

الفصل الثالث عشر

الاختبارات غير المعلمية

(١ - ١٣) مقدمة

يختار بعض الباحثين اختباراً احصائياً بعد التأكد من أن المعلومات والبيانات التي ي يريدون فحصها تتبع توزيعاً ما ولو بصورة تقريبية مثل التوزيع الطبيعي، أو توزيع ذي الخدين، أو توزيع بواسون... الخ ولكننا نواجه في كثير من الأحيان بيانات واقعية في بعض البحوث الاجتماعية، أو اللغوية، أو الزراعية يصعب فيها التعرف على الطبيعة أو الصيغة الدالة للتوزيع الاحتمالي الذي تتبعه. في مثل هذه الحالات نلجأ عادة إلى ما يسمى الاختبارات غير المعلمية أو طرق التوزيع الحر.

والاختبارات غير المعلمية لا تستلزم إلماً بالتوزيع الاحتمالي الذي يحكم مجتمع البيانات المسحوية منها العينة، كما أنها تميز ببساطة استعمالها وسهولة حسابها كما يستحسن عادة استخدامها عندما يكون حجم بيانات العينة قليلاً نسبياً.

وسنستعرض فيما يلي أهم الاختبارات غير المعلمية بصورة مبسطة مع استخدام الأمثلة في التوضيح.

(٢ - ١٣) اختبار الإشارة

نكون البيانات في كثير من الأحيان على صورة زوج من القراءات مثل دخل الزوجين في عينة من الأسر السعودية مثلاً، أو كمية الأمطار الشهرية الساقطة على مدينة

الرياض في عامي ١٣٩٠ و ١٤٠٠ هـ مثلاً، وحالة ضربات القلب لعينة من الأشخاص قبل وبعد استخدام علاج ما، قيل: إن له تأثيراً على تغيير عدد ضربات القلب... الخ.

ولفحص وجود اختلاف بين دخل الزوجين أو كميات الأمطار الشهرية الساقطة على مدينة الرياض في عامين أو تأثير العقار على ضربات القلب نستخدم اختبار الإشارة الذي يمكن اعتباره أسلوباً جيداً لفحص زوج من القراءات، ولتوضيح ذلك نورد المثال التالي.

مثال (١)

استخدم عقار جديد لعلاج مرض السكر، والمطلوب معرفة ما إذا كان له تأثير على ضربات القلب فأعطي العلاج لأنني عشر مريضاً وكان عدد ضربات القلب في الدقيقة لكل منهم كما يلي:

ضربات القلب قبل العلاج وبعده لأنني عشر مريضاً

رقم المريض	قبل العلاج	بعد العلاج	الإشارة
١	٧٦	٧٨	+
٢	٨٠	٨١	+
٣	٩١	٩٢	+
٤	٧٥	٧٤	-
٥	٨١	٨٤	+
٦	٧٧	٧٧	.
٧	٧٩	٧٨	-
٨	٨٢	٨٣	+
٩	٨٨	٨٣	-
١٠	٨١	٨٠	-
١١	٧٨	٧٩	+
١٢	٨٥	٨٥	.

من الجدول السابق نلاحظ أننا نضع إشارة (+) إذا زادت ضربات القلب بعد العلاج كما نضع إشارة (-) إذا نقصت ضربات القلب بعد العلاج ونضع صفراً إذا تساوت ضربات القلب للمرضى قبل وبعد العلاج. تستبعد القراءتين رقم ٦، ١٢ من الدراسة وبالتالي نتعامل فقط مع عشر الحالات الباقية. لولم يوجد تأثير للعقار على ضربات القلب فإن احتمال زيادة ضربات القلب أو نقصانها يكون متساوياً أي أن عدد الإشارات (+) يساوي عدد الإشارات (-) أو $H(+) = H(-) = \frac{1}{2}$ وذلك بعد استبعاد القيم الصفرية في عمود الإشارات. تصبح المسألة بعد ذلك عبارة عن توزيع ذي الحدين يكون فيها المطلوب معرفة احتمال الحصول على ٦ إشارات (+) أو أكثر بالصدفة فقط أي أن يكون للعقار تأثير في زيادة ضربات القلب.

وحيث إن :

$$\text{متوسط توزيع ذي الحدين هو } H \text{ وانحرافه المعياري هو } \sqrt{H(1-H)}$$

$$\text{فإن الوسط} = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

$$\text{والانحراف المعياري} = \sqrt{10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{1,58}$$

ونجد الآن معرفة إمكانية الحصول على ست قيم أو أكثر من ست قيم موجبة (+) بالصدفة فقط.

نحسب الحد الأدنى الفعلي للرقم ٦ ويكون ٥، ٥، وتكون القيمة المعيارية (أو الإحصائية) ص المحسوبة كالتالي :

$$ص = \frac{5 - 5,5}{\sqrt{1,58}} = \frac{-0,5}{\sqrt{1,58}}$$

وهذه القيمة أقل مما يجب لنرفض الفرضية الأولية أو بعبارة أخرى تستبعد أن يكون للعقار أي تأثير وذلك لأن القيمة المعايرة من جدول التوزيع الطبيعي لفحص ذو جهة

واحدة لقدر ٥٪ العليا هي ص = ١,٦٤ وهي قيمة ص المانظرة لمساحة تحت المنحنى الطبيعي مقدارها ٩٥٪.

ولتوضيح استخدام اختبار الإشارة بصورة مختصرة نورد المثال التالي.

مثال (٢)

اتبع ستة عشر مريضاً نوعين من الحمية (طريقة التغذية) فكانت التغيرات الناتجة في وزن كل منهم (بعد وزنهم باستخدام الحمية الأولى ومن ثم وزنهم بعد استخدام الحمية الثانية) هي :

$$\begin{aligned} & ١+، ٦-، ٩+، ٤-، ٩-، ٨+، ٣-، ٧+، ٥+، ٩+، ٤+، ١+ \\ & ٢+، ٤+، ٦- \end{aligned}$$

والمطلوب إثبات ما إذا كان للحمية الثانية تأثير ملموس في زيادة وزن المرضى .

الحل

نلاحظ أن عدد الإشارات الموجبة (+) هي ١١ من بين ١٦ قراءة وبالتالي فإن :

$$\text{المتوسط} = \frac{1}{2} \times ١٦ = ٨$$

$$\text{والانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{1}{2} \times ١٦} = \sqrt{٨}$$

ومن ذلك نوجد قيمة ص المحسوبة وهي ص كالتالي :

$$\text{ص} = \frac{٨ - ١٠,٥}{٢} = ١,٢٥$$

أما قيمة ص من الجدول المناظر لأكثر من ١٠٪ فهي ص = ١,١٩ ، أي أنه يوجد فرق بين الحبيتين أو أن الحمية الأولى تزيد في الوزن بصورة ملموسة مقارنة بالحمية الثانية لأن قيمة ص المحسوبة أكبر من قيمة ص الجدولية .

نلاحظ أننا لو أخذنا على سبيل المثال قيم ص الجدولية المعاشرة للنقطة ٥٪ العليا لوجدنا أن ص = ١,٦٥ أي لا يوجد فرق بين الحميتين لأن قيمة ص المحسوبة الأولى أقل من قيمة ص الجدولية في هذه الحالة.

(٣ - ٣) اختبار مان ويتني (Mann Whitney)

سنشير إلى هذا الاختبار ب اختصاراً . ويستخدم عادة عند الرغبة في فحص الفرق بين عينتين مختارتين ومستقلتين عن بعضهما . ويعتبر اختبار يو البديل الآخر لاختبار تي في حالة عدم معرفة التوزيع الاحتمالي الذي تتبعه الظاهرة المطلوبة دراستها .

ونوضح طريقة تطبيق استخدام اختبار يو أو اختبار مان ويتني (Mann Whitney) بالمثال التالي .

مثال (٣)

يد شخص معرفة ما إذا كان يوجد فرق بين دخل فتيتين من عمال البناء وعمال السباكة على سبيل المثال . أخذت عينة من ١١ عامل بناء و ١٠ عمال سباكة وسجلنا دخل كل منهم كما في الجدول الآتي .

الدخل السنوي بالآلاف الريالات والرتب المعاشرة لفتين من العمال

الدخل السنوي لعمال السباكة (س.)	الدخل السنوي لعمال البناء (س.)	الرتبة (ر.)	الدخل السنوي لعمال البناء (س.)	الرتبة (ر.)
١٥	١٥,٥	٣٠	٢٧,٥	٢٢
٩٥	٩٥	٤	١٩,٥	١٨
٢١	٢١	٦	١٩,٥	١٩
٢١,٥	٢١,٥	٥	١٠,٥	١٠
٢٠,٥	٢٠,٥	٧	٨,٥	٨
٢٠	٢٠	٨	٨	٢١

ولأن المنحنى التكراري للدخل المجتمع بصفة عامة ملتو (غير متوازي حول المتوسط) فالفراءات الناتجة لا يتوقع أن تتبع التوزيع الطبيعي . وبالتالي نستخدم اختبار

يو غير العلمي مثل هذه الحالات، نجد الرتبة الماناظرة لكل قراءة من بين ٢١ قراءة مجتمعة كما هو موضح في الجدول وينفس الطريقة التي حددنا فيها الرتب عند حساب معامل ارتباط الرتب لسييرمان. والهدف من هذا الاجراء هو معرفة ما إذا كانت إحدى مجموعات الرتب تقل بصورة ملموسة عن المجموعة الأخرى.

وتكون الفرضية الأولية هي $r_{fr} = r$

وتكون الفرضية البديلة هي $r_{fr} \neq r$

ولحساب مقدار يو نحتاج إلى المقادير التالية:

$$\text{عدد عمال السباكة } n_s = 10$$

$$\text{عدد عمال البناء } n_b = 11$$

$$\text{مجموع رتب عمال السباكة مجر } = 65$$

ونعرف مقدار يو بالعلاقة التالية:

$$yo = \frac{n_s(n_b + 1) - \text{مجر}}{2}$$

ويالتعويض عن قيم المقادير n_s ، n_b و مجر نجد أن:

$$yo = \frac{11 \times 10}{2} + 65 -$$

$$100 = 65 + 110 =$$

بعد ذلك نجد قيمة الإحصائية ص الماناظرة للمقدار يو من العلاقة التالية:

$$ص = \sqrt{\frac{\frac{n_s n_b}{2} - yo}{\frac{(n_s + n_b + 1)(n_s + n_b + 2)}{12}}}$$

$$ص = \sqrt{\frac{\frac{11 \times 10}{2} - 100}{\frac{(1 + 11 + 10)(11 + 10 + 1)}{12}}}$$

$$\frac{٥٥ - ١٠٠}{٢٠١,٦٧٧} =$$

$$٣,١٧ = \frac{٤٥}{١٤,٢}$$

وحيث إن قيمة ص من جدول التوزيع الطبيعي في حالة أن $\alpha = 5\%$ أو $\alpha = 1\%$ هي كالتالي:

$$\begin{aligned} \text{ص}_{...،٢٥} &= \pm ١,٩٦ \\ \text{ص}_{...،٥٨} &= \pm ٢,٥٨ \end{aligned}$$

ولأن قيمة ص الجدولية $<$ ص المحسوبة فإننا نرفض الفرضية الأولية وهي أن $r_r = r_b$ أي أنه يوجد فرق بين الدخل السنوي لعمال السباكة والدخل السنوي لعمال البناء أي نقبل فرضية البديلة $r_r \neq r_b$. وكذلك لأن مجموع رتب الدخل السنوي لعمال البناء منذ البداية كان أكبر حيث إن $\Sigma r_b = ١٦٦$ أي أن عمال البناء يحصلون على دخل لا يساوي دخل عمال السباكة.

يلاحظ أنه لا يمكن استخدام اختبار يو في حالة أن حجم أي من العينتين أقل من ٩ قراءات وسيستخدم في ذلك جدولًا خاصًا لن ت تعرض له في مستوى الكتاب الحالي.

(١٣ - ٤) اختبار ولوكوسون (Wilcoxon)

يستخدم اختبار ولوكوسون لاختبار ما إذا كان يوجد فرق بين مجموعتين مرتبتين من القراءات. أي فحص البيانات الأولية لمجموعتين من الأزواج المتناظرة أي قد تكون القراءات عبارة عن دخل زوجين في مجموعة من الأسر، أو وزنها مثلاً، يستخدم اختبار ولوكوسون كذلك لفحص مدى جدوى تطبيق طرق جديدة في التعليم، أو تطبيق عقوبات معينة من قبل اجراءات المرور، أو عقوبة بعض المخالفات الإدارية . . . الخ.

ولتوضيح كيفية استخدام اختبار ولكوكسون نورد المثال التالي.

مثال (٤)

اقتصر أحد التربويين طريقة جديدة لتدريس أحد دروس مقرر الرياضيات في السنة الثانية من المرحلة المتوسطة. ولفحص جدوى هذه الطريقة أخذنا عينة مكونة من عشرين طالبًا على صورة عشرة أزواج بحيث أن كل زوج يتكون من طالبين لها نفس درجة الرياضيات في المرحلة السابقة (السنة الأولى). ألقى الدرس على عشرة من الطلاب بالطريقة الجديدة، وعلى العشرة الآخرين بالطريقة المعتادة، وأُجري امتحان بعد ذلك فكانت نتائجهم كما في الجدول التالي (لاحظ أن رقم الزوج يعني الطالبين اللذين حصلا على نفس الدرجة في المرحلة السابقة).

رقم الزوج	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
درجات الطالب حسب الطريقة الجديدة (س,)	٩٦	٩٤	٨٩	٩٢	٨٨	٧٩	٩١	٨١	٩٠	٧٠
درجات الطالب حسب الطريقة المعتادة (س,)	٨٦	٨٧	٩٥	٩٥	٩٠	٧٩	٩٣	٨٥	٩٥	٧١
الفرق (س, - س,)	١٠+	٧+	٦-	٣-	٢-	صفر	٢-	٤-	٥-	١-
القيمة المطلقة للفرق	١٠	٧	٦	٣	٢	-	٢	٤	٥	١
رتبة الفرق	٩	٨	٧	٤	٢,٥	-	٢,٥	٥	٦	١

لاحظ أننا استبعدنا القراءة الناتجة من الزوج صفر لعدم وجود فرق بين الطريقتين في تلك القراءة أي نحصر دراستنا على بقية الأزواج وعدددها ٩.

نجد الفرق بين س, - س, كما في الصف الرابع. ثم نوجد القيمة المطلقة للفرق كما هو موضح في الصف الخامس نوجد الرتبة المناظرة لكل قيمة مطلقة من قيم الفروق كما في الصف السادس.

لاحظ أن الزوجين رقم ٤ ، ورقم ٦ هما نفس قراءة الفرق ٢ ، وبالتالي فإن رتبة كل منها هي $\frac{٣+٢}{٢} = ٢,٥$ لأن أحدهما لا بد وأن يأخذ الرتبة الثانية والآخر يأخذ الرتبة الثالثة وبالتالي فإن كلاً منها يأخذ متوسط الرتبتين ٢ ، ٣ (كما سبق عند دراسة معامل ارتباط الرتب). نحسب بعد ذلك مجموع الرتب للفروق الموجبة أو السالبة ونختار دائياً الإشارة الأقل تكراراً. ففي مثالنا الحالي نأخذ الإشارة الموجبة (+) حيث تتكرر مرتين فقط ومن ذلك نجد أن قيمة احصائية ولوكوسون وهي :

$$\text{و = مجموع الرتب الناتجة من الزوجين رقمي ٩ و ١٠}$$

$$١٧ = ٩ + ٨ =$$

أما قيمة ومن جدول ولوكوسون [جدول رقم (٦) آخر الكتاب] لتسع قراءات وتحت ٠٠٥ هي :

$$\text{فم} (٠٠٥) = ٦$$

نلاحظ أن و الجدولية > و المحسوبة وبالتالي فإننا نقبل الفرضية الأولية (وهي أن قراءات الطريقيتين الجديدة والمعتادة لها نفس التوزيع) ونلاحظ أنه على عكس الاختبارات الأخرى فإننا نرفض الفرضية الأولية في اختبار ولوكوسون فقط إذا كانت قيمة و المحسوبة أقل أو تساوي قيمة و الناتجة من الجدول .

نلاحظ كذلك أن الجدول رقم (٦) يعطي القراءات من ٦ إلى ٢٥ زوجاً من القراءات أما عندما يكون لدينا أكثر من ٢٥ زوجاً من القراءات فإننا نستخدم التقريب التالي للقيمة (و) ويمكن مقارنتها باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري حيث الإحصائية ص في هذه الحالة هي :

$$ص = \sqrt{\frac{n(n+1)}{4}} - \frac{n(n+1)}{24}$$

حيث إن ن عدد الفروق غير الصفرية .

وبذلك نقارن قيمة ص المحسوبة مع ص = $\pm 1,96$ لمستوى معنوية ٠,٠٥ أو ص = $\pm 2,58$ لمستوى معنوية ٠,٠١.

(١٣ - ٥) اختبار كروسكال واليس (Kruskal - Wallis)

يمكن اعتبار اختبار كروسكال واليس على أنه تعميم لاختبار مان ويتني الذي درسناه في البند السابق حيث هذا الإختبار يدرس معيّنة بدل من عيّنتين أو جموعتين من القراءات.

لفرض أن العينات المطلوب دراستها هي :

س_{١١} ، س_{٢١} ، ، س_{٥١} العينة الأولى وحجمها ن_١.

س_{١٢} ، س_{٢٢} ، ، س_{٥٢} العينة الثانية وحجمها ن_٢.

.....

س_{١٣} ، س_{٢٣} ، ، س_{٥٣} العينة رقم م وحجمها ن_٣.

والفرضية الأولية المطلوب فحصها هي أن توزيع التغيرات س_١ ، س_٢ ، ، س_٥ متساوية.

ولتطبيق اختبار كروسكال واليس نرتب العينة المختلطة من جميع التغيرات، ولفرض أن $R(S_m)$ هو مجموع رتب التغيرات S_m . حيث $1 < S_m < M$ ويكون معدل رتب التغيرات S_m هو $\bar{R}(S_m) = \frac{R(S_m)}{N}$ ومن ذلك يمكن ملاحظة أنه لو كانت توزيعات التغيرات متساوية فإنه يمكن اعتبار رتب التغيرات S_m وكأنها عينة مقدارها N مأخوذه من قراءة حيث $N = N_1 + N_2 + \dots + N_M$

ومن ذلك نجد أن :

$$\text{تباین } \bar{R}_m = \frac{\sum_{i=1}^{N_m} (i - \bar{i})^2}{N - 1}$$

ويكون:

$$\text{متوسط } \bar{x} = \mu$$

حيث إن:

$$\sigma^2 = \frac{n+1}{12}, \quad \mu = \frac{n-1}{n}$$

ويمكن رفض الفرضية الأولية إذا كان تباين \bar{x} كبيراً.

عادة ما تستخدم الكمية المرجحة $\hat{\sigma}^2 = \frac{n}{n-1} (\bar{x} - \frac{n+1}{2})$ التي سيكون توقعها هو:

$$(m-1) \frac{n(n+1)}{12}$$

وبالتالي فإن اختبار كروسكال واليس للإحصائية k هو:

$$k = \frac{42}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{m-1} n_i (\bar{x}_i - \frac{n+1}{2})^2$$

أو:

$$k = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{m-1} \frac{n_i^2}{n_i} - 3(n+1)$$

حيث إن القيمة المتوقعة للمقدار k هي $k_0 = (m-1)$ ، والمقدار k يتبع توزيع مربع كاي بدرجة حرية $(m-1)$ ولتوسيع تطبيق اختبار كروسكال واليس نورد المثال التالي.

مثال (٥)

كانت درجات ثلاثة إخوة في مادة الرياضيات في خمس سنوات كما في الجدول التالي:

درجات ثلاثة إخوة في مادة الرياضيات خلال خمس سنوات

المتغير	السنة	الاسم				
		الخامسة	الرابعة	الثالثة	الثانية	الأولى
س.١	-	٦٠	٧٤	٨٥	٨٠	محمد
س.٢	٩٠	٨٦	٩٥	٨٥	٧٠	علي
س.٣	-	-	٨١	٧٢	٩١	سعيد

عدم وجود رقم يشير إلى أنه لا توجد قراءة أي أن درجات محمد كانت لأربع سنوات وعلى لخمس سنوات وسعيد لثلاث سنوات . والمطلوب فحص ما إذا كان يوجد أية فروق بين درجات الإخوة الثلاثة أم لا . نرتب القراءات مجتمعة تصاعدياً، ونحدد المتغير المناظر لكل حالة كما يلي :

المتغير	الرتبة	القراءة	المتغير	الرتبة	القراءة
س.١	٧,٥	٨٥	س.١	١	٦٠
س.٢	٧,٥	٨٥	س.٢	٢	٧٠
س.٣	٩	٨٦	س.٣	٣	٧٢
س.٤	١٠	٩٠	س.١	٤	٧٤
س.٥	١١	٩١	س.١	٥	٨٠
س.٦	١٢	٩٥	س.٣	٦	٨١

مجموع الرتب هي :

$$ر_١ = ٧,٥ + ٥ + ٤ + ١ = ١٧,٥$$

$$ر_٢ = ١٢ + ١٠ + ٩ + ٧,٥ + ٢ = ٤٠,٥$$

$$ر_٣ = ١١ + ٦ + ٣$$

$$\begin{aligned} \text{ص} = 1 & \quad \text{ن} = 3 \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} & = \frac{17,5}{40,5} \\ 537,945 & = \end{aligned}$$

ومن ذلك نجد باستخدام العلاقة الثانية للإحصائية كـ أن:

$$\begin{aligned} k &= \frac{12}{13 \times 12 - 537,945} \\ &= 2,38 \end{aligned}$$

ومن جدول مربع كـ أو كـ^a نجد أن:

$$k \geq k_{0,000}^a = 5,99$$

حيث إن عدد درجات الحرية تساوي عدد المجموعات المراد اختبارها مطروحاً منه واحد. ولأن قيمة كـ المحسوبة $< k_{0,000}^a$ ، الجدولية فإننا نقبل الفرضية الأولية وهي أن كـ^a_{0,000} توزيعات درجات الإحصائية الثلاثة متساوية.

(١٣) تمارين

١ - استخدم اختبار الإشارة في مستوى ٥٪ لفحص ما إذا كان لمجموعة من الفيتامينات تأثير في زيادة الوزن إذا استخدمنا ١٠ أشخاص، وكانت أوزانهم قبل استخدامها وبعد كـما يلي:

أوزان عشرة أشخاص قبل وبعد استخدام الفيتامينات

										الوزن قبل استخدام الفيتامينات
										الوزن بعد استخدام الفيتامينات
٧١	٦٠	٥٩	٥٥	٧٥	٧٤	٦٠	٩٠	٧٥	٨٠	
٧٠	٦٥	٥٩	٥٦	٧١	٧٥	٦٣	٩٤	٧٢	٨٢	

٢ - استخدم اختبار ولوكسون لفحص تأثير مجموعة الفيتامينات على الوزن في تمرين (١).

٣ - لقد وجد أن ساعات خارج الدوام التي يطالب بالتعويض عنها موظفان من إحدى الشركات في كل شهر لمدة سنة كما يلي:

ساعات خارج الدوام لموظفي من إحدى الشركات خلال عام

الشهر	عدد ساعات الموظف الأول	عدد ساعات الموظف الثاني
محرم	٧٠	٦٠
صفر	٧٩	٤٨
ربيع الأول	٥٠	٦٥
ربيع الآخر	٧١	٧٢
جمادي الأولى	٣٠	٥٥
جمادي الآخرة	٦٢	٦٢
رجب	٤٨	٤٧
شعبان	٥٠	٥٢
رمضان	٤١	٤١
شوال	٥١	٥٤
ذو القعدة	٦٣	٥١
ذو الحجة	٣٨	٤٠

استخدم اختبار ولکوكسون لفحص ما إذا كان يوجد فرق في توزيع ساعات خارج الدوام التي يطالب بها الموظفان.

٤ - استخدم اختبار مان ويتني (يو) لفحص مائلية:

- أ) إذا كان للفيتامينات تأثير في زيادة الوزن في تمرين (١).
- ب) إذا كان لساعات خارج الدوام للموظفين في تمرين (٣) نفس التوزيع.

٥- في إحدى المؤسسات الخاصة العاملة في مجال الدراسات الاقتصادية أخذت ٣ عينات لموظفيها مكونة من السعوديين وحجمها ٥ والباكستانيين وحجمها ٤ والأمريكيين وحجمها ٣ من خمسة أقسام مختلفة والمراد معرفة ما إذا كانت توزيعات أعمار الموظفين للعينات الثلاثة متساوية، إذا كانت البيانات كما في الجدول التالي:

توزيعات ثلاث جنسيات في خمسة أقسام في إحدى المؤسسات

الجنسية	القسم	٥	٤	٣	٢	١
ال سعوديون	٢٨	٣٣	٣٠	٢٧	٢٩	-
ال باكستانيون	-	٣٩	٣٦	٢٦	٢٨	-
الأمريكيون	-	-	٣٥	٢٤	٤٣	-

حيث إن (-) في أي خانة تعني لا توجد فراغة.
 (استخدم اختبار كروسكال واليس)

٦- إذا كانت عدد خلايا الدم الحمراء (مليون لكل ملليمتر مكعب) لتسعة من الرجال والنساء هي كالتالي:

رجال ٤٧٠، ٤١٥، ٥٣٥، ٥١٥، ٤٥٠، ٤٦٠، ٤٥٥، ٥٥٥، ٥١٠، ٤٣٠، ٤٦٠، ٦٦٠
 نساء ٤١٠، ٤٧٥، ٤٢٠، ٤٤٠، ٤٤٠، ٤٥٥، ٤١٠، ٤٣٠، ٤٦٠، ٤٥٠
 فاستخدم اختبار مان ويتني لفحص ما إذا كان يوجد فرق بين الجنسين بالنسبة
 لخلايا الدم الحمراء.

٧- كانت عدد الحوادث المرورية بين السيارات لمدة ١٢ شهراً في إحدى المدن قبل تطبيق نظام المرور (الجديد) وبعده كمالي:

استخدم اختيار ولكوكسون للتعليق على جدوى النظام الجديد للمرور.

٨- تقديرات ٣ مجموعات من الطلبة (من خريجي ثلاث ثانويات مختلفة) في
مادة الرياضيات هي كمالي:

مادة الرياضيات هي كمالي:

المجموعة الأولى: أ ، ج ، ب + ، ج + ، د

المجموعة الثانية: ب ، ه ، ج + ، أ ، ب ، ب

المجموعة الثالثة: أ ، ب ، أ ، ه ، ه ، ج ، + ، د ، ب ، +

ادرس ما إذا كان يوجد فرق معنوي بين مجموعات الطلاب الثلاث في مادة الرياضيات.