الفصل الأول

الميكانيكا التقليدية

Classical Mechanics

(١,١) مقدمة Introduction

يصف قاموس أكسفورد الإنجليزي علم الفيزياء بأنه "الدراسة العلمية لخصائص وتفاعلات المادة والطاقة". وثمة جانب هام لهذه الدراسة هو الرغبة في فهم طائفة واسعة من الظواهر المتباينة بدلالة عدد قليل من القواعد الأساسية أو "قوانين الطبيعة" laws of nature . إن واحداً من أوائل الناس الذين حققوا نجاحاً كبيراً في هذا المسعى هو السير إسحاق نيوتن* ، الذي استطاع تفسير سبب سقوط التفاح على الأرض، وكيف دارت الكواكب حول الشمس، ضمن نظرية واحدة هي نظرية قانون الجذب العام. لذلك، سوف نبدأ مناقشة الفيزياء بدراسة نيوتن للقوى والحركة ، وهذا الموضوع عادة ما يسمى الميكانيكا الكلاسيكية (التقليدية) أو ميكانيكا نيوتن.

(١,٢) قوانين نيوتن للحركة Newton's laws of motion

(١,٢,١) القانون الأول The first law

"يبقى أي جسم على حالته من السكون أو الحركة بسرعة ثابتة في خط مستقيم ، ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير من حالته". وينص القانون الأول على تعريف

---

*أصبح نيوتن (١٧٢٧–١٦٤٢) أستاذاً في كمبردج في سن ٢٧ ، وبقي في الجامعة لمدة ٣٠ عاماً قبل أن يكون سيداً في الرويـــل منت . وعلى الرغم من إسهاماته الكثيرة في الرياضيات والفيزياء ، إلا أنه كان يُولي اهتماماً كبيراً للكيمياء والطبيعة.

القوة : بأنها العامل الخارجي الذي يُسبب تغيير سرعة حركة جسمٍ ما أو اتجاهه. وبعبارة بسيطة ، "دفع أو سحب" push or a pull.

وليس من الصعب أن نتصور أن القوة التي تُمارس على طول خط الحركة ستؤدي إلى تغيير السرعة ، بينما في المقابل الدفع في الاتجاه العمودي سيُغير مسار الحركة. هذا الاعتماد على توجيه القوة يدل على أنها كمية متجهة ، ويحددها مقدار واتجاه ؛ وعلى النقيض من ذلك ، الكتلة الكمية القياسية scalar quantity ، لها فقط خاصية "الحجم" (أي هل هي ثقيلة أم خفيفة) . إن نص القانون الأول يمكن أن يكون مختصراً بإعادة صياغته بدلالة السرعة المنتظمة ، حيث إن السرعة متجه vector يخص التسارع (وهو قياسي scalar) في اتجاه معين. بشكل أكثر وضوحاً ، تُعد $10\ ms^{-1}$ سرعة قياسية ، ولكن $10\ ms^{-1}$ باتجاه الشرق هي سرعة متجهة. إننا لن نقوم بمناقشة مفصلة للمتجهات ، أو أي موضوعٍ آخر في الرياضيات التطبيقية ضمن هذا النص ، (لمزيد من الاطلاع نُحيل القارئ بدلاً من ذلك إلى ما كتبه سيفيا وراولنجز مطبوعات OCP رقم ٧٧ و ٨٢) ، ولكن سنحاول أن نقدم بياناً موجزاً للمواضيع ذات الصلة في الأوقات المناسبة.

إن أي متجه ، على سبيل المثال F ، يمثل بيانياً عن طريق سهم ، حيث طول الخط يتطابق مع مقداره ، $|F|$ ، وتشير النهاية المستدقة (رأس السهم) إلى الاتجاه. إذا كان المتجه* يقع في المستوي x-y (لذلك يمكن أن يُرسم بسهولة على قطعة من الورق) ، يمكن أن يُحلل إلى مُركبتين متعامدتين على بعضهما. باستخدام x (الاتجاه الأفقي) و y (الاتجاه الرأسي) كاتجاهات مرجعية لنا ، يمكننا بعد ذلك التعبير عن F بدلالة (F_x ، F_y) ، حيث F_x و F_y كميات قياسية (أو عددية) ؛ بشكل مُحدد ، إذا كانت F تصنع

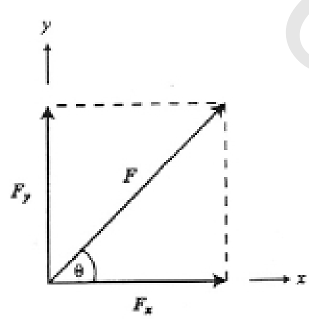
---

* $F = (F_x, F_y) = F_x\, i + F_y\, j$

حيث $F_x = |F| \cos\theta$

و $F_y = |F| \sin\theta$

أو $|F|^2 = F_x^2 + F_y^2$



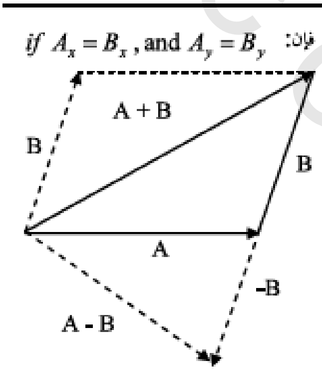
الزاوية θ (عكس عقارب الساعة) بالنسبة إلى المحور السيني، ومن معرفتنا البسيطة لعلم حساب المثلثات يتضح أن $F_x = |F|cos\theta$ و $F_y = |F|sin\theta$. وباستخدام العلاقة $sin^2\,\theta + cos^2\,\theta = 1$، يتضح أن قيمة $|F|$ تُعطى من الجذر التربيعي للعلاقة $F_x{}^2 + F_y{}^2$. يجب أن نذكر هنا أن أي اثنين من المتجهات يكونان متساويين* إذا كان لديهما نفس المقدار والاتجاه؛ وهذا يتطلب أن يكون كل من المُركبات المقابلة متساوية.

تُجمع المتجهات بيانياً، وذلك عن طريق وضع النهاية المستدقة للسهم الأول عند بداية السهم الثاني فتكون المحصلة (المجموع) هي الإزاحة الناتجة من نقطة البداية إلى نقطة النهاية؛ وجبرياً تُجمع المُركبات المكونة للمتجهين كلاً على حدة لتمثل متجهاً جديد هو محصلة عملية الجمع. إنها تمثل بالنسبة لطرح المتجهات حالة خاصة من عملية الجمع مع متجه عكسي له نفس المقدار، ولكن في الاتجاه المعاكس. بالنسبة لعملية ضرب وقسمة متجه في عدد قياسي فهي عملية بسيطة، وينتج عنها تغيير في المقدار وليس في الاتجاه (مع عكس الإشارة في حالة أن يكون العدد القياسي سالباً) ** . في حالة ضرب متجهين، تُعدُّ هذه العملية أكثر تعقيداً، وسوف نرجئ مناقشتها لاحقاً في هذا الفصل. وعلى الرغم من هذا فإن عملية القسمة على متجه هي عملية غير معرفة، وعلى ذلك فإنه لا يجب أن تظهر في العملية الحسابية.

---

*وهكذا فإن: $\vec{A} = \vec{B}$ $\quad if\ A_x = B_x$, and $A_y = B_y$

**



$$C = A \pm B \Rightarrow \quad \begin{array}{l} C_x = A_x \pm B_x \\ C_y = A_y \pm B_y \end{array}$$

وهكذا

$$C = \mu A \Rightarrow \quad \begin{array}{l} C_x = \mu A_x \\ C_y = \mu A_x \end{array}$$

أخيراً، يمكننا إعادة صياغة القانون الأول لنيوتن على أنه "القوة الضرورية لتغيير سرعة الجسم". والجسم الثابت هو حالة خاصة عندما يكون مقدار متجه السرعة مساوياً للصفر. في الحقيقة، هذه دراسة تشكل فرعاً منفصلاً للميكانيكا تسمى إستاتيكا الأجسام الساكنة (في مقابل الديناميكا)، التي تلعب دوراً مركزياً في حساب القوة المطلوبة للمواد لمنع جسر من الانهيار، أو قوة الاحتكاك المطلوبة لسطح خشن لمنع سلم من الانزلاق، وهكذا طبقاً لقانون نيوتن الأول، فإنه من الطبيعي أن تكون محصلة القوة المؤثرة على جسم مساوية للصفر لكي يبقى ساكناً؛ وهذا يشكل القاعدة الأساسية في علم دراسة الأجسام الساكنة (علم توازن القوى).

(١,٢,٢) القانون الثاني The second law

القوة المؤثرة على جسم تتناسب تناسباً طردياً مع معدل التغير في العزم. إن القانون الثاني هو بيان كمي حول الشد وتأثيره كقوة. ولتوضيح ذلك، على أية حال، لابد من التعرف على مفهوم معنى " العزم".

في حياتنا اليومية، نتحدث أحياناً عن الحركه الناتجة عن عزم القصور الذاتي. إن الصورة الفيزيائية البسيطة لتصور ذلك الوضع، هو لسيارة أو شاحنة تنطلق أسفل تل ناتج عن فشل المكابح. إنه ليس من الصعب تخيل أن مقدار الجهد المطلوب للسيطرة على العربة الهاوية سيكون أعظم كلما زادت السرعة أو الثقل؛ ولذلك، فإن تعريف عزم الجسم* أنه حاصل الضرب لكتلة الجسم في سرعته. تماماً كما هو الحال مع السرعة v، ولكن عكس الحال مع الكتلة m التي تعد كمية قياسية، يكون العزم p أيضاً كمية متجهة*، أي أنه محدد واتجاه.

* الاندفاع الخطي (كمية الحركة) Linear momentum $\vec{p}=m\vec{v}$

بالعودة إلى قانون نيوتن الثاني للحركة، يمكن صياغة ذلك رياضياً على النحو التالي*:

$$\vec{F}\ \alpha\ \frac{d\vec{p}}{dt}=\frac{d}{dt}(m\vec{v}) \qquad (1.1)$$

حيث d/dt هو المعامل التفاضلي بمعنى "معدل التغير"، بالنسبة إلى الزمن (t)، ولقد قمنا باستبدال علامة التناسب بعلامة التساوي على فرض أن القوة والكتلة والسرعة مقاسة بالنظام الدولي للوحدات (SI – units)، (نيوتن N، كيلو جرام kg، متر في الثانية أو مترث $^{-1}$ ms^{-1} على التوالي). إذا كانت كتلة الجسم لا تتغير أثناء الحركة فإن $dm/dt=0$، وبذلك تصبح المعادلة رقم (1.1) مبسطة بعض الشيء إلى الصورة الأكثر شيوعاً:

$$\vec{F}=m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{a} \qquad (1.2)$$

حيث $\vec{a}=d\vec{v}/dt$، هو معدل تغير السرعة بالنسبة إلى الزمن، ويسمى التسارع.

لقد تعلمنا في دراستنا المدرسية المبكرة أن قانون نيوتن الثاني للحركة هو "القوة = الكتلة × التسارع". وتبين مناقشتنا السابقة أن ذلك حقيقي بصفة عامة، ولكن يجب أن نتذكر دائماً أن القوة والتسارع هما كميات متجهة؛ وعلى ذلك فإن المعادلة (1.2) تعطي علاقات منفصلة لكل من مُركباتها** . ويجب أن نأخذ في الاعتبار شرط وجود كتلة ثابتة، أو إضافة التعبير $v\,dm/dt$ إلى الجانب الأيمن من المعادلة رقم (1.2) إذا كان ذلك مناسباً (كما في حالة احتراق الوقود في الصاروخ).

---

* $$\frac{d\vec{p}}{dt}=\lim_{\delta t\to 0}\frac{\delta\vec{p}}{\delta t}=\lim_{\delta t\to 0}\frac{\vec{p}(t+\delta t)-\vec{p}(t)}{\delta t}$$

** وهكذا $F_x=m\,a_x,\ F_y=m\,a_y$.

إن قانون نيوتن الثاني للحركة يخبرنا بأنه لنفس القوة المُطبقة يتناسب مقدار التسارع لجسم تناسباً عكسياً مع كتلته. ولهذا السبب تستطيع الدراجات البخارية ذات المحركات القوية بكل سهولة تجاوز السيارات، ولهذا السبب أيضاً نجد أن سيارات السباق تُصنع من مواد خفيفة (ولكن ذات هيكل قوي). وبالمناسبة يُسمى التغير في عزم الجسم: الدفع impulse ، وبتكامل معادلة (1.1) بالنسبة إلى الزمن، فإنه من السهل أن نحصل على النتيجة $\int F\,dt$:

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = \left[m\vec{v}\right]_{t_1}^{t_2} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \qquad (1.3)$$

حيث فرضنا أن $dm/dt = 0$ عند صياغتنا للتعبير المكتوب في نهاية طرف المعادلة الأيمن. إذا كانت القوة نفسها ثابتة، فإن المعادلة رقم (1.3) تختزل إلى "القوة × الزمن = الكتلة × معدل تغير السرعة". ولذلك فإنه لعودة كرة تنس تقترب من الخصم بسرعة كبيرة جداً نفترض وجود تصادم قوي وسريع مع المضرب، أو أن يكون التصادم أقل قوة شريطة أن يكون زمن التلامس بين رأس المضرب والكرة لفترة طويلة.

(١,٢,٣) القانون الثالث The third law

"لكل فعل رد فعل، مساوٍ له في المقدار ومضاد له في الاتجاه". القانون الثالث هو بيانٌ حول طبيعة القوى، بأنها تتوسط التفاعل المتبادل بين جسمين. فإذا كانت الأرض محمولة في مدارها حول الشمس بتأثير جاذبية جذب الأخيرة، التي تسحبنا نحو مركز المجموعة الشمسية؛ فإن الشمس تُواجه سحباً مساوياً له في المقدار نحو الأرض ؛ إن تأثير هذه القوة على الشمس يكون أصغر بكثير من تأثيره على الأرض*، بطبيعة

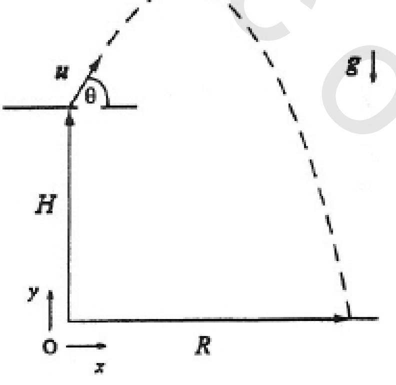
* قوة الوزن نيوتن (N) W= mg
حيث m هي الكتلة كيلو جرام (kg)
و تسارع الجاذبية الأرضية $g = 9.8\ ms^{-2}$

الحال، وذلك بسبب الفارق الهائل في كتلة كلٍّ منهما (الفارق بعامل يزيد أكثر من مائة ألف مرة).

بالمثل، الدفع الأمامي لرصاصة أطلقت من بندقية يكون مصاحباً له ارتداد البندقية إلى الخلف. في الحقيقة، إن شعورنا بالوزن نابع عن دفع الأرض ضد أقدامنا بينما الجاذبية تسحبنا نحو مركز الأرض. إن وزننا على القمر سيكون هو سُدس وزننا الطبيعي على الأرض (مُقاساً بوحدة النيوتن)؛ وذلك لأنه جسم أصغر من الأرض، على الرغم من أن كتلتنا (بالكيلو جرامات) ستظل هي نفسها، وفي حالة السقوط الحر، حيث لا يوجد أي دفع ضد أقدامنا، سوف نشعر كما لو أننا عديمو الوزن.

(١,٣) مثال الحركة: المقذوفات A kinematic example: projectiles

إذا فُرض أن قذيفة نارية قد أطلقت إلى البحر من قلعة في حصن ساحلي على ارتفاع H متراً فوق مستوى سطح البحر*، فإذا كان u (ms^{-1}) هو سرعة هذه القذيفة لحظة تركها المدفع، وكانت تميل بزاوية مقدارها θ على المحور الأفقي، فكم تبعد المسافة (R) التي تقطعها القذيفة قبل أن تصل إلى الماء؟



*

دعنا نعتبر القاعدة الساحلية للحصن هي نقطة الأصل (0،0) لمحاورنا المرجعية ، حيث x و y يدلان على الإزاحة الأفقية والرأسيه على التوالي. بتطبيق قانون نيوتن الثاني للحركة في اتجاه تصاعدي ، نحصل على :

$$-mg = m\frac{d^2 y}{dt^2} \qquad (1.4)$$

حيث القوة هي ببساطة وزن القذيفة ، وتكون بإشارة سالبة ؛ و ذلك لأن اتجاه الجاذبية الأرضية لأسفل ، ويكون التسارع مساوياً للاشتقاق الثاني لـ y بالنسبة إلى الزمن t ($v_y = dy/dt$, $a_y = dv_y/dt$) . بحذف m من طرفي المعادلة رقم (1.4) ، وبإجراء التكامل مرتين بالنسبة للزمن t ، نحصل على :

$$\frac{dy}{dt} = u_y - gt \quad \text{و} \quad y = u_y\, t - \frac{1}{2} g t^2 + H \qquad (1.5)$$

حيث u_y مقدار ثابت يساوي السرعة الرأسية الابتدائية للقذيفة ، وبمعرفة قيمة θ باستخدام علم المثلثات ، وبالتعويض عن $t = 0$ في البداية بعد استبدال ثابت التكامل الثاني بـ H يتضح أن التعبير الرياضي اللازم لكي تصل القذيفة إلى الأرض هو أن يكون $y = 0$، و باستخدام المعادلة رقم (1.5)، يؤدي هذا إلى معادلة من الدرجة الثانية للزمن المستغرق لوصول القذيفة (تصادم القذيفة) إلى سطح الماء :

$$\frac{1}{2} g t^2 - (u \sin\theta) t - H = 0$$

فعلى الرغم من أن المعادلة السابقة لها حلان رياضيان ، فإن الحل ذو الجذر التربيعي الموجب يكون مقبولاً طبيعياً ؛ ولذلك فإن :

$$t = \frac{u \sin\theta + \sqrt{u^2 \sin^2\theta + 2gH}}{g} \qquad (1.6)$$

ونظراً لعدم وجود قوة مؤثرة في الاتجاه الأفقي ، فإن مُركبة x لقانون نيوتن الثاني تُختزل إلى :

$$\frac{d^2x}{dt^2}=0$$

وبإجراء عملية التكامل للمعادلة السابقة مرتين، مع استخدام الشروط الحدية التالية $dx/dt=U_x=u\cos\theta$ and $x=0$ at $t=0$ ، نحصل على :

$$x=(u\cos\theta)t$$

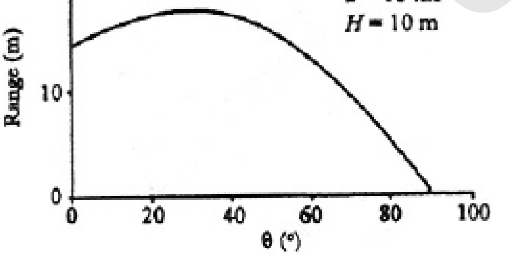
ولذلك، فإنه بالإستعاضة عن t في المعادلة رقم (1.6) نحصل على المسافة الأفقية* التي يقطعها الجسم المقذوف لكي يصل الى مستوى إطلاقه، أو المدى R، و يكون :

$$R=\frac{u\cos\theta}{g}\left[u\sin\theta+\sqrt{u^2\sin^2\theta+2gH}\right] \quad (1.7)$$

ويمكننا حساب زاوية الميل اللازمة للحصول على أقصى مدى ؛ وذلك بحل المعادلة $dR/d\theta = 0$. وعلى الرغم من سهولة تفاضل هذه المعادلة، فإن إيجاد قيمة (أو قيم) θ التي عندها $dR/d\theta = 0$ ليس عملاً سهلاً. وهناك حالة خاصة عندما $H = 0$ يمكن إيجاد حلها بطريقة تحليلية، وعلى أية حال، المعادلة رقم (1.7) يمكن تبسيطها إلى الصورة $R=u^2\sin 2\theta/g$ ؛ وعندما $\theta=45°$ فإن أقصى مدى يصل إليه المقذوف هو $R_{max}=u^2/g$.

---

*



(١,٤) حفظ كمية الحركة Conservation of momentum

في المقطع (١,٢,١)، قد لاحظنا أن قانون نيوتن الأول للحركة يعني أن الجسم يتحرك بسرعة ثابتة في خط مستقيم ما لم تُجبره قوى خارجية على تغيير حالته. إن تكامل القانون الثاني، المنصوص عليه رياضياً في المعادلة رقم (1.1)، بالنسبه إلى الزمن، يوضح أن:

$$p = m\,v = \text{constant} \quad \text{مقداراً ثابتاً}$$

إذا كانت $F = 0$. على الرغم من أن ذلك ليس مفيداً وبشكل، خاص في حالة الجسم المعزول، إلا أنه ذو أهمية خاصة عندما تُدرك أن كمية الحركة الكلية لمجموعة من الجسيمات المتفاعلة تكون دائماً محفوظة ما لم تؤثر عليها قوة خارجية.

يُمكن توضيح ماسبق من خلال المناقشة التالية، لنفرض أن لدينا نظاماً يتكون من N من الجسيمات ؛ فإن الجسيم رقم i يكون له كمية الحركة p_i. فإذا كانت F_i هي القوة الخارجية المؤثرة على الجسيم i، وكانت F_{ij} تشير إلى القوة المؤثرة الواقعة من الجسيم j على الجسيم i، فإن قانون نيوتن الثاني للحركة لهذا العنصر هو:

$$\vec{F}_i + \sum_{i \neq j} \vec{F}_{ij} = \frac{d\,\vec{p}_i}{dt}$$

حيث يدل الرمز Σ إلى مجموع كل التفاعلات الداخلية. وبجمع N من المعادلات للجسيمات المختلفه من $i = 1$، 2، 3، ...، N، نحصل على:

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i + \sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij} \right)$$

وطبقاً لقانون نيوتن الثالث، فإن $F_{ij} = -F_{ji}$ ؛ ولذا، فإن التعبير الرياضي الذي في أقصى اليمين سوف يكون مجموعة مساوياً للصفر؛ وبذلك تختزل معادلة الحركة لتصبح على النحو التالي:

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i\right)=\sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i \tag{1.8}$$

حيث قمنا باستخدام الخاصية الخطية للمعامل التفاضلي ؛ d/dt، وذلك لصياغة مجموع المشتقات مثل : اشتقاق المجموع في الطرف الأيسر. فإذا كان النظام معزولاً ؛ فإنه لا توجد محصلة للقوي المؤثرة على الجسيمات N (بمعنى آخر $\Sigma F_i = 0$)، ويصبح تكامل المعادلة رقم (1.8) بالنسبة للزمن هو :

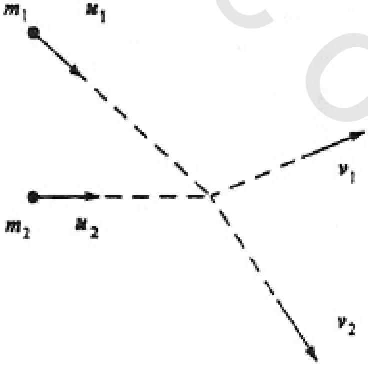
$$\sum_{i=1}^{N}\vec{P}_i=\sum_{i=1}^{N}m_i\,\vec{v}_i=\text{constant} \tag{1.9}$$

وبمعنى آخر، إن كمية الحركة الخطية الكلية لمنظومة ميكانيكية معزولة عن أي مؤثر خارجي تكون دائماً محفوظة.

لنعرض الآن مثالاً توضيحياً* للمعادلة رقم (1.9) ، إذا فرض أن لدينا كُرتين متحركتين وكانت كتلة كل منهما هي m_1 و m_2 على التوالي، وسرعتهما قبل التصادم هي $\vec{u}_1$ و $\vec{u}_2$ وبعد التصادم انفصل كل منهما عن الآخر بسرعة $\vec{v}_2$ و $\vec{v}_2$. فإن كمية الحركة الابتدائية للكرتين (قبل التصادم) هي $m_1\vec{u}_1+m_2\vec{u}_2$ ، بينما تكون كمية الحركة الكلية بعد التصادم هي $m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2$. ولأن كمية الحركة محفوظة ؛ فإن كمية الحركة الكلية قبل التصادم تساوي كمية الحركة الكلية بعد التصادم، أي أن :

---

*



$$m_1\overline{u}_1 + m_2\overline{u}_2 = m_1\overline{v}_1 + m_2\overline{v}_2 \qquad (1.10)$$

وتوجد حالة خاصة لماسبق ذكره*، تحدث عندما تكون الكرة الثانية عند البداية (قبل التصادم) في حالة سكون لاتتحرك ($\overline{u}_2 = 0$)، وبعد التصادم تلتصقان ببعضهما لتكونا جسماً واحداً (تصادم غير مرن) يتحرك بسرعة $\overline{v}$ ولذلك يكون $\overline{v}_1 + \overline{v}_2 = \overline{v}$، وتصبح المعادلة رقم (1.10) على الصورة البسيطة التالية:

$$m_1\overline{u}_1 = (m_1 + m_2)\overline{v}$$

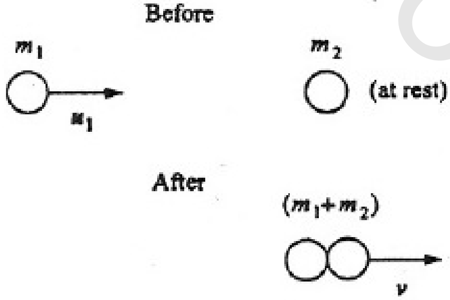
وهذا يعني أن السرعة الابتدائية والنهائية تكونان في نفس الاتجاه (بمعنى آخر، أن التصادم في خط مستقيم)، ولكن سرعة الذهاب سوف تقل بالمعامل $m_1/(m_1+m_2)$.

أخيراً، يجب أن نذكر هنا أن المعادلة رقم (1.8) سوف تختلف قليلاً عن المعادلة رقم (1.3) إذا كان النظام لدينا غير معزول عن التاثيرات الخارجية، أي أن:

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(\sum_{i=1}^{N} F_i\right)dt = \left(\sum_{i=1}^{N} m_i v_i\right)_{t_1}^{t_2}$$

وهذا يعني أن التغيير في كمية حركة الأجسام المتصادمة يكون مساوياً للدفع impulse (بحسب التعريف)، ولكن الدفع يكون مساوياً للصفر في حالة غياب التأثيرات الخارجية.

*



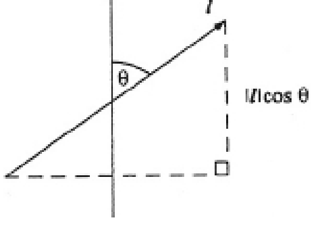
(١,٥) الشغل المبذول والطاقة والقدرة Work done، energy and power

(١,٥,١) الشغل المبذول Work done

إن رفع جسم ثقيل من فوق الأرض يكون في أغلب الأحيان مهمة صعبة ، ويتطلب الكثير من بذل الجهد ؛ ونحن دائماً ما نقول بأنه "عمل شاق" ! إن مصطلح "الشغل" في الفيزياء والكيمياء له معنى محدد جداً ودقيق : وهو "الإزاحة الحادثة نتيجة تأثير قوة على جسمٍ ما". فإذا أثرت قوة ثابتة F في اتجاه معين على جسم ما، وتحرك الجسم مسافة مقدارها l في اتجاه معاكس لاتجاه خط عمل القوة، فإن الشغل المبذول بواسطة الجسم ضد القوة يكون مساوياً لـ $|F| l$ نيوتن متر (Nm) أوجول (J) ؛ و بعبارة أخرى يكون مساوياً لـ " القوة × الإزاحة ". وعلى النقيض من ذلك ، إذا كان اتجاه خط عمل القوة F يتفق مع اتجاه الإزاحة l ، فإن $|F| l$ هو عبارة عن الشغل المبذول بواسطة القوة.

عندما نبذل جهداً ، فأنه ليس من الضروري أن تكون القوة F ومتجه الإزاحة l متوازيين (أو غير متوازيين) مع بعضهما. فإذا كانت θ هي الزاوية المحصورة بينهما ، فإن الشغل المبذول يعطى بالعلاقة $|F||l| \cos\theta$ ؛ وذلك لأن مُركبة الإزاحة الموازية للقوة* هي $|l| \cos\theta$ (من حساب المثلثات). بدلاً عن ذلك، يمكننا اعتبار أن $|F| \cos\theta$ هي مُركبة القوة في اتجاه الإزاحة. في أي من الحالتين، فإن الشغل المبذول، W ، يمكن

*



التعبير عنه قياسياً، باستخدام أصل الضرب القياسي للمتجهات **F** و**l** على النحو التالي:

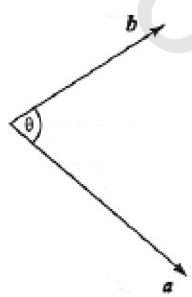
$$W = -\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{l} \qquad (1.11)$$

إن الضرب القياسي هو إحدى طرائق ضرب مُتجهين، على سبيل المثال **a** و**b** ، المشار إليه في المقطع (١،٢،١)؛ وتكون نتيجة حاصل الضرب القياسي كمية قياسية قيمتها العددية هي $|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta$ ، حيث θ هي الزاوية المحصورة بينهما*. وبدلالة مُركبات كلٍّ من **a** و**b**، أي (a_x، ... a_y) و (b_x، ... b_y) فإن ناتج حاصل الضرب القياسي لهما يعطى بالمجموع $a_x\ b_x + a_y\ b_y + \ldots$. ومن المنطقي أن نجد أن الضرب القياسي هو عملية إبدالية أي أن $\boldsymbol{a.b} = \boldsymbol{b.a}$. و الجدير بالذكر هنا أنه في المعادلة رقم (1.11)، يكون الشغل المبذول W على الجسم "موجباً" إذا كان خط عمل القوة الخارجية المؤثرة يتفق مع اتجاه الإزاحة ويعتبر "سالباً" إذا كان اتجاه القوة الخارجية مُعاكساً لاتجاه الإزاحة.

بصفة عامة، الإزاحة و القوة لا تقعان في مستوى واحد؛ في الواقع، إن مقدار **F** يمكن أن يختلف أيضاً. بغض النظر عن ذلك، يمكننا حساب الشغل المبذول عن طريق تقسيم المسار إلى أجزاء مستقيمة صغيره جداً δl ، وبجمع عناصر الشغل الصغير الناتج نحصل على $\delta W = -\vec{F}.\delta\vec{l}$. ولذلك فإن الحالة الخاصة المذكورة في المعادلة رقم

---

*



(1.11) يمكن أن يستعاض عنها بإجراء التكامل الخطي للحصول على الشغل الكلي على النحو التالي :

$$W = - \lim_{\delta l \to 0} \sum \vec{F} \cdot \delta \vec{l} = - \int_{path} \vec{F} \cdot \delta \vec{l} \qquad (1.12)$$

و لمزيد من الإيضاح لهذه المعادلة ؛ فإننا سوف نقوم بعرض بعض الحالات المحددة.

(١,٥,٢) طاقة الوضع (الطاقة الكامنة) Potential energy

طاقة الوضع هي حرفياً عبارة عن الطاقة الكامنة للجسم، أو النظام، وهي تمثل "الشغل" الذي يُمكن للجسم أن يبذله بسبب موضعه. على سبيل المثال، صخرة كبيرة عند قمة منحدر، أو الماء عند قمة شلال مرتفع، يكون لديها طاقة وضع كبيرة بحكم مقدرتها على إحداث أضرار بالغة، أو دفع توربين لتوليد طاقة كهربية. وبنفس الطريقة، يختزن السلك الزنبركي الحلزوني (النابض) المشدود طاقة وضع يمكن استخدامها لقذف الأجسام عندما يتم تحريرها. دعنا نناقش طاقة الوضع الجاذبة أولاً بشيء من التفصيل في المقام الأول.

عند سطح الأرض، يكون التسارع بسبب الجاذبية الأرضية تقريباً قيمة ثابتة، مقدارها g ‏(g =9.8 m/s) ، وتتجه نحو مركز الأرض. ويوضح قانون نيوتن الثاني، أن القوة المؤثرة على جسم كتلته M (كيلو جرام) هي ببساطه قوة وزنه، (N نيوتن) Mg ، وتؤدي إلى سقوط الجسم إلى أسفل. إذا قمنا برفع هذا الجسم رأسيًّا لأعلى، مسافة قدرها (متر) H، فإنها تكتسب طاقة وضع (جول) V، و هذه الطاقة تساوي "الشغل" المبذول لرفع الجسم تلك المسافة، ومن الواضح أنه عند ترك هذه الكتلة حرة، فأنها تسقط إلى الأرض، وتبذل شغلاً مساوياً للشغل المبذول لرفعها ؛ ولذا فإنها أيضاً تسمى "الطاقة الكامنة "، وهي تُمثل "الشغل" الذي يُمكن للجسم أن يبذله بسبب موضعه. و باستخدام المعادلة رقم (1.12) نحصل على :

$$V=\int_{h=0}^{h=H} Mg\,dh=\left[Mgh\right]_o^H=MgH \qquad (1.13)$$

حيث تم استبدال $F.dl = Mg\,dh$ ؛ وذلك لأن اتجاه القوة Mg يكون لأسفل بينما عنصر الإزاحة dh يتجه إلى أعلى (ولذلك فإن $\theta = 180^\circ$). إنه من البديهي أن يكون الجهد اللازم لرفع جسم يعتمد على مقدار ثقله بالإضافة إلى مقدار البعد الذي يجب أن نرفعه إليه.

إن المعادلة الرياضية رقم (1.13) يمكن أن تمتد لتشمل أي مسافة اختيارية من فوق سطح الأرض ؛ وذلك باستخدام الصيغة العامة لقانون الجذب العام لنيوتن الذي ينص على أن الجذب المتبادل بين جسمين كتلتهما M_1 وM_2 تفصلهما مسافة r تُعْطىَ بالعلاقة التالية :

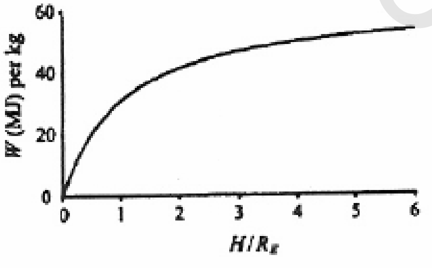
$$F=\frac{G\,M_1\,M_2}{r^2} \qquad (1.14)$$

حيث G هي "ثابت الجاذبية العام" ($6.672\times10^{-11}\ \mathrm{N.m^2kg^{-2}}$). عندما $M_1 = M_E$ وهي كتلة الكرة الأرضية ، فإن المعادلة رقم (1.12) تُعْطِي الشغل المبذول اللازم لرفع جسم كتلته M من فوق الأرض*، عندما $r = R_E$ ، إلى مسافة H فوق مستوى سطح الأرض ؛ لذلك $r = R_E + H$ ، ونحصل على المعادلة التالية :

$$W=\int_{r=R_E}^{R_E+H}\frac{GM_E M}{r^2}dr=\left[-\frac{GM_E M}{r}\right]_{R_E}^{R_E+H}=GM_E M\left[\frac{1}{R_E}-\frac{1}{R_E+H}\right] \qquad (1.15)$$

---

*



إذا رفع الجسم إلى مسافة صغيرة بالمقارنة مع نصف قطر الأرض، $H << R_E$، فإن المفكوك $(R_E+H)^{-1} \approx R_E^{-1}(1-H/R_E)$ يؤدي إلى إعادة صياغة المعادلة رقم (1.13): $W = Mg\,H$ علماً بأن $g = G\,M_E / R_E^2$.

أخيراً، دعنا نناقش طاقة الوضع المخُتزنة في السلك الزنبركي الحلزوني (النابض). طبقاً لقانون هوك Hooke's law، مقدار القوة المؤثرة F بواسطة السلك الزنبركي عند انضغاطه أو تمدده لمسافة x من موضع "اتزانه الأصلي" يُعْطىَ بالعلاقة التالية:

$$F = k\,x$$

حيث k ($N.m^{-1}$) يسمى ثابت السلك الحلزوني. ومقدار الشغل المبذول لكي يتمدد السلك الحلزوني لمسافة قدرها x هو:

$$W = \int_{x=0}^{x=X} k\,x\,dx = \left[k\frac{x^2}{2}\right]_O^X = \frac{1}{2}k\,X^2 \tag{1.16}$$

وهي مساوية لطاقة الوضع المختزنة V (J).

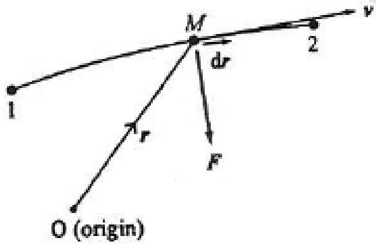
(١,٥,٣) طاقة الحركة Kinetic energy

طاقة الحركة هي الناشئة عن الحركة. بداهة، قد نعتقد أنها تعتمد على كتلة الجسم وسرعته، ولكن ما هي العلاقة الفعلية بالضبط؟

لنفترض وجود جسيم* كتلته M على مسافة r من المنشأ، ويتحرك في مسار من النقطة رقم 1 (عند r_1) إلى النقطة رقم 2 (عن r_2) بسرعة v. إذا أثرت عليه قوة مقدارها F، فإن قانون نيوتن الثاني للحركة في المعادلة رقم (1.2) ينص على ما يلي:

---

*



$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

ومن حساب التفاضل والتكامل الأولي، نجد أن التغير الطفيف في موقع الجسيم $d\boldsymbol{r}$، يحدث في فترة زمنية صغيرة جداً، dt يعطى بالعلاقة التالية:

$$d\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}dt$$

باستخدام العلاقتين السابقتين يمكننا حساب الشغل dW المبذول بواسطة القوة على النحو التالي:

$$dW = \vec{F}.d\vec{r} = M\,d\vec{v}.\vec{v} = \frac{M}{2}d\left(v^2\right)$$

حيث استخدمنا النتيجة التالية من معرفتنا لحساب التفاضل والتكامل الاتجاهي:

$$d(v^2) = d(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{v} + d\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v} = 2d\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v}$$

بتكامل معادلة dW السابقة بين النقطتين رقم 1 و 2، نجد أن الشغل المبذول، أو التغير في طاقة الحركة، يختزل إلى:

$$W = \int_1^2 dW = \frac{M}{2}\int_1^2 d\left(v^2\right) = \frac{M}{2}\left[v^2\right]_1^2 = \frac{M}{2}\left[v_2^2 - v_1^2\right]$$

هذه الصيغ المختلفة تقودنا لاستنتاج أن طاقة الحركة (بالجول) لكتلة M (كيلوجرام) تتحرك بسرعة v ($m.s^{-1}$) هي:

$$KE = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{p^2}{2M} \tag{1.17}$$

حيث $\boldsymbol{p} = M\boldsymbol{v}$ هي كمية الحركة الخطية (الاندفاع الخطي)؛ ولهذا فإن $p^2 = \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{p}$ $= M^2v^2$.

(١,٥,٤) حفظ الطاقة Conservation of energy

من أكثر الوسائل المفيدة في مجال الفيزياء لإجراء عمليات الحساب الكمي هي "قوانين الحفظ" "conservation laws". لقد ناقشنا مثالاً على ذلك في المقطع (١,٤)

الحفاظ على كمية الحركة الخطية، الذي اشتق من قوانين نيوتن الثاني والثالث للحركة. ربما الأكثر اساسية لمثل كل هذه القواعد أو الفرضيات المستندة على التجربة، هي مسألة الحفاظ على الطاقة: الطاقة لا تفنى ولا تخلق من عدم، ولكن يمكن تحويلها من شكل إلى آخر. وبعبارة أخرى، إن الطاقة الكلية لأي نظام تكون ثابتة.

دعنا نعتبر حالة محددة ولكن بسيطة: سقوط جسم كتلته M من السكون حيث كان على ارتفاع H تحت تأثير الجاذبية g مقترباً إلى الأرض. إذا كانت الإزاحة الرأسية y، فباستخدام المعادلات رقم (1.4) و (1.5) ووضع $u_y = 0$ نحصل على:

$$y = H - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{و} \qquad \frac{dy}{dt} = v = -gt$$

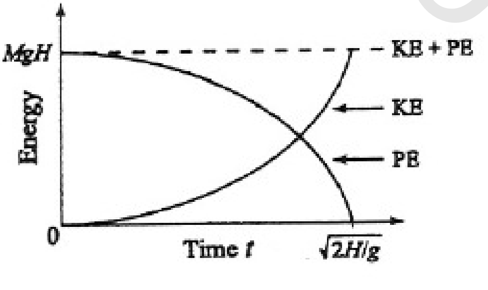
وهكذا مجموع طاقتي الوضع والحركة عند الزمن t، ما بين 0 و $\sqrt{2H/g}$ يعطى بالعلاقة:

$$\text{Total energy} = PE + KE = Mgy + \frac{1}{2}Mv^2 = MgH$$

لذلك فإن الطاقة الكلية للجسم* تكون ثابتة أثناء هبوطها وتساوي طاقة الوضع الابتدائية MgH، فكلما نقص الارتفاع؛ نقصت أيضاً طاقة الوضع وفي المقابل يكتسب الجسم طاقة حركة. إذا اصطدم الجسم بالأرض فإن ذلك يعتمد على خصائص مادة الجسم المصدوم بالأرض. فإذا كان اصطداماً تام المرونة elastic collision؛ فإن الجسم يرتد بعد تصادمه بالأرض؛ مرتفعاً صعوداً نحو نقطة البداية، ولذلك فإنه يفقد طاقة

---

*



حركة KE ويكتسب في المقابل طاقة وضع PE، وعندما يصل الجسم إلى نقطة البداية؛ فإنه سيبدأ بالسقوط مرة ثانية وستواصل الدورة بالكامل تكرار نفسها. أما إذا كان التصادم غير مرن، على سبيل المثال: عند اصطدام كرة من الطين مع الأرض، فإن الكرة تلتصق بالأرض مكونة جسماً واحداً بعد التصادم. وفي هذه الحالة تفقد الكرة طاقة الوضع PE وتنتقل طاقة حركتها إلى الجسم الآخر في صورة طاقة داخلية وترتفع درجة حرارة الجسم (بعض الشيء) بعد التصادم.

التسليم بحقيقة أن الطاقة الكلية لأي جسم معزول تكون دائماً محفوظة، أدت إلى نجاح العالم الكبير إينشتاين Einstein في إيضاح وتفسير أن التغير (النقص) في الكتلة الناتج عن التفاعلات النووية يكون مصاحباً له طاقة طبقاً للعلاقة $E = Mc^2$ (حيث c هي سرعة الضوء في الفراغ وتساوي $3\times10^8\ ms^{-1}$)، هناك دائماً اهتمام خاص في أغلب الأحيان بالطاقة الحركية المصاحبة للنقص في الكتلة لهذا النوع في التفاعلات. إن هذه حقيقة دافعة تحدث في ظاهرة التصادمات، حيث يستخدم التعبير "تام المرونة" للدلالة على أن طاقة حركة النظام محفوظة. إذا كان التصادم في المعادلة (1.10) تام المرونة، على سبيل المثال، فإن السرعات قبل التصادم وبعده ستحق أيضاً الشرط وأن يكون:

$$m_1u_1^2 + m_2u_2^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2$$

حيث $u_1^2 = u_1 \cdot u_1$، $v_1^2 = v_1 \cdot v_1$، وهلم جراً، تكون كميات قياسية تماماً مثل الطاقة. إذا تصادم اثنان من الجسيمات معاً وكوّنا جسماً واحداً (التصاق) بعد التصادم يقال إن هذا التصادم غير تام المرونة. أما الحالة الوسطية؛ فإنه يمكن تحديدها عن طريق قيمة معامل الاسترداد (ε)، وهو سالب النسبة بين السرعات النسبية المتعامدة على مستوى الالتصاق بعد التصادم إلى السرعة النسبية قبل التصادم:

$$\varepsilon = -\frac{(v_2 - v_1)_\perp}{(u_2 - u_1)_\perp}$$

عندما يكون التصادم تام المرونة فإنه $\varepsilon = 1$ ، وفي حالة التصادم غير تام المرونة تكون $\varepsilon=0$ وفي نظام المدى $0 < \varepsilon < 1$ فهي تمثل درجات مختلفة لعدم المرونة*.

الطابع الكوني لقانون حفظ الطاقة يبدو واضحاً وجلياً من واقع أنه محقق في العديد من العلوم في مختلف أشكالها ومظاهرها. على سبيل المثال، القانون الأول للديناميكا الحرارية، ودورة بورن- هابر وكذلك دورة هيس في الكيمياء، ليست أكثر من تطبيق لهذا المبدأ الأم.

(١,٥,٥) القدرة Power

على الرغم من أن مفهوم الطاقة يوضح لنا مقدار الشغل المبذول، أو الذي يمكن أن يبذل، إلا أنه لا يعطينا أي إشارة عن كيفية تنفيذ المهام بشكل سريع. وقد تم تمثيل هذا التعبير المؤقت من خلال مصطلح "القدرة" الذي تم تعريفه "بمعدل الشغل المبذول". وبدلالة حساب التفاضل والتكامل، فإنه يمكن التعبير عن ذلك كالتالي:

$$P(t) = \frac{dW}{dt} \quad \text{و} \quad W = \int_{t_1}^{t_2} P(t)dt$$

حيث القدرة هي المشتق من الشغل المبذول بالنسبة إلى الزمن، وعلى النقيض من ذلك، الشغل المبذول (بين فترتي t_2 ، t_1) هو تكامل القدرة. إن متوسط القدرة هو ببساطة إجمالي الشغل المبذول مقسوماً على الفترة الزمنية المستغرقة في الأداء. إن الوحدة المعيارية للقدرة هي "الوات" (W) التي تعادل جول/الثانية (Js^{-1}) في "النظام الدولي للوحدات". أما في "النظام البريطاني للوحدات" (BTU) فإن "القدرة" تقاس بوحدة تدعى "القوة الحصانية" horsepower ، كما في مواصفات السيارة، حيث 1 قوة

---

* تمرين (١,١): نواة A كتلتها $2\ m$ تشير بسرعة u، تصادمت بنواة أخرى ثابتة B كتلتها $10\ m$. إذا كان التصادم غير تام المرونة، حيث سارت النواة a بعد التصادم بسرعة v_1 وفي اتجاه يميل بزاوية $90°$ على الاتجاه الأصلي للحركة e وسارت النواة B بسرعة v_2 وبزاوية θ (حيث $\sin\theta = 3/5$) علي الاتجاه الأصلي لحركة النواة A. (أ) أوجد قيمة السرعات v_1 و v_2 بدلالة السرعة u ؟ (ب) ما هو الفرق في طاقة الحركة الابتدائية المكتسبة أو المفقودة نتيجة هذا التصادم؟

حصانية تساوي 746 وات، ومن المهم هنا أن نذكر أن أكثر الوحدات شيوعاً للطاقة هي "السُعر" calorie أو الكالوري "Cal"، وهي تقريباً تساوي 4.2 J ؛ ويعرف "السُعر" بأنه: كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة $1\ cm^3$ من الماء درجة واحدة مئوية.

(١,٦) المجالات والجهود والاستقرار Fields، potentials and stability

في المعادلة (1.14)، ناقشنا قانون نيوتن للجاذبية. وهو يعد مثالاً "لمجال عمل القوة"، حيث إنه لا يوجد اتصال مباشر واضح بين الجسمين المتجاذبين لبعضهما. في هذا السياق، ربما يكون من المفيد أن نقوم بتعريف مفهوم "مجال عمل القوة". ربما تكون هذه الفكرة شائعة إلى حد ما؛ وذلك لأن النمط الذي تم صنعه بواسطة البرادة الحديدية المنثورة على قطعة من الورق أعلى لوح مغناطيسي تعطي صورة واضحة عن خطوط الفيض المغناطيسي. إن القطعة الصغيرة التي تعد معرضة لتأثيرات المغنطة سوف تتحرك على امتداد خطوط المجال عندما يتم وضعها بالقرب من قضيب مغناطيسي.

بالطبع، يوجد ارتباط وثيق بين المجال والقوة؛ وهي تعد بشكل رئيسي واحدة من التطبيع، أو التوسع. وبناء على ذلك، فإنه يمكننا القول بأن مجال الجاذبية g قد تم تعريفه على أنه القوة لوحدة الكتل ($N\ kg^{-1}$) المؤثرة على الجسم:

$$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{F}/M \qquad (1.18)$$

ويعرف المجال الكهربي $\boldsymbol{E}$ بأنه القوة المؤثرة على وحدة الشحنات ($\boldsymbol{Q}$) الموضوعة في هذا المجال:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}/\boldsymbol{Q} \qquad (1.19)$$

ووحدات شدة المجال الكهربي في النظام العالمي (S.I) هي نيوتن لكل كولوم (NC^{-1}). بجمع المعادلتين رقم (1.14) و (1.18)، يتضح لنا أن مجال الجاذبية الناتج عن جسم كتلته M_1 يُعطى بالعلاقة التالية:

$$g = -\frac{GM_1}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r} \tag{1.20}$$

حيث يمثل المتجه r الإزاحة بالنسبة إلى مركز M_1 عند نقطة الأصل و $r = |\mathbf{r}|$ ؛ وتدل الإشارة السالبة على وجود قوة جذب في اتجاه M_1 *.

من المفيد في بعض الأحيان التفكير في وجود المجال بدلاً من القوة، فهناك أيضاً كمية مشابهة (عددية) لطاقة الوضع (PE)، تسمى الجهد potential أو PE لكل وحدة كتل ($J.kg^{-1}$)، أو وحدة شحنة (JC^{-1})، على سبيل المثال. وجهد الجاذبية ϕ الذي يتفق مع المجال في المعادلة (1.20) يمكن استنتاجه من المعادلة (1.15)، بسهوله على النحو التالي :

$$\phi = - G M_1 / r \tag{1.21}$$

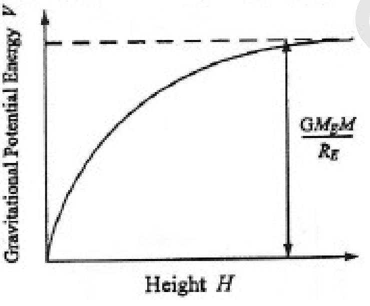
لإدراك معنى الإشارة السالبة في المعادلة السابقة، فإنه يمكن إيضاح ذلك في الطريقة التالية : نفترض أن M_1 هي كتلة الأرض، ولذلك فإن طاقة الوضع V لجسم كتلته M_2 عند مسافة H فوق مستوى سطح الأرض عند $r = R_E$ يُعطى بالعلاقة التالية** :

$$V = \phi M_2 = - G M_1 M_2 / (R_E + H)$$

وهذا يُصبحُ مفهوماً ؛ وذلك لأن طاقة الوضع PE تكون أكبر بكثير عندما تؤول H إلى مالا نهاية ∞ عما كانت عليه عندما تؤول إلى الصفر $H \to 0$ ؛ وببساطة فإنه يعرف V أو ϕ ليكون مساوياً صفراً في الانفصالات اللانهائية، وتكون سالبة لجميع قيم r المحددة.

* تمرين (١,٢): إن نصفي القطر القطبي والاستوائي للأرض هما 6378 km و 6357 km على التوالي. احسب الفرق في قوى مجال الجاذبية عند القطب والاستواء؟ بمعلومية أن كتلة الأرض تساوي 6×10^{24} kg.

**



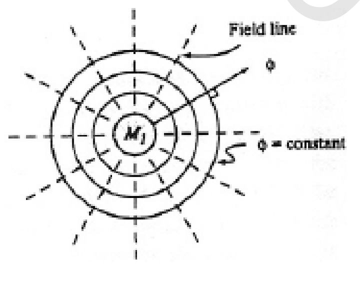
وبغض النظر عن التعقيدات الناجمة من حقيقة أن المجال هو كمية متجهة والجهد كمية قياسية، فإن g في المعادلة رقم (1.20) تشبه اشتقاق ϕ في المعادلة رقم (1.21) وذلك لأن $d/dr\,(1/r) = -1/r^2$. ولذلك سوف تكون العلاقة بينهما كالتالي:

$$g = -\nabla\phi \qquad (1.22)$$

حيث ∇ هو "متجه معامل الاشتقاق". ومن أجل المسائل أحادية البعد، ذات الإحداثي الأفقي r، فإن المعادلة (1.22) تختزل إلى $g = -d\phi/dr$. وعند حل المسائل ثنائية البعد، تصبح هذه العلاقة على الصورة $g = (g_\theta, g_r) = (1/r\,\partial\phi/\partial\theta, \partial\phi/\partial r)$ في نظام الإحداثيات القطبية (θ, r) وتأخذ الشكل $g = (g_y, g_x) = (\partial\phi/\partial y, \partial\phi/\partial x)$ في نظام الإحداثيات الديكارتية (y, x). ويمثل الرمز ∂ المشتق الجزئي، لكي تكون $\partial\phi/\partial r$ هي مشتقة ϕ بالنسبة إلى r مع الأخذ في الاعتبار أن θ تعامل كمقدار ثابت، وهكذا. بدلاً من امتداد الصيغة الخاصة بـ $\nabla\phi$ إلى أبعاد أعلى، فإنه يمكننا أن نحصل على التفسير الفيزيائي لمتجه الانحدار من خلال الثابت ϕ، أو "متساوي الجهود" equipotentials، وخطوط المجال. فطبقاً للمعادلة (1-21)، فإن ϕ تعتمد على البعد عن مركز M_1؛ ومن ثم فإن خطوط الثابت ϕ تشكل دوائر مركزية. واتجاه $\nabla\phi$ يشير إلى الطريقة التي تزداد فيها ϕ بسرعة كبيرة، ويوضح مقدارها سرعة حدوث ذلك. ومن ثم فإن متجه الانحدار يتجه بسرعة نحو الخارج، ويميل بزاوية مقدارها 90° مع متساوي الجهد. ولذلك تتجه خطوط المجال إلى الأمام، وهي تساوي $-\nabla\phi$؛ وذلك للإشارة إلى الطبيعة الجاذبة لقوة الجاذبية الأرضية *.

---

*



إن العلاقة التفاضلية بين الجهد والمجال في المعادلة رقم (1.22)، أو بشكل مكافئ بين طاقة الوضع والقوة، تتماسك بشكل عام، ولها دلالة خاصة في ضوء حفظ الطاقة. فإذا أمكن التعبير عن المجال كمشتق اتجاهي لدالة قياسية (الجهد) فإن القوة المصاحبة له سوف تكون "محافظة" "conservative". أي يمكن القول إنه إذا قمنا ببذل مقدار من الشغل في تحريك جسم ما من الموضع A إلى B، فإننا سوف نستعيد نفس الكمية من الطاقة عبر المجال إذا استطاعت القوة إعادة الجسم من الموضع B إلى A مرة أخرى: وذلك بفرض أنه لا يوجد هناك أي فقد للطاقة ناتج عن التسخين، كما هو الحال مثلاً في النظام الاحتكاكي. إن الرياضيات المشابهة تتطلب توضيح أن هذه النتيجة هي نفس النتيجة المطلوبة لتصنيف "التفاضل التام"، وربطها "بدالة الحالة" الموافقة في الكيمياء. و بمعنى آخر، إن تكامل $\boldsymbol{F}.\mathrm{d}\boldsymbol{r}$، من A إلى B يكون مستقلاً أي لا يعتمد على المسار المأخوذ، أو تلك المشابهة*:

$$\oint F \cdot dr = 0 \tag{1.23}$$

حيث $\oint$ تسمى "التكامل المغلق"، وتمثل التكامل حول أي مسار مغلق.

إن الموضوع الأخير الذي نحتاج إلى مناقشته في هذا الجزء هو "الاستقرار". افتراض أن الجزيء يخرج في احتمال خاص $\phi(r)$، حيث يمكننا دراسة المشكلة في بعد واحد. هل هناك أي مواقع أو قيم لـ r حيث تظل تشعر بالراحة؟ وفقا لقانون نيوتن الأول عن الحركة، يمكن أن يحدث ذلك فقط إذا كان صافي القوة هو صفر. وباتباع المعادلة رقم (1.22)، فإننا نحتاج إلى $\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}r$ أو نقاط الثبات للاحتمال. وإذا كان الأخير هو الحد الأدنى فإن $\mathrm{d}^2\phi/\mathrm{d}r^2 > 0$ عندما $\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}r = 0$، ومن ثم فإن ذلك يسمى "نقطة الاتزان المستقرة"، ويتحرك الجزيء إلى الخلف أمام القيمة الثابتة لـ r إذا أعطى وكزة

---

* إن قانون هيس هو توجه مباشر لحقيقة أن الأنثالبي والأنتروبي هما دوال حالة.

صغيرة. على النقيض من ذلك، إن أي اضطراب سوف يتم زيادته إذا كان $d^2\phi/dr^2 < 0$ وذلك لأن مثل هذا الحد الأقصى هو نقطة الاتزان غير المستقرة، والحالة عندما $d^2\phi/dr^2=0$ و $d\phi/dr = 0$ لم تكن مباشرة وتحتاج إلى أن تعتبر على أسس فردية*.

(١,٧) الحركة الزاوية Angular motion

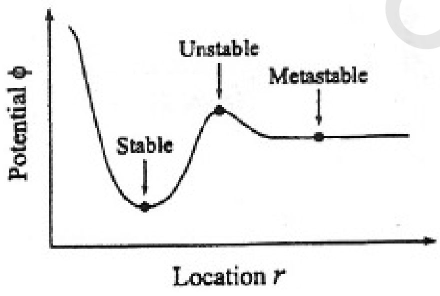
ربما يكون الشكل الأكثر بساطة وشيوعاً للحركة غير المستقيمة هو ذاك الشكل الذي يسمح بالانحناء الدائري. إن مدار الكواكب حول الشمس أو القمر حول الأرض، على سبيل المثال، يعد دائرياً (على الرغم من كونها بيضاوية الشكل) ؛ ونموذج بوهر لذرة تتحرك فيها إلكترونات حول المركز في مسارات دائرية. ومن ثم فإننا في هذا المقطع، سوف ندرس حالات خاصة للحركة الدورانية أو الزاوية.

(١,٧,١) القوى الجاذبة المركزية Centripetal forces

طبقاً لقانون نيوتن الأول للحركة، أي انحراف عن المسار في خط مستقيم يكون مؤشراً على صافي القوة الخارجية. بشكل خاص، تتطلب الحركة الدائرية عملاً مركزياً أو قوة جاذبة مركزية لكي تسحب الجسم المداري ناحية النقطة البؤرية أو المحورية. في مجال البيئة الفلكية، يتم ذلك بالجاذبية، وفي نموذج بوهر يتم ذلك عن طريق التجاذب الإلكتروستاتيكي بين الإلكترونات سالبة الشحنة والنواة الموجبة.

---

*



عندما كنا أطفالاً ، كنا جميعاً نلعب لعبة الدلو الدوار spun bucket أو بعض الأجسام الأخرى التي تكون مربوطة بأيدينا مع قطعة من الحبل أو الخيط. برغم ذلك ، فإن أيدينا تشعر بقوة الشد إلى الخلف ، ولكن لم يكن ذلك شيئاً أكثر من أنه تطبيق لقانون نيوتن الثالث للحركة.

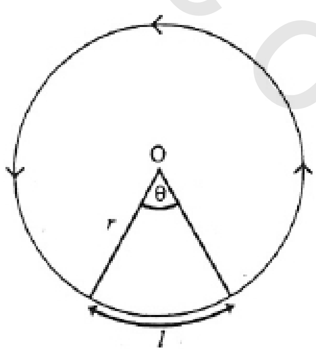
(١,٧,٢) السرعة الزاوية والتسارع Angular velocity and acceleration

للتبسيط ، دعنا نقيد أنفسنا بحالة الحركة الدائرية عند سرعة ثابتة. يمكن تحديد ذلك من خلال الدورات الكاملة في الثانية ، وهي تعرف *بالتردد الزاوي angular frequency* ؛ وقد تم تمثيله بالرمز f ، ويتم قياسه بالهيرتز (Hz). وهناك طريقة أخرى لإعطاء التردد الزاوي بدلالة الوحدات نصف القطرية (راديان radians) في الثانية ($rad\ s^{-1}$) علماً بأن القياس الدائري ليس له وحدات زاوية ؛ ويعرف التدريج الدائري بأنه نسبة طول القوس* l المقابل للزاوية θ على بعد مسافة نصف قطرية r ، $\theta = l/r$ ولذلك فإن التدريج الدائري 2π يمثل لفة واحدة كاملة (أو $360°$). ومن ثم ، فإن التردد الزاوي بالهيرتز ، f ، ربما يتم تحويله إلى زاوية نصف قطرية (راديان) في الثانية ω باستخدام العلاقة $\omega = 2\pi f$.

مع ذلك ، عادة ما نقوم بقياس سرعة الجسم v بالمتر لكل ثانية ؛ فما هي العلاقة التي تربطها بـ f أو ω؟ حسناً ، v هي المسافة الفعلية المنتقلة ، أو طول القوس l ،

---

*



مقسومة على الوقت المستغرق t. ومن ثم، سوف يكون لدينا $v = l/t$ و$l = r\theta$ (قياس θ بالراديان) حيث تعطى :

$$v = r\theta/t = \omega r \qquad (1.24)$$

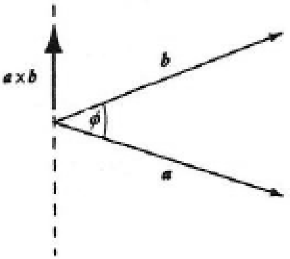
حيث $\omega = \theta/t$ ($rad\ s^{-1}$). وكما رأينا سابقاً عدة مرات في هذا الفصل، فإن العديد من الصيغ التي تعلمناها في المدرسة الثانوية هي حالات خاصة عديدة لعلاقات المتجه الأكثر شيوعاً. وهذا يعد صحيحاً أيضاً في المعادلة (١,٢٤) التي يجب قراءتها كالتالي :

$$v = \omega \times r \qquad (1.25)$$

وبناءً على ذلك، تكون السرعة v مساوية لحاصل الضرب الاتجاهي لكل من متجه التردد الزاوي ومتجه الإزاحة ω، r على الترتيب. ويجب ملاحظة أن الضرب الاتجاهي هو طريقة أخرى لإيجاد حاصل ضرب المتجهين $\boldsymbol{a}$ و $\boldsymbol{b}$ اللذين سبقت الإشارة إليهما في المقطع (١,٢,١) حيث يكون الناتج كمية متجهة ؛ وعلى العكس من ذلك فإن حاصل الضرب القياسي لمتجهين، الذي تطرقنا إليه في المقطع (١,٥,١)، يؤدي إلى كمية قياسية (عددية) scalar quantity. إن القيمة العددية لحاصل ضرب $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$* هي $|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}| \sin\phi$ حيث ϕ هي الزاوية المحصورة بين $\boldsymbol{a}$ و $\boldsymbol{b}$، ويكون اتجاهها عمودياً على كل من المتجهين وتُعْطىَ بقاعدة "البريمة لليد اليمنى" "right-hand screw" rule. بمعنى آخر، إذا

---

*



كان لف أصابع اليد اليمنى يشير إلى الدوران المطلوب للانتقال من $\boldsymbol{a}$ إلى $\boldsymbol{b}$ فإن إصبع الإبهام يشير إلى اتجاه $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$. وإنه ليس من الصعب استنتاج أن الضرب الاتجاهي هو عملية غير إبدالية ؛ ولذلك فإن $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = -\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a}$. إن متجه التردد الزاوي يتبع أيضاً قاعدة البريمة لليد اليمنى ؛ ولذلك فإن ω تكون في اتجاه محور الدوران.

التسارع ، $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ ، لجسم مداري يمكن الحصول عليه بتفاضل المعادلة (1.25) بالنسبة للزمن :

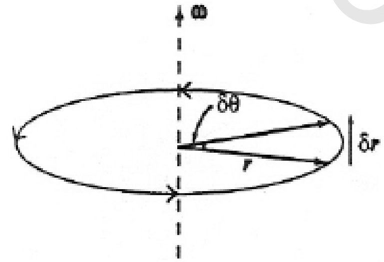
$$\frac{dv}{dt} = \omega \times \frac{dr}{dt}$$

حيث استفدنا من حقيقة أن السرعة الزاوية* الثابتة تعني أن $\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = 0$ ، وما عدا ذلك ، فإنه سيكون هناك حد إضافي ، $\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t \times r$ على جانب اليد اليمنى. ونظراً لأن التغيرات في متجه الإزاحة $\mathrm{d}r$ في فترات زمنية متناهية الصغر $\mathrm{d}t$ هو المماس للمسار الدائري ، $\omega \times \mathrm{d}r/\mathrm{d}t$ ويتجه في اتجاه نصف القطر نحو الداخل ؛ لذلك ، يكون التسارع مركزياً. أيضاً ، مثلما أن ω و $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$ يكونان عموديين على بعضهما ($\phi = 90°$) ، فإن مقدار التسارع يقل إلى $|\omega|\,|\mathrm{d}r/\mathrm{d}t|$ ؛ المُشكل هو ω فقط ، واللاحق هو $\mathrm{d}l/\mathrm{d}t$ في الحد $\mathrm{d}t \to 0$. باستبدال $l = r\theta$ وباستخدام $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t = \omega$ ، نجد أن :

$$a = \omega r \frac{d\theta}{dt} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \qquad (1.26)$$

---

*



حيث قمنا باستبدال $\omega = v/r$ من المعادلة (1.24) للحصول على النتيجة التي في أقصى اليمين.

وكمثال بسيط لاستخدام المعادلة (1.26)، دعنا نخمن مقدار كتلة الأرض M_E. إذا قمنا بتطبيق قانون الحركة الثاني لنيوتن (الجذب ناحية المركز) لمدار القمر، فإننا نحصل على:

$$\frac{GM_E M_m}{R^2} = M_m \omega^2 R$$

حيث تأتي القوة على جانب اليد اليسرى من المعادلة (1.14)، مع اعتبار أن M_m هي كتلة القمر و R المسافة إلى الأرض (≈ ربع مليون ميل)، ويكون التسارع على اليمين خلال المعادلة (1.26). إن إلغاء الحد M_m ووضع $\omega = 2\pi/T$، حيث T هي الزمن المستغرق لدوران القمر حول الأرض مرة واحدة (حوالي شهر)، سوف نجد التالي:

$$M_E = \frac{4\pi R^3}{GT^2} \approx 6 \times 10^{24}\, kg$$

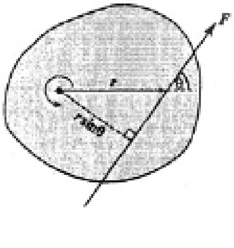
علماً بأن مقدار ثابت الجذب العام هو $G = 6.672 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2\ kg^{-2}}$، وتم استبدل R و T بوحدات المتر والثانية على التوالي.

(١,٧,٣) دوران الجسم الصلب Rigid body rotation

افترض أن لدينا جسماً صلباً ذا عمود ثابت يخترقه*؛ كيف يمكننا أن نجعله يدور؟ حسناً، من خلال تطبيق "القوة الدوارة" "turning-force" عليه! من ناحية القوة الخطية البسيطة F، نعطي الجسم الصلب دفعة مسافة ما بعيدة عن محور الدوران، وإذا

---

*



تم تمثيل الإزاحة الأخيرة بالرمز r ؛ فإن متجه القوة الدوارة أو عزم الدوران G يعرف كالتالي :

$$G = r \times F \tag{1.27}$$

ويصبح هذا مفهوماً ؛ لأن الجسم يدور بسرعة أكبر كلما ازداد مقدار F ، أو كانت المسافة العمودية لخط الشغل من محور الدوران أكبر؛ بشكل خاص ، لا يوجد دوران مستحث إذا قمنا بالدفع خلال عمود الدوران. ويتم الإشارة إلى عزم الدوران باعتباره " *عزم القوة* " "*moment of the force*" ويقاس بالنيوتن متر (Nm).

عند محاولة تدوير شيء ما ، مثل مقبض صنبور المياه ، نحن عادة ما نقوم بذلك من خلال الدفع في الاتجاه المعاكس لأحد جوانب عمود الدوران ، فإذا كان مقدار القوتين المتوازيتين المتضادتين متشابهاً ، F ، وكانت المسافة الفاصلة بينهما d ، فإن العزم الناتج عن هذا الازدواج (كما يسمى) هو Fd (Nm). ويمكن اشتقاق ذلك بسهولة من قانون جمع المتجهات ، حيث :

$$G = G_1 + G_2 = r_1 \times F_1 + r_2 \times F_2$$

يمكننا أن نفكر دائماً في الجسم الصلب الذي تم تكوينه من خلال مجموعة من الجسيمات الدقيقة جداً ، ونقوم بتطبيق قانون نيوتن الثاني للحركة على كل واحد منها. إذا كانت j^{th} إحدى الجسيمات الدقيقة ولها كتلة m_j وتدور حول محور عمود الدوران بتردد زاوي ω (ثابت لكل جسيم في الجسم الصلب) عند مسافة نصف قطرية r_j ، إذاً سيكون لدينا :

$$F_j = m_j \frac{d\omega}{dt} r_j$$

حيث F_j* مُركبة المماس للقوة الخارجية للجسيم j^{th}، وقد استفدنا من حقيقة أن التسارع المرتبط هو $r_j d\omega/dt$ من المقطع (١,٧,٢) ؛ إن الحد الأخير الذي يعطي التسارع المماسي، تم إهماله سابقاً عند اعتبار الحركة الدائرية المنتظمة ($\omega = constant$) بينما الآن يكون مقدار $\omega dr_j/dt$ هو صفر (r_j يكون ثابتاً). إن ضرب التعبير السابق بمقدار r_j، وبجمع كل الجسيمات، سوف نجد أن صافي عزم الدوران يعطى بـ:

$$G = \sum_j G_j = \sum_j r_j F_j = \frac{d\omega}{dt} \sum_j m_j r_j^2$$

على الرغم من أننا استخدمنا ضوابط بسيطة بشكل خاص لكي نصل إلى هذه الصيغة، فهي تعمل على تدعيم نتيجة المتجه الأكثر عمومية تلك:

$$G = I \frac{d\omega}{dt} \tag{1.28}$$

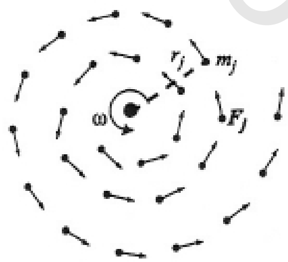
حيث تسمى الكمية القياسية I عزم القصور الذاتي ويتم تحديده كالتالي:

$$I = \sum_j m_j r_j^2 = \iiint_{\text{solid object}} \rho(x, y, z)(x^2 + y^2)\,dx\,dy\,dz \tag{1.29}$$

حيث محور الدوران يقع على امتداد z ويمر من خلال نقطة الأصل (0، 0، 0)، وρ هي كثافة الجسم الصلب (kgm^{-3}) كدالة في الموضع. ونظراً لأن ρ تعد ثابتاً، والجسم الصلب عادةً له الكثير من التماثلات، فإن التكامل الثلاثي للمعادلة (1.29) يمكن أن

---

*



يكون في أغلب الأحيان مختزلاً لبعد واحد من الأبعاد الأكثر شيوعاً (كدالة للمسافة النصف قطرية r).

وكما هو مقترح من قبل المعادلة (1.28)، فهناك تشابه بين الصيغة للحركة الطولية والدورانية : ويتم استبدال القوة بعزم الدوران، والكتلة بعزم القصور الذاتي، والسرعة الخطية بنظيرها الزاوي. وهكذا، فإن المعادلة (1.28) تكون المكافئ الدوراني لقانون نيوتن الثاني للحركة. وبالمثل، كمية الحركة الزاوية أو الاندفاع الزاوي L، الذي يعرف على أنه عزم كمية الحركة الخطية $r_j \times (m_j v_j)$ للجسيم j، تبين أنه يساوي $I\omega$.

$$L = \sum_j m_j r_j \times (\omega \times r_j) = I\omega \qquad (1.30)$$

تماماً كما بالنسبة للحالة* الخطية في المقطع (١,٤) فإن كمية الحركة الزاوية الكلية للنظام تكون محفوظة إذا لم يكن هناك عزم دوران خارجي متضمن. ويتم استغلال ذلك بالمتزحلق على الجليد ice-skaters الذي يقوم بتعديل معدل الدوران بالانتشار أو التمديد الخارجي لتغيير عزم القصور الذاتي لجسمه. ومثال آخر شائق يمكن رصده بمشاهدة الأرض التي تدور، وقمرها الذي يدور حول محورها حيث يؤدي ذلك إلى تباطؤ الأرض وتناقص عزمها الزاوي، ويُعزى ذلك إلى "الاحتكاك المدّي" "tidal friction"، ولكن يتم تعويض ذلك بالزيادة التدريجية في المسافة بين الجسمين.

باستمرار موضوع المقارنات، يتم توضيح الطاقة الحركية المشتركة بالدوران Σ $m_j v_j^2/2$ بسهولة كالتالي :

$$KE_{rot} = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{L^2}{2I} \qquad (1.31)$$

* $a \times (b \times c) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c$
و $a \cdot b = 0$ لو $a \perp b$

حيث $\omega^2 = \omega \cdot \omega$ و $L^2 = \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} = I^2\omega^2$. إن الطاقة الحركية الكلية للجسم* تعطى بجمع المعادلتين (1.17) و (1.31):

$$KE = KE_{lin} + KE_{rot} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \tag{1.32}$$

إن صيغة الشغل المبذول بالازدواج تشبه أيضاً "القوة × المسافة"، نظيرها الذي وضح في المقطع (١,٥,١)، أي "عزم الدوران × زاوية الدوران".

الملاحظة الأخيرة، يجب أن نقوم بتوضيح أن المعادلة (1.32) التي تذكرنا بقوة الدوران للجسم الممتد تكون محصلة لكل من القوة الدورانية والقوة الخطية. ومن ثم، فإن ظروف التوازن (علم توازن القوى) تشير إلى أن كلاً من صافي القوة وعزم الدوران الكلي يجب أن يكونا صفراً. إن النظرية المفيدة أيضاً توضح لنا أن السلوك المعقد المحتمل حيث محور الدوران ربما يتم تغييره باستمرار، ويمكن تحليله من خلال حركة مركز الكتلة التي تشبه النقطة، $\bar{r}$، حيث:

$$\bar{r} = \frac{\sum m_j r_j}{\sum m_j} = \frac{\iiint (x,y,z)\rho(x,y,z)\,dxdydz}{\iiint \rho(x,y,z)\,dxdydz} \tag{1.33}$$

والدوران يكون من خلاله.

(١,٨) حدود الميكانيكا التقليدية Limitations of classical mechanics

لقد قمنا الآن بتغطية معظم الموضوعات الرئيسية في الميكانيكا التقليدية، كما تم التطوير بواسطة نيوتين بشكل رئيسي. وبشكل بديل، لكن مكافئ، لقد تم وضع هذه

* تمرين (١,٣): بمعرفة أن طول الرابطة في جزيء الهيدروجين هو 75pm، قيّم عزم قصوره الذاتي. إذا كان متوسط طاقة دوران جزيء H_2 عند درجة حرارة T=300K يساوي kT، حيث k هو ثابت بولتزمان، حدد متوسط كمية الحركة الزاوية للجزيء.

الصيغ الأخيرة من قبل العالمين لاجرينج وهاميلتون ؛ وفي حين تعد الصياغة التي قدمها هذان العالمان قوية بحد ذاتها، خاصة في إطار السياق النظري، إلا أننا سوف نسلط الضوء قليلاً على جوانب التصور في الميكانيكا التقليدية.

(١,٨,١) الميكانيكا النسبية Relativistic mechanics

إذا تم إيقاف قطارين بالقرب من بعضهما في المحطة، وبدأ أحدهما في المغادرة، ربما يجد المسافر صعوبة في بعض الأحيان لإخبار أي منهما يتحرك أمام الرصيف الثابت، أو ما يحيط به، وهذا هو أحد الأمثلة البسيطة المتعلقة بما نسميه "الحركة النسبية". وفي بداية القرن العشرين، تساءل ألبرت أينشتاين عن كيفية استمرار بقاء الأشياء في العالم التي ربما تظهر لاثنين من المشاهدين يتحرك كل واحدٍ منهما بالنسبة للآخر، فأحدهما ربما يقف على الرصيف، على سبيل المثال، وربما يقف المشاهد الثاني في القطار الأسرع. فقد بدأ بالحالة الأخص والأسهل، وهي حالة السفر على سرعة ثابتة، وهذا عمل على نشأة مصطلح "النسبية الخاصة".

وفقا للميكانيكا التقليدية، تم إعطاء الإجابة *بالتحويل الجاليلي Galilean transformation*. إذا تحرك جسم بسرعة u موازية لمسار الطريق المستقيم، كما ترى من قبل مشاهد يقف ثابتاً على المحطة، فإن الراكب على القطار المسافر بسرعة v سيرى الشيء مندفعاً بسرعة $u - v$ أو $u + v$ اعتماداً على ما إذا كانوا يتجهون في نفس الاتجاه أو في الاتجاه المعاكس، على الترتيب. إن هذا يعد شيئاً مستقيماً ويرى في التجارب والخبرات اليومية. لسوء الحظ، توجد هذه الرؤية المعنية العامة للتضارب مع الدلائل التجريبية عندما تقترب الحركة النسبية من سرعة الضوء $c=3\times10^8\ ms^{-1}$. على سبيل المثال، سرعة الضوء التي تقاس من مصدر ثابت في المعمل تكون نفس تلك التي توجد في الفوتونات المشعة بالإلكترون التي تقترب منا عند c تقريباً وكأنها تسافر في مدار

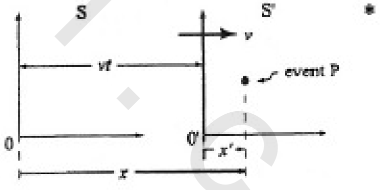
دائري في حلقة السينكروترون ؛ مع ذلك، وفقاً للتحول الجاليلي، يجب علينا قياس $\approx 2c$ في الحالة الثانية.

لحساب تعميم التحول الجاليلي الذي ربما يتم تحديده للسرعات النسبية، $v \to c$، فقد استعمل أينشتاين افتراضين رئيسيين : (١) تظهر قوانين الفيزياء كما هي لكل من المشاهدين اللذين يتحركان بسرعة ثابتة (بمعنى آخر : لا يمكن تحديد الحركة المطلقة لأي تجربة)، و(٢) سرعة الضوء في الفراغ تكون دائماً ثابتة (أي c). إن هذا يؤدي إلى استخدام تحويل لورنتس، الذي يؤكد أن الحد الملاحظ عند الوضع (x، y، z) عند الفترة الزمنية t في المعمل وجد أنه يحدث عند (x'، y'، z') و t' في إطار المرجع* الذي له سرعة نسبية لـ v على طول المحور الموجب x بمجموعتي الإحداثيات المرتبطة بواسطة :

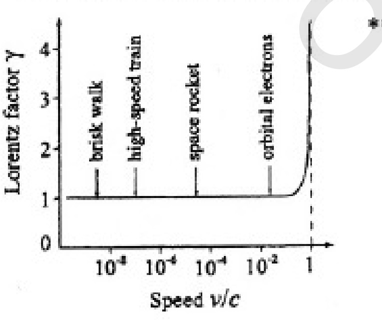
$$x' = \gamma\,(x - vt)، \qquad t' = \gamma(t - vx/c^2)، \qquad y' = y، \text{ و } \qquad z' = z \tag{1.34}$$

حيث $\gamma = (1 - v^2 / c^2)^{-1/2}$ هو عامل لورنتس** . في السرعات اليومية $v \ll c$ و $\gamma \to 1$ ؛ لذلك يختزل تحويل لورنتس التحويل الجاليلي ($x' = x - vt$ و $t' = t$) وتصبح الميكانيكا

---

* 

الإطارين المرجعين المستخدمين في تحويل لورنتس

** 

التقليدية أكثر من كافية. وكلما اقتربت v من سرعة الضوء، $v \to c$، $\gamma >> 1$، تصبح التأثيرات النسبية أكثر أهمية.

بالإضافة إلى التحويل الإحداثي المعطى آنفاً، يمكن أن تذكر أيضاً النتائج المترتبة على النسبية الخاصة في كثيرٍ من المصطلحات الفيزيائية. هناك انكماش طولي على طول اتجاه الحركة: سوف يتم تقدير الطول l_0 باعتبار الطول l_0/γ بواسطة المشاهد الذي ينتقل عند سرعة نسبية v. على النقيض من ذلك، تُمَدُّ المدة الزمنية لكي تُسَجَل الفترة الزمنية t_0 في إطار ثابت مثل $t_0\gamma$ التي في إطار متحرك. بينما يمكن أن تستنتج هذه النتائج من المعادلة (1.34) مثل تحولات السرعة الثابتة:

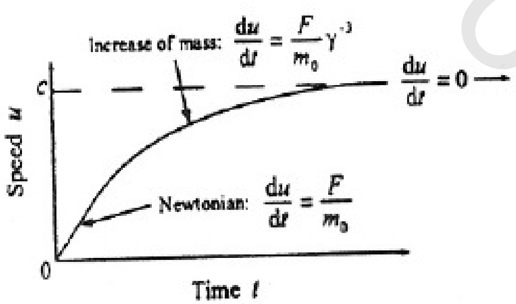
$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v / c^2}, \quad u'_y = \frac{u_y - v}{1 - u_x v / c^2}, \quad u'_z = \frac{u_z - v}{1 - u_x v / c^2} \qquad (1.35)$$

حيث $u'_x = dx'/dt'$ *و $u_x = dx/dt$ وهكذا، يكون أقل وضوحاً إلى حد ما، إن الكتلة تزداد حيث $m = m_0\gamma$. على الرغم من ذلك، يمكّننا إحلال كتلة الوضع الثابتة m_0 بنظيرها النسبي m يمكننا من الاحتفاظ بشكل المعادلة الخاصة بالحركة التقليدية. وهكذا، تصبح كمية الحركة $p = mu = m_0\gamma u$ والصيغة العامة لقانون نيوتن على النحو التالي:

$$F = \frac{d}{dt}(mu) = \frac{d}{dt}(m_0\gamma u) \qquad (1.36)$$

---

*



وإذا خضع الجسم إلى الدفع الثابت ؛ فإنه يمكن توضيح أن سرعته في البداية سوف تزداد بشكل موحد وفقاً لعلم الميكانيكا التقليدية ؛ وكلما اقتربت من سرعة الضوء، على أية حال، فإنها تبدأ تثقل أكثر بدلاً من أن تكون أكثر سرعة.

وقد كان أينشتاين قادراً أيضاً على اشتقاق العلاقة بين الكتلة والطاقة، التي من خلالها ترتبط الطاقة الكلية E بالكتلة النسبية للجسيم m حيث تكون $E = mc^2 = m_0\gamma c^2$. ونظراً لأن الجسيم في حالة السكون* يكون $E = m_0c^2$ ؛ فإن طاقة الحركة تكون $KE = (m-m_0)c^2 = (\gamma-1)m_0c^2$ ؛ وفي حدود الميكانيكا التقليدية حيث $v<<c$، أو $\gamma\rightarrow1$، فإنها تختزل إلى الصيغة الشائعة الاستخدام وهي $mv^2/2$. ويمكن أيضاً توضيح أن حفظ كلٍ من كمية الحركة والطاقة يكون مكافئاً لحفظ الكتل النسبية ؛ ويمكن أن تجتمع في صيغة واحدة لتصبح على الصورة التالية :

$$E^2/c^2 - p^2 = m_0^2c^2 \qquad (1.37)$$

حيث $p^2 = \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{p}$ لها نفس القيمة في جميع الإطارات المرجعية لأن جانب المعادلة الأيمن يكون ثابتاً.

إن نظرية النسبية العامة التي تعمل على استرخاء الظروف الخاصة للحركة النسبية الموحدة، سيتم توضيحها في هذا المتن. كل ما يمكننا قوله هو إثبات لنظرية الجاذبية اعتماداً على مبدأ المكافئة بأن قوة الجذب لم تكن مميزة عن القوة الأخرى الناتجة عن تسارع الإطارات. مرة أخرى، يؤدي هذا إلى الفرق غير الواضح مع جاذبية نيوتن للعديد من الأجزاء، لكن تحت ظروف خاصة جداً من تركيز الكتلة (مثل انهيار النجم القريب، أو الفجوة السوداء).

---

* تمرين (١،٤): إن متوسط العمر للمُيون (جسيم نووي لحظي) muons عند الوضع هو 2.2µs. لو تم قياس العمر له في المعمل يكون 7.9µs. احسب السرعة والطاقة الحركية للميون؟ للميون كتلة تساوي 2.7 مرات من كتلة الإلكترون.

(١,٨,٢) ميكانيكا الكم Quantum mechanics

علاوة على الأنظمة ذات السرعات التي تقترب من سرعة الضوء وذات كتل ثقيلة جداً، وجد أن الميكانيكا التقليدية تكون غير ملائمة أيضاً لإدراك ظاهرة النسب الطولية الذرية. وذلك يعمل على تطلعنا إلى عالم ميكانيكا الكم، وهو الموضوع الذي سيدرس ببعض العمق في الفصل الثالث.