أطلقت سيارة ذات سرعة عالية مظلّة كي تقلل من سرعتها على نحو سريع. يبين السهم الأخضر اتجاه سرعة السيارة، أما السهم الذهبي فيشير إلى اتجاه تسارعها. يتم وصف الحركة باستعمال مفاهيم السرعة والتسارع. أحيانًا قد يكون التسارع معاكسًا ($\vec{a}$) لاتجاه السرعة ($\vec{v}$) كما هو مبين في الصورة. وسندرس أيضًا بالتفصيل الحركة بتسارع ثابت، وكذلك الحركة العمودية للأجسام التي تسقط تحت تأثير الجاذبية.

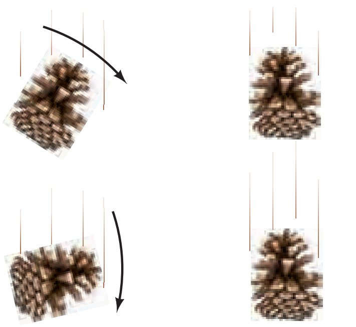
الفصل 2

وصف الحركة: علم الحركة (الكينماتيكا) في بعد واحد

إن حركةَ الأجسام - مثل كرة القدم والسيارة وحتى الشمس والقمر - هي جزءٌ واضح من حياتنا اليومية، ولم يتضح المفهوم الحديث للحركة إلا في القرنين السادس عشر والسابع عشر. ولقد ساهم أشخاص عديدون، مثل: غاليليو غالي (1564-1642)، وإسحق نيوتن (1642-1727) في صياغة المفهوم الحديث للحركة.

تشكل دراسة حركة الأجسام والمفاهيم المتعلقة بالقوة والطاقة مجالًا يسمى **علم الميكانيكا** الذي يقسم عادة إلى قسمين هما: 1 - علم الحركة (**الكينماتيكا**) الذي يصف كيفية تحرّك الأجسام. 2 - علم التحرّك (**الديناميكا**) الذي يتناول القوة، وسبب تحرك الأجسام تحت تأثيرها. وستقتصر دراستنا في هذا الفصل والذي يليه على علم الحركة.

نناقش الآن فقط الأجسام التي تتحرك من غير دوران (الشكل 2 - 1أ). وتسمى هذه الحركة **بالحركة الانتقالية**. ترتبط دراستنا لهذا الفصل بوصف جسم يتحرك في خط مستقيم؛ أي الحركة الانتقالية في بعد واحد، وفي الفصل الثالث، نَصِفُ الانتقالية في بعدين أو ثلاثة أبعاد في مسارات غير مستقيمة (وأما الحركة الدورانية كما في (الشكل 2 - 1ب) فسنناقشها في الفصل الثامن). في كثير من الأحيان، سنستعمل مفهوم (**أو نموذج**) سقوط الجسيم المثالي الذي يمثل نقطة رياضية ليس لها بعد مكاني (ليس لها حجم). يمكن للجسيم القيام بالحركة الانتقالية فقط، إن نموذج الجسيم مفيد للغاية في حالات حقيقية عديدة نهتم فيها بالحركةالانتقالية فقط، وذلك عندما يكون حجم الجسم غير مهم، فعلى سبيل المثال: يمكن اعتبار كرة البلياردو أو حتى مركبة الفضاء التي تسافر نحو القمر جسيمًا للعديد من الأهداف.



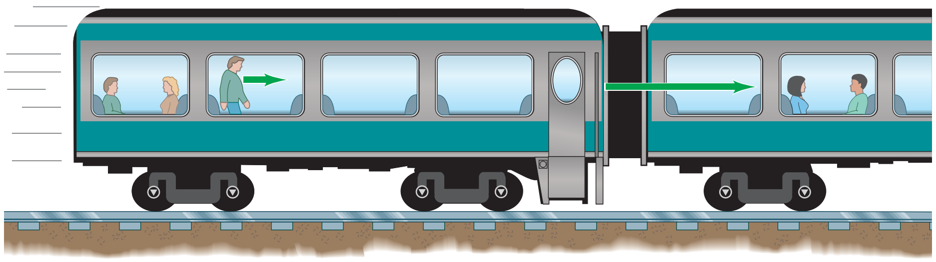
(أ) (ب)

الشكل 2-1 إن مخروط الصنوبر في (أ) يخضع للحركة الانتقالية عند سقوطه، أما في (ب) فإنه يخضع للحركتين الانتقالية والدورانية.

1-2 أطر الإسناد والإزاحة

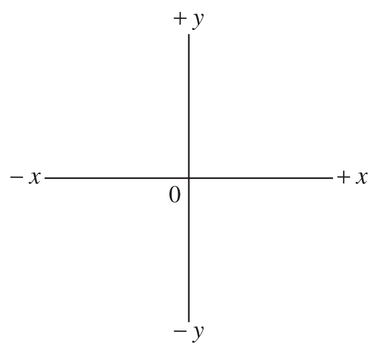
تتم جميع القياسات بالنسبة لإطار مرجعي

إن أي قياس للموضع أو المسافة أو السرعة يجب أن يتم بالنسبة إلى **إطار مرجعي (إسناد)** معين. فعلى سبيل المثال: في أثناء ركوبك في قطار يسير بسرعة 80 km/h، افترض أن أحد الأشخاص يمشي نحو مقدمة القطار بسرعة 5 km/h كما في (الشكل 2-2). إن هذه السرعة (5 km/h) هي سرعة الشخص بالنسبة إلى القطار كونها إطارًا إسناديًّا. أما بالنسبة إلى الأرض، فإنّ ذلك الشخص يتحرك بسرعة $80\,\text{km/h} + 5\,\text{km/h} = 85\,\text{km/h}$، ومن ثَمَّ فإنه من الضروري دائمًا تحديد إطار الإسناد عند الحديث عن السرعة، وفي حياتنا اليومية، فإننا عادة ما نقصد أن القياس يتم بالنسبة إلى الأرض من غير حتى التفكير في ذلك، وعلى أي حال، يجب تحديد إطار الإسناد حتى لا يحدث التباس في الموضوع.



الشكل 2-2 يمشي أحد الأشخاص نحو مقدمة القطار بسرعة 5 km/h. ويسير القطار بسرعة 80 km/h بالنسبة إلى الأرض، ولذلك فإن سرعة هذا الشخص بالنسبة إلى الأرض تساوي 85 km/h.

عند وصف حركة جسم ما، فمن الضروري تحديد اتجاه حركته وليس تحديد سرعته فقط. وفي أغلب الأحيان نحدد الاتجاه باستعمال كلمات، مثل: شمال، جنوب، شرق، غرب، إلى الأعلى، أو إلى الأسفل. أما في دراسة الفيزياء، فيجب أن نرسم مجموعة من **محاور الإحداثيات**، كما في (الشكل 2-3) لتمثل إطار الإسناد. ففي هذا الشكل، تمثل (0) نقطة الأصل، أما المحوران x و y اللذان يكونان دائمًا متعامدين فيمثلان الاتجاهين. وبناءً على ذلك، فإن الأجسام الموجودة على المحور x وإلى يمين نقطة الأصل يكون إحداثيها موجبًا. أما الأجسام التي إلى يسار نقطة الأصل فيكون إحداثيها x سالباً. في حين يكون الموضع الذي على طول المحور y موجبًا أعلى نقطة الأصل وسالبًا إذا كان أسفلها، كما يمكن استخدام العكس إذا كان ذلك مناسبًا. إن أي نقطة في هذا المستوى تحدد بالإحداثيين y و x. أما في حالة الأبعاد الثلاثة، فيضاف المحور z على نحو عمودي على كل من y و x.



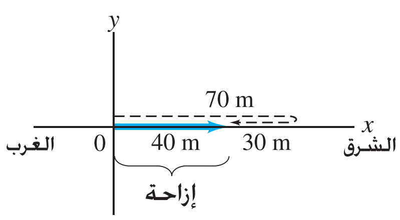
الشكل 2-3 محاور الإحداثيين xy.

لدراسة الحركة في بعد واحد: نختار المحور x ليمثل الخط الذي تحدث عليه الحركة، ومن ثَمَّ فإن موضع الجسم في أي لحظة يحدد بالإحداثي x. أما إذا كانت الحركة عمودية، كما هو الحال بالنسبة إلى الأجسام التي تسقط نحو الأسفل، فإننا نستعمل عادة المحور y.

الإزاحة

تختلف المسافة التي يقطعها جسم ما عن إزاحته، التي تعرّف على أنها التغير في موضع الجسم. أي إن **الإزاحة** تمثل بعد الجسم عن النقطة التي بدأ منها حركته. ولمعرفة الفرق بين المسافة الكلية والإزاحة تخيل أن شخصاً ما يمشي 70 m نحو الشرق ثم يستدير إلى الخلف، ومن ثمّ يمشي نحو الغرب مسافة 30 m كما في (الشكل 2 - 4). إن المسافة الكلية التي قطعها هذا الشخص تساوي 100 m ولكن إزاحته تساوي 40 m لأنه أصبح الآن على بعد 40 m من نقطة البداية.

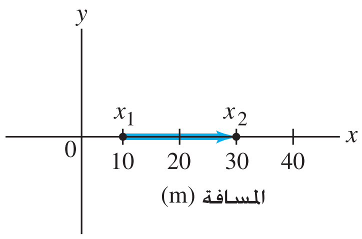
تنويه:
قد لا تكون الإزاحة مساوية للمسافة الكلية التي يقطعها الجسم.



الشكل 2 - 4 يمشي شخص ما 70 m نحو الشرق، ثم 30 m نحو الغرب. إن المسافة الكلية التي قطعها هذا الشخص تساوي 100 m (المسار المبين بالخط الأسود المقطع) ولكن إزاحته تساوي 40 m نحو الشرق، كما هو مبين بالسهم الأزرق.

الإزاحة كمية تحدد بالمقدار والاتجاه معًا. وتسمى مثل هذه الكميات بالمتجهات، وتمثل بأسهم في المخططات البيانية. فعلى سبيل المثال، في (الشكل 2 - 4) يمثل السهم الأزرق الإزاحة التي مقدارها 40 m واتجاهها نحو اليمين (الشرق).

وسوف نتعامل مع المتجهات بتفصيل أكثر في الفصل الثالث. أما في هذا الفصل، فسندرس الحركة في بعد واحد على خط مستقيم. وفي هذه الحالة، فإن المتجهات التي تشير إلى اتجاه واحد تكون موجبة، وأما المتجهات التي تشير إلى الاتجاه المعاكس فتكون سالبة؛ أي توضع إشارة السالب بجانب مقدارها.



الشكل 5-2 يمثل السهم الإزاحة $x_2 - x_1$. المسافات بالأمتار.

دعنا ندرس الآن حركة جسم ما خلال مدّة زمنية معينة. افترض أن موضع الجسم على المحور x عند الزمن t_1 هو x_1 كما في النظام الإحداثي المبين في (الشكل 5-2)، وافترض أيضًا أن الجسم تحرك على هذا المحور بحيث أصبح موضعه عند الزمن t_2 هو x_2. إن إزاحة هذا الجسم تساوي $x_2 - x_1$ وتمثل في المتّجه الذي يشير نحو اليمين في (الشكل 5-2)، وتكتب هكذا:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

حيث يعني الرمز Δ (حرف لاتيني يقرأ دلتا) (التغير في). وعليه فإن Δx تعني التغير في x أو التغير في الموضع الذي يساوي الإزاحة. لاحظ أن التغير في أي كمية يعني القيمة النهائية ناقص القيمة الابتدائية.

Δ تعني القيمة النهائية ناقص القيمة الابتدائية.

افترض أن $x_1 = 10.0$ m و $x_2 = 30.0$ m لذا فإن:

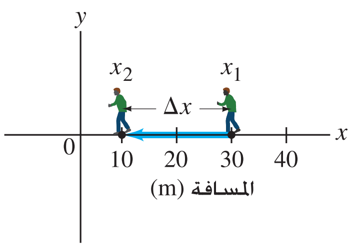
$$\Delta x = x_2 - x_1 = 30.0\,\text{m} - 10.0\,\text{m} = 20.0\,\text{m}$$

ولهذا، فإن الإزاحة تساوي 20.0 m بالاتجاه الموجب، كما في (الشكل 5-2).

افترض الآن أن جسماً ما قد تحرك نحو اليسار، كما في (الشكل 6-2). في هذه الحالة، نلاحظ أن الجسم قد بدأ حركته من الموضع $x^1 = 30.0$ m ومشى نحو اليسار إلى النقطة $x_2 = 10.0$ m، إذن:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10.0\,\text{m} - 30.0\,\text{m} = -20.0\,\text{m}$$

الشكل 6-2 يشير متجه الإزاحة $\Delta x = x_2 - x_1 = 10.0\,\text{m} - 30.0\,\text{m}$ نحو اليسار.



والسهم الأزرق الذي يمثل الإزاحة يشير نحو اليسار؛ أي أن الإزاحة تساوي 20.0 m نحو الاتجاه السالب. يوضح هذا المثال أنه عند دراسة الحركة في بعد واحد على المحور x يكون المتجه الذي يشير نحو اليمين موجباً، والمتجه الذي يشير نحو اليسار سالباً.

2-2 متوسط السرعة

لنتناول حركة كل من: عدّاء في سباق، حصان يركض، سيارة مسرعة أو حتى صاروخ ينطلق إلى الفضاء؛ إن الصفة المشتركة لحركة هذه الأجسام هي السرعة التي تتحرك بها، والتي تقودنا إلى مفهومي السرعة والسرعة المتجهة. يشير مصطلح السرعة إلى المسافة التي يقطعها جسم ما خلال مدّة زمنية بغض النظر عن الاتجاه، فإذا قطعت سيارة مسافة 240 km في 3 h فإن متوسط السرعة يساوي 80 km/h. وعلى نحو عام، يعرّف متوسط السرعة على أنه المسافة الكلية التي يقطعها الجسم على مسار ما مقسومة على الزمن الذي استغرقه لقطع هذه المسافة. أي أن:

متوسط السرعة

$$\text{متوسط السرعة} = \frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن المستغرق}} \qquad \textbf{(1-2)}$$

وفي أغلب الأحيان تستعمل السرعة والسرعة المتجهة في حياتنا اليومية خطأ على أنهما الكمية نفسها. ولكن في الفيزياء يجب أن نفرق بين هذين المصطلحين. إن **السرعة عبارة** عن عدد موجب تتبعه وحدة قياس. أما **السرعة المتجهة** فإنها تستعمل للإشارة إلى مقدار (قيمة عددية) السرعة التي يتحرك بها الجسم، وكذلك إلى اتجاه حركته (لذلك فإن السرعة المتجهة هي كمية متجهة). وهناك فرق آخر بين السرعة والسرعة المتجهة، وهو متوسط السرعة المتجهة، الذي يعرف بدلالة الإزاحة بدلًا من المسافة المقطوعة؛ أي أن:

السرعة

متوسط السرعة

$$\text{متوسط السرعة} = \frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن المستغرق}} = \frac{\text{الموضع النهائي - الموضع الابتدائي}}{\text{الزمن المستغرق}}$$

تنويه !

ليس من الضروري أن يكون متوسط السرعة مساوياً لمقدار متوسط السرعة المتجهة.

إن متوسط السرعة ومتوسط السرعة المتجهة لهما المقدار نفسه عندما تكون الحركة كلها في بعد واحد. وفي حالات أخرى، قد يختلف مقدار كل منهما عن الآخر. وبالعودة إلى (الشكل 2-4) نجد أن الشخص قد قطع مسافة 70 m شرقاً ثم 30 m غرباً. وعليه، فإن المسافة الكلية التي قطعها هذا الشخص تساوي $70\,\text{m} + 30\,\text{m} = 100\,\text{m}$، ولكن إزاحته 40 m. فإذا افترضنا أن الزمن الذي استغرقه هذا الشخص في المشي 70 s فإن متوسط سرعته يساوي:

$$1.4\,\text{m/s} = \frac{100\,\text{m}}{70\,\text{s}} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن المستغرق}}$$

أما مقدار متوسط السرعة المتجهة فيساوي:

$$0.57\,\text{m/s} = \frac{40\,\text{m}}{70\,\text{s}} = \frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن المستغرق}}$$

يحدث هذا الفرق بين السرعة والسرعة المتجهة عندما نحسب القيمة المتوسطة لكل منهما.

وعلى نحو عام، لدراسة حركة جسم ما في بعد واحد، نفترض أن موضع الجسم على المحور x عند اللحظة t_1 هو x_1، وفي وقت لاحق t_2 أصبح موضعه x_2. إن الزمن المستغرق $t_2 - t_1$ يمثل المدّة الزمنية التي تصبح خلالها إزاحة الجسم $\Delta x = x_2 - x_1$؛ لذلك فإن متوسط السرعة المتجهة الذي يعرف على أنه الإزاحة مقسومة على الزمن المستغرق، يكتب هكذا:

متوسط السرعة المتجهة

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \textbf{(2-2)}$$

حيث يشير الرمز $\bar{v}$ إلى متوسط السرعة المتجهة، أما المدّة الزمنية $t_2 - t_1$ فتمثل الزمن الذي استغرقه الجسم في الحركة خلال المدّة التي اخترناها لمراقبته.

حل المسألة

تبين الإشارتان + أو - اتجاه الحركة الخطية

وفي حال اعتبرنا محور x الموجب نحو اليمين، وكانت x_2 أقل من x_1، فإن الجسم يتحرك نحو اليسار. وفي هذه الحالة، فإن الإزاحة $\Delta x = x_2 - x_1$ تكون سالبة. وهكذا فإن إشارة الإزاحة، ومن ثَمَّ إشارة متوسط السرعة المتجهة تشير إلى الاتجاه؛ يكون متوسط السرعة المتجهة موجبًا للجسم الذي يتحرك نحو اليمين على طول المحور $+x$ وسالبًا إذا تحرك نحو اليسار، ويكون اتجاه متوسط السرعة المتجهة دائمًا باتجاه الإزاحة.

المثال 2-1 متوسط السرعة المتجهة لعدّاء.

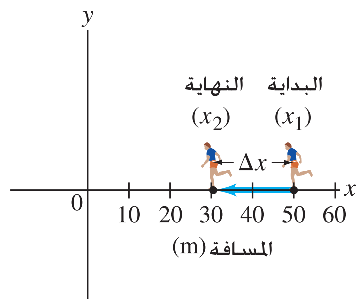
عندما يتحرك عدّاء على المحور x للنظام الإحداثي، فإن موضعه يمثل بدلالة الزمن. فإذا تغير موضع العداء من $x_1 = 50.0\,\text{m}$ إلى $x_2 = 30.5\,\text{m}$ خلال مدّة زمنية مقدارها 3.00-s، كما في (الشكل 2-7)، فكم كان متوسط السرعة المتجهة للعدّاء؟

النهج: نريد إيجاد متوسط السرعة المتجهة الذي يمثل الإزاحة مقسومة على المدّة الزمنية.

الحل: إن الإزاحة تساوي $\Delta x = x_2 - x_1 = 30.5\,\text{m} - 50.0\,\text{m} = -19.5\,\text{m}$ أما المدّة الزمنية $\Delta t = 3.00\,\text{s}$، ومن ثَمَّ فإن متوسط السرعة المتجهة هو:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-19.5\,\text{m}}{3.00\,\text{s}} = -6.50\,\text{m/s}$$

نلاحظ هنا أن الإزاحة ومتوسط السرعة المتجهة سالبان، وهذا يدل على أن العداء يتحرك على المحور x نحو اليسار، كما يوضح السهم الذي في (الشكل 2 - 7).



الشكل 2-7 المثال 2-1 يركض شخص من الموضع $x_1 = 50.0\,\text{m}$ إلى $x_2 = 30.5\,\text{m}$ فتكون إزاحته $-19.5\,\text{m}$.

المثال 2-2 المسافة التي يقطعها راكب دراجة.

كم المسافة التي يقطعها راكب دراجة خلال 2.5h عندما يسير على طريق مستقيم بمتوسط سرعة متجهة مقداره 18 km/h؟

النهج: الكميات المعلومة لدينا هي متوسط السرعة المتجهة والمدّة الزمنية (=2.5h)، والمطلوب إيجاد المسافة المقطوعة؛ لذلك نحل المعادلة 2-2 بدلالة Δx.

الحل: أعد كتابة المعادلة 2-2 كما يأتي:

$$\Delta x = \bar{v}\,\Delta t$$

وهكذا نجد أن: $\Delta x = \bar{v}\,\Delta t = (18\,\text{km/h})(2.5\,\text{h}) = 45\,\text{km}$

3-2 السرعة المتجهة اللحظية

إذا قدت سيارتك على طريق مستقيم في اتجاه واحد وقطعت 150 km في ساعتين، فإن مقدار متوسط السرعة المتجهة يساوي 75 km/h. ومع ذلك، فمن غير المرجح أن تكون سرعة السيارة عند كل لحظة 75 km/h بالضبط. وفي مثل هذه الحالة، نحتاج إلى مفهوم السرعة المتجهة اللحظية، وهي السرعة عند لحظة ما (مقدارها هو العدد، مع وحدة القياس، كما يشير إليه مقياس السرعة المبين في الشكل 2 - 8). وبدقة أكثر، تعرف السرعة المتجهة اللحظية عند لحظة ما على أنها متوسط السرعة المتجهة خلال مدّة زمنية متناهية في الصغر، أي أننا نبدأ من المعادلة 2-2.

الشكل 2 - 8 يبين مقياس السرعة في السيارة وحدة القياس mi/h باللون الأبيض ووحدة القياس km/h باللون البرتقالي.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

ونعرف السرعة المتجهة اللحظية على أنها متوسط السرعة المتجهة عندما تكون المدّة الزمنية صغيرة جداً؛ أي تقترب من الصفر، ويمكن كتابة تعريف السرعة المتجهة اللحظية v في بعد واحد كما يأتي:

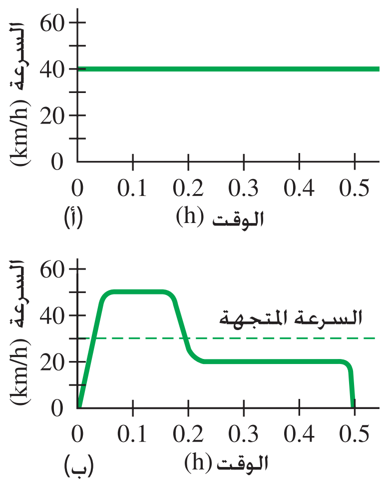
السرعة المتجهة اللحظية

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \textbf{(2-3)}$$

حيث يشير الرمز $\lim_{\Delta t \to 0}$ إلى أنه يتم إيجاد النسبة $\Delta x/\Delta t$ عندما تقترب Δt من الصفر. ويستخدم الرمز $\bar{v}$ للتعبير عن السرعة المتجهة اللحظية، أما الرمز $\bar{v}$ فيشير إلى متوسط السرعة المتجهة. في الجزء المتبقي من هذا الكتاب، عندما نستعمل مصطلح السرعة المتجهة فإن ذلك يشير إلى السرعة المتجهة اللحظية، وعندما نتحدث عن متوسط السرعة المتجهة فإننا نوضح ذلك باستعمال كلمة متوسط. لاحظ أن السرعة اللحظية تساوي دائمًا مقدار السرعة المتجهة اللحظية، لماذا؟ لأن المسافة تصبح مساوية لمقدار الإزاحة عندما يكون كل منهما متناهياً في الصغر.

عندما يتحرك جسم ما بسرعة متجهة منتظمة (أي ثابتة) خلال مدّة زمنية معينة، فإن سرعته المتجهة اللحظية عند أي لحظة هي متوسط سرعته المتجهة نفسها (انظر الشكل 2-9 أ). وفي أغلب الحالات لا يكون ذلك صحيحاً. فعلى سبيل المثال؛ قد تبدأ سيارة حركتها من السكون وتزداد سرعتها حتى تصل 50 km/h وتسير بهذه السرعة مدّة زمنية، ثم تقل سرعتها إلى 20 km/h في ازدحام مروري، وأخيرًا تقف بعد أن تكون قد قطعت ما مجموعه 15 km في 30 min. تُمَثَّل هذه الرحلة بيانيًا كما في (الشكل 2-9 ب). يظهر على الرسم أيضًا متوسط السرعة المتجهة (الخط المتقطع)، الذي يساوي $\bar{v} = \Delta x/\Delta t = 15\,\text{km}/0.50\,\text{h} = 30\,\text{km/h}$

الشكل 2 - 9 سرعة سيارة بدلالة الزمن عندما تكون السرعة: (أ) ثابتة (ب) متغيرة.



4-2 التسارع

يقال للجسم الذي يتحرك وتتغير سرعته المتجهة بأنه يتسارع، فعلى سبيل المثال: إنّ أيّ سيارة تزداد سرعتها من صفر إلى 80 km/h نقول بأنها تتسارع، أي أن التسارع يحدد السرعة التي تتغير بها السرعة المتجهة لجسم ما. ويعرف متوسط التسارع على أنه التغير في السرعة المتجهة مقسومة على الزمن الذي حدث فيه هذا التغير.

$$\text{متوسط التسارع} = \frac{\text{التغير في السرعة المتجهة}}{\text{المدّة الزمنية}}$$

وبالرموز، فإن متوسط التسارع $\bar{a}$ خلال المدّة الزمنية $\Delta t = t_2 - t_1$ التي حدث فيها التغير في السرعة المتجهة $\Delta v = v_2 - v_1$ يعرف على أنه

متوسط التسارع

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \textbf{(4-2)}$$

ومع أن التسارع كمية متجهة، إلا أننا وخلال دراستنا للحركة في بعد واحد نحتاج فقط إلى استعمال إشارة موجب أو إشارة سالب للإشارة إلى الاتجاه بالنسبة إلى النظام الإحداثي الذي تم اختياره.

ويعرف التسارع اللحظي عند أي لحظة بالطريقة نفسها التي عرفت بها السرعة المتجهة اللحظية؛ أي أن:

التسارع اللحظي

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{5-2}$$

وتشير Δv هنا إلى تغير صغير جداً في السرعة المتجهة خلال مدّة زمنية Δt صغيرة جداً أيضًا.

المثال 3-2 **متوسط التسارع .**

السكون يعني أن $v = 0$.

تتسارع سيارة من السكون على طريق مستقيم (كما في الشكل 2-10) حتى تصبح سرعتها 75 km/h في 5.0 s. ما مقدار متوسط تسارعها؟

النهج: متوسط التسارع هو التغير في السرعة المتجهة مقسومًا على المدّة الزمنية 5.0 s. بما أن السيارة بدأت من السكون، فإن $v_1 = 0$، ولهذا فإن السرعة المتجهة النهائية $v_2 = 75\ \text{km/h}$.

الحــل: من المعادلة 2-4 متوسط التسارع يساوي

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{75\ \text{km/h} - 0\ \text{km/h}}{5.0\ \text{s}} = 15\ \frac{\text{km/h}}{\text{s}}$$

ويقرأ هذا «خمسة عشر كيلو متراً لكل ساعة لكل ثانية»، ويعني ذلك أن السرعة تتغير في المتوسط بـ 15 km/h خلال كل ثانية. أي: افترض أن التسارع كان ثابتًا، إذن فسرعة السيارة ستزداد خلال الثانية الأولى من صفر إلى 15 km/h. وخلال الثانية التالية تزداد سرعتها أيضا 15 km/h لتصل سرعتها إلى 30 km/h في ثانيتين، وهكذا. انظر إلى (الشكل 2-10).

ملحوظة: تحتوي النتيجة التي حصلنا عليها على وحدتي قياس للزمن هما: ساعة وثانية. ولكننا نفضل عادة استعمال الثانية كوحدة قياس للزمن. ولذلك نحوّل km/h إلى m/s (انظر إلى البند 1-6 والمثال 1-5):

$$75\ \text{km/h} = \left(75\ \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}}\right)\left(\frac{1000\ \text{m}}{1\ \cancel{\text{km}}}\right)\left(\frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\ \text{s}}\right) = 21\ \text{m/s}$$

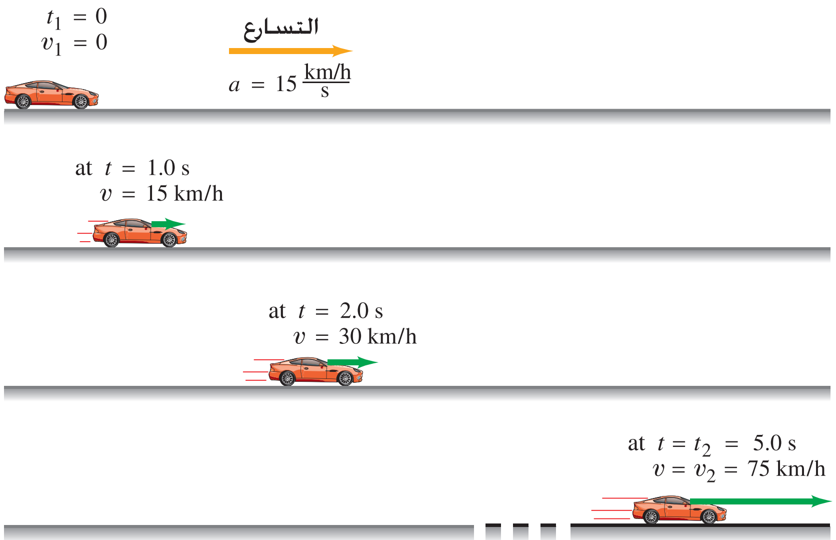
ثم نجد أن متوسط التسارع يساوي

$$\bar{a} = \frac{21\ \text{m/s} - 0.0\ \text{m/s}}{5.0\ \text{s}} = 4.2\ \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 4.2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

وغالبًا ما نكتب وحدة قياس التسارع هكذا m/s^2 (وتُقرأ مترًا لكل ثانية تربيع) بدلاً من m/s/s لأن:

$$\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}\cdot\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

وبناء على الحسابات التي في (المثال 2-3)، فإن السرعة المتجهة تتغير في المتوسط بـ 4.2 m/s في الثانية الواحدة؛ ليكون التغير الكلي في السرعة المتجهة 21 m/s خلال 5.0 s.



الشكل 2-10 (المثال 2-3).
يبين الشكل السيارة عند بداية الحركة؛ حيث $v_1 = 0$ عند اللحظة $t_1 = 0$. كما يبين الشكل أيضًا السيارة عندما $t = 1.0\ \text{s}$ ، و عندما $t = 2.0\ \text{s}$، وعند نهاية المدّة الزمنية $t_2 = 5.0\ \text{s}$. وقد افترضنا أن التسارع ثابت ويساوي 15 km/h/s. تمثل الأسهم ذات اللون الأخضر متجهات السرعة؛ حيث يمثل طول كل سهم مقدار السرعة المتجهة عند تلك اللحظة، أما متجه التسارع فيمثل بالسهم البرتقالي. لاحظ أن الشكل لا يتضمن المسافات التي قطعتها السيارة.

لاحظ أن التسارع يخبرنا كيف أن السرعة المتجهة تتغير على نحو سريع، في حين تخبرنا السرعة المتجهة أن الموضع يتغير على نحو سريع.

تنويه !

ميز السرعة المتجهة عن التسارع.

المثال المفاهيمي 4-2: السرعة المتجهة والتسارع.

(أ) إذا كانت سرعة جسم ما صفرًا، فهل هذا يعني أن تسارعه صفر؟ (ب) إذا كان التسارع صفرًا، فهل هذا يعني أن السرعة صفر؟ فكر في بعض الأمثلة.

الحل: عندما تكون السرعة المتجهة صفرًا، فهذا لا يعني بالضرورة أن يكون التسارع صفرًا، وكذلك إذا كان التسارع صفراً فإنه لا يعني أن السرعة المتجهة صفر. (أ) على سبيل المثال، عندما تضع قدمك على دواسة البنزين في سيارتك التي تكون ساكنة، فإن السرعة تبدأ من الصفر، ولكن التسارع ليس صفراً؛ لأن سرعة السيارة تتغير (كيف يمكن إذن لسيارتك أن تتحرك إلى الأمام إذا لم تتغير السرعة المتجهة؛ هذا هو التسارع.) (ب) عندما تقود سيارتك على طريق سريع بسرعة متجهة ثابتة مقدارها 100 km/h فإن التسارع يكون صفرًا، ولكن السرعة المتجهة لا تساوي صفرًا. $a = 0, v \neq 0$

تنويه !

إذا كانت a أو v يساوي صفر، فهل هذا يعني أن الآخر صفرًا أيضًا؟.

التمرين(أ): أُعلن أن سيارة تنطلق من الصفر لتصل سرعتها المتجهة إلى 60 mi/h في 6.0 s. بماذا يخبرنا ذلك عن السيارة : (أ) سريعة (سرعة عالية) أم (ب) تتسارع؟

المثال 5-2 تباطؤ السيارة.

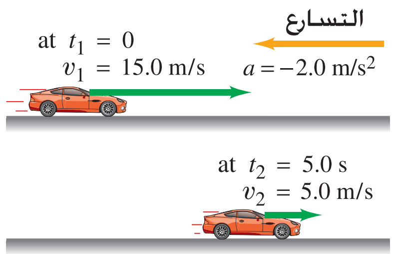
تتحرك سيارة إلى اليمين على طريق سريع ومستقيم، والذي اخترناه ليمثل محور x الموجب (الشكل 2 - 11) . ثم استعمل السائق الكابح. فإذا كانت السرعة المتجهة الابتدائية (عندما استعمل السائق الكابح) $v_1 = 15.0\,\text{m/s}$، ثم انخفضت سرعتها لتصل $v_2 = 5.0\,\text{m/s}$ خلال 5.0 s، فكم كان متوسط تسارع السيارة؟

النهج: معلوم لدينا السرعة المتجهة الابتدائية والنهائية، وكذلك الزمن المستغرق، وعليه يمكن استعمال (المعادلة 2-4) لحساب متوسط التسارع .

الإجابة: نستعمل (المعادلة 2-4) ونتذكر أن الزمن الابتدائي $t_1 = 0$ و $t_2 = 5.0\,\text{s}$. (لاحظ أن اختيار الزمن الابتدائي $t_1 = 0$ لا يؤثر في حساب متوسط التسارع لأن $\Delta t = t_2 - t_1$ هي التي تظهر فقط في (المعادلة 2-4). وهكذا فإن:

$$\bar{a} = \frac{5.0\,\text{m/s} - 15.0\,\text{m/s}}{5.0\,\text{s}} = -2.0\,\text{m/s}^2$$

تظهر إشارة السالب في الحل النهائي؛ لأن السرعة المتجهة النهائية أقل من السرعة المتجهة الابتدائية. وفي هذه الحالة، يكون اتجاه التسارع إلى اليسار (باتجاه محور x السالب) بالرغم من أن اتجاه السرعة المتجهة نحو اليمين. ولذلك نقول إن التسارع يساوي $2.0\,\text{m/s}^2$ نحو اليسار، ويمثل في (الشكل 2 - 11) بالسهم البرتقالي.



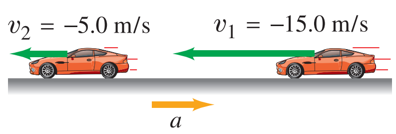
الشكل 2-11 (المثال 2 - 5) يبين الشكل موضع السيارة عند اللحظتين t_1 , t_2 ويمثل السهم الأخضر السرعة المتجهة للسيارة. متجه التسارع (اللون البرتقالي) يشير إلى اليسار؛ لأن السيارة تتباطأ في أثناء حركتها إلى اليمين.

التباطؤ

عندما تقل السرعة المتجهة لجسم ما نقول أحيانا بأنه يتباطأ. والتباطؤ لا يعني بالضرورة أن التسارع سالب. فالجسم الذي يتحرك إلى اليمين على محور x الموجب وتقل سرعته المتجهة يكون تسارعه سالباً (كما في الشكل 2-11). ولكن إذا تحركت السيارة نفسها إلى اليسار (x تتناقص) وقلت سرعتها، فإن تسارعها موجب ويشير إلى اليمين، كما في الشكل 2-12. ويقال بأن الجسم يتباطأ عندما يقل مقدار سرعته المتجهة، وفي هذه الحالة تكون السرعة المتجهة والتسارع في اتجاهين متعاكسين.

تنويه !

التباطؤ يعني أن مقدار السرعة المتجهة تتناقص. ولكن ليس من الضروري أن تكون a سالبة.



الشكل 2 - 12 السيارة التي في المثال 2-5 تتحرك الآن نحو اليسار وتتباطأ. والتسارع يساوي:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-5.0\,\text{m/s} - (-15.0\,\text{m/s})}{5.0\,\text{s}} = \frac{-5.0\,\text{m/s} + 15.0\,\text{m/s}}{5.0\,\text{s}} = +2.0\,\text{m/s}$$

التمرين(ب): تتحرك سيارة على محور x. ما إشارة تسارع السيارة إذا تحركت على محور x الموجب مع: (أ) زيادة سرعتها؟ (ب) نقصان سرعتها ؟ وما إشارة التسارع إذا تحركت السيارة بالاتجاه السالب مع: (أ) زيادة سرعتها؟ (ب) نقصان سرعتها؟

5-2 الحركة بتسارع ثابت

افترض a = ثابتا

هناك العديد من الحالات العملية التي تحدث ويكون فيها التسارع ثابتاً أو ثابتًا تقريبًا. دعنا الآن نختبر هذه الحالة عندما يكون مقدار التسارع ثابتاً والحركة في خط مستقيم. في هذه الحالة يكون التسارع اللحظي مساوياً لمتوسط التسارع.

ولنعرف الآن كلًّا من السرعة المتجهة والتسارع لاشتقاق مجموعة معادلات مفيدة للغاية عندما يكون التسارع ثابتاً. تربط هذه المعادلات بين t ، و a ، و v، وx وتمكننا من معرفة أيّ من هذه المتغيرات إذا علمت بقيتها.

$x\ (\text{at } t = 0) = x_0$

$v\ (\text{at } t = 0) = v_0$

t = الوقت المستغرق

من أجل التبسيط في الرموز المستعملة، نفترض أن الزمن الابتدائي $t_1 = t_0 = 0$:t_0 (أي لحظة تشغيل ساعة التوقيت) والزمن الذي يستغرقه الجسم في حركته $t_2 = t$. أما الموضع الابتدائي (x_1) والسرعة المتجهة الابتدائية (v_1) فيرمز إليهما بـ x_0, v_0 وتمثل كل من x, v عند اللحظة $t = 0$. وأمّا بالنسبة للموضع والسرعة بعد مرور الزمن t فيرمز إليهما بـ x, v (بدلا من x_2, v_2) وهكذا فإن متوسط السرعة المتجهة خلال المدّة الزمنية $t - t_0$ يساوي:

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{x - x_0}{t}$$

أما التسارع $t_0 = 0$ وعلى فرض أنه ثابت فيساوي (المعادلة 2 - 4):

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

ومن المسائل الشائعة تحديد السرعة المتجهة لجسم ما بعد مرور زمن معين t على بدء حركته، وذلك عندما يتحرك بتسارع ثابت ومعلوم. يمكن حل مثل هذه المسائل باستعمال المعادلة الأخيرة أعلاه لنحصل على

ترتبط v مع a و t

$$v = v_0 + at \qquad [\text{تسارع ثابت}] \qquad \textbf{(6-2)}$$

فعلى سبيل المثال، قد يكون معلوماً لدينا أن تسارع درّاجة ما يساوي $4.0\ \text{m/s}^2$، ونريد تحديد سرعتها المتجهة بعد مرور $6.0\ \text{s}$ على بدء حركتها على فرض أنها بدأت حركتها من السكون ($v_0 = 0$ عندما $t_0 = 0$). عند اللحظة $t = 6.0\ \text{s}$ تكون سرعة الدراجة $v = at = (4.0\ \text{m/s}^2)(6.0\ \text{s}) = 24\ \text{m/s}$.

دعنا الآن نجد موضع جسم ما بعد مرور زمن معين t على بدء حركته، وعلى فرض أنه يتحرك بتسارع ثابت. إن تعريف متوسط السرعة (المعادلة 2-2) هو $\bar{v} = (x - x_0)/t$ الذي يمكن كتابته كما يلي:

$$x = x_0 + \bar{v}t \qquad \textbf{(7-2)}$$

بما أن السرعة تزداد بمعدل ثابت، فإن متوسط السرعة $\bar{v}$ يكون في المنتصف بين السرعة المتجهة الابتدائية والسرعة المتجهة النهائية؛ أي أن:

! تنويه

متوسط السرعة المتجهة، ولكن فقط إذا كان a = ثابتا.

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2} \qquad [\text{تسارع ثابت}] \qquad \textbf{(8-2)}$$

(لاحظ أن المعادلة 2-8 ليس من الضروري أن تكون صحيحة إذا لم يكن التسارع ثابتاً). يمكن استعمال المعادلتين الأخيرتين مع (المعادلة 2-8) لنحصل على الموضع:

$$x = x_0 + \bar{v}t = x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$$

$$= x_0 + \left(\frac{v_0 + v_0 + at}{2}\right)t$$

أو

ترتبط x مع a و t (التسارع ثابت)

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad [\text{تسارع ثابت}] \qquad \textbf{(9-2)}$$

إن المعادلات الثلاث: 2-6، و 2-8 و 2-9 هي من ضمن أربع معادلات مفيدة لوصف الحركة بتسارع ثابت. سنشتق الآن المعادلة الرابعة التي تكون مفيدة في الحالات التي لا يكون فيها الزمن معلوماً. نبدأ من (المعادلة 2-7) ونعوضها في (المعادلة 2-8)

$$x = x_0 + \bar{v}t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t$$

ثم نحل (المعادلة 2-6) بالنسبة إلى الزمن t لنحصل على:

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

ونعوّضها في المعادلة الأخيرة لنجد أن:

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

والآن، نحل هذه المعادلة بالنسبة لِـ v^2 لنحصل على

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad [\text{تسارع ثابت}] \qquad \mathbf{(2\text{-}10)}$$

ترتبط v مع a و x (a = ثابتاً)

وهذه هي المعادلة المطلوبة.

وعليه، يكون لدينا الآن أربع معادلات تربط بين كلّ من الموضع والسرعة المتجهة، والتسارع والزمن، وذلك عندما يكون التسارع a ثابتاً. ولقد جمعنا هذه المعادلات هنا في مكان واحد ليسهل الرجوع إليها مستقبلا.

$$v = v_0 + at \qquad [a = \text{ثابتًا}] \qquad \mathbf{(2\text{-}11\ أ)}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad [a = \text{ثابتًا}] \qquad \mathbf{(2\text{-}11\ ب)}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad [a = \text{ثابتًا}] \qquad \mathbf{(2\text{-}11\ ج)}$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2}. \qquad [a = \text{ثابتًا}] \qquad \mathbf{(2\text{-}11\ د)}$$

معادلات علم الحركة للتسارع الثابت (سوف نستعملها كثيراً)

وهذه المعادلات المفيدة لا تكون صحيحة إلا إذا كان التسارع a ثابتًا. وفي العديد من الحالات يمكن أن نضع $x_0 = 0$ وهذا يبسط المعادلات أعلاه بعض الشيء. لاحظ أن x تمثل الموضع وليس المسافة، ذلك أن $x - x_0$ هي الإزاحة، في حين أن t تمثل الزمن.

المثال 2-6 **تصميم مدرج مطار.**

تطبيق الفيزياء

تصميم مطار

لنفترض أنك تصمّم مطارًا للطائرات الصغيرة. وهناك طائرة من نوع معين من المحتمل أن تستعمل مدرج المطار، ويجب أن تصل سرعتها على الأقل قبل الإقلاع إلى 27.8 m/s (100 km/h)، ويمكن أن تتسارع بمقدار $2.00\ m/s^2$. (أ) إذا كان طول المدرج 150 m، فهل يمكن لهذه الطائرة أن تصل إلى السرعة المطلوبة للإقلاع؟ (ب) إذا لم تتمكن، فما أقل طول مناسب للمدرج؟

النهج: إن تسارع الطائرة ثابت ويساوي ($a = 2.00\ m/s^2$)، ولذلك يمكننا استعمال معادلات الحركة بتسارع ثابت. معلوم لدينا من الفرع (أ) أن الطائرة يمكن أن تسير مسافة 150 m. وبما أن الطائرة بدأت حركتها من السكون، لذلك فإن $v_0 = 0$ ويمكن اعتبار $x_0 = 0$.

المطلوب إيجاد سرعة الطائرة وتحديد ما إذا كانت تصل إلى 27.8 m/s على الأقل أم لا. نريد إيجاد السرعة v عندما يكون معلومًا لدينا

المعلوم	المطلوب
$x_0 = 0$	v
$v_0 = 0$	
$x = 150\ m$	
$a = 2.00\ m/s^2$	

حل المسألة

المعادلات 2-11 تصلح فقط إذا كان التسارع ثابتًا، وهذا ما نفترضه في هذا المثال.

الحل: (أ) من المعادلات الأربع أعلاه، نجد أن (المعادلة 2-11جـ) تعطي السرعة v عندما تكون قيم x_0, x, a, v_0 معلومة:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$
$$= 0 + 2(2.0\ m/s^2)(150\ m) = 600\ m^2/s^2$$
$$v = \sqrt{600\ m^2/s^2} = 24.5\ m/s$$

وهذا يعني أن طول المدرج غير كاف.

(ب) الآن نريد إيجاد أقل طول للمدرج، $x - x_0$. بما أن $v = 27.8\ m/s$ و $a = 2.00\ m/s^2$، فإننا نستعمل (المعادلة 2-11جـ) مرة أخرى، ولكن بكتابتها كما يلي:

$$(x - x_0) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(27.8\ m/s)^2 - 0}{2(2.0\ m/s^2)} = 193\ m$$

وهكذا، فإنّ مدرّجًا طوله 200-m يكون مناسباً أكثر لهذه الطائرة.

6-2 مسائل محلولة

قبل حلّ المزيد من الأمثلة، دعنا ننظر في كيفية حل مسألة ما. أولا من الضروري أن تعرف أن الفيزياء ليست مجرد معادلات تحفظ عن ظهر قلب (في الحقيقية بدلاً من حفظ المعادلات (2-11) من الأفضل أن تفهم كيف تشتقها من تعريف كل من السرعة والتسارع كما فعلنا ذلك سابقًا). إن البحث عن معادلة من المحتمل أن تفيدك في حل مسألة ما قد يقودك إلى نتيجة خطأ، وهذا بالتأكيد لن يساعدك على فهم الفيزياء. إن الطريقة الفضلى لحل المسألة هو اتباع الخطوات التالية، التي وضعت ضمن إطار خاص (ستجد خلال هذا الكتاب الكثير منها؛ وذلك لمساعدتك في حل المسائل):

طريقة حل المسائل

1. اقرأ المسألة، ثم أعد **قراءتها** كاملة وبحذر قبل محاولة حلها.

2. حدّد **الجسم** (أو الأجسام) التي سوف تدرسها وعلى أي مدّة زمنية. وفي أغلب الأحيان يمكنك اختيار الزمن الابتدائي $t = 0$.

3. **ارسم مخططًا بيانيًا** أو صورةً تمثل الحالة التي تدرسها، واختر محوري الإحداثيات عندما يكون ذلك ضروريًا. (يمكنك وضع نقطة الأصل والمحورين في المكان الذي تريده حتى تجري حساباتك بسهولة. وحدد كذلك الاتجاهين الموجب والسالب للمحورين. عادة نختار المحور x الذي لليمين ليكون موجبًا).

4. سجل الكميات المعلومة لديك أو المعطيات، وبعد ذلك حدد الكمية التي تريد معرفتها. تذكر أن تأخذ بالحسبان الكميات عند بداية المدّة الزمنية المختارة ونهايتها. قد تحتاج إلى تفسير اللغة بدلالة مصطلحات فيزيائية. فعلى سبيل المثال " بدأ من السكون" تعني $v_0 = 0$.

5. فكّر على أيٍّ من **مبادىء الفيزياء** تنطبق المسألة. استعمل حدسك وتجاربك الخاصة، ثم خطّط لطريقة الحل.

6. حدّد المعادلات (و / أو التعريفات) التي تربط بين الكميات التي تشتمل عليها المسألة. وقبل استعمالها تأكد من أنها مناسبة للمجال قيد الدراسة. ينطبق هذا أيضًا على المسألة التي تدرسها (مثلا المعادلات 2-11 صحيحة فقط عندما يكون التسارع ثابتاً). إذا وجدت أن هناك معادلة يمكن تطبيقها وتشتمل على كميات معلومة، ومجهول ترغب في إيجاده، **فحل** المعادلة بالنسبة للمجهول، في حالات كثيرة، قد يحتاج إلى عدة حسابات أو إلى مجموعة من المعادلات. ويفضل في أغلب الأحيان الحل جبريًا بالنسبة للمجهول قبل تعويض القيم الحسابية.

7. اجرِ الحساب اللازم إذا كانت المسألة عددية. واحتفظ دائماً بمنزلة إضافية أو منزلتين خلال الحسابات، ولكن قرّب الحل النهائي بحيث يحتوي على العدد الصحيح من الأرقام المعنوية (البند 1-4).

8. فكّر في النتيجة التي تحصل عليها: هل هي معقولة؟ وهل لها معنى طبقًا لحدسك وتجربتك؟ والاختبار الجيد هو عمل تقدير تقريبي مستعملاً قوى العدد عشرة، كما جرت مناقشته في (البند 1-7). يفضل عادة استعمال **التقدير التقريبي** في بداية المسألة العددية لأنه يساعدك في تركيز اهتمامك على إيجاد طريقة للحل.

9. تتبع وحدات القياس في أثناء الحل. إن إشارة المساواه تعني أن الوحدات التي على طرفيها متساوية، تمامًا كما هو الحال بالنسبة إلى الأعداد، وإذا لم تتوازن **الوحدات** فإنك دون شك قد ارتكبت خطأً ما. يمكن استخدام ذلك كاختبار للتأكد من طريقة حلك (ولكن هذا الاختبار يبين فقط أنك أخطأت ولا يخبرك بصحة الحل). استعمل دائمًا مجموعة متوافقة من الوحدات.

المثال 2-7 تسارع سيارة

احسب الزمن الذي تستغرقه سيارة لتجتاز تقاطعاً عرضه 30.0-m بعد أن تصبح إشارة المرور خضراء، على افتراض أن السيارة بدأت من السكون، وتحرّكت بتسارع ثابت مقداره $2.00\ m/s^2$؟

النهج: نتبع الخطوات التي وضعت في الإطار الخاص بحل مسألة ما خطوة بخطوة.

الحل:

1. تأكد من أنك فهمتها وحددت المجهول الذي تطلبه المسألة (هنا المدّة الزمنية).

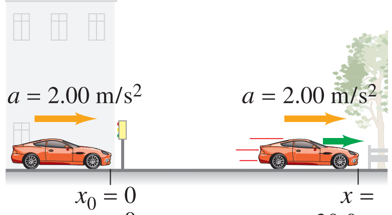
2. **الجسم موضع الدراسة هو السيارة.** نحتاج إلى تحديد المدّة الزمنية التي نراقب من خلالها حركة السيارة. نختار الزمن الابتدائي $t = 0$ ليمثل اللحظة التي بدأت عندها السيارة بالحركة من السكون $(v_0 = 0)$ والزمن t ليمثل اللحظة التي تكون عندها السيارة قد قطعت 30.0-m ؛ أي عرض التقاطع.

3. **ارسم مخططاً بيانياً يمثل هذه الحالة**، كما في (الشكل 2 - 13)، يتضح من الشكل أن السيارة تتحرك على محور x الموجب. نختار $x_0 = 0$ عند مقدمة السيارة قبل أن تبدأ حركتها.

حل المسألة

" البدء من السكون" يعني أن $v = 0$ عندما $t = 0$ (أي أن $v_0 = 0$)

الشكل 2-13 ، (المثال 2-7)



المعلوم	المجهول
$x_0 = 0$ $x = 30.0\ \text{m}$ $a = 2.00\ \text{m/s}^2$ $v_0 = 0$	t

4. الكميات المعلومة وتلك المطلوب إيجادها موضحة في الجدول الذي على الهامش؛ حيث اخترنا $x_0 = 0$. لاحظ أن "بدأ من السكون" تعني أن $v = 0$ عند اللحظة $t = 0$؛ أي أن $v_0 = 0$.

5. الفيزياء : حدثت الحركة بتسارع ثابت، لذلك يمكننا استعمال (المعادلات 2-11).

6. المعادلات : نريد إيجاد الزمن، ومعلوم لدينا المسافة والتسارع. إن (المعادلة 2-11 ب) مناسبة؛ حيث إن الكمية الوحيدة المجهولة هي الزمن t. ضع $v_0 = 0$ و $x_0 = 0$ في هذه المعادلة $\left(x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2\right)$ لتحصل على الزمن t:

$$x = \tfrac{1}{2}at^2$$

$$t^2 = \frac{2x}{a}$$

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

7. الحساب:

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2(30.0\ \text{m})}{2.00\ \text{m/s}^2}} = 5.48\ \text{s}$$

وهذا هو الحل . لاحظ أن وحدة القياس صحيحة.

حل المسألة

تأكد من إجابتك

8. نختبر الآن معقولية الحل، وذلك من خلال حساب السرعة النهائية.
$v = at = (2.00\ \text{m/s}^2)(5.48\ \text{s}) = 10.96\ \text{m/s}$ ثم نجد $x = x_0 + \bar{v}t$ ، أي أن $0 + \frac{1}{2}(10.96\ \text{m/s} + 0)(5.48\ \text{s}) = 30.0\ \text{m}$ وهذه هي المسافة التي أعطيت في المسألة.

9. نختبر وحدات القياس؛ حيث نجد أنها صحيحة (الثواني).

ملحوظة: في الخطوتين 6 و 7 عندما أُخذ الجذر التربيعي، كان من المفترض أن نكتب . ومن وجهة نظر رياضية، فإن هناك حلين. لكن الحل الثاني $t = -5.48\ \text{s}$ هو الزمن الذي قبل المدّة الزمنية التي اخترناها، وهذا يعني أنه ليس له معنى فيزيائياً، وبذا فإنه يهمل.

$$t = \pm\sqrt{2x/a} = \pm\, 5.48\ \text{s}$$

لقد اتبعنا الخطوات التي وضعت في " الإطار الخاص لحل مسألة ما"، عند حل (المثال 2-7). وفي الأمثلة اللاحقة سوف نستعمل طريقة الحل الاعتيادية حتى لا يكون هناك إسهاب.

المثال 2-8 قدّر الأكياس الهوائية

تطبيق الفيزياء

أكياس الهواء في السيارة

افترض أنك تريد تصميم نظام للأكياس الهوائية التي تحمي السائق في أثناء تصادم مباشر بسرعة 100 km/h (تقريبًا 60 mph). قدّر الزمن الذي يجب أن ينتفخ (الشكل 2 - 14) خلاله كيس الهواء حتى يحمي السائق على نحو فاعل. بيّن كيف أن استعمال حزام الأمان يساعد السائق أيضاً.

النهج: نفترض أن التسارع ثابت تقريبًا، وعليه يمكن استعمال (المعادلات 2 - 11). تحتوي (المعادلتان 2 - 11 أ،ب) على الزمن، وهو الكمية المطلوب إيجادها. كما أن هاتين المعادلتين تحتويان على التسارع الذي يمكن إيجاده من خلال استعمال (المعادلة 2-11 جـ) إذا علمنا المسافة التي تُسحق خلالها السيارة نتيجة للتصادم، فمن المحتمل أن تكون هذه المسافة كتقدير تقريبي مترًا واحدًا. نختار المدّة الزمنية لتبدأ من اللحظة التي يحدث فيها التصادم بسرعة $v_0 = 100\ \text{km/h}$ ، وتنتهي عندما تتوقف السيارة $(v = 0)$ بعد متر واحد.

الشكل 2-14 ينتفخ كيس الهواء عند التصادم.

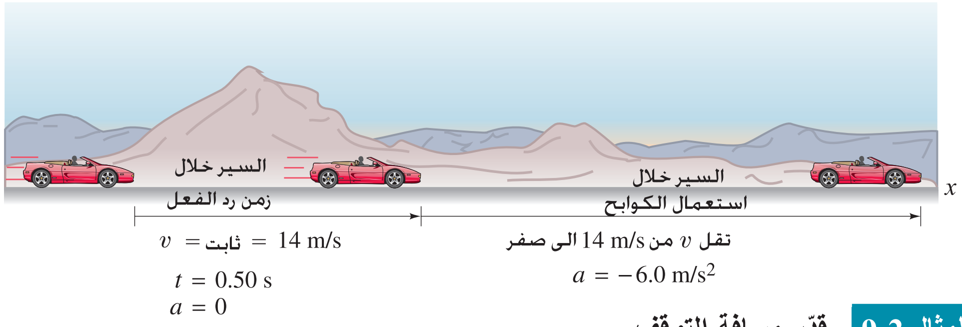
الحل: نحول السرعة الابتدائية المعطاة إلى وحدات النظام الدولي (SI):
$100\ \text{km/h} = 100 \times 10^3\ \text{m}/3600\ \text{s} = 28\ \text{m/s}$ ، ثم نجد التسارع من (المعادلة 2-11جـ)

$$a = -\frac{v_0^2}{2x} = -\frac{(28\ \text{m/s})^2}{2.0\ \text{m}} = -390\ \text{m/s}^2$$

وهذا التسارع الهائل يحدث في زمن يُعطى (د):

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 28\ \text{m/s}}{-390\ \text{m/s}^2} = 0.07\ \text{s}$$

وهذا يعني أن كيس الهواء يجب أن ينتفخ قبل هذا الزمن حتى يكون فعالاً. ما الذي يقوم به كيس الهواء؟ إنه يوزع القوة على مساحة كبيرة من الصدر (حتى لا ينثقب الصدر من عجلة القيادة). إن حزام الأمان يبقي الشخص في وضع مستقر عندما ينتفخ كيس الهواء.



الشكل 2-15 المثال 2-9 مسافة التوقف لسيارة في أثناءاستعمال الكوابح

تطبيق الفيزياء
مسافات التوقف

المثال 2-9 قدّر مسافة التوقف

إن تقدير أقل مسافة توقف للسيارة أمر مهم للسلامة المرورية وتصميم حركة المرور. يتم التعامل مع هذه المشكلة في جزأين؛ أي مدّتين زمنيتين منفصلتين. (1) تبدأ المدّة الزمنية الأولى عندما يقرر السائق استعمال الكوابح، وتنتهي عندما تلمس قدمه دواسة الكوابح. وهذا هو "**زمن رد الفعل**" وتكون السرعة خلاله ثابتة؛ أي أن $(a = 0)$. (2) المدّة الزمنية الثانية هي المدّة الفعلية لاستعمال الكوابح عندما تتباطأ السيارة $(a \neq 0)$ ثم تتوقف. تعتمد مسافة التوقف على زمن رد الفعل للسائق والسرعة الابتدائية للسيارة (السرعة النهائية تساوي صفرًا) وتسارعها. إذا كانت الطريق جافة والإطارات جيدة، فإن الكوابح الجيدة تجعل السيارة تتباطأ بمعدل حوالي $5\ \text{m/s}^2$ إلى $8\ \text{m/s}^2$. احسب مسافة التوقف الكلية على اعتبار أن السرعة المتجهة الابتدائية للسيارة $50\ \text{km/h}\ (14\ \text{m/s} \approx 31\ \text{mi/h})$ وأن تسارعها $-6.0\ \text{m/s}^2$ (إن السبب في ظهور إشارة السالب هو أننا اعتبرنا أن اتجاه السرعة على محور x الموجب وأن مقدارها يقل). زمن رد الفعل للسائق ربما يتراوح بين 0.3 s إلى 1.0 s، دعنا نفترضه 0.50 s.

النهج: خلال المدّة الزمنية الأولى "زمن رد الفعل" تتحرك السيارة بسرعة ثابتة مقدارها 14 m/s، لذلك فإن $a = 0$. وخلال المدّة الزمنية الثانية عندما يتم الدوس على الكوابح، فإن التسارع $a = -6.0\ \text{m/s}^2$ ويكون ثابتًا خلال هذه المدّة. لكلا الجزأين التسارع ثابت، ولذا يمكن استعمال (المعادلات 2-11).

الحل: الجزء (1). افترض أن $x_0 = 0$ للجزء الأول من المسألة، الذي تتحرك خلاله السيارة بسرعة ثابتة مقدارها 14 m/s، خلال المدّة الزمنية التي يُظهر فيها السائق رد فعل $(0.50\ \text{s})$ انظر إلى (الشكل 2-15) والجدول الذي في الهامش.

لا يمكن استعمال (المعادلة 2-11 جـ) لإيجاد x؛ أي موضع السيارة عند اللحظة $t = 0.50$ s (عند بدء استعمال الكوابح)؛ لأنها تحتوي على الحد a ، x الذي يساوي صفرًا. لذلك نجد أن (المعادلة 2-11ب) تفي بالمطلوب:

$$x = v_0 t + 0 = (14\ \text{m/s})(0.50\ \text{s}) = 7.0\ \text{m}$$

وهذا يعني أن السيارة تقطع مسافة 7.0 m خلال زمن رد الفعل للسائق، وحتى يستعمل الكوابح سوف نستعمل هذه النتيجة كمدخل للجزء (2).

الجزء (2) لنعتبر الآن المدّة الزمنية الثانية التي يتم خلالها الدوس على الكوابح وتتوقف السيارة. الموضع الابتدائي $x_0 = 7.0$ m (نتيجة الجزء(1)) والمتغيرات الأخرى مبينة في الجدول الذي في الهامش. لا تحتوي (المعادلة 2-11 أ) على x، و(المعادلة 2-11 ب) تحتوي على x والمجهول t. أما (المعادلة 2-11 جـ) $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ فهي المناسبة للحل. بعد أن نضع $x_0 = 7.0$ m نقوم بحل المعادلة بالنسبة إلى x؛ أي الموضع النهائي للسيارة (عندما تتوقف):

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \\ &= 7.0\ \text{m} + \frac{0 - (14\ \text{m/s})^2}{2(-6.0\ \text{m/s}^2)} = 7.0\ \text{m} + \frac{-196\ \text{m}^2/\text{s}^2}{-12\ \text{m/s}^2} \\ &= 7.0\ \text{m} + 16\ \text{m} = 23\ \text{m} \end{aligned}$$

وهذا يعني أن السيارة تقطع 7.0 m خلال زمن رد الفعل للسائق، بالإضافة إلى 16 m خلال مدّة الدوس على الكوابح قبل أن تتوقف السيارة. وهكذا فإن المسافة الكلية التي قطعتها السيارة 23 m. يبين (الشكل 2-16) رسماً بيانياً للسرعة v مقابل الزمن t. لاحظ أن السرعة v ثابتة من $t = 0$ إلى $t = 0.50$ s، ثم تقل بعد ذلك على نحو خطي حتى تصبح صفرًا.

ملحوظة: نلاحظ من المعادلة أعلاه التي للموضع x أن المسافة التي تقطعها السيارة بعد الضغط على الكوابح $(= x - x_0)$ تزداد، ليس فقط خطيًا مع السرعة الابتدائية، وإنما مع مربع السرعة الابتدائية أيضًا. لذلك إذا كنت تسير بضعفي السرعة فإنك تحتاج إلى أربعة أضعاف المسافة كي تتوقف.

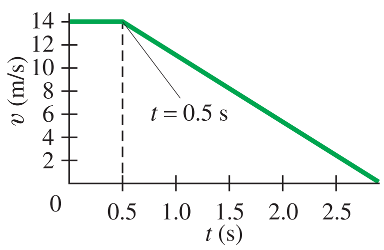
الجزء 1: زمن رد الفعل

المعلوم	المجهول
$t = 0.50$ s	x
$v_0 = 14$ m/s	
$v = 14$ m/s	
$a = 0$	
$x_0 = 0$	

الجزء 2: استعمال الكوابح

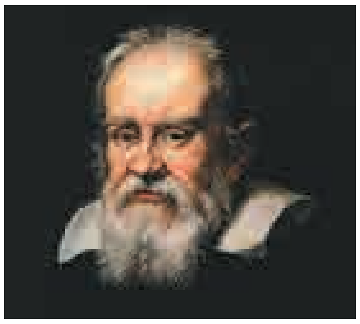
المعلوم	المجهول
$x_0 = 7.0$ m	x
$v_0 = 14$ m/s	
$v = 0$	
$a = -6.0\ \text{m/s}^2$	

الشكل 2-16 المثال 2-9. رسم بياني لِـ v مقابل t.



إن تحليل الحركة الذي تمت مناقشته في هذا الفصل هو في الأساس جبري. ومن المفيد في بعض الأحيان استخدام التفسير البياني أيضًا: انظر إلى البند الاختياري 2-8.

7-2 السقوط الحر للأجسام



الشكل 2 - 17 غاليليوغاليلي (1564-1642)

أحد الأمثلة الأكثر شيوعًا على الحركة بتسارع ثابت هي تلك التي يُسمح بها للجسم بالسقوط حرًّا بالقرب من سطح الأرض. وقد لا يكون واضحًا في البداية أن الجسم الساقط يتسارع، ولكن حذار من التفكير كما كان يُعتقد على نطاق واسع، حتى جاء غاليليو (الشكل 2-17)، الذي أشار إلى أن الأجسام الأثقل تسقط بسرعة أكبر من الأجسام الخفيفة، وأن السرعة التي يسقط بها الجسم تتناسب مع كتلته.

إن تحليل غاليليو للأجسام الساقطة مبني على استخدام أسلوب جديد ومبتكر لتخيّل ما سيحدث في الحالات المثالية (المبسّطة). افترض غاليليو أن الأجسام جميعها في حالة السقوط الحر تسقط بالتسارع الثابت نفسه في غياب الهواء أو أي مقاومة أخرى. وقد بيّن أن هذه الفرضية تنبأ بأن الجسم الذي يسقط من السكون يقطع مسافة تتناسب مع مربع الزمن (الشكل 2 - 18)؛ أي أن $d \propto t^2$. يمكننا ملاحظة ذلك من (المعادلة 2 - 11 ب)، ولكن غاليليو كان أول من اشتق هذه العلاقة الرياضية [من بين الإسهامات العظيمة التي قدمها غاليليو للعلوم وضع علاقات رياضية من هذا القبيل والإصرار على نتائج التجارب التي يمكن أن يتم التحقق منها كميًّا $d \propto t^2$].

وقد استخدم غاليليو طريقة ذكية لدعم صحة ادّعائه: إن الأجسام الساقطة تزداد سرعتها كلما سقطت للأسفل؛ حيث بيّن أن الحجر الثقيل الذي يسقط على وتد من ارتفاع 2 m يغرزه في الأرض مسافة أبعد بكثير من تلك التي يسببها الحجر نفسه عندما يسقط من ارتفاع 0.2 m فقط. وهكذا يتضح أن الحجر في الحالة الأولى يتحرك بسرعة أكبر من الحالة الثانية.

⚠ تنويه !

سرعة الجسم الساقط لا تتناسب مع كتلته أو وزنه.

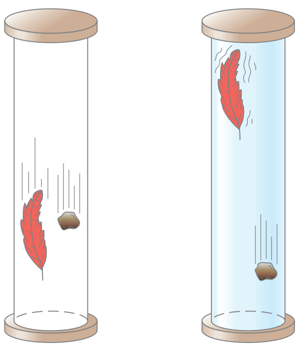
الشكل 2-18 صورة فوتوغرافية متكررة خلال مُدَدٍ زمنية متساوية تبين سقوط حبة تفاح. تسقط التفاحة مسافة أكبر خلال كل مدّة متعاقبة، وهذا يعني أنها تتسارع.

رأينا كذلك أن غاليليو افترض أن الأجسام جميعها، سواء أكانت خفيفة أم ثقيلة تسقط بالتسارع نفسه، على الأقل في غياب مقاومة الهواء. فإذا حملت قطعة ورق أفقيًّا بإحدى يديك، وحملت باليد الأخرى جسماً ثقيلاً مثل كرة ثم تركتهما في آن معاً، كما في (الشكل 2 - 19 أ) فإن الجسم الثقيل سوف يصل إلى الأرض أولاً. ولكن إذا كررت التجربة مرة أخرى بحيث تجعل الورقة هذه المرة على شكل كومة أو رزمة صغيرة (انظر الشكل 2 - 19 ب) فسوف تجد أن الجسمين يصلان إلى الأرضية في الوقت نفسه تقريبًا.

كان غاليليو على يقين من أن الهواء يعمل على مقاومة حركة الأجسام الخفيفة جدًا، التي مساحة سطحها واسعة. ولكننا في كثير من الحالات نهمل مقاومة الهواء. فإذا أجريت التجربة في غرفة تمت إزالة الهواء منها، فإن الأجسام الخفيفة مثل ريشة أو قطعة ورق سوف تسقط جميعها بالتسارع نفسه مثل أي جسم آخر (انظر الشكل 2 - 20). لم يكن ممكنًا إجراء مثل هذه التجربة في الفراغ في ذلك الوقت، وهو ما جعل إنجاز غاليليو عظيمًا على مر العصور. يسمى غاليليو عادة بأنه "أب العلم الحديث" ليس فقط بالنسبة إلى مساهماته العلمية (اكتشافات فلكية، القصور الذاتي، السقوط الحر) ولكن أيضًا لأسلوبه أو نهجه العلمي (التبسيط، التعبير الرياضي للنظرية، النظريات التي يمكن اختبار نتائجها، التجارب التي تختبر ما تتنبأ به النظريات).

(ب) (أ)

الشكل 2-19 (أ) كرة وقطعة ورق خفيفة تسقطان في آنٍ معاً. (ب) إعادة للتجربة، ولكن بجعل الورقة على شكل كومة أو رزمة صغيرة.



في الهواء (أ) — في الفراغ (ب)

الشكل 2-20 يتم إسقاط حجر صغير وريشة في وقت واحد (أ) في الهواء (ب) في الفراغ

فرضية غاليلو: يحدث السقوط الحر بتسارع ثابت g.

إن إسهام غاليليو في فهمنا لحركة الأجسام الساقطة يمكن تلخيصه على النحو التالي:
" في موقع ما على الأرض وفي حال عدم وجود مقاومة للهواء، فإن الأجسام جميعها تسقط بالتسارع نفسه".

نسمي هذا التسارع " **تسارع الجاذبية الأرضية**" على الأرض، ويرمز إليه بالحرف "g" ومقداره تقريباً:

التسارع بسبب الجاذبية الأرضية.

$$g = 9.80\ \text{m/s}^2 \qquad \text{[على سطح الأرض]}$$

وأما في الوحدات البريطانية للقياس فتبلغ قيمة g حوالي $32\ \text{ft/s}^2$. وتختلف قيمة g قليلاً باختلاف خطوط الطول والارتفاع، ولكن هذا الاختلاف صغير بحيث يمكن إهماله في معظم الحالات. إن تأثير مقاومة الهواء غالبًا ما يكون صغيراً مما يدفعنا إلى إهماله في معظم الأحيان. ومع ذلك، فإن تأثير مقاومة الهواء يصبح ملحوظاً على الأجسام الثقيلة إذا أصبحت السرعة كبيرة*. إنّ تسارع الجاذبية الأرضية كمية متجهة مثل أي تسارع ، ويكون اتجاهه نحو مركز الأرض.

عندما نتعامل مع الأجسام التي تسقط سقوطًا حرًا، فيمكننا استعمال (المعادلات 2-11) حيث نضع g محل a. وبما أن الحركة عمودية لذلك سوف نضع y بدلاً من x و y_0 بدلاً من x_0. سوف نعتبر $y_0 = 0$ ما لم ينُصّ على غير ذلك. ومن الممكن اختيار y لتكون موجبة للأعلى أو للأسفل، ولكن يجب أن نتقيد بذلك خلال حل كامل المسألة.

حل المسألة

اختار y ليكون موجبًا نحو الأعلى أو نحو الأسفل

المثال 2-10 السقوط من البرج

سقطت كرةً من أعلى برج ارتفاعه $70.0\ \text{m}$. إلى أي مدى تكون الكرة قد انخفضت من أعلى البرج بعد مرور $t_1 = 1.00\ \text{s}$ و $t_2 = 2.00\ \text{s}$ و $t_3 = 3.00\ \text{s}$؟

السقوط يعني $v_0 = 0$.

النهج: دعنا نفترض أن y تكون موجبة للأسفل. نهمل مقاومة الهواء. وعليه فإن التسارع $a = g = +9.80\ \text{m/s}^2$، وهو موجب لأننا اخترنا الاتجاه للأسفل موجبًا. نضع الآن $v_0 = 0$ و $y_0 = 0$. نريد الآن تحديد الموضع y للكرة بعد مرور ثلاث مُدَدٍ زمنية مختلفة. تصبح (المعادلة 2 - 11 ب) مناسبة للحل بعد وضع y مكان x لأنها تربط بين الكميات المعلومة (t, a, v_0) والكمية المجهولة y.

الحل: نضع $t = t_1 = 1.00\ \text{s}$ في (المعادلة 2 - 11 ب)

$$y_1 = v_0 t_1 + \tfrac{1}{2} a t_1^2$$
$$= 0 + \tfrac{1}{2} a t_1^2 = \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(1.00\ \text{s})^2 = 4.90\ \text{m}$$

أي أن الكرة قطعت مسافة مقدارها 4.90m خلال المدّة الزمنية $t = 0$ إلى $t_1 = 1.00\ \text{s}$.
وبالمثل فبعد مرور $(= t_2)\ 2.00\ \text{s}$ يكون موضع الكرة هو

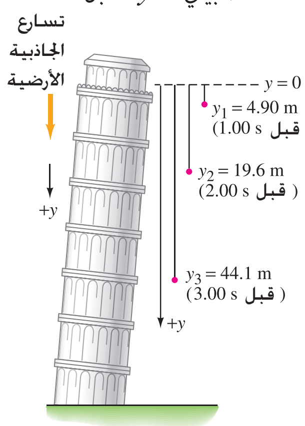
$$y_2 = \tfrac{1}{2} a t_2^2 = \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(2.00\ \text{s})^2 = 19.6\ \text{m}$$

أخيراً، بعد مرور $(= t_3)\ 3.00\ \text{s}$ يكون موضع الكرة هو (انظر الشكل 2 - 21)

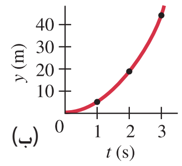
$$y_3 = \tfrac{1}{2} a t_3^2 = \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(3.00\ \text{s})^2 = 44.1\ \text{m}$$

ملحوظة: عندما نقول " سقط الجسم"، فهذا يعني أن $v_0 = 0$.

الشكل 2-21 (المثال 2-10)
(أ) الجسم الذي يُلقى به من برج يسقط بسرعة تزداد تدريجيًا ويقطع مسافة أكبر في كل ثانية متعاقبة.
(ب) مخطط بياني لـ y مقابل t.



(أ)



(ب)

المثال 2-11 قذف جسم نحو الأسفل من برج

افترض أن الكرة التي في (المثال 2-10) قد قذفت نحو الأسفل بسرعة متجهة ابتدائية $3.00\ \text{m/s}$ بدلاً من أن تسقط من السكون. (أ) ما موضع الكرة بعد مرور $1.00\ \text{s}$ و $2.00\ \text{s}$؟ (ب) ما سرعة الكرة بعد $1.00\ \text{s}$ و $2.00\ \text{s}$؟ قارن سرعتها مع سرعة الكرة التي تسقط من السكون.

النهج: يمكننا اتباع الطريقة نفسها التي في (المثال 2 - 10). استعمل (المعادلة 2 - 11 ب)، ولكن تذكر أن v_0 لا تساوي صفرًا وإنما $v_0 = 3.00\ \text{m/s}$.

الحل: (أ) عند اللحظة $t = 1.00\ \text{s}$ فإن موضع الكرة باستعمال (المعادلة 2 - 11 ب) يساوي:

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 = (3.00\ \text{m/s})(1.00\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(1.00\ \text{s})^2 = 7.90\ \text{m}$$

عند اللحظة $t = 2.00\ s$ (المدّة الزمنية $t = 0$ إلى $t = 2.00\ \text{s}$) يكون موضع الكرة:

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 = (3.00\ \text{m/s})(2.00\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)(2.00\ \text{s})^2 = 25.6\ \text{m}$$

كما هو متوقع، فإن الكرة تقطع في كل ثانية مسافة أكبر من تلك التي تقطعها الكرة نفسها فيما لو سقطت من السكون $v_0 = 0$.

* إن سرعة الجسم الذي يسقط في الهواء (أو في سوائل أخرى) لا تزداد على نحو لانهائي. فإذا سقط الجسم من ارتفاع عالٍ بما فيه الكفاية فإنه يصل إلى سرعة قصوى تسمى السرعة الحدية؛ وذلك بسبب مقاومة الهواء.

(ب) نحصل على السرعة المتجهة من (المعادلة 2-11أ):

$$v = v_0 + at$$

$$[\text{عند اللحظة } t_1 = 1.00\,\text{s}] \quad = 3.00\,\text{m/s} + (9.80\,\text{m/s}^2)(1.00\,\text{s}) = 12.8\,\text{m/s}$$

$$[\text{عند اللحظة } t_2 = 2.00\,\text{s}] \quad = 3.00\,\text{m/s} + (9.80\,\text{m/s}^2)(2.00\,\text{s}) = 22.6\,\text{m/s}$$

في (المثال 2-10) عندما سقطت الكرة من السكون ($v_0 = 0$) كان الحد الأول لهذه المعادلة صفرًا، لذلك نجد أن:

$$v = 0 + at$$

$$[\text{عند اللحظة } t_1 = 1.00\,\text{s}] \quad = (9.80\,\text{m/s}^2)(1.00\,\text{s}) = 9.80\,\text{m/s}$$

$$[\text{عند اللحظة } t_2 = 2.00\,\text{s}] \quad = (9.80\,\text{m/s}^2)(2.00\,\text{s}) = 19.6\,\text{m/s}$$

ملحوظة: في (المثالين 2-10 و 2-11) تزداد السرعة خطيًا مع الزمن بمقدار 9.80 m/s خلال كل ثانية. ولكن عند أي لحظة تكون سرعة الكرة التي تقذف للأسفل أكثر بمقدار 3.00 m/s (سرعتها الابتدائية) من سرعة الكرة التي تسقط من السكون (سرعتها الابتدائية صفر).

المثال 2-12 قذف كرة إلى الأعلى I:

قذف شخص كرة إلى الأعلى في الهواء وبسرعة متجهة ابتدائية 15.0 m/s. احسب: (أ) اقصى ارتفاع تصل إليه الكرة. (ب) الزمن الذي تستغرقه الكرة وهي في الهواء وقبل أن تعود إلى يده.

النهج: إن ما يهمنا هنا ليس عملية قذف الكرة، ولكن حركتها بعد أن تغادر يد الشخص (الشكل 2-22) وحتى تعود إلى يده مرة أخرى. دعنا نختار المحور y ليكون موجبًا للأعلى وسالبًا للأسفل. (وهذا يختلف عن العرف الذي استعملناه في المثالين 2-10 و 2-11)، وفي هذه الحالة يكون تسارع الجاذبية الأرضية سالبًا؛ أي أن $a = -g = -9.80\,\text{m/s}^2$. عندما ترتفع الكرة للأعلى تقل سرعتها حتى تصل إلى أقصى ارتفاع (النقطة B في الشكل 2-22) حيث تصبح سرعتها صفراً للحظة، ثم تعود إلى الأسفل وتزداد سرعتها.

الحل: (أ) نأخذ المدّة الزمنية من اللحظة التي تغادر بها الكرة يد الشخص وحتى تصل إلى أقصى ارتفاع. ولتحديد أقصى ارتفاع؛ نحسب موضع الكرة عندما تكون سرعتها مساوية للصفر (عند أقصى ارتفاع $v = 0$). عند $t = 0$ (النقطة A في الشكل 2-22) $y_0 = 0$، $v_0 = 15.0\,\text{m/s}$ و $a = -9.80\,\text{m/s}^2$. أما عند الزمن t (أقصى ارتفاع) فان $v = 0$ و$a = -9.80\,\text{m/s}^2$ ونريد إيجاد y . نستعمل (المعادلة 2-11 جـ) بعد أن نضع y محل x فيكون لدينا ومن ثَمَّ نقوم بحلها بالنسبة إلى y

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (15.0\,\text{m/s})^2}{2(-9.80\,\text{m/s}^2)} = 11.5\,\text{m}$$

أي أن الكرة تصل إلى ارتفاع 11.5 m فوق يد الشخص.

(ب) الآن، نحتاج إلى اختيار مدّة زمنية مختلفة لحساب الزمن الذي تستغرقه الكرة وهي في الهواء وقبل أن تعود إلى يده. يمكننا حساب ذلك في جزأين: أولا، نحدد الزمن الذي تحتاج إليه الكرة حتى تصل إلى أقصى ارتفاع، ومن ثم نحدد الزمن الذي تستغرقه حتى تعود إلى الأسفل. وعلى أي حال، إن من الأسهل اعتبار المدّة الزمنية لكل الحركة من A إلى B إلى C (الشكل 2-22) في خطوة واحدة واستعمال (المعادلة 2-11ب). ويمكننا عمل ذلك لأن y (أو x) تمثل الموضع أو الإزاحة وليس المسافة التي قطعتها الكرة. لذلك عند كلتا النقطتين A و C تكون $y = 0$. باستعمال (المعادلة 2 - 11 ب) واعتبار $a = -9.80\,\text{m/s}^2$ نجد أن:

$$y = v_0 t_1 + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$0 = (15.0\,\text{m/s})t + \tfrac{1}{2}(-9.80\,\text{m/s}^2)t^2$$

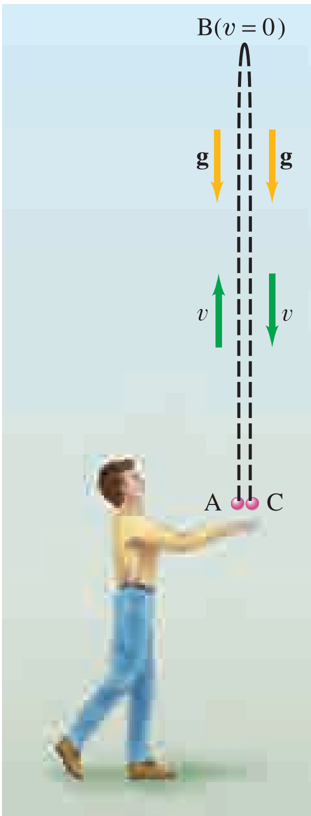
وبأخذ t عاملًا مشتركًا

$$(15.0\,\text{m/s} - 4.90\,\text{m/s}^2\,t)\,t = 0$$

هناك حلّان

$$t = \frac{15.0\,\text{m/s}}{4.90\,\text{m/s}^2} = 3.06\,\text{s} \quad \text{و} \quad t = 0$$

الحل الأول ($t = 0$) يقابل نقطة البداية (A) في (الشكل 2-22) عندما قذفت الكرة من الموقع $y = 0$. والحل الثاني $t = 3.06\,\text{s}$ ويقابل النقطة C عندما تكون الكرة قد عادت إلى الموقع $y = 0$. لذلك فإن الكرة تبقى في الهواء مدّة 3.06 s .



الشكل 2-22 الجسم الذي يقذف في الهواء يغادر يد الشخص عند A، ويصل إلى أقصى ارتفاع عند B، ثم يعود إلى موضعه الأصلي عند C. الأمثلة 2-12 و 2-13 و 2-14 و 2-15

لاحظ أن عملية قذف الكرة لم تؤخذ بالحسبان في هذا المثال. لماذا؟ لأنه خلال قذف الشخص للكرة كانت يده تلمسها. وهو ما يجعلها تتسارع بمعدل غير معلوم بالنسبة لنا (التسارع لا يساوي g). وبذا نعتبر فقط الزمن الذي تستغرقه الكرة في الهواء حيث يكون التسارع g.

ومن الناحية الرياضية، فإنّ كل معادلة تربيعية (حيثما يكون المتغير تربيعًا) لها حلّان. في الفيزياء أحيانًا حل واحد فقط يتوافق مع الحالة الحقيقية، كما في (المثال 2-7) حيث أهملنا الحل غير الفيزيائي. ولكن في (المثال 2-12) لكلٍّ من الحلّين معنى فيزيائي: $t = 0$ و $t = 3.06\ \text{s}$.

تنويه !

المعادلات التربيعية لها حلان، يتوافق أحدهما أحيانا مع الواقع فقط، و أحيانا أخرى يتوافق كلاهما.

المثال المفاهيمي 2-13 أخطاء مفاهيمية محتملة

أعط أمثلة توضح الخطأ في الأخطاء المفاهيمية التالية: (1) التسارع والسرعة المتجهة دائمًا ما يكونان في الاتجاه نفسه. (2) الجسم الذي يقذف إلى الأعلى يكون تسارعه صفراً عند أعلى نقطة يصل إليها.

الحل: كلاهما خطأ (1) ليس من الضروري أن تكون السرعة المتجهة والتسارع دائمًا في الاتجاه نفسه. عندما تتحرك الكرة التي في (المثال 2-12) نحو الأعلى، فإن سرعتها موجبة (للأعلى)، في حين أن التسارع سالب (للأسفل). (2) عند أعلى نقطة B في الشكل 2-22) تكون السرعة المتجهة للكرة صفرًا للحظة. هل التسارع صفر أيضًا عند هذه النقطة؟ لا، يكون اتجاه السرعة عند قمة القوس للأعلى، ثم تصبح السرعة صفرًا (للزمن صفر) عند أعلى نقطة، ثم ينعكس اتجاه السرعة نحو الأسفل. ولكن الجاذبية لا يتوقف تأثيرها، لذلك فإن $a = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$ حتى عند تلك النقطة. إن الاعتقاد بأن $a = 0$ عند النقطة B يقود إلى الاستنتاج بأن الكرة عندما تصل إلى B سوف تستقر هناك؛ إذا كان التسارع (معدل تغير السرعة المتجهة) صفراً، فإن السرعة المتجهة تبقى صفراً عند أعلى نقطة، لذا فإن الكرة تستقر في الأعلى من غير أن تسقط. وباختصار، فإن تسارع الجاذبية الأرضية يتجه دائما إلى الأسفل نحو الأرض حتى عندما يتحرك الجسم إلى الأعلى.

تنويه !

(1) السرعة المتجهة و التسارع لا يكونان دائما في الاتجاه نفسه؛ يتجه تسارع الجاذبية دائما إلى الأسفل.
(2) $a \neq 0$ حتى عند أعلى نقطة على المسار

المثال 2-14 قذف كرة إلى الأعلى II

دعنا نتناول الكرة التي قذفت إلى الأعلى في (المثال 2-12)، ونجري بعض الحسابات الإضافية. احسب: (أ) الزمن الذي تستغرقه الكرة حتى تصل إلى أقصى ارتفاع (النقطة B في الشكل 2-22). (ب) السرعة المتجهة للكرة عندما تعود إلى يد الشخص (النقطة C).

النهج: نفترض مرة أخرى أن التسارع ثابت، لذلك يمكن استعمال (المعادلات 2-11). معلوم لدينا أن الارتفاع 11.5m (من المثال 2-12). افترض أن y موجبة في الاتجاه الذي للأعلى.

الحل: (أ) نفترض المدّة الزمنية بين قذف الكرة $(t = 0, v_0 = 15.0\ \text{m/s})$ ووصولها إلى قمة المسار (حيث $y = +11.5\ \text{m}, v = 0$) ونريد إيجاد الزمن t: التسارع ثابت ويساوي $a = -g = -9.80\ \text{m/s}^2$. (المعادلتان 2-11 أ و2-11 ب) كلتاهما تشتمل على الزمن t بالإضافة إلى الكميات الأخرى المعلومة. لنستعمل (المعادلة 2 - 11أ) والمعطيات $a = -9.80\ \text{m/s}^2$ و $v_0 = 15.0\ \text{m/s}$ و $v = 0$:

$$v = v_0 + at$$

ضع $v = 0$ وحل المعادلة بالنسبة إلى t نجد أن:

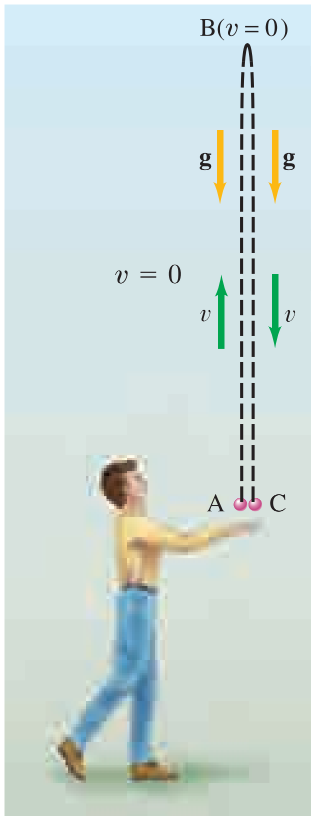
$$t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{15.0\ \text{m/s}}{-9.80\ \text{m/s}^2} = 1.53\ \text{s}$$

وهذا يمثل نصف الزمن فقط الذي تحتاج إليه الكرة حتى تصعد إلى الأعلى وتعود ثانية إلى يد الشخص الذي قذفها [3.06 s كما تم حسابه في فرع (ب) للمثال 2 - 12] . وهكذا فإن الزمن الذي تحتاج إليه الكرة للوصول إلى أقصى ارتفاع هو الزمن نفسه الذي تحتاج إليه حتى تسقط وتعود إلى نقطة البداية.

(ب) الآن، نفترض المدّة الزمنية بين لحظة قذف الكرة $(t = 0$ و $v_0 = 15.0\ \text{m/s})$، وحتى تعود إلى يد الشخص، والتي حدثت خلال $t = 3.06\ \text{s}$ (كما تم حسابها في الفرع (ب) من المثال 2 - 12)، ونريد إيجاد السرعة المتجهة v عندما $t = 3.06\ \text{s}$:

$$v = v_0 + at = 15.0\ \text{m/s} - (9.80\ \text{m/s}^2)(3.06\ \text{s}) = -15.0\ \text{m/s}$$

ملحوظة: إن مقدار السرعة المتجهة عندما تعود الكرة إلى نقطة البداية هو نفسه عندما قُذفت، ولكن بالاتجاه المعاكس (وهذا هو معنى الإشارة السالبة). وهكذا، كما استنتجنا من الفرع (أ) فإن الحركة متماثلة حول أقصى ارتفاع.



الشكل 2-22 مكرر للأمثلة 2-13 و 2-14 و 2-15

لاحظ التماثل: السرعة عند أي ارتفاع هي نفسها عندما تنطلق إلى الأعلى كما هي الحال عندما تسقط نحو الأسفل (ولكن الاتجاه متعاكس).

التمرين جـ: قذفت كرتان من أعلى منحدر صخري شاهق. إحداهما قذفت إلى الأعلى مباشرة والأخرى إلى الأسفل مباشرة. كلتا الكرتين لهما السرعة الابتدائية نفسها، وارتطم كلّ منهما بالأرض أسفل المنحدر. أي من الكرتين ترتطم بالأرض بسرعة أكبر: الكرة التي قذفت إلى الأعلى، أم الكرة التي قذفت إلى الأسفل، أم أن الكرتين لهما السرعة نفسها عند الارتطام بالأرض؟ أهمل مقاومة الهواء [*تلميح:* انظر إلى نتيجة المثال 2 - 14، فرع ب].

اتمثيل التسارع بـ g

إن تسارع الأجسام مثل الصواريخ والطائرات السريعة غالبًا ما يُعطى بدلالة مضاعفات $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$. فعلى سبيل المثال، الطائرة التي تهبط جوًّا ثم ترتفع عالياً تتسارع بمقدار $3.00\,g$ وهو ما يعادل $(3.00)(9.80\ \mathrm{m/s^2}) = 29.4\ \mathrm{m/s^2}$.

التمرين د: إذا عُلم أن سيارة تتسارع بمقدار $0.50\,g$، فما تسارعها بوحدة $\mathrm{m/s^2}$؟

مثال إضافي – استعمال الصيغة التربيعية

المثال 2-15 قذف كرة إلى الأعلى III

احسب الزمن الذي تستغرقه الكرة التي في (المثال 2 - 14) حتى تجتاز نقطة ترتفع $8.00\ \mathrm{m}$ عن يد الشخص الذي قذفها.

النهج: نختار المدّة الزمنية من لحظة قذف الكرة $(t = 0,\ v_0 = 15.0\ \mathrm{m/s})$ وحتى الزمن t (الذي سوف نجده) عندما تكون الكرة على ارتفاع $y = 8.00\ \mathrm{m}$. نستعمل (المعادلة 2-11 ب).

الحل: نريد تحديد الزمن t، والمعطيات التي لدينا هي:

$$a = -9.80\ \mathrm{m/s^2} \text{ و } y = 8.00\ \mathrm{m},\quad y_0 = 0,\quad v_0 = 15.0\ \mathrm{m/s}$$

نستعمل (المعادلة 2-11 ب):

$$y = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$8.00\ \mathrm{m} = 0 + (15.0\ \mathrm{m/s})\,t + \tfrac{1}{2}(-9.80\ \mathrm{m/s^2})t^2$$

ولحل أي معادلة تربيعية شكلها العام $at^2 + bt + c = 0$؛ حيث a, b, c ثوابت (هنا a لا تمثل التسارع)، نستعمل القانون العام (انظر إلى الفهرس A-4):

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

نعيد الآن كتابة معادلتنا أعلاه لتأخذ الشكل العام $at^2 + bt + c = 0$

$$(4.90\ \mathrm{m/s^2})t^2 - (15.0\ \mathrm{m/s})\,t + (8.00\ \mathrm{m}) = 0$$

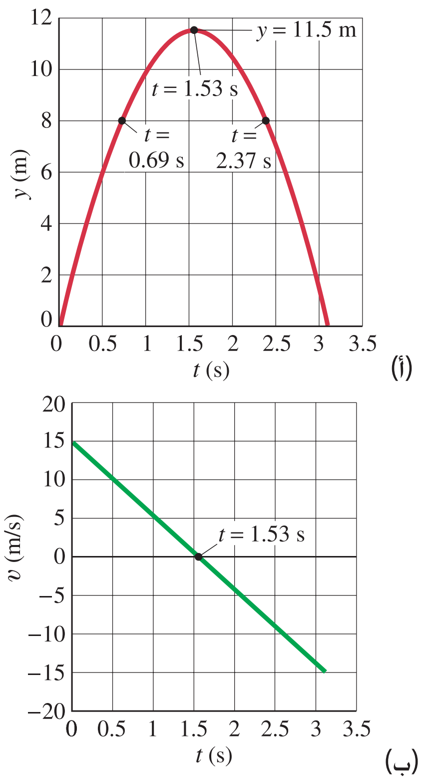
ومنها نجد أن المعامل a هو $4.90\ \mathrm{m/s^2}$ ، و b هو $-15.0\ \mathrm{m/s}$، و c هو $8.00\ \mathrm{m}$. وبتعويضها في القانون العام نحصل على

$$t = \frac{15.0\ \mathrm{m/s} \pm \sqrt{(15.0\ \mathrm{m/s})^2 - 4(4.90\ \mathrm{m/s^2})(8.00\ \mathrm{m})}}{2(4.90\ \mathrm{m/s^2})}$$

الذي يعطينا $t = 0.69\ \mathrm{s}$ و $t = 2.37\ \mathrm{s}$. هل كلا الحلين صحيح؟ نعم؛ لأن الكرة تمرّ بالارتفاع $y = 8.00\ \mathrm{m}$ مرتين : عندما ترتفع إلى الأعلى $(t = 0.69\ \mathrm{s})$ وعندما تعود إلى الأسفل $(t = 2.37\ \mathrm{s})$.

حل المسألة

استعمال المعادلة التربيعية



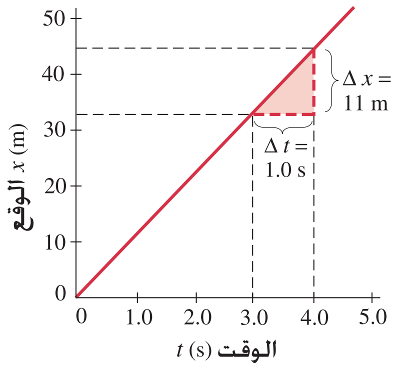
الشكل 2-23 الرسوم البيانية لكل من y (أ) مقابل t. v(ب) مقابل t للكرة التي قذفت إلى الأعلى في الأمثلة 2-12 و 2-14 و2-15.

بعض الطلّاب تساعدهم الرسوم البيانية على الفهم. يبين (الشكل 2-23) الرسم البياني لكل من y مقابل t و v مقابل t للكرة التي قذفت إلى الأعلى في (الشكل 2-22). ويشتمل (الشكل 2-23) على النتائج التي حصلنا عليها في (الأمثلة 2-12 و 2-14 و 2-15). وسوف نناقش الخصائص المفيدة للرسوم البيانية.

نستعمل كلمة عمودي كثيرًا في هذا الكتاب. فما المقصود بها؟ (حاول الحل قبل أن تتابع القراءة). يعرف العمودي على أنه الخط الذي يسقط عليه جسم ما. أو إذا ربطت كرة صغيرة بنهاية خيط وتركته يتدلى، فإن الخيط يمثل الخط العمودي (يسمى أحيانًا الرأسي أو الشاقولي).

8-2 التحليل البياني للحركة الخطية *

يوضح (الشكل 2 - 9) الرسم البياني للسرعة المتجهة التي تتحرك بها سيارة مقابل الزمن، وذلك لحالتين من الحركة الخطية هما: (1) الحالة التي تكون فيها السرعة المتجهة ثابتة. (2) الحالة التي يكون فيها مقدار السرعة المتجهة متغيرًا. إن من المفيد كذلك رسم العلاقة البيانية للموضع (y) x بدلالة الزمن، وذلك كما بينا في (الشكل 2 - 23 أ). وفي هذا الشكل، اعتبرنا الزمن متغيراً مستقلاً، وقِسناه على طول المحور الأفقي، أما الموضع x فهو المتغير التابع، وقد قِسناه على طول المحور العمودي.



الشكل 2 - 24 رسم بياني للموضع مقابل الزمن لجسم يتحرك بسرعة متجهة منتظمة مقدارها 11 m/s.

دعنا الآن نعمل رسمًا بيانيًا يمثل x مقابل t ونختار $x_0 = 0$ عند $t = 0$. لنبدأ أولاً بسيارة تتحرك بسرعة متجهة ثابته مقدارها 40 km/h وهو ما يعادل 11 m/s. تخبرنا (المعادلة 2 - 11 ب) أن $x = vt$، وهذا يعني أن x تزداد في كل ثانية بمقدار 11 m/s. لذلك فإن الموضع x يزداد خطيًا مع مرور الزمن. وعليه نجد أن الرسم البياني الذي يمثل x مقابل t عبارة عن خط مستقيم، كما في (الشكل 2 - 24)؛ أي أن كل نقطة على هذا الخط تخبرنا عن موضع السيارة عند زمن معين. وعلى سبيل المثال، إن موضع السيارة عندما $t = 3.0$ s يساوي 33 m، وعندما $t = 4.0$ s تكون $x = 44$ m. إن المثلث الصغير (المظلل) الذي على الرسم البياني يمثل ميل الخط المستقيم، الذي يعرف على أنه التغير في المتغير التابع (Δx) مقسوماً على التغير المقابل في المتغير المستقل (Δt):

$$\text{الميل} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

السرعة المتجهة = ميل الرسم البياني الذي يُمثل x مقابل t

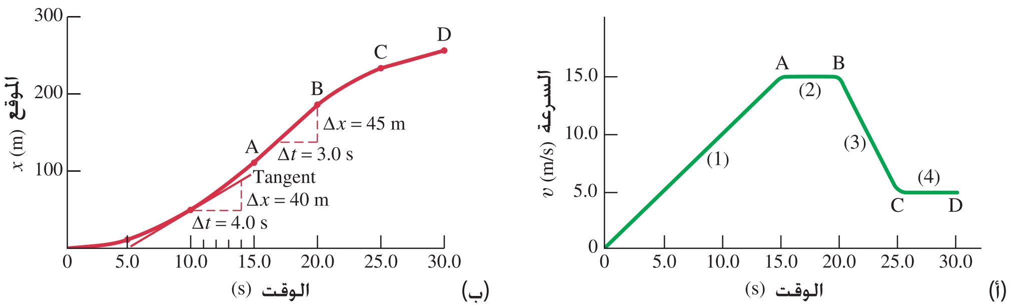
باستعمال تعريف متوسط السرعة المتجهة (المعادلة 2-2) نلحظ أن ميل الرسم البياني الذي يمثل x مقابل t يساوي السرعة المتجهة. ويتضح لنا من المثلث الصغير الذي على الرسم البياني أن $\Delta x/\Delta t = (11\text{ m})/(1.0\text{ s}) = 11\text{ m/s}$ وهذه هي السرعة المعطاة.

إن ميل الرسم البياني الذي في (الشكل 2-24) هو نفسه في كل مكان إذا كانت السرعة المتجهة ثابتة. ولكن إذا تغيرت السرعة المتجهة، كما في (الشكل 2-25أ) فإن ميل الرسم البياني الذي يمثل x مقابل t يتغير أيضًا. افترض على سبيل المثال حركة سيارة: (1) تتسارع من السكون بانتظام حتى تصبح سرعتها المتجهة 15 m/s في 15 s، وبعد ذلك (2) تتحرك مدّة 5.0 s بسرعة متجهة ثابتة مقدارها 15 m/s (3) وخلال 5.0 s التالية تتباطأ السيارة بانتظام حتى تصل سرعتها إلى 5.0 m/s، ثم (4) تبقى تتحرك بهذه السرعة المتجهة الثابتة. يبيّن الرسم البياني في (الشكل 2-25 أ) هذه السرعة المتجهة كدالة في الزمن. لإنشاء الرسم البياني الذي يمثل x مقابل t نستعمل (المعادلة 2-11ب) $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$. بتسارع ثابت للمدّة الزمنية من $t = 0$ الى $t = 15$ s وكذلك للمدّة من $t = 20$ s إلى $t = 25$ s، وأما للمدّة من $t = 15$ s إلى $t = 20$ s وكذلك بعد $t = 25$ s فتكون السرعة ثابتة، وبذا نضع $a = 0$ في هذه المعادلة. وتكون النتيجة رسماً بيانياً بين x و t كما في (الشكل 2-25 ب). فمن نقطة الأصل إلى النقطة A نلحظ أن الرسم البياني الذي يمثل x مقابل t ليس خطاً مستقيماً ولكنه منحنى. يُعرف ميل المنحنى عند نقطة ما على أنه ميل المماس لذلك المنحنى عند تلك النقطة. (المماس عبارة عن خط مستقيم يرسم بحيث يلامس المنحنى عند نقطة فقط، ولكنه لا يقطع المنحنى ولا يمرّ خلاله). وعلى سبيل المثال، يرسم المماس للمنحنى الذي يمثل x مقابل t عند $t = 10.0$ s على الرسم البياني، كما في (الشكل 2 - 25ب). وقد رسم مثلث واختيرت t لتكون 4.0 s، أما Δx فيمكن إيجادها من الرسم البياني للمدّة الزمنية نفسها $\Delta t = 4.0$ s وقد وُجد أن $x\Delta = 40$ m. ولذلك فإن ميل المنحنى عند $t = 10.0$ s يساوي السرعة المتجهة اللحظية عند تلك اللحظة؛ أي أن: $v = \Delta x / \Delta t = 40\text{ m}/4.0\text{ s} = 10\text{ m/s}$.

ميل المماس

* بعض البنود في هذا الكتاب (مثل هذا البند) يمكن اعتبارها اختيارية، وذلك حسب تقدير المدرس. لمزيد من التفاصيل، انظر إلى المقدمة.

الشكل 2-25 (أ) السرعة المتجهة مقابل الزمن. (ب) الإزاحة مقابل الزمن لجسم يتحرك بسرعة متغيرة (انظر النص)



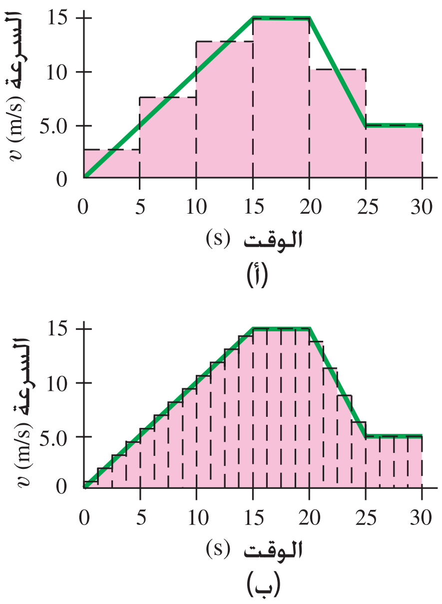
في المنطقة التي تقع بين A و B (الشكل 2 - 25 ب)، المنحنى الذي يمثل x مقابل t عبارة عن خط مستقيم؛ وذلك لأن الميل (يساوي السرعة المتجهة) ثابت. ويمكن إيجاد الميل باستعمال المثلث المبيّن على الشكل وللمدّة الزمنية التي تقع بين $t = 17\ \text{s}$ و $t = 20\ \text{s}$ حيث تصل الزيادة في x إلى 45 m : $\Delta x/\Delta t = 45\ \text{m}/3.0\ \text{s} = 15\ \text{m/s}$.

إن ميل المنحنى الذي يمثل x مقابل t عند أي نقطة هو $\Delta x/\Delta t$، حيث يساوي سرعة الجسم الذي نصف حركته عند تلك اللحظة. وبطريقة مماثلة، فإن الميل عند أي نقطة على المنحنى الذي يمثل v مقابل t يساوي $\Delta v/\Delta t$ ، ولذلك فهو (المعادلة 2-4) يساوي التسارع عند تلك اللحظة.

افترض أن لدينا الرسم البياني الذي يمثل x مقابل t كما في (الشكل 2 - 25 ب). يمكننا إيجاد الميل عند عدد من النقاط، ثم نرسم بيانيًا ميل هذه النقاط كدالة في الزمن. وبما أن الميل يساوي السرعة المتجهة، لذا يمكننا إعادة إنشاء الرسم البياني الذي يمثل السرعة المتجهة مقابل الزمن t. وبكلمات أخرى، إذا كان لدينا الرسم البياني الذي يمثل x مقابل t فيمكننا تحديد السرعة المتجهة كدالة في الزمن باستعمال الطرق البيانية بدلاً من استعمال المعادلات. وهذا الأسلوب مفيد للغاية خصوصًا عندما يكون التسارع غير ثابت؛ حيث لا يمكن استعمال (معادلات الحركة 2 - 11).

إذا كان الرسم البياني الذي يمثل v مقابل t كما في (الشكل 2 - 25 أ)، فيمكننا تحديد الموضع x بدلالة الزمن باستعمال الطريقة البيانية التي سوف نوضحها من خلال تطبيقها على الرسم البياني الذي يمثل v مقابل t (الشكل 2 - 25أ). نقسم المدّة الزمنية الكلية إلى مُدَدٍ جزئية، كما هو موضح في (الشكل 2-26 أ) الذي يبيّن ست مُدَدٍ فقط (الخطوط العمودية المقطعة). لكل مدّة جزئية يرسم خط أفقي مقطع ليشير إلى متوسط السرعة خلال كل مدّة منها. فعلى سبيل المثال، تزداد السرعة المتجهة خلال المدّة الأولى بمعدل ثابت من صفر إلى 5.0 m/s، ولذلك فإن $\bar{v} = 2.5\ \text{m/s}$ ، وفي المدّة الرابعة السرعة ثابتة 15 m/s أي أن $\bar{v} = 15\ \text{m/s}$ (لم يوضح الخط الأفقي المقطع لهذه المدّة في (الشكل 2 - 26 أ) لأنه ينطبق على المنحنى نفسه). أما الإزاحة (التغير في الموضع) خلال أي مدّة جزئية، فإنّها خلال كل مدّة جزئية تساوي حاصل ضرب $\bar{v}$ و Δt، وهو ما يمثل مساحة المستطيل [الارتفاع×القاعدة = $\bar{v} \times \Delta t$] المظلل باللون الوردي لتلك المدّة. إن الإزاحة الكلية بعد مرور 25 s هي مجموع مساحات أول خمسة مستطيلات.

إذا كان التغير في السرعة المتجهة كبيراً، فإن من الصعب في هذه الحالة تقدير السرعة المتجهة المتوسطة من الرسم البياني. وللتقليل من هذه الصعوبة؛ نقسّم المدّة الزمنية إلى عدد كبير من المُدَدِ الزمنية الجزئية، وذلك بجعل Δt صغيرة جداً، كما في (الشكل2 - 26 ب). كلما زاد عدد المُدَدِ نحصل على تقريب أفضل. كما يمكن جعل Δt تقترب من الصفر، وهذا يؤدي إلى حساب التكامل الذي لم نناقشه هنا. وفي النتيجة، فإن الإزاحة الكلية بين أي زمنين تساوي المساحة التي تحت الرسم البياني الذي يمثل v مقابل t بين هذين الزمنين.



الشكل 2 - 26 تم تحديد الإزاحة من الرسم البياني الذي يمثل v مقابل t وذلك بحساب المساحات.

الإزاحة = المساحة التي تحت الرسم البياني الذي يمثل v مقابل t

المثال 2-16 **الإزاحة باستعمال الرسم البياني v مقابل t** مسبار فضائي يتسارع على نحو منتظم من 50 m/s عندما $t=0$ إلى 150 m/s عندما $t = 10\ \text{s}$. فما إزاحته خلال المدّة $t = 2.0\ \text{s}$ و $t = 6.0\ \text{s}$؟

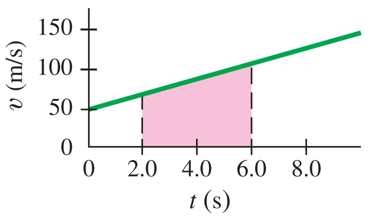
النهج: الرسم البياني الذي يمثل v مقابل t موضح في (الشكل 2-27). نحتاج إلى حساب مساحة المنطقة المظللة التي تمثل شبه منحرف. المساحة تساوي معدل الارتفاعين (بوحدة السرعة) مضروبًا في العرض (وهو 4.0 s).

الحل: التسارع $a = (150\ \text{m/s} - 50\ \text{m/s})/10\ \text{s} = 10\ \text{m/s}^2$. استعمل (المعادلة 2-11 أ) أو (الشكل 2 - 27) عند $t = 2.0\ \text{s}$ و $v = 70\ \text{m/s}$ وعند $t = 6.0\ \text{s}$ و v=110 m/s. وعليه فإن المساحة $(\bar{v} \times \Delta t)$، التي تساوي $t\Delta$ هي:

$$\Delta x = \left(\frac{70\ \text{m/s} + 110\ \text{m/s}}{2}\right)(4.0\ \text{s}) = 360\ \text{m}$$

ملحوظة: لهذه الحالة التي يكون فيها التسارع ثابتاً يمكننا استعمال (المعادلة 2-11) لنحصل على النتيجة نفسها.

الشكل 2-27 (المثال 2-16). تمثل المساحة المظللة الإزاحة خلال المدّة الزمنية من $t = 2.0\ \text{s}$ إلى $t = 6.0\ \text{s}$.



وفي الحالات التي لا يكون فيها التسارع ثابتاً، فإن المساحة يمكن حسابها بِعَدِّ المربعات على ورقة رسم بياني.

ملخص

[تقدم الخلاصة التي تظهر في نهاية كل فصل من هذا الكتاب لمحة مختصرة للأفكار الرئيسة التي يشتمل عليها الفصل. ولكن لا يمكن أن تكون الخلاصة كافية للحصول على فهم كامل للمادة، الذي يمكن تحقيقه فقط بقراءة الفصل بالتفصيل].

- يتعامل **علم الحركة** مع وصف للكيفية التي تتحرك بها الأجسام. إن وصف حركة أي جسم يجب أن يعطى دائمًا بالنسبة إلى **إطار إسناد معين**.

- **الإزاحة** لأي جسم تمثل التغير في موضع الجسم .

- متوسط السرعة هو عبارة عن المسافة التي يقطعها جسم ما مقسومة على الزمن الذي يستغرقه أو المدّة الزمنية Δt التي اخترناها لعمل مشاهداتنا. أما متوسط **السرعة** المتجهة لجسم ما خلال مدّة زمنية معينة Δt فيساوي إزاحته Δx خلال هذه المدّة مقسومة على Δt

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \textbf{(2-2)}$$

- **السرعة المتجهة اللحظية**، التي يساوي مقدارُها السرعةَ اللحظية، عبارة عن متوسط السرعة المتجهة خلال مدّة زمنية متناهية في الصغر.

- **التسارع** هو التغير في السرعة لكل وحدة زمنية. إن متوسط التسارع لجسم ما خلال مدّة زمنية Δt يساوي

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \textbf{(4-2)}$$

حيث Δv تمثل التغير في السرعة خلال المدّة الزمنية Δt.

- التسارع اللحظي عبارة عن متوسط التسارع خلال مدّة زمنية متناهية في الصغر.

- إذا كان موضع الجسم x_0 وسرعته v_0 عند اللحظة $t = 0$ ثم تحرك الجسم في خط مستقيم بتسارع ثابت، فإن سرعة الجسم v وموضعه x بعد مرور زمن معين على حركته يرتبطان مع التسارع a والموضع الابتدائي x_0 والسرعة الابتدائية v_0 من خلال معادلات الحركة 2-11.

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad v = v_0 + at \qquad \textbf{(11-2)}$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \qquad v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

- الأجسام التي تتحرك عموديًا بالقرب من سطح الأرض وتسقط من السكون أو تقذف إلى الأعلى أو إلى الأسفل تتحرك **بتسارع** ثابت ناجم عن الجاذبية الأرضية، ومقداره، عند إهمال مقاومة **الهواء**، يساوي $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$. ويمكن تطبيق معادلات الحركة (2-11) بتسارع ثابت على الأجسام التي تتحرك نحو الأعلى أو الأسفل على نحو حر بالقرب من سطح الأرض.

- [* إن ميل المنحنى عند أي نقطة على رسم بياني هو ميل المماس لذلك المنحنى عند تلك النقطة. إذا كان الرسم البياني يمثل x مقابل t فإن الميل $\Delta x/\Delta t$ هو الذي يمثل السرعة عند تلك النقطة. أما المساحة التي تحت الرسم البياني الذي يمثل v مقابل t فتساوي الإزاحة بين أي زمنين تم اختيارهما].

أسئلـــة

1. هل مقياس السرعة في السيارة يقيس السرعة المتجهة أم السرعة أم كليهما؟

2. هل يمكن أن يكون للجسم سرعة متغيرة إذا كانت سرعته المتجهة ثابتة؟ إذا كان الحل نعم، فأعطِ أمثلة.

3. عندما يتحرك جسم بسرعة متجهة ثابتة، فهل متوسط سرعته المتجهة خلال أي مدّة زمنية يختلف عن سرعته اللحظية عند أي لحظة؟

4. في سباق السرعة بين السيارات، هل من الممكن للسيارة التي تسير بأكبر سرعة أن تعبر خط النهاية لتخسر السباق؟

5. إذا كان لجسم ما سرعة أكبر من جسم آخر، فهل من الضروري أن يكون للجسم الأول تسارع أكبر؟ فسّر باستعمال الأمثلة.

6. قارن تسارع دراجة نارية تتسارع من 80 km/h إلى 90 km/h مع تسارع دراجة هوائية تتسارع من السكون إلى 10 km/h في الزمن نفسه.

7. هل يمكن لجسم أن تكون سرعته نحو الشمال وتسارعه نحو الجنوب ؟ فسر ذلك.

8. هل يمكن أن تكون سرعة جسم سالبة عندما يكون تسارعه موجبًا؟ ماذا لو كان العكس.

9. أعط مثالا تكون فيه السرعة والتسارع سالبين.

10. تظهر سيارتان جنبًا إلى جنب من نفق. السيارة (أ) تتحرك بسرعة تساوي 60 km/h وتسارع 40 km/h/min. أما السيارة (ب) فتتحرك بسرعة تساوي 40 km/h. وتسارع 60 km/h/ min. أي السيارتين تجتاز الأخرى بعد خروجهما من النفق؟ فسر السبب.

11. هل يمكن لجسم أن تزداد سرعته في حين يتناقص تسارعه؟ إذا كان نعم، فأعطِ مثالاً وإذا كان ذلك غير ممكن، ففسّر السبب؟

12. يضرب لاعب بيسبول(كرة القاعدة) الكرة في الهواء مباشرة نحو الأعلى. وتغادر الكرة المضرب بسرعة 120 km/h. في غياب مقاومة الهواء، ما السرعة التي تتحرك بها الكرة عندما يلتقطها لاعب آخر في الميدان؟

13. عندما يسقط جسم سقوطاً حراً تزداد سرعته، فما الذي يحدث لتسارعه بسبب الجاذبية، هل يزداد، أم يقل، أم يبقى ثابتاً؟

14. كيف يمكنك تقدير أقصى ارتفاع تصل إليه كرة عندما تقذفها عموديًا نحو الأعلى؟ كيف يمكنك تقدير أقصى سرعة تمنحها للكرة؟

15. افترض أنك سافرت من النقطة (أ) إلى النقطة (ب) بواسطة سيارة تتحرك بسرعة ثابتة تساوي 70 km/h. ثم سافرت المسافة نفسها من النقطة (ب) إلى نقطة أخرى (جـ) وبسرعة ثابتة تساوي 90 km/h. هل متوسط سرعتك للرحلة كاملة من (أ) إلى (جـ) يساوي 80 km/h؟ فسر فيما إذا كان الحل نعم أو لا.

16. في عرض خلال محاضرة، يسقط من سقف قاعة المحاضرة خيط عمودي طوله 3.0-m يربط به عشرة مسامير على أبعاد متساوية. يسقط هذا الخيط على صفيحة من القصدير، ويسمع الطلاب ارتطام كل مسمار مع الصفيحة. هذه الأصوات لا تسمع على مُددٍ متساوية. علّل؟ هل يزداد الزمن بين الأصوات أم يقل عند اقتراب نهاية الخيط؟ كيف يجب ربط المسامير بحيث نسمع أصواتاً في أزمان متساوية؟

17. أيّ من الحركات التالية لا تُعدّ تسارعًا ثابتًا: *حجر يسقط من أعلى جرف صخري شاهق. * مصعد يتحرك من الطابق الثاني إلى الخامس ويتوقف عند الطوابق المختلفة، *صحن يستند إلى طاولة؟

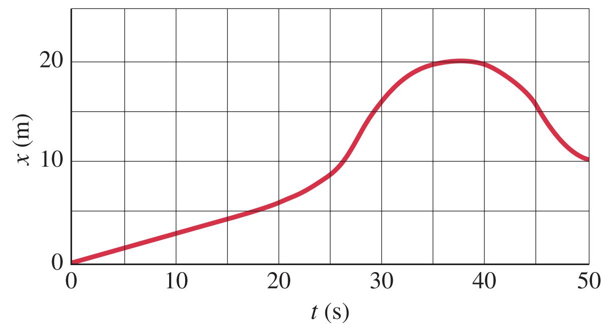
18. الجسم الذي يقذف عموديًا إلى الأعلى يعود إلى موضعه الأصلي بمقدار السرعة نفسها التي انطلق بها في حال كانت مقاومة الهواء مهملة. إذا لم تهمل مقاومة الهواء، فهل تتغير هذه النتيجة، إذا كانت الحل نعم، فكيف؟ [*تلميح:* التسارع الناجم عن مقاومة الهواء يكون اتجاهه دائمًا معاكساً لحركة الجسم].

19. هل يمكن لجسم أن تكون سرعته صفرًا، وفي ذات الوقت لا يساوي تسارعه صفرًا؟ أعط أمثلة.

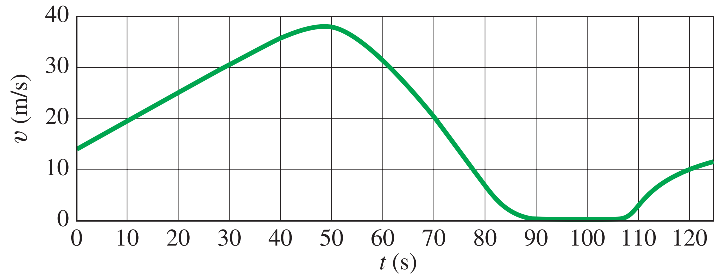
20. هل يمكن لجسم أن يكون تسارعه صفراً، وفي ذات الوقت لا تساوي سرعته صفرًا؟ أعط أمثلة.

* **21.** صف بالكلمات الحركة المرسومة في (الشكل 2 - 28) بدلالة a, v وهكذا .
[تلميح: بداية، حاول محاكات الحركة المرسومة بأن تمشي أو تحرك يدك.]

* **22.** صف بالكلمات حركة الجسم المرسومة في (الشكل 2 - 29).



الشكل 2-28 السؤال 21 والمسائل 50 و 51 و 55.



الشكل 2-29 سؤال 22 والمسائل 49 و 54.

مسائــل

[المسائل في نهاية كل فصل مصنفة I, II أو III تبعًا للصعوبة التقديرية، (I) أسهل المسائل. المستوى III هي مسائل لتحدي أفضل الطلاب. المسائل مرتبة حسب البنود، وهذا يعني أن القارىء يجب أن يكون قد قرأ المادّة كلها متضمّنة ذلك البند، وقد تعتمد المسائل على مادة سابقة. أخيرًا، هناك مسائل غير مصنفة - مسائل عامة – ليست مرتبة حسب رقم البند.]

2-1 إلى 2-3 السرعة والسرعة المتجهة.

1. (I) ماذا يجب أن يكون متوسط سرعة سيارتك لكي تسافر 235 km في 3.25 h؟

2. (I) يمكن أن يطير عصفور بسرعة 25 km/h. ما الزمن اللازم لكي يقطع مسافة 15 km؟

3. (I) إذا كنت تسير بسرعة 110 km/h على طريق مستقيم، ونظرت إلى جانب الطريق مدة 2.0 s، فما المسافة التي قطعتها خلال مدّة عدم الانتباه هذه؟

4. (I) حول سرعة 35mi/h إلى: (أ) km/h (ب) m/s (ج) ft/s .

5. (I) كرة تتدحرج ، تتحرك من $x_1 = 3.4\ \text{cm}$ إلى $x_2 = -4.2\ \text{cm}$ خلال المدّة من $t_1 = 3.0\ \text{s}$ إلى $t_2 = 6.1\ \text{s}$. ما متوسط سرعتها المتجهة؟

6. (II) عند اللحظة $t_1 = -2.0\ \text{s}$ يقع جسيم ما عند $x_1 = 3.4\ \text{cm}$، وعند اللحظة $t_2 = 4.5\ \text{s}$ يكون موضعه $x_2 = 8.5\ \text{cm}$. ما متوسط سرعته المتجهة؟ هل يمكنك حساب متوسط سرعته من هذه البيانات؟

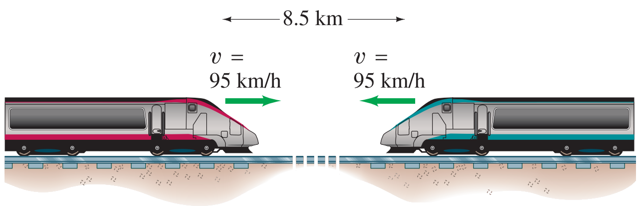
7. (II) تسير بسيارتك من المدرسة إلى البيت بسرعة ثابتة 95 km/h مسافة 130 km. وعندما بدأت السماء تمطر، أبطأت السرعة إلى 65 km/h، فوصلت إلى البيت بعد سفر استغرق 3 ساعات و 20 min. (أ) ما المسافة بين بيتك والمدرسة؟ (ب) كم كان متوسط سرعتك؟

8. (II) تبعا لقاعدة متبعة، كل خمس ثوانٍ بين رؤية البرق وسماع الرعد تكافئ ميلا واحدا عن مكان البرق. بفرض أن الضوء لا يستغرق وقتا للوصول، احسب بالتقريب سرعة الرعد (m/s) من هذه القاعدة.

9. (II) دار شخص ثماني دورات حول ممر طوله ربع ميل في زمن كلي مقداره 12.5 min. احسب: (أ) متوسّط سرعته. (ب) متوسّط سرعته المتجهة، بـ m/s .

10. (II) هرب حصان من مدربه في خط مستقيم فقطع مسافة 116 m في 14.0 s. ثم استدار فجأة ليقطع نصف المسافة في 4.8 s. احسب: (أ) متوسّط سرعته. (ب) متوسّط سرعته المتجهة للمسافة كلها، باعتبار البعد عن المدرب هو الاتجاه الموجب.

11. (II) تقترب قاطرتان كل منهما من الأخرى على خطين متوازيين. كل منهما سرعتها 95 km/h بالنسبة إلى الأرض. إذا كان البعد بينهما ابتداءً 8.5 km، فما الزمن اللازم لهما كي تتقابلا؟ (انظر الشكل 2-30)



الشكل 2 - 30 المسألة 11.

12. (II) سيارة سرعتها 88 km/h على بعد 110 m خلف شاحنة سرعتها 75 km/h. كم يلزم من الوقت حتى تلحق السيارة بالشاحنة؟

13. (II) طائرة سارت 3100 km بسرعة 790 km/h، وبعد ذلك هبت رياح من الخلف جعلت سرعتها 990 km/h لتسير مسافة 2800 km. كم الزمن الكلي للرحلة؟ كم متوسط سرعة الطائرة خلال هذه الرحلة؟
[تلميح: فكر مليًا قبل استعمال المعادلة 2-11د]

14. (II) احسب متوسّط السرعة ومتوسّط السرعة المتجهة لرحلة ذهاب وعودة؛ حيث الذهاب 250 km تمت بسرعة 95 km/h تبعها استراحة مدّتها ساعة للغداء، ثم 250 km عودة بسرعة 55 km/h.

15. (III) كرة (بولينج) تسير بسرعة ثابتة لتصطدم بأوتاد عند نهاية الممر الذي يبعد 16.5 m. يسمع اللاعب صوت ارتطام الكرة بعد 2.50 s من انطلاقها من بين يديه. ما سرعة الكرة؟ سرعة الصوت في الهواء 340 m/s .

2-4 التسارع

16. (I) سيارة سباق تسارعت من السكون إلى 95 km/h في 6.2 s ما متوسط تسارعها بـ m/s^2 ؟

17. (I) عداءة تسارعت من السكون إلى سرعة 10.0 m/s في 1.35 s. كم كان تسارعها: (أ) بـ m/s^2 ؟ (ب) بـ km/h^2 ؟

18. (II) على خط السير السريع، تستطيع سيارة التسارع بحوالي $1.6\ m/s^2$. بهذا المعدل، كم تستغرق من الوقت لتتسارع من 80 km/h إلى 110 km/h؟

19. (II) سيارة رياضية تسير بسرعة ثابتة لتقطع 110 m في 5.0 s. إذا استعملت الكوابح لتتوقف خلال 4.0 s فما تسارعها بـ m/s^2؟ عبّر عن الحل بدلالة "g" حيث $1.00\ g = 9.80\ m/s^2$.

20. (III) يعطى موقع سيارة سباق، تبدأ من السكون عند $t=0$ وبخط مستقيم، كدالة مع الزمن بالقائمة التالية. احسب بالتقريب: (أ) سرعتها المتجهة. (ب) تسارعها كدالة في الزمن. اعرض ذلك في قائمة، ومن ثَمَّ في رسم بياني.

t (s)	0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	2.50
x (m)	0	0.11	0.46	1.06	1.94	4.62	8.55	13.79

t (s)	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00	5.50	6.00
x (m)	20.36	28.31	37.65	48.37	60.30	73.26	87.16

2-5 و 2-6 الحركة بتسارع ثابت

21. (I) تتسارع سيارة من 13 m/s إلى 25 m/s في 6.0 s. ماذا كان تسارعها؟ ما المسافة التي قطعتها في هذا الزمن؟ بفرض أن التسارع ثابت.

22. (I) تتباطأ سيارة من 23 m/s إلى السكون بعد أن تقطع مسافة 85 m. ماذا كان تسارعها، بفرض أنه ثابت؟

23. (I) على طائرة خفيفة الوصول إلى سرعة 33 m/s للإقلاع. ما طول المدرج المطلوب إذا كان تسارعها الثابت $3.0\ m/s^2$؟

24. (II) عداءة عالمية تستطيع الوصول إلى سرعة قصوى (حوالي 11.5 m/s) في الـ 15.0 m الأولى. ما متوسط تسارعها؟ وكم يلزمها من الزمن للوصول إلى هذه السرعة؟

25. (II) تتباطأ سيارة بانتظام من سرعة 21.0 m/s إلى السكون في 6.00 s، ما المسافة التي تقطعها في هذا الزمن؟

26. (II) في أثناء الوصول إلى الوقوف التام، تترك السيارة آثار انزلاق طولها 92 m على الطريق. بفرض تباطؤ $7.00\ m/s^2$، احسب سرعة السيارة قبل استعمال الكوابح؟

27. (II) تسير سيارة بسرعة 85 km/h تصطدم بشجرة. تنضغط مقدمة السيارة ويصل السائق للسكون في مسافة 0.80 m. ماذا كان متوسط التسارع للسائق في أثناء التصادم؟ عبّر عن الحل بدلالة "g" حيث $1.00\ g = 9.80\ m/s^2$.

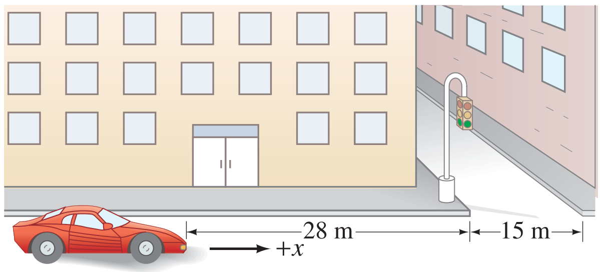
28. (II) احسب مسافات التوقف لسيارة تسير بسرعة ابتدائية 95 km/h، وزمن رد الفعل للسائق 1.0 s إذا كان التسارع (أ) $a = -4.0\ m/s^2$ (ب) $a = -8.0\ m/s^2$

29. (III) بيّن أن مسافة التوقف للسيارة هي $d_S = v_0 t_R - v_0^2/(2a)$ حيث v_0 هي السرعة الابتدائية للسيارة، t_R زمن رد الفعل للسائق و a هو التسارع الثابت (سالب).

30. (III) سيارة تسير خلف شاحنة سرعتها 25 m/s على الطريق السريع. يتطلع سائق السيارة إلى فرصة كي يتجاوز الشاحنة، لذا يخمّن أن سيارته تتسارع بـ $1.0\ m/s^2$. وعليه أن يقطع طول الشاحنة 20-m و10 m إضافية أمام الشاحنة، و في المقابل هناك سيارة قادمة سرعتها 25 m/s كذلك وعلى بعد حوالي 400 m. هل يمكنه أن يجرب التجاوز؟ أعط تفاصيل.

31. (III) يأمل عداء في أن يقطع مسافة 10,000 m في أقل من 30.0 min. بعد زمن 27.0 min كان هناك 1100 m باقية ليقطعها. وعلى العداء أن يتسارع بـ $0.20\ m/s^2$، فما الزمن اللازم لتحقيق الهدف؟

32. (III) تقود سائقة سيارتها بسرعة 45 km/h تقترب من تقاطع طريق عندما تعطي الإشارة الضوء الأصفر. تعرف أن الضوء الأصفر يستغرق ثانيتين قبيل التحول إلى الضوء الأحمر. تبعد السائقة 28 m من بداية التقاطع (الشكل 2 - 31). هل عليها التوقف أو محاولة تجاوز هذا التقاطع قبيل أن تتحول الإشارة إلى الأحمر؟ عرض التقاطع 15 m. أقصى تباطؤ لسيارتها يساوي $-5.8\ m/s^2$ في حين تستطيع أن تتسارع من 45 km/h إلى 65 km/h في 6.0 s. أهمل طول السيارة وزمن رد فعل السائقة.



الشكل **2-31** المسألة 32.

2-7 الأجسام الساقطة (أهمل مقاومة الهواء)

33. (I) يسقط حجر من أعلى جرف. إذا كان الحجر يصطدم بالأرض بعد 3.25 s. فما ارتفاع الجرف؟

34. (I) إذا انزلقت سيارة من ($v_0 = 0$) من أعلى جرف عموديًا، فما الزمن اللازم كي تصل سرعتها إلى 85 km/h؟

35. (I) قدّر: (أ) كم الزمن الذي لزم كنج كونغ للسقوط رأسيًا من أعلى بناية "إمْبَيْر ستيت" (ارتفاعها 380 m). (ب) سرعته قبيل أن "يصل" إلى الأرض؟

36. (III) قذفت كرة بيسبول إلى الأعلى بسرعة 22 m/s: (أ) إلى أي ارتفاع سوف تصل؟ (ب) ما زمن بقائها في الهواء؟

37. (II) يمسك لاعب الكرة بعد 3.0 s من قذفها نحو الأعلى. بأي سرعة قذفها، وإلى أي ارتفاع وصلت؟

38. (II) جسم يبدأ من السكون ويسقط تحت تأثير الجاذبية. ارسم بيانيًا: (أ) سرعته. (ب) المسافة التي يسقطها t من 0= إلى $t = 5.00$ s. أهمل مقاومة الهواء.

39. (III) طائرة عمودية(هيليوكوبتر) ترتفع إلى الأعلى بسرعة 5.20 m/s وعند ارتفاع 125 m فوق الأرض ألقيت منها رزْمةٌ من الشباك. ما الزمن اللازم للرزمة كي تصل إلى الأرض؟ [تلميح: السرعة الابتدائية للرزمة تساوي سرعة الطائرة].

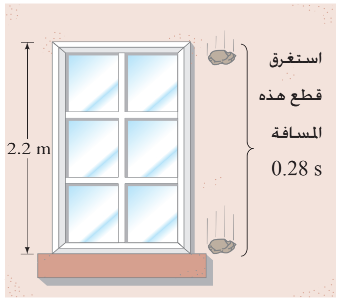
40. (II) بالنسبة للجسم الذي يسقط سقوطًا حرًا، بيّن أن المسافات المقطوعة كل ثانية لاحقة تزداد بنسبة الأرقام الصحيحة الفردية بالتتابع (1,3,5,...). كان غاليليو أول من أثبت ذلك. انظر (الشكل 2- 18 و 2-21).

41. (II) أهمل مقاومة الهواء، بين (جبريًا) أن كرة تقذف رأسيًا إلى الأعلى بسرعة v_0 سوف يكون لها السرعة نفسها عند عودتها إلى نقطة البداية.

42. (II) قذف حجر رأسيًا بسرعة 18.0 m/s: (أ) كم سرعته عندما يصل إلى ارتفاع 11.0 m؟ (ب) ما الزمن اللازم له كي يصل إلى هذا الارتفاع؟ (ج) لِمَ هناك جوابان لفرع ب؟

43. (III) احسب بالتقريب الزمن بين كل صورتين متتاليتين للتفاحة في (الشكل 2-18). افرض أن قطر التفاحة حوالي 10 cm. [تلميح: استعمل موقعين متتاليين للتفاحة، لكن ليس من المواقع غير الواضحة التي في الأعلى].

44. (III) يستغرق حجر ساقط 0.28 s ليقطع نافذة طولها 2.2 m (الشكل 2-32). من على أي ارتفاع فوق الحافة العلوية للنافذة يبدأ الحجر بالسقوط؟



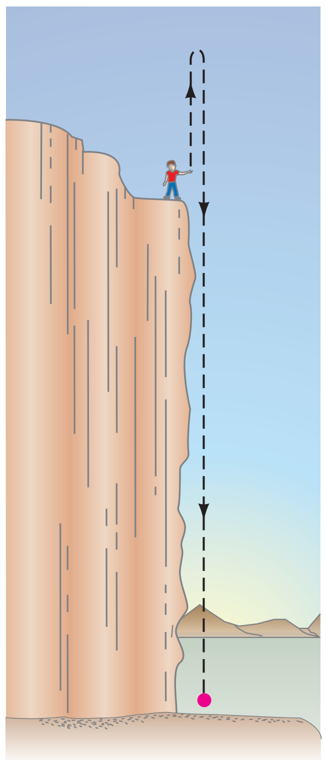
الشكل **2-32**
المسألة 44.

45. (III) أُسقط حجر من أعلى جرف بحري، وسُمع صوت ارتطامه بالماء بعد 3.2 s. فإذا كانت سرعة الصوت في الهواء 340 m/s، فما ارتفاع الجرف؟

46. (III) افرض أنك ضبطت فتحة خرطوم المياه في حديقتك على تيار شديد من الماء. ووجهت فتحة الخرطوم إلى الأعلى وعلى ارتفاع 1.5 m من سطح الأرض (الشكل 2-33). عندما تبعد الخرطوم سريعًا عن المستوى العمودي، تسمع الماء يرتطم بالأرض بعد 2.0 s. ما سرعة الماء عندما ينطلق من فتحة الخرطوم؟

الشكل **2-33** المسألة 46.

47. (III) قذف حجر إلى الأعلى رأسيًا بسرعة 12.0 m/s من على حافة جرف ارتفاعه 70.0 m (الشكل 2-34). (أ) كم الزمن اللازم له ليصل إلى أسفل الجرف؟ (ب) ما سرعته قُبيل اصطدامه بالأرض؟ (ج) ما المسافة الكلية التي يقطعها؟



الشكل **2-34**
المسألة 47

48. (III) شوهدت كرة بيسبول تمر نحو الأعلى من أمام نافذة ترتفع عن الشارع 28 m بسرعة رأسية 13 m/s. إذا كانت الكرة قذفت من الشارع: (أ) كم كانت سرعتها الابتدائية؟ (ب) ما الارتفاع الذي ستصل إليه؟ (ج) متى قذفت؟ (د) متى تعود إلى الشارع مرة أخرى؟

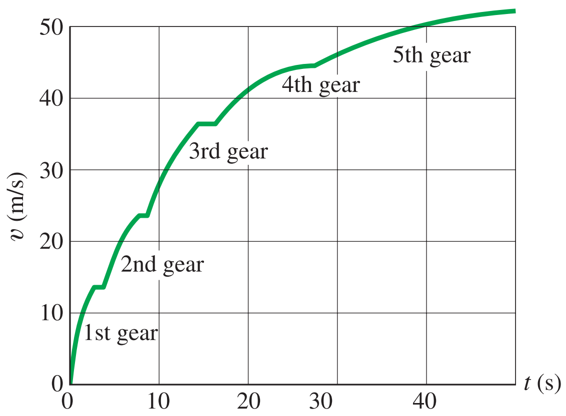
* 2-8 تحليل بياني

* **49.** (I) يبين (الشكل 2-29) سرعة قطار بدلالة الزمن. (أ) عند أي زمن كانت سرعته أقصى ما يمكن؟ (ب) خلال أيّ مُدَدٍ زمنية، إذا وجدت، كانت السرعة ثابتة؟ (ج) خلال أيّ مُدَدٍ، إذا وجدت، كان التسارع ثابتًا؟ (د) متى كان مقدار التسارع أكبر ما يمكن؟

* **50.** (II) موقع أرنب داخل نفق مستقيم بدلالة الزمن، مرسوم في (الشكل 2-28). كم سرعته اللحظية: (أ) عند $t = 10.0\text{s}$؟ (ب) عند $t = 30.0$ s؟ ما متوسط سرعته المتجهة؟ (ج) بين $t = 0$ و $t = 5.0$ s؟ (د) بين $t = 25.0$ s و $t = 30.0$ s؟ (هـ) بين $t = 40.0$ s و $t = 50.0$ s؟

* **51.** (II) في (الشكل 2-28 أ) خلال أيّ مُدَدٍ زمنية، إذا وجدت، تكون السرعة المتجهة ثابتة؟ (ب) عند أي زمن تكون السرعة المتجهة قصوى؟ (ج) عند أي زمن، إذا وُجد، تكون السرعة المتجهة صفرًا؟ (د) هل يتحرك الجسم في اتجاه واحد أم في اتجاهين خلال الزمن المبيّن؟

* **52.** (II) نوع معيّن من السيارات يستطيع أن يتسارع كما هو مبيّن في منحنى السرعة – الزمن في (الشكل 2-35) (المواقع المستقيمة القصيرة تدل على نقل الحركة). (أ) احسب بالتقريب متوسّط التسارع خلال مُدّتي النقل الثانية والرابعة. (ب) احسب بالتقريب المسافة التي سارتها السيارة خلال النقلة الرابعة.



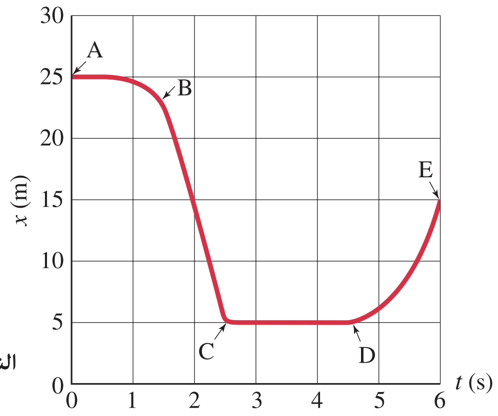
الشكل **2-35** المسألتان 52 و 53. سرعة سيارة بدلالة الزمن، تبدأ من السكون. القفزات في المنحنى تدل على غيارات ناقل الحركة.

* **53.** (II) احسب متوسط التسارع للسيارة في المسألة السابقة (الشكل 2-35) عندما يكون الغيار: (أ) الأول. (ب) الثالث. (ج) الخامس. ما متوسط التسارع في الغيارات الأربعة الأولى؟

* **54.** (II) في الشكل 2 - 29، احسب بالتقريب المسافة المقطوعة خلال الدقيقة (أ) الأولى (ب) الثانية.

* **55.** (II) ارسم العلاقة بين v و t للجسم الذي إزاحته كدالة في الزمن معروضة في الشكل 2-28.

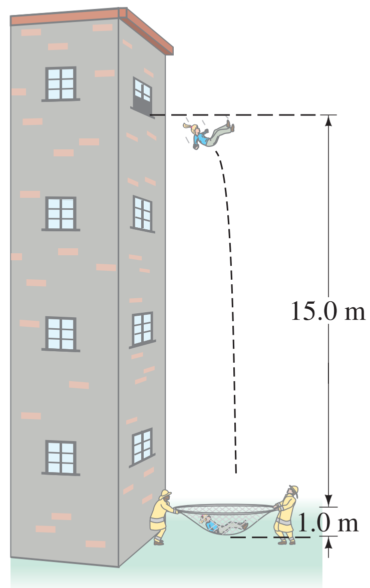
*‎.56 (II) يبين (الشكل 2-36) رسماً بيانياً بين الموقع والزمن لحركة جسم على محور x. اعتبر المدّة من A إلى B. (أ) هل يتحرك الجسم بالاتجاه الموجب أم بالاتجاه السالب؟ (ب) هل يتسارع الجسم أم يتباطأ؟ (ج) هل تسارع الجسم موجب أم سالب؟ اعتبر الآن المدّة من نقطة D إلى نقطة E. (د) هل يتحرك الجسم بالاتجاه الموجب أم بالاتجاه السالب؟ (هـ) هل تزداد سرعة الجسم أم تقل؟ (و) هل تسارع الجسم موجب أم سالب؟ (g) أخيرًا، أجب عن هذه الأسئلة الثلاثة في المدّة الزمنية من C إلى D.



الشكل 2 - 36 المسألة 56

مسائل عامة

‎.57 تقفز فتاة من نافذه في الطابق الرابع ارتفاعها 15.0 m فوق شبكة السلامة لرجال الإطفاء. تمط الشبكة 1.0 m قبل أن تصل إلى السكون، (الشكل 37 - 7) (أ) كم كان متوسط التسارع للفتاة في أثناء تباطئها نحو السكون بواسطة الشبكة؟ (ب) ماذا يمكنك أن تعمل لجعلها أكثر سلامة (أي لتقلل تسارعها)، هل تشدّ الشبكة أم ترتخيها؟ فسِّر ذلك.



الشكل 2-37 المسألة 57.

‎.58 تسارع الجاذبية على القمر يساوي تقريبًا سُدس قيمته على الأرض. إذا قذف جسم رأسيًا على القمر، فكم مرة أعلى سوف يصل الحجر من ارتفاعه على الأرض، بفرض أن السرعة الابتدائية نفسها؟

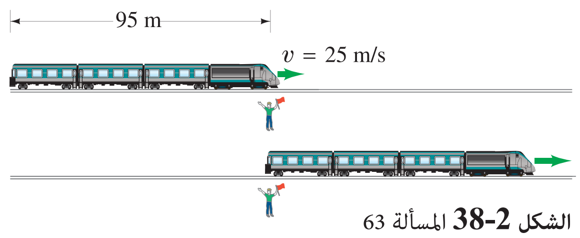
‎.59 الشخص المثبت جيدًا بحزام الأمان لديه فرصة كبيرة للنجاه من حادث سيارة إذا لم يزد التباطؤ على 30 g حيث ($1.0\ g = 9.8\ \text{m/s}^2$). افرض تباطؤاً منتظماً بهذه القيمة، احسب المسافة التي تصمم الواجهة الأمامية لتنحطم خلالها إذا أدى التصادم إلى توقف السيارة من السرعة 100 km/h.

‎.60 يقف العميل بوند على جسر يرتفع 12 m عن الطريق، حيث يقترب منه مَن يطاردونه. لاحظ أن هناك شاحنة تقترب منه بسرعة 25 m/s حيث قاس ذلك من خلال معرفته أن المسافة بين أعمدة الهاتف في ذلك البلد هي 25 m حيث تمر الشاحنة قربها. الشاحنة ترتفع عن الأرض 1.5 m. وقد حسب بوند عدد الأعمدة التي يجب أن تبعدها الشاحنة بحيث يقفز فوقها من الجسر ليهرب. كم عدد هذه الأعمدة؟

‎.61 شركة صناعة سيارات تختبر سياراتها للتصادمات الأمامية والخلفية: حيث ترفع السيارة عاليا برافعة ثم تلقى من ارتفاع معين. (أ) بيّن أن السرعة قبيل ارتطامها بالأرض من على ارتفاع H هي $\sqrt{2gH}$. ما الارتفاع اللازم الذي تسقط منه السيارة حتى تكون سرعتها قبيل ارتطامها بالأرض؟ (ب) 60 km/h (ج) 100 km/h؟

‎.62 تتحرك الأرض كل سنة 10^9 km في أثناء دورانها حول الشمس. ما متوسط سرعة الأرض بـ km/h ؟

‎.63 قطار طوله 95-m يبدأ بالتسارع من السكون. سرعة مقدمة القطار هي 25 m/s عند مروره أمام عامل سكة الحديد، الذي يقف على بعد 180 m من نقطة انطلاق مقدمة القطار. كم ستكون سرعة آخر عربة من القطار عند مرورها أمام العامل؟ (انظر الشكل 2-38).



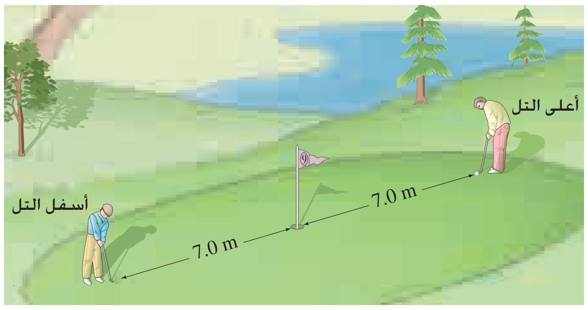
الشكل 2-38 المسألة 63

‎.64 يقفز شخص من على منصه الغوص التي ترتفع 4.0 m فوق سطح الماء، في بركة عميقة. توقفت حركة الشخص على عمق 2.0 m من سطح الماء. احسب بالتقريب متوسط التسارع للشخص تحت الماء.

‎.65 في تصميم نظام نقل سريع، من الضروري الموازنة بين متوسط سرعة القطار والمسافات بين نقاط الوقوف. كلما زاد عدد مرات الوقوف قلَّ متوسط السرعة للقطار. وللحصول على فكرة عن هذه المسألة، احسب الزمن اللازم للقطار لقطع مسافة 9.0-km في حالتين: (أ) المحطات التي يجب على القطار أن يتوقف فيها تبعد 1.8 km عن بعضها. (مجموع 6 محطات بما في ذلك محطة البداية ومحطة النهاية) (ب) المحطات تبعد 3.0 km (أربع محطات كلية). افرض أن القطار يتسارع بـ $1.1\ \text{m/s}^2$ عند كل محطة حتى يصل إلى 90 km/h ثم يبقى على هذه السرعة حتى تعمل المكابح للوصول إلى المحطة التالية حيث يتباطأ بـ $-2\ \text{m/s}^2$. افرض أنه يتوقف عند كل محطة بينية لمدة 20 s.

66. يثني البجع جناحيه ويسقط سقوطاً حراً نحو الأسفل عند صيد الأسماك. افرض أن بجعة بدأت الغوص من على ارتفاع 16.0 m ولا تستطيع تغيير مسارها حالما بدأته. إذا كانت السمكة تحتاج إلى 0.20 s للمراوغة، فما أقل ارتفاع يجب على السمكة أن ترصد فيه البجعة كي تستطيع النجاه؟ افرض أن السمكة عند سطح الماء.

67. في لعبة الغولف، يضرب اللاعب الكرة بقوة تكفي لوضع الكرة على بعد صغير من الحفرة، مثلا 1.0 m أو أقل، في حال لم تسقط فيها. إن تحقيق ذلك يكون صعباً عند ضرب الكرة من نقطة في أعلى المرتفع مقارنة مع ضربها من نقطة في أسفل المرتفع (انظر الشكل 2 - 39). لمعرفة السبب، افرض أنّ كرة على أحد المسطحات الخضراء تتباطأ بمعدل ثابت $2.0\ m/s^2$ نحو الأسفل وبمعدل $3.0\ m/s^2$ نحو الأعلى. افرض أننا عند مرتفع وعلى بعد 7.0 m من الحفرة. احسب مدى السرعة الابتدائية الذي قد تمنحه للكرة بحيث تتوقف في مدى 1.0 m أقرب أو أبعد من الحفرة. اجرِ الحساب نفسه في حال كنا عند نقطة في منخفض وعلى بعد 7.0 m من الحفرة. ما الذي تراه في نتائجك يدل على أن ضرب الكرة نحو الأسفل أصعب؟



الشكل 2 - 39 المسألة 67، لعب الغولف صباح الأربعاء.

68. شخص هارب يحاول القفز إلى قطار شحن يسير بسرعة 6.0 m/s. في اللحظة التي عبرت سيارة صغيرة، بدأ الشخص بالتسارع $a = 4.0\ m/s^2$ إلى سرعته القصوى 8.0 m/s. (أ) ما الزمن اللازم له ليحلق السيارة الصغيرة. (ب) ما المسافة التي يقطعها للوصول إلى السيارة؟

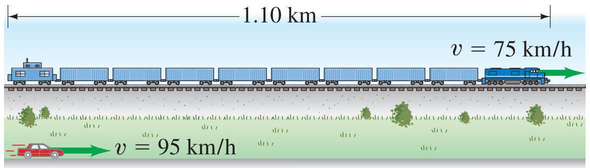
69. ألقي حجر من على سطح بناية عالية. وألقي حجر ثان بعد 1.50 s. ما المسافة بين الحجرين عندما تصل سرعة الثاني إلى 12.0 m/s؟

70. على سائق سباق أن يسجل متوسط سرعة 200.0 km/h خلال الزمن الذي يحتاج إليه لإتمام عشر دورات. إذا أتم أول تسع دورات بسرعة 198.0 km/h. فما متوسط السرعة للدورة الأخيرة؟

71. سائق دراجة في سباق الدراجات الفرنسي يبلغ ذروة ممر جبلي عندما يتحرك بسرعة 18 km/h. عند القاعدة: حيث يبعد 4.0 km تكون سرعته 75 km/h، ماذا كان متوسط تسارعه (بـ m/s^2) في أثناء نزوله عن الجبل؟

72. يلعب طفلان ألعاباً بهلوانية (الترامبولين). يستطيع أحد الطفلين الارتداد نحو الأعلى مرة ونصف أكثر من الطفل الثاني. السرعة الابتدائية للطفل الثاني هي 5.0 m/s. (أ) احسب أقصى ارتفاع يصل إليه الطفل الثاني. (ب) ما السرعة الابتدائية للطفل الأول؟ (ج) ما الزمن الذي يقضيه الطفل الأول في الهواء؟

73. سيارة تسير بسرعة 95 km/h تتجاوز قطاراً طوله 1.10-km يسير بالاتجاه نفسه على سكّة موازية للطريق. إذا كانت سرعة القطار 75 km/h، فما الزمن اللازم للسيارة كي تتجاوز القطار، وما المسافة التي تكون السيارة قد قطعتها خلال التجاوز؟ انظر (الشكل 2 - 40). ماذا ستكون النتائج لو أن السيارة والقطار يسيران باتجاهين متعاكسين؟



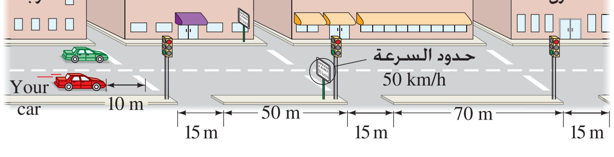
الشكل 2 - 40 المسألة 73.

74. يقذف لاعب بيسبول الكرة بسرعة 44 m/s . عند رمي الكرة، يسارع اللاعب تلك الكرة في مسافة 3.5 m من خلف جسمه إلى نقطة انطلاقها (الشكل 2 - 41). احسب متوسط التسارع للكرة خلال عملية الرمي.

الشكل 2 - 41 المسألة 74.

75. يرتفع صاروخ من السكون بتسارع $3.2\ m/s^2$ حتى يفرغ من الوقود عند ارتفاع 1200 m. بعد هذه النقطة يصبح تسارعُهُ تسارعَ الجاذبيةِ نحو الأسفل. (أ) ما مقدار سرعة الصاروخ عندما يفرغ من الوقود؟ (ب) ما الزمن اللازم لبلوغ هذه النقطة؟ (ج) ما أقصى ارتفاع يصل إليه الصاروخ؟ (د) ما الزمن اللازم (الكلي) كي يصل إلى أقصى ارتفاع؟ (هـ) بأي سرعة يصطدم الصاروخ بالأرض؟ (و) ما الزمن الكلي الذي يقضيه الصاروخ في الهواء؟

76. اعتبر رسم الشارع المبيّن في (الشكل 2 - 42). كل تقاطع عنده إشارة ضوئية، وحد السرعة 50 km/h. افرض أنك تقود سيارتك من الغرب بالسرعة المحددة. عندما تكون على بعد 10 m من التقاطع الأول، كل الإشارات تعطي الضوء الأخضر وتبقى كذلك لمدة 13 s. (أ) احسب الزمن اللازم للوصول إلى الإشارة الضوئية الثالثة. هل يمكنك تحقيق ذلك في أثناء إضاءة الإشارات كلها دون توقف؟ (ب) سيارة أخرى توقفت عند الإشارة الضوئية الأولى عندما تحولت الإشارات إلى الضوء الأخضر، تستطيع أن تتسارع بمعدل $2.0\ m/s^2$ حتى السرعة الحدية. هل تستطيع السيارة الثانية أن تعبر الإشارات الثلاث من غير توقف؟



الشكل 2 - 42 المسألة 76

77. تبدأ سيارة شرطة من السكون بمطاردة شاحنة لسائق يتجاوز السرعة؛ حيث يسير بسرعة 120 km/h. يلحق ضابط الشرطة السائق في مسافة 750 m عندما كان الضابط يسير بتسارع ثابت. ارسم بطريقة وصفية موقع كل من السيارتين مع الزمن من نقطة انطلاق سيارة الشرطة حتى نقطة اللحاق بالسائق المتهور. واحسب: (أ) الزمن الذي لزم الضابط للحاق بالسائق (ب) تسارع سيارة الشرطة (ج) سرعة سيارة الشرطة عند لحظة الوصول إلى السائق.

78. ألقي حجر من سطح بناية، وبعد ثانيتين قذف حجر آخر إلى الأسفل بسرعة ابتدائية 25.0 m/s وقد وصل الحجران إلى الأرض في اللحظة نفسها. (أ) ما الزمن اللازم للحجر الأول كي يصل إلى الأرض؟ (ب) ما ارتفاع المبنى؟ (ج) ما سرعة كل من الحجرين قبيل ارتطامهما بالأرض؟

79. قُذف حجران رأسيًا إلى الأعلى في اللحظة نفسها. إذا قذف الحجر الأول بسرعة 11.0 m/s من شرفة الدور 12 لبناية ليصل إلى الأرض بعد 4.5 s. فما السرعة الابتدائية التي يجب أن يُقذف بها الحجر الثاني من شرفة الدور الرابع للبناية كي يصل الحجران إلى الأرض في الوقت نفسه؟ اعمل فرضيات بسيطة مثل تساوي ارتفاع الأدوار.

80. إذا أهملنا مقاومة الهواء، ما الزمن اللازم لمظلة تسقط من طائرة على ارتفاع 3200 m لتصل إلى ارتفاع 350 m، الذي يسحب عنده حبل فتح المظلة ؟ ماذا ستكون سرعتها عند هذا الارتفاع؟ (في الواقع، إنّ مقاومة الهواء سوف تحدد سرعتها بحوالي 150 km/h).

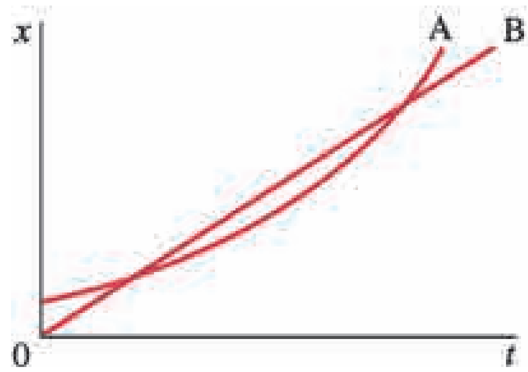
81. مطعم وجبات سريعة يستخدم حزامًا ناقلاً لإدخال البيرغر عبر آلة شواء. إذا كان طول هذه الآلة 1.1 m ويحتاج البيرغر إلى 2.5 min لينضج، فما سرعة حركة الحزام الناقل؟ إذا كان البعد بين كل قطعتين 15 cm، فما معدل إنتاج البيرغر (بـ قطعة/ دقيقة).

82. يستطيع (بيل) قذف كرة إلى الأعلى بسرعة أكبر من سرعة (جو) بمرة ونصف. كم مرة أكبر يكون ارتفاع كرة بيل من ارتفاع كرة جو؟

83. إذا كنت تقف أعلى جرف، في حين يقف صاحبك على الأرض أسفل منك. قمت بإسقاط كرة من السكون فاستغرقت 1.2 s لتصل إلى الأرض. يلتقط صاحبك الكرة ويقذفها رأسيًا إلى الأعلى لتصل إليك في اللحظة التي تصل فيها إلى السكون. ما السرعة التي يطلق صاحبك فيها الكرة؟

84. طُلب إلى طالبين قياس ارتفاع بناية باستخدام باروميتر. وبدل أن يستعمل الطالبان الباروميتر لقياس الارتفاع، أسقطاه من سطح البناية وقاسا الزمن اللازم لوصوله إلى الأرض. سجّل أحد الطالبين زمن 2.0 s، في حين سجّل الثاني 2.3 s. ما مقدار الفرق في ارتفاع البناية الذي ينجم عن فرق الزمن 0.3 s؟

* **85.** يبيّن الشكل 2-43 الموقع كدالة مع الزمن لدراجتين A , B (أ) هل هناك لحظة يكون فيها للدراجتين السرعة النهائية نفسها؟ (ب) أيّ الدراجتين لها تسارع أكبر؟ (ج) في أي لحظة أو لحظات تتجاوز الدراجتان إحداهما الأخرى؟ أيّ الدراجتين تتجاوز الأخرى؟ (د) أيّ الدراجتين لها سرعة لحظية أكبر؟ (ج) أيّ الدراجتين لها متوسط سرعة أكبر؟



الشكل **2 - 43** المسألة 85

إجابات التمارين

أ: (ب)

ب: (أ)+ ، (ب) – ، (جـ) +، (د) –.

جـ: (جـ)

د: 4.9 m/s²

هـ: هو السطح الذي لا تتدحرج عليه كرة ملساء، أو عمودي على الرأسي.