الفصل الثالث

ميكانيكا الكم
Quantum Mechanics

(٣,١) مقدمة Introduction

لقد ناقشنا في المقطع (١,٨) نظريات النسبية لأينشتاين كتطورات ضرورية للتغلب على بعض حدود الميكانيكا التقليدية التي ظهرت بنهاية القرن التاسع عشر. سندرس في هذا الفصل وجهاً آخر هاماً لهذا التحديث في الفيزياء والكيمياء، ألا وهو ميلاد نظرية الكم على نحو ملائم لشرح الظاهرة على مستوى الأبعاد الذرية.

(٣,٢) بعض الأسرار المبكرة Some early mysteries

(٣,٢,١) طبيعة الضوء The nature of light

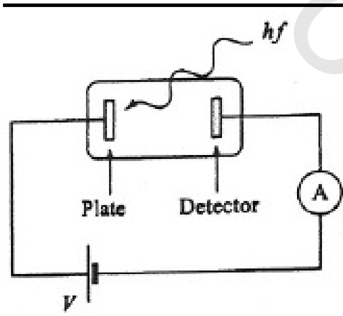
كانت طبيعة الضوء منذ فترة طويلة مصدر جدل بين العلماء. ففي القرن السابع عشر، على سبيل المثال، كان هوك مؤيداً نظرية الموجة لهيجنز Huygen's wave theory، وكان لنيوتن نظرية الجسيمات (الدقائق) corpuscular الخاصة التي تعتبر الضوء عبارة عن تيار من الجسيمات المتناهية الصغر تنتقل بسرعة عالية في خطوط مستقيمة. في حين أن كلا من وجهتي النظر يمكن أن تفسر الظل، والانعكاس،

والانكسار، إلا أن النظرية الموجية للضوء واجهت بعض الصعوبات التي تطلبت وجود وسط مادي ويسمى الأثير ether. إلا أن نموذج الموجة بدأ بكسب المؤيدين له سريعاً كتأثيرات تداخل جديدة، مثل حيود الضوء، بعد اكتشافه؛ فإنه يمكن شرحه بسهولة أكثر من ناحية الموجات بدلاً من الجسيمات. ويبدو انه تم انتزاع الجدل في عام ١٨٦٠م بمقياس فوكولت* Foucault الذي به تكون سرعة الضوء في الماء أقل منها في الهواء، في تناقض مباشر مع نظرية الجسيمات، وبتطوير ماكسويل لنظرية الموجات الكهرومغناطيسية للإشعاع لم يعد هناك حاجة إلى الأثير.

كما يحدث عادةً في العلم، عندما تبدو كل أجزاء البانوراما أنها أتت معاً، فإنه يحدث شيء ما غير متوقع يجبرنا على مراجعة أفكارنا. على سبيل المثال، سلسلة الملاحظات التي حدثت في أواخر القرن التاسع عشر وبدايات القرن العشرين. إحدى هذه الملاحظات كان اكتشاف التأثير الكهروضوئي من قبل هرتز Hertz في عام ١٨٨٧م. على الرغم من أنه كان يجب الانتظار لتأكيد صحة إلكترونات طومسون وأينشتاين، قبل أن يتم شرحها. عندما يسقط الضوء، على سبيل المثال الأشعة فوق البنفسجية الصادرة من مصباح بخار زئبقي، على لوح معدني مشحون سلبيًا (مثلاً الزنك) تكون الإلكترونات منبعثة (متحررة)؛ أو على الأقل، يمكن جعل التيار الكهربائي للتدفق حول الدائرة الكهربائية البسيطة المناسبة. ووجد أن: (أ) يتناسب تيار الفوتونات مع

---

*



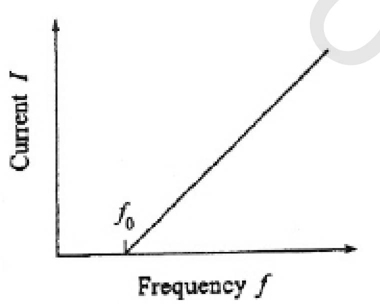
شدة الضوء الساقط ؛ (ب) تنبعث الإلكترونات الضوئية بمدى الطاقات الحركية، حيث يزداد الحد الأقصى مع التردد، لكنه لا يعتمد على شدة الضوء الساقط ؛ (ج) هناك حد أدنى للتردد يسمى تردد العتبة أقل منه، لا تنبعث الإلكترونات الضوئية ؛ (د) يبدأ مرور التيار الضوئي عند لحظة إضاءة اللوح المعدني. في حين أنه من المتوقع طبقاً للنظرية الموجية أن يكون اعتماد كل من (ب) و (ج) على التردد بدلاً من شدة الضوء الساقط ؛ لإن ذلك يتعارض معها*. الملاحظة النهائية الأكثر غرابة هي أن الموجة التي تنتشر عبر اللوح ستحتاج إلى مقدار كبير من الزمن (ساعات بدلاً من ثوانٍ معدودة) قبل تعزيز الطاقة الكافية حتى تسمح للإلكترونات بالهروب من المعدن. كل هذا بدا للإشارة أكثر نحو تفاعلات شبه- الجسيمات المحلية ؛ لذلك ربما لم تفشل نظرية الجسيمات تماماً بعد كل ذلك.

(٣,٢,٢) طبيعة المادة The nature of matter

مثل الضوء، كانت طبيعة المادة موضوع التخمين والدراسة عبر العصور. وبينما كانت فلسفة الأرض، والهواء، والنار، والماء الأكثر شعبية، فإن هناك الكثيرين الذين اعتقدوا أن نموذج "الذرة" من مكونات أساسية غير قابلة للانقسام هي التي تصنع العالم ؛ وأحد الأنصار المبكرين لهذا التفكير هو "ليوثيبوس" Leucippus، معلم "ديموكريتوس" Democritus حوالي عام ٤٣٠ قبل الميلاد.حتى بعد نجاح انشطار الذرة

---

*

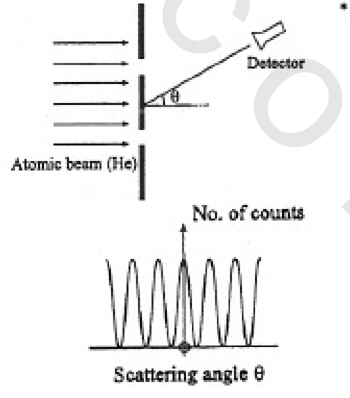


الأساسية ، مازالت الإلكترونات والبروتونات الناتجة تعتبر كجسيمات في الطبيعة تنتقل في خطوط مستقيمة ، لكن يمكن تعجيلها بواسطة مجالات كهربية ومغناطيسية ، تتصادم وقابلة للعدّ. وكانت هذه مفاجأة تماماً عندما وجدا دافيسون Davison وجيرمر Germer في عام ١٩٢٧م أن الإلكترونات كانت حائدة أو منحرفة بالشبكية البلورية تماماً مثل الأشعة السينية x-ray. وليست الموجات فقط يمكنها التصرف مثل الجسيمات ، لكن تستطيع الجسيمات أن تأخذ خصائص الموجات.

دفعت الملاحظة السابقة إلى إجراء المزيد من التجارب ، وكلها تؤكد هذه الازدواجية الغريبة أو الطبيعة المزدوجة للضوء جسيم– موجة. على سبيل المثال ، لقد اطلع الكثير منا على طريقة الحيود من تجربة الفتحة المزدوجة ليونج* من أيام دراستنا الثانوية ؛ عندما يمر الضوء (أحادي الطول الموجي) من خلال فتحتين ضيقتين متقاربتين يؤدى إلى سلسلة من الحلقات المضيئة والحلقات المظلمة الساقطة على شاشة بعيدة. وعند إطلاق شعاع من ذرات الهيليوم من فتحتين متشابهتين ، فإن العدد المار يختلف مع زاوية الانتشار بالطريقة نفسها تماماً. ما هو أكثر من ذلك ، أن هذه النتيجة لا تزال محققة حتى عند جعل التدفق الساقط منخفضاً لدرجة أن تمر ذرة واحدة فقط من خلال

---

*



الجهاز في أي وقت ؛ وهذا كما هو معتقد مرور ذرة واحدة منفردة من خلال كلتا الفتحتين في نفس الوقت وتتداخل مع نفسها !

(٣,٢,٣) كارثة الأشعة فوق البنفسجية The ultraviolet catastrophe

عندما تسخن المواد الصلبة في فرن (تحت نقطة انصهارها) فإنها تتوهج باللون الذي يكون مميزاً بدرجة حرارة (T) للمادة بدلاً من تركيبها ؛ في الحقيقة ، إننا نتحدث في أغلب الأحيان عن أشياء متوهجة حمراء أو متوهجة بيضاء. إن الطبيعة الإشعاعية للظاهرة وكون سلوكها مرتبط بدرجة الحرارة يجعلها موضوعاً شائق للدراسة.

وجد ستيفان في عام ١٨٧٩م ، أن الطاقة الكلية المنبعثة من جسم تتناسب مع T^4 ، حيث تكون درجة الحرارة بالكلفن (K). تعطى الوحدة الأخيرة ما يسمى درجة الحرارة المطلقة التي تختلف عن المقياس المئوي من خلال التعديل البسيط ٢٧٣ ، بمعنى آخر $T(\mathrm{K}) = T(^\circ\mathrm{C}) + 273$. وتم تعديل قانون ستيفان ، أو ملاحظته ، بعد ذلك نظرياً من قبل بولتزمان عام ١٨٨٤م. وبعد مرور حوالي ١٠ سنوات أخرى ، تنبأ فين Wien أن طول الموجة المقابلة للنهاية العظمى للطاقة المنبعثة ، λ_{max} ، يتناسب عكسيا مع T ؛ وقد تم تأكيد هذا تجريبياً عن طريق لومر Lummer وبرينجشيم Pringsheim في عام ١٨٩٩م.

ومع أن بولتزمان وفين قد أحرزا تقدماً في فهم الإشعاع الحراري ، والمستند إلي حد كبير على نظرية الديناميكا الحرارية ، إلاّ أنهما كانا بعيدين عن هدف الحصول على صورة مفصلة لطيف الطاقة $E(\lambda, T)$ ، وبمعنى آخر ، كيف يتم توزيع الطاقة المنبعثة بالطول الموجي للإشعاع عند أي درجة حرارة معطاة.

بالتطور الحديث لنظرية ماكسويل للموجات الكهرومغناطيسية ، صار من الممكن استخدامها كأسلوب أعمق لفهم الإشعاع الحراري. ولتسهيل التحليل ، تم ترسيخ مفهوم الماص المثالي الذي يدعى الجسم الأسود black body ، ولقد اعتبر هذا

لامتصاص كل الإشعاع من كل طول موجي ساقط عليه ولذا يظهر أسود بصفة عامة. وقدمت "نظرية المتبادلات"، لبريوفست في عام ١٧٩٢م، الكيانَ الذي كان أيضاً الباعث المثالي الذي يشع الطاقة عند كل الأطوال الموجية. و هذا ضروري ؛ ليكون الجسم قادراً على الوصول إلى التوازن الحراري أو التساوي في درجة الحرارة بين جسم صغير ومحيطه (حتى في الفراغ) ؛ لأنها تعتمد على تحقيق التوازن بين الإشعاع المنبعث والممتص. ويجهز التقريب العملي الجيد للجسم الأسود بحيز مُفرغ، له جدران داخلية سوداء ومعتمة بفتحة صغيرة فيها، وتتصرف الفتحة الصغيرة مثل الجسم الأسود، حيث إن أي إشعاع يمر خلالها إلى الحيز قلما يجد فرصة للهروب. وعندما يسخن الحيز إلى لدرجة حرارة موحدة، عن طريق تسخين ملف حراري ملتف حوله، ينبعث إشعاع الجسم الأسود من الفتحة، وهذا معروف أيضاً بإشعاع التجويف cavity radiation.

إن مهمة حساب طيف الطاقة المتوقع، $E(\lambda, T)$، يمكن أن يتم بطرائق مختلفة ومتعددة. ربما يكون الأبسط أن تفكر في الموجات الكهرومغناطيسية المتخبطة في داخل حيز المكعب لجوانب الطول L. إذا فرض أن الجدران كانت موصلة أو معدنية ؛ فإن النظرية الكهروستاتيكية تتنبأ بأن سعة الموجات يجب أن تكون صفراً على الجدران (لأنه بالتعريف، لا يستطيع الموصل أن يدعم المجال الكهربائي). يكون الوضع بعد ذلك قريباً إلى واحدة من اهتزازات وتر الكمان المذكورة سابقاً في المقطع (٣,٤,٢) ؛ وبعبارة أخرى، لدينا موجات مستقرة (موقوفة) في التجويف. وتم رؤية الظروف المتعلقة بالموضوع لتكون $\lambda = 2L/n$ حيث ....$n = 1, 2, 3, 4$. باستخدام المعادلة (2.30)، يمكن تمديد التحليل ليشمل مكعباً ثلاثي الأبعاد باستخدام متجه الموجة.

$$K = (K_x, K_y, K_z) = (n_x, n_y, n_z)\pi / L \qquad (3.1)$$

بدلاً من العدد الموجي $K = |\mathbf{K}| = 2\pi/\lambda$ ؛ لذا يعرف نمط الاهتزاز الخاص بثلاثة أعداد صحيحة موجبة هي n_x، و n_y، و n_z .

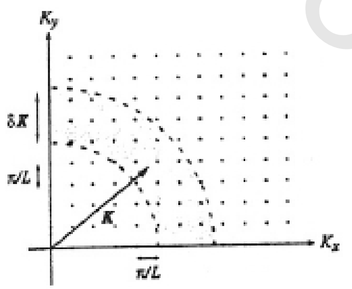
بعد وضع إطار عملي بسيط جداً للمشكلة، نستطيع الآن المضي قدماً في الحساب. إن الطاقة التي ستنبعث بين الأطوال الموجية λ و $\lambda + \delta\lambda$، حيث إن $\delta\lambda$ تكون إضافة صغيرة جداً، ستكون مساوية للناتج من عدد أنماط الموجة في المدى λ، N_λ وطاقتها المتوسطة $\varepsilon(\lambda, T)$. لو مثلنا أنماط الاهتزاز المسموحة بمواقعها (K_x, K_y, K_z) في فراغ متجه الموجة ثلاثي الأبعاد، حينئذ سوف نحصل على شبكة مكعبة من النقاط التي تفصل بينها مسافة π/L بعضها عن بعض على طول محاور (K)*. إن عدد الأنماط المصاحب مع الأعداد الموجية بين K ، و $K+\delta K$، و N_K؛ يكون ببساطة حجم الغلاف الكروي الرفيع لنصف قطر K وسمك δK مقسوماً على أصغر وحدة مكعب $(\pi/L)^3$:

$$N_k \propto K^2 \delta K \qquad (3.2)$$

لأن مساحة سطح الكرة هي $4\pi r^2$. يمكن أن يتحول هذا العدد إلى عدد مكافئ للطول الموجي N_λ ، باستخدام العلاقة $K = 2\pi/\lambda$ ، وتذكر أن $\delta K = -2\pi/\lambda^2 \delta\lambda$ من التفاضل الأول:

---

*



$$N_\lambda \propto \delta\lambda / \lambda^4 \tag{3.3}$$

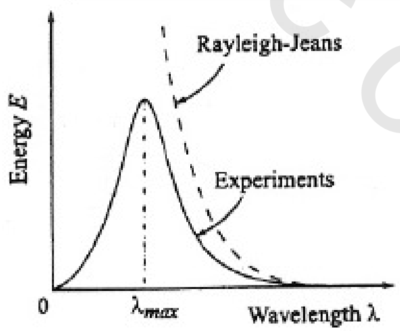
وطبقاً للفصل الثاني، تتناسب الطاقة للموجة أو الاهتزاز مع مربع سعة الذبذبة، ولا تعتمد على الطول الموجي. لذلك، يمكننا توقع الطاقة المتوسطة لكل نمط لتكون دالة في درجة الحرارة فقط $\varepsilon = \varepsilon(T)$. كما سيتضح بالنسبة لحالة الغاز المثالي في الفصل القادم، تخبرنا نظرية الديناميكا الحرارية أن ε في الحقيقة يتناسب طردياً مع T. ومن ثم، يعتمد التنبؤ بالنسبة لطيف إشعاع الجسم الأسود على الفيزياء التقليدية:

$$E(K,T) \propto K^2 T \delta K \quad \text{أو} \quad E(\lambda,T) \propto T\delta\lambda / \lambda^4 \tag{3.4}$$

حيث لدينا معادلات للضرب (3.2)، (3.3) بـ $\varepsilon \propto T$. وهذه النتيجة معروفة بصيغة رايلي — جينز Rayleigh - Jeans formula، ولقد تم الحصول عليها أولاً من قبل رايلي في عام ١٩٠٠م.

لقد واجهت المعادلة (3.4) صعوبات جسيمة تجعلها تفشل في إعادة إنتاج الملاحظات التجريبية. إنها في الأساس دالة تقليل مطردة للطول الموجي بدلاً من الحد الأقصى المعطى بقانون فين*. وعلى الرغم من وجود اتفاق مع النتائج التجريبية على جميع الأطوال الموجية، إلا أن هناك انحرافاً يصبح ملحوظاً أكثر عند الأطوال الموجية

*



كارثة الأشعة فوق البنفسجية

القصيرة λ. وفي الحقيقة، بما أن الانحراف يكون عند نهاية الأشعة فوق البنفسجية للطيف المرئي، فإنه يعرف باسم "كارثة الأشعة فوق البنفسجية". وتعتبر هذه الجملة الغامضة في مكان ملائم بالنسبة لتنبؤات المعادلة (3.4) للطاقة الكلية المنبعثة، عندما تضاف المساهمات من كل الأطوال الموجية، تكون لانهائية:

$$E_{total}(T) = \int_0^\infty E(\lambda,T)d\lambda \propto T\int_0^\infty d\lambda/\lambda^4 \rightarrow \infty$$

على الرغم من أن نتيجة هذا التميز دفعت البعض للتشكك في صحة نظرية الموجات الكهرومغناطيسية لماكسويل وحتى في صحة الديناميكا الحرارية؛ مما دفع بلانك إلى اكتشاف النظرية الكمية.

(٣,٣) الفروض الكمية The quantum hypothesis

(٣,٣,١) قانون بلانك Planck's law

بدلاً من استخدام افتراض رايلي التقليدي بأن طاقة الموجات الكهرومغناطيسية تحدد فقط بواسطة درجة الحرارة T للجسم المعتم، افترض بلانك في عام ١٩٠١م أن الطاقة مقيدة (مكممة) لمضاعفات الأعداد الصحيحة لـ hf:

$$\varepsilon = \varepsilon(n, f) = nhf \qquad (3.5)$$

حيث إن $n = 0, 1, 2, 3 ...$، و h هو ثابت بلانك (6.626×10^{-34} Js) و f هو التردد. ووفقاً لبولتزمان، من المحتمل أن النظام الديناميكي الحراري عند وضع التوازن الحراري يكون في حالة ذات طاقة ε تعطى بالتالي:

$$P(\varepsilon) \propto \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \qquad (3.6)$$

حيث إن $k = 1.38066\times10^{-23}\ JK^{-1}$ وهي معروفة كثابت بولتزمان ؛ وفي الحقيقة ، يمكن أن يؤخذ هذا أيضاً على أنه تعريف لدرجة الحرارة من وجهة النظر المجهرية. لقد أهملنا عامل بولتزمان الأسي في المقطع (٣,٢,٣) ؛ وذلك لأن كل الموجات المستقرة محتملة التساوي ، ويكون لديها نفس تناسب الطاقة مع درجة الحرارة T. وفي الحقيقة ، إن استخدام المعادلة (3.6) رسمياً لحساب الطاقة المتوسطة لكل نمط $\langle\varepsilon\rangle$ ، تعود إلى افتراض رايلي :

$$\langle\varepsilon\rangle=\frac{\int_0^\infty \varepsilon P(\varepsilon)d\varepsilon}{\int_0^\infty P(\varepsilon)d\varepsilon}=\frac{\int_0^\infty \varepsilon\exp(-\frac{\varepsilon}{kT})d\varepsilon}{\int_0^\infty \exp(-\frac{\varepsilon}{kT})d\varepsilon}=kT \qquad (3.7)$$

حيث إن النتيجة النهائية على الجانب الأيمن تعتمد على "التكامل بالتجزيء" لبسط المقدار الكسري numerator.

باستخدام فروض بلانك الكمية للمعادلة (3.5)، تمتص الطاقة أو تبعث في شكل حزم منفصلة ، ويعطى متوسط الطاقة لكل نمط بنسبة المجموع :

$$\langle\varepsilon\rangle=\frac{\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n P(\varepsilon_n)}{\sum_{n=0}^{\infty}P(\varepsilon_n)}=\frac{\sum_{n=0}^{\infty} nhf\exp\left(-\frac{nhf}{kT}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty}\exp\left(-\frac{nhf}{kT}\right)}=\frac{hf}{\exp\left(-\frac{nhf}{kT}\right)-1} \qquad (3.8)$$

حيث يستلزم التبسيط الأخير استخدام الصيغة من أجل "جمع سلسلة هندسية لا متناهية" ومشتقاتها فيما يتعلق بـ hf/kT. إن حاصل ضرب المعادلة (3.8) بالرقم المناظر للأنماط المستقرة في الترددات الواقعة بين f و $f+df$ ، $N_1 \propto f^2 df$ من المعادلة (3.2) لأن

العد الموجي يتناسب مع f (من المقطع ٢,٤,١)، وسنحصل على قانون بلانك للطيف الناتج من الجسم الأسود*:

$$E(f,T) \propto \frac{f^3}{\exp\left(\frac{hf}{kT}\right)-1}\delta f \quad \text{أو} \quad E(\lambda,T) \propto \frac{\delta\lambda}{\lambda^5\left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)-1\right]} \tag{3.9}$$

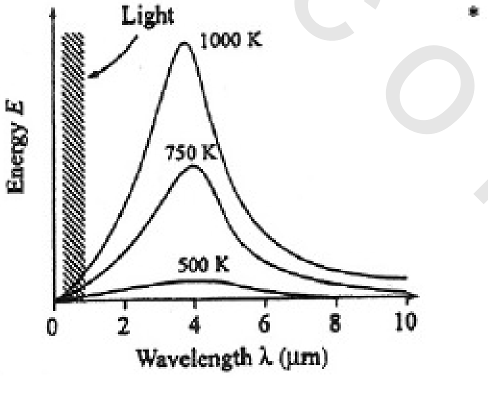
إن صيغة معادلة رايلي- جينز رقم (3.4) يمكن الآن اعتبارها حالة محددة من المعادلة رقم (3.9) عندما $kT >> hf$، نظراً لأن $\exp(hf/kT)$ يتم تقريبه جيداً باستخدام سلسلة تايلر الخطية $1 + hf/kT$ لذلك فإن المعادلة (3.8) تعطي $\langle\varepsilon\rangle \approx kT$ كما في المعادلة (3.7). ويجب أن نذكر هنا أن المعادلة (3.9) تتفق جيداً مع النتائج التجريبية؛ وهي تؤدي أيضاً إلى كلٍّ من قوانين ستيفان وفين.

(٣,٣,٢) السعات الحرارية المولارلية Molar heat capacities

عندما تسخن الأجسام ترتفع درجة حرارتها. ويمكن قياس كمية الحرارة ضمن مصطلح السعة الحرارية المولارلية، وهي كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة واحد مول من المادة واحد كلفن 1K. باعتبار عدد من الطرائق المختلفة التي يمكن أن تؤخذ

---

*



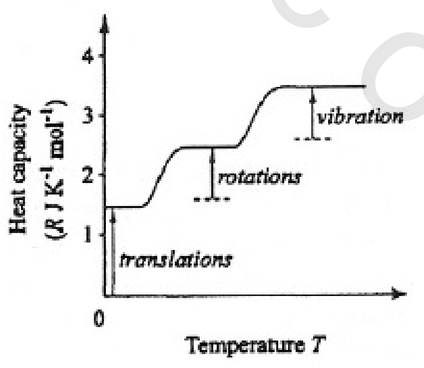
بها الطاقة المتوفرة بواسطة مُركب عند المستوى الذري يؤدي إلى التنبؤ بسعتها الحرارية. دعنا نحل هذا تقليدياً للغازات أحادية وثنائية الذرة وللمواد الصلبة.

في حالة "الغاز المثالي" لا توجد تفاعلات بين الجسيمات الأساسية المعزولة. على هذا النحو، تكون الآلية الوحيدة للطاقة الداخلية في البخار أحادي الذرة هي الحركة الموحدة للذرات في الفراغ ثلاثي الأبعاد؛ بعبارة أخرى، الطاقة الحركية هي $mv^2/2 = m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/2$. وطبقاً لقانون *تجزئة الطاقة بالتساوي* *equipartition of energy*، المشتملة ضمنياً بين المعادلات (3.3) و(3.4) وفي المعادلة (3.7)، إن الطاقة المتوسطة لكل "درجة حرية" في نظام ديناميكي حراري في حالة توازن عند درجة حرارة T تكون $kT/2$. إن الطاقة الداخلية U لمول غاز أحادي الذرة تكون مساوية لثلاث مرات $N_AkT/2$ حيث N_A هي ثابت أفوجادرو (6.02×10^{23} J K^{-1})؛ $U = 3RT/2$ حيث إن $R = N_Ak = 8.314$ JK^{-1}Mol^{-1} وهو ثابت الغاز. وبتفاضل U بالنسبة إلى T، فإنه يمكننا توقع السعة الحرارية المولية لتكون: $dU/dT = 3R/2$ Jk^{-1}mol^{-1}. وهذه القيمة وجدت لتتوافق جيداً مع القياسات التجريبية.

بالنسبة لغاز ثنائي الذرة، هناك نمطان دورانيان، ونمط اهتزازي واحد، متاح للطاقة الداخلية بالإضافة إلى ثلاثة أنماط انتقالية*. الدوران حول محور الرابطة، الذي

---

*



قد نشمله ببساطة، لا يمكن الوصول إليه ؛ لأن عزم القصور الذاتي المطابق يكون صغيراً بشكل متناهٍ. حيث إن إثارة الاهتزاز يشكل تفاعلاً مستمراً بين الطاقة الحركية والطاقة الكامنة (الوضع)، وترتبط هذه مع درجتين من الحرية. ومن ثم فإن إجمالي متوسط الطاقة الداخلية $U = (3+2+2)\ RT/2 = 7RT/2$ ، والسعة الحرارية المتوقعة تكون $dU/dT\ =\ 7R/2\ \mathrm{JK^{-1}mol^{-1}}$. وبينما ينتهي هذا ليكون تنبؤاً جيداً عند درجات الحرارة العالية، إلا أن فهناك انخفاض هام يحدث للقيم الأصغر عند درجات الحرارة الأقل. إن حل هذه المعضلة وجد مرة أخرى في فروض بلانك الكمية، حيث الطاقات المسموحة لكلا من أنماط الاهتزاز والدوران تكون منفصلة. يمكن فهم هذا بديهياً من ملاحظة أن الدورانات تكون مثارة خلال إشعاع الميكروويف والاهتزازات بالأطوال الموجية للأشعة تحت الحمراء ذات الترددات الأعلى. لذلك، كما في حالة إشعاع الجسم الأسود، يصبح النمط "مستبعداً" إذا كانت الطاقة الحرارية kT أقل من تردد العتبة hf ؛ مع وجود بعض درجات الحرية للطاقة الداخلية عند درجات الحرارة الأقل، والسعة الحرارية المولية في المقابل تنخفض.

أخيراً، دعنا نتمعن في حالة المواد الصلبة. إن الذرات في الشبكية ثلاثية الأبعاد ليس لديها الحرية لتتجرف مثل جزيئات الغاز، ولا توجد أي أنماط دورانية متاحة ؛ الشيء الوحيد الذي يمكن أن يحدث هو الاهتزاز. ومع أنه يمكن أن تحدث حركة الذهاب والإياب في أيٍ من الاتجاهات الثلاثة المستقلة (على طول محور x، y، أو z) ويكون مصاحب لكل منها طاقة مقدارها kT، فإن متوسط الطاقة الداخلية لمول من الذرات هو $U\ =\ 3N_AkT$ ؛ من ثم، تكون السعة الحرارية المولية للشبكية متوقعة لتكون $\mathrm{d}U/\mathrm{d}T = 3R\ \mathrm{JK^{-1}mol^{-1}}$. تماماً كما بالنسبة للغاز ثنائي الذرة، يكون التنبؤ جيداً عند درجات الحرارة العالية (يمكن التحقق بقياسات دولانج وبيتيت عام ١٨١٩م) وتكون كبيرة جداً عند قيم T الأقل.

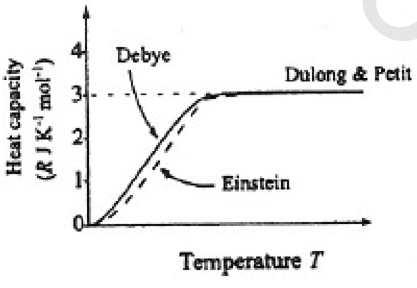
في عـام ١٩٠٧م، افـترض أينـشتاين حـل المـشكلة عـلى أسـاس فـروض بلانـك الكمية. فرض أن متوسط الطاقة $<\varepsilon>$ لتذبذب متناغم للتردد f هو نفسه بالنسبة لإشعاع الجسم الأسود في المعادلة (3.8)؛ وهكذا فإن الطاقة الداخلية الكلية لمجموعة $3N_A$ من الأنماط الاهتزازية تكون:

$$U = \frac{3N_A hf}{\exp(-hf/kT) - 1} \tag{3.10}$$

من هذه العلاقة، يمكن توضيح أن السعة الحرارية المولية، dU/dT، تميل إلى القيمة التقليدية $3R$ عندما تكون $kT >> hf$، ولكنها تنخفض بصورة $3R(hf/kT)^2 \exp(-hf/kT)$ عندما تكون $kT << hf$. لقد كان لهذا التنبؤ تحسن كبير على قانون دولانج وبيتيت، ولكنه لم يتفق بالتفصيل مع سلوك درجات الحرارة T^3 الملاحظة تجريبياً عند درجات الحرارة المنخفضة. قام ديباي بتعميم نموذج اينشتاين البسيط في عام ١٩١٢م، بالسماح لطيف الترددات المتذبذبة المختلفة بين الصفر و f_{max}؛ وعلى الرغم من اختيار تردد القطع لجعل العدد الكلي من أنماط الاهتزاز في الحساب تساوي $3N_A$، فإنه يمكن تبرير هذا فيزيائياً على أساس أن الأطوال الموجية الأقل من المسافات بين الذرات تكون غير قابلة للتنفيذ*. إن ذلك قد أدى إلى استرداد النتيجة التقليدية $3RT$ عندما $kT >> hf_{max}$، وبالتبعية فإنه يؤدي إلى العلاقة $dU/dT \propto T^3$ المطلوبة كلما كانت $T \to 0$. بالمناسبة، إن الإثارات الاهتزازية المتجمعة للذرات في الشبكية معروفة كفوتونات.

---

*



(٣,٣,٣) التأثير الكهروضوئي The photoelectric effect

لقد لاحظنا في المقطع (٣,٢,١) أن اكتشاف هيرتز لظاهرة التأثير الكهروضوئي أدى إلى فهم سلوك الجسيمات الشبيهة للضوء. وبعد اكتشاف تومسون للإلكترونات، وبعد فروض النظرية الكمية لبلانك تمكن أينشتاين من استخدام مبدأ بلانك الكمي على الموجات الكهرومغناطيسية لتفسير ظاهرة التأثير الكهروضوئي ؛ وذلك في عام ١٩٠٥م. وقد افترض أن جسيمات الضوء، أو الفوتونات، يمكنها أن تبعث الإلكترونات من سطوح بعض المعادن إذا كانت طاقته hf كافية بما يكفي لكي يتغلب الإلكترون على الجهد الكهربي داخل سطح المعدن ؛ وتسمى هذه الطاقة الحرجة دالة الشغل W* work function، وأي زيادة عنها، $hf-W$، سوف تتحول إلى طاقة حركية للإلكترونات المنبعثة. ولذلك، تخضع سرعة الإلكترونات المنبعثة القصوى v_{max} لمعادلة حفظ الطاقة:

$$m_e v_{max}^2 / 2 = hf - W = h(f - f_0) \tag{3.11}$$

حيث m هي كتلة الإلكترون (9.1095×10^{-31} kg) وf_0 هو أقل تردد للضوء الساقط يمكن أن تنبعث عنده الإلكترونات الضوئية (أي أن $W = hf_0$). ولقد تأكدت صحة المعادلة (3.11) تجريبياً بدراسات متعددة، ومن أهم هذه الدراسات دراسة هوجز Hughes عام ١٩١٢م وميليكان Millikan عام ١٩١٦م.

(٣,٣,٤) تأثير كومبتون The Compton effect

الدليل الأكثر مباشرة لدعم الطبيعة الجسيمية للضوء أتى من عمل أ.هـ. كومبتون عام ١٩٢٢م أثناء إجرائه دراسة طيفية لخصائص شعاع أحادي اللون للأشعة السينية المشتتة من خلال رقائق معدنية. طبقاً لصورة الموجة التقليدية للإشعاع

---

* تمرين (٣,١): عند تشعيع الليثيوم بضوء الطول الموجي λ=300 nm، الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة تساوي 2.95×10^{-19} J. استخدم هذه المعلومات لحساب تردد العتبة ودالة شغل الليثيوم.

الكهرومغناطيسي، يجب أن يتناسب تركيز الأشعة السينية الخارجية مع زاوية التشتت مثل ($1+\cos^2\theta$) لكن طولها الموجي يجب أن يبقى دون تغيير. على الرغم من ذلك، كومبتون وجد أنه بالإضافة إلى الأشعة السينية للطول الموجي الأصلي، يوجد أيضاً مكون تردده يقل كلما زادت زاوية التشتت. ولقد استخدمت الميكانيكا التقليدية لتفسير هذه الظاهرة على اعتبار ما يحدث عند تصادم جسمين هو ما يحدث عند تصادم الفوتونات مع الإلكترونات؛ ولذلك فإن قوانين حفظ الطاقة وكمية الحركة قد أعطت التنبؤات التي اتفقت مع النتائج التجريبية*. ووجد أن الإزاحة في الطول الموجي $\delta\lambda$ ترتبط بزاوية التشتت θ بالعلاقة التالية:

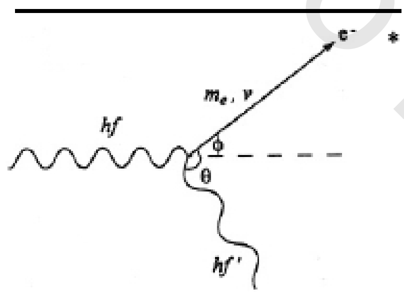
$$\delta\lambda = \lambda_c(1-\cos\theta)$$

حيث تعرف λ_c بطول موجة كومبتون للإلكترون ويساوي $h/m_ec = 2.426$ pm.

(٣,٣,٥) طول موجة دي برولي The de Broglie wavelength

في الفصل الأول، تعلمنا أن كمية الحركة (الاندفاع) وطاقة الحركة لجسيم كتلته m وسرعته v كانتا mv و$mv^2/2$ على التوالي؛ ويمكن تطبيق هذا على الإلكترون في تشتت كومبتون، على سبيل المثال. أما بالنسبة لفوتون تردده f، فإن فرض بلانك الكمي يعطي الطاقة $E = hf$؛ لكن ما هو عزمه؟ حسناً، طبقاً لنظرية أينشتاين للنسبية الخاصة، تُعطى طاقة الفوتون أيضاً بـ $E = mc^2$، حيث إن c هي سرعة الضوء. بمساواة

*



التعبيرين بالنسبة لـ E، نجد أن كمية الحركة $p = mc$ على طول خط الانتقال، ويعطى بالعلاقة:

$$p = hf / c = h / \lambda \qquad (3.12)$$

والتي يمكن صياغتها بصورة صحيحة على شكل متجه $p = \hbar K$ حيث $\hbar = h/2\pi$ و K هي متجه الموجة المجتمع في نهاية المقطع (٢,٤,٣).

إن الشيء الهام في المعادلة (3.12) إنها تربط بين خاصية محددة، والاندفاع، والطول الموجي المميز (λ). وعلى الرغم من أنها مشتقة من اعتبار الفوتونات، فإنها دفعت دي برولي ليعتقد بأنها قد تكون حقيقة عامة، في عام ١٩٢٣م، واقترح أن الجسيمات التي لها كمية حركة أو الاندفاع p يمكن أن تكون مصاحبة مع الطول الموجي المميز $\lambda = h/mv$. وهذا ما يسمى بطول موجة دي برولي* وتأكد مؤخراً ذلك بتجارب الإلكترونات.

(٣,٣,٦) ذرة بوهر The Bohr atom

أدى اكتشاف ج.ج. تومسون للإلكترون أو أشعة الكاثود، وتجارب العالمين جيجر ومارسدين على تشتت جسيمات ألفا (الثقيلة، والسريعة، والمشحونة بشحنة موجبة) عن طريق رقاقة معدنية دقيقة، أدى إلى افتراض رذرفورد أن تركيب الذرة يتكون من إلكترونات تدور حول شحنة نووية موجبة مركزية، تشبه كثيراً الكواكب التي تدور حول الشمس في نظامنا الشمسي. بينما كانت هذه الصورة البسيطة قادرة على تفسير الكثير من النتائج المكتشفة حديثاً، إلا أنها عانت من عيب خطير، فتقليدياً، مثل هذه الشحنة السريعة يمكن أن تبث إشعاعاً كهرومغناطيسياً، ومن ثم تفقد طاقة وتأخذ مساراً حلزونيًا إلى النواة.

---

* تمرين (٣,٢): احسب طول موجة دي برولي لنيوترون حراري.

في عام ١٩١٣م وضع بوهر تعديلاً على فروض بلانك الكمية، واقترح أن الإلكترونات تكون مستقرة مادام أن الاندفاع الزاوي المصاحب يكون مساويًا لعدد صحيح من $h/2\pi$ ، وتشع فقط عندما تنتقل بين تلك المدارات المنفصلة المسموحة. نترك تفاصيل الحساب ذات الصلة للفصل الخامس، إذ يجب أن نذكر هنا أن نموذج بوهر يعود بدقة إلى الطيف الملاحظ من خطوط الانبعاث والامتصاص للذرات الشبيهة لذرة الهيدروجين (إلكترون وحيد يدور حول شحنة موجبة مركزة).

(٣,٤) الميكانيكا الكمية الأكثر رسمية More formal quantum mechanics

بنجاح نظرية بلانك البسيطة، أدت الفروض الكمية الثورية لفهم الفيزياء الجديدة بمستوى أعمق. هذا ليس فقط من منطلق الفضول لمعرفة أصل التكميم في الأنظمة الفيزيائية المختلفة المدروسة، لكن أيضاً للحاجة إلى إطار عمل أكثر رسمية ليكون قادراً على تطبيق النظرية على مدى عريض من المشكلات. ومع أن نموذج بوهر كان قادراً على التنبؤ بطيف الخطوط المنفصلة المشتركة بذرات شبيهة الهيدروجين، على سبيل المثال، إلا أن المحاولات لتمديدها إلى التراكيب الأكثر تعقيداً– حتى الهيدروجين الجزيئي (H_2)– ثبت أنها غير مرضية.

إن التطور التقني لميكانيكا الكم كان يتطور بالتزامن مع تطور آخر من قبل كل من العالمين شرودينجر وهايزنبرج في منتصف عام ١٩٢٠م. ملهماً بنجاح "موجات المادة" دي برولي، افترض شرودينجر أن الطرق الرياضية للنظرية الموجية كانت قابلة للتطبيق على كل الأنظمة الميكروسكوبية الخاضعة إلى القيود الثلاثة التالية:

١- التردد الزاوي ω كان متداخلاً خلال المعادلة $E = \hbar\omega$ حيث إن E هي الطاقة و $\hbar = h/2\pi$.

٢- متجة الموجة، K، المرتبط بالاندفاع هو $p = \hbar K$.

٣- تنتج الحركة غير المتموجة من حل المعادلة الموجية التي اعتبرت مثل "سعة الاحتمال" "probability amplitude".

للتوسع في النقطة الأخيرة، إذا كانت $\psi(r,t)$ هي الإزاحة المتغيرة في المعادلة الموجية، كدالة الموضع r والزمن t، إذن $|\psi|^2 = \psi\psi^*$ هو الكثافة الاحتمالية. بمعنى آخر، احتمال وجود إلكترون في حجم صغير (ثلاثي الأبعاد) d^3r حول الموقع r وفي الوقت الفاصل بين t و $t+dt$، على سبيل المثال، يساوي $|\psi(r,t)|^2 d^3r dt$، حيث إن الدالة الموجية ψ تتعلق بنظام تحت الاستفسار.

على الرغم من أن الشروط المذكورة آنفاً توفر معياراً أساسياً للتعميم الرسمي والتفسير لموجات المادة، إلا أن هناك تساؤلاً حول المعادلة التي يجب حلها للتحقق من $\psi(r,t)$. افترض شرودينجر أن هذه المعادلة تأخذ الصورة:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \qquad (3.13)$$

حيث m هي كتلة الجسيم المناسب و $V = V(r, t)$ هي الجهد الذي تجد فيه نفسها، و $\nabla^2\psi$ تختزل إلى $\partial^2\psi/\partial x^2$ بالنسبة لمشكلة أحادية البعد على طول الإحداثي x (لذلك $V = V(x,t)$ و $\psi = \psi(x,t)$). ويسمى هذا معادلة شرودينجر المعتمدة على الزمن، وتعتبر حجر الأساس في ميكانيكا الكم، تماماً مثل قانون الحركة الثاني لنيوتن في الفيزياء التقليدية. وبالرغم من أنه لا يمكن اشتقاق هذه المعادلة، فإنه يمكن تبريرها أو جعلها معقولة، باستخدام عدد من الطرائق المختلفة (إحداها هي التي أدت بشرودينجر لعمل قفزة كبيرة بالإضافة إلى افتراضها أصلاً)؛ تتوقف البدائل المختلفة أساساً على وضع شروط خطة حل الموجة $\psi \propto \exp[i(\omega t - K.r)]$ بالنسبة للجسيم الحر (V=0)، المشتمل ضمنياً $E = \hbar\omega$ و $p = \hbar K$ ويطبق حفظ الطاقة $(E = V + p^2/2m)$.

كما يطبق عادة قانون الحركة الثاني لنيوتن عادة على الصورة $F = ma$ بدلاً من $F=dp/dt=d(mv)/dt$ اعتماداً على حقيقة أن $dm/dt=0$ في ظل معظم الظروف، وكذلك أيضاً يمكن تطبيق معادلة شرودينجر عادة كما يلي:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + V\Psi = E\Psi \qquad (3.14)$$

حيث إن $\Psi = \Psi(r)$. وهذه معروفة بمعادلة شرودينجر غير المعتمدة على الزمن time-independent Schrödinger equation، ويمكن الحصول عليها من المعادلة (3.13) عندما لا يتغير الجهد مع الزمن؛ لذلك $V=V(r)$ مع ملاحظة أن الدالة الموجية يمكن حينئذ أن تكون مصاغة دائماً على شكل منفصل $\Psi(r,t) = \Psi(r)\exp(iEt/\hbar)$. إن الحلول $\Psi(r)$ للمعادلة (3.14) تسمى المستويات المستقرة، وتنطبق على المستويات ذات الطاقة المحددة (الثابتة) E.

على عكس تطوير شرودينجر لميكانيكا الكم من خلال التشابه مع الموجات، أنتج هيزنبرج بشكل مستقل إطار عمل مكافئ استخدم فيه تركيباً رياضيًّا مجرداً أكثر لنظرية "المعاملات" operator theory. طبقاً لهذه النظرية، على سبيل المثال، تصبح المعادلة (3.14) كمعادلة للقيم الذاتية eigen value equation (بدلاً من الموجة الموقوفة).

$$H\Psi = E\Psi \qquad (3.15)$$

حيث إن $H = -(\hbar^2/2m)\nabla^2 + V$ تسمى الهاملتون Hamiltonian أو عامل الطاقة الكلي، مع قيم ذاتية E ودوال ذاتية (أو متجهات ذاتية) Ψ. بدلاً من الخوض عميقاً في تقنيات ميكانيكا الكم الرسمية، دعنا نوضح استخدامها باعتبار الحالة الأولية؛ لمزيد من التفاصيل والنتائج والتطبيقات العملية التي يمكن إيجادها في نصوص كثيرة في الكيمياء الفيزيائية.

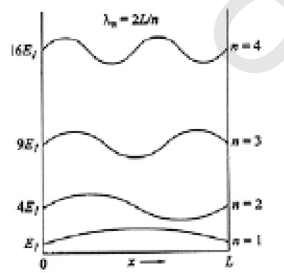
(٣,٥) جسيم في صندوق A particle in a box

من أسهل التطبيقات على معادلة شرودينجر هو حل مشكلة جسيم كتلته m موجود داخل صندوق ذي بعد واحد L وجدار الصندوق يمثل جهد V لا نهائي بحيث لا يمكن للجسيم أن يفلت من هذا الجهد، ومن ثم فإن الجسيم سيحدد وجوده في المسافة $0<x<L$، حيث يتحرك بحرية في هذا المدى بجهد $V=0$ وخارجه، فإن $V\to\infty$ وتكون التصادمات بين الجسيم وجدار الصندوق هي تصادمات مرنة لا يفقد فيها الجسيم طاقة. إن $V\to\infty$ تعني أنه لابد من تزويد الجسيم بمالا نهاية من الطاقة لينتقل إلى خارج الصندوق أي $L\geq 0$ و $x\leq 0$. للتحقق من الدالة الموجية للجسيم، $\Psi(x)$، فإننا نحتاج إلى حل المعادلة (3.14) داخل الصندوق، واستخدام حقيقة أن $\Psi=0$ خارجه (لأنه لا يمكن الجسيم من الهروب خارج الصندوق إلا إذا كانت لديه كمية لا نهائية من الطاقة):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi}{dx^2}=E\Psi \qquad (3.16)$$

حيث استبدل التفاضل الجزئي $\partial^2\Psi/\partial x^2$ بالتفاضل العادي؛ وذلك لأن $\Psi=\Psi(x)$. إن معادلة شرودينجر في هذه الحالة سهلة الحل، بإعادة ترتيب بسيط، تكون المعادلة (3.16) تماماً معادلة تفاضلية للحركة التوافقية البسيطة SHM المتضمنة في الفصل الثاني؛ ويمكن صياغة حلها العام كما يلي*:

*



مستويات الطاقة والدوال الموجية لجسيم في صندوق أحادي الأبعاد.

$$\psi = A\sin(\Omega x) + B\cos(\Omega x) \tag{3.17}$$

حيث $\Omega^2 = 2mE/\hbar^2$. وبتطبيق الشروط الحدية $\psi = 0$ عندما $x=0$، فإن المعادلة (3.17) تعطي $B=0$، و$\psi=0$ عندما $x = L$ يعني أن $A\sin(\Omega L) = 0$. إن هذا يؤدي إلى وجود مجموعة من الحلول المنفصلة، $\psi_n(x) = A_n \sin(\Omega_n x)$ حيث $n=1, 2, 3,\ldots.$ الذي يعني أن يكون $\Omega_n L = n\pi; n = 0$ و$A_n=0$، وهي غير جائزة؛ وذلك لأن $\psi(x) = 0$ حيث لا يمكن أن تعطي أي تفسير احتمالي. إن الاحتمال الأخير يتطلب أن تكون الدالة الموجية طبيعية أي أن يكون $\int |\Psi x|^2 dx = 1$ ، حيث يكون التكامل على كل قيم x. و بالنسبة لمثالنا الحالي، هذا يحدد بتمييز قيم المعامل $A_n = (2/L)^{1/2}$.

على الرغم من أن هذا التفسير لاستخدام معادلة شرودينجر تقريباً يكون عادي، إلا أنه ما زال يلقي الضوء على بعض الملامح العامة لتحليلات ميكانيكا الكم.

أولاً: تكميم الطاقات المسموحة تكون نتيجة طبيعية للشروط الحدية، أو الفيزيائي، أو القيود:

$$E_n = \frac{\Omega_n^2 \hbar^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \tag{3.18}$$

حيث إن الرقم الصحيح الموجب n، الذي يعتبر الحلول المتميزة، يسمى عادة العدد الكمي quantum number. إن الدالة الموجية المتطابقة بالنسبة لإلكترون في جهد متماثل كروياً، $V = V(|r|)$، مثل التي تصدر عن الشحنة النووية الموجبة في ذرة شبيهة الهيدروجين، تحتاج إلى ثلاثة أعداد صحيحة تكفي لتعريفها؛ وترتبط جميعها بالأعداد الكمية المغناطيسية والمدارية والرئيسية m, n, L.

ثانياً: الطاقة الأقل أو المستوى الأرضي تكون أكبر من الصفر على عكس الجسيم التقليدي في حالة السكون، إن هذا التفاوض الأدنى معروف بطاقة نقطة الصفر. إنه يوجد دائماً انحراف عن السلوك التقليدي من ناحية أن الجسيم قد يكون

موجوداً في الصندوق، بالنسبة لكثافة الاحتمال، $|\psi|^2$، لا تكون موحدة (أو مستقلة عن x). أخيراً على الرغم من أننا اعتبرنا فقط مشكلة اللعبة المثالية، فإن العلاقة العكسية المتوقعة بين مستويات الطاقة وطول الصندوق صحيحة، ويمكن أن ترى في الأنظمة الحقيقية. أحد الأمثلة هو اللون الأحمر للجزيئات العضوية مع سلسلة ممتدة من الروابط المترافقة conjugated bonds، والمثال الجدير بالذكر هنا هو بيتا- كارتين* β-Carotene الموجودة في الجزر.

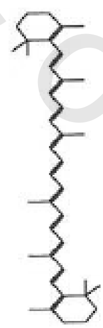
يجب ملاحظ أنه في المعادلة (3.18) كان من الممكن الحصول عليها مباشرة من معيار دي برولي، بتطبيق حقيقية أن L يجب أن يكون عدداً صحيحاً لأنصاف الأطوال الموجية؛ لكي تناسب الموجات الموقوفة في داخل الصندوق. بمعنى آخر، $\lambda_m = 2L/n$ لذلك، $E_n = P_n^2/2m = (h/\lambda m)^2/2m = n^2h^2/8mL^2$.

(٣,٦) ميكانيكا الكم النسبية Relativistic quantum mechanics

كل المناقشات في هذا الفصل افترضت ضمناً أن الأوضاع التي يتم التمعن فيها غير نسبية. بعبارة أخرى، إن الجزيئات المعينة تتحرك أكثر بطئاً من سرعة الضوء؛ أو أن طاقتها مهملة مقارنة بتلك المشاركة بكتلتها الساكنة. وعلى الرغم من أن موضوع

---

*



β-Carotene

ميكانيكا الكم النسبية يعتبر بعيداً عن مجال هذا الفصل، إلا أننا يجب أن ندرك أنه في عام ١٩٢٨م، كان ديراك Dirac قادراً على أن يدمج أفكار النسبية الخاصة وميكانيكا الكم واستنتاج حقيقة دوران الإلكترونات كنتيجة تلقائية وضرورية.

(٣,٧) القضايا العالقة لميكانيكا الكم Unresolved issues of quantum mechanics

في حين لا أحد يناقش القيود المثبتة للميكانيكا التقليدية أو نجاح نظرية الكم في المساعدة للتغلب عليها، فإنه كان هناك دائماً هواجس حول هذه الأخيرة فيما يتعلق بالتفسير. حتى أن هؤلاء الذين أرسوا حجر الأساس للموضوع - مثل بلانك، وأينشتاين، ودي برولي، وشرودينجر - كانت لديهم مخاوف عميقة حول الطريقة التي وضعت فيها، فالكثيرون يزعمون أنهم وقفوا حيث انتهوا إليه، وأن ميكانيكا الكم كانت نظرية غير كاملة. والآخرون، مثل بوهر وهايزنبرج، جاؤوا بما هو معروف بتفسير كوبنهاجن، الذي بدا خالياً من مثل هذه المخاوف. ومع نجاح كل تطبيق جديد، ظهرت أن قضية التفسير أقل أهمية ومنحسرة الرؤية؛ لذلك فإن منظور كوبنهاجن اكتسب التأييد.

على الرغم من أن قليلاً من الكتب الدراسية الحديثة في ميكانيكا الكم تذكر النقاش القديم والشكوك حوله، إلا أن هذا لا يعني أن كل القضايا تم حلها الآن؛ وأن الإجابة كانت مرضية على كل مخاوف أينشتاين التي دامت طويلاً نقلاً عن وجهة نظر اينشتاين ونسبوها إلى بوهر*.

---

* لمزيد من المناقشة يتوجه القارئ مباشرة إلى المقالات التالية:

L.E. Ballentine (1970), "The statistical interpretation of quantum, mechanics", Rev. Mod. Physics. 42, 358-381.

E.T. Jaynes (1990), "Probability in quantum theory", *in* Complexity, entropy and Physics of information (ed. W.H. Zurek), Addison-Wesley.

اقترح جاينيس Jaynes أن أوضاع بوهر وأينشتاين يمكن أن تكون موفقة بقراءة بياناتها في ضوء المعرفية والمنطقية على التوالي. هذا التمييز بين الطبيعة، ومعلوماتنا حول الطبيعة، يتوقف تباعاً على وجهة نظرنا عن الاحتمالية التي تمثلها. ويعد الموضوع الثاني مثيراً للجدل، ولكن مرجعيته تكمن في فهم أفضل لميكانيكا الكم، هي تؤثر بشكل كبير على منهجنا في التعامل مع الديناميكا الحرارية الإحصائية.