# الباب الخامس

## انتقال الحرارة

## *Heat Transfer*

## انتـقال الحـرارة Heat Transfer

تنتقل الحرارة بين وسطين أحدهما ساخن والآخر بارد بإحدى الطرق الثلاث الآتية :

1- التوصيل الحراري Thermal Conduction.

2- الحمل الحراري Thermal Convection .

3- الإشعاع الحراري Thermal Radiation.

## 5.1 انتقال الحرارة بالتوصيل Thermal Conduction

عند تلامس وسطين مختلفي درجة الحرارة يتم انتقال الحرارة بفعل جزيئات الوسطين. فمن المعروف أن طاقة حركة الجزئ تتناسب طرداً مع درجة الحرارة. وحيث إن الجزيئات مرتبطة ببعض فإنه عند تسخين جزيء تزداد طاقة حركته فينتقل جزء من طاقته إلى الجزيء المجاور وهكذا بالنسبة لبقية الجزيئات المجاورة الأخرى وتنتشر بذلك الحرارة من جانب ساخن إلى آخر بارد.

وقد وجد عملياً أن كمية الحرارة المنتقلة خلال طبقة من المادة تتناسب طرداً مع :

1– مساحة السطح الذي تمر عبره الحرارة $A$.

2– الفرق بين درجتي حرارة وجهي الطبقة $T_2$ و $T_1$.

3- زمن مرور الحرارة بين الوسطين t .

4– مقلوب سمك الطبقة $L^{-1}$ .

أي أن:

$$Q = KA\frac{T_2 - T_1}{L}t \qquad (5.1)$$

حيث تسمى النسبة $\frac{T_2 - T_1}{L}$ بالميل الحراري داخل المادة، أما ثابت التناسب $K$ فهو عامل التوصيل الحراري Thermal Conductivity وله الوحدة $J/m.C^o.s$ أما معدل التدفق الحراري أو ما يعرف بالتيار الحراري Thermal current فيكتب بالصيغة:

$$H = Q/t = KA\frac{T_2 - T_1}{L} \qquad (5.2)$$

وله وحدة $J/s$ .

عندما لا يكون السطحان متوازيين أو عندما لا تتغير درجة الحرارة بانتظام فإن المعادلة (5.2) تطبق على سطح رقيق وبالصيغة:

$$H = -KA\frac{dT}{dx} \qquad (5.3)$$

والإشارة السالبة تعني أنه بزيادة درجة الحرارة في اتجاه زيادة $x$ فإن التدفق الحراري يكون في اتجاه نقص $x$ (علماً بأن $dT$ و $dx$ موجبتان). ويعطي الجدول (5.1) قيم عامل التوصيل الحراري لكل من الوحدات الدولية SI والوحدات المشتقة cgs **مع أخذ السعر وحدة قياس الطاقة في حالة الوحدات المشتقة.**

وعليه فإن المادة التي قيم معامل التوصيل الحراري لها كبير فإن التوصيل الحراري أو التدفق الحراري لها يكون عالياً والعكس صحيح.

## مثال 5.1

اُستخدم صندوق سمكه $5.0cm$ ومساحة سطحه $1.0m^2$ وعامل التوصيل له $0.015\ J/m.s.C^o$ لحفظ ثلج عند درجة الصفر المئوي. احسب كمية الثلج الذائبة في

يوم كامل علمًا بأن درجة الحرارة الخارجية $35.0^{\circ}C$.

**الحل:**

معدل تدفق الحرارة إلى الصندوق

$$H = (0.015J/m.s.C^{o})(1.0m^{2})(\frac{35.0C^{o}}{0.05m}) = 10.5\ J/s$$

كمية الحرارة التي امتصها الثلج في يوم كامل هي:

$$Q = Ht = 10.5J/s \times (86400.0s) = 9.07 \times 10^{5} J$$

لكن الحرارة الكامنة لإذابة الثلج هي $335.0\ J/g$ أي أن:

$$m = \frac{Q}{L} = 2708.1g = 2.71kg$$

* * *

جدول (5.1) معامل التوصيل الحراري ($k$) لبعض المواد

| $cal.s^{-1}cm^{-1}.(C^{o})^{-1}$ | $J.s^{-1}.m^{-1}C^{o-1}$ | المعدن |
|---|---|---|
| 0.49 | 205.0 | ألومنيوم |
| 0.92 | 385.0 | نحاس |
| 0.083 | 34.7 | رصاص |
| 0.97 | 406.8 | فضة |
| 0.12 | 50.2 | فولاذ |
| 0.020 | 8.3 | زئبق |
| 0.0015 | 0.62 | الآجر الأحمر |
| 0.0001 | 0.042 | الفلين |
| 0.002 | 0.83 | الزجاج |
| 0.004 | 1.67 | الجليد |
| 0.0001-0.0003 | 0.042-0.126 | الخشب |
| 0.000057 | 0.024 | هواء |
| 0.000039 | 0.016 | أرجون |
| 0.00034 | 0.14 | هيليوم |
| 0.00033 | 0.14 | هيدروجين |
| 0.000056 | 0.023 | أكسجين |

## مثال 5.2

سلكان الأول من النحاس وطوله 20.0cm والثاني من الفولاذ وطوله 10.0cm ومساحة المقطع لهما متساوية رُبطت نهايتا السلكين ببعضهما بينما وضع طرف النحاس الآخر في الثلج عند الصفر والطرف الآخر للفولاذ في ماء يغلي.

1–احسب درجة حرارة نقطة اتصال السلكين .

2–احسب كتلة الثلج الذائب في الساعة الواحدة .

### الحل:

1 – نعلم أن معدل التدفق عند مكان تلامس السلكين متساوٍ

أي أن $H_{cu} = H_{st}$

ومنه فإن:

$$\frac{k_s A(100.0^o C - T)}{L_s} = \frac{k_c A(T - 0.0^0 C)}{L_c}$$

وبالتعويض بعد القسمة على $A$ نحسب درجة الحرارة المطلوبة

$$\frac{50.2 J/s.m.C^0 (100.0 - T)}{0.1m} = \frac{385.0 J/s.m.C^o T}{0.2m}$$

وهي معادلة بمجهول يتم حسابه ويساوي $20.7^oC$ ولحساب التيار الحراري فإنه يمكن التعويض عن $T$ في أي منهما لنجد أن:

$$H_s = H_c$$

$$H_s = \frac{50.2 J/s.m.C^0 \times (100 - 20.7((A)}{0.1}$$
$$= (795.0\ \text{A})\text{J/s}$$

$$\text{H}_s = \frac{385.0 J/s.m.C^\circ \times 20.7 C^0}{0.2} A$$
$$= (795.0\ \text{A})\text{J/s}$$

2- لمعرفة كتلة الثلج الذائب في ساعة فإننا نستخدم المعادلة :

$Q = mL$ ومنها فإن :

$$m = \frac{Q}{L} = [\frac{795.0A \times 3600.0}{3.35 \times 10^5}]kg \cong [8.5A]kg$$

وبمعرفة مساحة المقطع تحسب كتلة الثلج.

## مثال 5.3

غلاية سمكها $1.5cm$ تبخر منها $10.0kg$ من الماء من كل $1.0m^2$ في الساعة. احسب فرق درجتي الحرارة بين جانبي المعدن. علماً بأن عامل التوصيل الحراري للمعدن هو $63.0J/s.m.C^o$ والحرارة الكامنة لتبخير الماء هي $22.6 \times 10^5 J/kg$ .

**الحل:**

كمية الحرارة التي تنتقل بالتوصيل بعد وصول الماء إلى درجة الغليان هي :

$$Q = kA\frac{\Delta T}{L}t$$

وتعادل الحرارة اللازمة لتبخير الماء

$$Q = mL = 10.0\ kg \times 22.6 \times 10.0^5 J/kg$$

$$= 22.6 \times 10^6\ J$$

$$\therefore\ kA\frac{\Delta T}{d}t = 22.6 \times 10^6 J$$

$$\Delta T = 1.5^0 C$$

## مثال 5.4

أُستخدمت مرآة مقعرة مساحتها $0.8m^2$ لتجميع أشعة الشمس واستخدامها في التسخين . احسب الزمن اللازم لرفع درجة حرارة واحد لتر من الماء من $20.0^0C$

إلى درجة الغليان ، علماً بأن المرآة قادرة على تحويل $70\%$ من الطاقة الشمسية الواصلة إليها إلى الماء وأن معدل القدرة الواصلة إلى الأرض هو $5.5\times10^{2}\ W/m^{2}$ .

**الحل:**

القدره الواصلة إلى المرآة

$$P = (5.5\times10^{2}\ W/m^{2})(0.8m^{2}) = 440.0\ W$$

وحيث إن مايحول إلى طاقة حرارية تصل الماء هو $70\%$ فإن:

$$H = 0.7\,P = 308.0\ W$$

نعلم أننا نحتاج إلى $4186.0\ J$ لرفع درجة حرارة واحد لتر من الماء درجة مئوية واحدة ومنه فإن كمية الحرارة التي يكتسبها الماء بارتفاع درجة الحرارة $80.0^{0}C$ هي :

$$Q = (4186.0\ J/C^{0} \times (100.0-20.0)^{0}C) = 3.35\times10^{5}\ J$$

الزمن اللازم لإيصال الماء إلى درجة الغليان هو:

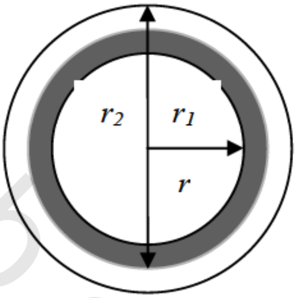
$$t = \frac{Q}{H} = \frac{3.35\times10^{5}J}{308.0J/s}$$

$$= 18.1\ min$$

**مثال 5.5:**

مُثلت كابنة الركاب في طائرة بأسطوانة طولها $25.0m$ ونصف قطر قاعدتها الداخلي $2.5m$ ومبطنة بعازل سمكه $3.0cm$ ومعامل توصيل مادته $10.0^{-4}cal/s.m.C^{\circ}$ . مامعدل تدفق الطاقة للحفاظ على درجة حرارة الكابنة عند درجة $20.0^{0}C$ ؟ علماً بأن درجة الحرارة الخارجية $-40.0^{\circ}C$

**الحل:**




نعتبر شريحة من العازل على بُعد $r$ من محور الكابنة ونعتبر سمك الشريحة $dr$ . من المعادلة (5.3) نرى أن معدل التدفق الحراري في الثانية هو:

$$H = K\,A\frac{dT}{dr}$$

لكن $A = 2\,\pi\,r\,L$ أي أن:

$$H = 2\,\pi\,r\,LK\,\frac{dT}{dr}$$

ومنه فإن:

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\,\pi\,LK}{H}dT$$

وحيث إن الكابنة في حالة اتزان حراري فإن $H$ ثابتة. وبتكامل المعادلة الأخيرة

$$\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{2\,\pi\,LK}{H}\int_{T_1}^{T_2}dT$$

حيث درجة الحرارة عند $r_1$ هي $T_1$ و عند $r_2$ هي $T_2$ فإننا نجد

$$ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{2\,\pi\,KL}{H}(T_2 - T_1)$$

أي أن:

$$H = \frac{2.0\,\pi\,KL(T_2 - T_1)}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

$$H = \frac{2.0\,\pi \times 10.0^{-4} \times 2500.0(20.0 - (-40.0))}{\ln\frac{253.0}{250.0}}\,W$$

$$= 7.9\,kW$$

## 5.2 الحمل Convection

إذا انتقلت الحرارة من مكان إلى آخر بفضل المادة الحارة فإنا نسمي هذه الظاهرة بالحمل الحراري. و من أمثلتها أجهزة التدفئة ذات الماء الحار وسطح الماء الملامس لأجواء باردة إذ ينزل الماء البارد إلى أسفل ويصعد مكانه ماء أقل كثافة. إذا أجبرت المادة المسخنة على الحركة بمروحة أو مضخة سمى الحمل القسري Forced Convection. أما إذا سالت المادة بسبب اختلاف الكثافة، مثل الماء البارد، فإن الحادثة تسمى بالحمل الحر أو الطبيعي Natural Convection ولإجراء الحساب للتدفق الحراري يُكتب بالصيغة

$$H = h\,A\,\Delta T \qquad (5.4)$$

حيث $h$ هو عامل الحمل الحراري Thermal Convection Coefficient و $A$ مساحة السطح أما $\Delta T$ فهو فرق درجة الحرارة بين سطح السائل ومادته الداخلية وعملية حساب $h$ عملية معقدة لأسباب منها:

1- شكل السطح مستوياً أو منحنياً.

2- كذلك أفقياً أو رأسياً.

3- وأخيراً يكون الوسط الملامس غازاً أو مائعاً.

ولهذا وجد من التجربة أن $h$ تختلف للمادة الواحدة بسبب وضعها فإذا أخذنا مثلاً لوحاً صلباً يلامسه هواء متحرك نجد أنه يأخذ أربع قيم مختلفة موضحة في الجدول (5.2)

جدول (5.2) معاملات الحمل في الهواء تحت ضغط جوي ثابت

| المعدن | معامل الحمل $h$ $cal/s.cm^2.C^o$ |
|---|---|
| لوح أفقي وجهه إلى أعلى | $0.595\times10^{-4}(\Delta T)^{1/4}$ |
| لوح أفقي وجهه إلى أسفل | $0.314\times10^{-4}(\Delta T)^{1/4}$ |
| لوح عمودي | $0.424\times10^{-4}(\Delta T)^{1/4}$ |
| أنبوب عمودي أو أفقي قطره(D) | $1\times10^{-4}(\frac{\Delta T}{D})^{1/4}$ |

## مثال 5.6

هواء درجة حرارته $20.0^oC$ يهب فوق لوح ساخن من الصلب مساحته $0.375m^2$ وعامل توصيله الحراري $43.0\ J/m.s.C^o$ وسمكه $2.0cm$ ودرجة حرارة سطحه $250.0^oC$ فإذا كان عامل الحمل الحراري $25.0J/s.m^2C^o$

1 – فاحسب معدل انتقال الحرارة بالحمل.

2 - احسب درجة حرارة السطح الآخر إذا علمت أن معدل الفقد بالإشعاع هو $300\ J/s$ .

**الحل:**

معدل فقد الحرارة بالحمل هو:

$$H = h A \Delta T$$
$$= (25.0\ J/s.m^2.C)\ (0.375\ m^2)\ (250.0^o\ C - 20.0^oC)$$
$$= 2156.25\ J/s$$

كمية الحرارة المنتقلة من الوجه الآخر وبالتوصيل هي:

$$Q_{cond} = kA\,\frac{\Delta T}{L}\,t$$

وهي تساوي كمية الحرارة المفقودة بالحمل والإشعاع أي أن:

$$Q_{cond} = Q_{conv} + Q_{rad}$$

إذن

$$kA\,\frac{\Delta T}{L} = (300.0 + 2156.25)J$$

وبالتعويض عن القيم في الطرف الأيسر فإن:

$$(43.0\ J/m.s.C)^{o} \times (0.375\ m^{2})\left(\frac{T-250.0}{0.02}\right) = 2456.25\ J/s$$

$$\therefore \quad T - 250.0^{o}C = 3.05^{o}C$$

$$T = 253.05^{o}\,C$$

### مثال 5.7

يتدفق هواء مضغوط على مبادل حراري في سخان منزلي ، فإذا كان عامل الحمل الحراري $140.Btu/h.ft^{2}.^{\circ}F$ ودرجة حرارة المبادل الحراري $160.0^{\circ}F$ ودرجة حرارة الهواء $80.0^{\circ}F$ فاحسب:

أ– مساحة سطح المبادل الحراري الضرورية لإعطاء $22000\ Btu/h$ .

ب– معدل انتقال الحرارة إلى وحدة المساحة من المبادل الحراري .

### الحل:

أ– من المعادلة (5.4) يمكن معرفة سطح المبادل الحراري:

$$A = \frac{H}{h\,\Delta T} = \frac{22000.0\ Btu/h}{(140.0Btu/h.ft^2.^0F)\times(160.0-80.0)^0F}$$

$$=1.96\ ft^2$$

ب – معدل انتقال الحرارة إلى وحدة المساحة

$$\frac{H}{A} = \frac{22000.0\ Btu/h}{1.96\ ft^2} = 11224.5\ Btu/h.ft^2$$

## 5.3 الإشعاع الحراري Heat Radiation

### 1 – انتقال الحرارة بالإشعاع الحراري Thermal Radiation

تنتقل الحرارة من الأجسام الساخنة إلى الأوساط المحيطة بها بواسطة الإشعاع دون الحاجة إلى وسط ناقل كما هو الحال بالنسبة للحمل والتوصيل . فالإشعاع الحراري له نفس طبيعة الأمواج الكهرومغناطيسية والتي يمكن أن تنتقل في الهواء أو الفراغ، ويمكن الإحساس بالإشعاع الحراري بتقريب اليد من الجسم دون لمسة. وتختلف قدرة الأجسام على امتصاص الموجات الحرارية ، فالجسم الأسود أشد امتصاصاً لها من غيره ولهذا نعتبر معامل الامتصاص للجسم الأسود يساوي الوحدة وغيره من الأجسام المعامل لها أقل من ذلك وعليه فإذا عرفنا معامل الامتصاص والذي نرمز له بالحرف e بأنه **النسبة بين كمية الحرارة المتصة وكمية الحرارة الساقطة على الجسم** فإن e تأخذ القيم بين صفر وواحد.

### 2– قانون ستيفان– بولتزمان The Stefan-Boltzmann Law

أظهرت التجربة أن معدل الإشعاع للطاقة الحرارية من سطح يتناسب طرداً مع

مساحة هذا السطح وكذلك يتناسب مع القوة الرابعة لدرجة الحرارة المطلقة $(T_K)$ وكذلك فإنها تعتمد على نوع السطح أي أن معدل الإشعاع يعطى بالمعادلة :

$$H(T) = A\, e\, \sigma\, T_K^4 \qquad (5.5)$$

هذه العلاقة استنتجها ستيفان (1839-1894) J.Stafan اعتماداً على نتائج تجريبية أجراها تندال (1820-1893) J.Tyndall ثم استنتجها بولتزمان L.Boltzmann (1844-1906) استناداً على بعض الفرضيات الرياضية .

حيث σ ثابت عام يسمى ثابت ستيفان ـ بولتزمان Stefan-Boltzmann constant وله القيمة $\sigma = 5.6699\times10^{-8}\,w/m^2.k^4$ . $e$ هنا تمثل عامل الانبعاث emissivity وقيمتها محصورة بين الواحد والصفر $(0 \le e \le 1)$ وعند قيمتها الكبرى يكون الجسم أسود.

كما يمكن استنتاج المعادلة (5.5) بدراسة خصائص الجسم اعتماداً على قانون ڤين التجريبي Wien's Law الذي ينص على أن القدرة لكل وحدة مساحة للضوء أحادي الموجة monochromatic light المنبعثة من جسم أسود تعطى بالصيغة :

$$H(\lambda,T) = \frac{f(\lambda,T)}{\lambda^5} \qquad (5\text{-}6)$$

حيث $\lambda$ هي طول الموجة للشعاع المنبعث من الجسم الأسود نتيجة تسخينه إلى درجة حرارة $T$ و $f(\lambda,T)$ هي دالة غير معروفة وقد استنتج بلانك Planck صورة مثالية لها وذلك بعد معرفة التركيب الذري للعناصر واعتماد نموذج بوهر Bohr الذري ووجد أن :

$$f(\lambda,T) = \frac{2\pi hc^2}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \qquad (5\text{-}7)$$

حيث $k$ ثابت بولتزمان Boltzmann Constant وله القيمة

$k = 1.38066\times10^{-23} J/K$ و $c$ ثابت ويمثل سرعة الضوء وله القيمة $c = 2.9979248\times10.0^{8} m/s$ و $h$ هو ثابت بلانك وهو ثابت ذو أهمية بالغة في الفيزياء الحديثة وله القيمة $\mathrm{h} = 6.62618\times10^{-34}\,\mathrm{J.s}$

وبإجراء التكامل على المعادلة (5.6) بعد التعويض فيها من المعادلة (5.7) نحصل على قانون ستيفان – بولتزمان Stefan-Boltzmann Law

$$H(T) = \int_0^\infty H(\lambda,T)d\lambda = \sigma T^4 \qquad (5.8)$$

وذلك لكل وحدة مساحة من جسم أسود.

وتسمى المعادلة (5.7) معادلة بلانك للتوزيع الطيفي Planck Distribution Function. هذه الدالة , بعد التعويض بها في المعادلة (5.6) , يمكن رسمها بدلالة طول الموجة عند درجات حرارة مختلفة كما يظهر في الشكل (5.1).وجد أن قمم المنحنيات تنزاح نحو اليسار وذلك بزيادة درجة الحرارة وقد لاحظ فين أن العلاقة الآتية صحيحة دائماً

$$\lambda_{max}T = 2.898\times10^{-3}\, mK \qquad (5.9)$$

حيث $\lambda_{max}$ هي القيمة لطول الموجة التي تأخذ عندها الدالة $H(\lambda,T)$ أكبر قيمة . ويمكن الحصول على المعادلة (5.9) بإجراء التفاضل للمعادلة (5.6) ثم التعويض عن $\lambda$ بالقيمة $\lambda_{max}$ والمساواة بالصفر أي أن:

$$\left.\frac{\partial H(\lambda,T)}{\partial\lambda}\right|_{\lambda=\lambda\max} = 0 \qquad (5.10)$$

وتسمى المعادلة *(5.9)* بقانون الإزاحة لفين *Wien,s Displacement Law*

## مثال 5.8

أ – عند أي طول موجي يبعث جسم درجة حرارته $20.0^0C$ أكبر أشعة حرارية؟

ب – إلى أي درجة حرارة يجب أن نسخن جسم لتقابل قمة منحنى الانبعاث له طول الموجة الحمراء ؟

ج – إذا أُعطيت الدالة $H(\lambda,T)$ بالصيغة $H(\lambda,T)=\dfrac{a\,e^{-\alpha/\lambda T}}{\lambda^5}$ عين قيمة $\lambda_{\max}$ عند درجة حرارة $1650.0K$ و $\alpha=0.05$ .

**الحل:**

أ –
$$T=(273.0^\circ C+20.0^\circ C)K/C=293.0\,K$$

$$\lambda_{max}T=2.898\times10^{-3}mK$$

$$\lambda_{\max}=\frac{2.898\times10^{-3}mK}{293.0\,K}=9.89\times10^{-6}\text{m}=9.89\,\mu\text{m}$$

ب– نعلم أن طول موجة حمراء حوالي $650.0\ nm$ وبالتعويض بها في قانون الإزاحة فإن:

$$T=\frac{2.898\times10^{-3}mK}{650.0\ \times10^{-9}m}=4460K$$

ج– للحصول على قيمة $\lambda_{\max}$ نفاضل الدالة $H(\lambda,T)$ ثم نساوي بالصفر

$$\left.\frac{\partial H\,(\lambda,T)}{\partial\lambda}\right|_{\lambda=\lambda\max}=0$$

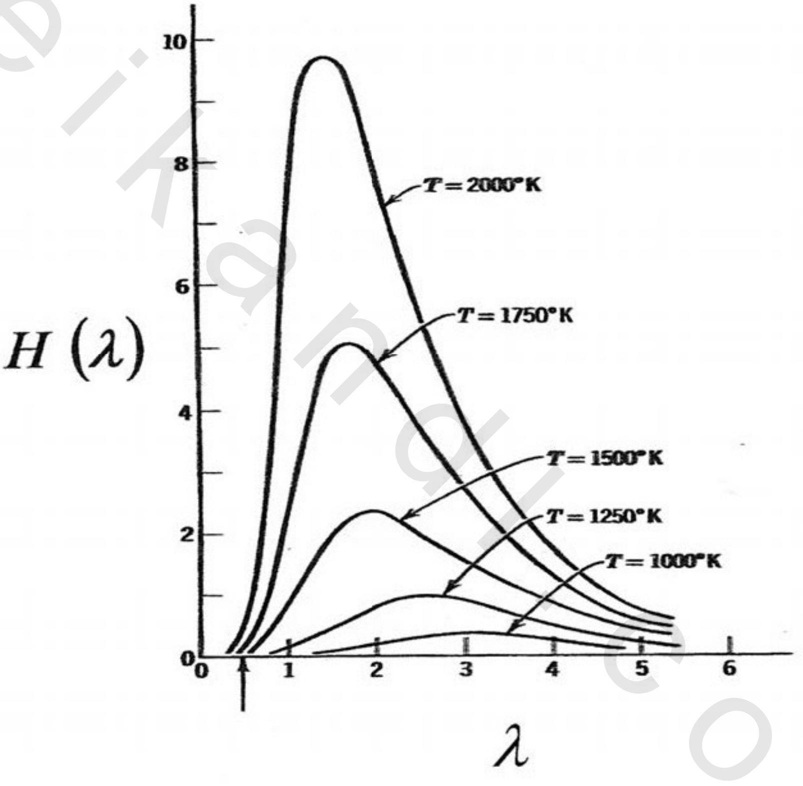
$$\therefore\frac{d}{d\lambda}\left[\lambda^{-5}\,e^{-\alpha/\lambda T}\right]=-5\,\lambda^{-6}\,e^{-\alpha/\lambda T}+\lambda^{-5}\left(\frac{\alpha}{T\lambda^2}\right)e^{-\alpha/\lambda T}$$

$$=\lambda^{-6}\,e^{-\alpha/\lambda T}\left[-5+\frac{\alpha}{T\lambda}\right]$$

$$\therefore \quad -5+\frac{\alpha}{\lambda_{\max} T}=0$$

$$\therefore \quad \lambda_{\max} T=\frac{\alpha}{5}$$

$$\therefore \quad \lambda_{\max}=\frac{\alpha}{5\times 1650}=6.1\,\mu m$$




شكل (5.1) تغير الفقد الحراري بتغير طول الموجة ويظهر فيه الإزاحة لقمم المنحنيات نحو اليسار مع زيادة درجة الحرارة.

إذا وجد الجسم الساخن والذي درجة حرارته $T$ في وسط أقل حرارة ودرجته $T_o$ نجد أن صافي الفقد أو الكسب للطاقة هو:

$$H_{net} = A\, e\, \sigma \left(T^4 - T_0^4\right) \tag{5.11}$$

فإذا كان الفرق صغيراً بين درجة حرارة الجسم والوسط فإن $T = T_0 + \Delta T$ ويصبح قانون ستيفان ـ بولتزمان على الصورة:

$$H_{net} = Ae\sigma[(T_0 + \Delta T)^4 - T_0^4]$$

وبفك القوس الداخلي وإهمال الكميات الصغيرة من الدرجة الثانية فما فوق $(\Delta T)^4, (\Delta T)^3, (\Delta T)^2$ فإننا نحصل على:

$$H = 4\sigma e A T_0^3 \Delta T \tag{5.12}$$

أي أن هناك تناسباً طردياً بين معدل الفقد الحراري والفرق بين درجتي حرارة الجسم والوسط وهذا هو **قانون نيوتن للتبريد** والذي هو حالة خاصة من قانون ستيفان ـ بولتزمان.

ونجد من المناسب الإشاره إلى معدل تغير درجة حرارة الجسم بالنسبة للزمن وهو شكل آخر لقانون نيوتن للتبريد والذي يعطى بالصيغة:

$$\frac{dT}{dt} = -D\left(T - T_0\right) \tag{5.13}$$

حيث $T$ هي درجة حرارة الجسم المبرد عند الزمن $t = 0.0$ و $T_0$ هي درجة حرارة الوسط المحيط عند نفس درجة الحرارة و $D$ يعتمد على نوع مادة الجسم ، ويمكن معرفته من قانون الحرارة النوعية إذ أن:

$$c = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

ومنه فإن:

$$\frac{dT}{dt}=\frac{1}{mc}\frac{dQ}{dt} \qquad (5.14)$$

ومن المعادلتين (5.13) و (5.14) نجد أن:

$$D=\frac{1}{mc\left(T-T_0\right)}\frac{dQ}{dt} \qquad (5.15)$$

**مثال 5.9:**

خزان ماء حجمه $1.0m^3$ ودرجة حرارته ثابتة عند $65.0^\circ C$ متصلاً بمصدر حراري قدرته $1.0kw$ ، عند قفل المصدر بدأ الخزان يبرد .

احسب الزمن اللازم لتصل درجة حرارته إلى $50.0^0C$ ، علماً بإن درجة حرارة الوسط المحيط هي $15.0^0C$ .

**الحل:**

نعيد كتابة المعادلة (5.13) على الصورة:

$$\frac{dT}{\left(T-T_0\right)}=-D\,dt$$

ولمعرفة الزمن نكامل هذه المعادلة:

$$\int_{65^0C}^{50^0C}\frac{dT}{\left(T-T_0\right)}=-D\,t$$

أي أن:

$$\ln\left(T-T_0\right)\Big|_{65}^{50}=-D\,t$$

وبالتعويض فإن:

$$\ln\left(50-15\right)-\ln\left(65-15\right)=\ln\frac{50}{35}=D\,t$$

والتي تعطي قيمة الزمن

$$t = \frac{0.3566}{D} \quad \text{sec}$$

ولمعرفة الثابت $D$ لدينا $\frac{dQ}{dt} = 1\,kW$ و $m = 10^3 kg$ للماء

وبالتعويض في $(5.15)$ نجد أن $D = 4.8 \times 10^{-3}\, s^{-1}$

وبالتعويض عنه نجد الزمن

$$t = \frac{0.3567}{4.8 \times 10^{-6}\, s^{-1}} = 74.314\,\text{sec}$$

## مثال 5.10

لمبة كهربائية أسطوانية الشكل طولها $0.5m$ ونصف قطر قاعدتها $1.0cm$، فإذا كان معدل انبعاث الطاقة $50.0W$. فاحسب درجة حرارة اللمبة علماً بأن عامل الانبعاث لمادتها $0.4$ .

**الحل:**

$$H = \sigma e A T^4$$

$$50.0W = (5.699 \times 10^{-8}\ W/m^2.K^4)\,(0.4)\,(0.0314m^2)\,T^4$$

ومنها نجد أن

$$T = 514.0^oK$$

## مثال 5.11

صفيحة من الفولاذ مربعة طول ضلعها $10.0cm$ سُخنت إلى درجة حرارة $1000.0^oC$ إذا كان عامل الامتصاص يساوي واحد، فاحسب معدل تدفق الحرارة من الصفيحة.

**الحل:**

مساحة وجهي الصفيحة هي:

$$A = 2.0(0.1m)^2$$
$$= 0.02m^2$$

ودرجة الحرارة هي:

$$T = (1000.0 + 273.0)K = 1273K$$

وبالتعويض في قانون ستيڤان بولتزمان

$$H = (0.02m^2)(1)(5.6699 \times 10.0^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4})(1273.0K)^4$$
$$= 2978.0\ W$$

## مثال 5.12

كرة سوداء نصف قطرها $3.0cm$ . إذا كانت الكرة في حالة اتزان مع محيطها تمتص $30.0\ kW$ من القدرة التي يشعها إليها ذلك المحيط ، فاحسب درجة حرارة الكرة؟

**الحل :**

بما أن القدرة التي يمتصها جسم أسود هي:

$$H = \sigma A T^4$$

فإن:

$$(30.0\times10^3\ W) = (5.67\times10^{-8}\ W/m^2.K^4)\times4\pi(0.03)^2\times T^4$$
$$\because\ T^4 = 4.68\times10^{13}\ K^4$$
$$\therefore\ T = 2615.3\ K$$

حيث $T$ هي درجة حرارة الوسط المحيط بالكرة وبما أن الجسم في حالة اتزان مع محيطه، فستكون له نفس درجة الحرارة.

## 5.4 الثابت الشمسي The Solar Constant

يعرف الثابت الشمسي أنه كمية الطاقة الحرارية التي تسقط عمودياً من الشمس على وحدة المساحة من سطح الأرض في الثانية الواحدة. ويتوقف هذا الثابت على العوامل المؤثرة مثل المكان الذي يقاس عنده أو العوامل الخارجية المؤثرة على أشعة الشمس. وقيمة هذا الثابت التقريبية هي $k = 1353.47 J/m^2.s$ ويمكن بواسطته تقدير درجة حرارة الشمس كالآتي:

نفرض أن نصف قطر الشمس $R$ والمسافة بين الشمس والأرض هي $L$ ومعلوم أن مساحة سطح الشمس هي $4\pi R^2$ والمساحة حول الشمس التي تتوزع عليها الطاقة المنبعثة من الشمس هي $4\pi L^2$

ومعدل إشعاع الطاقة هو

$$H = 4\pi R^2 \sigma T^4 \qquad , e = 1.0$$

كمية الحرارة الساقطة على وحدة المساحة من سطح الأرض هي الثابت الشمسي $k$ ويساوي:

$$k = \frac{H}{4\pi L^2} = \frac{4\pi R^2}{4\pi L^2} \sigma T^4$$

إذن

$$k = \sigma \left(\frac{R}{L}\right)^2 T^4 \qquad (5.16)$$

وبالتعويض عن نصف قطر الشمس بقيمته $7.0\times10^8 m$ وبعد الأرض عن الشمس بقيمته $1.5\times10^{11} m$ نجد أن درجة حرارة الشمس تقريباً

$$T^4 = \frac{k}{\sigma}\left(\frac{L}{R}\right)^2 = \frac{1353}{5.6699\times10^{-8}}\left(\frac{1.5\times10^{11}}{7\times10^8}\right)^2 K^4$$

أي أن درجة حرارة الشمس حوالي $5805.0\ K$

## مثال 5.13

احسب درجة حرارة سطح الأرض على فرض أنها في حالة اتزان حراري إشعاعي مع الشمس.

**الحل:**

$$H_{sun} = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4$$
$$= 4\pi(7.0\times10^8 m)^2(5.6699\times10^{-8} W/m^2K^4)(5805.0K)^4$$
$$= 3.96\times10^{26} W$$

معدل الطاقة التي تصل سطح الأرض هي:

$$E = H_{sun}\frac{\pi R_e^2}{4\pi L^2}$$

حيث $\pi R_e^2$ هي المساحة التي تسقط عليها أشعة الشمس عمودياً على سطح الأرض انظر الشكل (5.2)

$$E = \frac{H_{sun}}{4}(\frac{R_e}{L})^2$$

معدل الإشعاع الصادر من الأرض

$$H_{earth} = 4\pi\ R_e^4 T_e^4$$

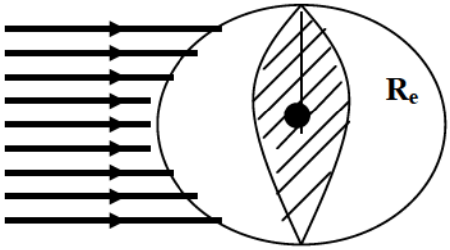
وباعتبار الاتزان الحراري بين الأرض والشمس فإن:

$$4\pi R_e^2 \sigma T_e^4 = 4\pi R_s^2 \sigma T_s^4 \frac{\pi R_e^2}{4\pi L^2}$$

ومنها نجد أن:

$$T_e^4 = T_s^4 \frac{R_s^2}{4L^2}$$

$$\therefore\ \ \mathrm{T} = 5805.0\times(\frac{7.0\times10^8}{2.0\times1.5\times10^{11}})^{1/2}$$
$$= 280.5^0\mathrm{K}$$




شكل (5-2)

* * *

# مســائل

1- غلايــة نـصف قطـر قاعـدتها الدائريــة $7.5\ cm$ وسمـك القاعـدة $1.5\ mm$ ، وضعت على نار لتصل درجة حرارة السطح الخارجي $102.0\ ^oC$ ، وكان المـاء قد وصل درجة الغليان . احسب الطاقة المنتقلة عـبر القاعـدة في $10.0\ s$،معامـل التوصيل الحراري للغلاية هو $205.0 J/s.m.C^o$ .

2- صفيحة مساحة وجهها $100.0\ cm^2$ وسُمكها $2.0\ cm$ ومعامل توصيلها الحراري $0.1\ J/s.m.C^o$ ، إذا كان فرق درجتي حرارة وجهيها $80.0^o\ C$ فاحسب معدل التدفق الحراري خلالها واحسب كمية الحرارة المنتقلة لمدة ساعة.

3- شريحتان من النحاس والفولاذ ، سُمك كل منهُما $1.0\ cm$ ، متلامستا الوجهين. حفظ السطح الخارجي للنحاس عند درجة حرارة $150.0^0\ C$ وحفظ السطح الخارجي للفولاذ عند درجة حرارة $50.0^0\ C$ ، احسب درجة حرارة الوجهين المتلامسين علماً بأن $K_{cu} = 2\ K_{st}$ .

4- ثلاثة قضبان من النحاس و الحديد و الفولاذ ربطت معاً لتشكل حرف $Y$ . مساحة المقطع لكل منها $3.0 cm^2$ . حفظت النهاية الحرة للنحاس عند درجة حرارة $100.0^oC$ وحفظت نهايتا الحديد والفولاذ الحرتان عند الصفر المئوي . أطوالها: النحاس $0.5m$ ، الحديد $0.2m$ و الفولاذ $0.15m$

1- احسب درجة حرارة النقطة المشتركة بين القضبان .

2- احسب التدفق الحراري داخل القضيب النحاسي .

5- قضيب من الفولاذ طوله $20.0cm$ ومساحة مقطعه $3.0\ cm^2$ سُخنت إحدى

نهايتيه إلى $30.0°C$ ، بينما تلامس النهاية الثانية مكعباً من الثلج . إذا فرضنا أن الحرارة تُنقل كاملة عبر القضيب فاحسب كتلة الثلج المذابة في $20.0$ $min$ .

6- احسب القدرة اللازمة للحفاظ على فرق درجتي الحرارة بين وجهي نافذة عند $20.0\,^oC$ علماً بأن مساحة الزجاج $2.0\,m^2$ وسُمكه $3.0\,mm$.

7- كم الوقت الذي تستغرقه طبقة من الثلج سمكها $4.0\,cm$ لتتشكل على سطح غدير عندما تكون درجة حرارة الهواء $-6.0\,^oC$ ؟ علماً بأن معامل التوصيل الحراري للثلج هو $K=\dfrac{4.0\times10^{-3}cal}{s.cm.C}$ والحرارة الكامنة هي $3.35\times10^{+5}\,J/kg$ .

8- هواء درجة حرارته $30.0\,℃$ يهب فوق لوح ساخن معامل توصيله الحراري $205.0\,J/\,m.s.C°$ وسُمكه $2.5\,cm$ ومساحته $0.5\,m^2$ ، ودرجة حرارته $300.0\,^oC$ ومعامل الحمل الحراري $30.0J/s.m^2.C^0$.

أ- احسب معدل انتقال الحرارة بالحمل .

ب-احسب درجة حرارة السطح الآخر للوح إذا علمت أن معدل الفقد بالإشعاع هو $500.0\,J/s$ .

9- وضع جسم أسود درجة حرارته $350.0\,℃$ في وعاء محاط بثلج مبرد بمعدل $0.4°C/s$ ، إذا علمت أن كتلته $100.0g$ ومساحته $25.0cm^{\,2}$ وثابت استيفان-بولتزمان له $5.667\times10^{-8}J/s.m^2k^4$ ، فاحسب الحرارة النوعية لمادته.

10- إذا علمت أن النسبة بين نصفي قطر مدار الأرض حول الشمس ونصف قطر الشمس هو $216$ واعتبرت الشمس جسماً أسود ، فاحسب درجة حرارة سطح الشمس .

11- كرة سوداء نصف قطرها $5.0\ cm$ ودرجة حرارتها $120.0^{\circ}C$ ومعلقة في حيز مفرغ جدرانه سوداء ودرجة حرارته $35.0^{\circ}C$ ، احسب الكمية الحرارية المفقودة من الجسم في خمس دقائق .

12-كرة من الحديد مساحة سطحها $100.0cm^2$ ودرجة حرارتها $120.0^{\circ}C$ عندما كانت موصلة بمصدر حراري قدرته 1.5kw. احسب الزمن اللازم لتبرد إلى $100.0^{\circ}C$ في وسط درجة حرارته صفر وذلك بعد إيقاف المصدر الحراري. الحرارة النوعية للحديد $460.0\ J/kg.C^{\circ}$ .

13- إنسان درجة حرارة جسمه $37.0^{\circ}C$ وفي غرفة درجة حرارتها $25.0^{\circ}C$ ، إذا اعتبرنا مساحة جلده $1.5\ m^2$ وانبعاثيته $0.8$ ، فاحسب كمية الحرارة التي يفقدها في $15.0$ دقيقة.

14- صفيحة مساحتها $1.0m^2$ ودرجة حرارتها ثابتة عند $100.0^{\circ}C$ يمر عليها هواء درجة حرارته $20.0^{\circ}C$ ، احسب كمية الحرارة التي تفقدها الصفيحة في نصف ساعة .

أ-إذا كانت الصفيحة عمودية.     ب- إذا كانت الصفيحة أفقية.

15- سخان كهربائي مقاومة مادته $20.0\Omega$ ويمر به تيار شدته $10.0\ A$ ، ومساحة سطحه الساخن $400.0\ cm^2$ ، احسب درجة حرارته .

16– قضيب نحاس طوله $15.0cm$ . ثبتت درجة حرارة إحدى نهايتيه عند $20.0K$ , ودهنت النهاية الأخرى بطلاء أسود ، ويواجه هذه النهاية جسم درجة حرارته $300.0K$ . إذا أصبح الجسمان في حالة اتزان حراري فكم درجة حرارة النهاية السوداء للقضيب ؟

17– أنبوبة طولها $3.0m$ ونصف قطرها الخارجي $2.0cm$ غطيت بطبقة من عازل أسود سمكها $2.5cm$ وكانت درجة حرارة السطح الخارجي للعازل $600.0K$ وكانت درجة حرارة الهواء المحيط $300.0K$ . احسب معدل الفقد بالإشعاع وكمية الطاقة المفقودة في ساعة.

* * *