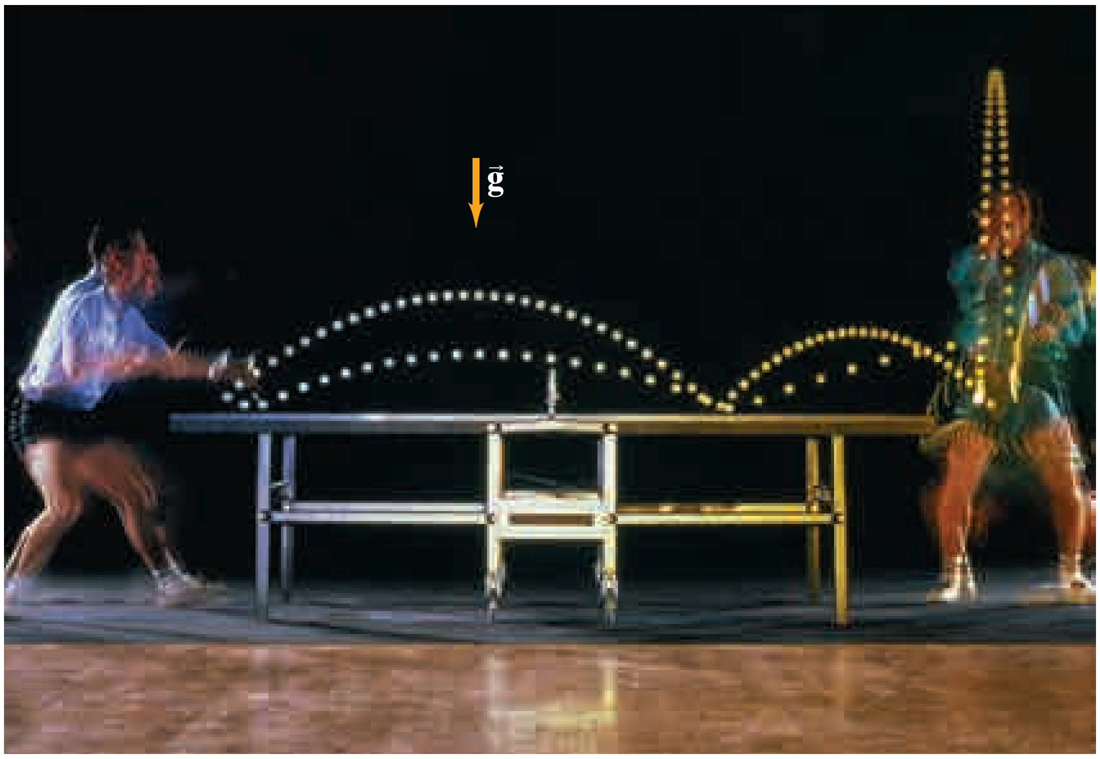


تربنا هذه الصورة متعددة الوميض للعبة كرة الطاولة مثالا على الحركة في بعدين. مسارات الكرة الظاهرة في التعامل مع السرعة النسبية.
الصورة عبارة عن قطوع مكافئة تمثل (حركة المقذوفات). وقد حلل جاليليو المقذوفات إلى مركباتها الأفقية والعمودية. ويمثل السهم الذهبي اتجاه تسارع الجاذبية الأرضية $\vec{g}$. سنناقش في هذا الفصل كيفية التعامل بمهارة مع المتجهات وجمعها، إضافة إلى تحليل حركة المقذوفات، ثم سنرى كيفية التعامل مع السرعة النسبية.

الفصل 3

الحركة في بعدين والمتجهات

تعاملنا في الفصل الثاني مع الحركة في خط مستقيم. والآن، سنضع وصفاً لحركة الأجسام في بعدين (أو ثلاثة أبعاد)، وسنناقش على نحو جزئي أهمية أحد أنواع هذه الحركة الذي يعرف بحركة المقذوفات، وهي الأجسام المقذوفة بزاوية إلى أعلى بالقرب من سطح الأرض، مثل كرة(القاعدة) البيسبول، أو كرة الجولف عند ضربها بالمضرب، أو كرة القدم عند ضربها بالقدم، وغيرها. وقبل أن نبدأ مناقشة الحركة في بعدين، علينا أولا أن نتعرف المتجهات، وكيفية جمعها، وإيجاد محصلتها.

1-3 الكميات المتجهة والكميات غير المتجهة

أشرنا في الفصل الثاني إلى أنّ مصطلح السرعة المتجهة لا يعود فقط إلى مدى سرعة الأجسام المتحركة، ولكنه يُعبِّر أيضا عن اتجاه هذه السرعة. **فالكمية** التي يكون لها اتجاه، بالإضافة إلى المقدار مثل السرعة، تسمى الكمية **المتجهة** (vector quantity) ومن أمثلتها الإزاحة، والقوة، والزخم (كمية التحرك). إضافة إلى ذلك، فإنّ كثيرًا من الكميات ليس لها اتجاه، مثل الكتلة، والزمن، ودرجة الحرارة، ويمكن التعبير عنها على نحو كامل برقم، إضافة إلى وحدات قياس، مثل هذه الكميات تُسمّى **الكميات القياسية** (scalar quantities).

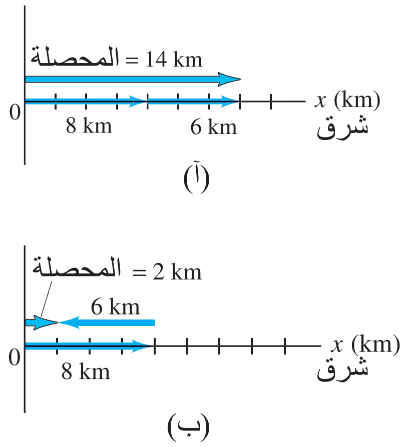
الشكل 1-3 سيارة تتحرك على طريق، تمثل فيه الأسهم الخضراء متجه السرعة عند كلّ موقع.

إنّ رسم مخطط لوصف حالة فيزيائية يكون مهمًّا دائمًا، وخصوصًا عندما نتعامل مع المتجهات. وعلى المخطط تمثل كلّ كمية متجهة بسهم يشير إلى اتجاه الكمية التي يمثلها. فطول السهم يحدّد بحيث يتناسب مع مقدار الكمية المتجهة. كمثال على ذلك، انظر (الشكل 3-1)، لقد رسمت الأسهم الخضراء لتمثل سرعة السيارة في أماكن مختلفة عندما تتحرك على المسار المنحني. أما مقدار السرعة عند كلّ نقطة، فيمكن تحديده بقياس طول السهم مضروبًا في مقياس الرسم الموضّح في الصورة $(1\ \text{cm} = 90\ \text{km/h})$. وعند كتابة الكمية المتجهة، نستخدم الخط الغامق (bold) مع وضع سهم على الكمية. فمثلًا، تكتب السرعة كما يلي: $\vec{\mathbf{v}}$. وعندما نركز على مقدار الكمية المتجهة فقط، فإننا نكتبها بالخط المائل (*italic*) مثل v، وكذلك الحال بالنسبة إلى الكميات الأخرى.

2-3 جمع المتجهات ـ طرق الرسم البياني

تجمع المتجهات بطريقة خاصة؛ لأنها تمتلك اتجاهًا ومقدارًا كذلك. سنتعامل في هذا الفصل مع متجه الإزاحة على نحو عام، وسنرمز إليه بـ $\vec{\mathbf{D}}$، كما سنرمز إلى متجه السرعة بـ $\vec{\mathbf{v}}$، وستطبق النتائج على المتجهات الأخرى التي سنواجهها لاحقًا.

عند جمع الكميات القياسية، نستخدم الجمع الجبري البسيط الذي يمكن استخدامه أيضًا في جمع المتجهات عندما تكون بالاتجاه نفسه. وعلى سبيل المثال، إذا مشى أحد الأشخاص 8 km باتجاه الشرق في يوم ما، و6 km باتجاه الشرق في اليوم التالي، فإنّ هذا الشخص يكون قد مشى من نقطة الانطلاق $8\ \text{km} + 6\ \text{km} = 14\ \text{km}$ إلى الشرق في اليومين. وهنا نقول إنّ محصلة الإزاحة هي 14 km إلى الشرق. ومن جهة أخرى، إذا مشى الشخص 8 km باتجاه الشرق في اليوم الأول، ثم مشى 6 km إلى الغرب بالاتجاه المعاكس في اليوم الثاني، فإنّ هذا الشخص يكون قد مشى 2 km إلى الشرق من نقطة انطلاقه، ومن ثَمّ تكون محصلة الإزاحة هي 2 km إلى الشرق، وفي هذه الحالة تكون محصلة الإزاحة ناتجة من الطرح $8\ \text{km} - 6\ \text{km} = 2\ \text{km}$، ولكن الجمع الجبري لا يستخدم عندما لا تكون المتجهات متوازية. فعلى سبيل المثال، لنفرض أنّ شخصًا سار 10.0 km شرقًا، ثم 5.0 km شمالًا، فإننا نستطيع تمثيل هذه الإزاحات بالرسم؛ حيث يشير محور الصادات الموجب (*positive y-axis*) إلى اتجاه الشمال، ومحور السينات الموجب (*positive x-axis*) إلى اتجاه الشرق.

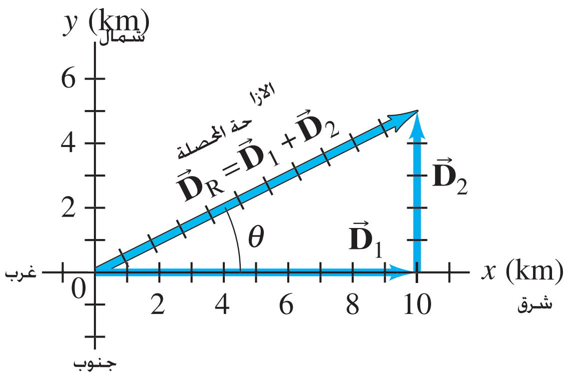


الشكل 2-3 جمع متجهين لهما الاتجاه نفسه

في (الشكل 3-3)، نرسم السهم $\vec{\mathbf{D}}_1$ ليمثل متجه الإزاحة 10.0 km إلى الشرق، ثم نرسم السهم $\vec{\mathbf{D}}_2$ ليمثل متجه الإزاحة 5.0 km إلى الشمال. وقد رسم كلا المتجهين بمقياس الرسم الموضح في الشكل 3-3. محصلة الإزاحة تمثل بالسهم $\vec{\mathbf{D}}_R$ الذي ينطلق من ذيل المتجه الأول وينتهي عند رأس المتجه الثاني. وباستخدام المسطرة، نقيس طول المتجه ونضرب في مقياس الرسم، فنحصل على مقدار متجه المحصلة (11.2 km)، وباستخدام المنقلة نقيس الزاوية θ لنحصل على اتجاه المحصلة $\theta = 27°$ مع محور السينات الموجب. ونستطيع حساب مقدار $\vec{\mathbf{D}}_R$ أيضًا باستخدام نظرية فيثاغورس؛ حيث D_1 و D_2 و D_R تمثل مثلثًا قائم الزاوية، ويكون الضلع D_R هو الوتر؛ حيث:

$$D_R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} = \sqrt{(10.0\ \text{km})^2 + (5.0\ \text{km})^2} = \sqrt{125\ \text{km}^2} = 11.2\ \text{km}$$

تستطيع استخدام نظرية فيثاغورس بالطبع عندما يكون المتجهان المراد حساب محصلتهما متعامدين على بعضهما بعضًا.



الشكل 3-3 شخص يمشي (10.0 km) شرقًا، ثم (5.0 km) شمالًا. تمثل هاتان الإزاحتان بالمتجهين $\vec{\mathbf{D}}_1$ و $\vec{\mathbf{D}}_2$ على شكل سهمين. الإزاحة المحصلة تمثل بالمتجه $\vec{\mathbf{D}}_R$، وهي عبارة عن حاصل الجمع المتجه لكلّ من $\vec{\mathbf{D}}_1$ و $\vec{\mathbf{D}}_2$. ويبيّن قياس طول المتجه على الرسم باستخدام المسطرة أنّ مقدار $\vec{\mathbf{D}}_R$ هو 11.2 km، ويصنع زاوية مقدارها $\theta = 27°$ باتجاه الشمال الشرقي.

متجه محصلة الإزاحة، $\vec{\mathbf{D}}_R$ هو حاصل الجمع المتجه للمتجهين $\vec{\mathbf{D}}_1$ و $\vec{\mathbf{D}}_2$، أي أنّ:

معادلة متجهة

$$\vec{\mathbf{D}}_R = \vec{\mathbf{D}}_1 + \vec{\mathbf{D}}_2$$

وهذه معادلة متجهة. هنالك حقيقة مهمة مفادها أنه عند إضافة متجهين لا يؤثران في الاتجاه نفسه، فإنّ مقدار محصلتهما لايساوي مجموع مقداري المتجهين، ولكنه أقلّ من حاصل جمع هذين المقدارين:

$$D_R < D_1 + D_2 \qquad \text{[المتجهان لا يؤثران في الاتجاه نفسه]}$$

في مثالنا (الشكل 3-3) . $D_R = 11.2\text{ km}$، في حين $D_1 + D_2$ يساوي 15 km. لاحظ أيضا أننا لا نستطيع القول إنّ $\vec{\mathbf{D}}_R$ يساوي 11.2 km؛ لأنّ لدينا معادلة متجهة، و 11.2 km هي فقط جزء من متجه المحصلة (المقدار). ولكننا نستطيع أن نكتب متجه المحصلة كما يلي:

$$\vec{\mathbf{D}}_R = \vec{\mathbf{D}}_1 + \vec{\mathbf{D}}_2 = (11.2\text{ km}, 27^\circ\text{ N of E})$$

تمرين أ: ما الشروط التي يكون فيها مقدار محصلة المتجهين مساويًا لحاصل جمع مقداري المتجهين كلّ على حدة؛ أي أنّ $D_R = D_1 + D_2$.

يوضح (الشكل 3-3) القواعد العامة لطريقة الرسم المستخدمة في إيجاد محصلة متجهين، وهي:

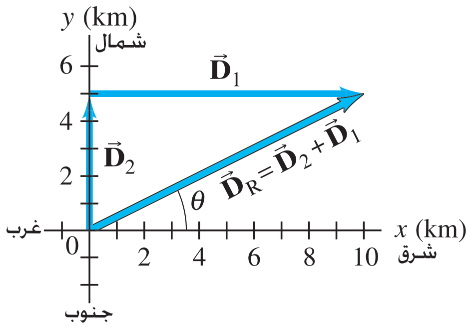
طريقة الذيل للرأس لجمع المتجهات.

1. على ورق رسم بياني، ارسم أحد المتجهين $\vec{\mathbf{D}}_1$ بمقياس رسم مناسب.
2. ارسم المتجه الثاني $\vec{\mathbf{D}}_2$ بمقياس الرسم نفسه، بحيث تجعل ذيله على رأس المتجه الأول، وتأكد من صحة الاتجاه (باستخدام المنقلة).
3. السهم المرسوم من ذيل المتجه الأول إلى رأس المتجه الثاني يمثّل المحصلة $\vec{\mathbf{D}}_R$ للمتجهين.

إنّ طول متجه المحصلة يمثل المقدار. لاحظ أنّ المتجهات يمكن أن تنقل إلى مكان آخر بحيث تكون موازية لنفسها (تحافظ على المقدار والاتجاه نفسه). لإنجاز الخطوات السابقة على نحو جيد؛ يمكن أن يقاس طول المحصلة بمسطرة، ثم يضرب في مقياس الرسم. ونستطيع قياس الزوايا باستخدام المنقلة. تسمى هذه الطريقة طريقة الذيل للرأس لجمع المتجهات. وفي هذه الطريقة، ليس مهما بأيّ المتجهين نبدأ أولا. فمثلا، عند إضافة 5.0 km للشمال إلى 10.0 km للشرق، فإنّ المتجه الناتج يعطينا 11.2 km مقدارا وبزاوية $\theta = 27^\circ$ (انظر الشكل 3-4). ونحصل على النتيجة نفسها إذا أضفنا المتجهين مع عكس الترتيب (الشكل 3-3)؛ أي أنه على نحو عام يكون كما يلي:

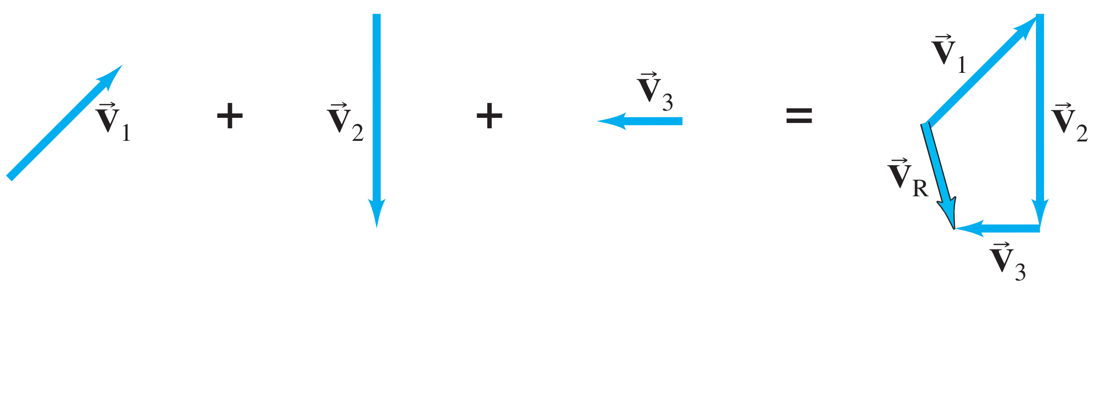
$$\vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2 = \vec{\mathbf{V}}_2 + \vec{\mathbf{V}}_1$$

ونستطيع تطبيق طريقة الذيل للرأس لجمع المتجهات على ثلاثة متجهات أو أكثر، وهنا ترسم المحصلة من ذيل المتجه الأول إلى رأس المتجه الأخير. ومثال ذلك موضح في (الشكل 3-5)، تمثّل المتجهات الثلاثة الموضحة في الشكل إزاحاتٍ بالاتجاهات (شمال شرق، جنوب، غرب) أو بالطبع يمكن أن تمثل ثلاث قوى. تأكد بنفسك من حصولك على النتيجة نفسها بغض النظر عن كيفية ترتيب جمع المتجهات.



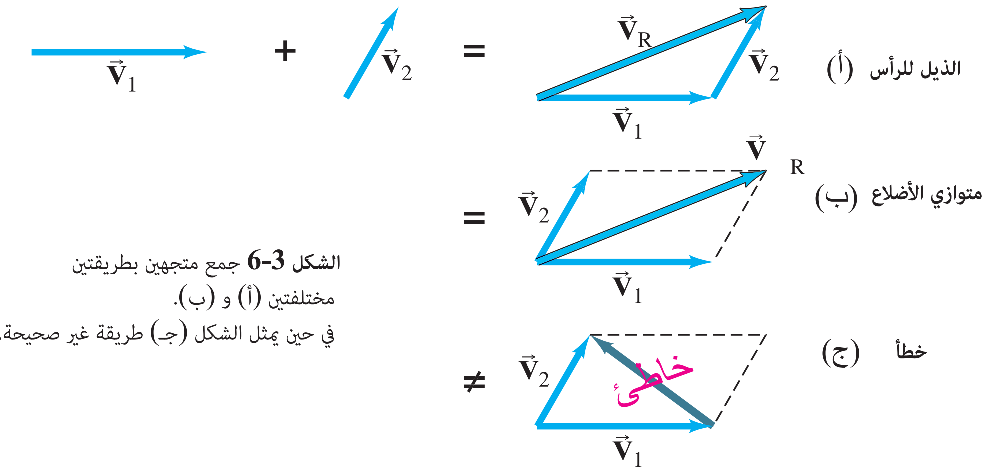
الشكل **3-4** عند إضافة المتجهات مع عكس ترتيبها، فإننا نحصل على المحصلة نفسها (قارن مع الشكل 3-3).

الشكل **3-5** محصلة ثلاثة متجهات $\vec{\mathbf{V}}_R = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2 + \vec{\mathbf{V}}_3$



طريقة متوازي الأضلاع لجمع المتجهات.

تُجمع المتجهات بطريقة ثانية، هي **طريقة متوازي الأضلاع**. وهي مماثلة تمامًا لطريقة الذيل للرأس. في هذه الطريقة، يُرسم المتجهان بحيث ينطلقان من النقطة نفسها، ثم يُرسم متوازي أضلاع باستخدام هذين المتجهين، وتكون المحصلة هي القطر الذي يرسم من نقطة انطلاق المتجهين. (الشكل 3-6 ب). طريقة الذيل للرأس موضّحة في (الشكل 3-6 أ)، وواضح أنّ الطريقتين تؤديان إلى النتيجة نفسها.



الشكل 3-6 جمع متجهين بطريقتين مختلفتين (أ) و (ب). في حين يمثل الشكل (جـ) طريقة غير صحيحة.

الشكل 3 - 6 جمع متجهين بطريقتين مختلفتين (أ) و (ب). في حين يمثل الشكل (جـ) طريقة غير صحيحة.

تنويه: تأكد من استخدام القطر الصحيح لمتوازي الأضلاع لإيجاد المحصلة.

هنالك خطأ شائع في رسم المتجه الذي يمثل المحصلة، بحيث يمثل القطر الواصل بين رأسي المتجهين (كما في الشكل 3-6 ج) وهذا غير صحيح؛ لأنّ هذا المتجه لا يمثل المحصلة أو حاصل جمع المتجهين، ولكنه في الحقيقة يمثل حاصل طرحهما $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$، كما سنرى في البند القادم.

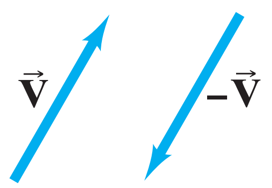
المثال المفاهيمي 3-1

مدى أطوال المتجهين افرض أنّ لديك متجهين طول كلّ منهما ثلاث وحدات. ما المدى الممكن للأطوال التي تمثل حاصل جمعهما؟

الإجابة: يمكن أن يأخذ المجموع أيّ قيمة تتراوح من $(3.0 + 3.0 =)$ 6.0 عندما يكون المتجهان في الاتجاه نفسه إلى $(3.0 - 3.0 =)$ 0 عندما يكون المتجهان متعاكسين.

تمرين ب: إذا كان المتجهان في (المثال المفاهيمي 3-1) متعامدين، فما مقدار محصلتهما؟

3-3 طرح المتجهات وضرب المتجه في عدد



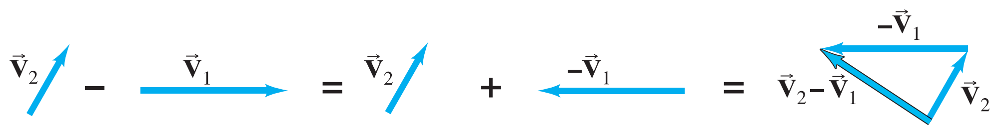
الشكل 3-7 سالب المتجه، هو متجه له المقدار نفسه، ولكنه معاكس له في الاتجاه.

لدينا المتجه $\vec{V}$. يمكن تعريف سالب هذا المتجه $(-\vec{V})$ على أنه مساوٍ له في المقدار ومعاكس له في الاتجاه، انظر (الشكل 3-7). لاحظ أنه بالنظر إلى مقدار المتجه، لا يوجد معنى منطقي لمفهوم المتجه السالب؛ فمقدار أيّ متجه موجب دائما والإشارة السالبة تخبرنا عن الاتجاه فقط. ونستطيع الآن تعريف حاصل طرح متجهين أو الفرق بينهما $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$ كما يلي:

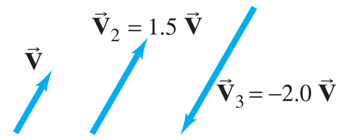
$$\vec{V}_2 - \vec{V}_1 = \vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$$

ويعني ذلك أنّ الفرق بين متجهين يساوي حاصل جمع المتجه الأول مع سالب المتجه الثاني. ومن ثَمّ، فإنّ قواعد جمع المتجهات يمكن تطبيقها في طرح المتجهات، كما هو موضح في (الشكل 3-8)، باستخدام طريقة الذيل للرأس.

الشكل 3-8 طرح متجهين $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$



المتجه $\vec{\mathbf{V}}$ يمكن أن يضرب في عدد c. ويمكن تعريف المتجه الناتج $c\vec{\mathbf{V}}$ بأنه متجه له اتجاه $\vec{\mathbf{V}}$ نفسه ومقداره cV، أي أنّ ضرب المتجه في عدد موجب c يغير مقداره (حسب العدد c) ولا يغير اتجاهه. فإذا كان c عددا سالبا، فإنّ مقدار $c\vec{\mathbf{V}}$ يبقى cV (من غير الإشارة السالبة) ولكن الاتجاه يكون معاكسا لاتجاه $\vec{\mathbf{V}}$.



الشكل 3-9: ضرب المتجه $\vec{\mathbf{V}}$ في عدد c يعطي متجهًا مقداره (c) مرة أكبر وفي اتجاه نفسه إذا كان (c) موجبا، وبالاتجاه المعاكس لـ $\vec{\mathbf{V}}$ إذا كان (c) سالبا.

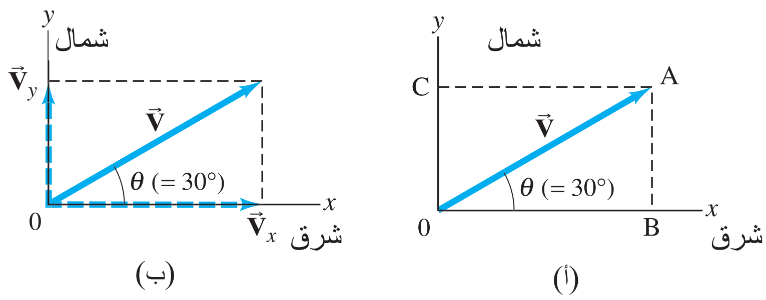
4-3 جمع المتجهات بطريقة المركبات

إنّ جمع المتجهات بطريقة الرسم باستخدام المسطرة والمنقلة لا يتسم عادة بالدقة الكافية، كما أنه غير مفيد عندما تكون المتجهات في ثلاثة أبعاد. لذا، سنناقش هنا طريقة أكثر فاعلية ودقة لجمع المتجهات. ولكن يجب ألا ننسى أنّ طريقة الرسم مفيدة في تخيّل المسألة، وفي تدقيق الحسابات للوصول إلى النتيجة الصحيحة.

تحليل المتجهة لمركباته

ليكن لديك المتجه $\vec{\mathbf{V}}$ الذي يقع في مستوى معين. يمكن كتابته كناتج جمع متجهين نسميهما **مركبتي** المتجه الأصلي. يتم اختيار المركبتين عادة باتجاه محورين متعامدين. والطريقة المتبعة لإيجاد المركبات تسمى **طريقة تحليل المتجه لمركباته**. وهناك مثال على ذلك موجود في (الشكل 3-10). المتجه $\vec{\mathbf{V}}$ قد يكون متجه إزاحة يصنع زاوية $\theta = 30°$ إلى الشمال الشرقي. علما بأننا اخترنا محور السّينات الموجب ليمثل الشرق، ومحور الصّادات الموجب ليمثل الشمال. هذا المتجه $\vec{\mathbf{V}}$ يحلل إلى مركبتيه السّينية (x-component) والصّادية (y-component)، برسم خطوط متقطعة من رأس المتجه (A) (الخطان AB، و AC) بحيث يكونان متعامدين مع المحورين السيني والصادي. ويمثل الخطان 0B، و 0C المركبتين السينية والصادية للمتجه $\vec{\mathbf{V}}$ على الترتيب، كما هو موضح في (الشكل 3-10ب)، وتكتب كلّ من هاتين المركبتين $\vec{\mathbf{V}}_x$ و $\vec{\mathbf{V}}_y$ وتمثلان عادة على شكل سهم مثل باقي المتجهات، ولكنه يكون متقطّعا.

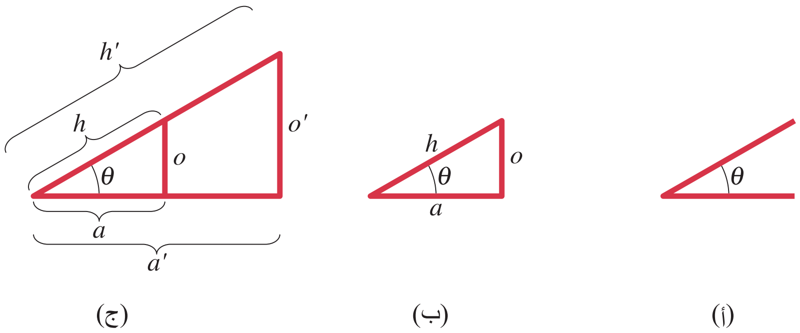
يكتب مقدار كلّ من المركبتين V_x، و V_y على هيئة رقم مع وحداته، ويحمل إشارة (+) عندما يشير إلى الاتجاه الموجب، وإشارة (-) عندما يشير إلى الاتجاه السالب على المحورين السيني والصادي. ويمكن أن نرى في (الشكل 3-10) أنّ $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_x + \vec{\mathbf{V}}_y$ عند تطبيق طريقة متوازي الأضلاع لجمع المتجهات.



الشكل 3-10 تحليل المتجه $\vec{V}$ إلى مركبتين باتجاه محورين اختياريين، محوري السينات والصادات. المركبتان تمثلان المتجه، وتحتويان على المعلومات نفسها التي للمتجه نفسه.

يتكون الفضاء من ثلاثة أبعاد، وفي بعض الأحيان يكون من الضروري تحليل المتجه إلى مركباته بثلاثة اتجاهات متعامدة. وفي الإحداثيات المتعامدة، تكون هذه المركبات $\vec{\mathbf{V}}_x$, $\vec{\mathbf{V}}_y$ و $\vec{\mathbf{V}}_z$. إنّ تحليل المتجه بثلاثة أبعاد هو امتداد لطريقة تحليل المتجهات السابقة، ونركز هنا على تحليل المتجه في بعدين، وهو ما نحتاج إليه في هذه المرحلة.

لجمع المتجهات باستخدام طريقة التحليل: نحتاج إلى استخدام الدوال المثلثية: الجيب (*sine*)، وجيب التمام (*cosine*)، والظل (*tangent*)، التي سنعطي عنها فكرة بسيطة على سبيل المراجعة.



الشكل 3-11 ابتداءً من الزاوية θ كما في (أ) نستطيع أن نرسم مثلثات قائمة الزاوية بحجمين مختلفين؛ (ب) و (جـ)، ولكن نسب أطوال أضلاع المثلث لا تعتمد على حجمه.

إذا أعطيت أيّ زاوية كما في (الشكل 3 - 11أ)، فإنك تستطيع رسم مثلث قائم الزاوية عن طريق رسم خط عمودي على أحد ضلعي الزاوية. يسمى أطولُ ضلع في المثلث قائم الزاوية الوترَ، ويرمز إليه بـ h، في حين يرمز إلى الضلع المقابل للزاوية بـ o، أما الضلع المجاور لها فيرمز إليه بـ a. فإذا كانت a, h, o تمثل أطوال هذه الأضلاع، فإنك تستطيع تعريف ثلاثة دالات مثلثية هي: الجيب (sine)، وجيب التمام (cosine)، والظل (tangent) كما يلي:

تعريف الدوال المثلثية

$$\sin\theta = \frac{\text{side opposite (المقابل)}}{\text{hypotenuse (الوتر)}} = \frac{o}{h}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{side adjacent (المجاور)}}{\text{hypotenuse (الوتر)}} = \frac{a}{h} \qquad \textbf{(1-3)}$$

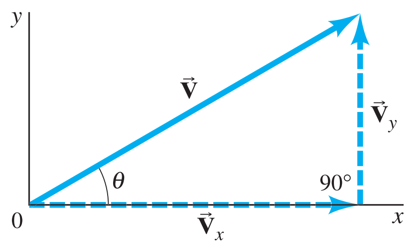
$$\tan\theta = \frac{\text{side opposite (المقابل)}}{\text{side adjacent (المجاور)}} = \frac{o}{a}$$

إذا رسمنا المثلث بحجم أكبر مع بقاء الزوايا نفسها، فإنّ النسب بين أطوال الأضلاع لا تتغير، وكما في (الشكل 3 - 11جـ) يكون:

$a/h = a'/h';\ o/h = o'/h'$ و $o/a = o'/a'$. ومن ثَمّ، فإنّ قيم الجيب، وجيب التمام والظل لا تعتمد على حجم الزاوية، بل تعتمد على الزاوية نفسها. ويمكن إيجاد كلّ من قيم الجيب، وجيب التمام، والظل لزوايا مختلفة باستخدام آلة حاسبة علمية، أو من الجدول المبين في الملحق أ.

تُعدّ المتطابقة المثلثية التالية مهمة، وهي

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad \textbf{(2-3)}$$



$$\sin\theta = \frac{V_y}{V}$$

$$\cos\theta = \frac{V_x}{V}$$

$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_x}$$

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

الشكل 3-12 إيجاد مركبتي متجه ما باستخدام الدوال المثلثية.

وتتبع هذه المتطابقة نظرية فيثاغورس في (الشكل 3-11) يكون $o^2 + a^2 = h^2$؛ أي أنّ:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = \frac{o^2}{h^2} + \frac{a^2}{h^2} = \frac{o^2 + a^2}{h^2} = \frac{h^2}{h^2} = 1$$

ولمزيد من التفصيل عن الدوال والمتطابقات المثلثية، انظر الملحق أ.

إنّ استخدام الدوال المثلثية في إيجاد مركبات متجه ما موضح في (الشكل 3-12)؛ إذ يكوّن المتجه ومركبتاه مثلثًا قائم الزاوية؛ حيث نرى أنّ الجيب (sin)، وجيب التمام (cos)، والظل (tan) تعطى كما في الشكل.

مركبتا المتجه

من تعريف الجيب، $\sin\theta = V_y/V$ نجد أنّ

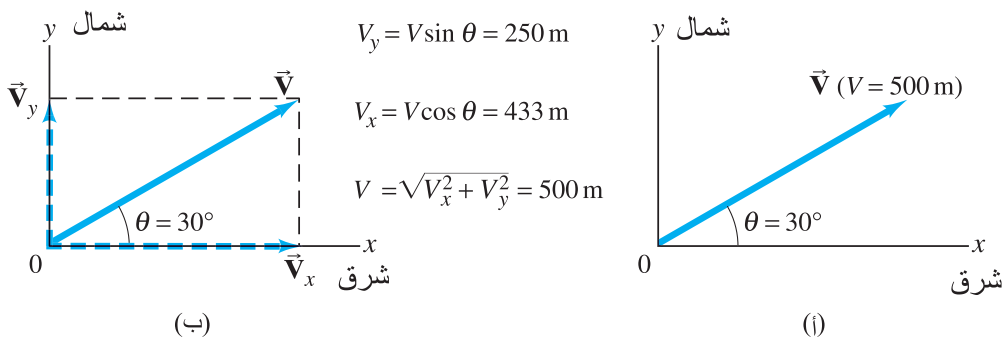
$$V_y = V\sin\theta \qquad \textbf{(3-3أ)}$$

وبالطريقة نفسها من تعريف جيب التمام $\cos\theta$ نحصل على

$$V_x = V\cos\theta \qquad \textbf{(3-3ب)}$$

لاحظ أنّ الزاوية θ اختيرت اصطلاحا مع محور السينات الموجب.

وباستخدام (المعادلات 3-3) نستطيع حساب V_x و V_y لأيّ متجه مثل ذاك المرسوم في (الشكلين 3 - 10 و 3 - 12). افرض أنّ $\vec{V}$ يمثل متجه إزاحة مقداره 500 m.



الشكل 3 - 13 (أ) يمثل المتجه $\vec{\mathbf{V}}$ إزاحة طولها 500m ويصنع زاوية °30 مع الشمال الشرقي. (ب) مركبتا $\vec{\mathbf{V}}$ وهما $\vec{\mathbf{V}}_x$ و $\vec{\mathbf{V}}_y$ ومقدار كلّ منهما معطى إلى يمين الشكل.

ويصنع زاوية °30 باتجاه الشمال الشرقي، كما هو موضح في (الشكل 3 - 13). $V = 500$ m،
من الآلة الحاسبة أو الجداول $\sin 30° = 0.500$، و $\cos 30° = 0.866$ وهنا يكون

$$V_x = V\cos\theta = (500\text{ m})(0.866) = 433\text{ m (شرق)}$$
$$V_y = V\sin\theta = (500\text{ m})(0.500) = 250\text{ m (شمال)}$$

هنالك طريقتان لتحديد متجه ما

هنالك طريقتان لتحديد متجه ما في نظام محاور معيّن هما:

1-إعطاء مركبتي المتجه V_y، و V_x.

2-إعطاء طول المتجه V والزاوية التي يصنعها مع محور السينات الموجب.

ونستطيع التحويل من طريقة إلى أخرى باستخدام (المعادلات 3-3)، وبالعكس باستخدام نظرية فيثاغورس* وتعريف الظل (tangent) كما هو واضح في (الشكل 3-12)

علاقة المركبات بالمقدار والاتجاه

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad \textbf{(4-3أ)}$$

$$\tan\theta = \frac{V_y}{V_x} \quad \textbf{(4-3ب)}$$

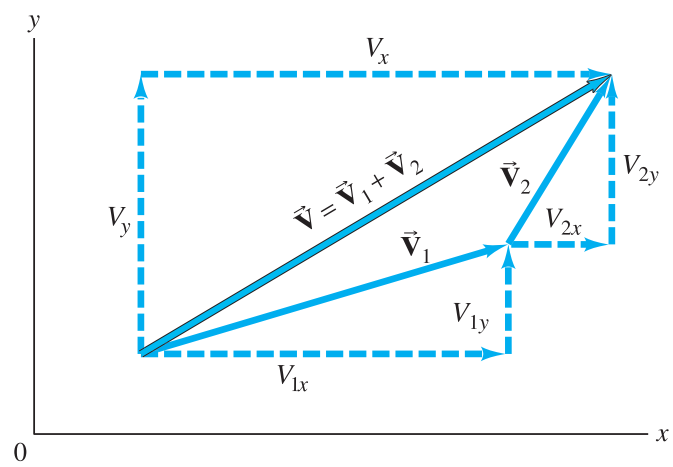
ونستطيع الآن مناقشة كيفية جمع متجهين بطريقة المركبات؛ الخطوة الأولى هي تحليل كلّ متجه إلى مركباته. نلاحظ من (الشكل 3-14) أنّ جمع أيّ متجهين $\vec{\mathbf{V}}_1$ و $\vec{\mathbf{V}}_2$ لإيجاد محصلتهما $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$ يتضمن أنّ

جمع المتجهات بالتحليل (طريقة المركبات)

$$\begin{aligned} V_x &= V_{1x} + V_{2x} \\ V_y &= V_{1y} + V_{2y} \end{aligned} \quad \textbf{(5-3)}$$

أي أنّ جمع المركبات السينيّة يعطي المركبة السينيّة للمحصلة، وجمع المركبات الصاديّة يعطي المركبة الصاديّة للمحصلة. ولا نجمع نهائيا المركبات السينيّة مع المركبات الصاديّة. وإذا أردنا إيجاد مقدار المحصلة واتجاهها، فإننا نستخدم (المعادلات 3-4).

* في الأبعاد الثلاثية، تكون نظرية فيثاغورس: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ حيث تمثل V_z المركبة في البعد الثالث أو المحور z



الشكل 3-14
مركبتا المتجه $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$
هما: $V_x = V_{1x} + V_{2x}$ و $V_y = V_{1y} + V_{2y}$

تختلف مركبات متجهٍ معيّنٍ باختلاف اختيار محاور الإحداثيات. ويكون تحديد المحاور عند جمع المتجهات اختياريًّا دائمًا. وبالإمكان تسهيل عملية جمع المتجهات بالاختيار الصحيح لمحاور الإحداثيات. فمثلًا، اختيار أحد المحاور باتجاه أحد المتجهات نفسه يجعل هذا المتجه يمتلك مركبة واحدة فقط.

حسن اختيار المحاور يقلل من الجهد المبذول.

المثال 3 - 2 **يغادر ساعي بريد قروي مكتب البريد،** فيتحرك 22.0 km باتجاه الشمال، ثم يتحرك بزاوية 60.0° إلى الجنوب الشرقي مسافة 47.0 km. فما إزاحته من مكتب البريد؟

النّهج: نحلّل كلّ متجه إلى مركبتين سينيّة وصاديّة، ثم نجمع المركبتين السينيتين إلى بعضهما والمركبتين الصاديتين إلى بعضهما للحصول على المركبتين السينية والصادية للمحصلة. نختار محور السينات الموجب ليشير إلى اتجاه الشمال، وهو اتجاه البوصلة المستخدم في الخرائط.

الحلّ: نحلل كلّ متجه إزاحة إلى مركبتيه كما هو واضح في (الشكل 3 - 15ب). حيث $\vec{\mathbf{D}}_1$ له مقدار يساوي 22.0 km باتجاه الشمال، ويكون له مركبة صادية فقط:

$$D_{1x} = 0, \qquad D_{1y} = 22.0\ \text{km}$$

$\vec{\mathbf{D}}_2$ له مركبتان سينية وصادية.

$$D_{2x} = +(47.0\ \text{km})(\cos 60°) = +(47.0\ \text{km})(0.500) = +23.5\ \text{km}$$
$$D_{2y} = -(47.0\ \text{km})(\sin 60°) = -(47.0\ \text{km})(0.866) = -40.7\ \text{km}$$

لاحظ أنّ D_{2y} سالب؛ لأنّ هذه المركبة باتجاه محور الصادات السالب. متجه المحصلة $\vec{\mathbf{D}}$ له المركبات التالية:

$$D_x = D_{1x} + D_{2x} = \ \ 0\ \text{km} + \ \ 23.5\ \text{km} = +23.5\ \text{km}$$
$$D_y = D_{1y} + D_{2y} = 22.0\ \text{km} + (-40.7\ \text{km}) = -18.7\ \text{km}$$

وهذا يحدد متجه الإزاحة على نحو كامل

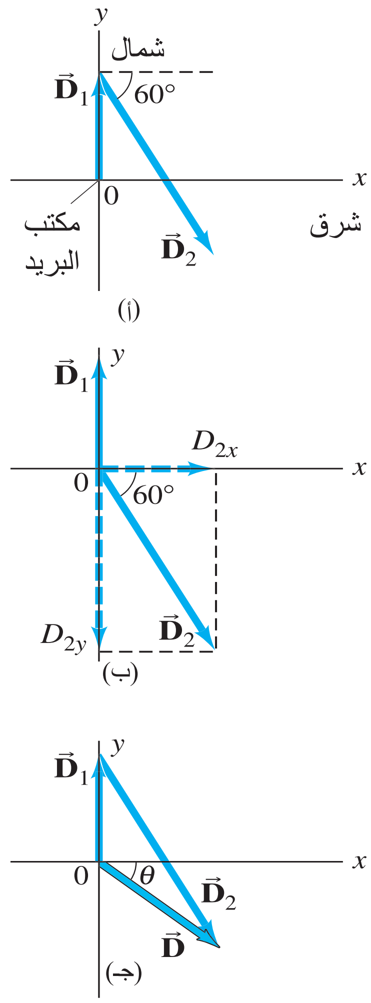
$$D_x = 23.5\ \text{km}, \qquad D_y = -18.7\ \text{km}.$$

وتستطيع أيضا تحديد متجه المحصلة بإعطاء مقداره واتجاهه باستخدام (المعادلات 3-4):

$$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(23.5\ \text{km})^2 + (-18.7\ \text{km})^2} = 30.0\ \text{km}$$
$$\tan\theta = \frac{D_y}{D_x} = \frac{-18.7\ \text{km}}{23.5\ \text{km}} = -0.796$$

الآلة الحاسبة التي تحتوي على المفاتيح INV TAN، أو ARC TAN، أو TAN^{-1} تعطينا $\theta = \tan^{-1}(-0.796) = -38.5°$. الإشارة السالبة تعني أنّ الزاوية $\theta = 38.5°$ تقع تحت محور السينات كما في (الشكل 3 - 15جـ). ومن ثَمّ، فإنّ محصلة الإزاحة هي 30.0 km باتجاه يصنع زاوية 38.5° مع الجنوب الشرقي.

ملحوظة: انتبه دائمًا إلى الربع الذي يقع فيه متجه المحصلة. الآلات الحاسبة لا تعطينا هذه المعلومة، ولكن الرسم الجيد يبين ذلك.



الشكل 3-15 (المثال 3-2)
(أ) متجها الإزاحة $\vec{\mathbf{D}}_1$ و $\vec{\mathbf{D}}_2$. (ب) تحليل $\vec{\mathbf{D}}_2$ إلى مركبتيه. (جـ) $\vec{\mathbf{D}}_1$ و $\vec{\mathbf{D}}_2$ جمعت بطريقة الرسم لإيجاد المحصلة $\vec{\mathbf{D}}$.
طريقة المركبات لجمع المتجهات موضحة في المثال.

تعتمد إشارة الدوال المثلثية على الربع الذي تقع فيه الزاوية، فمثلًا، الظل موجب في الربعين الأول والثالث (0° – 90° و 180° – 270°) ولكنه سالب في الربعين الثاني والرابع (انظر الملحق A-7). إنّ أفضل طريقة للتأكد من الزوايا والمتجهات هي رسم مخطط للمتجهات، وهذا المخطط يعطيك نظرة منطقية عند تحليل المسألة، ويوفر طريقة للتأكد من النتائج.

الصندوق التالي، الذي يقدم طريقة لحلّ المسألة يجب ألا يعدّ حلًّا كاملًا، ولكنه يلخص الأشياء التي يجب عملها لتفكر بعد ذلك في ما يستلزم عمله.

توجيه لحلّ الأسئلة.

التعرف على الربع الصحيح عن طريق رسم مخطط دقيق

طريقة حل المسائل : جمع المتجهات

فيما يلي ملخص لكيفية جمع متجهين أو أكثر باستخدام المركبات:

1. ارسم مخططًا يبين جمع المتجهات بالرسم باستخدام طريقة متوازي الأضلاع، أو طريقة الذيل للرأس.

2. اختر المحورين السيني والصادي بطريقة تسهل جمع المتجهات (مثلا، اختر أحد المحاور باتجاه أحد المتجهات، بحيث تصبح لهذا المتجه مركبة واحدة).

3. حلّل كلّ متجه إلى مركبتين سينية وصادية، ثم بين كل مركبة على محورها على شكل سهم متقطع.

4. احسب كلّ مركبة عن طريق قانوني الجيب وجيب التمام. إذا كانت θ_1 هي الزاوية التي يصنعها المتجه $\vec{\mathbf{V}}_1$ مع محور السينات الموجب، فإنّ

$$V_{1x} = V_1 \cos\theta_1, \qquad V_{1y} = V_1 \sin\theta_1$$

تعامل مع الإشارات بحذر. أي متجه يشير إلى اتجاه محور السينات السالب أو محور الصادات السالب يأخذ إشارة سالبة (-).

5. اجمع المركبات السينية مع بعضها بعضًا لإيجاد المركبة السينية للمحصلة، وكذلك الحال بالنسبة إلى المركبة الصادية.

$$V_x = V_{1x} + V_{2x} + \text{وغيرها}$$
$$V_y = V_{1y} + V_{2y} + \text{وغيرها}$$

تأكد من أنّ الإشارات تعطي المحصلة في الربع الصحيح كما هو مبين في المخطط الموضح في النقطة رقم 1.

6. استخدم المعادلتين (3)، و(4) لإيجاد مقدار المحصلة واتجاهها

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \qquad \tan\theta = \frac{V_y}{V_x}$$

المخطط البياني الذي رسمته يساعدك على إيجاد الموقع الصحيح للمحصلة (الربع) والزاوية θ.

المثال 3-3 ثلاث رحلات قصيرة

تتضمن رحلة طائرة ثلاث مراحل: الأولى 620 km باتجاه الشرق، والثانية 440 km وتصنع زاوية (45°) جنوب شرق، والثالثة 550 km وتصنع زاوية 53° جنوب غرب، كما هو موضح في (الشكل 16-3). ما المحصلة الكلية لإزاحة الطائرة؟

النّهج: نتبع طريقة حلّ الأسئلة الموضحة سابقا.

1. نرسم مخططا للمتجهات (الشكل 3 - 16 أ): حيث $\vec{\mathbf{D}}_1$ و $\vec{\mathbf{D}}_2$ و $\vec{\mathbf{D}}_3$ تمثل مراحل الرحلة الثلاث، ويمثل $\vec{\mathbf{D}}_R$ متجه المحصلة الكلية للإزاحة.

2. اختيار المحاور: المحاور موضحة أيضا في (الشكل 3 - 16 أ).

3. تحليل المتجهات إلى مركباتها السينية والصادية، بحيث نبين كلّ مركبة على شكل سهم متقطع (الشكل 3-15 ب).

4. حساب المركبات

$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{D}}_1: D_{1x} &= +D_1 \cos 0° &&= D_1 = 620\text{ km}\\
D_{1y} &= +D_1 \sin 0° &&= 0\text{ km}\\
\vec{\mathbf{D}}_2: D_{2x} &= +D_2 \cos 45° &&= +(440\text{ km})(0.707) = +311\text{ km}\\
D_{2y} &= -D_2 \sin 45° &&= -(440\text{ km})(0.707) = -311\text{ km}\\
\vec{\mathbf{D}}_3: D_{3x} &= -D_3 \cos 53° &&= -(550\text{ km})(0.602) = -331\text{ km}\\
D_{3y} &= -D_3 \sin 53° &&= -(550\text{ km})(0.799) = -439\text{ km}
\end{aligned}$$

الإشارات السالبة تعني أنّ المتجهات باتجاه المحورين السيني والصادي السالبين. المركبات جميعها مبينة في الجدول الموجود في الحاشية.

5. جمع المركبات: نجمع كلًا من المركبات السينية والصادية إلى بعضها، كلّ على حدة لإيجاد المركبتين السينية والصادية للمحصلة

$$D_x = D_{1x} + D_{2x} + D_{3x} = 620\text{ km} + 311\text{ km} - 331\text{ km} = 600\text{ km}$$
$$D_y = D_{1y} + D_{2y} + D_{3y} = 0\text{ km} - 311\text{ km} - 439\text{ km} = -750\text{ km}$$

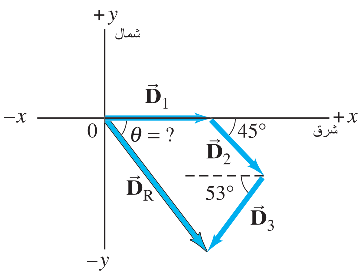
المركبات السينية 600 km شرقا والمركبة الصادية 750 km- جنوبا، وهذه إحدى الطرائق لإعطاء الإجابة.

6. إيجاد مقدار المحصلة واتجاهها.

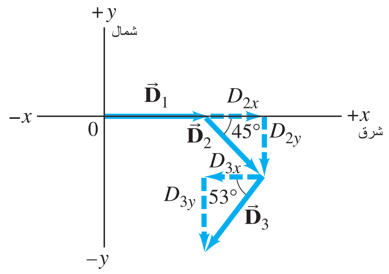
$$D_R = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(600)^2 + (-750)^2}\text{ km} = 960\text{ km}$$

$$\tan\theta = \frac{D_y}{D_x} = \frac{-750\text{ km}}{600\text{ km}} = -1.25 \quad \text{لذا فإن} \quad \theta = -51°$$

وعليه، يكون مقدار المحصلة الكلية للإزاحة 960 km، وتصنع زاوية مقدارها 51° تحت محور السينات الموجب (باتجاه الجنوب الشرقي)، كما هو موضح في (الشكل 16-3أ).



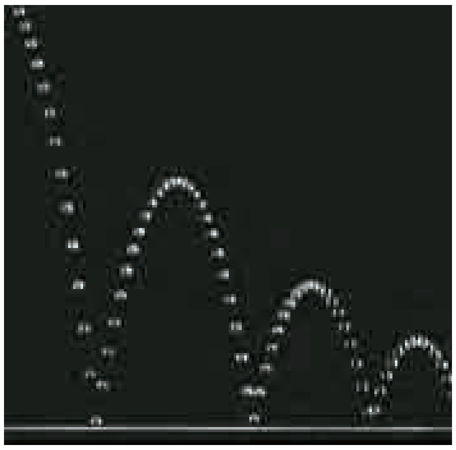
(a)



الشكل 16-3 المثال 3-3

المتجه	المركبات x (km)	y (km)
$\vec{\mathbf{D}}_1$	620	0
$\vec{\mathbf{D}}_2$	311	−311
$\vec{\mathbf{D}}_3$	−331	−439
$\vec{\mathbf{D}}_R$	600	−750

5-3 حركة المقذوفات

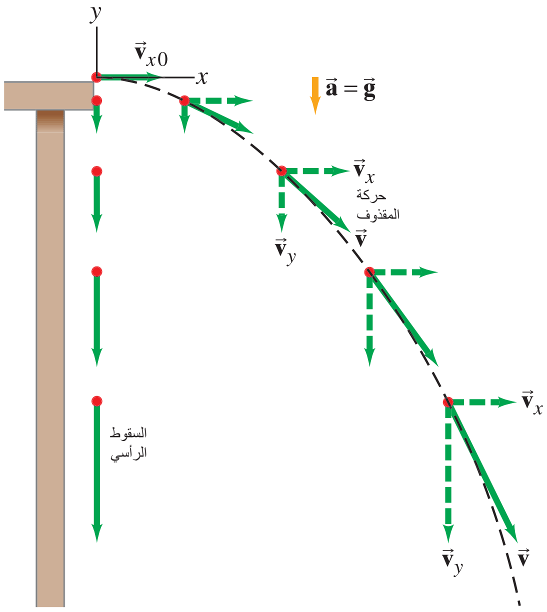


الشكل 3-17 هذه الصور المتتالية المأخوذة بواسطة المصباح النابض لكرة تكون سلسلة من الارتدادات عن سطح الأرض، ترينا مسار القطع المكافئ لحركة المقذوفات.

درسنا في الفصل الثاني الحركة في بعد واحد بدلالة الإزاحة والسرعة والتسارع، بما فيها الحركة الرأسية للأجسام المتسارعة تحت تأثير الجاذبية الأرضية. وسنختبر الآن الحركة العامة للأجسام في الهواء في بعدين بالقرب من سطح الأرض، مثل كرة الجولف المقذوفة، أو كرة البيسبول المضروبة، أو كرة القدم المركولة، وقذيفة المدفع. هذه كلها أمثلة على حركة المقذوفات (انظر الشكل 3-17)، التي نستطيع أن نصفها على أنها تحدث في بعدين. ومع أنّ مقاومة الهواء مهمة، إلا أنه في حالات كثيرة يمكن إهمالها، وسنهمل هنا الاحتكاك عند تحليل حركة المقذوفات. سنركز فيما يلي على دراسة حركة المقذوفات بعد إطلاقها وقبل استقرارها على الأرض، بغض النظر عن الطريقة التي أُطلقت بها. وسنحلل الحركة عندما تتحرك الأجسام على نحو حرّ تحت تأثير الجاذبية فقط، ومن ثَمّ يكون مقدار تسارع الأجسام $g = 9.80\ \text{m/s}^2$ إلى الأسفل، مع افتراض أنّ هذا التسارع ثابت دائما*.

نحلل الحركتين الأفقية والعمودية على نحو منفصل.

كان جاليليو أول من وصف حركة المقذوفات بدقة، وبيّن أنه يمكن فهم هذه الحركة بتحليلها إلى مركبتين: عمودية وأفقية، والتعامل مع كلّ منهما على نحو منفصل، وللتسهيل؛ نفترض أنّ الحركة تبدأ عند الزمن $t = 0$ ومن نقطة الأصل للمحورين السيني والصادي $(x_0 = y_0 = 0)$.



الشكل 3-18 حركة المقذوفات لكرة صغيرة أُطلقت أفقيا. تمثل الخطوطُ السود المتقطعة مسارَ الجسم. متجه السرعة $\vec{\mathbf{v}}$ عند أيّ نقطة باتجاه الحركة هو مماس لمسار الحركة. تعطى متجهات السرعة بالسهم الأخضر، والمركبات بالسهم المتقطع. (إلى اليسار جسم ساقط سقوطا حرّا إلى الأسفل منطلقا من النقطة نفسها، المركبة الصادية v_y هي نفسها في السقوط الحرّ وفي حركة المقذوف).

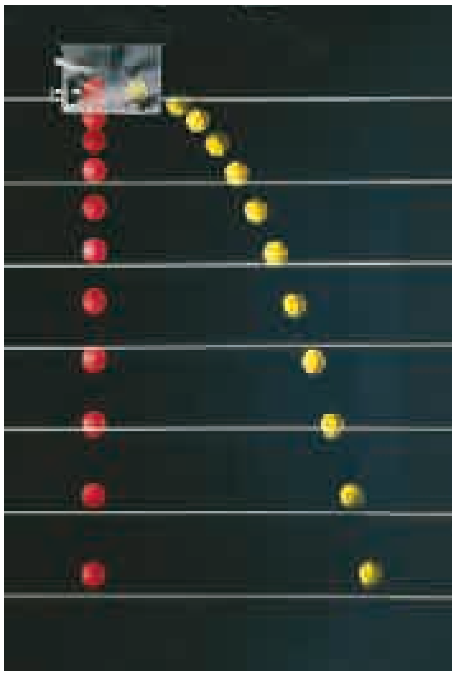
$\vec{\mathbf{v}}$ هي المماس لمسار الحركة.

إذا نظرنا إلى كرة تتدحرج عند نهاية طاولة أفقية بسرعة أفقية مقدارها v_{x0} مع الاتجاه الأفقي (x) (انظر الشكل 3-18)، وفي الوقت نفسه هناك جسم يسقط من النقطة نفسها سقوطا حرّا للمقارنة، فإنّ متجه السرعة $\vec{\mathbf{v}}$ عند أيّ نقطة باتجاه حركة الكرة يكون دائما مماسا لمسار الحركة. وإذا اتبعنا أفكار جاليليو، فإننا نتعامل مع مركبتي السرعة v_x و v_y على نحو منفصل، ونستطيع تطبيق معادلات الحركة (المعادلات 2 - 11) على المركبتين السينية والصادية للسرعة.

الحركة العمودية
$(a_y = (\text{ثابت}) = -g)$

في البداية، سنختبر المركبة العمودية (y-component) للحركة. عند اللحظة التي تترك فيها الكرة سطح الطاولة $(t = 0)$، يكون للسرعة مركبة سينية فقط. وبمجرد أن تترك الكرة سطح الطاولة، تبدأ بالتسارع عموديا نحو الأسفل بتسارع الجاذبية الأرضية g. لذا، تكون السرعة الصادية (العمودية) الابتدائية مساوية للصفر، $(v_{y0} = 0)$ ثم تبدأ بالازدياد باستمرار (باتجاه الأسفل) إلى أن تصطدم الكرة بالأرض. إذا أخذنا المحور الصادي y موجبا إلى الأعلى، فإنّ $a_y = -g$. ومن (المعادلة 2-11 أ) نستطيع أن نكتب $v_y = -gt$، حيث عوضنا $v_{y0} = 0$. وتعطى الإزاحة العمودية كما يلي: $y = -\frac{1}{2}gt^2$.

* ومن شأن ذلك تحديد الأجسام التي ترتحل بعيدًا عن الأرض، ويكون ارتفاعها فوق سطحها صغيرًا بالمقارنة مع نصف قطر الأرض (6400 km).



الشكل 19-3 صورة متتالية ترينا مواقع كرتين في فترات زمنية متتالية. إحدى الكرتين تسقط سقوطا حرّا، وفي الوقت نفسه، تنطلق الكرة الثانية أفقيا. الارتفاع لكلتا الكرتين يبدو نفسه (متساو عند الزمن نفسه).

الحركة الأفقية.
($a_x = 0$، v_x = ثابت)

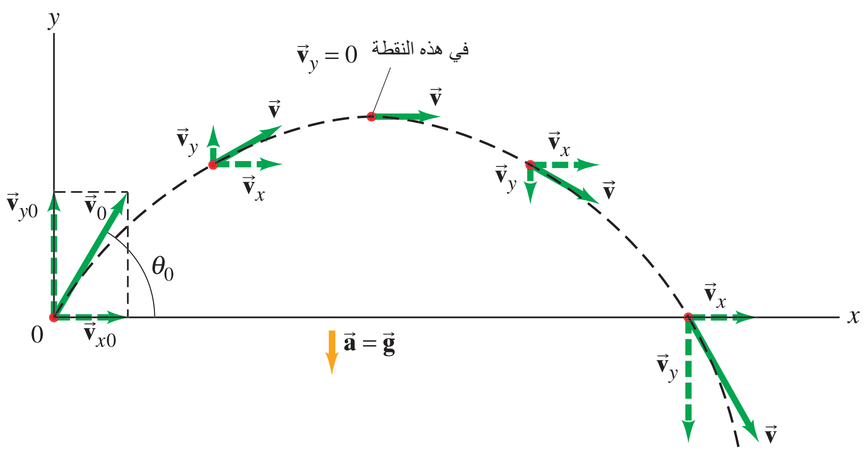
ومن جهة أخرى، فإنه لا يوجد تسارع (مع إهمال مقاومة الهواء) في الاتجاه الأفقي. ولذلك تكون المركبة الأفقية للسرعة v_x ثابتة دائما، وتساوي السرعة الأفقية الابتدائية v_{x0}. وعليه، فإنّ هذه المركبة لها المقدار نفسه عند أيّ نقطة على مسار الحركة. تعطى الإزاحة الأفقية حسب العلاقة $x = v_{x0}t$. ويمكن جمع مركبتي السرعة $\vec{v}_y$, $\vec{v}_x$ بطريقة المتجهات لإيجاد متجه السرعة $\vec{v}_y$ عند أيّ زمن (عند أيّ نقطة على مسار الحركة) كما هو موضح في (الشكل 3-18).

إحدى نتائج هذا التحليل، الذي استنتجه جاليليو نفسه، هو أنّ الجسم الذي يقذف أفقيا يصل إلى الأرض في الوقت نفسه مع الجسم الذي يسقط سقوطا حرّا إلى الأسفل؛ لأنّ الحركة العمودية هي نفسها لكلا الجسمين. و(الشكل 19-3) يبيّن تجربة تؤكد هذا.

تمرين (جـ) إذا تدحرجت كرتان على سطح طاولة بسرعتين مختلفتين، ثمّ سقطتا من سطح الطاولة في الوقت نفسه، فأيهما ستصطدم بالأرض أولا؟

جسم مقذوف نحو الأعلى.

إذا أُطلق جسم بزاوية إلى الأعلى (كما هو واضح في الشكل 3 - 20)، فإننا نحلل الحركة بالطريقة نفسها، باستثناء أننا الآن لدينا سرعة ابتدائية للحركة العمودية v_y، ولأنّ تسارع الجاذبية الأرضية يؤثر نحو الأسفل، فإنّ السرعة v_y تقل تدريجيا مع الزمن إلى أن تصل إلى أعلى نقطة على المسار حيث تكون عندها $v_y = 0$، وبعد ذلك يبدأ الجسم بالحركة نحو الأسفل (الشكل 3 - 20)، وتبدأ v_y بالتزايد إلى الأسفل (تصبح أكثر سالبية) وتبقى المركبة السينية v_x ثابتة كما مرّ معنا سابقا.



الشكل 3 - 20 مسار مقذوف انطلق بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ وبزاوية θ مع الأفقي. المسار موضح باللون الأسود. متجهات السرعة موضحة بالأسهم الخضراء، والمركبات موضحة بالأسهم المتقطعة.

6-3 أمثلة محلولة على حركة المقذوفات

سنحلّ الآن مجموعة من الأمثلة الكمية على حركة المقذوفات باستخدام (معادلات الحركة 2-11أ إلى 2-11جـ) للمركبتين الأفقية والعمودية كلّ على حدة. هذه المعادلات مفصّلة في (الجدول 3-1) لمركبتي الحركة السينية x والصادية y، وتمثل الحالة العامة للحركة في بعدين بتسارع ثابت. لاحظ أنّ x، و y تمثلان الإزاحتين v_x، و v_y مركبتا السُرعة أما a_x، و a_y فهما مركبتا التسارع. الصفر الذي أسفل الكمية يعني عند الزمن $(t = 0)$.

الجدول 3-1: معادلات الحركة العامة بتسارع ثابت في بعدين.

المركبة x (الأفقية)		المركبة y (العمودية)
$v_x = v_{x0} + a_x t$	(معادلة 2-11 أ)	$v_y = v_{y0} + a_y t$
$x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$	(معادلة 2-11 ب)	$y = y_0 + v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$
$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0)$	(معادلة 2-11 جـ)	$v_y^2 = v_{y0}^2 + 2a_y(y - y_0)$

حلّ الأسئلة:

اختيار الفترة الزمنية.

نستطيع أن نبسط هذه المعادلات في حالة حركة المقذوفات لأنّ $a_x = 0$، انظر (الجدول 3 - 2)، الذي يعتبر أن الاتجاه الموجب لـ y هو نحو الأعلى، ومن ثَمّ يكون $a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$. لاحظ أنّ θ اختيرت مع محور السينات الموجب $(+x\text{- axis})$ كما في (الشكل 3-20). ومن ثَمّ يكون $v_{x0} = v_0 \cos\theta, v_{y0} = v_0 \sin\theta$ في حلّ الأمثلة على حركة المقذوفات، يجب أن نأخذ الفترات الزمنية التي يكون فيها الجسم محلقا في الهواء وتحت تأثير الجاذبية الأرضية فقط، ولا نأخذ بالحسبان عملية الإطلاق أو الزمن بعد استقرار الجسم على سطح الأرض $\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{g}}$.

الجدول 3-2: معادلات الحركة للمقذوفات
(y الايجابية التصاعدي ; $a_x = 0, a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$)

الحركة الأفقية ($a_x = 0, v_x =$ ثابت)		الحركة العمودية [1] ($a_y = -g =$ ثابت)
$v_x = v_{x0}$	(معادلة 2-11 أ)	$v_y = v_{y0} - gt$
$x = x_0 + v_{x0} t$	(معادلة 2-11 ب)	$y = y_0 + v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2$
	(معادلة 2-11 جـ)	$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$

(1) إذا أخذنا الاتجاه الموجب نحو الأسفل، فإنّ الإشارة السالبة لتسارع الجاذبية الأرضية تصبح موجبة.

طريقة حل المسائل: حركة المقذوفات

سنطبق هنا طريقة حلّ الأسئلة الموضحة في (البند 2-6). طريقة حلّ الأسئلة على حركة المقذوفات هي طريقة مبتكرة لا تتبع القواعد نفسها دائما.

1. كالعادة، **اقرأ** السؤال بعناية، ثم اختر الجسم أو الأجسام التي ستحللها.

2. **ارسم** بدقة **مخططا** يوضح ما حدث لهذا الجسم.

3. **اختر** نقطة أصل، ثمّ حدد أنظمة الإحداثيات السينية والصادية (xy).

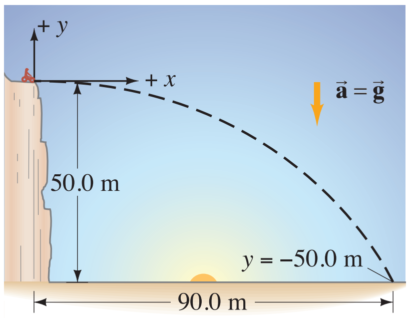
4. حدّد الفترة الزمنية، وهي الجزء من حركة المقذوف الذي يكون فيه تحت تأثير الجاذبية فقط (من غير **الزمن المستغرق** في الإطلاق أو الزمن بعد الاستقرار على سطح الأرض). الفترة الزمنية ستكون نفسها عند تحليل المركبتين السينية أو الصادية، والحركتان السينية والصادية مرتبطتان مع بعضها بعضًا بالزمن ذاته.

5. **اختبر** الحركتين السينية والصادية على نحو منفصل، إذا أعطيت سرعة ابتدائية، فيجب تحليلها إلى مركبتين سينية وصادية.

6. حدّد كلّا من **الكميات المعلومة والمجهولة**. اختر $a_x = 0$ و $a_y = -g$، أو $+g$ حيث $g = 9.80\ \text{m/s}^2$. يعتمد استخدام الإشارتين الموجبة $(+)$ أو السالبة (-) على اختيار المحور الصادي الموجب $(+y)$ إلى الأسفل أو إلى الأعلى. تذكر أنّ v_x لا تتغير أبدا على مسار الحركة، كما أنّ $v_y = 0$ عند أقصى نقطة على مسار الحركة، ويتحرك بعدها الجسم باتجاه الأسفل. إنّ السرعة قبل الاستقرار على سطح الأرض مباشرة لا تساوي صفرا.

7. فكّر قبل استخدام المعادلات. خطّط بدقة، ثم **طبّق المعادلات** الموجودة في (الجدول 3-2). استخدم (المعادلتين 3 - 4) لإيجاد مقدار محصلة السرعة واتجاهها.

المثال 3-4 سائق يقود دراجة نارية



الشكل 3-21 (المثال 3-4)

يتحرك أفقيا بالقرب من نهاية تلة ارتفاعها 50.0 m. كم ستكون سرعته عند لحظة مغادرته التلة ليهبط على أرض أفقية تقع تحت مستوى التلة، وعلى مسافة 90.0 m من قاعدتها؟

النّهج: نتبع طريقة حلّ الأسئلة الموضحة سابقا.

الحلّ: 1 و2. اقرأ، اختر الجسم، ارسم مخططًا. الجسم في هذه الحالة هو الدراجة النارية، والمخطط موضح في (الشكل3-21).

3. اختر أنظمة الإحداثيات. نختار المحور الصادي ليكون موجبا إلى الأعلى، مع جعل قمة التلة عند $y_0 = 0$، محور السينات (x) يمثل المحور الأفقي مع $x_0 = 0$ عند النقطة التي تغادر فيها الدراجة النارية التلة.

4. اختر الفترة الزمنية. نختار الفترة الزمنية بحيث تبدأ عند $(t = 0)$ في اللحظة التي تغادر فيها الدراجة النارية التلة عند الموقع $x_0 = 0,\ y_0 = 0$، وتنتهي قبل اصطدامها بالأرض مباشرة.

5. اختبر الحركتين السينية والصادية. في الاتجاه الأفقي (x)، يكون التسارع $a_x = 0$ لأنّ السرعة ثابتة. مقدار x عندما يصطدم الجسم بالأرض هو $x = +90.0\ \text{m}$. ويكون التسارع في الاتجاه العمودي مساويًا لتسارع الجاذبية الأرضية للأسفل: أي أنّ $a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$، مقدار y عندما يصطدم الجسم بالأرض هو $y = -50.0\ \text{m}$، السرعة الابتدائية هي سرعة أفقية، وهي المجهول هنا v_{x0}. السرعة الابتدائية العمودية تساوي صفرا، $v_{y0} = 0$.

المعلوم	المجهول
$x_0 = y_0 = 0$	v_{x0}
$x = 90.0\ \text{m}$	t
$y = -50.0\ \text{m}$	
$a_x = 0$	
$a_y = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$	
$v_{y0} = 0$	

6. حدّد كلًا من الكميات المعلومة والمجهولة: بالنظر إلى الجدول في الحاشية، نلاحظ أنه بالإضافة إلى عدم معرفتنا السرعة الابتدائية الأفقية v_{x0} (التي تبقى ثابتة دائما)، فإننا لا نعرف أيضا الزمن اللازم لوصول الدراجة النارية إلى سطح الأرض.

7. طبّق المعادلات المناسبة: الدراجة النارية لها سرعة سينية v_x ثابتة ما دامت محلقة في الهواء. زمن التحليق في الهواء يحدد من الحركة العمودية عند اصطدام الجسم بالأرض. ومن ثَمّ فإننا نجد أولا الزمن من الحركة العمودية (الحركة باتجاه المحور y) ثم نستخدم هذا الزمن في المعادلات بالاتجاه الأفقي (باتجاه المحور x). لحساب الزمن اللازم لوصول الدراجة النارية إلى سطح الأرض؛ نستخدم (المعادلة 2-11 ب) في (الجدول 3-2) للحركة الرأسية (y) حيث $v_{y0} = 0$ و $y_0 = 0$

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{y0}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 \\ &= 0 + 0 + \tfrac{1}{2}(-g)t^2 \end{aligned}$$

أو

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2$$

وبتعويض $y = -50.0\ \text{m}$ نجد مقدار t كما يلي:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{-g}} = \sqrt{\frac{2(-50.0\ \text{m})}{-9.80\ \text{m/s}^2}} = 3.19\ \text{s}$$

ولحساب السرعة الابتدائية v_{x0}؛ نستخدم أيضا (المعادلة 2-11 ب) ولكن هنا للحركة الأفقية: حيث $a_x = 0$ و $x_0 = 0$

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \\ &= 0 + v_{x0}t + 0 \end{aligned}$$

أو

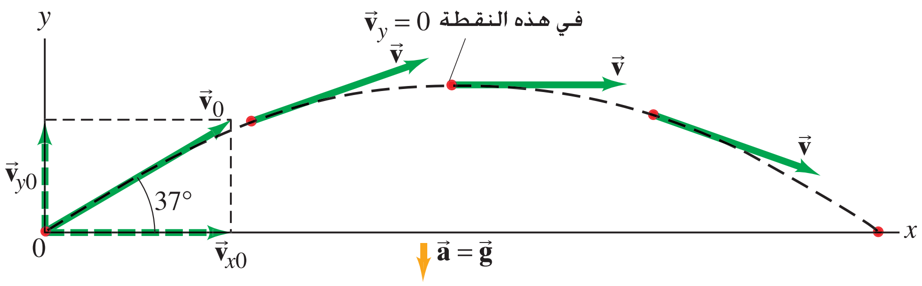
$$x = v_{x0}t.$$

إذن،

$$v_{x0} = \frac{x}{t} = \frac{90.0\ \text{m}}{3.19\ \text{s}} = 28.2\ \text{m/s},$$

وهذه السرعة تساوي 100 km/h (تقريبا 60 mi/h)

ملحوظة: في الفترة الزمنية الكلية لحركة المقذوف، يكون التسارع الوحيد هو g باتجاه المحور الصادي السالب (y-direction) والتسارع باتجاه المحور السيني (x) يساوي صفرًا دائما.



الشكل 3-22 (المثال 3-5)

تطبيق الفيزياء في الرياضة

المثال 3-4 **ركل لاعب كرة قدم** بقدمه بزاوية $\theta_0 = 37.0°$، وبسرعة مقدارها $20.0\ \text{m/s}$ كما هو موضح في (الشكل 3-22)، احسب ما يلي:

أ) أقصى ارتفاع.

ب) الزمن اللازم حتى تصطدم الكرة بالأرض.

جـ) المدى الأفقي الذي قطعته الكرة قبل اصطدامها بالأرض.

د) متجه السرعة عند أقصى ارتفاع.

هـ) متجه التسارع عند أقصى ارتفاع.

افرض أنّ الكرة غادرت من مستوى سطح الأرض، وأنّ مقاومة الهواء مهملة.

النّهج: يبدو هذا السؤال صعبا لأول وهلة؛ لأنّ هنالك الكثير من التساؤلات، ولكننا نستطيع معالجة كلّ واحد منها على حدة. نختار المحور الصادي ليكون موجبا نحو الأعلى، ثم نتعامل مع الحركتين الأفقية والعمودية على نحو منفصل. يُحدَّد زمن التحليق الكليّ مرة أخرى من الحركة العمودية (باتجاه المحور y). تكون الحركة الأفقية (باتجاه المحور x) بسرعة ثابتة. المركبة الصادية (v_y) للسرعة تكون متغيرة، حيث تكون موجبة إلى الأعلى في البداية، ثم تقل إلى أن تصبح صفرا عند أقصى ارتفاع، ثم تصبح سالبة بعد ذلك عندما تبدأ الكرة بالعودة إلى سطح الأرض

الحل: نحلل السرعة الابتدائية إلى مركبتين هما:

$$v_{x0} = v_0 \cos 37.0° = (20.0\ \text{m/s})(0.799) = 16.0\ \text{m/s}$$
$$v_{y0} = v_0 \sin 37.0° = (20.0\ \text{m/s})(0.602) = 12.0\ \text{m/s}$$

(أ) نأخذ بالحسبان الفترة الزمنية منذ أن تفقد الكرة اتصالها بالأرض إلى أن تصل إلى أقصى ارتفاع. خلال هذه الفترة يكون التسارع g إلى الأسفل. وعند أقصى ارتفاع، تكون السرعة أفقية فقط (الشكل 3-22) ولذلك تكون $v_y = 0$ ويحصل هذا عند زمن تحدده العلاقة $v_y = v_{y0} - gt$.

بتعويض $v_y = 0$ (انظر المعادلة 2-11أ في الجدول 3-2) يكون

$$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{(12.0\ \text{m/s})}{(9.80\ \text{m/s}^2)} = 1.22\ \text{s}$$

من (المعادلة 2-11 ب) وبتعويض $y_0 = 0$ نحصل على

$$y = v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$= (12.0\ \text{m/s})(1.22\ \text{s}) - \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(1.22\ \text{s})^2 = 7.35\ \text{m}$$

وبطريقة أخرى، نستطيع استخدام (المعادلة 2-11جـ) لإيجاد y

$$y = \frac{v_{y0}^2 - v_y^2}{2g} = \frac{(12.0\ \text{m/s})^2 - (0\ \text{m/s})^2}{2(9.80\ \text{m/s}^2)} = 7.35\ \text{m}$$

لذا، يكون أقصى ارتفاع $7.35\ \text{m}$.

(ب) لإيجاد الزمن اللازم لعودة الكرة إلى سطح الأرض (زمن التحليق الكلي)؛ نأخذ فترات زمنية مختلفة تبدأ من اللحظة التي تغادر بها الكرة سطح الأرض ($t = 0, y_0 = 0$) وتنتهي قبل اصطدامها بها (مرة أخرى تكون $y = 0$). نستطيع استخدام (المعادلة 2-11 ب) بتعويض $y_0 = 0$، وكذلك $y = 0$ (مستوى سطح الأرض):

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$0 = 0 + (12.0\ \text{m/s})t - \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)t^2$$

ونستطيع حلّ هذه المعادلة بسهولة كما يلي:

$$\left[\tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)t - 12.0\ \text{m/s}\right]t = 0$$

وهنالك حلّان لهذه المعادلة: أحدهما $t = 0$ وهذا يعود لنقطة البداية y_0، والثاني هو

$$t = \frac{2(12.0\ \text{m/s})}{(9.80\ \text{m/s}^2)} = 2.45\ \text{s}$$

وهذا هو زمن التحليق الكلّيّ للكرة.

زمن الصعود = زمن الهبوط

ملحوظة: زمن التحليق الكلي $t = 2.45\,\text{s}$ يساوي ضعف الزمن اللازم للوصول إلى أقصى ارتفاع المحسوب في (أ)؛ أي أنّ زمن الصعود إلى أقصى ارتفاع يساوي زمن الهبوط من أقصى ارتفاع إلى مستوى الإطلاق نفسه عند إهمال مقاومة الهواء فقط.

(جـ) نستطيع إيجاد المسافة الكلية التي يقطعها الجسم على محور السينات (x) بتطبيق (المعادلة 11-2 ب) مع تعويض $x_0 = 0,\ a_x = 0,\ v_{x0} = 16.0\,\text{m/s}$:

$$x = v_{x0}t = (16.0\,\text{m/s})(2.45\,\text{s}) = 39.2\,\text{m}$$

(د) عند أقصى ارتفاع، لا توجد مركبة عمودية للسرعة، ولكن توجد مركبة أفقية فقط (وهي ثابتة طوال فترة التحليق)، ولذلك تكون $v = v_{x0} = v_0 \cos 37.0° = 16.0\,\text{m/s}$.

(هـ) متجه التسارع عند أقصى ارتفاع هو نفسه خلال فترة التحليق، ويساوي 9.80m/s^2 نحو الأسفل.

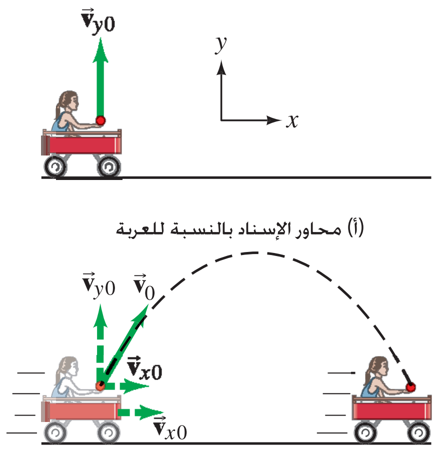
ملحوظة: تعاملنا مع الكرة على أنها جسيم، مع إهمال كلّ من دورانه ومقاومة الهواء له، والتي يكون لها تأثير عند دورانها. لذا، فإنّ النتائج التي حصلنا عليها ليست دقيقة جدا.

تمرين د: قُذفت كرتان في الهواء بزاويتين مختلفتين. إذا كان أقصى ارتفاع للكرتين متساويا، فأيّ منهما تبقى في الهواء لفترة أطول: الكرة التي قُذفت بزاوية أقلّ، أم التي قُذفت بزاوية أكبر؟

المثال المفاهيمي 6-3 أين تستقر التفاحة؟

يجلس طفل في عربة تتحرك بسرعة ثابتة إلى اليمين، كما هو موضح في (الشكل 23-3). فإذا قذف الطفل تفاحة عموديا إلى الأعلى في أثناء سير العربة، وإذا أهملنا مقاومة الهواء، فأين ستسقط التفاحة بالنسبة إلى العربة: (أ) خلفها؟ أم (ب) فيها؟ أم (جـ) أمامها؟

الاستجابة: يقذف الطفل التفاحة عموديا صوب الأعلى بالنسبة إلى محاور الإسناد الخاصة به بسرعة $\vec{\mathbf{v}}_{y0}$ (الشكل 3 - 23 أ)، ولكن بالنسبة إلى شخص على سطح الأرض، فإنّ التفاحة تمتلك سرعة ابتدائية أفقية تساوي سرعة العربة $\vec{\mathbf{v}}_{x0}$، وستتبع مسار المقذوف المبين في (الشكل 3-23 ب). لا يوجد تسارع أفقي. وعليه، تبقى $\vec{\mathbf{v}}_{x0}$ ثابتة وتساوي سرعة العربة، وبما أنّ التفاحة تتبع مسارها، فإنّ العربة تبقى مباشرة تحت التفاحة في الأوقات جميعها؛ لأنّ لديهما السرعة الأفقية نفسها دائما، ومن ثَمّ ستسقط التفاحة بين يدي الطفل داخل العربة. إذن، فالحل هو (ب).

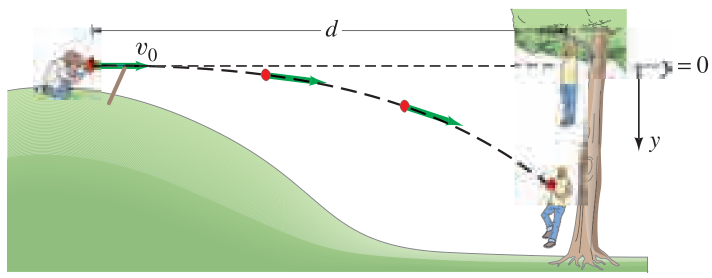


الشكل **23-3** (المثال 6-3)

المثال المفاهيمي 7-3 الاستراتيجية الخطأ

يجلس صبيّ على تلة صغيرة، وباستخدام مقلاع، يقذف أفقيًّا بالونًا مملوءًا بالماء على صبيّ آخر معلق على فرع شجرة ويبعد مسافة d كما هو مبين في (الشكل 24-3). في اللحظة نفسها التي يطلق فيها الصبيّ الأول القذيفة، يسقط الصبيّ الثاني إلى الأسفل كي يتجنب القذيفة. بيّن أنّ ما عمله الصبيّ الثاني هو حركة خطأ (فهو لم يدرس الفيزياء بعد). أهمل مقاومة الهواء.

الاستجابة: يسقط كلّ من البالون المائي والصبي الموجود على الشجرة في اللحظة نفسها، وعند زمن معين t، تكون لهما المسافة العمودية نفسها $y = \frac{1}{2}gt^2$ (كالوضع المبين في الشكل 19-3). خلال الزمن الذي يقطع فيه البالون المائي مسافة أفقية (d)، يكون له الموقع العمودي نفسه (y) الذي يقطعه الصبي الذي يسقط من الشجرة، ومن ثَمّ ستصيبه القذيفة. لو بقي الصبي على الشجرة لتجنب الإصابة بالبالون المائي.



الشكل **24-3** (المثال 7-3)

تمرين هـ: سقط طرد من طائرة تطير بسرعة ثابتة موازية لسطح الأرض. إذا أهملنا مقاومة الهواء، فإنّ الطرد: (أ) سيسقط خلف الطائرة. (ب) سيسقط مباشرة تحت الطائرة إلى أن يصطدم بالأرض. (جـ) سيتحرك أمام الطائرة. (د) يعتمد على سرعة الطائرة. أيّ البدائل هو الصحيح؟

المدى الأفقي للمقذوف

المثال 3-8 المدى الأفقي

(أ) اشتق علاقة تعطي المدى الأفقي R بدلالة السرعة الابتدائية v_0 وزاوية الإطلاق θ_0. يعرف المدى الأفقي بأنه المسافة الأفقية التي يقطعها المقذوف من نقطة إطلاقه حتى نقطة ارتطامه بالأرض. (انظر الشكل 3-25 أ).

(ب) لو افترضنا أنّ سرعة الإطلاق لمدفع نابليون v_0 هي $60.0\ \mathrm{m/s}$. فعلى أيّ زاوية يجب وضع هذا المدفع كي يصيب هدفا على بعد $320\ \mathrm{m}$؟ أهمل مقاومة الهواء.

النّهج: الوضع هنا يشبه الوضع الموجود في (المثال 3-5)، باستثناء أننا سنتعامل هنا مع معادلات من غير أرقام في (أ). سنحلّ بعض المعادلات جبريا للوصول إلى النتائج.

الحلّ: (أ) نعوض $x_0 = 0$، و $y_0 = 0$ عند $t = 0$. عندما يقطع المقذوف المدى الأفقي R، فإنه يعود إلى مستوى الإطلاق $y = 0$ عند النقطة النهائية. نختار الفترة الزمنية بحيث تبدأ من لحظة الإطلاق $(t = 0)$ وتنتهي عندما يعود الجسم إلى مستوى الإطلاق العمودي نفسه. لإيجاد علاقة عامة للمدى الأفقي؛ نعوض $y = 0$ و $y_0 = 0$ في (المعادلة 2-11 ب) للحركة العمودية، فنحصل على

$$y = y_0 + v_{y0}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$$0 = 0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

نحلّ المعادلة لإيجاد t، فنحصل على قيمتين $t = 0$ و $t = 2v_{y0}/g$، الحلّ الأول يعود إلى لحظة الإطلاق، أما الحلّ الثاني فيعطي الزمن عندما يعود المقذوف إلى $y = 0$، وهنا يكون المدى الأفقي R مساويا للمسافة x عند هذا الزمن، وبتعويض هذه القيمة في (المعادلة 2-11 ب) للحركة الأفقية $(x = v_{x0}t, x_0 = 0)$ نحصل على

$$R = x = v_{x0}t = v_{x0}\left(\frac{2v_{y0}}{g}\right) = \frac{2v_{x0}v_{y0}}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}{g} \qquad [y = y_0]$$

حيث استخدمنا هنا $v_{x0} = v_0\cos\theta_0$، و $v_{y0} = v_0\sin\theta_0$ وهذا هو المطلوب. ونستطيع كتابة النتيجة السابقة باستخدام المتطابقة الرياضية $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ كما يلي:

معادلة المدى الأفقي

$[y\ (final) = y_0]$

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}. \qquad [y = y_0]$$

وهنا نرى أنّ أقصى مدى أفقي لسرعة معينة v_0 يعطى عندما $\sin 2\theta = 1.0$، ومن ثَمّ تكون $2\theta_0 = 90°$. وبالتالي، يكون $(\theta_0 = 45°\ ,\ R_{max} = v_0^2/g$ لأقصى مدى أفقي$)$

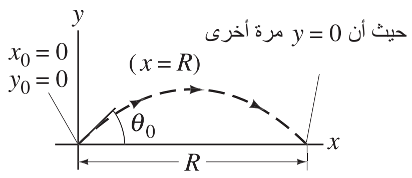
[عندما تأخذ مقاومة الهواء بالحسبان، فإنّ المدى الأفقي يكون أقلّ عند سرعة معينة v_0 وأقصى مدى أفقي يحصل عند زاوية أقلّ من $45°$].

ملحوظة: يزداد أقصى مدى أفقي مع مربع السرعة v_0. ومن ثَمّ، فإنّ مضاعفة السرعة يضاعف أقصى مدى أفقي أربع مرات قيمته الأصلية.

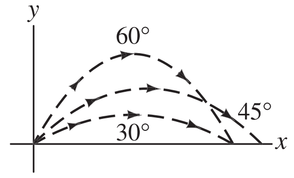
(ب) نعوض $R = 320\ \mathrm{m}$ في المعادلة السابقة، وبإهمال مقاومة الهواء نجد أنه

$$\sin 2\theta_0 = \frac{Rg}{v_0^2} = \frac{(320\ \mathrm{m})(9.80\ \mathrm{m/s^2})}{(60.0\ \mathrm{m/s})^2} = 0.871$$

والآن، نجد الزاوية θ_0 التي تقع بين $0°$، و $90°$. ومن ثَمّ وباستخدام الآلة الحاسبة تكون $2\theta_0 = 60.6°$ ومكملة هذه الزاوية تعطينا حلّا آخر هو



(أ)



(ب)

الشكل 3-25 المثال 3-8
أ) المدى الأفقي للمقذوف
ب) هنالك بالعادة زاويتا إطلاق θ_0 تعطيان المدى الأفقي نفسه. هل تستطيع أن تبين أنه إذا كانت الزاوية الأولى θ_{01} فإنّ الزاوية الثانية $\theta_{02} = 90° - \theta_{01}$؟

$2\theta_0 = 180° - 60.6° = 119.4°$ (انظر الملحق 7-A) وعلى نحو عام يكون لدينا حلّان (انظر الشكل 3-25 ب) في هذا السؤال، هما:

$\theta_0 = 30.3°$ ، أو $59.7°$

وكلتا الزاويتين تعطيان المدى نفسه. عندما يكون $\sin 2\theta_0 = 1$ (ومن ثمّ $\theta_0 = 45°$) يكون لدينا زاوية واحدة فقط (أي أنّ الحلّين يكونان متساويين؛ لأنّ الزاوية 45^o متممة لنفسها).

مثال إضافي أكثر تحدّيا ولكنه ممتع

المثال 3-9 افرض أنّ لاعب كرة القدم في (المثال 3-5) قد ركل الكرة بقدمه وهي على ارتفاع 1.00 m عن سطح الأرض. ما المسافة الأفقية التي ستقطعها الكرة قبل أن تصطدم بالأرض؟ $x_0 = 0, y_0 = 0$

النهج: سنتعامل مرة أخرى مع كلّ من الحركتين الأفقية والعمودية على نحو منفصل، ولكن هنا لا نستطيع استخدام المعادلة التي أوجدناها في (المثال 3-8) لأنها تطبق فقط عندما تكون $y_0 = y\,(\text{final})$، وهذا لا ينطبق هنا.

هنا لدينا $y_0 = 0$، ولكن الكرة تصطدم بالأرض عند $y = -1.00\text{ m}$ (انظر الشكل 3-26). نختار الفترة الزمنية من اللحظة التي تغادر بها الكرة قدم اللاعب $(t = 0, y_0 = 0, x_0 = 0)$ وتنتهي عندما ترتطم الكرة بالأرض $(y = -1.00\text{ m})$. نستطيع إيجاد x من (المعادلة 2-11 ب)، $x = v_{x0}t$، حيث نعلم أنّ $v_{x0} = 16.0\text{ m/s}$ من (المثال 3-5). بداية، يجب إيجاد الزمن t اللازم لاصطدام الكرة بالأرض، والذي نستطيع إيجاده من الحركة العمودية (y).

الحلّ: نعوض $y = -1.00\text{ m}$، و $v_{y0} = 12.0\text{ m/s}$ (انظر المثال 3-5) وباستخدام المعادلة

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

نحصل على

$$-1.00\text{ m} = 0 + (12.0\text{ m/s})t - (4.90\text{ m/s}^2)t^2$$

وبإعادة ترتيب هذه المعادلة نحصل على

$$(4.90\text{ m/s}^2)t^2 - (12.0\text{ m/s})t - (1.00\text{ m}) = 0$$

وبحلّ هذه المعادلة التربيعية (انظر الملحق 4-A) نحصل على

$$t = \frac{12.0\text{ m/s} \pm \sqrt{(12.0\text{ m/s})^2 - 4(4.90\text{ m/s}^2)(-1.00\text{ m})}}{2(4.90\text{ m/s}^2)}$$

$$= 2.53\text{ s} \text{ أو } -0.081\text{ s}$$

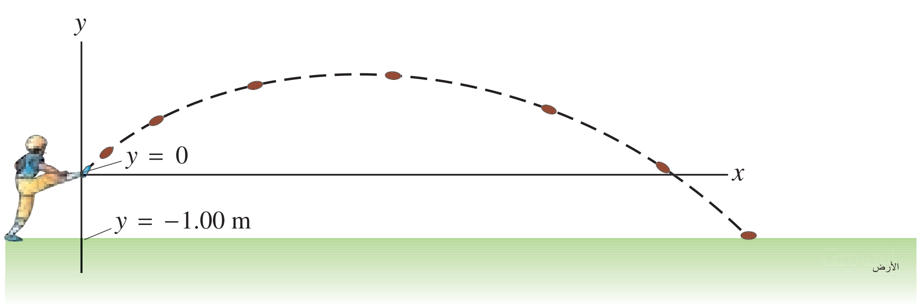
والحل السالب يعود إلى الزمن قبل ركل الكرة، ومن ثمّ فإنه يهمل، ويكون الزمن $t = 2.53\text{ s}$ هو الزمن اللازم لاصطدام الكرة بالأرض، وتكون المسافة الأفقية التي تقطعها الكرة (استخدم $v_{x0} = 16.0\text{ m/s}$ من المثال 3-5) تساوي

$$x = v_{x0}t = (16.0\text{ m/s})(2.53\text{ s}) = 40.5\text{ m}$$

أي أنّ افتراضنا في (المثال 3-5) بأنّ الكرة غادرت الأرض من مستوى سطح الأرض قد أعطى فرقا في المسافة الأفقية مقداره 1.3m.

تطبيق الفيزياء
في الرياضة

توجيه: حل الأسئلة
لا تستخدم أيّ معادلة إلا إذا كنت متأكدا بأنّ شروط تحقيقها مطبقة في المثال. معادلة المدى الأفقي لا تطبق هنا لأنّ $(y \neq y_0)$.



الشكل 3-26 (المثال 3-9) تغادر الكرة قدم اللاعب عند $y = 0$ وتصطدم بالأرض عند $y = -1.00\text{ m}$.

* 7-3 مسار حركة المقذوف هي قطع مكافىء

نريد أن نبين هنا بأنّ المسار الذي يتبعه المقذوف هو قطع مكافىء، إذا أهملنا مقاومة الهواء، واعتبرنا تسارع الجاذبية الأرضية $\vec{g}$ مقدارا ثابتا. ولإثبات هذا؛ فإننا نحتاج إلى كتابة y كدالة في x بإزالة الزمن t من خلال معادلات الحركتين الأفقية والعمودية، وبتعويض $x_0 = y_0 = 0$ نحصل على ما يلي:

$$x = v_{x0}t$$
$$y = v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

عند تعويض قيمة $t = x/v_{x0}$ من المعادلة الأولى في المعادلة الثانية، نحصل على ما يلي:

$$y = \left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}}\right)x - \left(\frac{g}{2v_{x0}^2}\right)x^2$$

وبتعويض $v_{x0} = v_0 \cos\theta_0$ و $v_{y0} = v_0 \sin\theta_0$ نستطيع كتابة

$$y = (\tan\theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2$$

وبكل الأحوال، نجد أنّ y كدالة في x تعطى حسب العلاقة

$$y = Ax - Bx^2$$

حيث A، و B ثوابت لأيّ حركة محددة للمقذوف، وهذه هي معادلة القطع المكافئ (انظر الشكلين 3-17 ، 3-27).

وهذه الفكرة كانت أيام جاليليو في طليعة البحث في الفيزياء. أما في الوقت الحاضر، فإنها تناقش في الفصل الثالث في هذا الكتاب الذي يبحث في أساسيات الفيزياء.

* 8-3 السرعة النسبية

سنناقش الآن كيفية تغيّر المشاهدات بالنظر إليها من محاور إسناد مختلفة. فمثلا، لو درسنا حركة قطارين يتجاوز أحدهما الآخر، وكلّ منهما يتحرك بعكس الآخر بسرعة 80 km/h بالنسبة إلى الأرض، فإنّ المشاهد الموجود على سطح الأرض سيقيس سرعة 80km/h لكلا القطارين. المشاهد الموجود على أيّ منهما (محوري إسناد مختلفين) سيقيس سرعة 160 km/h للقطار الآخر الذي يتجاوزه.

وبالكيفية نفسها، عندما تتجاوز سيارة سرعتها 90 km/h سيارة أخرى تتحرك بالاتجاه ذاته وبسرعة 75 km/h، فإنّ سرعة السيارة الأولى بالنسبة إلى الأخرى تساوي 90 km/h − 75 km/h = 15 km/h. وعندما تكون السرعات على الخط نفسه، فإنّ عمليتي الجمع أو الطرح للسرعتين تحدد السرعة النسبية على نحو مبسط، أمّا عندما لا تكون السرعات على الخط ذاته، فعلينا استخدام عملية جمع المتجهات.

أكدنا سابقا في (البند 2-1) أنّ من المهم لإيجاد السرعة تحديد محور إسنادها (إطارها المرجعي). عند تحديد السرعة النسبية، قد نخطئ عن طريق إضافة السرعات أو جمعها على نحو خطأ. لذلك، فإنّ من الضروري رسم مخطط، واستخدام طرائق تمييز دقيقة للسرعات. كلّ سرعة تحدد برمزين صغيرين (subscripts) أحدهما يعود إلى الجسم نفسه، والآخر يعود إلى محور الإسناد الذي تقاس السرعة بالنسبة إليه. فمثلا، لو كان لدينا قارب يريد أن يقطع النهر إلى الجهة المقابلة، كما هو واضح في (الشكل 3-28)، فإننا نضع $\vec{v}_{BW}$ لتمثل سرعة القارب بالنسبة إلى الماء (تساوي سرعة القارب بالنسبة إلى ضفة النهر لو كان الماء راكدا) وكذلك $\vec{v}_{BS}$ تمثل سرعة القارب بالنسبة إلى ضفة النهر، أمّا $\vec{v}_{WS}$ فتمثل سرعة الماء بالنسبة إلى ضفة النهر (سرعة تيار الماء). لاحظ أنّ $\vec{v}_{BW}$ تنتج من محرك القارب (ضد ماء النهر)، في حين $\vec{v}_{BW}$ تساوي $\vec{v}_{BW}$ مضافًا إليها سرعة تيار الماء. ومن ثَمّ تكون سرعة القارب بالنسبة إلى ضفة النهر تساوي $\vec{v}_{WS}$


(أ)


(ب)


(جـ)

الشكل 3-27 أمثلة على حركة المقذوفات: الشرار الناتج في عملية لحام المعادن، ونوافير المياه، والألعاب النارية كلها تبين أنّ مسار المقذوف هو قطع مكافئ، على الرغم من رؤية تأثير مقاومة الهواء في تغيير مسار بعض المقذوفات.

توجيه لحلّ الأسئلة.

تستخدم الرموز الصغيرة لتحديد السرعات؛ فالأول يعود إلى الجسم، والآخر إلى محور الإسناد.

(انظر مخطط السرعة، الشكل *28-3*)

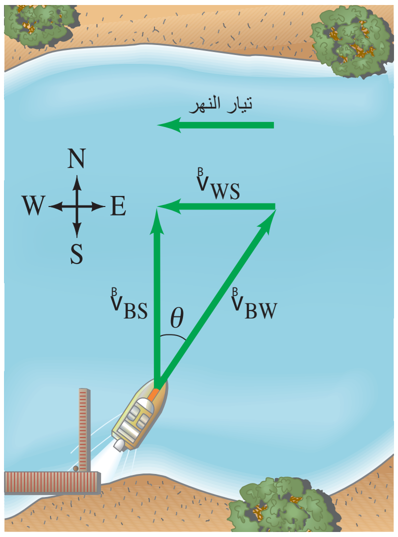
$$\vec{v}_{BS} = \vec{v}_{BW} + \vec{v}_{WS} \qquad \textbf{(6-3)}$$

تابع الرموز المنخفضة

بكتابة الرموز الصغيرة كالعادة، فإننا نرى أنّ الرمزين الصغيرين الداخليين (حرفا W) في الجهة اليمنى من (المعادلة 6-3) هما الشيء نفسه، وكذلك فإنّ الرمزين الخارجيين $(S \,,\, B)$ هما ذاتهما الموجودان في $\vec{v}_{BS}$ على يسار المعادلة، وباتباع هذا الاصطلاح (الحرف الصغير الأول للجسم، والآخر لمحور الإسناد)، فإننا نستطيع كتابة معادلة صحيحة تربط السُّرع المقيسة بالنسبة إلى محاور إسناد مختلفة. (المعادلة 6-3) تطبق على نحو عام، ويمكن أن تطبق على ثلاث سرعات أو أكثر*. فعلى سبيل المثال، لو مشى صياد سمك داخل القارب بسرعة $\vec{v}_{FB}$ بالنسبة إلى القارب، فإنّ سرعته بالنسبة إلى ضفة النهر $\vec{v}_{FS} = \vec{v}_{FB} + \vec{v}_{BW} + \vec{v}_{WS}$. وتكون المعادلات التي تحوي السرع النسبية صحيحة عندما تكون الرموز الصغيرة الداخلية متشابهة، وتكون الرموز الخارجية هي التي توضع مع السرعة على يسار المعادلة، مع الأخذ بالحسبان أنّ العمليات على يمين المعادلات هي عمليات جمع وليست عمليات طرح. ومن المفيد عادة أن نتذكر أنه لأيّ جسمين أو محوري إسناد، A و B فإنّ سرعة A بالنسبة إلى B لها المقدار نفسه، ولكنها معاكسة لاتجاه سرعة B بالنسبة إلى A:

$$\vec{v}_{BA} = -\vec{v}_{AB} \qquad \textbf{(7 - 3)}$$

وعلى سبيل المثال، إذا سار قطار بسرعة $100\ \text{km/h}$ بالنسبة إلى الأرض باتجاه معين، فإنّ أيّ جسم على سطح الأرض (شجرة مثلا) يبدو بالنسبة إلى مراقب على القطار يتحرك بسرعة مقدارها $100\ \text{km/h}$ بالاتجاه المعاكس.



الشكل 3-28 لقطع النهر مباشرة إلى الجهة المقابلة؛ يجب أن يتحرك القارب بزاوية مقدارها θ ضد تيار النهر. علمًا آن متجهات السرعة قد كتبت باسهم خضراء اللون.

$\vec{v}_{BS}$ = سرعة القارب بالنسبة إلى ضفة النهر.

$\vec{v}_{BW}$ = سرعة القارب بالنسبة إلى الماء

$\vec{v}_{WS}$ = سرعة تيار الماء بالنسبة إلى ضفة النهر.

المثال المفاهيمي 3-10

قطع النهر . يود رجل يركب قاربًا بمحرك صغير أن يجتاز نهرا يتحرك تياره بشدة نحو الغرب. إذا بدأ الرجل من الضفة الجنوبية، ويريد أن يقطع النهر إلى الضفة الشمالية مباشرة، فماذا عليه أن يفعل؟ هل سيتحرك باتجاه (أ) الشمال؟ أم (ب) الغرب؟ أم (جـ) الشمال الغربي؟ أم (د) الشمال الشرقي؟

الإجابة: إذا تحرك الرجل على نحو مستقيم، فإنّ تيار النهر سيدفع القارب باتجاه الغرب، ومن ثمّ سيكون هنالك مركبتان لسرعة القارب: إحداهما إلى الشمال (ناتجة من محرك القارب) والأخرى إلى الغرب (ناتجة من تيار النهر)، ومن ثمّ سيتحرك القارب باتجاه الشمال الغربي، ولن يصل إلى النقطة المقابلة مباشرة. ولذلك، فإنّ القارب يجب أن يتحرك باتجاه الشمال الشرقي (د) (انظر الشكل 3-28). الزاوية مع الشمال الشرقي تعتمد على شدة تيار النهر؛ أي على السرعة النسبية للقارب بالنسبة إلى الماء. وإذا كان تيار النهر ضعيفا ومحرك القارب قويا، فإنّ القارب يستطيع أن يتحرك تقريبا إلى الشمال مباشرة.

المثال 3-11 التحرك ضد التيار.

سرعة قارب في المياه الساكنة هي $v_{BW} = 1.85\ \text{m/s}$. فإذا تحرك القارب مباشرة باتجاه عرض النهر الذي يتحرك تياره بسرعة $v_{WS} = 1.20\ \text{m/s}$، فعلى أيّ زاوية مع عرض النهر يجب أن يتحرك القارب ليصل مباشرة إلى الجهة المقابلة؟ (انظر الشكل 3-29).

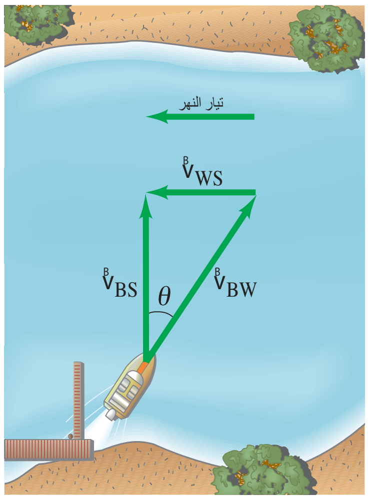
النّهج: نفكر كما في (المثال 3-10)، ونستخدم الحروف الصغيرة كما في (المعادلة 3-6)؛ حيث $\vec{v}_{BS}$ هي سرعة القارب بالنسبة إلى ضفة النهر، أمّا $\vec{v}_{BW}$ فهي سرعة القارب بالنسبة إلى ماء النهر، في حين $\vec{v}_{WS}$ هي سرعة تيار الماء في النهر $(\vec{v}_{BS} = \vec{v}_{BW} + \vec{v}_{WS})$. ولتحقيق ذلك: يجب أن يتحرك القارب ضد تيار الماء الذي يحاول سحبه باتجاه جريان الماء.

الحلّ: يجب أن يتحرك القارب بسرعة $\vec{v}_{BW}$، وبزاوية θ كما هو مبين في (الشكل 3-29). ومن هذا الرسم يكون

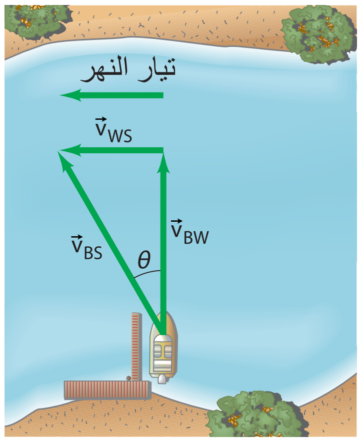
$$\sin\theta = \frac{v_{WS}}{v_{BW}} = \frac{1.20\ \text{m/s}}{1.85\ \text{m/s}} = 0.6486$$

ومن ثَمّ تكون $\theta = 40.4°$. لذا، فإنّ القارب يجب أن يتحرك بزاوية $40.4°$ ضد تيار النهر.

الشكل 3-29 (المثال 3-11)



* وبالتدقيق، في المعادلة $\vec{v}_{BW} = \vec{v}_{BS} + \vec{v}_{WS}$ نجد أنها غير صحيحة، وذلك لأن الرموز السفلية الداخلية ليست متساوية وكذلك في الرموز السفلية الخارجية إلى جهة اليمين ليست نفسها كما على جهة اليسار.



الشكل 3-30 المثال 3-12 قارب يقطع نهرًا سرعة تياره 1.20 m/s مباشرة.

المثال 3-12 **التحرك مباشرة عبر عرض النهر**

يقطع القارب نفسه في المثال السابق $(v_{BW} = 1.85\,\text{m/s})$ مباشرة النهر الذي سرعة تياره 1.20 m/s.

(أ) ما سرعة القارب (مقدارًا واتجاهًا) بالنسبة إلى ضفة النهر؟

(ب) إذا كان عرض النهر 110 m، فما الزمن الذي سيستغرقه القارب لقطع النهر؟ وما المسافة التي سيتحركها القارب بعيدًا عن الجهة المقابلة؟

النّهج: يقطع القارب الآن النهر على نحو مباشر، ومن ثَمّ فإنه سيُدفع من تيار النهر إلى الغرب كما هو موضح في الشكل 3-30. سرعة القارب بالنسبة إلى ضفة النهر $\vec{v}_{BS}$ هي عبارة عن مجموع سرعة القارب بالنسبة إلى الماء $\vec{v}_{BW}$، وسرعة تيار الماء بالنسبة إلى ضفة النهر $\vec{v}_{WS}$

$$\vec{v}_{BS} = \vec{v}_{BW} + \vec{v}_{WS}$$

كما مر معنا سابقا.

الحل:

(أ) حيث إنّ عمودية $\vec{v}_{BW}$ على $\vec{v}_{WS}$، فإننا نستطيع إيجاد v_{BS} باستخدام نظرية فيثاغورس

$$v_{BS} = \sqrt{v_{BW}^2 + v_{WS}^2} = \sqrt{(1.85\,\text{m/s})^2 + (1.20\,\text{m/s})^2} = 2.21\,\text{m/s}$$

نستطيع إيجاد الزاوية θ (المعرّفة بالرسم) من العلاقة

$$\tan\theta = v_{WS}/v_{BW} = (1.20\,\text{m/s})/(1.85\,\text{m/s}) = 0.6486$$

الآلات الحاسبة التي تحتوي على INV TAN، أو ARC TAN أو TAN^{-1} تعطينا $\theta = \tan^{-1}(0.6486) = 33.0°$. لاحظ أنّ هذه الزاوية لا تساوي الزاوية التي حسبت في (المثال 3-11).

(ب) الزمن اللازم لقطع النهر يمكن حسابه من العلاقة $v_{BW} = D/t$، حيث $D = 110\,\text{m}$ هي عرض النهر؛ أي أنّ $t = 110\,\text{m}/1.85\,\text{m/s} = 60\,\text{s}$ والمسافة التي يتحركها القارب بعيدًا عن الجهة المقابلة

$$d = v_{WS}t = (1.20\,\text{m/s})(60\,\text{s}) = 72\,\text{m}$$

ملحوظة: لا يوجد تسارع في هذا السؤال؛ حيث إنّ الحركة تشتمل على سرعات ثابتة (لكلّ من القارب والنهر).

ملخص

الكمية (مثل السرعة) التي تحدد بالمقدار والاتجاه تُسمَّى كمية **متجهة** (vector)، أمّا الكمية (مثل الكتلة) التي تحدد بالمقدار فقط فتسمى كمية قياسية (scalar). جمع المتجهات بطريقة الرسم يكون بوضع ذيل كلّ سهم يمثل متجهًا على رأس المتجه الذي يسبقه. وتستطيع جمع متجهين أيضًا بطريقة متوازي المستطيلات. تستطيع جمع المتجهات بطريقة أكثر دقة عن طريق جمع مركبات المتجهات باتجاه محور معين وبمساعدة الدوال المثلثية.

المتجه الذي مقداره V ويصنع زاوية θ مع محور السينات الموجب يكون له المركبتان التاليتان:

$$V_x = V\cos\theta, \qquad V_y = V\sin\theta \tag{3-3}$$

إذا حصلنا على المركبتين، فإننا نستطيع إيجاد مقدار المتجه واتجاهه كما يلي:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \qquad \tan\theta = \frac{V_y}{V_x} \tag{4-3}$$

حركة المقذوف: هي حركة جسم بشكل قوسي بالقرب من سطح الأرض تحت تأثير مجال الجاذبية الأرضية فقط. نستطيع تحليل هذه الحركة إلى حركتين منفصلتين إذا أهملنا مقاومة الهواء. تكون المركبة الأفقية لحركة المقذوف بسرعة ثابتة، ولكن المركبة العمودية تكون بتسارع ثابت $\vec{g}$، تماما مثل الجسم الساقط سقوطا حرًا تحت تأثير الجاذبية الأرضية.

[*نستطيع إيجاد السرعة لجسم ما بالنسبة إلى أحد محاور الإسناد من الجمع الاتجاهي إذا عرفنا سرعته بالنسبة إلى محور إسناد ثانٍ و**السرعة النسبية** لمحوري الإسناد.]

أسئلة

.1 تسير سيارة بسرعة 40 km/h إلى الشرق، في حين تسير أخرى بسرعة 40 km/h إلى الشمال. هل سرعتاهما متساويتان؟ فسر ذلك.

.2 هل تستطيع أن تعطي أمثلة عديدة لحركة جسم يقطع مسافة كبيرة، ولكن إزاحته تساوي صفرا؟

.3 هل من الممكن أن يكون متجه الإزاحة لجسم يتحرك في بعدين أكبر من المسار الذي يقطعه في الفترة الزمنية نفسها؟ هل يمكن أن يكون أقلّ؟ ناقش ذلك.

.4 في لعبة البيسبول، يضرب اللاعب الكرة ثم يجري بخط مستقيم ليلتقطها. أيهما له إزاحة أكبر: اللاعب أم الكرة؟

.5 إذا كانت $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$ فهل من الضروري أن يكون مقدار V_1 أكبر من مقدار أحدهما أو كلاهما؟ ناقش ذلك.

.6 متجهان: طول الأول $V_1 = 3.5\ \text{km}$، وطول الآخر $V_2 = 4.0\ \text{km}$. ما أكبر وأقلّ مقدار لحاصل جمع هذين المتجهين؟

.7 هل من الممكن أن تكون محصلة متجهين غير متساويين مساوية للصفر؟ وهل من الممكن أن تكون محصلة ثلاثة متجهات غير متساوية مساوية للصفر؟ ما شروط ذلك؟

.8 (أ) هل يمكن أن يكون مقدار أحد المتجهات مساويا لإحدى مركباته؟ (ب) هل يمكن أن يكون مقدار أحد المتجهات أقلّ من إحدى مركباته؟

.9 هل يمكن أن يتسارع جسم يتحرك بسرعة ثابتة بالمقدار؟ وهل يمكن أن يتسارع جسم يتحرك بسرعة ثابتة بالمقدار والاتجاه؟

.10 يريد طفل تحديد السرعة التي يمنحها مقلاع لحجر. كيف يمكن عمل ذلك باستعمال مسطرة مترية، وحجر، ومقلاع؟

.11 ذُكر في الحرب العالمية الأولى أنّ طيارا يقود طائرته على ارتفاع 2 km قد أمسك بيديه رصاصة أطلقت على الطائرة. استخدم حقيقة أنّ سرعة الرصاصة تقلّ بسبب مقاومة الهواء لتفسير ما حدث.

.12 في بعض مدن الألعاب الترفيهية، ولجعل العربة تتحرك: يقفز الركاب أولا على المجرى الذي تتحرك عليه العربة، ثم يقفزون إلى العربة نفسها. لماذا يفعلون ذلك؟

.13 إذا تجاوز القطار الذي تركبه قطارا آخر يتحرك بالاتجاه نفسه، فستلاحظ أنّ القطار الآخر يبدو كأنه يتحرك إلى الخلف. لماذا؟

.14 إذا وقفت تحت مظلة في يوم ماطر، فإنك تبقى جافا؛ لأنّ المطر يسقط عموديًا، ولكن إذا بدأت بالركض، فإنّ المطر يبدأ بضرب رجليك حتى لو بقيت تحت المظلة، لماذا؟

.15 يجلس شخص في عربة قطار مغلقة تتحرك بسرعة ثابتة. إذا قذفت كرة نحو الأعلى بالنسبة إلى محاور إسناده (أ) فأين ستسقط الكرة؟ ماذا ستكون إجابتك إذا: (ب) تسارعت العربة؟ (جـ) تباطأت العربة؟ (د) تحركت العربة بمنحنى؟ (هـ) تحركت العربة بسرعة ثابتة ولكنها فتحت على الهواء؟

.16 يجذّف شخصان بالسرعة نفسها للوصول إلى الضفة المقابلة للنهر، فإذا تحركا في الوقت ذاته، بحيث تحرك الأول مباشرة إلى الجهة المقابلة، في حين تحرك الثاني بزاوية مع عرض النهر. فأيهما سيصل إلى الضفة المقابلة أولا؟

.17 باعتقادك، كيف يتحكم لاعب البيسبول في طيران الكرة، أيّ علاقة من علاقات الفصل تصبح جزءًا لا يتجزأ من حدس اللاعب؟

.18 في لعبة رمي السهام، هل يوجه السهم مباشرة إلى الهدف؟ كيف تعتمد زاوية التسديد على بُعد الهدف؟

.19 أطلقت قذيفة بزاوية $30°$ مع الأفقي وبسرعة مقدارها $30\ \text{m/s}$. قارن بين المركبتين الأفقيتين للسرعة بعد $1.0\ \text{s}$ و $2.0\ \text{s}$ من الإطلاق.

.20 قذيفتا مدفع B، و A أطلقتا من سطح الأرض بالسرعة الابتدائية نفسها، ولكن بزاوية θ_A أكبر من θ_B.

(أ) أيهما تصل إلى ارتفاع أعلى؟

(ب) أيهما تمكث في الهواء فترة أطول؟

(جـ) أيهما تقطع مسافة أفقية أكبر؟

مسائل

.1 تتحرك سيارة 215 km إلى الشرق، ثم 85 km إلى الشمال الشرقي. ما إزاحة هذه السيارة من نقطة البداية (بالمقدار والاتجاه)؟ ارسم مخططًا.

.2 (I) تتحرك سيارة 18 وحدة طول إلى الشمال و10 وحدات إلى الشرق، ثم 16 وحدة إلى الجنوب. ما الإزاحة الكلية من نقطة البداية؟

.3 (I) أثبت أنّ المتجه المكتوب عليه (غير صحيح) في (الشكل 3-6جـ) هو في الواقع الفرق بين المتجهين. هل هو $\vec{\mathbf{V}}_2 - \vec{\mathbf{V}}_1$ أم $\vec{\mathbf{V}}_1 - \vec{\mathbf{V}}_2$؟

.4 (I) إذا كان $V_x = 6.80$ وحدة $V_y = -7.40$ وحدة، فاحسب مقدار $\vec{\mathbf{V}}$.

.5 (II) باستخدام طريقة الرسم، أوجد محصلة المتجهات الثلاثة التالية:

(1) 34 m باتجاه $25°$ شمال شرق.

(2) 48 m باتجاه $33°$ شمال شرق.

(3) 22 m باتجاه $56°$ شمال غرب.

.6 (II) مركبات المتجه $\vec{\mathbf{V}}$ يمكن كتابتها كما يلي: (V_x, V_y, V_z). ما مركبات المتجه الناتج من جمع المتجهين $\vec{\mathbf{V}}_1$، و$\vec{\mathbf{V}}_2$ وطوله إذا كانت مركباتهما $(8.0, -3.7, 0.0)$ و $(3.9, -8.1, -4.4)$؟

.7 (II) مقدار المتجه $\vec{\mathbf{V}}$ هو 14.3 وحدة، ويصنع زاوية $34.8°$ فوق محور السينات السالب.

(أ) ارسم هذا المتجه.

(ب) أوجد V_x، و V_y.

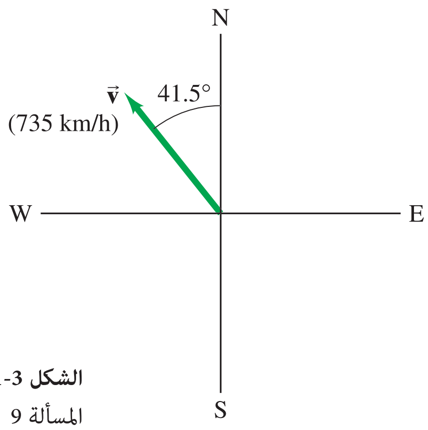
(جـ) استخدم V_x، و V_y لإيجاد (مرة أخرى) مقداره واتجاهه. [الفرع (جـ) هو طريقة جيدة للتأكد من صحة تحليل المتجه إلى مركباته].

.8 (II) مقدار المتجه $\vec{\mathbf{V}}_1$ هو 6.6 وحدة باتجاه محور السينات السالب، ومقدار المتجه $\vec{\mathbf{V}}_2$ هو8.5 وحدة باتجاه يصنع زاوية $+45°$ مع محور السينات الموجب.

(أ) ما المركبات السينية (x) والصادية (y) لكلا المتجهين؟

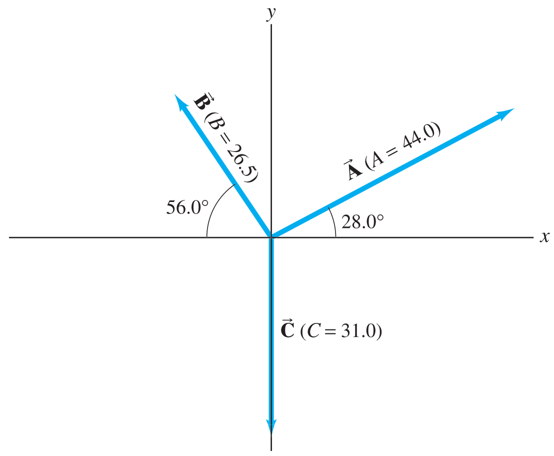
(ب) أوجد $\vec{\mathbf{V}}_1 + \vec{\mathbf{V}}_2$ (عن طريق إيجاد المقدار والزاوية).

9. (II) طائرة تطير بسرعة 735 km/h بزاوية $41.5°$ باتجاه الشمال الغربي (الشكل 3-31) (أ) أوجد مركبات متجه السرعة باتجاهي الشمال والغرب. (ب) كم المسافة التي ستقطعها الطائرة باتجاهي الشمال والغرب بعد ثلاث ساعات (3.00 h)؟



الشكل **3-31**
المسألة 9

10. (II) لديك ثلاثة متجهات في (الشكل 3-32). إذا كانت المقادير معطاة بوحدات اختيارية، فأوجد المحصلة بدلالة: (أ) المركبات. (ب) المقدار والزاوية مع محور السينات (x-axis).



الشكل **3-32** المسائل 10، و 11، و 12، و 13، و14. مقادير المتجهات معطاة بوحدات اختيارية.

11. (II) من (الشكل 3-32)، أوجد المتجه $\vec{A} - \vec{C}$.

12. (II) (أ) من (الشكل 3-32)، أوجد $\vec{B} - \vec{A}$. (ب) أوجد $\vec{A} - \vec{B}$ دون استخدام الإجابة في الفرع (أ). ثم قارن الإجابتين، وبين أنهما متعاكستان في الاتجاه.

13. (II) من (الشكل 3-32) أوجد:
(أ) $\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$. (ب) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$. (جـ) $\vec{C} - \vec{A} - \vec{B}$.

14. (II) من (الشكل 3-32)، أوجد ما يلي:
(أ) $\vec{B} - 2\vec{A}$. (ب) $2\vec{A} - 3\vec{B} + 2\vec{C}$.

15. (II) جبل ارتفاعه 2450 m، قيست المسافة المباشرة بين مخيم كشفي يقع في السهل المجاور للجبل، وقمة الجبل فكانت 4580 m، وتصنع زاوية $32.4°$ مع الشمال الغربي. ما مركبات متجه الإزاحة الذي يبدأ من المخيم وينتهي بقمة الجبل؟

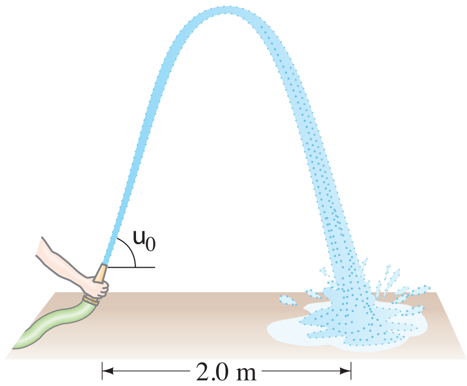
16. (II) لديك متجه في المستوى السيني الصادي xy مقداره 70.0 وحدة، ومركبته باتجاه المحور الصادي -55.0 وحدة. ما الاحتمالان المتوقعان للمركبة السينية؟

3-5 و 3-6 حركة المقذوفات (مع إهمال مقاومة الهواء).

17. (I) يقفز نمر أفقيا من صخرة ارتفاعها 6.5 m بسرعة 3.5 m/s. كم المسافة الأفقية التي يقطعها من قاعدة الصخرة؟

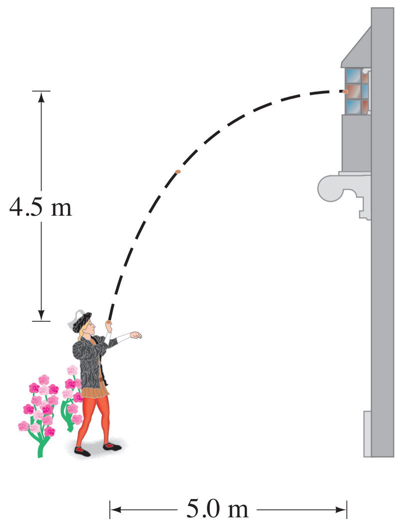
18. (I) يجري غطاس بسرعة 1.8 m/s على حافة تلة، ثم يقفز إلى الماء. إذا وصل الماء بعد 3.0 s (ثلاث ثوان). فما ارتفاع التلة؟ وما بُعد النقطة التي يهبط فيها على سطح الماء عن حافة التلة؟

19. (II) ينطلق الماء من خرطوم مياه بسرعة 6.8 m/s. ما الزاوية (أو الزوايا) التي يجب أن يوضع عليها الخرطوم حتى يصطدم الماء على بعد 2.0 m من نقطة الإطلاق؟ (الشكل 3-33) ؟ لماذا يكون لدينا زاويتان؟ ارسم مسار الماء في الحالتين.



الشكل **3-33** المسألة 19

20. (II) رمى روميو حصاة باتجاه نافذة جوليت، بحيث تصيب الحصاة النافذة بسرعة أفقية فقط. إذا كان روميو يقف على مسافة 5.0 m من قاعدة الجدار، وكان ارتفاع النافذة عن يده 4.5 m (الشكل 3-34) فما سرعة الحصاة عندما تصطدم بالنافذة؟



الشكل **3-34**
المسألة 20

21. (II) تقذف كرة أفقيا من سطح عمارة ارتفاعها 45.0 m فتستقر على مسافة 24.0 m من قاعدتها. ما السرعة الابتدائية للكرة؟

22. (II) يضرب لاعب الكرة من سطح الأرض بسرعة 18.0 m/s وبزاوية $35.0°$ عن الأفقي. ما الزمن اللازم لاصطدام الكرة بالأرض؟

23. (II) تقذف كرة أفقيا بسرعة 22.2 m/s من سطح عمارة. إذا استقرت الكرة على مسافة 36.0 m من قاعدة العمارة، فما ارتفاع العمارة؟

24. (II) يقفز لاعب أولمبي في القفز الطويل ويغادر سطح الأرض بزاوية $28.0°$ فيقطع مسافة $7.80\ m$. (أ) ما سرعة انطلاقه؟ (ب) إذا زادت سرعته بنسبة 5.0%، فكم ستصبح المسافة التي يقفزها؟

25. (II) احسب كم ستزداد المسافة التي يقفزها شخص ما على سطح القمر مقارنة بالمسافة على سطح الأرض إذا انطلق بالسرعة نفسها وبالزاوية ذاتها. تسارع جاذبية القمر يساوي سدس تسارع جاذبية الأرض.

26. (II) يطلق صياد النار على هدف (بالمستوى نفسه) يبعد مسافة $75.0\ m$ عنه. إذا أطلقت الرصاصة بسرعة $180\ m/s$، فما الزاوية التي يجب أن تطلق بها حتى تصيب الهدف؟

27. (II) يريد قائد طائرة تتحرك بسرعة $180\ km/h$ أن يسقط إمدادات إلى ضحايا طوفان على بقعة أرض تقع على بعد $160\ m$ أسفل الطائرة. قبل كم ثانية يجب إسقاط الإمدادات حتى تصل مباشرة إلى الضحايا؟

28. (II) أثبت أنّ مقدار السرعة التي ينطلق بها المقذوف من سطح الأرض يساوي مقدار السرعة التي يصطدم بها المقذوف بسطح الأرض في نهاية فترة التحليق.

29. (II) لو فرضنا أنّ الكرة في (المثال 3-5) قذفت مباشرة باتجاه مرمى يبعد $36.0\ m$ وترتفع عارضته $3.00\ m$ عن الأرض، فهل ستسجل هدفا؟

30. (II) إذا أُطلقت قذيفة من سطح أرض أفقية بسرعة $65.2\ m/s$ وبزاوية $34.5°$ عن الأفقي، فاحسب: (أ) أقصى ارتفاع للقذيفة. (ب) زمن التحليق الكلي. (جـ) المدى الأفقي. (د) سرعة القذيفة بعد $1.50\ s$ من إطلاقها.

31. (II) إذا أُطلقت قذيفة من حافة تلة ارتفاعها $125\ m$ بسرعة $65.0\ m/s$ وبزاوية $37.0°$ مع المدى الأفقي كما هو مبين في (الشكل 3-35)، فاحسب:

(أ) الزمن اللازم لاصطدام القذيفة بالنقطة P على سطح الأرض.

(ب) المدى الأفقي X للقذيفة من قاعدة التلة.

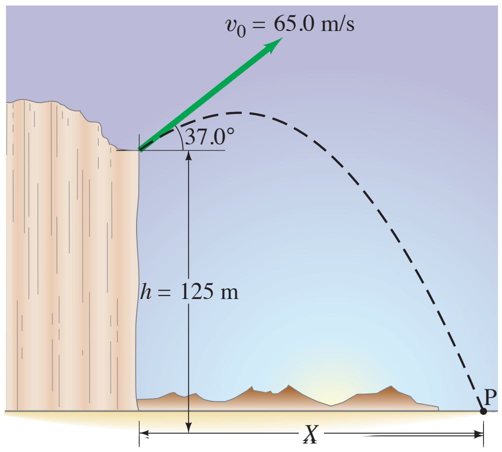
(جـ) مقدار السرعة عند النقطة P.

(د) أقصى ارتفاع عن التلة تصله القذيفة.

وأوجد كلّا من:

(أ) المركبتين السينية والصادية للسرعة عند النقطة P.

(ب) زاوية السرعة عند النقطة P مع المدى الأفقي.

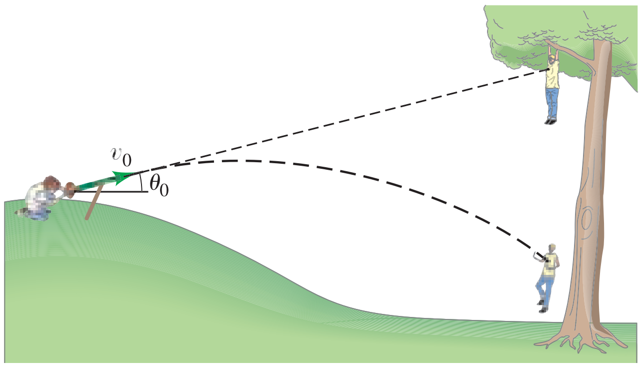


الشكل **3-35** المسألة 31

32. (II) يرمي لاعب أولمبي الكرة الحديدية (الجُلّة) بسرعة $15.5\ m/s$ وبزاوية $34.0°$ مع المدى الأفقي. احسب المسافة الأفقية التي تقطعها الكرة إذا انطلقت من يد اللاعب على ارتفاع $2.20\ m$ عن سطح الأرض.

33. (II) على أيّ زاوية إطلاق يكون مدى القذيفة مساويا لأقصى ارتفاع لها؟

34. (II) ارجع إلى (المثال المفاهيمي 3-7). لو فرضنا أنّ صبيّ المقلاع يقع على مستوى تحت مستوى الصبي المعلق على الشجرة (الشكل 3-36) ويوجه القذيفة مباشرة باتجاهه. أثبت مرة أخرى أنّ الصبي المعلق بالشجرة يرتكب الخطأ نفسه عندما يسقط إلى الأسفل لحظة إطلاق البالون المائي.



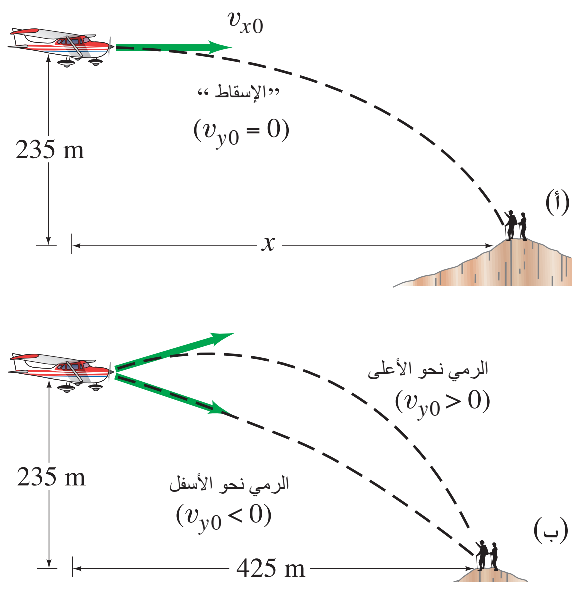
الشكل **3-36** المسألة 34.

35. (III) تريد طائرة إنقاذ أن تسقط إمدادات إلى متسلقي جبال محصورين بين جبال صخرية تقع على مسافة $235\ m$ تحت الطائرة. إذا تحركت الطائرة بسرعة $250\ km/h\ (69.4\ m/s)$.

(أ) ما المسافة الأفقية (x) عن المتسلقين التي ستسقط عندها الطائرة البضائع (الشكل 3-37أ)؟

(ب) إذا فرضنا أنّ المسافة الأفقية عن المتسلقين، التي ستسقط عندها الطائرة البضائع هي $425\ m$، فما السرعة العمودية (فوق أو تحت) التي يجب إعطاؤها للإمدادات حتى تصل بدقة إلى متسلقي الجبال (الشكل 37.3 ب)؟

(جـ) ما مقدار السرعة التي ستسقط بها الإمدادات في الحالة الثانية؟



الشكل **3-37** المسألة 35

* 8-3 السرعة النسبية

* **36.** (I) يمشي شخص على ظهر سفينة باتجاه مقدمتها بسرعة 2.2 m/s. إذا كانت السفينة تتحرك بسرعة 7.5 m/s، فما سرعة الشخص بالنسبة إلى الماء؟ إذا تحرك الشخص إلى مؤخرة السفينة، فما سرعته بالنسبة إلى الماء في هذه الحالة ؟

* **37.** (II) يتحرك صبي على طوافة خشبية بسرعة 0.60 m/s باتجاه عمودي على اتجاه تيار النهر الذي يتحرك بسرعة 1.70 m/s (الشكل 3-38). ما سرعة الصبي بالنسبة إلى ضفة النهر.

الشكل **3-38** المسألة 37

* **38.** (II) إذا كنت تقود سيارتك باتجاه الجنوب على طريق سريع بسرعة 25 m/s في يوم ثلجي عاصف. عندما تتوقف، تلاحظ أنّ الثلج يسقط عموديًا على السيارة، وعندما تتحرك، يسقط الثلج على الشباك بزاوية 30° عن المدى الأفقي. احسب سرعة سقوط الثلج بالنسبة إلى كلّ من السيارة والأرض.

* **39.** (II) يستطيع قارب أن يتحرك بسرعة 2.30 m/s في الماء الراكد. (أ) إذا تحركت دفة القارب مباشرة باتجاه عرض النهر الذي يتحرك تياره بسرعة 1.20 m/s، فما سرعة القارب (بالمقدار والاتجاه) بالنسبة إلى ضفة النهر؟ (ب) ما موقع القارب بالنسبة إلى نقطة انطلاقه بعد ثلاث ثوانٍ (3.00 s) (انظر الشكل 3-30).

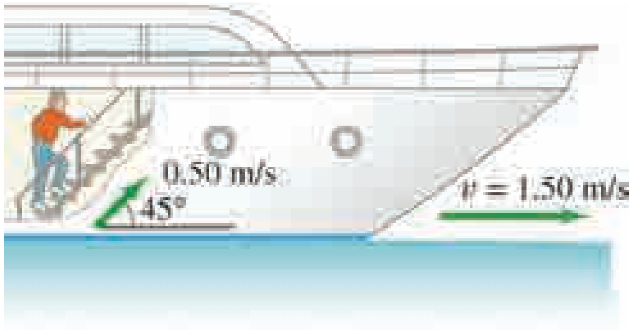
* **40.** (II) طائرتان تتحركان وجها لوجه باتجاه بعضهما بعضًا. إذا كانت سرعة كلّ منهما 785 km/h، ورصدت كلّ منهما الأخرى وهما على مسافة 11.0 km عن بعضهما بعضًا. فما الزمن الذي يحتاج إليه الطياران لتجنب اصطدام الطائرتين؟

* **41.** (II) تطير طائرة إلى الجنوب بسرعة 600 km/h. إذا بدأت رياح عاصفة التحرّك باتجاه الجنوب الغربي بسرعة 100 km/h (في المتوسط) فاحسب: (أ) سرعة الطائرة (مقدارا واتجاها) بالنسبة إلى الأرض. (ب) المسافة التي ستقطعها الطائرة بعد عشر دقائق (10 min)، على اعتبار أنّ الطيار لم يعدّل سير الطائرة. [ملحوظة: ارسم مخططًا للمسألة].

* **42.** (II) بأيّ اتجاه يجب أن يوجه الطيار في المسألة 41 طائرته حتى تتحرك باتجاه الجنوب؟

* **43.** (II) احسب مقدار سرعة القارب بالنسبة إلى ضفة النهر في (المثال 3-11).

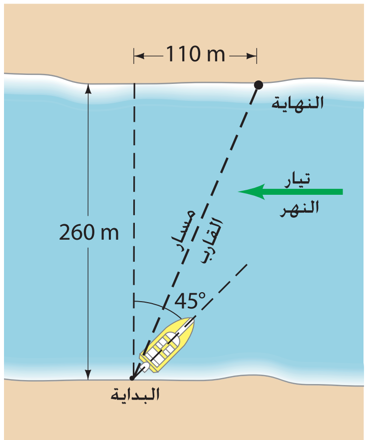
* **44.** (II) يتحرك مسافر على درجات سلم في قارب بسرعة 0.50m/s (الشكل 3-39). إذا كان القارب يتحرك بسرعة 1.50 m/s وكان السلم يميل بزاوية 45° مع اتجاه الحركة، فاحسب سرعة المسافر بالنسبة إلى الماء.



الشكل **3-39** المسألة 44

* **45.** يتحرك قارب ذو محرك بسرعة 2.60 m/s في الماء الراكد. إذا احتاج إلى التحرّك بزاوية 28.5° (مع الخط العمودي على ضفة النهر) حتى يصل إلى النقطة المقابلة مباشرة، فما: (أ) سرعة تيار النهر. (ب) محصلة سرعة القارب بالنسبة إلى ضفة النهر (الشكل 3-28)؟

* **46.** (II) قارب سرعته في الماء الراكد 1.70 m/s يريد قطع نهر عرضه 260-m. إذا أراد الوصول إلى نقطة تبعد مسافة 110 m عن النقطة المقابلة له مباشرة (الشكل 3-40)، فإنّ القائد يوجهه بزاوية 45° (مع الخط العمودي على ضفة النهر). ما مقدار سرعة تيار النهر؟



الشكل **3-40** المسألة 46

* **47.** (II) يستطيع سبّاح السباحة بسرعة 0.45 m/s في المياه الراكدة. (أ) إذا قطع نهرا عرضه 75-m وسرعة تياره 0.40 m/s، فما بُعد النقطة التي سيصلها عن النقطة المقابلة لنقطة انطلاقه مباشرة؟ (ب) كم الوقت الذي سيستغرقه في قطع النهر إلى الضفة الأخرى؟

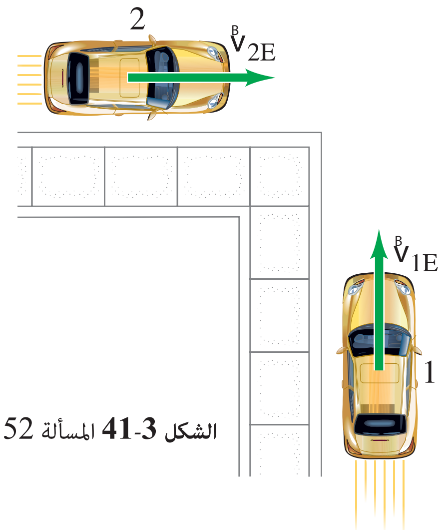
* **48.** (II) (أ) على أيّ زاوية (مع الخط العمودي على ضفة النهر) يجب على السباح في مسألة 47 أن يتحرك ليصل مباشرة إلى النقطة المقابلة؟ (ب) كم الوقت الذي سيستغرقه في هذه الحالة؟

* **49.** (III) طائرة سرعتها 620 km/h من المفترض أن تطير مباشرة بزاوية $35.0°$ مع الشمال الشرقي ولكن رياحًا عاصفة هبت من الشمال بسرعة 95 km/h أثرت فيها. إلى أيّ اتجاه يجب أن تتوجه الطائرة؟

* **50.** (III) تتحرك سيارة شرطة بسرعة 95 km/h تجاوزتها سيارة أخرى تتحرك بسرعة 145 k/h. بعد ثانية واحدة تمامًا، بدأت سيارة الشرطة بالتسارع بمعدل $2.00\ m/s^2$. كم الوقت الذي تحتاج إليه سيارة الشرطة للحاق بالسيارة الأخرى (على افتراض أنها استمرت في الحركة بسرعة ثابتة)؟

* **51.** (III) لو فرضنا في المسألة السابقة أنّ سرعة السيارة الأخرى مجهولة، ولو فرضنا أنّ سيارة الشرطة تسارعت بانتظام بالكيفية نفسها، ولحقت بها بعد 7.00 s. فماذا ستكون سرعة السيارة الأخرى؟

* **52.** (III) سيارتان تقتربان من زاوية شارع بزاوية قائمة مع بعضهما بعضًا (الشكل 3-41). تتحرك السيارة (1) بالنسبة إلى الأرض بسرعة $v_{1E} = 35\ km/h$، والثانية بسرعة $v_{2E} = 55\ km/h$. ما السرعة النسبية للسيارة (1) بالنسبة إلى السيارة (2)؟ وما السرعة النسبية للسيارة (2) بالنسبة إلى السيارة (1)؟



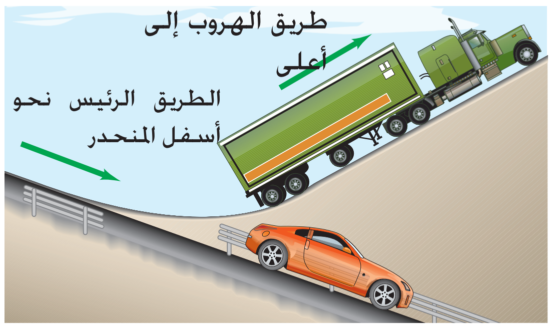
الشكل **3-41** المسألة 52

مسائل عامة

53. يريد رامٍ إطلاق سهم صوب تفاحة موضوعة على رأس ابنه الذي يبعد مسافة 27 m عنه. إذا وجه الرامي السّهم مباشرة باتجاه التفاحة، فإنها تكون بالمستوى نفسه للرمي. ماذا ستكون الزاوية مع المدى الأفقي التي سيطلق بها السهم حتى يصيب التفاحة، إذا انطلق السهم بسرعة مقدارها 35 m/s؟

54. يسير رجل 50 m باتجاه الشرق، ثم يسير 25 m باتجاه الجنوب ليصل إلى مصعد ويهبط فيه مسافة 10 m إلى الأسفل (تحت الأرض). ما إزاحة الرجل بالنسبة إلى نقطة البداية؟ اكتب الإجابة بدلالة المركبات باتجاه المحاور x، y، z. افرض أنّ المحور x يمثل الشرق، والمحور y يمثل الشمال، والمحور z يمثل الأعلى.

55. تصمم الطرق في بعض المنحدرات الجبلية بحيث يكون في أسفل الطريق المنحدر مخرج جانبي يتجه إلى الأعلى للشاحنات التي تواجه مشكلة في الكوابح (انظر الشكل 3-42) إذا كان الطريق الجانبي يميل بزاوية $32°$ مع الطريق الرئيس، فاحسب مركبتي التسارع الأفقية والعمودية لشاحنة تتباطأ من سرعة 120 km/h إلى الصفر في زمن مقداره 6.0 s.



الشكل **3-42** المسألة 55

56. ما المركبة الصادية للمتجه (في المستوى السيني الصادي x_y) الذي مقداره 88.5 ومقدار مركبته السينية (x) 75.4 ؟ ما اتجاه هذا المتجه (الزاوية التي يصنعها مع محور السينات)؟

57. تصنع قطرات المطر زاوية θ مع العمودي كما تظهر من نافذة قطار متحرك (الشكل 3-34) إذا كانت سرعة القطار v_T، فما سرعة قطرات المطر بالنسبة إلى الأرض على اعتبار أنها تسقط بشكل عموديّ؟

الشكل **3-43** المسألة 57

58. تتحرك طائرة خفيفة باتجاه الجنوب بسرعة 155 km/h بالنسبة إلى الهواء الساكن. بعد ساعة واحدة (1.00 h) يلاحظ قائد الطائرة أنها قطعت 125 km فقط باتجاه يصنع زاوية ($45.0°$) مع الجنوب الشرقي. ما سرعة الرياح التي أثرت في الطائرة؟

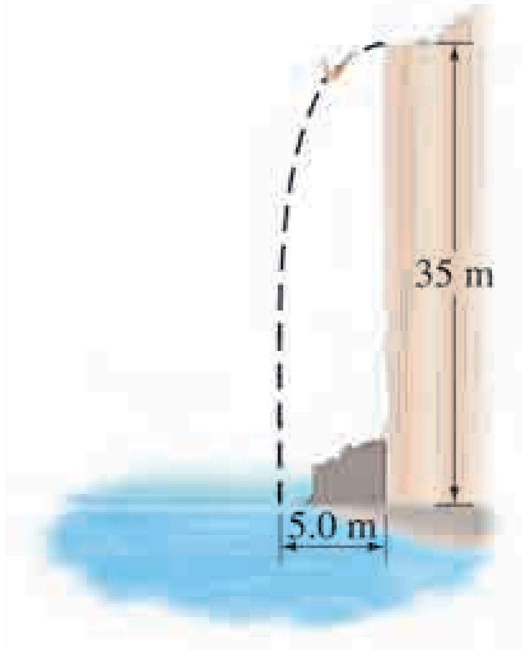
59. تتحرك سيارة بسرعة 95 km/h، وتتجاوز قطارًا طوله 1.00-km يسير بالاتجاه نفسه على سكة موازية للطريق. إذا كانت سرعة القطار 75 km/h، فما الزمن الذي تحتاج إليه السيارة حتى تتجاوز القطار؟ وكم المسافة التي تتحركها السيارة في هذا الزمن؟ ما الإجابة إذا كان القطار والسيارة يتحركان باتجاهين متعاكسين؟

.60 يستطيع لاعب أولمبي في القفز الطويل أن يقفز 8.0 m. لو افترضنا أنّ سرعته الأفقية 9.1 m/s عندما يغادر سطح الأرض، فما زمن تحليقه الكلي في الهواء؟ وما أقصى ارتفاع يصل إليه؟

.61 عندما يقذف رائد فضاء مركبة أبولو كرة بيسبول على سطح القمر، فإنها تقطع مسافة أفقية مقدارها 180 m، فإذا قذف اللاعب الكرة بالسرعة نفسها وبالزاوية ذاتها على سطح الأرض، فإنها تقطع مسافة أفقية مقدارها 35 m فقط. احسب تسارع جاذبية القمر. (أهمل مقاومة الهواء في الحالتين).

.62 يضرب شخص كرة بمضرب باتجاه جدار يرتفع 7.5 m عن سطح الأرض ويبعد 95 m عنه. احسب أقلّ سرعة تنطلق بها الكرة لتتجاوز الجدار على اعتبار أنها تنطلق من ارتفاع 1.0 m عن سطح الأرض، وبزاوية 38° مع المدى الأفقي.

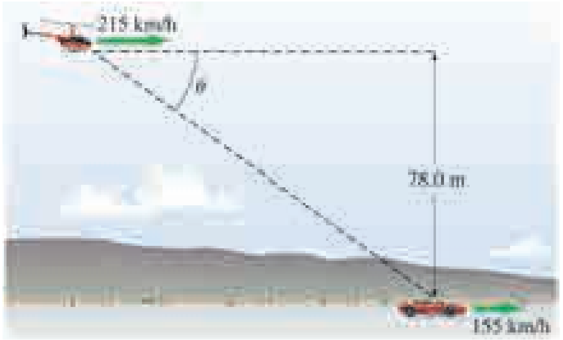
.63 يقفز الغواصون على نحو أفقي من تلة ارتفاعها 35 m فوق سطح الماء. ما أقلّ سرعة يجب أن ينطلق بها الغواصون لتجنب صخرة تقع أسفل التلة وتبعد 5.0 m عن قاعدتها؟ وما زمن التحلق الكلي لهم؟ (انظر الشكل 3-44)



الشكل 3-44 المسألة 63

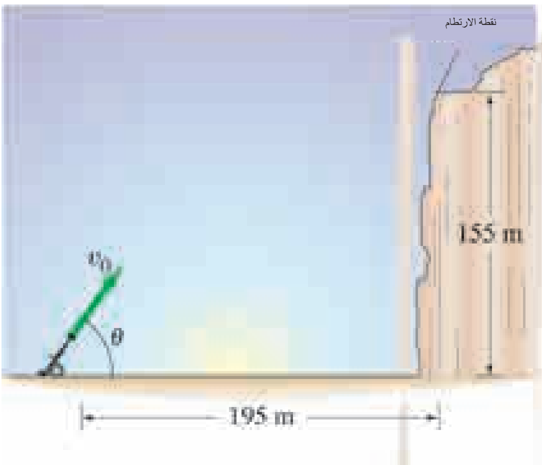
.64 عند استهلال ضرب الكرة، فإنّ لاعب التنس الأرضي يهدف لضرب الكرة على نحو أفقي. ما أقلّ سرعة يحتاج إليها اللاعب كي تتجاوز الكرة الشبكة التي ترتفع 0.90 m عن الأرض، وتبعد 15.0 m عن اللاعب إذا انطلقت الكرة من ارتفاع 2.50 m؟ أين ستسقط الكرة إذا تجاوزت الشبكة فقط (هل سيكون من المنطقي أن تسقط على بعد 7.0 m عن الشبكة)؟ كم ستمكث الكرة في الهواء؟ انظر (الشكل 3-45).

.65 يطير جاسوس باستخدام طائرة هليوكبتر بسرعة أفقية مقدارها 215 km/h بهدف إسقاط وثائق سرية على عميل يقود سيارته بسرعة 155 km/h على الطريق السريع الذي يقع على مسافة 78.0 m تحت الطائرة. على أيّ زاوية (مع المدى الأفقي للطائرة) يجب أن تكون السيارة عند سقوط الطرد الشكل 3-46)؟



الشكل **3-46** مسألة 65

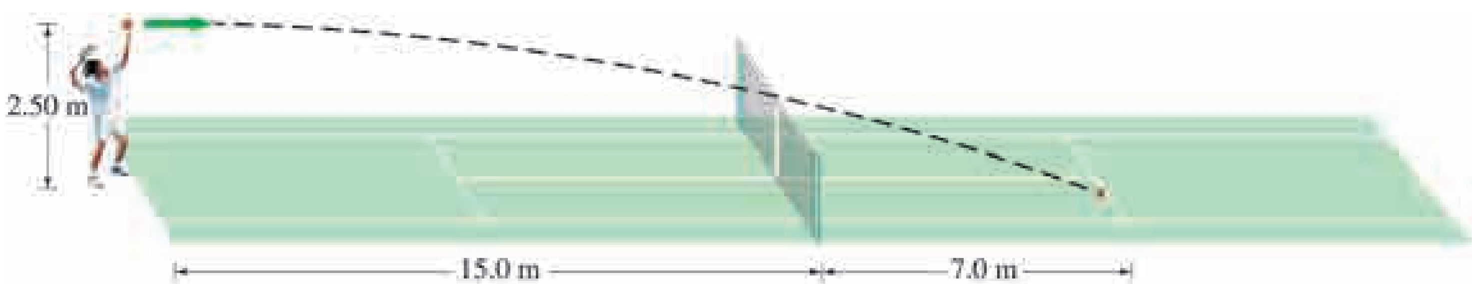
.66 سرعة قارب في الماء الراكد v. إذا أراد القارب أن يتجول في نهر يجري بسرعة u. اشتقّ صيغة للزمن اللازم لقطع مسافة مقدارها D إذا تحرك القارب: (أ) ضد التيار ثم عاد معه. (ب) مباشرة باتجاه عرض النهر ثم عاد. يجب أن نفرض أنّ $u < v$، لماذا؟



الشكل **3-47** مسألة 67

.67 أُطلقت قذيفة من سطح الأرض باتجاه قمة تلة ارتفاعها 155 m، وتبعد 195 m عن نقطة الإطلاق (انظر الشكل 3-47) إذا وصلت القذيفة إلى قمة التلة بعد 7.6 s من إطلاقها، فأوجد السرعة الابتدائية للقذيفة (بالمقدار والاتجاه). أهمل مقاومة الهواء.

الشكل **3-45** المسألة 64



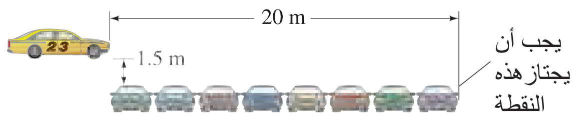
.68 يتسارع متزلج لأسفل منحدر يميل بزاوية $30.0°$ عن المدى الأفقي بمعدل $1.80\ m/s^2$ (الشكل 48-3). (أ) ما المركبة العمودية لتسارعه؟ (ب) كم الزمن الذي يحتاج إليه ليصل أسفل المنحدر الذي طوله $335\ m$ على افتراض أنه بدأ الحركة من السكون؟

الشكل **3-48** المسألة 68

.69 تنطلق كرة السلة من يد لاعب من ارتفاع $2.10\ m$ عن سطح الأرض باتجاه السلة التي ترتفع $2.60\ m$ عن سطح الأرض. إذا أطلق اللاعب الكرة بزاوية $38.0°$، وإذا كانت السلة تبعد عن اللاعب مسافة أفقية مقدارها $11.00\ m$ ويجب أن تكون بدقة $\pm 0.22\ m$ (أفقيا)، فما مدى السرعة الابتدائية التي يمكن أن تحقق هدفا؟

.70 غطاس يترك حافة لوح الغطس الذي يرتفع $5.0\ m$ ويصطدم بالماء بعد $1.3\ s$، وعلى مسافة $3.0\ m$ من حافة لوح الغطس. احسب: (أ) السرعة الابتدائية للغطاس $\vec{v}_0$. (ب) أقصى ارتفاع يصله. (جـ) السرعة $\vec{v}_f$ التي يصل فيها إلى سطح الماء.

.71 سائق إثارة يريد أن يقفز بسيارته عن ثماني سيارات تصطف جنبا إلى جنب تحت حافة أفقية ترتفع $1.5\ m$ عن السيارات (الشكل 49-3). (أ) ما أقل سرعة يجب أن ينطلق بها حتى يتجاوز السيارات، إذا كانت المسافة الأفقية لها مجتمعة $20\ m$؟ (ب) إذا مالت الحافة للأعلى بزاوية مقدارها $10°$، فما أقلّ سرعة في هذه الحالة؟



الشكل **3-49** المسألة 71

.72 يضرب لاعب البيسبول الكرة بمضرب من ارتفاع $0.90\ m$ فوق الأرض، وبزاوية $61°$، وبسرعة ابتدائية مقدارها $28\ m/s$. (أ) ما المسافة الأفقية التي ستقطعها الكرة قبل أن يلتقطها أحدهم؟ (ب) إذا تحرك أحد اللاعبين على نحو مستقيم من مسافة $105\ m$ فكم ستكون سرعته حتى يستطيع التقاط الكرة من مستوى سطح الأرض؟

.73 عند $t = 0$، يضرب لاعب البيسبول الكرة بسرعة ابتدائية مقدارها $32\ m/s$، وبزاوية $55°$ مع المدى الأفقي. ينطلق لاعب يبعد عن ضارب الكرة $85\ m$ عند $t = 0$ ويصنع الخط الواصل بينهما زاوية $22°$ مع خط إطلاق الكرة (انظر الشكل 50-3) للإمساك بالكرة. ما مقدارُ السرعة واتجاهُها التي يجب أن يتحرك بها هذا اللاعب ليتمكن من الإمساك بالكرة من مستوى إطلاقها نفسه؟

الشكل **3-50** مسألة 73

.74 أُطلقت كرة من قمة بناية بسرعة ابتدائية مقدارها $18\ m/s$، وبزاوية $\theta = 42°$ مع الأفقي. (أ) ما المركبتان السينية والصادية للسرعة الابتدائية؟ (ب) إذا كانت هنالك بناية قريبة لها الارتفاع نفسه، وتبعد مسافة $55\ m$، فعند أيّ مسافة على سطح العمارة الثانية ستسقط الكرة؟

.75 إذا اشتريت بندقية تقذف طلقات بلاستيكية، وكنت طالب فيزياء ذكيًا وقررت أن تعمل حسابات سريعة لإيجاد أقصى مدى أفقي. إذا أطلقت طلقة عموديًا نحو الأعلى فعادت بعد $4.0\ s$ إلى ماسورة البندقية، فما أقصى مدى أفقي لبندقيتك؟

إجابات التمارين

أ: عندما يكون D_1، و D_2 بالاتجاه نفسه.

ب: $3\sqrt{2} = 4.24$

جـ: ستصطدمان بالأرض في الوقت نفسه.

د: كلتا الكرتين تصل إلى الارتفاع نفسه، ومن ثَمّ يكون لهما زمن التحليق نفسه.

هـ: b