـ u) للذرّة المجهولة؟ [مساعدة: يمكنك استعمال قانون الجيوب].

8-7 مركز الكتلة

46. (I) جد مركز الكتلة للنظام الثلاثي المبيّن في (الشكل 7-38). حدّد نسبة للكتلة على اليسار 1.00-kg.



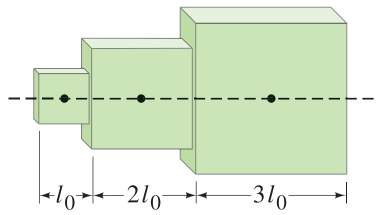
الشكل 7-38 (المسألة 46)

47. (I) المسافة بين ذرّة الكربون ($m_C = 12\,u$) وذرّة الأكسجين ($m_O = 16\,u$) في جزيء CO هي 1.13×10^{-10} m. كم يبعد مركز كتلة الجزيء عن ذرة الكربون؟

48. (I) يقع CM لسيارة فارغة كتلتها 1050-kg على بعد 2.50 m من مقدمة السيارة. كم يبعد CM للسيارة عندما يجلس شخصان في المقعد الأمامي للسيارة على بعد 2.80 m من مقدمتها وثلاثة أشخاص على المقعد الخلفي وعلى بعد 3.90 m من المقدمة؟ افرض أنّ كتلة كلِّ شخص 70.0 kg.

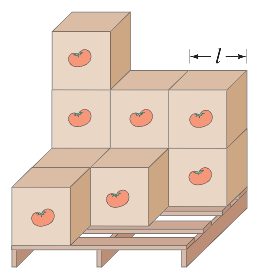
49. (II) طوّافة مربّعة منتظمة، 18 m في 18 m تستعمل زورق عبور. ثلاث سيارات كتلة كلٍّ منها 1200 kg تحتلّ الأركان: الشمالي الشرقي، الجنوبي الشرقي، الجنوبي الغربي من الزورق. جد مركز الكتلة للزورق المحمل.

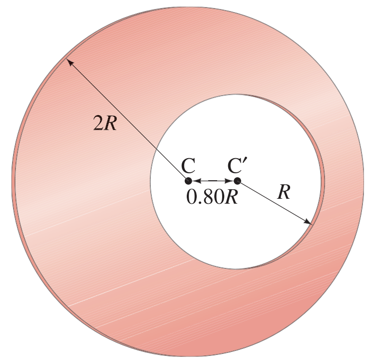
50. (II) ثلاثة مكعبات أطوالها l_0, $2l_0$, $3l_0$ موضوعة بجانب بعضها متلامسةً، بحيث تكون مراكز كتلها على خطٍّ مستقيمٍ والمكعب ذو $l = 2l_0$ في الوسط (الشكل 7-39). ما موقع مركز الكتلة لهذه المجموعة على هذا الخط؟ افرض أن المكعبات مصنوعة من المادة المنتظمة نفسها.



الشكل 7-39 (المسألة 50)

51. (II) منصّةٌ نقّالة (خفيفة الوزن) تحمل صناديق متماثلةً من معجون الطماطم (انظر الشكل 7-40)، كلٌّ منها عبارةً عن مكعبٍ طوله l. جد مركز الجاذبيّة في المستوى الأفقي، بحيث إنّ عامل الرافعة يستطيع رفع الحمل من غير إمالته؟





الشكل 7-40 (المسألة 51)

الشكل 7-41 (المسألة 52)

52. (III) لوحةٌ دائريّةٌ منتظمةٌ، نصف قطرها $2R$ تحتوي تجويفًا نصف قطره R أُخذ منها المركز C' للدائرة الصغيرة على بعد $0.80\ R$ من المركز C للدائرة الكبرى، (الشكل 7-41) . ما موقع مركز الكتلة للوحة؟[مساعدة: استعمل الطرح].

*9-7 مركز الكتلة لجسم الإنسان

53*. (I) افرض أنّ نسب جسمك كالتي في (الجدول7-1)، احسب كتلة إحدى رجليك.

54 *. (I) حدد CM لذراع ممدودة باستخدام (الجدول 7-1) .

55 *. (II) استعمل (الجدول 7-1) لحساب موقع مركز الكتلة لذراعٍ مثنيّةٍ زاويةً قائمةً. افرض أنّ طول الشخص 155 cm.

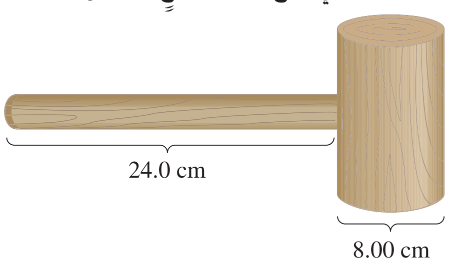
56. (II) عندما يكون لاعب القفز العالي في وضع تكون ذراعاه ورجلاه معلقات عموديًّا، ويكون جذعه ورأسه أفقيين، احسب على أيّ بعد تحت خطِّ وسط الجذع يقع مركز الكتلة. هل سيكون هذا المركز خارج الجسم؟ استعمل (الجدول 7-1)

10-7 مركز الكتلة والحركة الانتقالية.

57*. (II) كتلتا الأرض والقمر هما 5.98×10^{24} kg و7.35×10^{22}-kg على الترتيب، ويبعد مركزاهما 3.84×10^{8} m. (أ) أين يقع مركز الكتلة لهذا النظام؟ (ب) ماذا يمكنك القول عن حركة النظام، الأرض-القمر حول الشمس، وعن الأرض والقمر منفصلين حول الشمس؟

58*. (II) سيّدةٌ كتلتها 55-kg ورجلٌ كتلته 80-kg يقفان على بعد 10.0 m على جليدٍ عديم الاحتكاك. (أ) جد كم يبعد مركز كتلتهما عن المرأة؟ (ب) إذا أمسك كلُّ منهما بطرف حبلٍ وسحبه الرجل بحيث تحرك الرجل 2.5 m فما بعده عن المراة الآن؟ (ج) كم المسافة التي يكون الرجل قد تحركها عندما يصطدم بالمرأة؟

59*. (II) مطرقةٌ خشبيّةٌ تتكوّن من رأسٍ أسطوانيٍّ منتظمٍ كتلته 2.00 kg وقطره 0.0800 m مركّب على يدٍ أسطوانية كتلتها 0.500 kg وطولها 0.240 m كما هو مبيّن في (الشكل 7-42). إذا قذفت هذه المطرقة لتدور في الهواء، فعلى أيّ ارتفاعٍ فوق قاعدة يد المطرقة ستكون النقطة التي تتبع مسار قطعٍ مكافئ؟



الشكل 7-42 (المسألة 59)

60*. (II) (أ) افرض أنّه في (المثال 7-14 الشكل 7-29) $m_{II} = 3m_I$. أين سوف تسقط m_{II} عند ذلك؟ (ب) ماذا لو كانت $m_I = 3m_{II}$ ؟

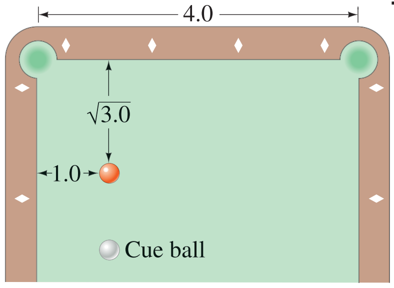
61*. (II) بالون هيليوم وعربته، كتلته M في الهواء ويبدو ساكنًا بانسبة الى الأرض. أحد الركاب، كتلته m، يتسلّق خارجًا، ثم ينزلق على حبلٍ بسرعة v بالنسبة الى البالون. بأيّة سرعةٍ وأيّ اتجاه (بالنسبة الى الأرض) سوف يتحرّك عندما البالون؟ ماذا يحدث لو توقف الراكب؟

مسائل عامة

62. كرة بيسبول كتلتها 0.145-kg تُقذف أفقيًا بسرعة 35.0 m/s تصطدم بمضربٍ لتُقذف رأسيًّا نحو الأعلى إلى ارتفاع 55.6 m. إذا كان زمن التماس 1.4 ms، فاحسب القوة المتوسطة على الكرة خلال التماس.

63. صاروخٌ كتلته m يسير بسرعة v_0 على محور x يقذف وقودًا بصورةٍ مفاجئةٍ يساوي ثلث كتلته باتجاهٍ يوازي محور y (عموديًّا على الصاروخ كما يبدو من الأرض) وبسرعة $2v_0$. ما مركبات السرعة النهائية للصاروخ.

64.* لاعب بلياردو يواجه كرة، كما يبن (الشكل 7-43) الأبعاد النسبية معطاة أيضًا. هل سيقلق اللاعب حول الضربة التي قد تسقط كرة البدء في الجيب؟ أعط تفا



الشكل 7-43 (المسألة 64)

65. رائد فضاء كتلته 140-kg (ذلك يتضمّن الوحدة الفضائيّة) يكتسب سرعة 2.50 m/s بالدفع بقدميه من كبسولةٍ فضائيّةٍ كتلتها 1800-kg. (أ) ما التغيّر في سرعة كبسولة الفضاء؟ (ب) إذا دامت الدفعة 0.40 s فما القوة المتوسطة على الرائد من الكبسولة؟ استعمل موقع الكبسولة قبل الدفع إطارًا مرجعيًّا.

66. كان رائدا فضاء كتلتاهما 60 kg، 80 kg في حالة سكون في الفضاء ثم قام أحدهما بدفع الآخر. ما المسافة بينهما إذا كان الرائد الأقل وزنًا قد تحرك مسافة 12 m؟

67. كرةٌ كتلتها m تصطدم اصطدامًا مباشرًا مع كرةٍ أخرى (ساكنة) وترتدّ بالاتجاه المعاكس بسرعةٍ تساوي ربع سرعتها الأصلية. ما كتلة الكرة الثانية؟

68. استدعيت خبيرًا شاهدًا إلى المحكمة في حادث سير. الحادث يتضمّن المركبة A كتلتها 1900 kg اصطدمت بمركبة B واقفة وكتلتها 1100 kg.سائق المركبة A استخدم الكوابح على بُعد 15 m قبل أن يصطدم بالمركبة B. بعد التصادم انزلقت المركبة A، 18 m وانزلقت المركبة 30 m ،B معامل الاحتكاك الحركي بين العجلات والأرض كان 0.60. بيّن أنّ سائق المركبة A كان يتجاوز 55-mph (90 km/h) حدود السرعة قبل تطبيق الكوابح.

69. تتدحرج كرة جولف من أعلى درجات أسمنتية ارتفاعها الكلي 4.00 m اصطدمت الكرة أربع مرّاتٍ في طريقها للأسفل، وفي كل مرة كانت تصطدم بجزءٍ أفقيٍّ لدرجةٍ مختلفةٍ وعلى عمق 1.0 m من سابقتها. إذا كانت التصادمات كلّها تامّة المرونة، فما ارتفاع الارتداد في الصدمة الرابعة عندما تصل الكرة إلى أسفل الدرجات؟

70. أُطلقت طلقةٌ عموديًّا لتدخل قطعة خشبية كتلتها 1.40-kg ساكنةً رأسيًّا في الأعلى. إذا كانت كتلة الطلقة 29.0 g وسرعتها 510 m/s، فما الارتفاع الذي تصل إليه قطعة الخشب بعد دخول الطلقة؟

71. طلقةٌ كتلتها 25-g تصطدم وتنغرس في قطعةٍ من الخشب كتلتها 1.35-kg موضوعةٌ على سطحٍ أفقيٍّ أمام البندقية. إذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين القطعة والسطح 0.25 والصدمة نقلت القطعة مسافة 9.5 m قبل أن تتوقّف، فماذا كانت سرعة انطلاق الطلقة؟

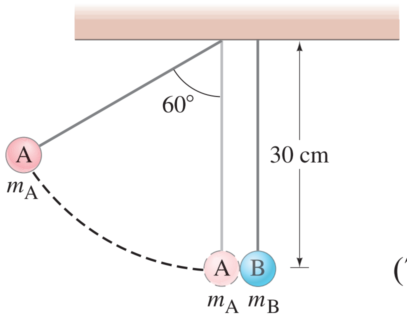
72. يجلس رجلان كتلتاهما 75 kg و 60 kg في قارب تجذيف كتلته 80 kg. إذا كان القارب ساكنًا في الأصل والشخصان يجلسان في مكانين متقابلين عند نهايتي القارب على بعد 3.2 m، فكم المسافة، وفي أيّ اتجاهٍ سوف يتحرّك القارب لو بدّل الشخصان مكانيهما؟

73. نيزك كتلته 1.0×10^{8} kg اصطدم بالأرض $(m_E = 6.0 \times 10^{24}\,\text{kg})$ بسرعة حوالي 15 km/s واستقرّ ساكنًا بالأرض.(أ) ماذا كانت سرعة ارتداد الأرض؟ (ب) ما نسبة الطاقة الحركيّة التي تحوّلت من النيزك إلى الأرض؟ (ج) ما مقدار التغيّر في الطاقة الحركيّة للأرض نتيجة هذا التصادم؟

74. جسمٌ ساكنٌ انشطر فجأةً إلى جزأين نتيجة انفجار. اكتسب أحد الجزأين طاقةً حركيّةً ضعف التي اكتسبها الآخر. ما النسبة بين كتلتيهما؟

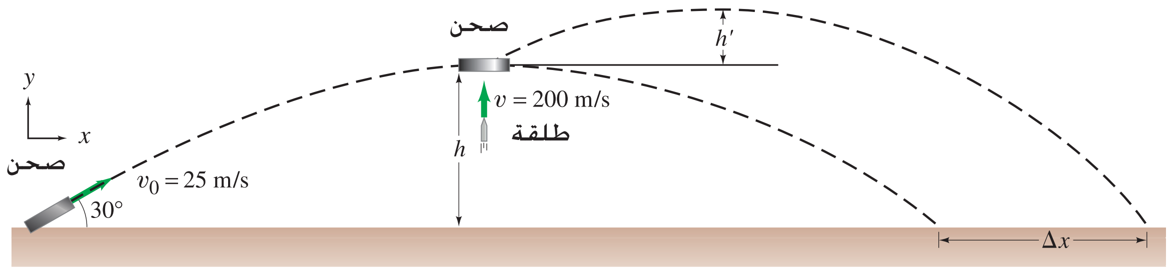
75. تُعطى القوّة على قذيفةٍ بالعلاقة $F = 580 - (1.8 \times 10^{5})t$ خلال الفترة الزمنية $t = 0$ إلى $t = 3.0 \times 10^{-3}$ s حيث t بالثانية والقوّة بالنيوتن.(أ) ارسم علاقة بين F و t من $t = 0$ إلى $t = 3.0$ ms. (ب) جد بالتقريب وباستعمال طرائق الرسم الدفع الذي أعطي للقذيفة.(جـ) إذا وصلت القذيفة إلى سرعة 220 m/s نتيجة هذا الدفع الذي أُعطي لها عبر أسطوانة البندقية، فماذا ستكون كتلة القذيفة؟

76. كرتان كتلتاهما $m_A = 40$ g و $m_B = 60$ g معلقتان كما في (الشكل 7-44) أُزيحت الكرة الخفيفة جانبًا لتصنع زاوية 60° مع العمودي ثم أُفلتت. (أ) ما سرعة الكرة الخفيفة قبل التصادم؟ (ب) ما سرعة كلّ كرةٍ بعد التصادم المرن؟ (جـ) ما أقصى ارتفاع لكلٍّ من الكرتين بعد التصادم المرن؟



الشكل 7-44 (المسألة 76)

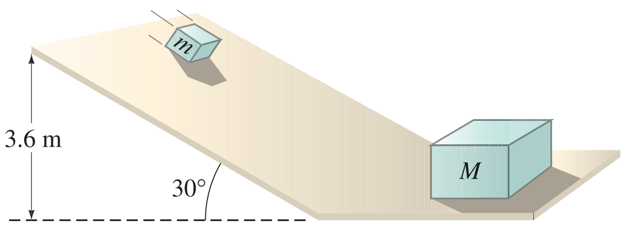
77. نواة ذرّةٍ ساكنةٍ تنحل إشعاعيًّا لتعطي جُسيم ألفا ونواة أصغر. ماذا ستكون سرعة هذه النواة المرتدّة إذا كانت سرعة جُسيم ألفا 3.8×10^{5}m/s؟ افرض أنّ كتلة النواة المرتدّة تساوي 57 مرّةً من كتلة جُسيم ألفا.



الشكل 7-45 المسألة 78

.78 أُطلقت قطعةٌ فخّاريّةٌ كتلتها 0.25-kg بزاوية 30° فوق الأفق وبسرعة 25 m/s (الشكل 7-45). وعند وصولها إلى أقصى ارتفاع، قُذفت من الأسفل برصاصةٍ صغيرةٍ كتلتها 15-g تتحرّك رأسيًّا نحو الأعلى وبسرعة 200 m/s. انغرست الرصاصة في القطعة الفخاريّة. (أ) ما الزيادة في الارتفاع الذي ستصل إليه القطعة؟ (ب) ما المسافة الإضافية Δx التي ستسيرها القطعة نتيجة الصدمة؟

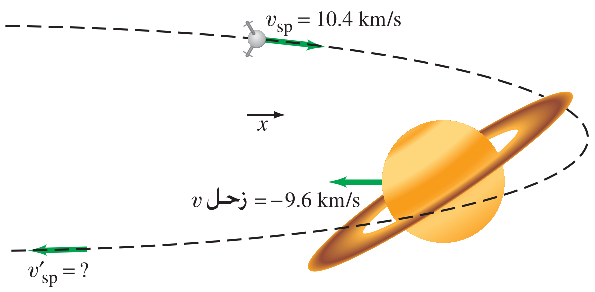
.79 قطعةٌ كتلتها $m = 2.20$ kg تنزلق على منحدرٍ يميل بزاوية 30.0° ارتفاعه 3.60 m. عند أسفل المنحدر تصطدم بكتلةٍ $M = 7.00$ kg ساكنة على سطحٍ أفقي (الشكل 7-46) إذا كان التصادم مرنًا ويمكن إهمال الاحتكاك، فحدّد: (أ) سرعتي الكتلتين بعد التصادم. (ب) إلى أي ارتفاع إلى الخلف على السطح المائل سوف تصل الكتلة الصغرى؟



الشكل **7-47** (المسألة 79 و 80)

.80 في المسألة 79 (الشكل 7-46) ما النهاية الكبرى للكتلة m لكي ترتدّ عن الكتلة M وتنزلق إلى أعلى المنحدر، تتوقف، تنزلق مرّةً أخرى أسفل المنحدر لتصطدم بالكتلة M مرة ثانية؟

.81 ظاهرة قذيفة المقلاع الجاذبية.
(الشكل7-47) يبين الكوكب زحل يتحرك باتجاه x السالب في سرعته المدارية (بالنسبة إلى الشمس) 9.6 km/s. كتلة زحل هي 5.69×10^{26} kg مركبة فضاء كتلتها 825 kg تقترب من زحل عندما تكون بعيدة عن زحل تتحرك باتجاه $+x$ وبسرعة 10.4 km/s. قوة الجاذبيّة من زحل (قوة محافظة)، التي تؤثر في المركبة لتجعلها تلف حول الكوكب (المسار مبين كخط متقطع) لتتجه بعدها بالاتجاه المعاكس. احسب بالتقريب سرعة المركبة بعد أن تكون قد ابتعدت بما فيه الكفاية لتُعتبر حرّةً من قوّة جذب زحل.



الشكل **7-47** (المسألة 81)

إجابات التمارين

أ: نعم إذا كانت سرعة السيارة الرياضية أكبر بثلاث مرات
ب: أكبر.
جـ: (أ) 6.0 m/s (ب) تقريبا صفر (ج) حوالي 24.0 m/s
د: المنحنى سيكون أعرض وأقل ارتفاعا.
هـ: نعم، بـــ 300 مرة.
و: نعم، KE كانت محفوظة.
ز: $x_{CM} = -2.0$ m؛ نعم
ي: يتحرك القارب بالاتجاه المعاكس.