الفصل السادس

كتابة الاعداد بالرموز

لم يطل الأمر بالانسان القديم حتى تعلّم كيف يكتب الأرقام بواسطة رموز خاصة ، اشتُق بعضها من الخطوط أو أخذ عن الاصابع ، والبعض الآخر نجم من الحروف الهجائية وغير ذلك .

ومع أن أشهر هذه الارقام الرمزية واشيعها استعمالا

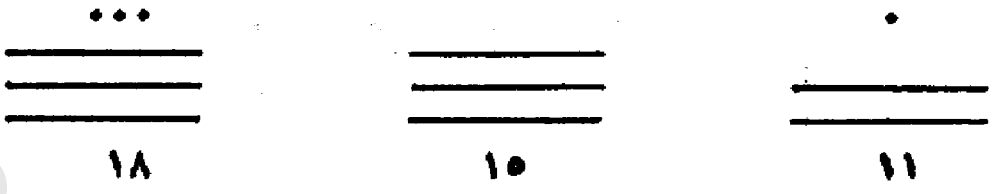
obeikandl.com

هي الأرقام الرومانية ، فاننا نقتصر في هـذا الفصل على البحث في الارقام القديمة عند البابليين والمصريين والاميركيين الاصليين ، تاركين البحث في الأرقام الرومانية لفصل آخر . ويرجع تاريخ هذه الأرقام القديمة إلى القرن الثلاثين قبل الميلاد . وهي تتشابه من وجوه عديدة كما سنرى .

١ ـ الارقام الاميركية القديمة

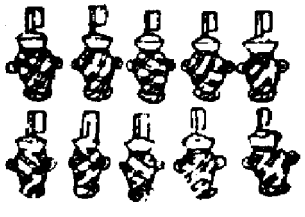
كان بعض سكان اميركا الاصليين يجمعون في كتابة الأعداد الصغيرة ما بين الخطوط والنقط . وهاك مثالا على ذلك :

٠	••	•••	••••	———
١	٢	٣	٤	٥
———	——	———	———	———
٦	٧	٨	٩	١٠



أما الأعداد الكبيرة فكانوا يعبّرون عنهـــا برموز اخرى . فصورة العَلَم ، مثلا ، كانت تدل عـــلى العشرين ، وصورة ورقة الصنوبر تدل عـلى الأربعمائة . فاذا أرادوا أن يكتبوا عشرين بقرة رسموا بقرة وعلى رأسهـــا عَلَم ، وإذا أرادوا أن يكتبوا (٤٠٠) كيس رسموا كيساً فوقه ورقة صنوبر .

وفي بعض المتاحف اليوم صور طريفة من هـــذا النوع . وهاك نموذجاً منها .



أعداد رمزية عنـــد الاميركيين الأصليين

إن الصورة في السطر الاول تمثل (٢٠٠) جرة عسل ، وفي السطر الثـــاني (٢٠٠٠) احرام ، وفي الثالث (١٢٠٠) سلة مكشوفة و (٤٠٠) سلة مغطاة .

٢ ـ الارقام المصرية القديمة

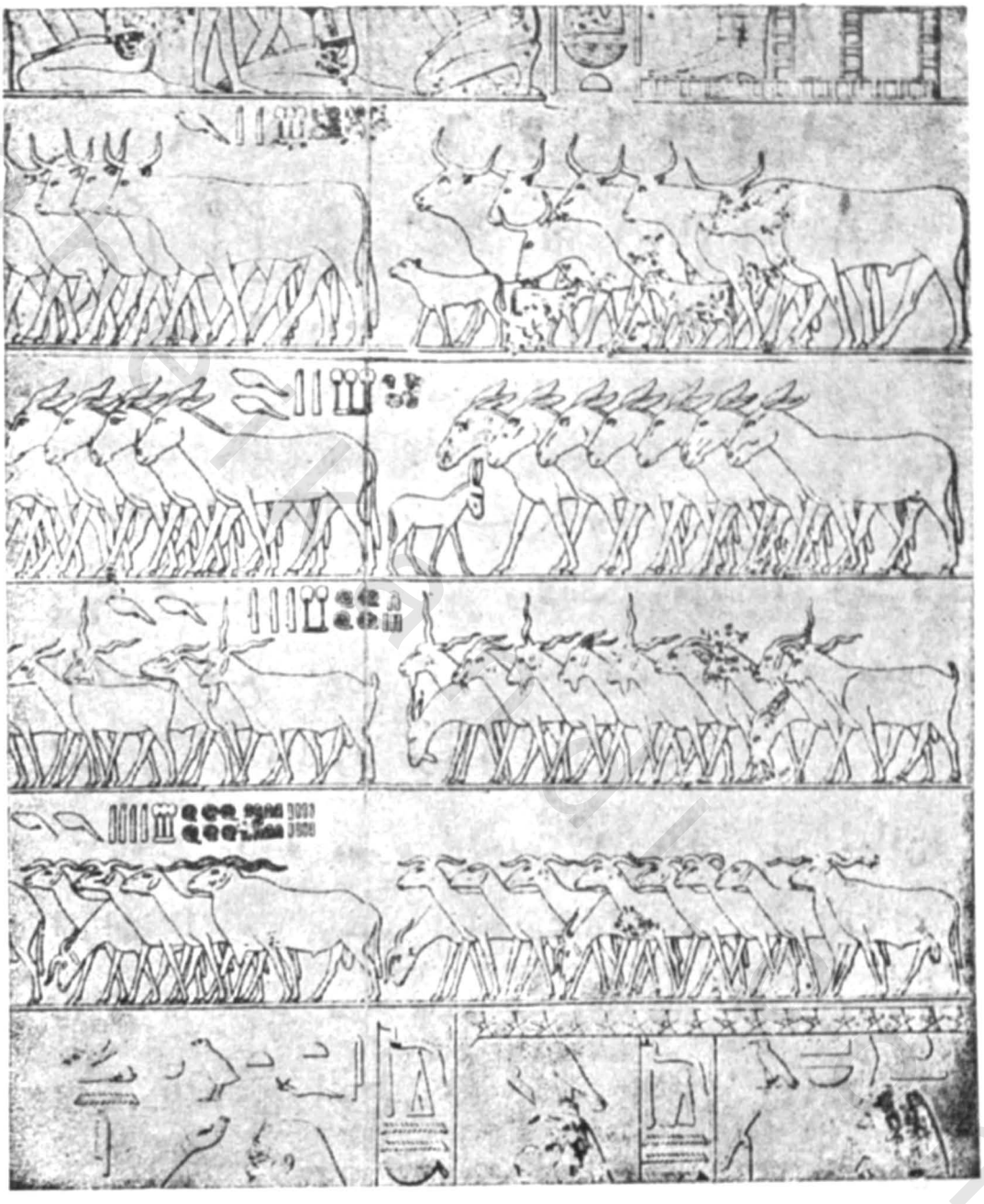
والمصريون الذين اشتهروا بالكتابة الهيروغليفية كانوا يكتبون الاعداد أيضاً بالرموز . فالاعداد التسعة الاولى كانوا يعبرون عنها بخطوط كما ترى في هذا الشكل .

الأرقام الهيروغليفية المصرية

والعشرة كانوا يرمزون اليهـــا بقنـــطرة ، والمئة بحبـــل ملفوف ، والألف بزهرة ، وعشرة الآلاف باصبع ممدود ، والمئة الف بغيلم (صغير الضفدع) ، والمليون برجـل ممدود اليدين .

وهاك كتابة مصرية وُجِدت في مدفن من مدافن الفراعنة ، وفيها رسوم أنواع مختلفة من الحيوانات ، وفوق كل نوع منها عدده مكتوباً بهذه الرموز .

فهنالك من المواشي في الصف الاعلى ١٢٣٤٤٠ ، ومن الحمير ٢٢٣٤٠٠ ، ومن المعزى ٢٣٢٤١٣ ، ومن



وثيقة مصرية مكتوب عليها أرقام هيروغليفية

النوع الأخير ٢٤٣٦٨٨ .

وكان المصريون إذا أرادوا ضرب عددٍ في عدد ، و قسمة عدد على عدد ، لجأوا إلى طريقة التضعيف . لنأخذ ، مثلا ، هذا العمل الحسابي : ٣٧ × ١١ . إن عملا كهذا كانوا يعالجونه على هذه الصورة ، مستخدمين الارقام المصرية الخاصة :

٣٧	١
٧٤	٢
١٤٨	٤
٢٩٦	٨

ثم يأخذون من هذه الحواصل المضاعفة ما يساوي مجموعه الحاصل العامّ هكذا :

(٣٧ × ٨) + (٣٧ × ٢) + (٣٧ × ١)

= ٤٠٧ . أي ثمانية أضعاف العدد يضاف اليها ضعفا العدد مع العدد نفسه يساوي مجموعها العدد مضروباً

في ١١ .

وكانوا يعالجون على هذه الصورة أعمال القسمة . فاذا أرادوا قسمة ٤٠٧ على ٣٧ اتّبعوا طريقة التضعيف نفسها فكان الخارج ٨ + ٢ + ١ .

ومما لا ريب فيه أن طريقة التضعيف والتنصيف عند المصريين كان لها أثر كبير في علم الحساب مدة آلاف من السنين . وظلت هذه الطريقة متّبعة في اوروبا حتى القرن السادس عشر بعد الميلاد .

٣ ـ الارقام البابلية

هذا فيما يتعلق بالارقام والحساب عند الاميركيين الأصليين والمصريين القدماء . أما البابليون فكانت لهم أرقام خاصة ، وكانوا يهتمون اهتماماً عظيما لعلم الحساب وعلم مسك الدفاتر . ويتبين لنا ذلك من آثارهم الكتابية التي تحوي الشيء الكثير من الجداول الحسابية ، على

اختلاف أنواعها ، ولوائح البيع والشراء واجور العمال .

وفضلاً عن ذلك قد اشتهروا بعلم الفلك . والذي زادهم ولعاً بهذا العلم اعتقادهم أنّ للنجوم أثراً في حياة البشر ومقدّراتهم . فكان كهّانهم يرقبونها ويحسبون مواقيتها ويتتبّعون حركة سيرها ، ليستدلوا بها على أحوال الناس ومستقبلهم .

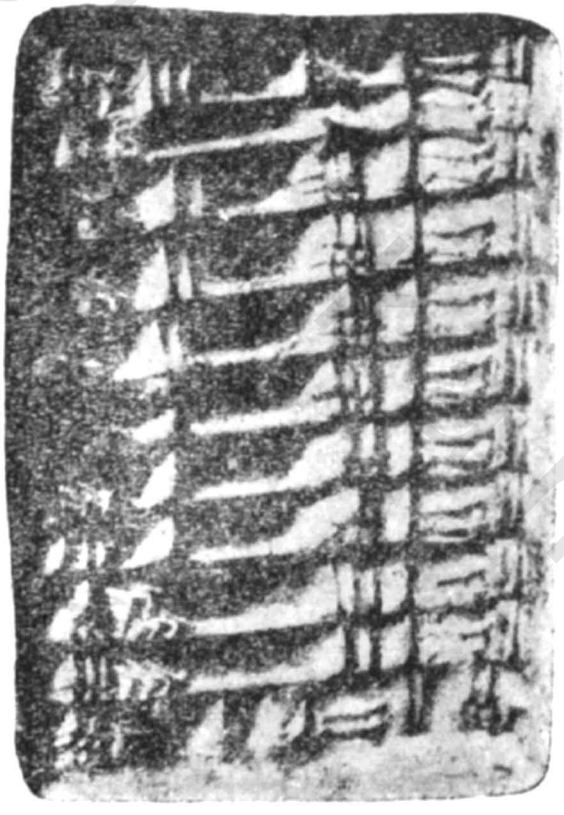
ولا شك في أن اشتغالهم بالعلوم الرياضية والفلكية كان له أثرٌ كبير في علومنا الحاضرة . فاليهم يرجع الفضل ، مثلاً ، في تقسيم اليوم إلى أربع وعشرين ساعة ، والساعة إلى ستين دقيقة ، والدقيقة إلى ستين ثانية ، والدائرة إلى ثلاثمائة وستين درجة .

وكان البابليون يكتبون الارقام وغير الارقام بالرموز الاسفينية . وقد سميت بالاسفينية لأنها مركبة من خطوط تشبه شكل الأسفين الذي يُستعمل لفلق الحطب وغيره . وكانوا يختمون هذه الرموز على لبن

طريّ بقلم من قصب أو معدن . ثم يشوون اللبن فيصير خزفاً لا تقوى السنون على محو الكتابة عنه .

وهاك صورة لوحة قديمة من خزف مكتوب عليها بالارقام البابلية جدول الضرب من :

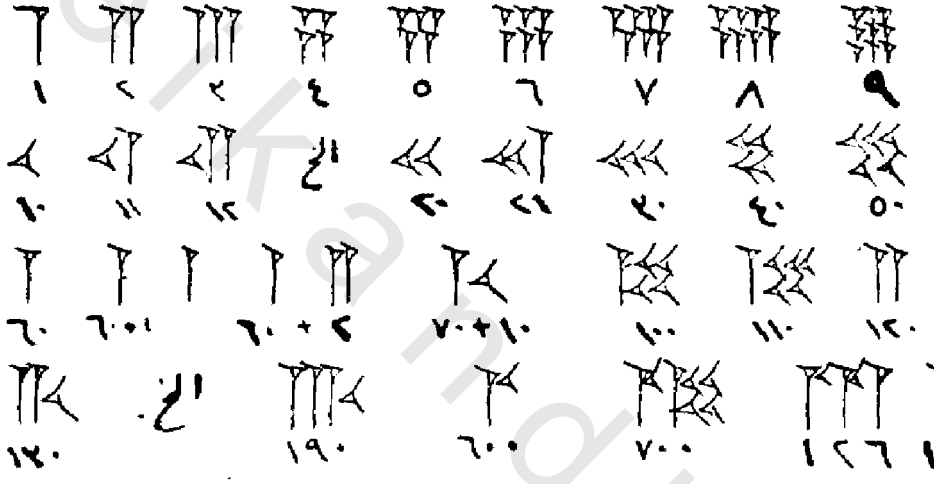
١٨ × ١ الى ١٨ × ١١ . في العمود الأوسط الأعداد من ١ إلى ١١ ، وفي العمود الأيمن الحواصل ١٨ و ٣٦ و ٥٤ و ٧٢ إلى آخرها .



الارقام البابلية

وفي هـــذا الشكل ترى الارقام البابلية . وهي قديمة يرجع تاريخها الى الوف السنين قبل الميلاد . اذا تأملت في هذه الارقام لاحظت اموراً عديدة .

اولاً ، ان التسعة الاعـداد الاولى يُعبّر عنهـــا



الارقام البابلية

بخطوط عمو ، نُسّقت تنسيقاً واضحاً يُسهّل عـلى القاريء حلها دون عدّ . امـــا العشرة فلها شكل خاص .

ثانياً ، تركّب الأعـــداد الكبيرة من الصغيرة باضافة بعضها الى بعض جمعاً وطرحاً وضرباً . ويتضح لنا ذلك اذا دقّقنا في هـــذه الأعداد من اولها الى آخرها .

ثالثاً ، ان نظـام العـدّ عند البابليين هو النظام الستّيني المبني على الوحـــدة (٦٠) بمعنى انهم كانوا يعتبرون الستين من الأعداد الاساسية التي تتركب منها الأعداد الكبيرة . فالمئة ، مثـلاً ، مركّبة من الستين يُضاف اليها اربع عشرات ، والمئة والعشرون مركّبة من ستين وستين ، وهكذا دواليك . وأغلب الظن أن الاعداد البابلية في اول عهدها لم تجاوز الستين . ذلك ما تدلنا عليه آثارهم الكتابية . فقد وُجدت حديثاً على ضفاف الفرات لوحات من خَزَف مكتوب عليها بالارقام الاسفينية جدول في مربّعات الاعـداد من ١ الى ٣٠ . ولما جاء البابليون لكتابة مربّع ٨ و ٩

و ١٠ و ١١ ، مثلاً ، كتبوا ٦٤ هكذا ١،٤ وكتبوا ٨١ هكذا ١،٢١ وكتبوا ١٠٠ هكذا ١،٤٠ وكتبوا ١٢١ هكذا ٢،١ وهلم جرّا . ومعنى ذلك ان الرقم الى يسار الفاصلة كان يمثل عدد الستينات يُضاف اليها العدد الى يمين الفاصلة .

وبعد أن بحثنا الأرقام القديمة عند الاميركيين والمصريين والبابليين القدماء لننتقل الى الكلام على غيرهم من الشعوب القديمة التي كانت تستعمل الحروف الهجائية للدلالة على الاعداد .

الفصل السابع

كتابة الاعداد بالاحياء

ان اول من استعمل الحروف الهجائية للدلالة على الأعداد – على ما نعلم – هم الفينيقيون سكان السواحل اللبنانية السورية في العصور القديمة . ولا عجب ، فان الفينيقيين هم الذين أخذوا هذه الحروف عن أهل سيناء ونشروها بين الشعوب القديمة .

obeikandl.com

وفضلًا عن نشرهم لحروف الهجاء كذلك نشروا استعمالها بمثابة الأرقام . ومن جملة الذين اقتبسوا هذه الفكرة عنهم العرب واليونان .

كان العرب يعتمدون الألفباء للتعبير عن الارقام ، وظلوا كذلك حتى القرن التاسع بعد الميلاد . واليك الالفباء مرتبة على الترتيب الابجدي القديم ، وهو أبجد هوّز حُطّي كَلَمَن سَعْفَص قَرَشَت ثَخَذ ضَظَغ . وقد وضعنا تحت كل حرف مدلوله العددي .

ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	ي	ك	ل	م	ن
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠

س	ع	ف	ص	ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ
٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠

ض	ظ	غ .
٨٠٠	٩٠٠	١٠٠٠

وانك لترى في هذه الأعداد انهم جعلوا الحروف

التسعة الاولى للدلالة على الآحاد ، وهي لا تزال تستعمل الى يومنا هذا بقصد الترقيم ، والتسعة التالية للدلالة على العشرات ، والتسعة التي بعدها للدلالة على المئات ، وجعلوا الحرف الثامن والعشرين للدلالة على الألف . اما بقية الالوف حتى التسعمائة الف فقد عبّروا عنها بالحروف نفسها ، تضاف اليها الغين وقيمتها العددية الف ، ويضرب كل منها بالغين .

مثال ذلك بغ مدلولها ٢٠٠٠ وطغ ٩٠٠٠ وكغ ٢٠٠٠٠ وصغ ٩٠٠٠٠ ورغ ٢٠٠٠٠٠ وظغ ١٩٠٠٠٠٠

وما عدا ذلك تركب الاعداد من الحروف يضاف بعضها إلى بعض على سبيل الجمع . فاذا كتبوا « رأس » ، مثلاً ، كانت قيمة هذه الكلمة ٢٠٠ + ٦٠ = ٢٦١ . وإذا كتبوا « عالم » كانت قيمة هذه الكلمة ٧٠ + ١ + ٣٠ + ٤٠ = ١٤١ .

وعلى هذا النحو تُكتب الاعداد من الاحد عشر

إلى التسعة عشر هكذا :

يا	يب	يج	يد	يه	يو	يز	يح	يط
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩

ويُستعمَل حساب الأبجدية هذا في التاريخ الشعري . وهو عبارة عن الأتيان بكلام يتضمن ذكر حادثة . فاذا جمعت حروفه على حساب الأبجدية أو حساب الجُمّل تخرج منها السنة التي وقعت فيها تلك الحادثة .

مثال ذلك هذا البيت من الشعر الذي نظمه الأديب الشيخ نجيب الحداد وهو يحتضر مؤرخاً فيه وفاته :

ولّى « النجيب » فارّخوا قبراً له
قد مات مشتاقاً إلى لبنان

فاذا جمعت الكلمات التي بعد لفظة (فأرخوا) كان المجموع ١٨٩٩ وهي سنة وفاته .

وللتاريخ الشعري شروط متفق عليها اليوم واليك أهمها :

اولاً – أن تُذكر الكلمات التي يراد بها التأريخ بعد لفظة مشتقة من فعل أرّخ . ولا يُحسب ما اتصل بها من الحروف كالهاء من يؤرخه والياء والنون من مؤرخين .

ثانياً – أن يكون الكلام الجامع التاريخ في البيت الأخير من الشعر .

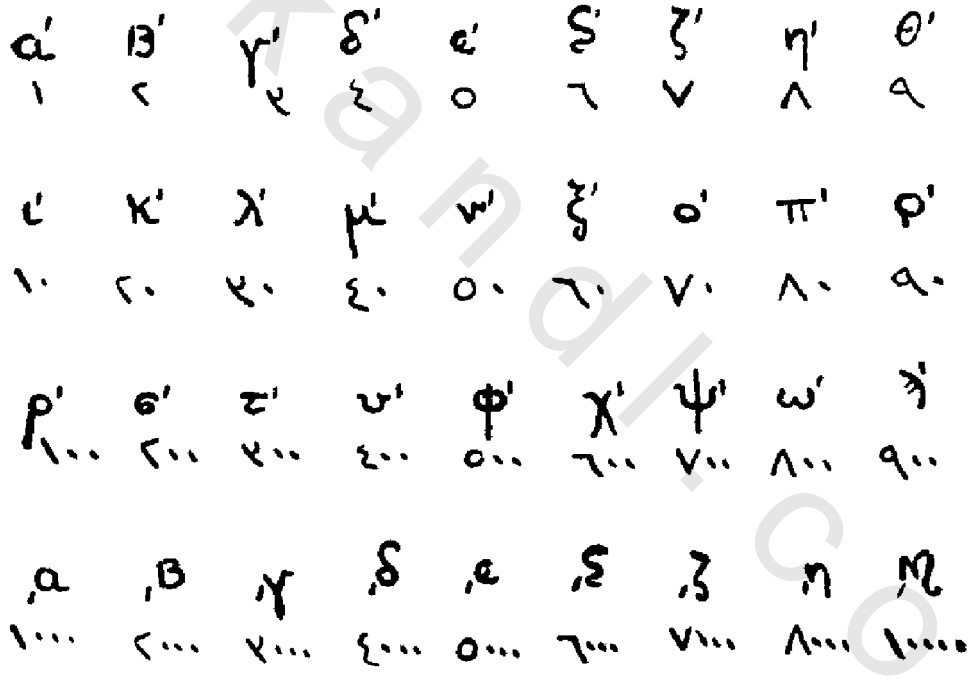
ثالثاً – أن تُحسَب الحروف كما هي صورتها ، دون مراعاة لفظها . فالألف بصورة الياء تُحسب ياءً والمَدة لا تُحسَب شيئاً . والحرف المشدّد يُحسب حرفاً واحداً . والواو في عَمرو تُحسب واواً . وألف نصروا تُحسب . والخلاصة إنه يُنظر إلى صورة الكلمات دون لفظها .

رابعاً – أن يكون للفظ التأريخ معنى متعلّق بما

قبله لا أن يكون حشواً بلا معنى .

خامساً – أن يحوي شطر التأريخ نكتة متعلقة بالحادثة وأن لا يكون مبهماً ولا معقّداً ولا متكلفاً .

وكذلك كان اليونان يعتمدون على الألفباء للتعبير عن الأرقام . ولكي يميّزوها عن الحروف العادية ، أضافوا إلى جانبها خطاً صغيراً . ثم احتاجوا إلى ثلاثة



الأرقام اليونانية القديمة

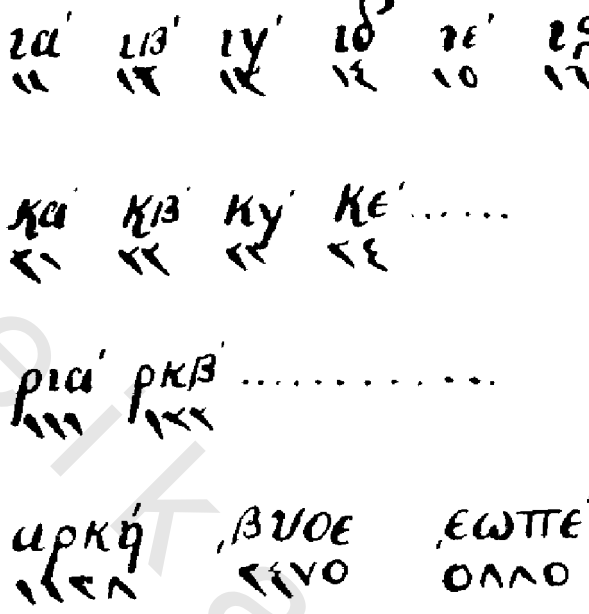
openkandil.com

حروف جديدة ، فزادوها على حروفهم فصارت سبعة وعشرين .

انظر إلى الألفباء اليونانية في الصفحة السابقة وقد زيدت عليها الخطوط الصغيرة ووضع تحت كل حرف مدلوله العددي .

تأمّل هذه الأرقام ترَ أن اليونان جعلوا الحروف التسعة الأولى للدلالة على الآحاد ، والتسعة الثانية للدلالة على العشرات ، والتسعة الثالثة للدلالة على المئات . زد على ذلك أنهم كانوا يكتبون الأعداد من ١ إلى ٩٩٩ باضافة هذه الحروف بعضها إلى بعض كما ترى في الشكل على الصفحة المقابلة .

أما الحروف فقد عبّروا عنها بالحروف الهجائية نفسها يضاف الخط الصغير إلى اليسار بدلا من اليمين . لنأخذ ، مثلًا ، الحرف الأول عندهم وهو α فاذا وضعوا الخط إلى اليمين هكذا α' دلّ على الواحد ، وإذا



تركيب الأعداد اليونانية بالاضافة

وضعوه إلى اليسار هكذا ͵α دلّ على الألف . كذلك الحرف الثاني عندهم وهو Β . فكان العدد اثنين يكتب هكذا Β́ والألفان هكذا ͵Β .

وكان اليونانيون يعطون لكل كلمة قيمة عدديّة . وكانت قيمة الكلمة تساوي مجموع قيمة الحروف التي تتألف منها . وإذا تساوت كلمتان مختلفتان من حيث

قيمتها العددية كانتا ، في نظرهم ، متشابهتين في المعنى .

وكان أحدهم إذا أراد ذمّ عـــدوٍّ له فتّش عن اسم مذمّة يساوي مجموع حروفهـا مجموع حروف اسم هذا العدوّ ، ليبرهن بذلك على أنه أهـــل للمذمّة . ويحكى أن شاعراً يونانياً أراد يوماً أن يهجو زميـلاً له ، فعيّرَهُ بأن مجموع حروف اسمه كمجموع حروف كلمة يونانية معناها الطاعون .

وقد اتبع اليونان القدماء في ذلك بعض مفسّري نبوءات الكتاب المقدس . ومن أطرف ما سجل لنا التاريخ في هذا الباب أن عالماً كاثوليكياً من معاصري لوثيروس الشهير كتب كتاباً يبرهن فيه على أن العدد ٦٦٦ الذي جاء في سفر الرؤيا رامزاً إلى المسيح الدجال إنما هو لوثيروس بعينه . فردَ عليه لوثيروس أن هذا العدد إنما يرمز إلى عهد البابوية . فتأمّل !

الفصل الثامن

الارقام الرومانية ومعضلاتها

ننتقل الآن الى الكلام عن الارقام الرومانية ، وهي اكثر الارقام القديمة شيوعاً واطولها عمراً .

والرومانيون – كما لا يخفى – من اعظم الشعوب القديمة عزّاً وجاهاً وسلطاناً . وقد سيطروا على العالم مدة طويلة من الزمن ، وتوالت فتوحاتهم ، واتّسعت

obeikandl.com

املاكهم ، وضمت مدنيتهم الشرق والغرب معاً . فلا غرابة اذا استطاعوا – بفضل اتساع املاكهم وامتداد عصرهم – ان ينشروا ارقامهم ولغتهم . وقد ظلت ارقامهم اداة الحساب ، كما ظلت لغتهم اللاتينية اداة العلم والادب والفلسفة ، قروناً عديدة .

والارقام الرومانية لم ينحصر استعمالها في العصور الرومانية ، بل عاشت بعدها اجيالاً عديدة .

وسقطت مدينة روما في اواخر القرن الخامس للميلاد ، فدالت بسقوطها دولة الرومانيين . وطغت على اوروبا موجات من الفتوحات البربرية ، فاندثر الشيء الكثير من معالم المدنية الرومانية ، وعمّ الجهل والظلام ردحاً من الزمن ، حتى قام الامبراطور العظيم شارلمان . وكان يملك على فرنسا وعلى القسم الاكبر من اوروبا الغربية . ولقد كان هذا الامبراطور معاصراً للخليفة هرون الرشيد ، وكان مثله يحب العلم ويرغب في نشره بين

رعاياه ، بعد ان خيم الجهل عليهم ردحاً من الدهر . واتصل به يوماً ان في بلاد الانكليز عالماً كبيراً اسمه ألكوِن يستطيع ان يُحدث في رعاياه نهضة علمية عظيمة . فاستدعاه الى فرنسا وكلفه القيام بهذه المهمة .

جاء هذا العالم الى بلاط الامبراطور ولبث زماناً طويلًا يعنى بالتربية والتعليم ويؤلف الكتب في الموضوعات المختلفة ، وكان في جملة مؤلفاته كتاب في الحساب اعتَمَد فيه الارقام الرومانية . وفي الواقع ان هذه الارقام ظلت اعمّ اداة لعلم الحساب في اوروبا حتى اواخر العصور الوسطى .

وهذه الارقام التي وضعها الرومانيون القدماء ثم انتشرت بانتشار فتوحاتهم لا تزال معروفة حتى يومنا هذا . ومع انها لم تعد تستعمل في علم الحساب فانها تستعمل لأمور غير ذلك كالترقيم وما أشبه ، والجدول التالي يعطينا فكرة عامّة عن هذه الارقام :

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX
XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX	XXX
XXXI	XXXII	XXXIII	XXXIV	XXXV	XXXVI	XXXVII	XXXVIII	XXXIX	XL
XLI	XLII	XLIII	XLIV	XLV	XLVI	XLVII	XLVIII	XLIX	L

١٠٠٠ = M ٥٠٠ = D ١٠٠ = C ٥٠ = L

الارقام الرومانيـــة

obeikandl.com

تأمّل هذه الأرقام تَرَ عدة أمور مهمة :

أولاً – إن العشرة الأعداد الأولى يُعبّر عنها بخطوط يمكن إرجاعها إلى أصابع اليد . ولعل الخمسة تمثل اليد المفتوحة والعشرة اليدين معاً . وكانت الاربعة تكتب في الأصل هكذا IIII كما أن التسعة كانت تُكتب هكذا VIIII .

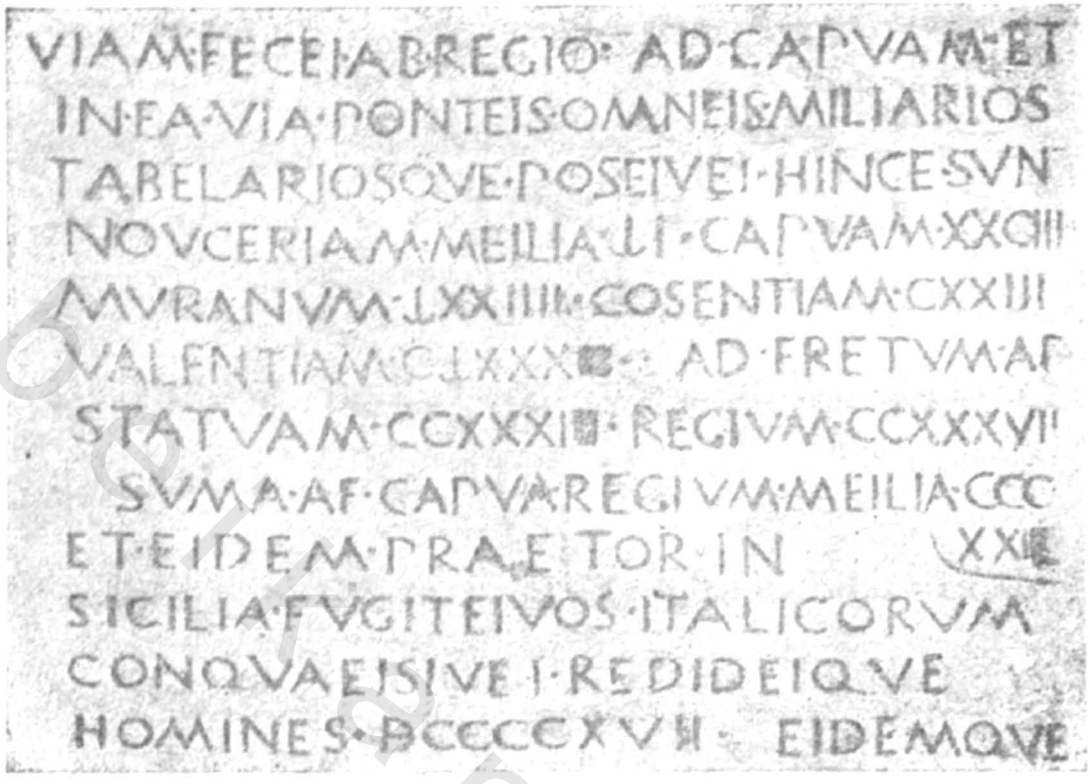
ثانياً – تضاف إلى هذه الأرقام بعض الحروف الهجائية مثل L للدلالة على الخمسين ، و C للدلالة على المئة ، و D للدلالة على الخمس مئة ، و M للدلالة على الألف . وتركّب منها الأعداد الكبرى أيضاً بالاضافة جمعاً وطرحاً . فالخمسون ، مثلا ، تصير أربعين هكذا XL وستين هكذا LX . وسنة ١٩٤٨ الميلادية تكتب هكذا MDCCCCXLVIII

والظاهر أن الرومان اقتبسوا من اليونان فكرة استعمال الحروف الهجائية للدلالة على الأعداد . ومما لا

ريب فيه أن للحضارة اليونانية أثراً كبيراً في الحضارة الرومانيـة .

ثالثاً ، تركّب الأعداد الكبيرة من الصغيرة باضافة بعضها الى بعض جمعاً وطرحاً . فاذا اضافوا عـــدداً صغيراً الى يمين عـــدد كبير عنوا بذلك جمعه اليه . واذا اضافوه الى اليسار كان ذلك لطرحـــه منه فهم يضيفون الى الخمسة واحـــداً ، فان وضعوه الى اليمين صار العدد ستة ، وان وضعوه الى اليسار صار اربعة . وعلى هذا النمط تصير العشرة تسعة هكذا IX ، وتصير احد عشر هكذا XI .

وكان الرومان يكتبون العدد الواحد تارة بالاضافة جمعاً وتارة بالاضافة طرحاً كما تدلنا عـلى ذلك آثارهم الكتابية ، كالأثر الذي نراه في الصورة التي على الصفحة المقابلة . وهو لوحة من اللوحات التي كانوا يضعونهـــا على الطريق العام ناقشين عليها اسماء بعض المدن التي



كتابة رومانية يرجع تاريخها الى سنة ١٣٠ قبل الميلاد

تمر بها الطريق وطول المسافة بينها . أنظر الى السطر الرابع من الكتابة المنقوشة في هذه اللوحة تجد في آخره عدد ٨٣ مكتوباً بالارقام الرومانية هكذا XXCIII وكان بالاستطاعة كتابته هكذا LXXXIII . ولعل الكاتب

فضل الصورة الاولى على الثانية لضيق الفسحة .

ومع ان الارقام الرومانية اكثر الارقام القديمة شيوعاً واستعمالا ، فان الاعمال الحسابية بها لم تكن بالامر اليسير . وكان الناس ، لشدة صعوبتها ، يتفادون عن الاعمال ما استطاعوا الى ذلك سبيلا ، ويستعيضون منها بالعدّ والمعدودات الحسية .

لنفرض ، مثلا ، ان رجلا اراد ان يقسم قطيعاً من الغنم بين اولاده الثلاثة . فكيف كان يفعل ؟ كان يجعل لكل رأس من الغنم حصاة واحدة ، حتى اذا تجمع لديه كومة من الحصى تعادل عدد الخراف جميعها فرّق الحصى الى ثلاثة اكوام متساوية ، ثم أعطى الولد الواحد من الغنم ما يساوي عدد الحصى في الكومة الواحدة . وبهذه الطريقة كانوا يتفادون الكتابة سواء أكانت في القسمة ام كانت في غيرها من الاعمال الحسابية .

وكانوا يلجأون في حل اعمال الضرب الى طريقة التضعيف ، وفي حل اعمال القسمة الى طريقة التنصيف كما كان يفعل المصريون القدماء . وهاك مثالا يوضح طريقة التضعيف ، غير اننا نستعمل في هذا المثال الحروف الهندية بدلا من الرومانية زيادة للايضاح .

في الوقت الحاضر	في القرن الثاني عشر الميلاد
٤٦	٤٦ × ٢ = ٩٢
١٣	٤٦ × ٤ = ٩٢ × ٢ = ١٨٤
١٣٨	
٤٦	٤٦ × ٨ = ١٨٤ × ٢ = ٣٦٨
٥٩٨	الجواب ٣٦٨ + ١٨٤ + ٤٦ = ٥٩٨

ولكي ندرك مقدار الصعوبة في حل المسائل الحسابية بالارقام الرومانية لنُلق نظرة على مسئلة ضرب بسيطة لنرى كيف كانوا يكتبونها بالارقام الرومانية . فلو ارادوا ، مثلا ، ضرب CCXXXV في IV لأجروا

العمل على الصورة الآتية :

اولا – حلّلوا هذا العدد الى الاجزاء التي يتركّب منها مئات فعشرات فآحاد لكي يتسنّى لهم ضرب كل منها على حدة .

ثانياً – اخذوا المئتين وزادوهما اربعة اضعاف هكذا CC CC CC CC ثم أعادوا كتابة الثاني مئة هكذا DCCC

ثالثاً – أخذوا الثلاثين وزادوها اربعة اضعاف هكذا XXX XXX XXX XXX ثم أعادوا كتابة المجموع هكذا CXX

رابعاً – جمعوا حاصل الضرب في المئات الى حاصل الضرب في العشرات فكان المجموع DCCCCXX .

خامساً – أخذوا الخمسة وضربوها في أربعة وأضافوا الحاصل وهو XX إلى DCCCCXX فكان المجموع : DCCCCXL .

هذه المسئلة الحسابية بعينها جاءت في كتاب ألكوِن العالم الانكليزي الشهير الذي أشرنا اليه في

فصل سابق .

ولنأخذ مثالا آخر على الجمع الذي لم تكن مسائله أقل صعوبة وتعقيداً من مسائل الضرب .

اجمع : MCCIV
DXXXVIII
MMCCCCLV
DCXIX

فكيف كانوا يعالجون مسئلة كهذه ؟

كانوا أولاً يحللون كلاً من هـذه الأعـــداد إلى الأجزاء التي تتركب منها ألوفاً فمئات فعشرات فآحاداً ويرتبونها ويجمعونها على الصورة الآتية :

M	C	X	I
M C C I V	I	II	IV
D X X X V I I I		V	III VIII
M M C C C C L V	II	IV	V V
D C X I X		VI	I IX
	IV	VIII	I VI

ثم يحولون هذه المجموعات الى ارقام هكذا :

M M M M D C C C X V I

يتبين لنا مما تقدم ان الاشتغال بالارقام الرومانية كان على جانب عظيم من الصعوبة والتعقيد . فلا عجب اذا قاسى طالب علم الحساب في تلك الأيام الأمرّين في سبيل فهمها والأطلاع على أسرار أعمالها . ولا غرو إذا عُدّ علماء الحساب من أصحاب المواهب النادرة . ولا عجب أيضاً إذا لم يتمكن أولئك العلماء من السير بهذا العلم في سبيل التقدم طالما بقيت تلك الأرقام على ما هي عليه من الصعوبة والصلابة .

الفصل التاسع

علم خواص الاعداد

لم يقنع الانسان بمعالجة الأعداد معالجة عملية لحل مسائله الحسابية ، بل حاول منذ أقدم الازمان أن يرى في هذه الأعداد معاني خفيّة تساعده على فهم الكون وعلاقته به ، وجعل لكل عدد خواصّ وصفات يمتاز بها . فعل ذلك اليونان القدماء وتبعهم

obeikandl.com

العرب * . فكان هذا العدد في نظرهم كاملاً وذاك عظيماً وذلك مشؤوماً . لنضرب بعض الأمثال للايضاح ، ولنبدأ بالأعداد الكاملة . فما معنى الأعداد الكاملة عندهم ؟

تقسم الأعداد من حيث معدوداتها (أي الأعداد التي تقسم عليها) الى ثلاثة أنواع : زائدة وناقصة وكاملة .

العدد الزائد هو الذي يزيد على مجموع معدوداته . مثال ذلك العدد ١٤ : فان معدوداته هي ١ و ٢ و ٧ ومجموعها أقل من ١٤

والعدد الناقص هو الذي ينقص عن مجموع معدوداته نحو ١٢ ، فان مجموع ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٦ اكثر من ١٢

اما العدد الكامل فهو الذي يساوي مجموع

---

* راجع رسائل اخوان الصفاء ، فصل في خواص العدد

معدوداته ، لا يزيد عليها ولا ينقص عنها . مثال ذلك ٦ و ٢٨ . يعني أن ٦ = ١ + ٢ + ٣

و ٢٨ = ١ + ٢ + ٤ + ٧ + ١٤

ومن الطريف أن بعض رجال الدين ، في القرون الأولى للميلاد ، ذهبوا إلى أن ٦ و ٢٨ هما العددان اللذان عوّل عليهما مهندس الكون الاعظم في إبداع الخليقة ، بدليل انه خلق السموات والارض في ستة أيام وجعل الدورة القمرية ثمانية وعشرين يوماً .

وقد ذهب القديس اوغسطين إلى أبعد من ذلك إذ قال ما معناه : « إن الستة عدد كامل بحد ذاته وليس لأن الباري تعالى خلق السموات والأرض في ستة أيام . والحقيقة إن الله عزّ وجل أنشأ الكون في ستة أيام لأن الستة عدد كامل . »

وإليك نبذة من مؤلف يوناني في الحساب يرجع تاريخه إلى القرن الأول بعد الميلاد : « كما أن

الجميل والجيد في الدنيا نادر محدود ، والقبيح والرديء كثير شائع ، كذلك « الأعداد الزائدة » و « الأعداد الناقصة » كثيرة لا تقع تحت حصر ويُعوزها الترتيب والنظام ، و « الأعداد الكاملة » قليلة معدودة ويسودها الترتيب والنظام . فهنالك عدد كامل واحد في الآحاد هو ٦ ، وعدد كامل واحد في العشرات هو ٢٨ ، وعدد كامل واحد في المئات هو ٤٩٦ ، وعدد كامل واحد في الألوف هو ٨١٢٨ ، وجميع هذه الأعداد تبدأ إما بستة وإما بثمانية . »

وكان عند الأقدمين ، بالاضافة إلى الأعداد الكاملة ، الأعداد ذوات الفأل الحسن . فالعبريون كانوا يتفاءلون بالسبعة وبالأربعين ، وقد تبعهم في ذلك المسيحيون الأوّلون .

مثال ذلك ما جاء في قصة سقوط أريحا . وهو أن بني أسرائيل داروا حول المدينة سبعة أيام . وفي

اليوم السابع داروا حول المدينة سبع مرات . وكان بينهم سبعة كهنة يضربون بسبعة أبواق *

كذلك ما جاء بشأن السنين السبتية : « ست سنين تزرع حقلك ... وأما السنة السابعة ففيها يكون للارض سبت عطلة ... وتَعُدّ لك سبعة سبوت سنين . سبع سنين سبع مرّات ، فتكون لك أيام السبعة السبوت السنوية تسعاً وأربعين سنة . ثم تُعبّر بوق الهتاف في الشهر السابع ... وتقدّسون السنة الخمسين ** »

هذا فيما يتعلق بعدد السبعة . أما الاربعون ففي قصة الطوفان ان « المطر كان على الارض اربعين يوماً واربعين ليلة » ، وان « الطوفان كان اربعين يوماً على الارض » ، وان « نوحاً فتح نافذة الفلك من بعد اربعين يوماً » . وفي قصة موسى على جبل سيناء انه مكث هناك اربعين يوماً واربعين ليلة . وفي قصة التيه ان

* يشوع الاصحاح السادس .

** لاويين الأصحاح الخامس والعشرون .

بني اسرائيل ظلوا تائهين في برية سيناء مدة اربعين سنة .

بقي علينا ان ننظر في نوع آخر من الاعداد كان يُسمّى عند اليونان القدماء « بالاعداد المتحابّة » . وماذا كانوا يقصدون بالاعداد المتحابّة ؟

يكون عددان متحابّين في مُعتَقَدهم اذا كان مجموع معدودات احدهما يساوي العدد الآخر . مثال ذلك العددان ٢٢٠ و ٢٨٤ . فمجموع الاعداد التي يُقسم عليها ٢٢٠ يساوي ٢٨٤ كما ان مجموع الاعداد التي يقسم عليها ٢٨٤ يساوي ٢٢٠ .

وبقول آخر ، ان معدودات ٢٢٠ هي ١ و ٢ و ٤ و ٥ و ١٠ و ١١ و ٢٠ و ٢٢ و ٤٤ و ٥٥ و ١١٠ ومجموع هذه المعدودات ٢٨٤ ، كما ان معدودات ٢٨٤ هي ١ و ٢ و ٤ و ٧١ و ١٤٢ ومجموعها ٢٢٠ ، لذلك كان ٢٢٠ و ٢٨٤ عددين متحابّين .

ولم يكن الاهتداء الى هذه الاعداد عند اليونانيين

بالأمر اليسير . الا انهم كانوا يجدون لذة فائقة في استخراجها . وقد نجحوا باستنباط عدد كبير منها .

ولقد ذهب اليونانيون بشأن الاعداد المتحابّة الى أبعد من ذلك . رأينا في فصل سابق انهم كانوا يستعملون الحروف الهجائية للدلالة على الاعداد . فكان لكل حرف عندهم مدلولان : مدلول صوتيّ ومدلول عدَديّ . وكانوا يعطون لكل كلمة قيمة عدديّة تساوي مجموع مدلولات حروفها ، كما فعل العرب ايضاً .

لِنَعُدْ الآن الى الاعداد المتحابّة ، ولنأخذ العددين نفسهما اللذين استشهدنا بهما . اذا كان ثمة شخصان مجموع حروف اسم احدهما ٢٢٠ ومجموع حروف اسم الآخر ٢٨٤ كان معنى ذلك عند اليونانيين القدماء ان هذين الشخصين متحابان لا محالة .

سُئل فيثاغورس احد فلاسفتهم يوماً : « من هو صديقك ؟ » فاجاب : « ان صديقي هو من كان لي

بمنزلة ٢٢٠ من ٢٨٤ » وقد عنى بذلك ان صديقي هو من كانت قيمة اسمه العددية وقيمة اسمي تؤلّفان عددين متحابين .

وبعبارة أخرى كان هذا الفيلسوف وامثاله يعتقدون كل الاعتقـــاد ان المرء اذا أراد ان يضمن لنفسه حياة زوجية سعيدة فما عليه الا ان يفتش عن امرأة مجموع حروف اسمها العددية ومجموع حروف اسمه تؤلفان عددين متحابّين . فتأمّل !

ولم ينحصر علم خصائص الاعداد بالعصور القديمـــة بل تعداها الى العصور الوسطى . في تلك العصور كان المتعلم يرى في كتب الحساب الشيء الكثير من خواص الاعداد . واليك نموذجاً مما جاء في احدها ، وقد ألف في القرن الخامس للميلاد :

« ماذا أقول عن الأربعة ؟ في هذا العدد شيء من كمال الوحدة ، لأن فيه طولاً وعمقاً ، ولان الآحاد

الاربعة الاولى ١ و ٢ و ٣ و ٤ اذا ضمت بعضها الى بعض كان مجموعها عشرة . كذلك العشرات الاربعة الاولى ١٠ و ٢٠ و ٣٠ و ٤٠ مجموعها مائة . ومثلها المئات الاربعة الاولى ١٠٠ و ٢٠٠ و ٣٠٠ و ٤٠٠ تساوي الفاً . وهكذا العشرة الآلاف تتركب من مجموع الالوف الاربعة الاولى ١٠٠٠ و ٢٠٠٠ و ٣٠٠٠ و ٤٠٠٠ »

واليك مثالاً آخر مما جاء بهذا المعنى « في رسائل اخوان الصفاء » :

« واعلم بان كون العدد على اربع مراتب التي هي الآحاد والعشرات والمئات والالوف ليس هو امراً ضرورياً لازماً لطبيعة العدد ..... لكنه امر وضعي رتّبته الحكماء باختيار منهم . وانما فعلوا ذلك لتكون الامور العددّية مطابقة لمراتب الأمور الطبيعية . وذلك ان الامور الطبيعية اكثرها جعلها الباري جلّ ثناؤه مربعات مثل الطبائع الاربع التي هي الحرارة

والبرودة والرطوبة واليبوسة ، ومثل الاركان الاربعة التي هي النار والهواء والماء والارض ، ومثل الاخلاط الاربعة التي هي الدم والبلغم والمُرّتان المرة الصفراء والمرة السوداء ، ومثل الازمان الاربعة التي هي الربيع والصيف والخريف والشتاء ، ومثل الجهات الاربع ، والرياح الاربع الصبا والدبور والجنوب والشمال . وعلى هذا المثال وُجد اكثر الامور الطبيعية مُرَبّعات » .

وخلاصة الكلام ، ان العصور القديمة والوسطى بذلت جهوداً كبيرة في سبيل البحث عن خصائص الاعداد والاهتداء الى اعماق معانيها ومغازيها . ولعل انصراف العلماء في تلك العصور الى هذه الناحية النظرية من علم الحساب من الامور التي عملت على تأخر هذا العلم من الناحية العملية .

الفصل العاشر

حساب العدّاد

لقد رأينا في الفصول السابقة ان الاشتغال بالارقام الرومانية وغيرها من الارقام القديمة كان عـــلى جانب عظيم من الصعوبة والتعقيد . ولم يكن يجسر على الاعمال الحسابية في العصور السالفـــة إلا رجال الاختصاص الراسخون في العلم .

obeikandl.com

ورأينا ايضاً ان الانسان - بما أوتي من فطنة وذكاء - حاول ان يستعين على حل هذه الاعمال ببعض الوسائل الحسيّة كالعدّ على الاصابع . غير ان حساب اليد - وان كان ذا فائدة عظيمة في حل الاعمال البسيطة - لم يكن ليفي بالغرض المطلوب فيما يتعلق بالاعمال الصعبة .

وكان كلما ارتقى الانسان في سلّم المدنية واتسعت تجارته وصناعته وزراعته ، ازدادت حاجته الى حلّ الاعمال الصعبة المعقدة . وهذا هو السبب الذي حاول من اجله اختراع وسائل جديدة لتسهيل تلك الاعمال - والحاجة ام الاختراع .

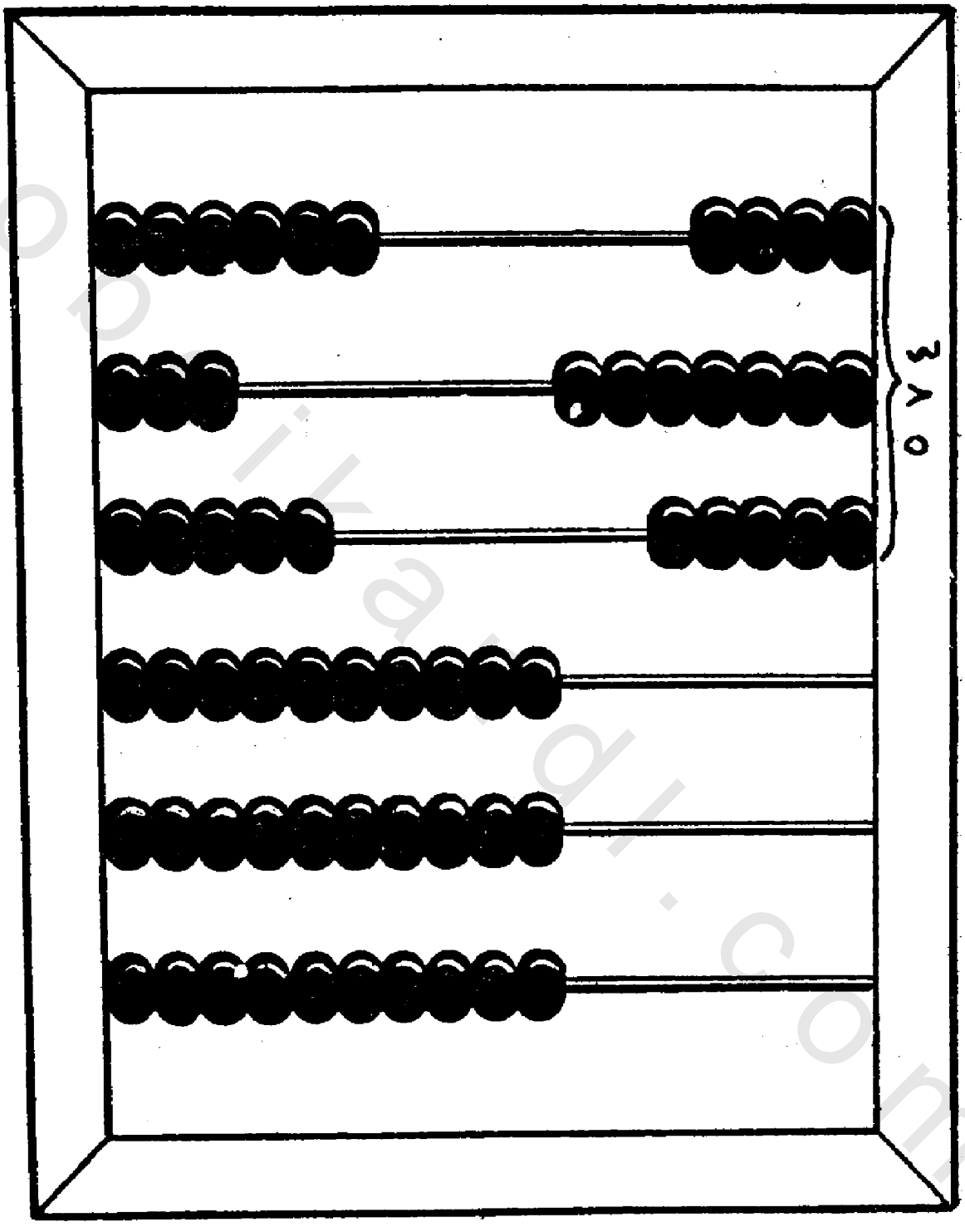
توصّل الانسان ، مع مرور الاجيال ، الى اختراع آلة تساعده على حل الاعمال الصعبة . وتسمى هذه الآلة العدّاد . وقد استعملها قديماً اليونان والرومان ، وهي لا تزال مستعملة في بعض انحاء العالم الى يومنا هذا .

وعلى رغم اختلاف اشكال هذه الآلة ، وفق الزمان

والمكان ، فان مظاهرها المتباينة تقوم على نظام واحد ، هو النظام العشري .

يتألف العدّاد ، على الجملة ، من لوحة منبسطة تُقسّم الى اعمدة متوازية ، ويمثّل كل من هذه الاعمدة منزلة من المنازل العشرية ، أي الآحاد والعشرات والمئات والالاف الى آخره . وتستعمل على اللوحة حجارة او خرزات ، توزّع على الاعمدة للدلالة على العدد المطلوب في كل منزلة من المنازل .

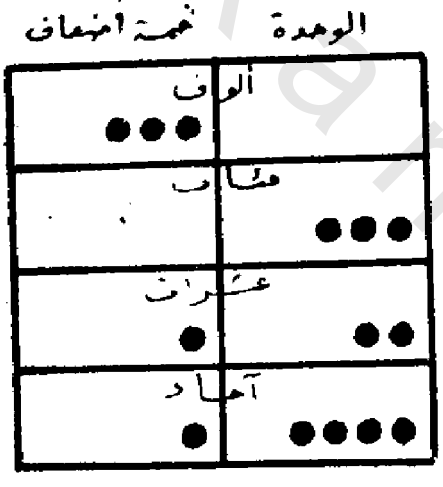
واليك صورة عدّاد يتألف من ستة اعمدة تمثّل – من اليمين الى اليسار – منازل الآحاد والعشرات والمئات والالوف وعشرات الالوف ومئات الالوف . وعلى كل عمود عشر خرزات . وقد نُقل من هذه الخرزات الى أسفل العداد اربع في منزلة الآحاد وسبع في منزلة العشرات وخمس في منزلة المئات فتألف منها عدد هو « ٥٧٤ » .



عداد حديث مسجل عليه عدد ٥٧٤

وبعد ان اتضحت لنا فكرة العداد لنلق نظرة عامة على العداد القديم الذي استعمله اليونان والرومان ، ثم على الشكل الذي اتخذه العداد ابتداء من القرن الثالث عشر للميلاد .

وكان اليونانيون يستعينون على الحساب بعداد كالذي تراه في هذه الصورة . يقسم هذا العداد افقياً الى منازل تبدأ بمنزلة الآحـــاد في اسفله وتنتهي بمـــنزلة الالوف في اعلاه . ثم يقسم عمودياً الى شقّين الشق الايمـــن في كل منزلة يمثل الوحدة والشق الثاني يمثل خمسة اضعاف هذه الوحدة .



عـداد يوناني

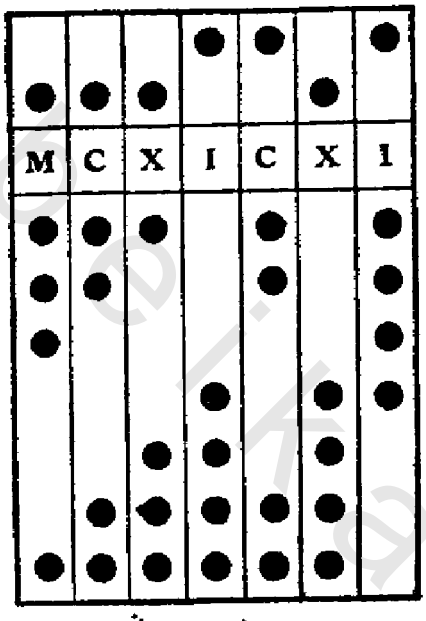
اما الحَصى المستعملة في المنزلة الواحدة فكانت تختلف

لوناً او حجماً عن الحصى المستعملة في المنزلة الاخرى . وكان موضعها على العداد يدل على قيمتها . تأمل هذه الحصى ترَ ان العدد الذي تمثله هو ١٥٣٧٩ فالثلاث الحصى في منزلة الالوف معناها ثلاثة الاف مضروبة في خمسة أي ١٥٠٠٠ ، والثلاث الحصى في منزلة المئات معناها ٣٠٠ ، والحصاة الواحدة في منزلة العشرات الى اليسار معناها عشرة واحدة مضروبة في خمسة أي ٥٠ تضاف اليها الحصاتان في المنزلة نفسها الى اليمين ومعناها ٢٠ ، واخيراً الحصاة الواحدة في منزلة الآحاد الى اليسار معناها واحد مضروب في خمسة أي ٥ ، تضاف اليها الاربع حصى في المنزلة نفسها الى اليمين ومعناها ٤ ، واذا جمعت أعداد المنازل الاربعة بعضها الى بعض كان المجموع كما ذكرنا آنفاً :

١٥٠٠٠ + ٣٠٠ + ٧٠ + ٩ = ١٥٣٧٩

واليك صورة عدّاد روماني . وهو يفوق العداد اليوناني

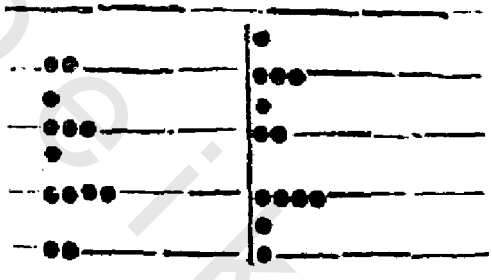
دقة واتقـــاناً . ولا عجب في ذلك فقد كانت حاجة الرومانيين الى علم الحساب عظيمة ، بسبب اتســـاع سلطانهم وكـثرة مصالحهم المالية والتجـارية . وكانوا يهتمون اهتماماً شـــديداً بتعليم هـــذا الموضوع في مدارسهم . وكان في جملة الادوات المدرسية الـــتي يُطلب من التلميذ اقتناؤها كيس صغير يحوي عدداً من حصى العداد .



عداد روماني

ولقد تطورت مع الزمن فكرة العدّاد . فبدلاً من ان يحسب الناس على الآلة القديمة ، صاروا يحسبون على لوحة او طاولة مخطّطة وعليها حصىً او خرز . وكان اول ظهور هـــذا التطور في القرن الثالث

عشر للميلاد . واليك صورة لوحدة من هـــذا النوع كتب عليها عددان احدهما الى اليمين وثانيهما الى اليسار .



عداد اللوحة المخططة

ان الخـــط الاسفل يمثل الآحاد والثـاني مـــنزلة العشرات والثالث المئـــات والرابع الالوف . وكل حصاة تلقى على الخط قيمتها بحسب المنزلة التي يمثلها الخط . أما الحصاة التي تُلقى في فسحة من الفسحات فقيمتها خمسة اضعاف الحصاة الملقاة على الخط الذي تحتها .

يسهل علينا الآن قراءة هذين العددين . فالعدد الأيسر هو ٢٨٩٢ والعدد الأيمن هو ٨٧٤٦ . والقصد من وضعهما على هذا الشكل طرح الاول من الثاني . وكان عمل

الطرح بهذه الطريقة عملاً عويصاً يحتاج حله الى جهود عظيمة .

حساب العداد وحساب القلم

وقد أخذ العمل من كتاب حساب انكليزي شاع استعماله في القرنين السادس عشر والسابع عشر . يدلنا ذلك على ان الاوروبيين ، مع إلمامهم في ذاك العصر بحساب الارقام الهندية (حساب القلم) ، كانوا يستعينون بحساب العـــداد ، اي انهم كانوا لا يزالون في دور انتقال من حساب العدّاد الى حساب القلم .

وترى على الصفحة السابقة صورة تمثل دور الانتقال هذا احسن تمثيل . وهي مأخوذة من مؤلّف صدر في اوروبا في القرن السادس عشر .

وخلاصة الكلام ، كان العـدّاد من اعظم المخترعات التي توصّل اليها العقل البشري . وقد خطا الانسان — باختراعه هذا — خطوةً واسعة في سبيل علم الحساب الحديث بارقامه الهندية ونظامه العشري . فلننتقل الآن الى الكلام على هذه الارقام .