الفصل الثاني

تنظيم البيانات وعرضها

(٢ ـ ١) تنظيم البيانات وتلخيصها

بعد الانتهاء من جمع البيانات بطريقة أو أكثر من الطرق السابقة فإنها تكون في صورة غير معبرة، وقد يصعب استنتاج أي معلومات مفيدة منها. وقد تكون عبارة عن مجموعة أرقام غير مرتبة، أو مجموعة أوصاف لبعض الخصائص حسب ورودها في الاستبانات. ولتوضيح ذلك نعرض المثالين التاليين:

مثال (١)

عند دراسة الحالة الزواجية لعمال أحد المصانع أخذت عينة مكونة من ٤٠ عاملا، وكانت النتائج كما يلي:

أعزب	متزوج	أعزب	أرمل	متزوج	أعزب	متزوج	مطلق
متزوج	أعزب	أرمل	متزوج	أعزب	متزوج	أعزب	متزوج
متزوج	أرمل	متزوج	متزوج	متزوج	أرمل	متزوج	مطلق
مطلق	متزوج	أرمل	متزوج	أعزب	مطلق	أرمل	متزوج
أرمل	متزوج	متزوج	أعزب	متزوج	متزوج	أعزب	متزوج

مثال (٢)

البيانات التالية تمثل الأجر اليومي بالريال السعودي لعينة تتكون من خمسين عاملا من غير المؤهلين في إحدى المؤسسات الخاصة:

٢٥	٣٠	٣٨	٤٢	٥١	٣٤	٤٢	٥٤	٣٤	٤٢
٣٩	٤٠	٥٠	٢٦	٥٢	٣٨	٤٧	٣٥	٥٣	٢٨
٣٤	٤١	٣٥	٣١	٤١	٣٦	٥٣	٤١	٣٦	٣٢
٣٧	٤٤	٤٥	٣٧	٤٥	٤٦	٢٩	٤٦	٣٨	٤٨
٤٠	٣٣	٤٤	٤٥	٤٤	٤٠	٣١	٤٧	٤٣	٢٧

البيانات الواردة في المثالين (١)، (٢) السابقين لا يمكن الاستفادة منهما في أية دراسة، وذلك لعدم وضوحهما، وصعوبة استنتاج أي معالم من الحالة الزواجية في مثال (١)، والأجر اليومي في مثال (٢)، فمثلا لا يمكننا معرفة عدد المتزوجين بسهولة من بيانات مثال (١) بوضعها الحالي، وخاصة إذا كان العدد كبيرا. وكذلك الحال في بيانات مثال (٢)، إذ لا نستطيع معرفة عدد العمال الذين يتقاضون أجرا أقل من ٣٥ ريالا، أو أكثر من ٤٠ ريالا بمجرد الرجوع إلى البيانات في وضعها الحالي.

لذلك أصبحت الحاجة إلى استحداث طريقة لتنظيم وتلخيص مثل هذه البيانات في صورة سهلة ضرورية جدا، حتى يمكن دراستها، واستنتاج ما نريده منها بسهولة ويسر. ومن الطرق المستخدمة لتلخيص البيانات ما يسمى التوزيعات التكرارية. يتبقى علينا التمييز بين نوعين من البيانات الإحصائية حسب طبيعتها، حيث إن البيانات تنقسم عادة إلى نوعين أساسيين نعتمد عليهما في عملية التنظيم والتلخيص، وهما:

١ ـ البيانات الوصفية (الكيفية).

٢ ـ البيانات الكمية (الرقمية).

وفيما يلي سنقوم بتعريف وشرح طريقة عمل جداول التوزيعات التكرارية لكل منهما.

(٢ ـ ١ ـ ١) البيانات الوصفية (الكيفية)

يشار للبيانات الإحصائية بأنها وصفية إذا كانت تصف عناصر الظاهرة محل الدراسة في صورة غير رقمية، مثل لون الشعر، أو لون البشرة، أو تقديرات النجاح

للطلاب، أو الحالة الاجتماعية لمجموعة من العمال في أحد المصانع مثل ما ورد في مثال (١) أو غيرها من الظواهر الأخرى. ولتلخيص وتنظيم هذا النوع من البيانات نعمل على تكوين جدول مناسب يسمى جدول تفريغ البيانات ومنه نستنتج جدولا آخر يسمى جدول التوزيع التكراري. ويتكون جدول تفريغ البيانات عادة من ثلاثة أعمدة رأسية يكتب في بداية كل عمود عنوانه المناسب، فمثلا إذا كانت الدراسة هي تقديرات الطلاب فإننا يمكن أن نكتب كلمة (الصفة) أو نكتب تقديرات الطلاب وهكذا. . . ثم يكتب تحت العنوان في العمود الأول كل الصفات، ففي مثال (١) تكون الصفات هي: أعزب ـ متزوج ـ أرمل ـ مطلق. ويكون عنوانها «**الحالة الاجتماعية**» للعمال أما في العمود الثاني فيكون العنوان «**علامات**» وفيه تسجل القراءات على شكل علامات، ونضع لكل قراءة علامة أمام كل صفة من الصفات الموجودة في العمود الأول. والعلامة عبارة عن خط رأسي مثل «ا» فإذا ما وصل عدد العلامات إلى أربع مثل «ااا» فإن الخط الخامس يكتب مائل ليكوّن ما يسمى الحزمة على الصورة «𝍸» ويكون عددها خمسا. بعد تفريغ كل البيانات تعد الحزم أمام كل صفة، ويكتب العدد في العمود الثالث الذي يسمى عمود التكرارات، ويقصد بالتكرار عدد عناصر الظاهرة أمام كل صفة من الصفات الموجودة في العمود الأول. ومن هذا الجدول يصاغ جدول التوزيع التكراري المكون من عمودين الأول يشتمل على أسماء الصفات، والثاني التكرارات. ففي مثال (١) يكون جدول تفريغ البيانات كالتالي:

جدول (٢ ـ ١): تفريغ البيانات للحالة الزواجية للعمال في مثال (١)

الصفة	العلامات	التكرار (عدد العمال)
أعزب	𝍸 ااا	٩
متزوج	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	٢٠
أرمل	𝍸 ا ا	٧
مطلق	ااا	٤
المجموع		٤٠

إذا حذفنا العمود الثاني من الجدول (٢ ـ ١) السابق لتفريغ البيانات فإننا نحصل على جدول مكون من عمودين يسمى جدول التوزيع التكراري كما هو موضح بجدول (٢ ـ ٢) التالي:

جدول (٢ ـ ٢): التوزيع التكراري للحالة الزواجية للعمال في مثال (٢)

الصفة (الحالة الزواجية)	التكرار (عدد العمال)
أعزب	٩
متزوج	٢٠
أرمل	٧
مطلق	٤
المجموع	٤٠

يلاحظ كذلك أن يحتوي أي جدول إحصائي على عنوان يوضح نوعية الجدول، وطبيعة البيانات المعروضة فيه، كما هو موضح في الجدولين السابقين.

(٢ ـ ١ ـ ٢) البيانات الكمية (الرقمية)

وهي البيانات الإحصائية التي تقاس فيها عناصر الظاهرة بمقياس كمي (رقمي) مثل أطوال مجموعة من الطلاب تقاس بالسم، أو أوزان مجموعة من الطلاب تقاس بالكجم، أو الأجور اليومية لمجموعة من العمال تقاس بالريال، ودرجات مجموعة من الطلاب تقاس بالدرجة وغيرها. . . ، ولتنظيم هذه البيانات وتلخيصها لوضعها في جدول تكراري نكوّن أولا جدولا للتفريغ (مثل ما سبق في حالة البيانات الوصفية) مع استبدال الصفة في العمود الأول بما يسمى الفئات، وقبل كتابة جدول التفريغ نلخص طريقة تكوين الفئات في الخطوات التالية:

(١) نحدد مدى البيانات، وهو عبارة عن الفرق بين أكبر قراءة وأصغر قراءة للبيانات ومن مثال (٢) يكون المدى كالتالي:

المدى = أكبر قراءة - أصغر قراءة

= ٥٤ - ٢٥

= ٢٩ ريالا

(ب) يقسم المدى إلى عدد مناسب من الفئات، وعادة يتراوح عدد الفئات من ٥ إلى ١٥ فئة تقريبا. وفي مثال (٢) نختار عدد الفئات، يساوي ٦ فئات على سبيل المثال.

(جـ) نحسب طول الفئة، وهو يساوي المدى مقسوما على عدد الفئات المختار، ويقرب الكسر الناتج من خارج القسمة إن وجد إلى العدد الصحيح مهما كانت قيمته، وذلك لجعل طول الفئة عددا صحيحا، ففي مثال (٢) السابق يكون

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات المقترح}}$$

$$= \frac{٢٩}{٦}$$

$$= ٤,٨٣$$

= ٥ ريالات

(د) يحدد بداية الفئة الأولى (الصغرى) ويعرف بالحد الأدنى التقريبي للفئة الأولى، وذلك باعتبار أصغر رقم في البيانات، وكذلك يحدد بداية الفئة الثانية بإضافة طول الفئة إلى الحد الأدنى التقريبي للفئة الأولى، وهكذا بالنسبة لباقي الفئات الأخرى. أما بالنسبة لتحديد نهاية الفئة الأولى، أو ما يسمى الحد الأعلى التقريبي للفئة الأولى فإنه يمكن تعيينه بإضافة طول الفئة إلى بداية الفئة الأولى ثم نطرح من حاصل الجمع مقدار وحدة دقة من الوحدات التي قربت إليها المشاهدات وهكذا لتعيين باقي الحدود العليا للفئات الباقية، وذلك في حالة الفئات المنتظمة، أي المتساوية الأطوال.

وباستخدام الخطوات السابقة يمكن تحديد فئات مثال (٢) السابق على النحو التالي:

(٢٥ ـ ٢٩)، (٣٠ ـ ٣٤)، (٣٥ ـ ٣٩)، (٤٠ ـ ٤٤)، (٤٥ ـ ٤٩)، (٥٠ ـ ٥٤)
وبذلك يكون جدول تفريغ البيانات الكمية التي وردت في مثال (٢) السابق بالشكل التالي:

جدول (٢ ـ ٣): تفريغ البيانات لأجور العمال في مثال (٢)

فئات الأجر	العلامات	التكرار(عدد العمال)
٢٥ ـ ٢٩	𝍸	٥
٣٠ ـ ٣٤	𝍸 |||	٨
٣٥ ـ ٣٩	𝍸 𝍸	١٠
٤٠ ـ ٤٤	𝍸 𝍸 |||	١٣
٤٥ ـ ٤٩	𝍸 |||	٨
٥٠ ـ ٥٤	𝍸 |	٦
المجمـوع		٥٠

ويمكن الحصول على الجدول التكراري للبيانات الكمية من جدول (٢ ـ ٣) السابق لتفريغ البيانات وذلك بحذف عمود العلامات، وبذلك يصبح الجدول من عمودين الأول يمثل فئات الأجر، والثاني يمثل التكرارات لها، ويكتب كالتالي:

جدول (٢ ـ ٤) التوزيع التكراري لأجور العمال في مثال (٢)

فئات الأجر	التكـرار (عدد العمال)
٢٥ ـ ٢٩	٥
٣٠ ـ ٣٤	٨
٣٥ ـ ٣٩	١٠
٤٠ ـ ٤٤	١٣
٤٥ ـ ٤٩	٨
٥٠ ـ ٥٤	٦
المجمـوع	٥٠

(٢ ـ ١ ـ ٣) تكوين الحدود الفعلية للفئات

تكون الحدود الفعلية (أو الحقيقية) للفئات من الحدود المقربة وذلك بأن نطرح نصف وحدة دقة من الحدود الدنيا المقربة للفئات لنحصل على الحدود الدنيا الحقيقية. ونضيف نصف وحدة دقة إلى الحدود العليا المقربة للفئات لنحصل على الحدود الحقيقية لها. وفي حالة الأرقام المقربة إلى أقرب رقم صحيح نطرح من الحد الأدنى لكل فئة ٠,٥ ونضيف إلى الحد الأعلى لكل فئة ٠,٥ وبذلك نحصل على الحدود الحقيقية وذلك بسبب جزء عشري يقرب إلى الرقم الأكبر الصحيح إذا كان الجزء العشري ٠,٥ فأكثر. ويقرب إلى الرقم الأصغر الصحيح، وإذا كان الجزء العشري أقل من ٠,٥ فمثلا الرقم ٢٥ الموجود في مثال (٢) ربما كانت قيمته ٢٤,٥، ٢٤,٦، . . . فيقرب إلى ٢٥ وبذلك تكون البداية الحقيقية التي تفي بكل هذه البدايات هي ٢٤,٥، وبالنسبة للحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى يكون ٢٩,٥ بدلا من ٢٩، لأنه يمكن أن يكون قبل التقريب أحد القيم التالية ٢٩,١، ٢٩,٣ . . . ، ٢٩,٤٩٩ وهكذا بالنسبة لباقي الفئات ففي المثال (٢) السابق تكون الحدود الفعلية هي (٢٤,٥ ـ ٢٩,٥)، (٢٩,٥ ـ ٣٤,٥)، (٣٤,٥ ـ ٣٩,٥)، (٣٩,٥ ـ ٤٤,٥)، (٤٤,٥ ـ ٤٩,٥)، (٤٩,٥ ـ ٥٤,٥) وبذلك يصبح الجدول التكراري رقم (٢ ـ ٤) بالحدود الفعلية كالتالي:

جدول (٢ ـ ٥): التوزيع التكراري لأجور العمال في مثال (٢)

فئات الأجر	٢٤,٥-٢٩,٥	٢٩,٥-٣٤,٥	٣٤,٥-٣٩,٥	٣٩,٥-٤٤,٥	٤٤,٥-٤٩,٥	٤٩,٥-٥٤,٥
التكرار	٥	٨	١٠	١٣	٨	٦

(٢ ـ ١ ـ ٤) تحديد مراكز الفئات

تحسب مراكز الفئات التي سوف نرمز لها بالرمز س بالعلاقة التالية

$$\text{س} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى لنفس الفئة}}{٢}$$

ومن الملاحظ أن قيمة مركز الفئة س لا يتأثر إذا كانت الحدود فعلية أو مقربة، ولكن المهم أن يكون الحدان الأعلى والأدنى إما مقربين وإما حقيقيين معا. ويمكن تلخيص الجداول التكرارية التي سبق تكوينها من مثال (٢) في جدول واحد كالتالي:

جدول (٢ ـ ٦) التوزيع التكراري لأجور العمال في مثال (٢)

فئات الأجر	الحدود الفعلية للفئات	مركز الفئات (س)	التكرار (عدد العمال)
٢٥ ـ ٢٩	٢٤,٥ ـ ٢٩,٥	٢٧	٥
٣٠ ـ ٣٤	٢٩,٥ ـ ٣٤,٥	٣٢	٨
٣٥ ـ ٣٩	٣٤,٥ ـ ٣٩,٥	٣٧	١٠
٤٠ ـ ٤٤	٣٩,٥ ـ ٤٤,٥	٤٢	١٣
٤٥ ـ ٤٩	٤٤,٥ ـ ٤٩,٥	٤٧	٨
٥٠ ـ ٥٤	٤٩,٥ ـ ٥٤,٥	٥٢	٦
المجمـوع	ـ	ـ	٥٠

(٢ ـ ٢) أنواع الجداول للتوزيعات التكرارية

سندرس في هذا الفصل أنواع الجداول للتوزيعات التكرارية مع التمثيل البياني لبعض المنحنيات المناظرة لها:

(٢ ـ ٢ ـ ١) الجدول المتجمع الصاعد والجدول المتجمع الهابط

قد يكون المطلوب أحيانا معرفة عدد التكرارات للظاهرة محل الدراسة التي تقل عن قيمة معينة أو التي تساوي أو تزيد عن قيمة معينة أخرى ففي مثال (٢) السابق قد يكـون المطلوب إيجاد عدد العمال الذين يتقاضون أجرة ٣٩,٥ ريالا أو أقل فيكون عددهم = ٥ + ٨ + ١٠ = ٢٣ عاملا وهذا ما يسمى التكرار المتجمع الصاعد. كما قد يكون المطلوب إيجاد عدد العمال الذين يتقاضون أجرا يوميا يساوي ٤٤,٥ ريالا أو أكثر، فيكون عددهم = ٨ + ٦ = ١٤ عاملا، وهو ما يسمى التكرار المتجمع الهابط أو

النازل. ويتكون كل من الجدول المتجمع الصاعد أو الجدول المتجمع الهابط فيما يلي على الترتيب وذلك باستخدام الحدود الفعلية للفئات في مثال (٢) السابق.

جدول (٢ ـ ٧) الجدول المتجمع الصاعد لأجور العمال في مثال (٢)

حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٢٤,٥	صفر
أقل من ٢٩,٥	٥
أقل من ٣٤,٥	١٣
أقل من ٣٩,٥	٢٣
أقل من ٤٤,٥	٣٦
أقل من ٤٩,٥	٤٤
أقل من ٥٤,٥	٥٠

جدول (٢ ـ ٨) الجدول المتجمع الهابط لأجور العمال في مثال (٢)

حدود الفئات	التكرار المتجمع الهابط
أكبر من ٢٤,٥	٥٠
أكبر من ٢٩,٥	٤٥
أكبر من ٣٤,٥	٣٧
أكبر من ٣٩,٥	٢٧
أكبر من ٤٤,٥	١٤
أكبر من ٤٩,٥	٦
أكبر من ٥٤,٥	صفر

يلاحظ كتابة عبارة أقل من الحدود الدنيا الحقيقية لجميع الفئات ما عدا الفئة العليا فيكتب أقل من لكل من حديها الأدنى والأعلى، وذلك في حالة الجدول المتجمع

الصاعد، أما في حالة الجدول المتجمع الهابط فتكتب عبارة أكبر من لكل من الحدود الدنيا الحقيقية لجميع الفئات ما عدا الفئة العليا فيكتب أكبر من لكل من حديها الأعلى والأدنى.

(٢ ـ ٢ ـ ٢) جدول التوزيع التكراري النسبي والمئوي

يستخدم التكرار النسبي عندما يراد زيادة التفصيل في دراسة سلوك الظاهرة محل الدراسة، أو تبسيط عملية المقارنة بين ظاهرتين أو أكثر لنفس الخاصية في فترات مختلفة، أو مقارنة الظواهر المختلفة لنفس الخاصية في نظامين مختلفين. ويعرف التكرار النسبي لأي فئة بأنه يساوي تكرار هذه الفئة مقسوما على مجموع التكرارات، ويعرف كذلك التكرار المئوي بأنه يساوي التكرار النسبي مضروبا في ١٠٠ وإذا أضفنا التكرار النسبي والمئوي للجدول التكراري (٢ ـ ٤) السابق فإنه يأخذ الصيغة التالية:

جدول (٢ ـ ٩) التوزيع التكراري النسبي والمئوي لأجور العمال في مثال (٢)

الفئات	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
٢٥ ـ ٢٩	٥	٠,١٠	١٠
٣٠ ـ ٣٤	٨	٠,١٦	١٦
٣٥ ـ ٣٩	١٠	٠,٢٠	٢٠
٤٠ ـ ٤٤	١٣	٠,٢٦	٢٦
٤٥ ـ ٤٩	٨	٠,١٦	١٦
٥٠ ـ ٥٤	٦	٠,١٢	١٢
المجموع	٥٠	١	١٠٠

وكذلك يمكن إيجاد التكرار النسبي المتجمع والتكرار المئوي المتجمع في كل من الجداول التكرارية المتجمعة الصاعدة أو الهابطة.

(٢ ـ ٢ ـ ٣) جداول التوزيعات التكرارية ذات الفئات غير المنتظمة (غير متساوية الطول)

الفئات المنتظمة أو المتساوية الطول يكون لها أهمية كبيرة، وخاصة لتسهيل إجراء التحليل الإحصائي الذي سوف نتعرض له فيما بعد. ولكن بعض الظواهر محل الدراسة تكون عملية تعريفها في فئات منتظمة غير ملائمة لها، وذلك كأن تكون بعض الفئات خالية من التكرارات، أو بها تكرارات قليلة جدا والذي يعزى إلى أن بيانات الظاهرة محل الدراسة تتركز أكثر في مواضع معينة دون الأخرى ويتبعثر عدد قليل منها في بعض المواضع الأخرى مثل ظاهرة درجات الطلاب، أو الأجور، أو الإنفاق، أو دخول الأسر، أو أعداد وفيات الأطفال الرضع، وستكون الفئات غير المنتظمة في مثل هذه الحالات أكثر ملاءمة لتلخيص الظاهرة في جدول تكراري. ولتوضيح ذلك نأخذ المثال التالي الذي يمثل التعبير عن الإنفاق الشهري لمجموعة من الأسر في جدول تكراري بفئات غير منتظمة، وسنوضح كذلك كيفية تعديل التكرارات في مثل هذه الحالة.

مثال (٣)

عند دراسة ظاهرة الإنفاق الشهري لعينة من الأسر القروية بمئات الريالات حيث إن حجم العينة ٣٠ أسرة وكانت البيانات في الجدول التكراري التالي:

فئات الإنفاق الشهري	٧ ـ ٩	١٠ ـ ١٤	١٥ ـ ١٩	٢٠ ـ ٢٤	٢٥ ـ ٣٩
التكرار (عدد الأسر)	٢	٤	١٥	٦	٣

والمطلوب إيجاد التكرار المعدل لهذه البيانات. يلاحظ أن هذا الجدول يحتوي على فئات غير منتظمة، ولإيجاد جدول التوزيع التكراري المعدل نعمد إلى حساب التكرار المعدل لكل فئة بحيث يساوي التكرار المشاهد مقسوما على طول الفئة كما في الجدول التالي:

جدول (٢ ـ ١٠) التوزيع التكراري المعدل للإنفاق في مثال (٣)

فئات الإنفاق	طول الفئة	التكرار المشاهد	التكرار المعدل
٧ ـ ٩	٣	٢	٠,٦٧
١٠ ـ ١٤	٥	٤	٠,٨٠
١٥ ـ ١٩	٥	١٥	٣,٠٠
٢٠ ـ ٢٤	٥	٦	١,٢٠
٢٥ ـ ٣٩	١٥	٣	٠,٢٠
المجمـوع	ـ	٣٠	ـ

ويمكن أن يعـدل تكـرار الفئات غير المنتظمة فقط، ويترك التكرار المشاهد للفئات الأخرى بدون تعديل، وذلك بتطبيق العلاقة التالية:

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{التكرار المشاهد للفئة غير المنتظمة} \times \text{طول الفئة المنتظمة}}{\text{طول الفئة غير المنتظمة}}$$

ففي مثال (٣) نلاحظ أن التكرار للفئة الأولى وكذلك الفئة الأخيرة يكون لفئات غير منتظمة، ويكون التكرار المعدل للفئة الأولى كالتالي:

$$\text{التكرار المعدل للفئة الأولى} = \frac{٢ \times ٥}{٣} = \frac{١٠}{٣} = ٣,٣$$

$$\text{والتكرار المعدل للفئة الأخيرة} = \frac{٣ \times ٥}{١٥} = ١$$

ويمكن كتابة الجدول بعد التعديل لتكرارات الفئات غير المنتظمة بالجدول (٢ ـ ١١).

(٢ ـ ٢ ـ ٤) جداول التوزيعات التكرارية المفتوحة

إذا كان لدينـا على سبيل المثـال بيانات الإنفاق الشهري لمجموعة من الأسر ووجدنا أن قيم الإنفاق الصغرى أو الكبرى عددها قليل ومتباعدة، فإنه يفضل في هذه الحـالـة وضعهـا في جدول تكراري مفتوح من أسفل أو من أعلى. ففي حالة القيم

جدول (٢ ـ ١١) التوزيع التكراري المعدل للفئات غير المتظمة في مثال (٣)

فئات الإنفاق	طول الفئة	التكرار المشاهد	التكرار المعدل للفئات غير المنتظمة
٧ ـ ٩	٣	٢	٣,٣
١٠ ـ ١٤	٥	٤	٤
١٥ ـ ١٩	٥	١٥	١٥
٢٠ ـ ٢٤	٥	٦	٦
٢٥ ـ ٣٩	١٥	٣	١

الصغرى يكتب أقل من عدد معين (يُخْتارُ عددٌ مناسبٌ) بحيث تحتوي هذه الفئة على عدد معقول من التكرارات وكذلك في حالة الإنفاق الكبيرة يكتب أكبر من رقم معين مناسب كما هو موضح في الجدول التكراري التالي:

جدول (٢ ـ ١٢) التوزيع التكراري للإنفاق بمئات الريالات

فئات الإنفاق	التكرار «عدد الأسر»
أقل من ١٠	٢
١٠ ـ ١٤	٤
١٥ ـ ١٩	١٥
٢٠ ـ ٢٤	٦
٢٥ فأكثر	٣
المجمـــوع	٣٠

يلاحظ أن الجـدول التكراري السابق يحتوي على فئات مفتوحة من الطرفين الأدنى والأعلى وفي بعض الظواهر قد يكون الجدول التكراري مفتوحا من طرف واحد فقط.

(٢ ـ ٢ ـ ٥) جداول التوزيعات التكرارية المزدوجة

في بعض الأحيان يكون المطلوب هو تنظيم وتلخيص بيانات إحصائية لبعض الظواهر ذات متغيرين مثل أطوال وأوزان مجموعة من الطلاب، أو درجات امتحان الإحصاء والفيزياء لمجموعة من الطلاب، أو أجور وإنتاج مجموعة من العمال. ففي مثل هذه الحالات لا بد من تكوين جدول مزدوج لفئات تكتب رأسيا لتمثيل الظاهرة الأولى، ولتكن أجور عمال مثلا، وفئات تكتب أفقيا لتمثل إنتاج هؤلاء العمال، وتفرغ بعد ذلك البيانات للأجور والإنتاج لكل قراءة من الأجر في الفئة الخاصة بها من فئات الأجر على أن يراعى أن تكون تحت فئة الإنتاج ما يندرج تحتها من فئات الإنتاج كما نوضح ذلك بالمثال التالي.

مثال (٤)

البيانات التالية تمثل أجور ٣٠ عاملا وإنتاجهم في اليوم الواحد بالريال السعودي، والمطلوب تكوين جدول تفريغ لهذه البيانات وصياغة جدول التوزيع التكراري المزدوج لفئات الأجر وفئات الإنتاج

الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج	الأجر	الإنتاج
٥١	٥٦	٨١	٧٦	٥٤	٥١	٥٨	٩١	٧٧	٧٢
٧١	٧٣	٧٢	٦٩	٧٢	٦٦	٧٤	٧٦	٩٤	٩٤
٨٢	٨١	٦٣	٦٦	٨٦	٨٧	٩١	٩٣	٦٤	٦٨
٦٢	٦١	٨٤	٨٣	٥٧	٥٣	٧٥	٧٣	٩٤	٩٧
٨٣	٨٦	٦٤	٦١	٨٧	٨٢	٩٢	٩٣	٧٧	٧٣
٧٩	٧٦	٨٥	٨٢	٦١	٥٨	٧٦	٧١	٧٩	٧٨

نعمل في البداية جدولا للتفريغ المزدوج بحيث نختار أطوالا مناسبة لحدود فئات الأجور، وكذلك حدود فئات الإنتاج لمجموعة العمال، وفي هذا المثال نختار فئات أجر

ذات أطوال متساوية، تساوي عشرة ريالات، وتكتب رأسيا، وتكون كالتالي:

(٥٠ ـ ٥٩)، (٦٠ ـ ٦٩)، (٧٠ ـ ٧٩)، (٨٠ ـ ٨٩)، (٩٠ ـ ٩٩)

كما نختار الإنتاج بالقطعة، ولتكن في مثالنا هذا تساوي عشر قطع. وتكتب أفقيا، وتكون كالتالي:

(٥٠ ـ ٥٩)، (٦٠ ـ ٦٩). . . . (٩٠ ـ ٩٩)

ويكون التفريغ للقراءات السابقة بوضع القراءة ٥١ ريالا، لها علامة (١) أمام فئة الأجر (٥٠ ـ ٥٩) تحت فئة الإنتاج للقراءة ٥٦، وتكون فئة الإنتاج (٥٠ ـ ٥٩) أيضا في مثالنا هذا. وهكذا نكرر كتابة العلامات لباقي القراءات ونكوّن الحزم عندما يكون في الخانة خمس علامات، وهكذا حتى نتمكن من تفريغ كل القراءات وبذلك يصبح لدينا جدول التفريغ المزدوج التالي:

جدول (٢ ـ ١٣) تفريغ البيانات المزدوج لأجور العمال وانتاجهم في مثال (٤)

الإنتاج / الأجر	٥٠ـ٥٩	٦٠ـ٦٩	٧٠ـ٧٩	٨٠ـ٨٩	٩٠ـ٩٩	المجموع
٥٠ ـ ٥٩	|||				٣
٦٠ ـ ٦٩	١	||||			٥
٧٠ ـ ٧٩		||	||| ||||		١٠
٨٠ ـ ٨٩			١	١ ||||	١	٨
٩٠ ـ ٩٩					||||	٤
المجموع	٤	٦	٩	٦	٥	٣٠

وبعد تحديد عناصر جدول التفريغ (٢ ـ ١٣) السابق نعمل على صياغة جدول التوزيع التكراري وذلك بكتابة الأرقام المناظرة لكل خانة بدلا من العلامات، وبذلك نحصل على الجدول التالي:

جدول (٢ ـ ١٤) التوزيع التكراري لأجور العمال وإنتاجهم في مثال (٤)

الإنتاج / الأجر	٥٠ـ٥٩	٦٠ـ٦٩	٧٠ـ٧٩	٨٠ـ٨٩	٩٠ـ٩٩	المجموع
٥٠ ـ ٥٩	٣					٣
٦٠ ـ ٦٩	١	٤				٥
٧٠ ـ ٧٩		٢	٨			١٠
٨٠ ـ ٨٩			١	٦	١	٨
٩٠ ـ ٩٩					٤	٤
المجموع	٤	٦	٩	٦	٥	٣٠

ويمكن عمل جدول التوزيعات التكرارية للبيانات الوصفية أيضا مثل مسميات الوظيفة، والحالة الاجتماعية للعاملين بإحدى الوزارات على سبيل المثال، فإنه في هذه الحالة تستبدل الفئة الرأسية باسم الصفة، ولتكن مسميات الوظيفة، وتستبدل الفئة الأفقية بالصفة الثانية، وهي الحالة الاجتماعية، وتفرغ البيانات الوصفية مثل ما اتبع في مثال (٤)، لتحصل على الجدول التكراري المزدوج للبيانات الوصفية.

(٢ ـ ٣) التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية

لقد سبق الكلام عن طرق تنظيم البيانات الإحصائية وتلخيصها بواسطة جداول التوزيعات التكرارية. أما الآن فسوف نستعرض تنظيم البيانات وتلخيصها بطريقة التمثيل البياني لهذه الجداول التكرارية. والهدف الأساسي من التمثيل البياني بالإضافة لتلخيص البيانات هو توضيحها ووضعها في صيغة بسيطة يمكن بوساطتها فهم طبيعة التوزيعات التكرارية وصورها المختلفة، وسنتناول طرق التمثيل البياني باستخدام كل من:

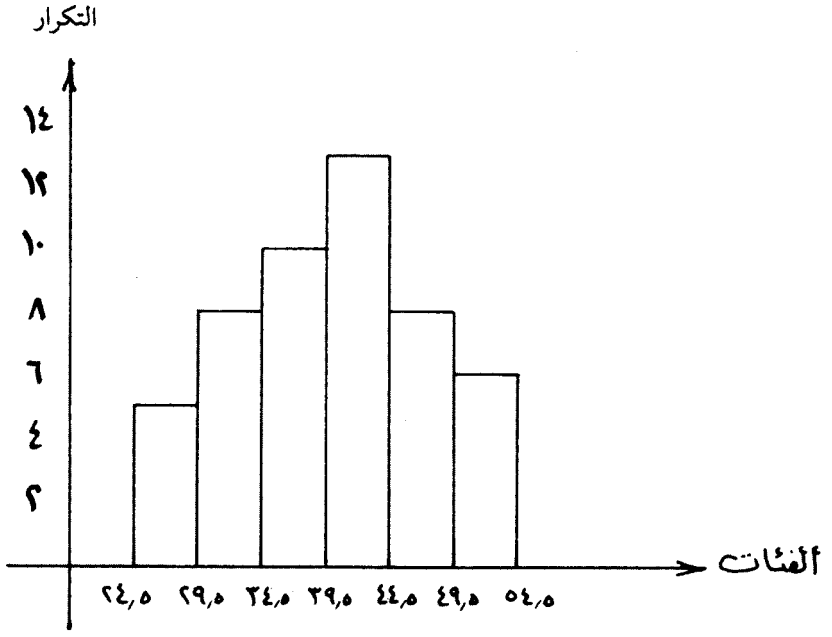
١ ـ المدرج التكراري

٢ ـ المضلع التكراري

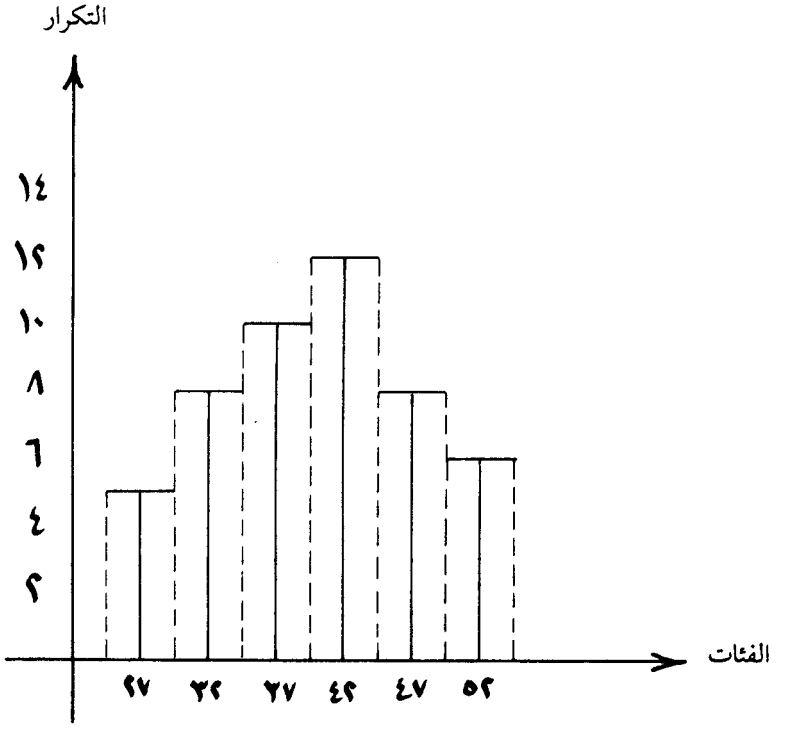
٣ ـ المنحنى التكراري
٤ ـ المنحنى المتجمع الصاعد
٥ ـ المنحنى المتجمع الهابط

(٢ ـ ٣ ـ ١) المدرج التكراري

يرسم المدرج التكراري على محورين متعامدين . وهو عبارة عن مستطيلات رأسية متلاصقة، قاعدة كل منها عبارة عن طول الفئة المناظرة لهذا المستطيل، وارتفاع كل منها عبارة عن تكرار تلك الفئة المناظرة، ويراعى أن يكون تمثيل الفئات على المحور الأفقي بالحدود الحقيقية لها، ولتوضيح ذلك نمثل المدرج التكراري للبيانات الإحصائية من جدول (٢ ـ ٤) السابق الخاص بأجور العمال في مثال (٢)، وذلك بطريقتين الأولى باستخدام الحدود الدنيا والعليا الحقيقية للفئات، والطريقة الثانية باستخدام مراكز الفئات كما يلي:



شكل (٢ ـ ١): المدرج التكراري باستخدام الحدود الفعلية للفئات



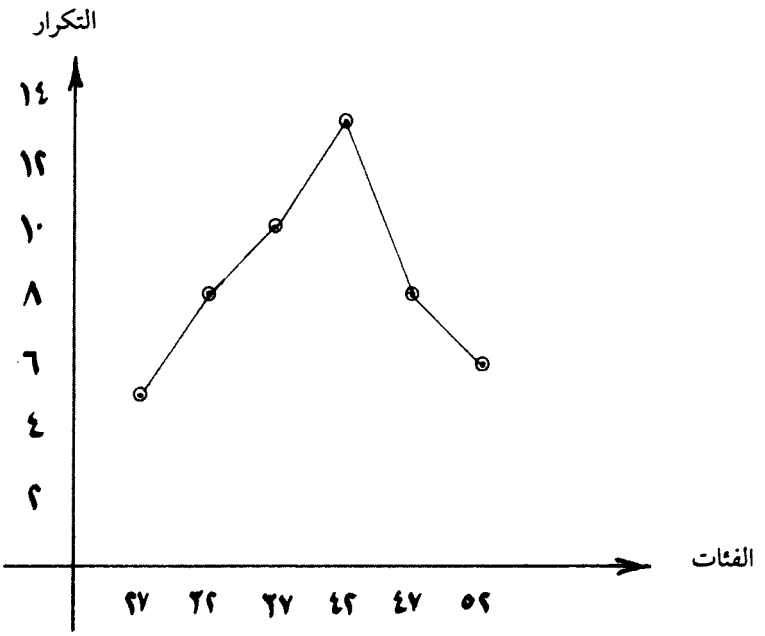
شكل (٢ ـ ٢): المدرج التكراري باستخدام مراكز الفئات

يلاحظ عند رسم المدرج التكراري باستخدام مراكز الفئات مراعاة أن يكون المركز في منتصف القاعدة حيث يتساوي بعداه بكلا الجانبين لحدَّي الفئة الأدنى والأعلى، ومجموع بُعْدَي منتصف القاعدة عن الجانبين يساوي طول الفئة.

(٢ ـ ٣ ـ ٢) المضلع التكراري

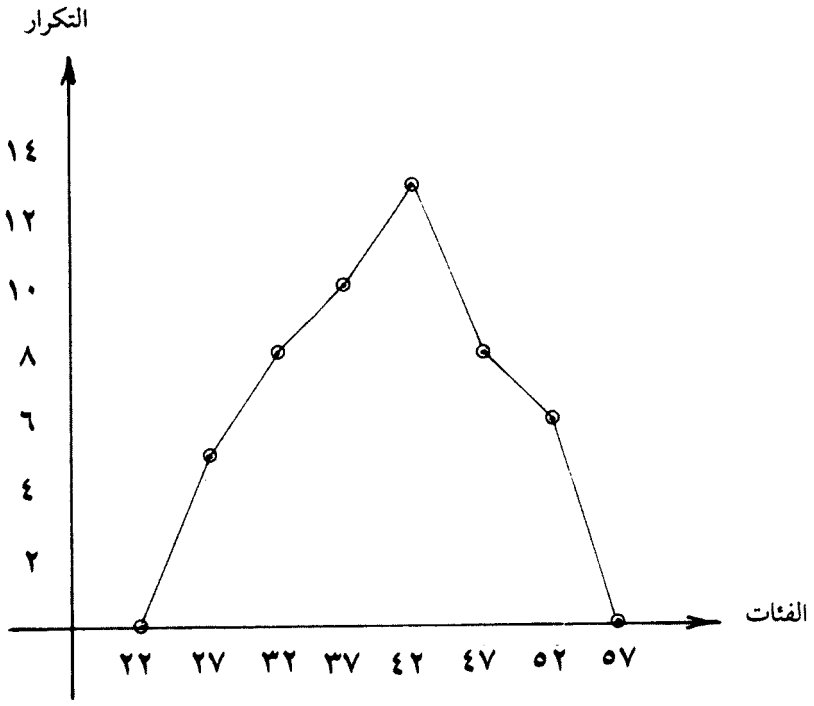
يرسم المضلع التكراري بنفس طريقة عمل المدرج التكراري، وذلك على محورين متعامدين، الأفقي يمثل الفئات بحدودها الفعلية، والرأسي يمثل التكرارات، وبدلا من رسم مستطيلات في المدرج التكراري توضع نقطة فوق مركز الفئة ارتفاعها يمثل تكرار تلك الفئة. وبعد الانتهاء من تمثيل النقط لجميع الفئات نصل بالمسطرة كل نقطتين متجاورتين فنحصل على المضلع التكراري المفتوح.

وفيما يلي نعرض المضلع التكراري باستخدام البيانات في جدول (٢ ـ ٤) لأجور العمال في مثال (٢)



شكل (٢ ـ ٣) : المضلع التكراري المفتوح لأجور العمال

ولغلق المضلع التكراري شكل (٢ ـ ٣) مع المحور الأفقي الممثل لمراكز الفئات للأجور نقيس مسافة تساوي ضعف نصف الفئة الدنيا، ونضع نقطة على يسار مركز الفئة الدنيا ولتكن على المحور الأفقي، وكذلك نقيس مسافة تساوي ضعف نصف طول الفئة العليا ونضع نقطة على يمين مركز الفئة العليا على المحور الأفقي، ثم نصل بالمسطرة كلا من النقطتين اللتين على المحور الأفقي بالنقاط المجاورة لها في المضلع. وبذلك نحصل على غلق المضلع التكراري شكل (٢ ـ ٤) كما هو موضح كالتالي :



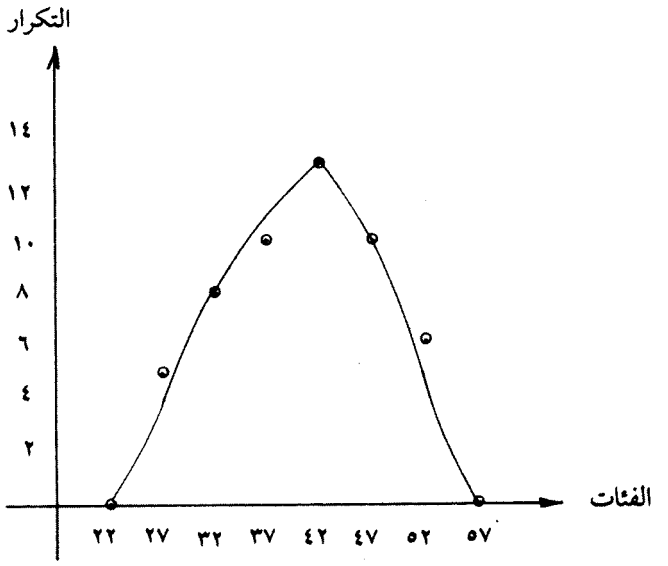
شكل (٢ ـ ٤) : المضلع التكراري المغلق لأجور العمال

(٢ ـ ٣ ـ ٣) المنحنى التكراري

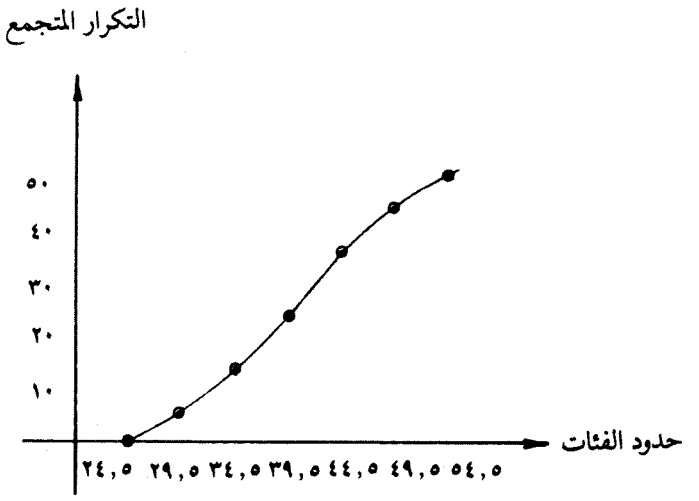
يمثل المنحنى التكراري على محورين متعامدين مثل ما تم بالنسبة للمضلع التكراري، وبدلا من توصيل النقاط بالمسطرة كما اتبع في المضلع التكراري في شكل (٢ ـ ٤) فإنه يمهد المنحنى باليد، ويراعى بأن يكون انسيابيا، حتى لو اضطررنا بعدم المرور لبعض النقاط ونوضح ذلك من شكل (٢ ـ ٥) كالتالي :

(٢ ـ ٣ ـ ٤) المنحنى المتجمع الصاعد

يرسم المنحنى المتجمع الصاعد على محورين متعامدين بحيث يكتب على المحور الأفقي الحدود الحقيقية للفئات والمحور الرأسي للتكرارات المتجمعة، وتمثل النقاط بحيث تكون النقطة الأولى هي الحد الأدنى للفئة الأولى، وارتفاعها صفر، والنقطة



شكل (٢ ـ ٥) : المنحنى التكراري لأجور العمال

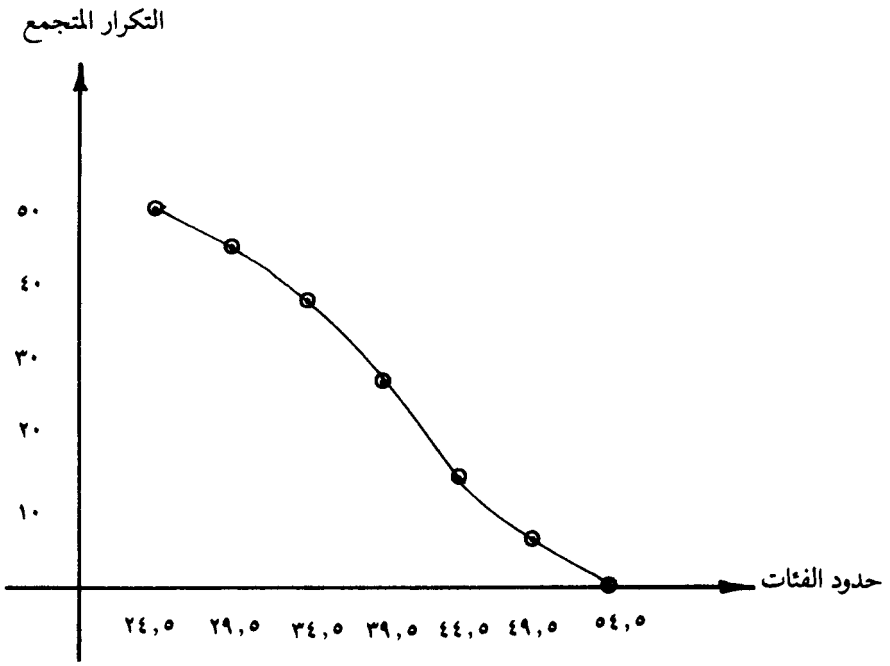


شكل (٢ ـ ٦) : المنحنى المتجمع الصاعد لأجور العمال في مثال (٢)

الثانية هي الحد الأدنى الحقيقي للفئة الثانية، وارتفاعها هو التكرار المتجمع الصاعد الأقل، أو يساوي هذا الحد، وكذلك يستكمل رسم باقي النقاط عند الحدود الدنيا الحقيقية لباقي الفئات مع التكرارات المتجمعة الصاعدة لها، ولتوضيح ذلك نستخدم جدول (٢ ـ ٧) لأجور العمال لمثال (٢) ويكون شكل (٢ ـ ٦) هو المنحنى المتجمع الصاعد.

(٢ ـ ٣ ـ ٥) المنحنى المتجمع الهابط

يرسم هذا المنحنى مثل المنحنى المتجمع الصاعد، ولكن تمثل النقاط بحيث تكون النقطة الأولى عند الحد الأدنى للفئة الأولى يقابلها مجموع التكرارات، والنقطة الثانية عند الحد الأدنى للفئة الثانية ويقابلها التكرار المتجمع الأكبر أو يساوي عند هذا الحد، وهكذا لباقي الحدود ويمثل جدول (٢ ـ ٨) السابق لفئات الأجور لمثال (٢) كالآتي:



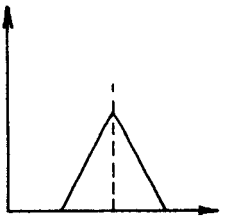
شكل (٢ ـ ٧): المنحنى المتجمع الهابط لأجور العمال مثال (٢)

وتجدر الإشارة إلى أن الأشكال البيانية السابقة التي تم تمثيلها بيانيا باستخدام المحور الرأسي لتمثيل التكرارات الفعلية أو المشاهدة، ويمكن إعادة رسمها باستخدام التكرار النسبي أو المئوي، لنحصل على المدرج التكراري النسبي أو المئوي، وكذلك المضلع التكراري النسبي أو المئوي أو المنحنى التكراري النسبي أو المئوي أو المنحنى المتجمع الصاعد أو الهابط النسبي أو المئوي.

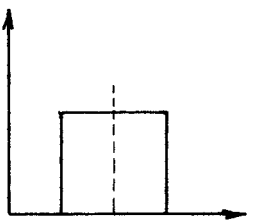
(٢ ـ ٣ ـ ٦) بعض الأشكال المختلفة للمنحنيات التكرارية

توجد في الحياة العملية كثير من المنحنيات غير المتماثلة، وقليلة من المنحنيات المتماثلة، والمنحنى المتماثل هو الذي يكون له محور تناظر يتماثل الشكل على جانبيه تماما، والمنحنى غير المتماثل هو الذي لا يوجد له محور تناظر يتماثل الشكل على جانبيه، ونستعرض فيما يلي بالرسم بعض المنحنيات المتماثلة وغير المتماثلة.

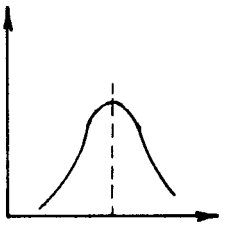
بعض المنحنيات المتماثلة:



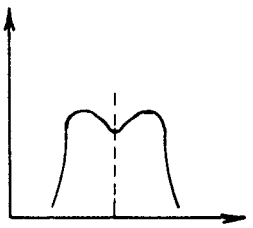
شكل (٢ ـ ٨)



شكل (٢ ـ ٩)



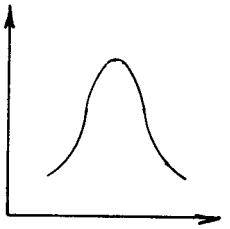
شكل (٢ ـ ١٠)



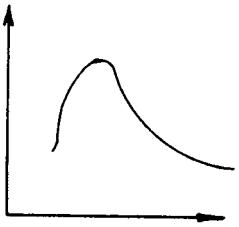
شكل (٢ ـ ١١)

بعض الأشكال غير المتماثلة:

يوجد كثير من المنحنيات غير المتماثلة نستعرض بعضها فيما يلي:



شكل (٢ - ١٢)
منحنى ملتو نحو اليسار
(سالب الالتواء)



شكل (٢ - ١٣)
منحنى ملتو نحو اليمين
(موجب الالتواء)

شكل (٢ - ١٤)
منحنى معتدل الالتواء

(٢ - ٤) الرسوم البيانية

كثير من الحكومات والهيئات والمؤسسات العامة ترغب عادة في توضيح مظاهر التطور الذي تقوم به في المجالات المختلفة مثل التعليم والصناعة والزراعة والصحة... وذلك في صورة يمكن للشخص العادي استيعابها بسهولة، وأفضل وسيلة لذلك الرسوم البيانية. ومن فوائد الرسوم البيانية أنها تعطي فكرة سريعة عن تطور الظاهرة محل الدراسة، أو تغيرها بصورة عامة وذلك بصورة سهلة وشيقة، وتجيب عن معظم الاستفسارات المطلوبة بعيدا عن الحسابات الرقمية. من أهم الطرق التي سوف نستعرضها الخط البياني والأعمدة البيانية والرسوم الدائرية، وسوف نتناول كلا من هذه الطرق بشيء من التفصيل فيما يلي:

(٢ - ٤ - ١) الخط البياني

هو عبارة عن خط منكسر يمثل مسار البيانات، وغالبا ما يستخدم الخط البياني في حالة المشاهدات لفترات زمنية حيث إن المحور الأفقي يمثل الزمن، والمحور الرأسي يمثل قيم المشاهدات. والأمثلة على ذلك كثيرة منها: دراسة تطور التعليم في المملكة العربية السعودية خلال فترة زمنية مقدارها خمس سنوات، أو تطور عدد المصانع في المملكة خلال عشر سنوات، أو زيادة عدد القروض التي تقدمها صناديق التنمية

السعودية سنويا خلال عشر سنوات، أو خمس السنوات الماضية، ولتوضيح ذلك نورد المثال التالي.

مثـال (٥)

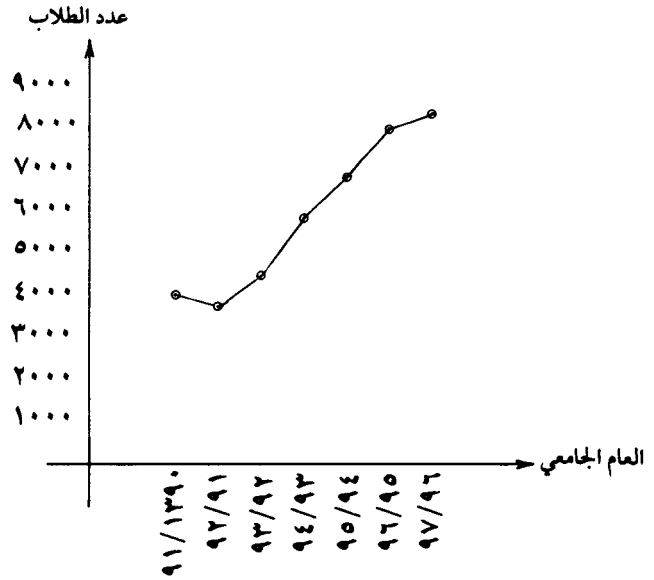
الجدول (٢ ـ ١٥) التالي يمثل عدد الطلاب الذي التحقوا بجامعة الملك سعود (جامعة الرياض سابقا) من العام الجامعي ١٣٩٠/١٣٩١هـ حتى العام الجامعي ١٣٩٦/١٣٩٧هـ.

جدول (٢ ـ ١٥): أعداد الطلاب الملتحقين بجامعة الملك سعود

العام الدراسي	٩١/٩٠	٩٢/٩١	٩٣/٩٢	٩٤/٩٣	٩٥/٩٤	٩٦/٩٥	٩٧/٩٦
عدد الطلاب	٣٩٠٧	٣٧٨٢	٤٣٦٩	٥٧٤٥	٦٧١٠	٧٨٥٠	٨١٣٩

مثِّل هذه البيانات باستخدام الخط البياني.

يمكن تمثيل البيانات كما هو موضح بشكل (٢ ـ ١٥) التالي



شكل (٢ ـ ١٥): الخط البياني لأعداد الطلاب

وإذا كان لدينا ظاهرتان أو أكثر، وكانت قيم المشاهدات في الفترات الزمنية نفسها فإنه يمكن تمثيل كل ظاهرة منها بخط بياني بلون يختلف في كل واحدة منها عن الأخرى، أو بخط مستمر للظاهرة الأولى، وبخط منقط للظاهرة الثانية، كما يتضح من المثال التالي.

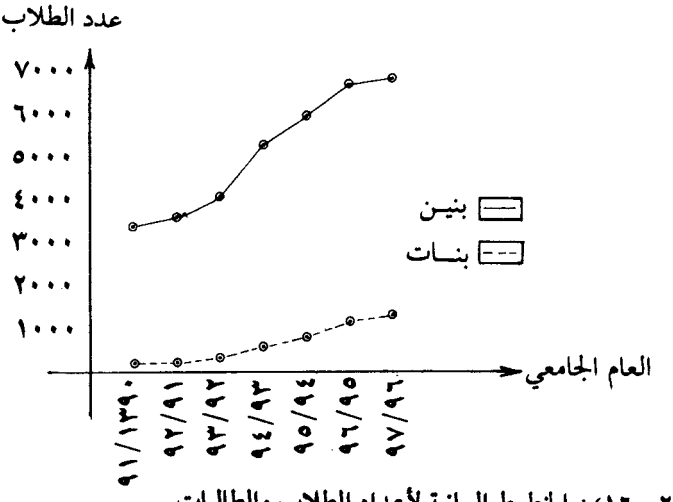
مثال (٦)

فيما يلي جدول (٢ ـ ١٦) يمثل عدد الطلاب الملتحقين بجامعة الملك سعود (الرياض سابقا) خلال الفترة من العام الجامعي ١٣٩٠/١٣٩١هـ وحتى عام ١٣٩٦/١٣٩٧هـ حسب الجنس مثِّل هذه البيانات بواسطة الخط البياني.

جدول (٢ ـ ١٦): أعداد الطلاب والطالبات الملتحقين بجامعة الملك سعود

العام الدراسي	٩١/٩٠	٩٢/٩١	٩٣/٩٢	٩٤/٩٣	٩٥/٩٤	٩٦/٩٥	٩٧/٩٦
ذكور	٣٣٤٨	٣٥٢٧	٤٠٩٦	٥٢٤٠	٥٨٩٢	٦٦٦٥	٦٧٤٥
إناث	٢٥٩	٢٥٥	٢٧٣	٥٠٥	٨١٨	١١٨٥	١٣٩٤

يمكن تمثيل البيانات كما هو موضح بشكل (٢ ـ ١٦) كالتالي:



شكل (٢ ـ ١٦): الخطوط البيانية لأعداد الطلاب والطالبات

(٢ ـ ٤ ـ ٢) الأعمـدة البيانيـة

من أفضل الطرق البيانية وأوضحها، وهي عبارة عن مستطيلات رأسية كل منها ذو سمـك مناسب ومتساو، وارتفاعاتها تمثل قيم المشاهدات للظاهرة محل الدراسة، وتكون هذه المستطيلات على أبعاد متساوية فيما بينها وسوف نعرض منها بالأمثلة كلا من الأعمدة البسيطة، والأعمدة المزدوجة (المتلاصقة)، والأعمدة المجزأة فيما يلي.

الأعمدة البيانية البسيطة

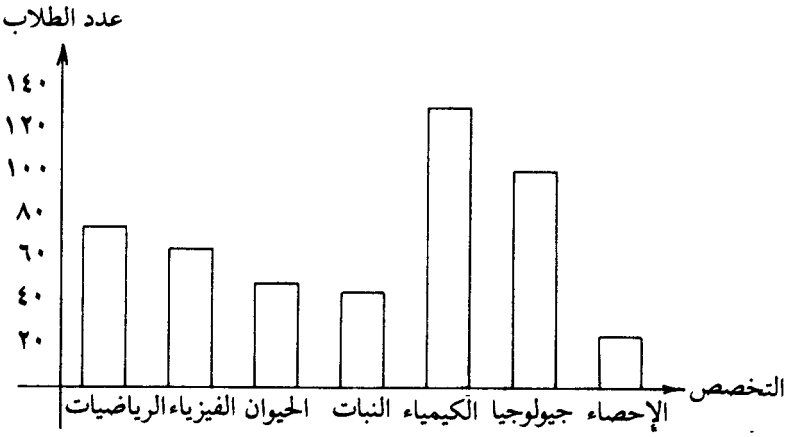
وتستخدم لتمثيل قيم المشاهدات لظاهرة واحدة محل الدراسة وقد تكون هذه المشاهدات مقيسة بالنسبة للزمن أو غير ذلك.

مثـال (٧)

جدول (٢ ـ ١٧) التالي يبين عدد الطلاب الذي التحقوا بكلية العلوم جامعة الملك سعـود (جـامعـة الـرياض سابقا) وذلك حسب التخصص في العام الجامعي ١٣٩٦/١٣٩٧هـ مثِّل هذه البيانات بواسطة الأعمدة البيانية البسيطة.

جدول (٢ ـ ١٧): توزيع الطلاب المقبولين في كلية العلوم عام ١٣٩٦/ ١٣٩٧هـ حسب التخصص

التخصص	الرياضيات	الفيزياء	الحيوان	النبات	الكيمياء	الجيولوجيا	الإحصاء
عددالطلاب	٧٧	٦٤	٤٧	٤٤	١٣٠	٩٨	٢٤



شكل (٢ ـ ١٧): الأعمدة البيانية البسيطة لأعداد الطلاب حسب التخصص في كلية العلوم

الأعمدة البيانية المزدوجة (المتلاصقة)

تستخدم الأعمدة البيانية المزدوجة إذا أردنا المقارنة بين ظاهرتين أو أكثر كالمقارنة بين عدد طلاب الجامعة، وعدد الطالبات بالجامعة أيضا، أو عدد مدارس البنين، وعدد مدارس البنات بالمملكة، أو مقارنة الإنفاق والدخل لمجموعة من الأسر. . . إلخ. وتمثل كل ظاهرة بمستطيل يلاصق مستطيل الظاهرة الثانية، ولكنه يتميز بلون مختلف، أو يظلل ويترك المستطيل الخاص بالظاهرة الثانية بدون تظليل، ونوضح ذلك بالمثال التالي.

مثال (٨)

جدول (٢ ـ ١٨) التالي يمثل توزيع طلاب كلية الآداب في جامعة الملك سعود خلال العام الجامعي ١٣٩٦/١٣٩٧هـ للتخصصات المختلفة حسب الجنس. مثِّل هذه البيانات بالأعمدة المزدوجة.

جدول (٢ ـ ١٨): توزيع الطلاب المقبولين في كلية الآداب عام ١٣٩٦/١٣٩٧هـ حسب الجنس والتخصص

التخصص	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	التاريخ	الجغرافيا	الإعلام	الاجتماع
بنين	٧٤	١١٥	٢٥٤	١٠٩	٢٠١	١٣٨
بنات	١٢٩	١٣٤	١٥٥	٥٧	ـ	٤٨٥

تُمثَّل هذه البيانات بالأعمدة المزدوجة كما هو موضح بشكل (٢ ـ ١٨) التالي.

الأعمدة البيانية المجزأة

تستخدم الأعمدة البيانية المجزأة في حالة وجود أكثر من ظاهرة مثل ما تم بالنسبة للأعمدة المزدوجة السابقة. ولكن في هذه الحالة يرسم عمود واحد لمجموع القيم لبيانات الظاهرتين المرغوب تمثيلها، ثم يقسم المستطيل بنسبة عدد البيانات لكل ظاهرة، ونوضح ذلك بالمثال التالي.

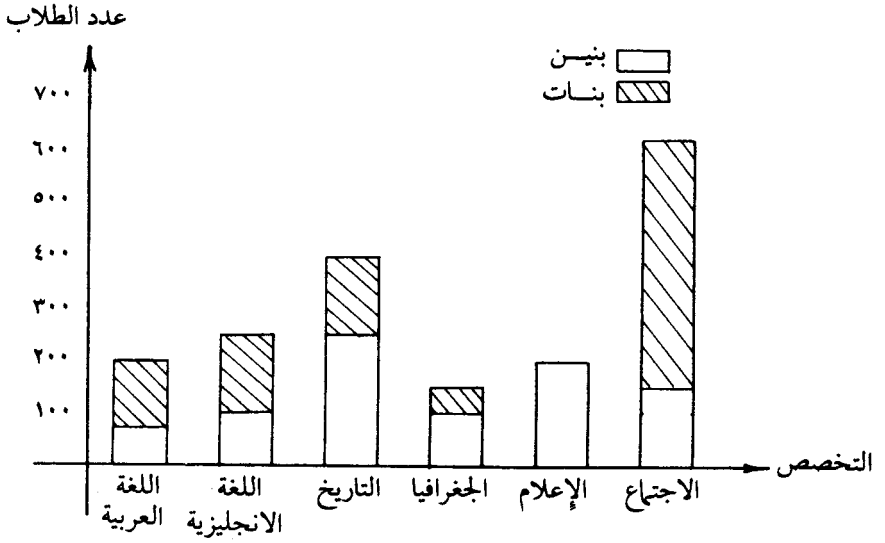
شكل (٢ ـ ١٨): الأعمدة المزدوجة لطلاب وطالبات كلية الآداب حسب التخصص

مثـال (٩)

استخدم الأعمدة البيانية المجزأة لتمثيل البيانات المعطاة في مثال (٨). يمكن وضـع الجـدول (٢ ـ ١٨) قبل التمثيل على الصورة التالية، كما هو موضح بجدول (٢ ـ ١٩).

جدول (٢ ـ ١٩): توزيع الطلاب المقبولين في كلية الآداب عام ١٣٩٦/١٣٩٧هـ حسب الجنس والتخصص

التخصص	اللغة العربية	اللغة الانجليزية	التاريخ	الجغرافيا	الإعلام	الاجتماع
بنيـن	٧٤	١١٥	٢٥٤	١٠٩	٢٠١	١٣٨
بنـات	١٢٩	١٣٤	١٥٥	٥٧	ـ	٤٨٥
المجموع	٢٠٣	٢٤٩	٤٠٩	١٦٦	٢٠١	٦٢٣



شكل (٢ ـ ١٩): الأعمدة المجزأة لطلاب وطالبات كلية الآداب حسب التخصص.

(٢ ـ ٤ ـ ٣) الرسوم الدائرية

هي عبارة عن دائرة ذات نصف قطر مناسب تقسم إلى قطاعات مركزية لكل قطاع زاوية تتناسب مع عدد المشاهدات ويمكن حساب الزاوية المركزية من القانون التالي:

$$\text{الزاوية المركزية للقطاع تُمثل عدد مشاهدات ما} = \frac{٣٦٠}{\text{مجموع المشاهدات}} \times \text{عدد المشاهدات}$$

ونوضح ذلك بالمثال التالي

مثـال (١٠)

جدول (٢ ـ ٢٠) التـالي يمثل توزيع المبتعثين للدراسة في الخارج من جامعة الملك سعود (الرياض سابقا) حسب الدرجات العلمية المطلوبة حتى العام الدراسي ١٣٩٦/١٣٩٧هـ. مثِّل هذه البيانات بالرسوم الدائرية.

جدول (٢ ـ ٢٠): توزيع مبتعثي الدراسات العليا لجامعة الملك سعودي حتى عام ٩٦/ ١٣٩٧هـ حسب الدرجة العلمية

الدرجة	دكتوراه	دبلوم	ماجستير	درجات أخرى
عدد المبتعثين	٣٣٤	٢	٤٧	٨

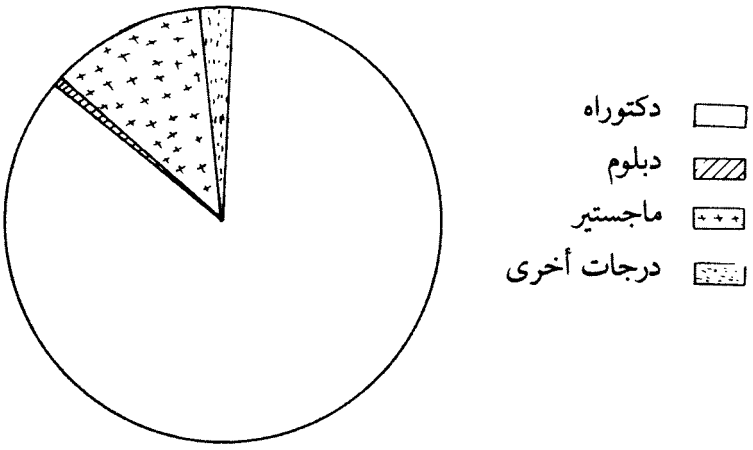
نلاحظ أن مجموع المبتعثين المراد تمثيلهم = ٣٩١ مبتعثا، ولأن الزاوية الدائرية تساوي ٣٦٠ درجة فإنه يمكن تحديد الزاوية المناظرة للمبتعثين لكل درجة كما يلي:

الزاوية المركزية للقطاع الذي يمثل الدكتوراه $= \frac{٣٦٠}{٣٩١} \times ٣٣٤ = ٣٠٨°$

الزاوية المركزية للقطاع الذي يمثل الدبلوم $= \frac{٣٦٠}{٣٩١} \times ٢ = ٢°$

الزاوية المركزية للقطاع الذي يمثل الماجستير $= \frac{٣٦٠}{٣٩١} \times ٤٧ = ٤٣°$

الزاوية المركزية للقطاع الذي يمثل درجات أخرى $= \frac{٣٦٠}{٣٩١} \times ٨ = ٧°$



شكل (٢ ـ ٢٠): الرسم الدائري للمبتعثين بجامعة الملك سعود للدراسة في الخارج

ويمكن حل المثال السابق بطريقة أخرى كالتالي :

١ ـ نوجد النسبة المئوية لكل مشاهدة من العلاقة التالية :

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{المشاهدة}}{\text{مجموع المشاهدات}} \times ١٠٠$$

٢ ـ نحسب الزاوية المركزية من العلاقة التالية :

الزاوية المركزية = النسبة المئوية × ٣,٦°

ويكون جدول (٢ ـ ٢١) لقيم زوايا القطاعات المناظرة للدرجات العلمية كالتالي :

جدول (٢ ـ ٢١) : توزيع المبتعثين للدراسات العليا بجامعة الملك سعود حتى عام ٩٦/١٣٩٧هـ حسب الدرجة العلمية وزاوية القطاع المناظرة لكل درجة علمية

الدرجة	عدد المبتعثين	النسبة المئوية	الزاوية المركزية
دكتوراه	٣٣٤	٨٥,٤٢٢	٣٠٨
دبلوم	٢	٠,٥١٢	٢
ماجستير	٤٧	١٢,٠٢٠	٤٣
درجات أخرى	٨	٢,٤٦٠	٧
المجموع	٣٩١	١٠٠	٣٦٠

(٢ ـ ٥) تمارين

١ ـ فيما يلي بيان بأعداد الطلاب البنين والبنات الملتحقين بجامعة الملك سعود (الرياض سابقا) خلال الفترة من العام الجامعي ١٣٩٠/١٣٩١هـ حتى العام الجامعي ١٣٩٦/١٣٩٧هـ (المصدر الكتاب الإحصائي للجامعة في عشرين عاما ـ إدارة الدراسات والتنظيم ـ جامعة الملك سعود / الرياض سابقا) .

أعداد الطلاب الملتحقين بجامعة الملك سعود

العام الدراسي	٩١/٩٠	٩٢/٩١	٩٣/٩٢	٩٤/٩٣	٩٥/٩٤	٩٦/٩٥	٩٧/٩٦
عدد الطلاب	٣٦٠٧	٣٧٨٢	٤٣٦٩	٤٧٦٩	٥٧٤٥	٧٨٥٠	٨١٣٩

مثِّل هذه البيانات باستخدام

ا ـ الخط البياني ب ـ الأعمدة البيانية جـ ـ الرسوم الدائرية

٢ ـ الجدول التالي يوضح أعداد الطلاب بكلية الآداب لجامعة الملك سعود (الرياض سابقا) من العام الجامعي ١٣٩٠/١٣٩١هـ حتى عام ١٣٩٦/١٣٩٧هـ حسب الجنس [المصدر ـ الكتاب الإحصائي للجامعة في عشرين عام ـ إدارة الدراسات والتنظيم ـ جامعة الملك سعود (الرياض سابقا)].

أعداد الطلاب الملتحقين بكلية الآداب حسب الجنس

العام الدراسي	٩١/٩٠	٩٢/٩١	٩٣/٩٢	٩٤/٩٣	٩٥/٩٤	٩٦/٩٥	٩٧/٩٦
بنين	٨٩٦	٧٥٥	٦٢١	٧٢٩	٧٥٠	٩٧٢	٨٩١
بنات	٢٢٢	٢١٦	٢٠٤	٤٠٢	٦٢٣	٨٥١	٩٦٠

مثل هذه البيانات باستخدام

أ ـ الخطوط البيانية ب ـ الأعمدة البيانية المزدوجة (المتلاصقة)

جـ ـ الأعمدة البيانية المجزأة.

٣ ـ الجدول التالي يمثل خريجي كليات جامعة الملك سعود (الرياض سابقا) حسب الجنسية للعام الدراسي ١٣٩٦/١٣٩٧هـ.

توزيع الخريجين من جامعة الملك سعود عام ١٣٩٦/ ١٣٩٧هـ حسب الكلية والجنسية

الكليـة	الآداب		العلـوم		العلوم الإدارية		الصيدلـة	
	سعودي	غير سعودي	سعودي	غير سعودي	سعودي	غير سعودي	سعودي	غير سعودي
عددالطلاب	١٣٤	٤٤	٤٨	٨	١٢٧	١٦	٣٦	٨

الكليـة	الزراعـة		الهندسـة		التربيـة		الطـب	
	سعودي	غير سعودي	سعودي	غير سعودي	سعودي	غير سعودي	سعودي	غير سعودي
عددالطلاب	٨٣	٩	٢٦	٢٢	٢٥١	١٠	٢٣	-

مثِّل هذه البيانات بطريقتين مختلفتين.

٤ ـ عند دراسة الحالة الاجتماعية لعينة تتكون من ٤٠ شخصا من الموظفين في إحدى المؤسسات كانت لدينا النتائج كالتالي:

أعزب ـ أعزب ـ متزوج ـ أعزب ـ أعزب ـ أعزب ـ متزوج ـ متزوج ـ أرمل ـ مطلق ـ أعزب ـ متزوج ـ مطلق ـ متزوج ـ متزوج ـ أعزب ـ متزوج ـ متزوج ـ أعزب ـ مطلق ـ متزوج ـ متزوج ـ أرمل ـ متزوج ـ أعزب ـ متزوج ـ متزوج ـ أعزب ـ أعزب ـ متزوج ـ متزوج ـ أعزب ـ مطلق ـ متزوج ـ أرمل ـ متزوج ـ أعزب ـ متزوج ـ مطلق ـ أعزب.

ا ـ أوجد التوزيع التكراري للحالة الاجتماعية للعمال.

ب ـ مثل هذه البيانات بيانيا بطريقة مناسبة.

٥ ـ اوجد الحدود الحقيقية، وطول الفئة، ومركز الفئة لكل من الفئات التالية:

(٥ ـ ٧)، (١٩ ـ ٢٥)، (صفر ـ ٢)، (٣,٧ ـ ٤,٩)، (١,٧٥ ـ ١,٩٣) و(٢,٢٧٥ ـ ٣,٣٧١).

٦ ـ فيما يلي درجات ٤٠ طالبا من طلبة مقرر ١٢٢ «أحص» للإحصاء التطبيقي لعام ١٤٠١/١٤٠٢هـ.

٤٠	٨٣	٨٦	٧٩	٦٣	٧٠	٨٤	٩٢	٤٦	٦٨
٧٠	٨٧	٨٢	٩٨	٧٧	٧٤	٧٧	٧٧	٥٢	٩٤
٦٧	٧٨	٨٧	٩٢	٨٨	٦٦	٧٦	٧٧	٨١	٧٦
٦٠	٧٨	٨١	٨١	٧٥	٦١	٧٠	٨١	٨٢	٧٩

اوجد جدول توزيع درجات الطلاب باستخدام أطوال الفئات التالية:

أ ـ طول فئة يساوي خمسة ب ـ طول فئة يساوي ٣

جـ ـ طول الفئة يساوي ١٠ د ـ طول فئة يساوي ٢٠

٧ ـ من البيانات في تمرين (٦) اوجد باستخدام طول الفئة ١٠ مايلي:

ا ـ الجدول التكراري ومنه ارسم المدرج التكراري والمضلع التكراري.

ب ـ الجدول المتجمع الصاعد ومنه ارسم المنحنى المتجمع الصاعد.

جـ ـ الجدول المتجمع الهابط ومنه ارسم المنحنى المتجمع الهابط.

د ـ المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط معا.

٨ ـ اوجد ا، ب، جـ في تمرين (٧) باستخدام التكرار النسبي والمئوي.

٩ ـ سجلت أطوال ٤٠ ورقة من أوراق نبات الغار إلى أقرب ملليمتر:

١٤٩	١٤٤	١٥٠	١٣٨	١٥٢	١٣٦	١٤٠	١٤٦
١٥٤	١٦٣	١٣٨	١٦٨	١٤٠	١٣٥	١٤٢	١٤٦
١٤٥	١٥٠	١٣٥	١٦١	١٥٧	١٢٥	١٣٢	١٦٤
١٤٤	١٤٨	١٤٧	١٥٨	١٦٥	١١٩	١٧٦	١٢٦
١٣٥	١٥٣	١٤٧	١٧٣	١٢٩	١٥٦	١٤٢	١٤٥

ا ـ كون توزيعا تكراريا مناسبا.

ب ـ ارسم المدرج التكراري والمضلع التكراري والمنحنى التكراري لهذا التوزيع.

١٠ـ فيما يلي درجات أعمال السنة لمجموعة من الطلاب.

١٥	٢	٢	٩	١	١٨	٤	٦	١١	٢

٧	٣	٥	٣	١٧	١١	١٢	١٦	٨
٧	٥	٩	٤	١٦	١٦	٥	٩	١١
١٨	٢٢	٥	٥	١٥	٤	٤	١٠	٤
١	١٣	٦	٢	٧	٨	٩	١٠	٥

اوجـــد:

ا ـ جدول توزيع تكراري لدرجات الطلاب.

ب ـ الجدول المتجمع الصاعد النسبي ومنه ارسم المنحنى المتجمع الصاعد النسبي.

١١ـ في دراسة عن معامل الذكاء في عينة مكونة من ٥٦ شخصا في أحد المجتمعات كانت النتائج كما يلي:

١١٠	١٠٨	١١٢	١٠٧	١٠٧	١٠٥	١٠١	١٢٥
٢٠٩	١٢٦	١٠٨	٩٥	١١٩	١٠٧	٩٩	٩٦
١١٤	١١٧	١١٦	٩٣	٩٧	١٠٤	١٠٩	٨٢
١٠٠	١٠٥	١٠٣	٩٢	١١٢	١١٠	١٢٠	٩٠
٨٦	١١٥	١٠٦	٩٧	١١٦	١٠٦	١١٨	١٢٠
٨٥	١٢٣	١١٦	١١٩	١٢٤	١٠٩	١٠٢	٨٣
١٠٢	١١٣	٩٧	١١٢	١١٨	١٠٣	٨٩	٨٤

أ ـ ضع هذه البيانات على شكل توزيع تكراري بعشر فئات.

ب ـ اوجد التوزيعات التكرارية النسبية والمئوية والمتجمعة الصاعدة.

جـ ـ ارسم المدرج التكراري والمضلع التكراري لهذا التوزيع.

د ـ ارسم المنحنى التكـراري النسبي والمنحنى التكـراري المتجمع الصاعد النسبي.

١٢ـ البيانات التالية تمثل الوسيلة التي وصل بها ٤٢ وافدا إلى مدينة جدة:

سفينة	سفينة	طائرة	سيارة	سفينة	سيارة
سفينة	حافلة	سيارة	طائرة	حافلة	طائرة
سيارة	سفينة	طائرة	طائرة	حافلة	طائرة

طائرة	سيارة	طائرة	سيارة	سفينة	طائرة
طائرة	طائرة	طائرة	سفينة	طائرة	طائرة
طائرة	حافلة	طائرة	سفينة	سيارة	سيارة
سفينة	حافلة	سفينة	طائرة	سفينة	سيارة

ا - ضع هذه البيانات في جدول توزيع تكراري.
ب - مثل البيانات بطريقة الأعمدة البيانية.
جـ - اوجد التوزيع التكراري النسبي والمئوي لهذه البيانات.
د - مثل التوزيع التكراري السابق (فقرة ا) بطريقة الرسوم الدائرية.

١٣- أخذت عينة من مزرعة دواجن، وكانت أوزان الدجاج مقربة لأقرب مئة جرام كما يلي:

١٢٠٠، ١٠٠٠، ٨٠٠، ١٣٠٠، ١٤٠٠، ٨٠٠، ٦٠٠، ١٠٠٠،
١٠٠٠، ٦٠٠، ١٢٠٠، ١٢٠٠، ١٢٠٠، ٨٠٠، ١٥٠٠، ٩٠٠،
٧٠٠، ١٢٠٠، ١١٠٠، ١٤٠٠، ١١٠٠، ٩٠٠، ١١٠٠، ١٥٠٠،
١٠٠٠، ٩٠٠، ١١٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠، ٩٠٠، ١٠٠٠، ١٣٠٠،
١٥٠٠، ١١٠٠، ١٣٠٠، ١٤٠٠، ٦٠٠، ١٢٠٠، ١٢٠٠

ا - اوجد الجدول التكراري لهذه الأوزان بحيث تكون الفئات كالتالي:
(٦٠٠ - ٧٠٠)، (٨٠٠ - ٩٠٠)، (١٠٠٠ - ١١٠٠)،
(١٢٠٠ - ١٣٠٠) و (١٤٠٠ - ١٥٠٠).
ب - اوجد الجدول المتجمع الصاعد، ورسم المنحنى المتجمع الصاعد.
جـ - احسب التكرار النسبي والتكرار المئوي.

١٤- الأعداد التالية تمثل مراكز الفئات للتوزيع التكراري للعمليات الجراحية التي تجري يوميا بمستشفى ما:

٤٣، ٢٩، ٢٤، ١٩، ١٤، ٩، ٤

ا - اوجد حدود الفئات لهذه المراكز.
ب - أوجد طول الفئة لهذا التوزيع.